

کد کنترل

223

A



یکشنبه
۱۴۰۳/۰۴/۱۷



گروه آموزشی ماز

دوره جمع بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی
پاسخنامه آزمون جامع

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محدثه شیخعلی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان - کیوان دارابی	سجاد احمدی - فرشاد حسن زاده
فیزیک	سعید احمدی	سعید احمدی - سجاد صادقی زاده ارسلان رحمانی	محمد جواد سورچی - نرجس تیمناک علیرضا ملک حسینی - فریده قزوینی
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری سعیده محبی - امیر بصراوی	فرهنگ امیری - سعیده محبی محمد داوود آبادی - سجاد سیف اللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و

با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

حتماً توی فیلم‌ها یا داستان‌های تاریخی دیدی یا شنیدی که بعضی‌ها توی جنگ‌ها تا لحظه آخر می‌جنگن، عقب نمی‌رن. به قول معروف: «شاید ایستاده بمیرن، اما زانورده تسلیم نمی‌شن».

یک سال گذشت؛ یک سال زحمت کشیدی، یک سال رنج کشیدی، از خوابت زدی، از استراحتت زدی، از خوش‌گذرونی‌ها ت گذشتی. واقعیتش اینه که توی یه جنگ بودی؛ جنگ واسه رسیدن به هدفی که داشتی. راستش خیلی بهت افتخار می‌کنیم؛ تو می‌تونستی وقتت رو با تنبلی بگذرونی، می‌تونستی بشینی و بگی «سخته!»، بگی «من نمی‌تونم!»، می‌تونستی با خوش‌گذرونی و تفریح سرت رو گرم کنی، اما تو موندی. تو تلاش کردی. چرا؟ چون به خودت، به توانایی‌ها و به استعدادت باور داشتی. فارغ از هر نتیجه‌ای، تو قابل احترامی. اونی که تا لحظه آخر می‌جنگه، اونی که تا لحظه آخر تسلیم نمی‌شه، از هزاران سال پیش تا الان، اون فرد قابل احترامه؛ چون جا نزده، چون نترسیده، چون مونده و می‌خواد تا لحظه آخر برای هدفش بجنگه. فارغ از هر نتیجه‌ای، بهت افتخار می‌کنیم که هنوز موندی، هنوز تلاش می‌کنی و می‌خوای تا لحظه آخر بجنگی، تا لحظه‌ای که به چیزی که حقته برسی. تو قابل احترامی و باز هم می‌گیم: «ما بهت افتخار می‌کنیم.»

تو این یه سالی که گذشت، ما تو بخش محتوا و آزمون ماز، بیش از ۲۰ هزار صفحه محتوا تولید کردیم، بیش از ۴۰۰ نفر برای آماده کردن این آزمون‌ها زحمت کشیدن. ما تا جایی که تونستیم، سعی کردیم بهترین خودمون واسه تو باشیم:

- بحث کنکور فرهنگیان پیش اومد، بلافاصله دفترچه کنکور فرهنگیان رو اضافه کردیم.

- بحث جمع‌بندی برای کنکور زود هنگام اردیبهشت پیش اومد، برنامه آزمون رو واسه کنکور اردیبهشت مناسب‌سازی کردیم.

- بحث تأثیر امتحانات تشریحی و سختی امتحانات نهایی پیش اومد، امتحانات شبیه‌ساز نهایی براتون برگزار کردیم، حتی با تصحیح توسط مصححین!

و خیلی چیزهای دیگه که با فهرست‌کردنشون سرت رو درد نمی‌آریم؛ اما باید بدونی که هر جا که نیاز بود، تمام توانمون رو گذاشتیم و ذره‌ای دریغ نکردیم، ذره‌ای خسته نشدیم، چون انرژی‌مون رو از موفقیت و خوشحالی تو می‌گیریم، از اینکه بعد از کنکور بگین «تونستم!» و ماز بهم کمک کرد که بتونم». همین واسه ما کافیه.

تا جایی که تونستیم هزینه آزمون رو تو کمترین حالت ممکن قرار دادیم و از تبلیغات آن‌چنانی گذشتیم. چرا؟ چون تو، حمایت، نظرات همیشه مثبت و قشنگت، و رضایتی که از کارمون داشتی، واسه ما کافیه، واسه ما بهترین تبلیغه. پس ما ازت ممنونیم، ممنونیم که همیشه انرژی مثبت بهمون دادی و همراهمونی.

از تِه تِه تِه دل، به «دیرین تونستم» ذوق‌زده پرات آرزو می‌کنیم.
ما بهت افتخار می‌کنیم.



در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبه یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را متفاوت از سال گذشته طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

روند طراحی سؤالات در این ۳ آزمون جامع باقی‌ماندهٔ ماز به نحو‌یست که با توجه به **سطح کنکور اردیبهشت**، هر سه حالت **آسان؛ متوسط و سخت** را برای هر درس خواهیم داشت تا تمامی حالت‌ها مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گیرد و شما برای هر موقعیت احتمالی در کنکور آماده باشید.

۴- به ازای کدام مقدار a ، مجموع جواب‌های معادله $a(1 + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x-1}$ برابر $\frac{1}{2}$ است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)



دو طرف تساوی را در $x(x-1)$ ضرب می‌کنیم.

فرض کنید $x \neq 0, 1$ باشد:

$$\frac{x(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x(x-1)}{x-1} = ax(x-1) \times \frac{x+1}{x} \Rightarrow 1+x = a(x-1)(x+1) \Rightarrow ax^2 - x - a - 1 = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

با فرض $a = 2$ جواب‌های معادله $2x^2 - x - 3 = 0$ برابر -1 و 1.5 است که هر دو قابل قبول‌اند.

گروه آموزشی ماز

۵- مجموعه جواب نامعادله $x|x-3| \leq x+a$ بازه $[-\infty, b]$ است. حداقل مقدار b کدام است؟

- ۲ + $\sqrt{3}$ (۱) ۲ + $\sqrt{5}$ (۲) ۲ $\sqrt{3}$ (۳) ۲ $\sqrt{5}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۴)



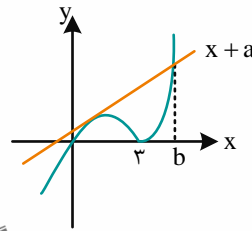
با توجه به نمودار کافی است خط $y = x + a$ بر منحنی مماس باشد.

$$y = x|x-3|$$

$$x < 3 \Rightarrow y = -x^2 + 3x \Rightarrow y' = -2x + 3 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$x > 3 \Rightarrow y = x^2 - 3x = x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = b = 2 + \sqrt{5}$$



گروه آموزشی ماز

۶- فرض کنید دو رأس مثلث ABC و ضلع BC بر خط $3x + my = 27$ منطبق باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۱ باشد، عرض

نقطه C در دستگاه مختصات کدام می‌تواند باشد؟

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

محاسبه مساحت مثلث به روش کفشدوزکی!

اگر $A \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} b_x \\ b_y \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} c_x \\ c_y \end{vmatrix}$ رأس یک مثلث باشند، مساحت آن برابر است با:

$$\text{روش ۱: } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{روش ۲ (کفشدوزکی): } \frac{1}{2} |a_x b_y + b_x c_y + c_x a_y - b_x a_y - c_x b_y - a_x c_y|$$



مختصات B را در خط داده شده جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3x + my = 27 \\ x = 5, y = 2 \end{cases} \Rightarrow m = 4$$

فرض کنید $C(a, b)$ باشد:

۱) $3a + 4b = 27$

۲) $S = 11 = \left| \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |2b - 4a + 14|$

$$\begin{cases} 3a + 4b = 27 \\ -2a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 27 \\ 2a - b = 18 \end{cases} \Rightarrow b = 0$$

گروه آموزشی ماز

۷- تابع $f(x) = (ax+1)(x-2) + 2x^2$ خطی با دامنه $[-2, 2]$ است. برد تابع $y = x - f(1-2x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۵۶ (۴)

۲۸ (۳)

۳۴ (۲)

۱۸ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

فوت کوزه‌گری!

گاهی اوقات برای محاسبه برد توابع، باید از دامنه آن کمک گرفت و با مشخص نمودن محدوده دامنه، محدوده برد را مشخص کرد. مثل توابع خطی



برای آن که f خطی باشد باید $a = -2$ باشد تا جمله x^2 از ضابطه f حذف شود.

$f(x) = (-2x+1)(x-2) + 2x^2 = 5x - 2$

دامنه تابع $f(1-2x)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$-2 \leq 1-2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{3}{2}$

$y = x - f(1-2x) = x - (5(1-2x) - 2) = 11x - 3$

$-1 \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -14 \leq 11x - 3 \leq 13/5$

این بازه، شامل ۲۸ عدد صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ و برای هر $x > 0$ رابطه $f^{-1}(x) = af^{-1}(\frac{b}{x})$ برقرار باشد، $a-b$ کدام است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

-۵ (۲)

-۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



دامنه f^{-1} و برد f به صورت $[2, +\infty)$ است، پس $b > 0$ می‌باشد.

محاسبه وارون: $y = x + \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow (y-x)^2 = x^2 + 4 \Rightarrow y^2 - 2xy = 4 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 4}{2y}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 4}{2x} = \frac{x}{2} - \frac{2}{x}$

$\Rightarrow f^{-1}(\frac{b}{x}) = \frac{b}{2x} - \frac{2x}{b}$

$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{ab}{2x} - \frac{2ax}{b} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{-2a}{b} \\ -2 = \frac{ab}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر ریشهٔ بزرگ‌تر معادلهٔ $\log_{\sqrt{x}}^{\alpha} + \log_{\sqrt{x}}^{\alpha} = 3$ باشد، حاصل $\left[\frac{2\alpha^2}{4} \right]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

چند نکته از حساب و کتاب لگاریتمی:

$$۱) \log_b^{a^m} = m \log_b^a \qquad ۲) \log_{b^n}^a = \frac{1}{n} \log_b^a$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \log_{b^n}^{a^m} = \frac{m}{n} \log_b^a$$

پاسخ تشریحی

فرض کنید $\log_{\sqrt{x}}^x = t$ پس $x = 2^t$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x}}^x = \log_{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}^x = \frac{x}{2t+1} \\ \log_{\sqrt{x}}^x = \log_{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}^x = \frac{x}{t+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2t+1} + \frac{x}{t+1} = 3 \Rightarrow \frac{2t+2+6t+2}{(t+1)(2t+1)} = 3$$

$$\Rightarrow 6t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}, \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{x}}^x = \frac{1}{2} \text{ یا } \frac{-2}{3} \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ یا } \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \left[\frac{2\alpha^2}{4} \right] = 1$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- تابع هموگرافیک f را دو واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و طول نقاط آن را دو برابر می‌کنیم. تابع $y = \frac{2x+1}{x-1}$ به

دست آمده است. مجموع طول نقاط برخورد f با f^{-1} چقدر است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

به سرزمین «تبدیلات تابع» خوش آمدید!

برای تابع $f(x)$ داریم:

$$۱) f(x+k) \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \text{واحد در جهت افقی به چپ} \\ |k| < 0 \rightarrow \text{واحد در جهت افقی به راست} \end{cases}$$

$$۲) f(x)+k \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \text{واحد در جهت عمودی به بالا} \\ |k| < 0 \rightarrow \text{واحد در جهت عمودی به پایین} \end{cases}$$

$$۳) kf(x) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \text{انبساط عمودی با ضریب } k \\ 0 < k < 1 \rightarrow \text{انقباض عمودی با ضریب } k \end{cases}$$

$$۴) -f(x) \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } x \text{ها}$$

$$۵) f(kx) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \text{انقباض افقی با ضریب } \frac{1}{k} \\ 0 < k < 1 \rightarrow \text{انبساط افقی با ضریب } \frac{1}{k} \end{cases}$$

$$۶) f(-x) \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } y \text{ها}$$

تبدیلات را به صورت برعکس بر روی $y = \frac{2x+1}{x-1}$ اعمال می کنیم:

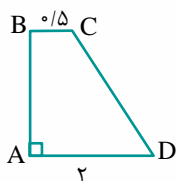
$$y = \frac{2x+1}{x-1} \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف}} y = \frac{2(2x)+1}{2x-1} = \frac{4x+1}{2x-1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور Xها}} y = -\frac{4x+1}{2x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} y = -\frac{4(x-2)+1}{2(x-2)-1} = \frac{-4x+7}{2x-5}$$

برای محاسبه طول نقاط برخورد f با f^{-1} ، نمودار f را با $y = x$ قطع می دهیم.

$$\frac{-4x+7}{2x-5} = x \Rightarrow 2x^2 - x - 7 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز



۱۱- در دوزنقه شکل مقابل، نیمساز رأس D از وسط AB عبور می کند. طول ضلع AB چقدر است؟

۲ (۲)

۵ (۱)

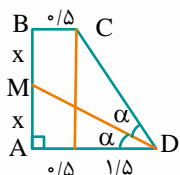
۸ (۴)

۷ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل مقابل، داریم:

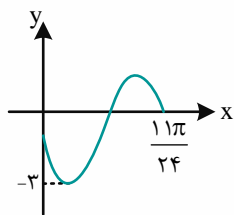


$$\tan \alpha = \frac{x}{2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2x}{1/5} = \frac{4x}{3}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{4x}{3} = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow 4 - x^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 2$$

گروه آموزشی ماز



۱۲- قسمتی از نمودار $y = 1 + a \sin^2(bx - \frac{3\pi}{4})$ به صورت مقابل است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

-۱۰ (۱)

۶ (۲)

-۶ (۳)

۱۰ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول های دو برابر کمان رو تقدیم نگاهتون می کنیم!

۱) $\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

۲) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a = \cos^2 a - \sin^2 a$

۳) $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

از اتحاد $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ استفاده می کنیم:

$$y = 1 + \frac{a}{2} \left(1 - \cos(2bx - \frac{3\pi}{2}) \right) = 1 + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sin(2bx)$$

نمودار تابع در $x=0$ نزولی است، پس $ab < 0$ است و چون $y(0) = 1 + \frac{a}{b}$ منفی است، پس $a < 0$ و $b > 0$ است.

$$\min = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} = -2 \Rightarrow a = -4$$

$$y\left(\frac{11\pi}{24}\right) = 0 \Rightarrow -1 - 2 \sin\left(\frac{11b\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow \frac{11b\pi}{12} = \frac{11\pi}{6}$$

$$\Rightarrow b = 2 \Rightarrow 2a - b = -10$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموع جواب‌های معادله $\cos 2x - \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ در بازه $[0, 2\pi)$ کدام است؟

$\frac{8\pi}{3}$ (۴)

$\frac{5\pi}{3}$ (۳)

$\frac{10\pi}{3}$ (۲)

$\frac{7\pi}{6}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

خب رسیدیم به معادلات مثلثاتی!

۱) $\cos \alpha = \cos \theta \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \theta$

۲) $\sin \alpha = \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \theta \\ \alpha = 2k\pi + \pi - \theta \end{cases}$

۳) $\tan \alpha = \tan \theta \Rightarrow \alpha = k\pi + \theta$

۴) $\cot \alpha = \cot \theta \Rightarrow \alpha = k\pi + \theta$

$$\cos 2x - \left(\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} \Rightarrow x = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}$$

مجموع جواب‌ها برابر $\frac{8\pi}{3}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt{x}}}{\sin \pi x}$ کدام است؟

$\frac{-1}{3\pi}$ (۴)

$\frac{1}{3\pi}$ (۳)

$\frac{1}{6\pi}$ (۲)

$\frac{-1}{6\pi}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

از قاعده هویتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\pi \cos \pi x} = \frac{1}{-6\pi} = \frac{-1}{6\pi}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- در تابع $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$ تساوی $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ برقرار است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

شرط وجود خط $f(x) - x$ در $+\infty$ آن است که $a = 1$ باشد تا به حالت مبهم $\infty - \infty$ برسیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + bx - x^2}{\sqrt{x^2 + bx} + x} = \frac{bx}{x + x} = \frac{b}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + bx}}{x} = \frac{-x}{x} = -1$$

پس $-1 = \frac{b}{2}$ و $b = -2$ است و در نتیجه $a - b = 3$ است.

گروه آموزشی ماز

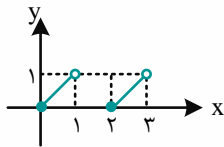
۱۶- تابع $f(x) = x - [x]$ مفروض است. اگر تابع $[x]$ زوج $\begin{cases} f(x) \\ \text{زوج} \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۵)

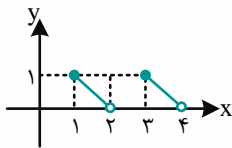
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی



نمودار تابع f با فرض زوج بودن $[x]$ به صورت مقابل است.

کافی است $y = af(x) + b$ به گونه‌ای باشد که در بازه‌های $[2k-1, 2k]$, $k \in \mathbb{Z}$ نمودار تابع رسم شده را پیوسته کند، پس $a = -1$ و $b = 1$ است و در نتیجه $a - b = -2$ است.



گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x) = x + \sqrt[3]{2x^2}$ و $g'(x) = \frac{1}{4}x + \sqrt{x}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g(f^2(x))$ در نقطه $x = 2$ چقدر است؟

- ۱۶۰ (۱) ۲۴۰ (۲) $\frac{۱۶۰}{۳}$ (۳) $\frac{۳۲۰}{۳}$ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پیش به سوی مشتق تابع مرکب!

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$$

پاسخ تشریحی

$$f'(x) = 1 + \frac{4x}{3\sqrt[3]{(2x^2)^2}} \Rightarrow f'(2) = 1 + \frac{8}{12} = \frac{5}{3}$$

$$y = g(f^2(x)) \Rightarrow y' = 2f(x)f'(x) \cdot g'(f^2(x))$$

$$\Rightarrow y'(2) = 2f(2)f'(2) \cdot g'(16) = 2 \times 4 \times \frac{5}{3} \times 8 = \frac{320}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- خط $(m+1)y - mx = 1$ با هیچ یک از خطوط مماس بر منحنی $y = \sin^2 x - \frac{1}{4} \sin 2x$ موازی نیست، m چند جواب صحیح دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

فوت کوزه‌گری!

در بحث مشتق، مماس بودن یعنی برابر بودن مشتق در آن نقطه مماس. همین!

پاسخ تشریحی:

به ازای $m = -1$ ، خط مورد نظر به صورت $x = 1$ خواهد بود که موازی هیچ خط مماسی نیست. حال با فرض $m \neq -1$ ، شیب خط برابر $\frac{m}{m+1}$ است، پس نباید مقدار مشتق تابع برابر $\frac{m}{m+1}$ شود.

$$y' = 2 \sin x \cos x - \cos 2x = \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

چون $|y'| \leq \sqrt{2}$ است، پس باید $|\frac{m}{m+1}| > \sqrt{2}$ باشد.

$$\frac{m^2}{(m+1)^2} > 2 \Rightarrow m^2 + 4m + 2 < 0 \Rightarrow (m+2)^2 < 2 \xrightarrow{m \neq -1} m = -2, -3$$

پس برای m ، سه مقدار صحیح $m = -1, -2, -3$ به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۱۹- مقدار مینیمم مطلق تابع $y = x^2 - 7x - 8\sqrt{2x-7}$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $-18/25$ ۲ (۲) $-24/25$ ۳ (۳) $-28/25$ ۴ (۴) $-12/25$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ تشریحی:

نقطه بحرانی تابع را به دست می‌آوریم:

$$y' = 2x - 7 - \frac{8}{\sqrt{2x-7}} = 0$$

$$(2x-7)\sqrt{2x-7} = 8 \Rightarrow (2x-7)^3 = 64 \Rightarrow 2x-7 = 4 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

$$y\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{121}{4} - \frac{77}{2} - 16 = -24/25 \text{ min}$$

$$y\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} - \frac{49}{4} = -12/25$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2(a^2 + 2a)x + b$ در نقطه $A(2, 8)$ دارای مینیمم نسبی است. عرض نقطه عطف f کدام است؟

- ۱ (۱) 62 ۲ (۲) 54 ۳ (۳) 48 ۴ (۴) 36

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ تشریحی:

وقتی ضریب x^3 مثبت است، طول نقطه مینیمم نسبی از طول نقطه ماکزیمم نسبی بیشتر است.

$$f' = 3x^2 + 6x - 2a^2 - 2a = 3(x^2 - a^2) + 6(x-a) = 3(x-a)(x+a+2)$$



$$f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = a \xrightarrow{\text{min}} a = 2 \\ x = -a - 2 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 + 3x^2 - 24x + b \Rightarrow f(2) = 8 \Rightarrow b = 26$$

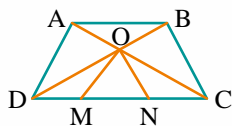
$$f''(x) = 6x + 6 \Rightarrow f'' = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow f(-1) = -1 + 3 + 24 + b = 62$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در دوزنقه ABCD، از نقطه O محل تلاقی قطرها، دو خط موازی ساق‌های AD و BC رسم می‌کنیم تا قاعده CD را به ترتیب در نقاط M و N قطع

کنند. اگر $CD = 2AB = 2$ ، آن‌گاه مساحت $\triangle OMN$ چه کسری از مساحت دوزنقه است؟



$$\frac{5}{27} \quad (2)$$

$$\frac{4}{27} \quad (1)$$

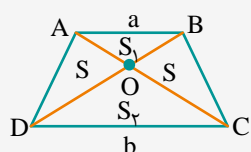
$$\frac{5}{18} \quad (4)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اومدین به مهمانی دوزنقه!



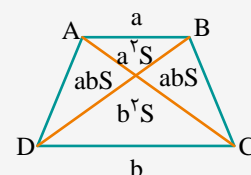
در دوزنقه مقابل، اگر O محل تلاقی قطرها باشد، آن‌گاه $\triangle OAB \sim \triangle ODC$

(۱) نسبت تشابه دو مثلث $\frac{a}{b}$ است، بنابراین نسبت مساحت‌های دو مثلث $\frac{a^2}{b^2}$ است.

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC} \quad (2)$$

$$S_1 S_2 = S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OBC} = S \quad (3)$$

(۴) بنابراین مساحت‌های ۴ مثلث ناشی از تلاقی قطرها به شکل روبه‌رو تعیین می‌شوند:

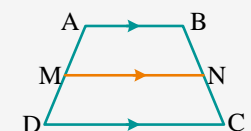


(۵) پاره‌خط MN اگر موازی دو قاعده رسم شود، اندازه آن به طور کلی از فرمول زیر به دست می‌آید:

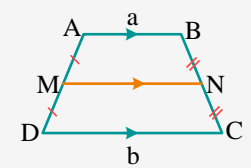
$$\frac{AM}{MD} = \frac{m}{n} \Rightarrow MN = \frac{nAB + mCD}{m + n}$$

(۶) در ۳ حالت خاص زیر، اندازه پاره‌خط MN مهم است.

(الف) MN پاره‌خط میانه‌گین باشد.

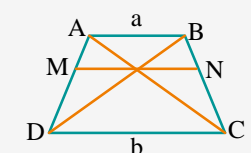


$$AM = MD \Rightarrow MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{a + b}{2}$$



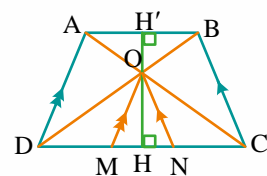
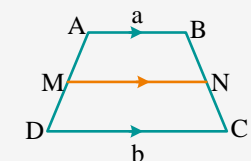
$$MN = \frac{2ab}{a + b}$$

(ب) MN از محل تلاقی قطرها بگذرد.



$$MN = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

(ج) MN، دوزنقه را به دو دوزنقه هم‌مساحت افراز کند.



$$AB = 1, CD = 2AB = 2$$

در مثلث $\triangle DBC$:

$$ON \parallel BC \Rightarrow \frac{DN}{DC} = \frac{DO}{DB}$$

$$O\triangle AB \sim O\triangle DC \Rightarrow \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA} = \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{DO}{DO+OB} = \frac{2}{2+1} \Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\frac{DN}{DC} = \frac{2}{3} \Rightarrow DN = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

در نتیجه:

$$\frac{CM}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow CM = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

به همین ترتیب:

$$CM + DN - MN = DC \Rightarrow \frac{4}{3} + \frac{4}{3} - MN = 2 \Rightarrow MN = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$$

از طرفی:

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}OH \times MN}{\frac{1}{2}HH' \times (AB + DC)} = \frac{OH \times \frac{2}{3}}{HH' \times 3} = \frac{2}{9} \times \frac{OH}{HH'}$$

بنابراین:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{DC}{AB} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \frac{OH}{OH + OH'} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OH}{HH'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{ABCD}} = \frac{2}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

از طرفی:

گروه آموزشی ماز

۲۲- در یک شش‌ضلعی منتظم، فاصله رأس A از هر کدام از بزرگترین قطرهای شش‌ضلعی که شامل A نیستند برابر با واحد است. مساحت این شش‌ضلعی چقدر است؟

$3\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{5}{2}\sqrt{3}$ (۳)

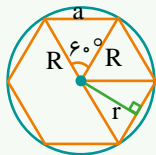
$2\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پیش‌به‌سوی شش‌ضلعی منتظم...



به چند ویژگی مهم در مورد شش‌ضلعی منتظم به ضلع a اشاره می‌کنیم:

- (۱) هر زاویه داخلی 120° و هر زاویه خارجی آن 60° است.
- (۲) هر زاویه مرکزی آن 60° است.
- (۳) شعاع دایره محیطی آن با ضلع آن برابر است. $R = a$

(۴) شعاع دایره محاطی آن با ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است. $r = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

(۵) مساحت آن برابر است با ۶ برابر مساحت هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a : $S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

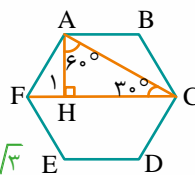
(۶) هر قطر کوچک آن برابر با $\sqrt{3}a$ و هر قطر بزرگ آن برابر با $2a$ است.

(۷) زاویه بین هر دو قطر متوالی آن 30° است.

پاسخ تشریحی:

زاویه بین دو قطر CF و CA برابر با 30° است. پس مثلث AHC یک مثلث با زوایای 90° ، 60° و 30° است. در نتیجه ضلع روبه‌روی زاویه 30° نصف وتر است.

$$\sin 30^\circ = \frac{HA}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 2$$

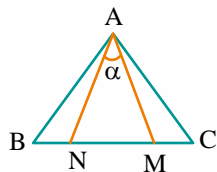


از طرفی AC برابر با $a\sqrt{3}$ است. بنابراین:

$$2 = a\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow S = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{4}{3} = 2\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- در مثلث $\hat{A}BC$ ، زاویه بین نیمسازهای داخلی B و C برابر با 15° است. اگر $BM=BA$ و $CN=CA$ ، آن گاه اندازه زاویه $\hat{N}AM$ چقدر است؟



- (۱) 60°
- (۲) 45°
- (۳) 30°
- (۴) 15°

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

نکات زیر را دریاب...

در مثلث $\hat{A}BC$ چند زاویه مهم زیر را به خاطر بسپارید. از ۵ سوال مربوط به فصل ۱ هندسه دهم در کنکورهای اخیر، ۲ سوال از فرمول اولی که پایین تر می بینید، طرح شده اند.

(۱) زاویه بین دو نیمساز داخلی رأس های B و C در مثلث $\hat{A}BC$: $\alpha = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$

(۲) زاویه بین دو نیمساز خارجی نظیر رأس های B و C در مثلث $\hat{A}BC$: $\beta = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$

(۳) زاویه بین نیمساز داخلی رأس B و نیمساز خارجی رأس C (یا برعکس): $\gamma = \frac{\hat{A}}{2}$

(۴) زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر BC در مثلث قائم الزاویه $\hat{A}BC$: $\alpha = |\hat{B} - \hat{C}|$

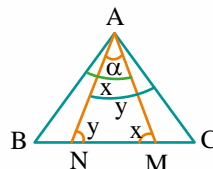
(۵) زاویه بین ارتفاع و نیمساز نظیر رأس A در مثلث $\hat{A}BC$: $\alpha = \frac{|\hat{B} - \hat{C}|}{2}$



C و B داخلی زاویه بین نیمسازهای داخلی $15^\circ = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 15^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$

حال زاویه $\hat{M}AN$ را تعیین می کنیم:

$$\begin{cases} BA = BM \Rightarrow \hat{B}AM = \hat{B}MA = x \Rightarrow 2x + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow x = 90^\circ - \frac{\hat{B}}{2} \\ CN = CA \Rightarrow \hat{C}AN = \hat{C}NC = y \Rightarrow 2y + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow y = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} \end{cases}$$



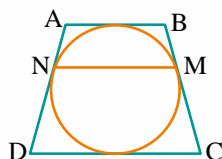
بنابراین:

$\hat{A}MN = \alpha + x + y = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (x + y) \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (90^\circ - \frac{\hat{B}}{2} + 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2})$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل زیر، ذوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ بر دایره محیطی است. پاره خط MN نقاط تماس دایره با ساق ها را به هم وصل کرده است. اگر مساحت ذوزنقه ۴۵ و اندازه ارتفاع وارد بر قاعده برابر با ۶ باشد، اندازه MN چقدر است؟



- (۱) $2/4$
- (۲) $3/6$
- (۳) $4/2$
- (۴) $4/8$

ع! بازم دوزنقه!

نکاتی در مورد دوزنقه محیطی و محاطی با قاعده‌های a و b و ساق‌های c :

$$c = \frac{a+b}{2} \quad (1)$$

$$h = \sqrt{ab} \quad (2)$$

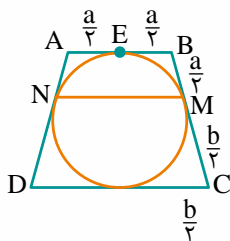
$$S = \frac{1}{2} \sqrt{ab}(a+b) = hc \quad (3)$$

$$r = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{ab}}{2} \quad (4) \text{ شعاع دایره محاطی نصف ارتفاع است.}$$

پایخ تشریحی:

طبق آنچه که در درسنامه دیدیم:

از طرفی قطعه مماس‌های وارد بر دایره از B برابر هستند، یعنی:



از طرفی، مساحت دوزنقه برابر است با 45 و ارتفاع وارد بر قاعده برابر با 6 است. پس:

$$a+b = 2c \Rightarrow c = \frac{a+b}{2}$$

$$BE = BM = \frac{a}{2}, \quad MC = \frac{b}{2}$$

$$S = hc \Rightarrow 45 = 6 \times c \Rightarrow c = \frac{45}{6} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$MN = \frac{\frac{a}{2} \times b + \frac{b}{2} \times a}{a+b} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\begin{cases} h = \sqrt{ab} \Rightarrow ab = h^2 \\ c = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a+b = 2c \end{cases}$$

می‌دانیم:

$$MN = \frac{2h^2}{2c} = \frac{h^2}{c} = \frac{36}{7.5} = \frac{22}{15} = 4/8$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۵- دو نقطه $A(0,5)$ و $B(5,1)$ در صفحه مختصات هستند و پاره‌خط MN با اندازه 1 روی محور x واقع است به طوری که محیط چهارضلعی $ABNM$ حداقل مقدار ممکن است. حاصل ضرب طول نقاط M و N کدام است؟

$$\frac{140}{9} \quad (4)$$

$$\frac{130}{9} \quad (3)$$

$$\frac{154}{9} \quad (2)$$

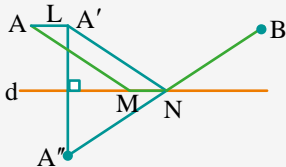
$$\frac{88}{9} \quad (1)$$

و اکنون قضیه هرون...

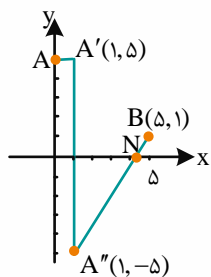
این مسأله مهم را از کاربرد هرون به خاطر داشته باشید.

سوال: در شکل زیر خط d یک رودخانه را نشان می‌دهد. قرار است ما از نقطه A به نقطه B برویم اما مسافتی به طول L را در ساحل رودخانه و در امتداد آن حرکت کنیم. اگر این پاره‌خط را MN بنامیم، چطوری این نقاط را تعیین می‌کنیم، تا پاره‌خط شکسته $AMNB$ کمترین اندازه را داشته باشد؟ این اندازه، چقدر است؟

راه‌حل: ابتدا از A به اندازه L واحد در امتداد خط d به سمت راست حرکت می‌کنیم تا به نقطه A' برسیم (به جای این کار می‌توانیم در امتداد d و از B به اندازه L به سمت چپ حرکت کنیم). سپس A' را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم، تا نقطه A'' پیدا شود. حال از A'' به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. کمترین اندازه پاره‌خط شکسته با $L + A''B$ برابر است. اما مسیر مطلوب، $AMNB$ است که $MN = L$. به عبارتی از A موازی پاره‌خط $A''N$ ، خطی رسم می‌کنیم تا خط d را در M قطع کند.



با توجه به درسنامه نقاط M و N را پیدا می‌کنیم.



A را به اندازه پاره خط MN یعنی به اندازه ۱ به سمت راست انتقال می‌دهیم تا نقطه A'(1, 5) به دست آید. حال A' را نسبت به محور xها بازتاب می‌دهیم تا A''(1, -5) پیدا شود، حال معادله خط A''B را نوشته و با محور xها قطع می‌دهیم.

$$A''(1, -5), B(5, 1) \in \Delta$$

$$\Rightarrow m = \frac{1+5}{5-1} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y-1 = \frac{3}{2}(x-5) \Rightarrow y=0 \Rightarrow -\frac{2}{3} = x-5 \Rightarrow x = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3} \Rightarrow N\left(\frac{13}{3}, 0\right)$$

اما نقطه M یک واحد کمتر از N طول دارد.

$$x_M = x_N - 1 = \frac{13}{3} - 1 = \frac{10}{3} \Rightarrow M\left(\frac{10}{3}, 0\right)$$

$$\Rightarrow x_M \times x_N = \frac{10}{3} \times \frac{13}{3} = \frac{130}{9}$$

گروه آموزشی ماز

$$-26 \text{ اگر } -A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } |A| \neq 0, \text{ آن گاه } |A| + A \text{ کدام است؟}$$

۱۰۸ (۴)

۵۴ (۳)

-۳۶ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

به ایستگاه دترمینان خوش آمدید!

در مورد دترمینان، چند نکته پرکاربرد را به خاطر داشته باشید:

(۱) $|AB| = |A| \times |B|$ و B مربعی هستند.

نتیجه: $|A^n| = |A|^n$

(۲) رابطه‌ای نادرست است، مگر در حالت خاص $|A+B| = |A| + |B|$

(۳) $(A^{-1}) = \frac{1}{|A|}$

(۴) $k \in \mathbb{R} \Rightarrow |kA_{n \times n}| = k^n |A|$

(۵) $|I_n| = 1, k \in \mathbb{R} \Rightarrow |kI_n| = k^n$

(۶) $|A^{-1} + I| = \frac{1}{|A|} |A + I|$ و A وارون پذیر است.

(۷) $|I - AB| = |I - BA|$ و A و B وارون پذیر است.

(۸) $|I - A^{-1}BA| = |I - B|$ و A وارون پذیر است.

(۹) ویژگی‌های ۸ و ۷ برای ضرایب غیر از یک نیز برقرارند.

$$-A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow -|A| = \begin{vmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow (-1)^3 |A| = |A|(|A|-3) + 0 + 0$$

$$\Rightarrow -|A| = |A|(|A|-3) \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A|-3 = -1 \Rightarrow |A| = 2 \end{cases}$$

از طرفی مطابق فرض $|A| \neq 0$ ، بنابراین: $|A| = 2$ ، در نتیجه:

$$|A|A + A = (|A|+1)A = (|A|+1)^T |A| = (2+1)^T \times 2 = 54$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- مختصات مرکز تجانس معکوس دو دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ و $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ کدام است؟

(۴) $(\frac{1}{3}, 1)$

(۳) $(\frac{2}{3}, 0)$

(۲) $(\frac{1}{3}, 0)$

(۱) $(\frac{2}{3}, 1)$

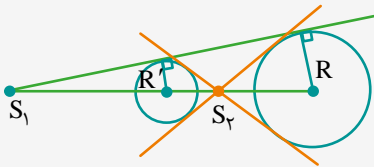
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

اگه گفتی اینجا قاره چی بهت بگیریم!؟

دو دایره متخارج مجانس یکدیگر هستند و مرکز تجانس های دو دایره محل تلاقی مماس مشترک ها با خط المرکزین یا امتداد آن هستند. S_1 مرکز تجانس مستقیم با

نسبت $\frac{R}{R'}$ و S_2 مرکز تجانس معکوس با نسبت $-\frac{R}{R'}$ است.

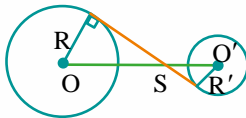


$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow O = (2, -1), R = \sqrt{4+1-4} = 1$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0 \Rightarrow O' = (-2, 2), R' = \sqrt{4+4-4} = 2$$

مرکز تجانس معکوس دو دایره، محل تلاقی مماس مشترک داخلی با خط المرکزین است. برای این منظور از بردارها کمک می گیریم.

$$\frac{|OS|}{|O'S|} = \frac{R}{R'} \Rightarrow \overline{OS} = \frac{R}{R'} \overline{SO'}$$



$$\Rightarrow S = \frac{R'O + RO'}{R + R'}$$

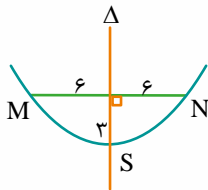
$$S = \frac{2O + O'}{2+1} = \frac{1}{3}((4, -2) + (-2, 2)) = (\frac{2}{3}, 0)$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۸- سهمی زیر به معادله $y = mx^2 - 12x + 4$ مفروض است. اگر خط Δ محور سهمی و S رأس آن باشد و MN وترى از سهمی باشد که بر محور عمود باشد

و $MN = 12$ و فاصله رأس سهمی از این پاره خط برابر با ۳ باشد، مقدار m کدام است؟



(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{12}$

(۳) $\frac{1}{9}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

سهمی رو هم داشته باشید...

اگر قطر دهانه یک دیش سهمی شکل برابر با d و گودی (عمق) آن برابر با h باشد و فاصله کانونی سهمی برابر با a باشد، آن گاه: $a = \frac{d^2}{16h}$ یا $d^2 = 16ah$

$$d = 12, h = 3 \Rightarrow a = \frac{d^2}{16h} = \frac{12^2}{16 \times 3} = 3$$

طبق فرمولی که در درسنامه گفتیم که البته یکی از تمرین های کتاب درسی است:

$$y = mx^2 - 12x + 4$$

از طرفی:

$$m > 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4m} = 3 \Rightarrow 4m = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{12}$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- $\vec{a} = (x, y, z)$ برداری است که با بردار $\vec{b} = (2, 3, 6)$ زاویه حاده می سازد. اگر بردار \vec{a}' تصویر بردار \vec{a} روی امتداد بردار \vec{b} باشد، به طوری که $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 1$ ، آن گاه مجموع مولفه های مختصات \vec{a}' کدام است؟

$\frac{13}{7}$ (۴)

$\frac{11}{7}$ (۳)

$\frac{11}{13}$ (۲)

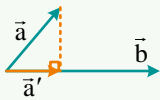
$\frac{7}{13}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

این نکته رو دریاب!

اگر \vec{a}' تصویر بردار \vec{a} روی امتداد بردار \vec{b} باشد، آن گاه:



$(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b}$ (۳)

$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ (۲)

$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$ (۱)

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}' \cdot \vec{b}$ (۶)

$\vec{a} \cdot \vec{a}' = |\vec{a}'|^2$ (۵)

$(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{a}'$ (۴)

$$(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{a}' \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{a}' = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a}' = \vec{a}' \cdot \vec{a}' \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a}' = |\vec{a}'|^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a}' = 1 \Rightarrow |\vec{a}'|^2 = 1 \Rightarrow |\vec{a}'| = 1$$

طبق فرض:

$$\vec{a}' \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = k\vec{b} = k(2, 3, 6)$$

از طرفی:

$$|\vec{a}'| = 1 \Rightarrow |k(2, 3, 6)| = 1 \Rightarrow |k|(2, 3, 6) = 1$$

$$|k| \times 7 = 1 \Rightarrow |k| = \frac{1}{7} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{7} \Rightarrow k = \frac{1}{7} \quad (\text{زیرا زاویه بین } \vec{a} \text{ و } \vec{b} \text{ حاده است.})$$

$$\Rightarrow \vec{a}' = (x', y', z') = \frac{1}{7}(2, 3, 6) \Rightarrow x' + y' + z' = \frac{1}{7}(2 + 3 + 6) = \frac{11}{7}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- دو بردار $\vec{b} = (1, 0, 2)$ و $\vec{a} = (2, 1, -1)$ قاعده یک متوازی السطوح را تشکیل می دهند. اگر بردار \vec{h} ارتفاع متوازی السطوح نظیر قاعده شامل \vec{a} و \vec{b} باشد، حجم متوازی السطوح چقدر است؟

۱۳۰ (۴)

۹۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

مالا نوبت اینه که متوازی السطوح عرض اندام کنه...

اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} ، ۳ بردار غیر هم صفحه باشند، آن گاه یک متوازی السطوح می سازند که حجم آن با $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ برابر است.

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$$

نکته:

اگر h ارتفاع وارد بر قاعده شامل \vec{a} و \vec{b} باشد، آن گاه: $h = \frac{\text{حجم}}{\text{مساحت قاعده}} = \frac{|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$

اما در مورد بردار \vec{h} (ارتفاع وارد بر قاعده \vec{a} و \vec{b}) می توان گفت:

$$\vec{h} = \frac{\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})}{|\vec{a} \times \vec{b}|} (\vec{a} \times \vec{b}) \quad (1)$$

$$\vec{h} \parallel (\vec{a} \times \vec{b}) \quad (2)$$

پاسخ تشریحی

$$\vec{h} \parallel \vec{a} \times \vec{b} \quad \vec{a} = (2, 1, -1) \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (2, -5, -1) \\ \vec{b} = (1, 0, 2)$$

$$\vec{h} \parallel \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow (a, b, c) \parallel (2, -5, -1) \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{-5} = \frac{c}{-1} \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 20 \end{cases}$$

$$V = |\vec{h}| \times |\vec{a} \times \vec{b}| = |-4\vec{a} \times \vec{b}| \times |\vec{a} \times \vec{b}| = 4|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 4(4 + 25 + 1) = 120$$

از طرفی:

گروه آموزشی ماز

۳۱ - $p \vee q \Leftrightarrow p \wedge q$ با کدام گزاره هم ارز است؟

$p \Leftrightarrow \sim q$ (۴)

$p \Leftrightarrow p \vee q$ (۳)

$\sim p \Rightarrow q$ (۲)

$\sim p \Leftrightarrow \sim q$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

دنیای هم ارزی ها...

چند هم ارزی مهم در جبر گزاره ها را به خاطر بسپارید:

$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (۱)

نتیجه: $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

$p \vee T \equiv T, p \vee F \equiv p$ (۲)

$p \wedge T \equiv p, p \wedge F \equiv F$ (۳)

قواعد جذب: $p \wedge (p \vee q) \equiv p, p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (۴)

قواعد شبه جذب: $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q, p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$ (۵)

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ (۶)

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ (۷)

$p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$ (۸)

$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$ (۹)

پاسخ تشریحی

$$p \vee q \Leftrightarrow p \wedge q \equiv (p \vee q \Rightarrow p \wedge q) \wedge (p \wedge q \Rightarrow p \vee q) \equiv [\sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim(p \wedge q) \vee (p \vee q)] \\ \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)] \wedge [(\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)] \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee q] \wedge T \\ \equiv (\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q) \\ \equiv p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$$

گروه آموزشی ماز

۳۲ - اگر A و B و C سه مجموعه غیر تهی باشند به طوی که $A \cup B \subseteq B - C$ ، آن گاه $(C - A \cup B) \cup (A - B)$ کدام است؟

\emptyset (۴)

C (۳)

A (۲)

B' (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} A \cup B \subseteq B - C \\ B - C \subseteq B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \cup B \subseteq B \\ B \subseteq A \cup B \end{cases} \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

$$\left. \begin{aligned} A \cup B \subseteq B - C \\ B - C \cap C = \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow (A \cup B) \cap C = \emptyset \Rightarrow C - A \cup B = C$$

$$(C - A \cup B) \cup (A - B) = C \cup \emptyset = C$$

از طرفی:

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۳۳- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده فرد باشد یک سکه و اگر هر دو تاس رو شده زوج باشند، ۲ سکه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم تنها یک بار سکه خط آمده است، احتمال آن که عدد هر دو تاس ۶ بوده باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{36}$ (۴)

$\frac{1}{27}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

$\frac{1}{18}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

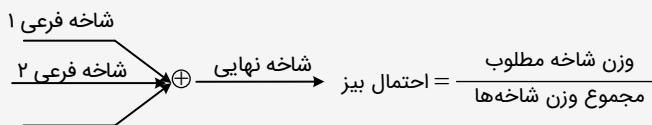
نکته داریم، چه نکته‌ای!

احتمال بیز: احتمال بیز یک احتمال شرطی است که ما آن را برحسب احتمال شرطی معکوس حل می‌کنیم:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

تذکر: احتمال بیز زمانی کاربرد دارد که $P(A|B)$ نامانوس است، یعنی پیشامد A طوری است که انگار قبل از پیشامد B رخ می‌دهد. انگار در این احتمال، نتیجه نهایی معلوم شده است و ما احتمال وقوع پیشامدی قبل از آن را می‌خواهیم.

روش شاخه‌ای: در این روش شرط بیز (همان نتیجه نهایی که معلوم شده است) را به عنوان شاخه نهایی در نظر می‌گیریم، سپس هر حالتی که به این اتفاق منجر می‌شود را به عنوان یک شاخه فرعی در نظر می‌گیریم.



پاسخ تشریحی

مجموع دو تاس فرد و یک سکه خط رو شده است

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

تنها یک خط رو شده است

هر دو تاس زوج و یک سکه خط رو شده است

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$

احتمال بیز را بهتر است به صورت شاخه‌ای حل کنیم:

$$P(\text{رو شدن یک بار خط اهر دو تاس زوج}) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

پس به احتمال $\frac{1}{3}$ هر دو تاس زوج هستند. چون در ۹ حالت هر دو تاس زوج هستند، پس احتمال آن که هر دو تاس ۶ آمده باشند، برابر است با $\frac{1}{27}$:

$\frac{1}{27} = \frac{1}{27}$

گروه آموزشی ماز

۳۴- یک تیم والیبال ۱۴ بازیکن دارد که قدهای همه با یکدیگر متفاوت است. ۴ نفر را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. بین آن‌ها یکی از ۳ نفر دیگر بلندتر است. احتمال آن که این شخص بلندترین عضو تیم باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{11}$ (۴)

$\frac{4}{14}$ (۳)

$\frac{1}{14}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

پیشامد A را پیشامد بلندترین بودن شخص مورد نظر و پیشامد B را پیشامد بلندتر بودن این شخص از ۳ نفر دیگر در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{14}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- انحراف معیار داده‌های ۷, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۳, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۱۹, ۲۱, ۲۲, ۲۵ تقریباً کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

واریانس داشته باشیم!!!

۱) در محاسبه واریانس و انحراف معیار داده‌هایی که تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، بهتر است فرمول زیر را بلد باشید، این فرمول هم در کنکور ریاضی و هم تجربی ۱۴۰۲ در حل سوال بسیار مفید بود و سرعت و دقت راه‌حل را بالا می‌برد. اگر n داده داشته باشیم که تصاعد حسابی با قدرنسبت d تشکیل دهند، آن‌گاه:

$$\sigma^2 = \frac{d^2(n^2 - 1)}{12}$$

۲) فرض کنید m داده با واریانس σ_x^2 و n داده با واریانس σ_y^2 داشته باشیم به طوری که میانگین دو دسته برابر باشد، آن‌گاه واریانس همه داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{new}^2 = \frac{m\sigma_x^2 + n\sigma_y^2}{m+n}$$

پاسخ تشریحی

البته می‌توان به سادگی با فرمول واریانس، واریانس داده‌ها را حساب کرد. اما با توجه به اهمیت فرمول واریانس داده‌های دارای تصاعد حسابی در کنکورهای سراسری اخیر بهتر است روی استفاده از آن آمادگی داشته باشید. داده‌های ما دو گروه را تشکیل می‌دهند که هر کدام تشکیل تصاعد حسابی داده و میانگین آن‌ها نیز با هم برابر است.

$$7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 \Rightarrow \bar{x} = 16, d = 3, n = 7 \Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{d^2(n^2 - 1)}{12} = 9 \times 4 = 36$$

$$11, 13, 15, 17, 19, 21 \Rightarrow \bar{x} = 16, d = 2, n = 6 \Rightarrow \sigma_y^2 = \frac{d^2(n^2 - 1)}{12} = \frac{35}{3}$$

$$\sigma_{new}^2 = \frac{7 \times 36 + 6 \times \frac{35}{3}}{7 + 6} = \frac{252 + 70}{13} = \frac{322}{13} \approx 25 \Rightarrow \sigma_{new} \approx 5$$

حال واریانس کل داده‌ها را پیدا می‌کنیم:

گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر $18 + 3^n$ و $17|n+1$ ، آن‌گاه رقم دهگان کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی n کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

قضیه فرماچی بود؟

در سوال‌های باقی‌مانده که توان‌ها پارامتری هستند، هرگز از قضیه فرما استفاده نکنید. در این سوال‌ها عموماً باید کوچک‌ترین توان یک‌ساز را پیدا کنید. هر مضربی از آن توان یک‌ساز خواهد بود. مثلاً قرار است تمام n ‌های دورقمی‌ای که قرار است $1 \equiv 3^n \pmod{43}$ را پیدا کنیم، برای این منظور استفاده از قضیه فرما یعنی $1 \equiv 3^{42} \pmod{43}$ ما را گمراه می‌کند، زیرا، ۴۲ کوچک‌ترین توان یک‌ساز نیست.

$$3^7 \equiv -1 \pmod{43} \Rightarrow 3^{14} \equiv 1 \pmod{43} \Rightarrow 3^{14k} \equiv 1 \pmod{43} \Rightarrow n = 14k$$

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 14k \leq 99 \Rightarrow 1 \leq k \leq 7$$

تذکر: در سوالات پیچیده‌تر که تا به حال در کنکور سابقه نداشته است، می‌توانیم توان‌هایی که باقی‌مانده‌های دیگری می‌سازند را بررسییم. مانند این دو سوال

۱) تمام اعداد دو رقمی n را بیابید به گونه‌ای که $3^n \equiv -1 \pmod{43}$

۲) تمام اعداد دو رقمی n را بیابید به گونه‌ای که $3^n \equiv 35 \pmod{43}$

پاسخ تشریحی

$$17 | 3^n + 18 \Rightarrow 3^n + 1 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow 3^n \equiv -1 \pmod{17}$$

بنابراین باید کوچک‌ترین توان m را بیابید که به ازای آن $3^m \equiv -1 \pmod{17}$

$$3^4 \equiv -4 \pmod{17} \Rightarrow 3^8 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \Rightarrow (3^8)^{2k+1} \equiv (-1)^{2k+1} \pmod{17} \Rightarrow 3^{16k+8} \equiv -1 \pmod{17} \Rightarrow n = 16k + 8$$

$$17|n+1 \Rightarrow n+1 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv -1 \equiv 16 \Rightarrow n = 17k' + 16$$

از طرفی:

حال n را با توجه به دو شرط به دست آمده تعیین می کنیم:

$$\begin{aligned} 16 \quad 16 \\ n \equiv 8 \equiv 152 & \Rightarrow n \equiv 152 \Rightarrow \text{رقم دهگان} = 5 \Rightarrow \text{کوچک ترین عدد سه رقمی} \\ 17 \quad 17 \\ n \equiv 16 \equiv 152 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر $abba$ بزرگ ترین عدد چهار رقمی ای باشد که مضرب ۳۷ است. باقی مانده آن بر ۹ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پرده بعدی نمایش، محاسبه باقی مانده هست...

در سوالات عددنویسی کنکور معمولاً باقی مانده اعداد بر چند عدد خاص پرسیده می شود. اما می شود سوالات دیگری هم مطرح کرد. باقی مانده بر اعداد حاصل زیر در کتاب درسی اثبات شده است، آن ها را باید بلد باشید.

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_0} = a_0 + a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + \dots + a_n \times 10^n$$

$$1) A \equiv a_0$$

$$2) A \equiv a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$3) A \equiv a_0 - a_1 + a_2 \dots$$

$$4) A \equiv a_0 a_1$$

$$5) A \equiv a_0 a_1 a_2$$

$$6) A \equiv a_0 a_1 + a_2 a_3 + \dots$$

بنابراین:

تذکر: معمولاً در سوالات باقی مانده اعداد بر ۳۶، ۴۴، ۹۹، ۳۳ یا ... مطرح می شوند که با توجه به روابط بالا قابل حل هستند.



$$\overline{abba} \equiv 0 \Rightarrow 1000a + 100b + 10b + a \equiv 0 \Rightarrow 1001a + 110b \equiv 0 \xrightarrow{\div 11} 91a + 10b \equiv 0 \Rightarrow -20a \equiv -10b \Rightarrow 2a \equiv b$$

چون a و b دو رقم هستند، بنابراین: $b = 2a$. بزرگ ترین عدد $abba$ ، به ازای $a = 4$ و $b = 8$ ساخته می شود.

$$4884 \equiv 4 + 8 + 8 + 4 \equiv 24 \equiv 6$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- درجات رأس های گراف G از مرتبه ۷ به صورت ۵، ۴، ۲، ۲، ۱ هستند به طوری که رأس های درجه ۵ و ۴ مجاور نیستند. این گراف چند دور به طول

۴ دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

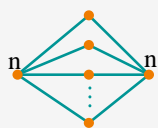
(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

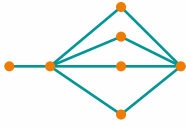
گراف مورد علاقه طراحان!

گراف های با دنباله گرافی $2, 2, 2, \dots, 2, n$ از گراف های مورد علاقه طراحان کنکور هستند. این گراف تنها دور به طول ۴ دارد. تعداد این دورها برابر است با: $\binom{n}{2}$

این گراف به شکل زیر است:



این گراف را با توجه به گراف رسم شده در درسنامه رسم می‌کنیم. اگر هم این گراف را به خاطر نداشته باشیم می‌توانیم با استفاده از الگوریتم هاول حکیمی آن را رسم کنیم.



توجه داشته باشید در هر دور به طول ۴ هر دو رأس درجه ۴ و ۵ حضور دارند. اما هر بار ۲ رأس از چهار رأس درجه ۲ مشارکت می‌کنند، بنابراین:

$$\text{تعداد دورها} = \binom{4}{2} = 6$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- چند عدد کوچک‌تر از ۱۰۵۰ با مجموع ارقام ۹ وجود دارد؟

۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکات زیر رو تا چه حد مسلطی؟

(۱) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

(۲) این معادله فقط برای توزیع اشیاء یکسان در جعبه‌های متمایز استفاده می‌شود. اگر اشیاء متمایز باشند، از تابع استفاده می‌کنیم.

(۳) تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با: $\binom{n-1}{k-1}$

(۴) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله زیر برابر است با: $\binom{n+k}{k}$. البته نامعادله در کتاب درسی نیامده است.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$$

تذکر: در این مبحث در کتاب درسی از تعداد جواب‌های طبیعی تحت عنوان «صحیح و مثبت» یاد می‌شود، به آن توجه داشته باشید.

ابتدا اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰۰ را می‌شماریم. این اعداد حداکثر ۳ رقمی هستند. این اعداد را به صورت \overline{abc} نشان می‌دهیم، اما به a اجازه می‌دهیم صفر را نیز اختیار کند تا اعداد دو رقمی و یک رقمی را نیز بشماریم. توجه داشته باشید a ، b و c رقم هستند و حداکثر می‌توانند برابر با ۹ باشند، اما چون قرار است مجموع ارقام برابر با ۹ باشد، این شرطها خودبه‌خود برقرار است.

$$\overline{abc} \Rightarrow a + b + c = 9$$

$$\begin{aligned} & \bullet \leq a \\ & \bullet \leq b \\ & \bullet \leq c \end{aligned} \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{9+3-1}{3-1} = \binom{11}{2} = 55$$

حال به طور جداگانه اعداد از ۱۰۰۰ تا ۱۰۵۰ با شرایط مساله را پیدا می‌کنیم. اینجا دیگر حل معادله صرف نمی‌کند، زیرا درگیر اصل شمول و عدم شمول می‌شویم. این اعداد ۱۰۰۸، ۱۰۱۷، ۱۰۲۶، ۱۰۳۵، ۱۰۴۴ هستند، بنابراین:

$$\text{تعداد کل جوابها} = 55 + 5 = 60$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیرمجموعه دارد که مجموع هیچ ۳ عضو آن ۱۹ نباشد؟

۱۹۶ (۴)

۲۴۸ (۳)

۱۹۲ (۲)

۲۰۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

تنها ۲ زیرمجموعه ۳ عضوی با مجموع ۱۹ وجود دارد:

$$8 + 7 + 4 = 19$$

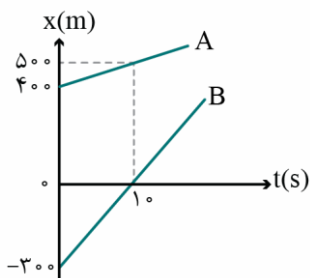
$$8 + 6 + 5 = 19$$

زیرمجموعه‌های شامل ۸، ۷، ۴ را با A و زیرمجموعه‌های شامل ۵، ۶، ۸ را با B نشان می‌دهیم. پس هدف ما یافتن $|A' \cap B'|$ است.

$$|A' \cap B'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 2^8 - (2^{8-3} + 2^{8-3} - 2^{8-5}) = 256 - (32 + 32 - 8) = 256 - 56 = 200$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- نمودار مکان-زمان دو خودرو که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در کدام یک از لحظات زیر بر حسب ثانیه، فاصله دو متحرک از یکدیگر به ۶۰۰ متر می‌رسد؟



- ۱۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۶۵ (۳)
- ۷۵ (۴)

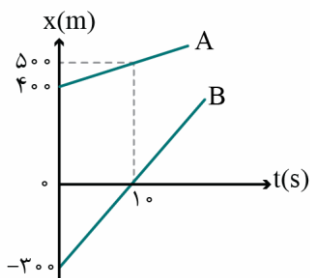
(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

معادله مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم:



$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{500 - 400}{10} = 10 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \rightarrow x_A = 10t + 400$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - (-300)}{10} = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 30t - 300$$

گام آخر:

لحظاتی را که فاصله دو متحرک برابر ۶۰۰ m می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$|x_A - x_B| = 600 \Rightarrow |10t + 400 - (30t - 300)| = 600$$

$$\Rightarrow |-20t + 700| = 600 \Rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow t_1 = 5s \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow t_2 = 65s \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- متحرکی بر روی خط راست با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در ثانیه اول حرکتش، به اندازه ۴ متر جابه‌جا می‌شود. مسافت طی شده توسط این متحرک در سه ثانیه چهارم حرکتش چند متر است؟

۶۴۰ (۴)

۵۰۴ (۳)

۳۲۰ (۲)

۲۵۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

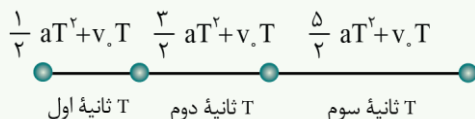
پاسخ: گزینه ۱

نکته:

۱- در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیه nام، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x = (n - 0 / 5) a T^2 + v \cdot T$$

۲- طبق رابطه بالا، در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در T ثانیه‌های متوالی، یک دنباله حسابی با قدر نسبت aT^2 تشکیل می‌دهد.



با توجه به رابطه $\Delta x_n = (n - 0 / 5) a T^2 + v \cdot T$ می‌توان نوشت:

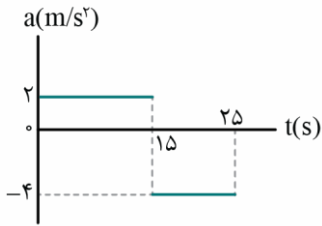
$$\text{جابه‌جایی در ثانیه اول} \Rightarrow 4 = (1 - 0 / 5) a \times 1^2 + 0 \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{جابه‌جایی در ۳ ثانیه چهارم} \Rightarrow \Delta x = (4 - 0 / 5) \times 8 \times 3^2 + 0 = 252m$$

دقت کنید که چون جهت حرکت تغییر نمی‌کند، مسافت طی شده نیز برابر ۲۵۲m است.

گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار شتاب-زمان متحرکی که با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ۲۵ ثانیه اول حرکت، این متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد و تندی متوسط متحرک در این بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟



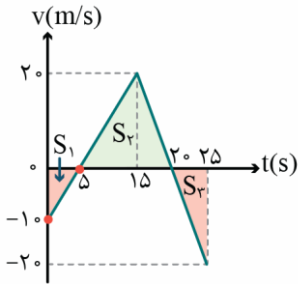
- (۱) ۹، ۱
- (۲) ۹، ۲
- (۳) ۷، ۱
- (۴) ۷، ۲

(متوسط - نموداری - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

ابتدا نمودار سرعت-زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار، این متحرک ۲ بار در لحظات $t = 5s$ و $t = 20s$ تغییر جهت می‌دهد. برای محاسبه تندی متوسط می‌توان نوشت:



$$l = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\Rightarrow l = \frac{5 \times 10}{2} + \frac{20 \times 15}{2} + \frac{20 \times 5}{2} = 225 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{225}{25} = 9 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و تندی‌اش هنگام برخورد با سطح زمین v است. در چه ارتفاعی از سطح زمین تندی گلوله $\frac{1}{9}v$ است؟

(۴) $\frac{1}{9}h$

(۳) $\frac{1}{9}h$

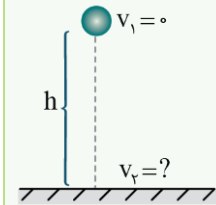
(۲) $\frac{10}{81}h$

(۱) $\frac{1}{81}h$

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:



هنگامی که در شرایط خلأ، جسمی از ارتفاع h رها می‌شود، تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر $v = \sqrt{2gh}$ است.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

پاسخ تشریحی

با استفاده از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ سرعت را برای دو لحظه برخورد با زمین و ارتفاع موردنظر نوشته و از تناسب استفاده می‌کنیم:

$$v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{1}{9}v = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{81}$$

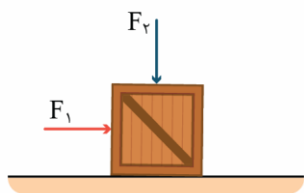
$$\Rightarrow h' = \frac{1}{81}h$$

فاصله از سطح زمین برابر است با:

$$h - \frac{1}{81}h = \frac{80}{81}h$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- جسمی به جرم ۲ kg بر روی سطح افقی در حال سکون قرار داشته و از لحظه $t=0$ به بعد، نیروهای F_1 و F_2 به جسم وارد می‌شوند. نیروی F_2 چند نیوتون باشد تا جسم در ۳ ثانیه دوم حرکتش، ۴۰/۵ متر جابه‌جا شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\mu_k = 0/3$)



- ۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

(سخت - محاسباتی / ترکیبی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

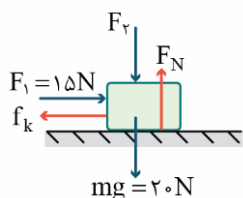
نکته:

کمیت شتاب پل ارتباطی بین حرکت‌شناسی و دینامیک است، زیرا هم در روابط فصل حرکت و هم در قانون دوم نیوتون از شتاب استفاده می‌کنیم.

پاسخ شریقی:

گام اول:

ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x_n = (n - 0/5)aT^2 + v.T$$

$$\Rightarrow 40/5 = (2 - 0/5)a \times 9 \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم:

نیروی اصطکاک برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 15 - f_k = 2 \times 3 \Rightarrow f_k = 9N$$

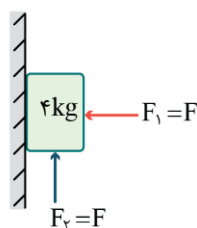
گام آخر:

نیروی $F_N = F_2 + mg$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 9 = 0/3 \times (F_2 + 20) \Rightarrow F_2 = 10N$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت به سمت بالا قرار دارد. اگر هر دو نیروی F_1 و F_2 ، ۲۵ درصد کاهش یابد، بزرگی نیروی وارد شده از طرف جسم بر سطح، چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\mu_s = 0/5$, $\mu_k = 0/2$)



سطح، چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\mu_s = 0/5$, $\mu_k = 0/2$)

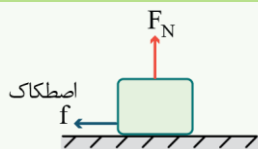
- $\sqrt{2}$ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)
- ۱ (۳)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

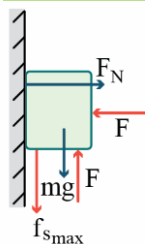
نکته:

برایند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح برابر نیروی سطح (R) است.



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

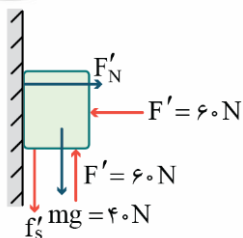
حالت اول: در این حالت جسم در آستانه حرکت به سمت بالا قرار دارد، بنابراین اصطکاک به سمت پایین است و می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow F_N = F \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow f_{smax} + mg = F \\ \frac{F_N = F}{\mu_s F + mg = F} \\ \Rightarrow 0/5F + 40 = F \Rightarrow F = 80N \end{cases}$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{smax}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5}N$$

حالت دوم: حال ابتدا باید چک کنیم که اگر نیروی F را ۲۵ درصد کاهش دهیم ($F' = 60\text{N}$)، آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F'_N = F' = 60\text{N}$$

$$f'_{s\max} = \mu_s F'_N = 0.5 \times 60 = 30\text{N}$$

در این حالت نیز جسم ساکن می‌ماند، چون کافی است $f'_s = 20\text{N}$ و به سمت پایین باشد که امکان‌پذیر است ($f'_s \leq f'_{s\max}$).

$$R' = \sqrt{F'^2_N + f'^2_s} = \sqrt{60^2 + 20^2} = 20\sqrt{10}\text{N}$$

$$\Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- جرم جسمی 180kg است. اگر شتاب گرانش در سطح زمین $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و شعاع متوسط کره زمین 6400km باشد، وزن این جسم در فاصله 3200 کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟

۴۰۰ (۴)

۴۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۸۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



گام اول:

محاسبه شتاب گرانش در فاصله 3200 کیلومتری از سطح زمین:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_2}{10} = \left(\frac{6400}{6400+3200}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 6400}{6400+3200}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_2}{10} = \frac{4}{9} \Rightarrow g_2 = \frac{40}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

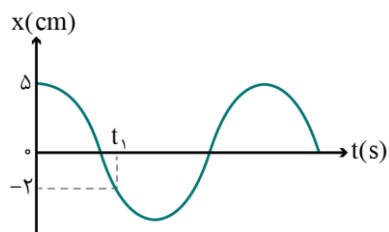
گام آخر:

محاسبه وزن جسم در فاصله 3200km از سطح زمین:

$$W_2 = mg_2 = 180 \times \frac{40}{9} = 800\text{N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- نمودار مکان-زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر است. اگر حداقل 30 میلی‌ثانیه پس از لحظه t_1 ، نوسانگر از مکان $x = +2\text{cm}$ عبور کند، بیشینه تندی حرکت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi \approx 3$)



۲/۵ (۱)

۵ (۲)

۱۰ (۳)

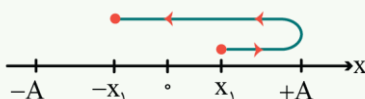
۲۰ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

در حرکت هماهنگ ساده، حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان x_1 به نقطه بازگشت رفته و سپس به مکان $-x_1$ بازگردد برابر نصف دوره تناوب است.



پاسخ تشریحی
گام اول:

با توجه به شکل زیر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x = -2\text{cm}$ به مکان $x = -5\text{cm}$ رفته و سپس به مکان $x = +2\text{cm}$ برود، برابر $\frac{T}{4}$ است.

$$\frac{T}{4} = 30 \times 10^{-3} \Rightarrow T = 6 \times 10^{-2} \text{ s}$$

گام آخر:

بیشینه تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{\max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} = \frac{5}{100} \times \frac{2 \times 3}{6 \times 10^{-2}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- بسامد اصلی یک تار ویولن به طول 20cm برابر 500Hz است. اگر این تار در مد سوم خود به نوسان دربیاید، طول موج امواج صوتی گسیل‌شده توسط تار، چند سانتی‌متر است؟ (سرعت صوت در هوا $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

۳۳ (۴)

۴۰ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی
گام اول:

بسامد مد سوم برابر است با:

$$f_3 = 3f_1 = 3 \times 500 = 1500 \text{ Hz}$$

گام آخر:

طول موج صوت در هوا برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{1500} = \frac{11}{50} = 0.22 \text{ m} = 22 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- یک دستگاه لرزه‌نگار از یک زمین‌لرزه دو موج طولی و عرضی به فاصله زمانی 50 ثانیه ثبت می‌کند. اگر سرعت انتشار این دو موج به ترتیب $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ و $4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ باشد، زلزله در چند کیلومتری از محل لرزه‌نگار رخ داده است؟

۶۰۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۱۶۰۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

اگر دو موج با تندی‌های v_1 و $v_2 > v_1$ ، مسافت یکسان L را طی کنند، اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{L}{v_1} \\ t_2 = \frac{L}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = \frac{L(v_2 - v_1)}{v_1 v_2}$$

از رابطه فوق در حالت‌های زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

- ۱- اختلاف زمانی امواج اولیه و ثانویه زلزله
- ۲- اختلاف زمانی امواج عرضی و طولی دریافت‌شده توسط عقرب ماسه‌ای
- ۳- اختلاف زمانی رسیدن صوت به انتهای یک لوله از درون هوا و فلز آن

پاسخ تشریحی

اگر مدت زمان لازم برای انتشار موج طولی را برابر t_1 در نظر بگیریم، برای موج عرضی برابر $t_1 + 50s$ خواهد بود. حال با توجه به یکسان بودن مسافت طی شده توسط آن‌ها، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{موج طولی: } \Delta x = \lambda t_1 \\ \text{موج عرضی: } \Delta x = \frac{4}{\lambda}(t_1 + 50) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda t_1 = \frac{4}{\lambda}(t_1 + 50) \Rightarrow \lambda t_1 = \frac{4}{\lambda}t_1 + 240$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}t_1 = 240 \Rightarrow t_1 = 75s$$

حال می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \Delta x = \lambda \times 75 = 600 \text{ km}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- در شکل زیر، یک آمبولانس ساکن، آژیری با بسامد f_s و طول موج λ_s تولید می‌کند و تندی و جهت حرکت چهار شنونده A، B، C و D مشخص شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر در رابطه با طول موج و بسامد احساسی توسط شنونده‌ها درست است؟



$$f_A > f_s, \lambda_A = \lambda_s \quad (1)$$

$$f_B > f_s, \lambda_B < \lambda_s \quad (2)$$

$$f_C > f_s, \lambda_C = \lambda_s \quad (3)$$

$$f_D > f_s, \lambda_D < \lambda_s \quad (4)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

طول موج صوت فقط به حرکت چشمه صوت بستگی دارد. اگر چشمه صوت ساکن باشد، همه شنونده‌های اطراف آن، طول موج برابری را می‌شنوند.

پاسخ تشریحی

گام اول:

چون منبع، ساکن است، طول موج در جلو و عقب منبع یکسان است.

$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda_D = \lambda_s$$

گام آخر:

به‌طور کلی اگر شنونده و چشمه صوت به یکدیگر نزدیک شوند، بسامد موج دریافتی توسط شنونده، بیش‌تر از f_s است و اگر شنونده و چشمه صوت از یکدیگر دور شوند، بسامد دریافتی توسط شنونده، کم‌تر از f_s است. در ادامه با توجه به اندازه و جهت سرعت متحرک‌ها داریم:

$$f_A > f_s \Rightarrow \text{شنونده A و چشمه صوت به هم نزدیک می‌شوند.}$$

$$f_B < f_s \Rightarrow \text{شنونده B و چشمه صوت از هم دور می‌شوند.}$$

$$f_C = f_s \Rightarrow \text{فاصله شنونده C تا چشمه صوت ثابت است.}$$

$$f_D < f_s \Rightarrow \text{شنونده D و چشمه صوت از هم دور می‌شوند.}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- انرژی فوتونی در خلأ برابر $2eV$ و طول موج آن در مایعی $\frac{9}{4} \mu m$ است. ضریب شکست آن مایع چقدر است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s$, $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

طول موج نور با ضریب شکست محیط رابطه عکس دارد.

$$\begin{cases} \lambda = \frac{v}{f} \\ v = \frac{c}{n} \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{nf} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه طول موج در خلأ:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 2 \times 10^{-7} \text{ m} = 0.2 \mu\text{m}$$

گام دوم:

محاسبه ضریب شکست مایع:

$$n_{\text{مایع}} = \frac{\lambda_{\text{خلأ}}}{\lambda_{\text{مایع}}} \Rightarrow n_{\text{مایع}} = \frac{1.0}{0.2} = 5$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- آزمایش فوتوالکتریک را با نوری با طول موج معین انجام داده‌ایم و فوتوالکتردهایی گسیل شده است. اگر با ثابت ماندن بسامد، شدت پرتو را افزایش دهیم، به ترتیب از راست به چپ، تعداد فوتوالکتردها و انرژی جنبشی آنها چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش، افزایش (۲) ثابت، افزایش (۳) افزایش، ثابت (۴) ثابت، ثابت

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۵)

نکته:

فرض کنیم با تاباندن نوری به یک فلز، فوتوالکتریک رخ داده است.

۱- اگر بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها، بسامد موج (f) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکتردها افزایش می‌یابد.

۲- اگر بدون تغییر در بسامد نور (f)، تعداد فوتون‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد کنیم، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکتردها تغییر نمی‌کند ولی تعداد الکترون‌های جدا شده از فلز افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:

با توجه به صورت سؤال، تعداد فوتون‌های تابشی افزایش یافته است؛ بنابراین تعداد فوتوالکتردها افزایش یافته ولی انرژی جنبشی آنها ثابت می‌ماند، زیرا بسامد نور تغییر نکرده و انرژی فوتون‌ها با ثابت ماندن بسامد، ثابت مانده است ($K = hf - W$).

گروه آموزشی ماز

۵۴- یک لامپ ۱۰۰ واتنی از فاصله یک کیلومتری دیده می‌شود. اگر بازده لامپ ۱۶ درصد و بسامد نور لامپ 10^{15} Hz باشد، در هر ثانیه چه تعداد فوتون از این لامپ وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصله قرار دارد؟

(قطر مردمک را ۲mm در نظر بگیرید و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) 125×10^5 (۲) 25×10^6 (۳) 125×10^6 (۴) 25×10^5

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

ابتدا با توجه به بازده لامپ، مقدار انرژی نوری ایجاد شده را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{P_{\text{نوری}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow 0.16 = \frac{P_{\text{نوری}}}{100} \Rightarrow P_{\text{نوری}} = 16 \text{ W}$$

به عبارت دیگر لامپ ۱۶W توان مرئی تولید می‌کند.

گام دوم:

انرژی که توسط لامپ در مدت ۱ ثانیه منتشر می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{E_t}{t} \Rightarrow 16 = \frac{E_t}{1} \Rightarrow E_t = 16 \text{ J}$$

گام سوم:

در فاصله یک کیلومتری از لامپ این انرژی بر سطح کره‌ای به شعاع یک کیلومتر تقسیم می‌شود. در ادامه با یک تناسب ساده قسمتی از این انرژی را که به مردمک چشمان شخص می‌رسد، به دست می‌آوریم (برای کوتاه‌تر شدن، اندیس t را نگذاشته‌ایم):

$$\frac{E_{\text{مردمک}}}{E_{\text{کل}}} = \frac{A_{\text{مردمک}}}{A_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{E_{\text{مردمک}}}{16} = \frac{2\pi r^2}{4\pi R^2}$$

دقت کنید که چون انرژی رسیده به هر دو چشم را می‌خواهیم مردمک A دو برابر سطح مقطع مردمک هر چشم است و A مساحت کره‌ای به شعاع 1 km می‌باشد.

$$\frac{E_{\text{مردمک}}}{16} = \frac{2 \times \pi (10^{-3})^2}{4 \times \pi (10^3)^2} \Rightarrow E_{\text{مردمک}} = 8 \times 10^{-12} \text{ J}$$

گام آخر:

در ادامه تعداد فوتون‌های مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{E_{\text{مردمک}}}{hf} = \frac{8 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} \times 10^{15}} = 125 \times 10^5$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- در رابطه با ساختار هسته، چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف: اگر عدد جرمی برای دو هسته یکسان نباشد، آن دو هسته ایزوتوپ یکدیگر هستند.
 ب: نیروی قوی هسته‌ای، نیروی جاذبه‌ای است که هر نوکلئون به تمامی نوکلئون‌های داخل هسته وارد می‌کند.
 پ: اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون در هسته، بسیار بیش‌تر از اختلاف انرژی ترازهای الکترون در اتم است.
 ت: انرژی بستگی هسته، مقدار انرژی است که برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته پایدار به پروتون‌ها و نوترون‌های سازنده‌اش نیاز است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

نیروی قوی هسته‌ای، نیروی جاذبه‌ای است که هر نوکلئون به نوکلئون‌های مجاور خود در داخل هسته وارد می‌کند.

پاسخ تشریحی:

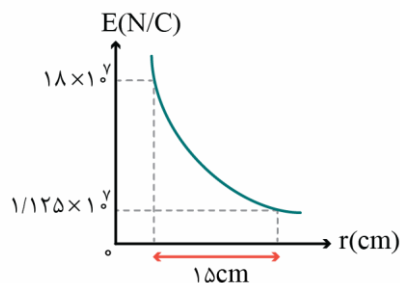
عبارتهای (پ) و (ت) صحیح هستند. (۷)

بررسی سایر موارد:

الف: اگر عدد جرمی دو هسته یکسان نباشد، آن دو هسته ایزوتوپ یکدیگر نیستند، زیرا ممکن است هم عدد اتمی و هم عدد نوترونی دو هسته متفاوت باشد.
 ب: نیروی قوی هسته‌ای، نیروی جاذبه‌ای است که هر نوکلئون به نوکلئون‌های مجاور خود در هسته وارد می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۵۶- نمودار تغییرات میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q بر حسب فاصله از آن، مطابق شکل است. اندازه میدان الکتریکی حاصل از این بار در فاصله 10 سانتی‌متری از آن چند نیوتون بر کولن است؟



۹ × ۱۰^۷ (۱)

۴/۵ × ۱۰^۷ (۲)

۲/۲۵ × ۱۰^۷ (۳)

۴ × ۱۰^۷ (۴)

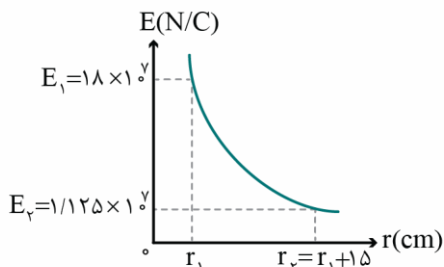
(متوسط - نموداری - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

گام اول:

با مقایسه میدان در دو حالت نشان داده شده، می‌توان نوشت:



$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{1/125 \times 10^7}{18 \times 10^7} = \left(\frac{r_1}{r_1 + 15}\right)^2$$

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{r_1}{r_1 + 15}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{r_1}{r_1 + 15}$$

$$\Rightarrow 4r_1 = r_1 + 15 \Rightarrow 3r_1 = 15 \Rightarrow r_1 = 5 \text{ cm}$$

گام دوم:

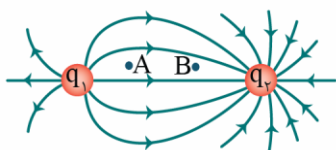
با مقایسه میدان در فاصله $r_2 = 10 \text{ cm}$ و $r_1 = 5 \text{ cm}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{18 \times 10^7} = \left(\frac{5}{10}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow E_2 = 4/5 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را در اطراف دو بار الکتریکی نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد آن نادرست است؟



(۱) بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است.

(۲) اندازه بار q_2 بزرگ‌تر از بار q_1 است.

(۳) اندازه میدان الکتریکی در نقطه B، بیش‌تر از اندازه آن در نقطه A است.

(۴) اگر از نقطه A تا B حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری افزایش می‌یابد.

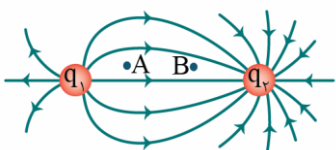
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

بررسی گزینه‌ها:

۱) مطابق شکل، خطوط میدان از بار q_1 خارج شده و به بار q_2 وارد شده‌اند، بنابراین بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. (✓)



۲) مطابق شکل، تراکم خطوط در نزدیکی بار q_2 بیش‌تر از q_1 است، بنابراین اندازه بار q_2 بزرگ‌تر از q_1 است. (✓)

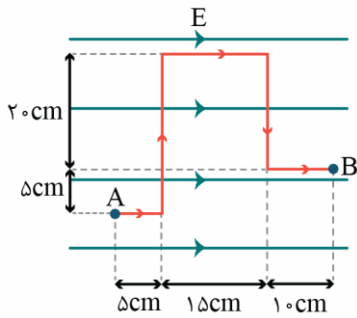
۳) تراکم خطوط در نزدیکی نقطه B، بیش‌تر از نقطه A است، بنابراین بزرگی میدان در نقطه B، بیش‌تر از نقطه A است. (✓)

۴) با حرکت از نقطه A تا B، چون در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری **کاهش** می‌یابد. (✗)

گروه آموزشی ماز

۵۸- در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^5 \frac{N}{C}$ ، بار نقطه‌ای $q = -5 \mu C$ از طریق مسیر نشان داده شده از نقطه A به نقطه B منتقل شده است.

در این انتقال، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار چند ژول تغییر می‌کند؟



- (۱) $+0.15$
- (۲) -0.15
- (۳) $+0.10$
- (۴) -0.10

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، فقط حرکت در راستای میدان دارای اهمیت است، زیرا در حرکت عمود بر خطوط میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند.

پاسخ تشریحی:

چون بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. مقدار افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی آن برابر است با:

$$\Delta U = +Eqd = +10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.3 = +0.15 J$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- قطعه سیم مورد استفاده در یک وسیله برقی، دارای مقاومت ویژه $11 \times 10^{-4} \Omega \cdot m$ ، طول یک متر و سطح مقطع 0.25 cm^2 است. اگر از این وسیله در هر روز، ۵ ساعت جریان ۱۰ آمپر عبور کند و بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینه یک ماه (۳۰ روز) مصرف این وسیله چند تومان است؟

- (۱) ۳۳۰۰۰
- (۲) ۳۳۰۰۰۰۰
- (۳) ۶۶۰
- (۴) ۶۶۰۰۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه مقاومت:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 11 \times 10^{-4} \times \frac{1}{0.25 \times 10^{-4}} = 44 \Omega$$

گام دوم:

انرژی مصرفی در یک ماه برحسب کیلووات ساعت:

$$P = RI^2 = 44 \times 10^2 = 4.4 \times 10^3 \text{ W} = 4.4 \text{ kW}$$

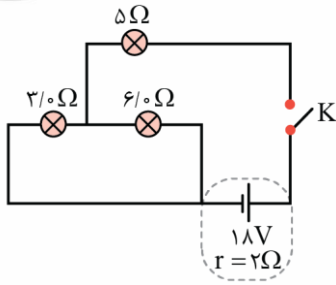
$$U = Pt = 4.4 \times 5 \times 30 = 660 \text{ kWh}$$

گام آخر:

محاسبه هزینه مصرفی:

$$\text{هزینه مصرفی یک ماه} = 660 \times 50 = 33000$$

گروه آموزشی ماز



۶۰- در مدار شکل زیر، با بستن کلید، ولتاژ دو سر باتری چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{8}{9}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{7}{9}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

در هر دو حالت ولتاژ دو سر باتری را به دست می‌آوریم.

حالت اول: (باز بودن کلید):

در این حالت جریان صفر بوده و ولتاژ دو سر باتری برابر $V_1 = \varepsilon = 18V$ است.

حالت دوم: با بستن کلید، مقاومت‌های 3Ω و 6Ω موازی شده و مقاومت معادل مدار برابر $2 + 5 = 7\Omega$ می‌شود (چرا؟) بنابراین می‌توان نوشت:

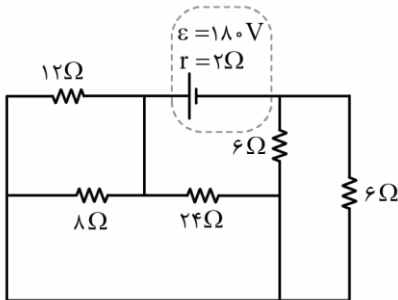
$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{18}{7 + 2} = 2A$$

$$\text{ولتاژ دو سر باتری: } V_2 = \varepsilon - rI = 18 - 2 \times 2 = 14V$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومت ۸ اهمی چند وات است؟



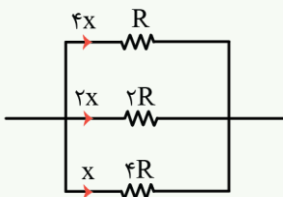
- (۱) ۴۰۰
(۲) ۴۰
(۳) ۸۰۰
(۴) ۸۰

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

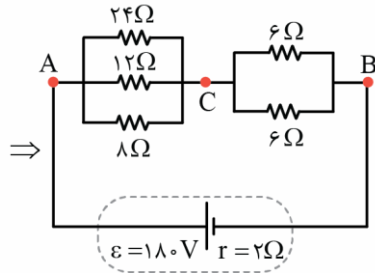
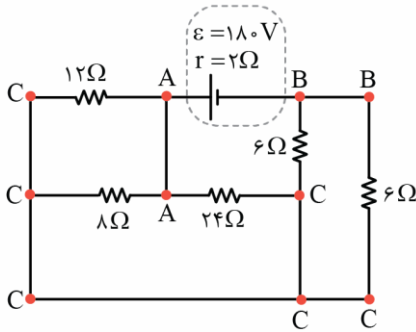
پاسخ: گزینه ۳

نکته:

جریان گذرنده از مقاومت‌های موازی با مقاومت آن‌ها رابطه عکس دارد.



با نام گذاری نقاط، شکل به صورت زیر ساده می‌شود؛ بنابراین می‌توان نوشت:

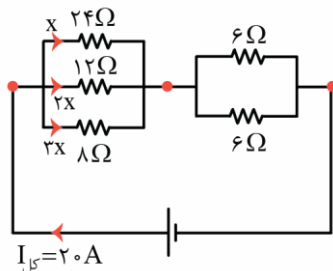


$$R_T = 4 + 3 = 7 \Omega$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{18.0}{7 + 2} = 2.0 \text{ A}$$

گام آخر:

حال با پخش جریان در مقاومت‌ها، جریان مقاومت ۸ اهمی و سپس توان مصرفی آن را به دست می‌آوریم:



$$x + 2x + 3x = I_{\text{کل}}$$

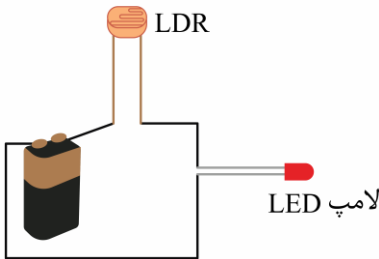
$$\Rightarrow 6x = 2.0 \Rightarrow x = \frac{1.0}{3} \text{ A}$$

بنابراین جریان مقاومت ۸ اهمی برابر $3 \times \frac{1.0}{3} = 1.0 \text{ A}$ است. پس داریم:

$$P_{8\Omega} = RI^2 = 8 \times 1.0^2 = 8.0 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- شکل زیر، یک مدار ساده متشکل از یک LDR، یک باتری و یک LED را نشان می‌دهد. برای پرنورتر شدن LED باید نور محیط را داد. از کاربردهای LDR می‌توان به اشاره کرد.



- (۱) افزایش - دزدگیرها
- (۲) افزایش - یکسوکننده‌ها
- (۳) کاهش - دزدگیرها
- (۴) کاهش - یکسوکننده‌ها

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با افزایش نور محیط، مقاومت LDR کم می‌شود و لامپ LED پرنورتر می‌شود. از کاربردهای LDR می‌توان به چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها اشاره کرد.

گروه آموزشی ماز

۶۳- بزرگی میدان مغناطیسی دور سر انسان حدود $3 \times 10^{-8} \text{ G}$ اندازه‌گیری شده است. با در نظر گرفتن این جریان‌ها به صورت تک حلقه‌ای دایره‌ای به قطر

۱۶ cm (پهنای یک سر نوعی)، جریان الکتریکی لازم برای تولید این میدان مغناطیسی چند میکروآمپر است؟ $(\mu_0 \approx 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

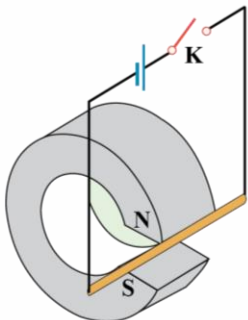
برای محاسبه جریان حلقه می‌توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 3 \times 10^{-4} \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times I \times I}{0.16}$$

$$\Rightarrow I = 4 \times 10^{-7} \text{ A} = 0.4 \mu\text{A}$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- مطابق شکل، یک میله رسانا به پایانه‌های یک باتری وصل شده و 50 cm از آن در فضای بین قطب‌های یک آهنربای C شکل با میدان مغناطیسی یکنواخت 40 گاوس قرار دارد. اگر با بستن کلید، جریان 2 A از سیم عبور کند، نیروی مغناطیسی وارد بر میله چند میلی‌نیوتون بوده و این میله به کدام سمت منحرف می‌شود؟



(۱) 4×10^{-3} ، راست

(۲) 4×10^{-3} ، چپ

(۳) 4 ، راست

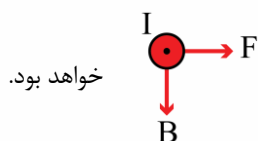
(۴) 4 ، چپ

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:



با توجه به جریان و به کمک قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر میله به سمت

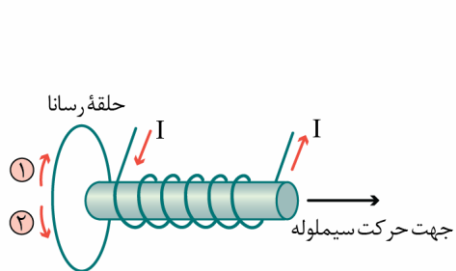
گام دوم:

محاسبه نیروی مغناطیسی:

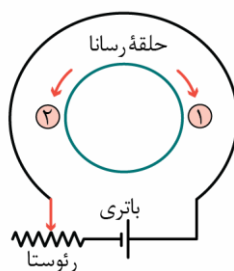
$$F = BIL \sin \alpha = 40 \times 10^{-4} \times 2 \times 0.5 = 4 \times 10^{-3} \text{ N} = 4 \text{ mN}$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در شکل (۱)، سیم‌لوله حامل جریان از حلقه دور می‌شود و در شکل (۲) لغزنده رئوستا در حال حرکت به سمت چپ است. جهت جریان القایی در حلقه‌ها در هر یک از شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



شکل (۱)



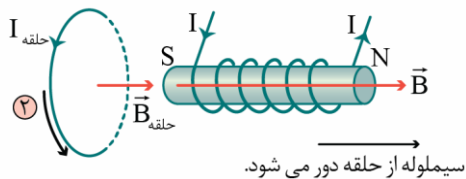
شکل (۲)

(۱) ۱، ۱

(۲) ۲، ۱

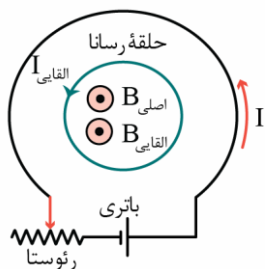
(۳) ۱، ۲

(۴) ۲، ۲



شکل (۱): شکل زیر جهت میدان مغناطیسی و قطب‌های سیملوله را نشان می‌دهد.

مطابق شکل فوق، با دور شدن سیملوله از حلقه، شار مغناطیسی که از حلقه عبور می‌کند کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، حلقه میدانی هم‌جهت با میدان سیملوله ایجاد می‌کند. برای آن که میدان حلقه به سمت راست باشد، طبق قاعده دست راست، جریان گذرنده از حلقه باید در جهت (۲) باشد. همچنین دقت کنید که میدان مغناطیسی داخل سیملوله از قطب S به سمت قطب N است، بنابراین سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



شکل (۲): در گام اول باید دقت شود که با جابه‌جایی لغزنده رنوستا به سمت چپ، مقاومت آن افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت رنوستا، جریان گذرنده از حلقه بزرگ کاهش می‌یابد. در ادامه می‌توان گفت که با کاهش I، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه بزرگ نیز کم می‌شود.

با کاهش I، B اصلی نیز کاهش می‌یابد. $B_{\text{اصلی}} \propto I$

حال با کاهش B اصلی، B (میدان مغناطیسی ناشی از حلقه بزرگ‌تر)، شار گذرنده از حلقه کوچک نیز کاهش می‌یابد. مطابق قانون لنز، میدان ناشی از جریان القایی باید میدان اصلی را تقویت کند تا مانع از کاهش آن شود، بنابراین این میدان القایی باید برون‌سو باشد (زیرا میدان اصلی، برون‌سو و در حال کاهش است).

با توجه به برون‌سو بودن میدان القایی، جریان القایی در حلقه کوچک طبق قاعده دست راست، باید در خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت، یعنی در جهت (۲) خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۶- سطح حلقه‌های پیچ‌های که دارای ۱۰۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که اندازه آن 0.04 T و جهت آن از راست به چپ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت 0.01 s تغییر می‌کند و به 0.08 T در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر سطح هر حلقه پیچ 50 cm^2 باشد و مقاومت کل پیچ ۱۵ اهم باشد، اندازه جریان القایی در پیچ چند آمپر است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

$\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

محاسبه نیروی محرکه القایی:

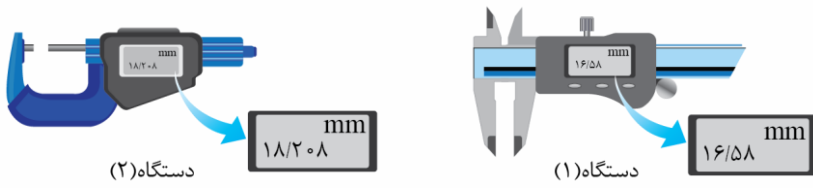
$$\varepsilon_{\text{av}} = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -NA \cos\theta \frac{\Delta B}{\Delta t} = -1000 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{-0.08 - 0.04}{0.01} \Rightarrow \varepsilon_{\text{av}} = 60\text{ V}$$

محاسبه جریان القایی:

$$I_{\text{av}} = \frac{\varepsilon_{\text{av}}}{R} = \frac{60}{15} = 4\text{ A}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- توسط هریک از دستگاه‌های دیجیتال زیر، طول اجسام را می‌توان اندازه‌گیری کرد. دقت اندازه‌گیری دستگاه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ، هر کدام چند متر است؟



- (۱) 10^{-6} ، 10^{-5}
- (۲) 10^{-3} ، 10^{-2}
- (۳) 10^{-5} ، 10^{-6}
- (۴) 10^{-2} ، 10^{-3}

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، کوچک‌ترین مرتبه عدد نشان داده شده است؛ بنابراین داریم:

$$(۱) \text{ دقت دستگاه} = 0.01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}$$

$$(۲) \text{ دقت دستگاه} = 0.001 \text{ mm} = 10^{-6} \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- در یک ظرف استوانه‌ای بلند به سطح مقطع 20 cm^2 تا ارتفاع 10 cm از یک مایع به چگالی 1250 گرم بر لیتر قرار دارد. چند سانتی‌متر مکعب از مایع دیگری به چگالی 800 گرم بر لیتر به مایع داخل لوله اضافه کنیم تا فشار کل در ته لوله ۲ درصد افزایش یابد؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 75 \text{ cmHg})$$

۲۵۶۲/۵ (۴)

۵۱۲/۵ (۳)

۲۵۶/۲۵ (۲)

۵۱/۲۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

فشار هوا بر حسب پاسکال برابر است با:

$$P_0 = 1250 \times 10 \times \frac{75}{100} = 101250 \text{ Pa}$$

گام دوم:

فشار کل در حالت اول برابر است با:

$$P_1 = P_0 + \rho_1 gh = 101250 + 1250 \times 10 \times \frac{1}{10} = 102500 \text{ Pa}$$

گام سوم:

طبق صورت سؤال، با اضافه کردن مایع (۲)، فشار در کف ظرف به اندازه ۲ درصد افزایش یافته است؛ بنابراین فشار ناشی از مایع (۲) برابر $0.02P_1$ است، حال می‌توان نوشت:

$$P_2 \text{ مایع} = 0.02P_1 \Rightarrow \rho_2 gh_2 = 0.02P_1$$

$$\Rightarrow 800 \times 10 \times h_2 = 0.02 \times 102500$$

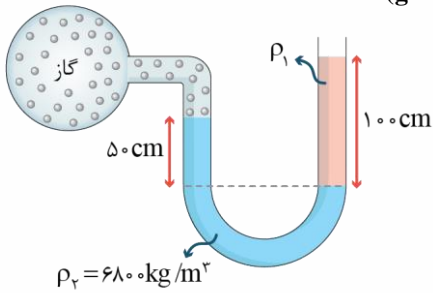
$$\Rightarrow h_2 = 256/25 \times 10^{-3} \text{ m} = 25/625 \text{ cm}$$

بنابراین حجم مایع اضافه شده برابر است با:

$$V_2 = Ah_2 = 20 \times 25/625 = 512/625 \text{ cm}^3$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز برابر 25 kPa است. چگالی مایع ρ_1 ، چند گرم بر لیتر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) ۴۰۰
- (۲) ۹۰۰
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۳۶۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

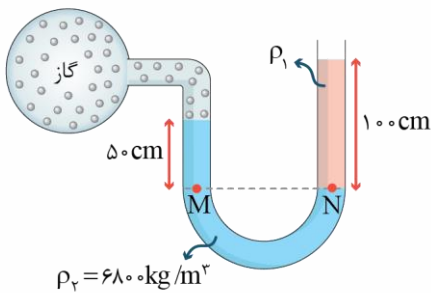
پاسخ: گزینه ۲

نکته:

فشار پیمانه‌ای می‌تواند مثبت یا منفی باشد.
 ۱- اگر فشار پیمانه‌ای گازی مثبت باشد، یعنی فشار آن گاز از فشار هوای محیط بیشتر است.
 ۲- اگر فشار پیمانه‌ای گازی منفی باشد، یعنی فشار آن گاز از فشار هوای محیط کمتر است.

پاسخ سریعی:

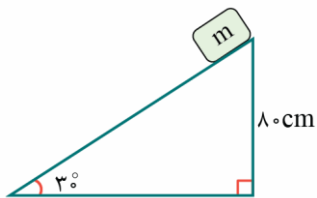
با برابر قرار دادن فشار در نقاط M و N می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned}
 P_M &= P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_2 = P_1 + P_1 \\
 &\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_1 = P_1 - P_2 \\
 &\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 \\
 &\Rightarrow -25 \times 10^3 = \rho_1 \times 10 \times 1 - 6800 \times 10 \times 0.5 \\
 &\Rightarrow \rho_1 = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 900 \frac{\text{g}}{\text{Lit}}
 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، جسمی به جرم m را از بالای سطح شیب‌دار رها می‌کنیم تا بر روی سطح شیب‌دار بلغزد و با تندی $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به پایین سطح شیب‌دار برسد. در



این جابه‌جایی، کار نیروی وزن چند برابر کار نیروی اصطکاک است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $\frac{16}{9}$
- (۲) $-\frac{16}{9}$
- (۳) $\frac{16}{7}$
- (۴) $-\frac{16}{7}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ سریعی:

گام اول:

محاسبه کار نیروی وزن:

$$W_{\text{mg}} = -mg\Delta h = -m \times 10 \times (-8/8) = 8m$$

گام آخر:

به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{کل}} &= \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \\
 \Rightarrow 8m + W_{\text{اصطکاک}} &= \frac{1}{2} m (3^2 - 0^2) \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -\frac{7}{2} m
 \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\Rightarrow \frac{W_{\text{وزن}}}{W_{\text{اصطکاک}}} = \frac{8m}{-\frac{7}{2}m} = -\frac{16}{7}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- جسمی به جرم $6/3 \times 10^4 \text{ kg}$ با تندی $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ در حال حرکت است. انرژی جنبشی این جسم معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

۹۶۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۹۶ (۲)

۴۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه انرژی جنبشی جسم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 6/3 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2 = 6/3 \times 32 \times 10^{10} \text{ J}$$

گام دوم:

انرژی حاصل از هر تن TNT برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{جرم TNT مورد نظر} = \frac{6/3 \times 32 \times 10^{10}}{4/2 \times 10^9} = 480 \text{ تن}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- در رابطه با دماسنج نشان داده شده، چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

الف: این دماسنج، دماسنج ترموکوپل است.

ب: کمیت دماسنجی در این دماسنج، ولتاژ است.

پ: کوچک بودن محل اتصال سیم‌ها، باعث می‌شود این دماسنج دما را سریع نشان دهد.

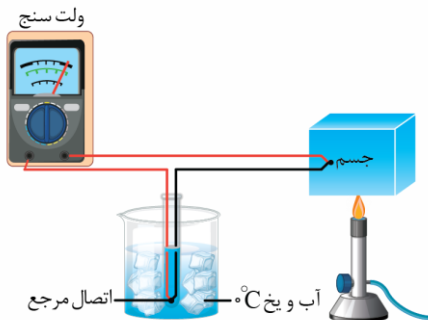
ت: در این دماسنج از سیم‌های هم‌جنس در دماهای مختلف استفاده می‌شود.

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

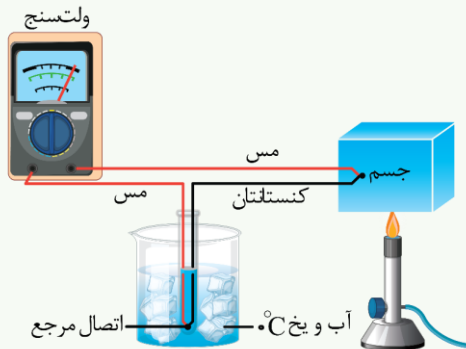


(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

در مورد ترموکوپل، بد نیست نکات زیر را به‌خاطر داشته باشید.



۱. کمیت دماسنجی آن ولتاژ الکتریکی است.

۲. سرعت اندازه‌گیری دما در آن بالا است، زیرا محل اتصال به دلیل جرم کم خیلی سریع با جسمی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به تعادل می‌رسد.

۳. هرچه اختلاف دما بیشتر باشد، ولتاژ اندازه‌گیری شده هم بیشتر خواهد بود.

۴. بسته به جنس فلزهای آن، می‌تواند از 270°C تا 1372°C را اندازه بگیرد.

۵. حتماً از دو فلز مختلف ساخته می‌شود. به‌عنوان نمونه می‌توان از مس و کنستانتان در ساختن آن استفاده کرد.

۶. در گذشته به‌عنوان دماسنج معیار در نظر گرفته می‌شد ولی امروزه آن را از فهرست دماسنج‌های معیار کنار گذاشته‌اند.

پاسخ تشریحی

دماسنج نشان داده‌شده، دماسنج ترموکوپل است و عبارات‌های (الف)، (ب) و (پ) در رابطه با آن صحیح است. دقت شود که در دماسنج ترموکوپل از سیم‌های غیرهم‌جنس استفاده می‌شود، بنابراین فقط عبارت (ت) نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۷۳- مقداری آب 50°C را بر روی 50g یخ صفر درجه سلسیوس می‌ریزیم و پس از برقراری تعادل، 520 گرم آب صفر درجه سلسیوس در ظرف ایجاد می‌شود.

جرم آب اولیه چند گرم بوده است؟ $(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

۳۲۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول:

با توجه به باقی ماندن آب صفر درجه سلسیوس در ظرف، دمای تعادل صفر است و می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ ذوب شده}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (0 - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{یخ ذوب شده}} L_F = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} \times 4200 \times (-50) + m_{\text{یخ ذوب شده}} \times (80 \times 4200) = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ ذوب شده}} = \frac{5}{8} m_{\text{آب}}$$

گام آخر:

در ادامه با توجه به این که مجموع جرم آب و یخ ذوب شده برابر 520 گرم است، داریم:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ ذوب شده}} = 520 \Rightarrow m_{\text{آب}} + \frac{5}{8} m_{\text{آب}} = 520 \Rightarrow m_{\text{آب}} = 320\text{g}$$

دقت شود که جرم یخ ذوب شده برابر $200\text{g} = 520 - 320$ است و 300g از یخ باقی می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۷۴- یک حباب هوا به حجم 20cm^3 در ته یک دریاچه به عمق 29m قرار دارد که دما در آنجا صفر درجه سلسیوس است. حباب تا سطح آب بالا می‌آید

که در آنجا دما 7°C است. در لحظه‌ای که حباب به سطح آب می‌رسد، حجم آن چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = 10^5 \text{Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

۱ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۱۶ (۲)

۰/۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

فشار در کف دریاچه و سطح آب برابر است با:

$$P_1 = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 29 = 3/9 \times 10^5 \text{Pa}$$

$$P_2 = P_0 = 10^5 \text{Pa}$$

دما در کف و سطح دریاچه برابر است با:

$$T_1 = \theta_1 + 273 = 0 + 273 = 273\text{K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 = 7 + 273 = 280\text{K}$$

حال کافی است از قانون گازها استفاده کنیم:

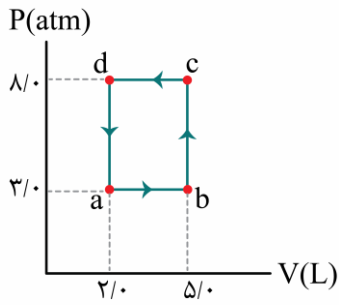
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3/9 \times 10^5 \times 0/2}{273} = \frac{10^5 V_2}{280}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{3/9 \times 0/2 \times 280}{273}$$

$$\Rightarrow V_2 = 0/8 \text{cm}^3$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- گازی چرخهٔ ترمودینامیکی فرضی نشان داده شده در شکل را می‌پیماید. گرمای دریافت شده توسط گاز در چرخه چند ژول است؟



(۱) -۱۵۰۰

(۲) ۱۵۰۰

(۳) -۱۵۰

(۴) -۱۵

(آسان - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

مساحت سطح داخل چرخه برابر مقدار کار انجام شده است. دقت کنید که چون چرخه پادساعتگرد است، محیط بر روی گاز کار انجام داده و $W > 0$ است.

$$W = S_{\text{چرخه}} = 5 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{-3} = 1500 \text{ J}$$

با توجه به این که تغییر انرژی درونی در چرخه صفر است، گرمای دریافت شده، قرینه کار است.

$$Q = -W \Rightarrow Q = -1500 \text{ J}$$

به عبارت دیگر، گاز ۱۵۰۰ J گرما از دست داده است.

گروه آموزشی ماز

۷۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- طبق قاعده آفبا، پس از زیرلایه $6s$ ، زیرلایه‌ای با ظرفیت ۱۴ الکترون شروع به پر شدن می‌کند.
- در هر تناوب، کاتیون حاصل از فلزی با بیشترین خاصیت فلزی، کوچک‌ترین چگالی بار را بین یون‌های آن دوره دارد.
- در تناوب چهارم، آخرین عنصری که در بیرونی‌ترین زیرلایه خود فقط یک الکترون دارد، از دسته فلزهای اصلی است.
- در عنصری که ۹ الکترون با $n = 3$ دارد، تفاوت تعداد الکترون‌ها در زیرلایه‌هایی با $l = 0$ و $l = 1$ ، برابر با ۲ است.

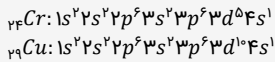
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

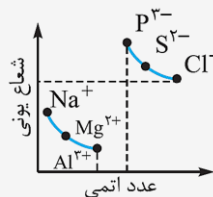
پر شدن زیرلایه‌ها تنها به عدد کوانتومی اصلی وابسته نیست، بلکه از یک قاعده کلی به نام قاعده آفبا پیروی می‌کند. قاعده آفبا ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد. مطابق این قاعده، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شوند که دارای انرژی کمتر هستند و سپس زیرلایه‌های بالاتر پر خواهند شد. براساس قاعده آفبا، هرچه انرژی یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه زودتر از الکترون پر می‌شود. هرچه یک زیرلایه $n + l$ پایین‌تری داشته باشد، انرژی آن زیرلایه کمتر است. برای مثال زیرلایه $4s$ زودتر از زیرلایه $3d$ شروع به گرفتن الکترون می‌کند. هنگامی که مقدار $n + l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه با عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تر انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می‌شود. برای مثال زیرلایه $3p$ نسبت به زیرلایه $4s$ انرژی کمتری دارد. داده‌های طیف‌سنجی نشان می‌دهند که قاعده آفبا برای برخی اتم‌ها نارسایی دارد. برای مثال عناصر کروم و مس در بیرونی‌ترین زیرلایه خود ($4s$)، تنها دارای یک الکترون هستند. آرایش الکترونی این عناصر به شرح زیر است:



بررسی موارد

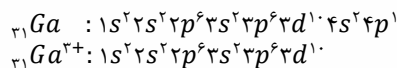
- طبق قاعده آفبا، پس از زیرلایه $6s$ زیرلایه $4f$ با ظرفیت ۱۴ الکترون شروع به پر شدن می‌کند.
- در هر دوره از چپ به راست خاصیت فلزی عناصر کاهش پیدا می‌کند؛ پس می‌توان گفت عنصری با بیش‌ترین خاصیت فلزی در گروه ۱ جدول تناوبی قرار می‌گیرد. از طرفی چگالی بار با اندازه بار یون رابطه مستقیم و با شعاع یون رابطه عکس دارد. در هر دوره از جدول تناوبی، اندازه بار فلز قلیایی گروه ۱ با هالوژن گروه ۱۷ برابر است، اما شعاع یون هالید (آنیون حاصل از عناصر گروه ۱۷) به دلیل بیشتر بودن تعداد لایه‌های الکترونی، بیشتر است؛ پس کم‌ترین چگالی بار در یون‌های یک دوره مربوط به یون هالید است.

در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی زیادتر شده و شعاع اتمی عناصر افزایش پیدا می‌کند. در یک تناوب نیز با حرکت از چپ به راست، نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های اطراف آن بیشتر شده و شعاع اتمی عناصر کاهش پیدا می‌کند. در رابطه با شعاع یونی نیز می‌دانیم که در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی موجود در یون‌ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می‌کند. از میان آنیون‌های موجود در یک دوره، با افزایش اندازه بار یون‌ها، شعاع آن‌ها بیشتر می‌شود. از میان کاتیون‌های موجود در یک دوره نیز با افزایش بار یون‌ها، شعاع آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. نمودار زیر، روند تغییر شعاع یونی در تناوب سوم را نشان می‌دهد:

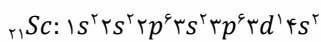


با توجه به جدول بالا، در دوره سوم جدول دوره‌ای، عناصر ${}_{13}Al$ و ${}_{15}P$ به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین شعاع یونی را دارند. عدد اتمی این دو عنصر ۲ واحد تفاوت دارند.

- در دوره چهارم، عناصر ${}_{19}K$ ، ${}_{24}Cr$ و ${}_{29}Cu$ در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود دارای ۱ الکترون هستند. گالیوم آخرین عنصر از این دوره است که در آخرین زیرلایه خود دارای ۱ الکترون است. این عنصر نوعی فلز اصلی از گروه ۱۳ جدول تناوبی بوده و در واکنش‌های شیمیایی به یون $3+$ تبدیل می‌شود، اما به آرایش گاز نجیب قبل از خود نمی‌رسد. آرایش اتم خنثی و یون پایدار گالیوم به صورت زیر است:

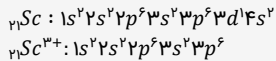


- لایه سوم الکترونی گنجایش ۱۸ الکترون را داشته و شامل زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ است. این لایه در عنصر اسکاندیم ۹ الکترون داشته و نیمه‌پر است. آرایش الکترونی اسکاندیم به صورت زیر است:



در این عنصر، در زیرلایه‌هایی با $l = 0$ و $l = 1$ به ترتیب ۸ و ۱۲ الکترون حضور دارند. تفاوت این دو مقدار، برابر با ۴ واحد است.

اسکاندیم نخستین فلز واسطه جدول تناوبی است. این فلز در خانه شماره ۲۱ جدول تناوبی جای دارد. از این فلز در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها استفاده می‌شود. این فلز جزو محدود فلزهای واسطه‌ای است که با تبدیل شدن به یون، می‌تواند به آرایش پایدار گاز نجیب قبل از خود (آرگون) برسد. آرایش الکترونی اتم خنثی و یون پایدار اسکاندیم به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۷۷- نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در ترکیب ردیف ستون اول، برابر با نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در ترکیب ردیف ستون دوم است.

ردیف	ستون دوم	ستون اول
۱	سدیم کربنات	آلومینیم سولفات
۲	اسکاندیم اکسید	منیزیم سولفات
۳	آلومینیم فسفید	پتاسیم نیترات
۴	باریم فسفات	لیتیم سولفید

- (۱) ۲ - ۳
(۲) ۴ - ۱
(۳) ۱ - ۲
(۴) ۳ - ۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۳۰۳)



در ترکیب‌های یونی، هر کاتیون با شمار معینی آنیون و هر آنیون با شمار معینی کاتیون احاطه شده است. به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکه‌ی بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند. نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در یک ترکیب یونی برابر با نسبت زیروند آنیون به زیروند کاتیون بوده و نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون برابر با نسبت زیروند کاتیون به زیروند آنیون است. برای مثال در منیزیم نیتريد با فرمول شیمیایی Mg_3N_2 نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون برابر با ۲ به ۳ و نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون برابر با ۳ به ۲ است. حال نسبت اعداد کوئوردیناسیون را در ترکیب‌های موردنظر به دست می‌آوریم:

نام ترکیب	کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون	نام ترکیب	کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون
آلومینیم سولفات $Al_2(SO_4)_3$	$\frac{3}{2}$	سدیم کربنات Na_2CO_3	$\frac{2}{1}$
منیزیم سولفات $MgSO_4$	$\frac{1}{1}$	اسکاندیم اکسید Sc_2O_3	$\frac{2}{3}$
پتاسیم نیترات KNO_3	$\frac{1}{1}$	آلومینیم فسفید AlP	$\frac{1}{1}$
لیتیم سولفید Li_2S	$\frac{1}{2}$	باریم فسفات $Ba_3(PO_4)_2$	$\frac{3}{2}$

همانطور که مشخص است نسبت‌های خواسته شده در آلومینیم سولفات و باریم فسفات برابر $\frac{3}{2}$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد یون چندانگه فسفات نادرست است؟

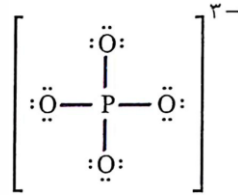
- عدد اکسایش اتم مرکزی آن مشابه عدد اکسایش نیتروژن در یون نیترات است.
- در ترکیب با یون آلومینیم، ترکیبی را ایجاد می‌کند که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر ۱ است.
- نوعی یون ناقطبی بوده و با قرار گرفتن در میدان الکتریکی، جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
- در ساختار این یون، الکترون‌های پیوندی بیشتر زمان خود را در نزدیکی اتم مرکزی سپری می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۳۰۳)



در یون فسفات (PO_4^{3-})، اتم‌های اکسیژن و فسفر به یکدیگر متصل شده‌اند. اکسیژن نسبت به فسفر در سمت راست و بالاتر جدول دوره‌ای قرار دارد، پس می‌توان گفت شعاع آن نسبت به فسفر کمتر بوده و بیشتر می‌تواند الکترون‌ها را به سمت هسته خود جذب کند. این عامل باعث می‌شود الکترون‌های پیوندی بیشتر زمان خود را در اطراف اتم‌های اکسیژن سپری کنند و به این اتم بار جزئی منفی تعلق می‌گیرد. در مقابل، به اتم فسفر که اتم مرکزی یون است، بار جزئی مثبت تعلق می‌گیرد.

ساختار لوویس این یون به صورت زیر است:



برخی یون‌ها مانند یون‌های کلرید (Cl^-)، اکسید (O^{2-})، پتاسیم (K^+) و آلومینیم (Al^{3+}) صرفاً از یک اتم تشکیل شده‌اند، درحالی‌که برخی یون‌ها مانند نیترات (NO_3^-)، فسفات (PO_4^{3-}) و آمونیوم (NH_4^+)، از اتصال چند اتم به یکدیگر تشکیل شده‌اند و بین اتم‌های تشکیل دهنده آن‌ها پیوند کووالانسی (اشتراکی) ایجاد می‌شود. به این یون‌ها، یون‌های چنداتمی گفته می‌شود. در ساختار ترکیب یونی حاصل از یون‌های چنداتمی، بین اتم‌های این یون‌ها پیوند اشتراکی و بین یون‌های مختلف پیوند یونی مشاهده می‌شود. توجه داشته باشید که برخی از یون‌های چنداتمی مانند پراکسید (O_2^{2-}) صرفاً از یک نوع عنصر تشکیل شده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مجموع عدد اکسایش اتم‌ها در یک گونه خنثی برابر با صفر و در یک گونه باردار برابر با بار یون است. ازین‌رو، عدد اکسایش اتم مرکزی در یون فسفات (فسفر) و اتم نیتروژن در یون نیترات را به دست می‌آوریم:

$$PO_4^{3-}: P + 4 \times (-2) = -3 \Rightarrow P = +5$$

$$NO_3^-: N + 3 \times (-2) = -1 \Rightarrow N = +5$$

۲) این یون در ترکیب با یون آلومینیم، ترکیب یونی آلومینیم فسفات با فرمول $AlPO_4$ را تشکیل داده که در آن نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۱ است.

۳) اتم‌های اطراف اتم مرکزی در یون فسفات، یکسان بوده و اتم مرکزی نیز فاقد الکترون ناپیوندی است؛ پس می‌توان گفت این گونه ناقصی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- نسبت ۰/۲ از کل جرم ترکیب X_2SiO_4 را شبه فلز تشکیل می‌دهد. جرم مولی عنصر X برابر با چند گرم بر مول بوده و اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون پایدار حاصل از این عنصر برابر ۲ باشد، عنصر X در کدام دوره از جدول تناوبی قرار دارد؟ (عدد جرمی هر عنصر، برابر با جرم مولی آن عنصر است. $g \cdot mol^{-1}$: $Si = 28, O = 16$)

۱) ۴۸ - ۴ ۲) ۴۸ - ۳ ۳) ۲۴ - ۲ ۴) ۲۴ - ۳

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا با توجه به نسبت جرم شبه‌فلز (Si) به جرم کل ترکیب یونی، جرم مولی X را پیدا می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\frac{\text{جرم شبه‌فلز}}{\text{جرم ترکیب یونی}} = \frac{28}{92 + 2X} \Rightarrow 0.2 = \frac{28}{92 + 2X} \Rightarrow X = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

سیلیسیم دومین عنصر گروه ۱۴م جدول تناوبی است. این عنصر از نظر رفتاری در دسته شبه‌فلزها طبقه بندی می‌شود. این دسته از عناصر همانند پلی میان فلزها و نافلزها قرار گرفته‌اند، بطوریکه خواص فیزیکی آن‌ها مشابه فلزها بوده و خواص شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است. این دسته از عناصر همانند کربن نمی‌توانند به یون پایدار تبدیل شوند و تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های خود به آرایش پایدار می‌رسند. البته سیلیسیم همانند کربن در برخی یون‌های چنداتمی مانند سیلیکات (SiO_4^{4-}) یا کربنات (CO_3^{2-}) حضور داشته و می‌تواند به این صورت در ساختار ترکیب‌های یونی شرکت کند.

برای حل قسمت دوم، ابتدا عدد اکسایش این عنصر را در ترکیب X_2SiO_4 بدست می‌آوریم:

$$X_2SiO_4: 2X + 1 \times (-4) = 0 \Rightarrow X = +2$$

پس این عنصر در ترکیب یونی X_2SiO_4 ، به صورت X^{2+} حضور یافته و تعداد الکترون آن دو واحد کمتر از تعداد پروتون آن است. بر این اساس، داریم:

$${}^{24}X^{2+} \rightarrow \begin{cases} n + p = 24 \\ e = p - 2 \Rightarrow n = p = 12 \\ e = n - 2 \end{cases}$$

این عنصر معادل با منیزیم (دومین فلز قلیایی خاکی) است. منیزیم در گروه دوم و تناوب سوم جدول دوره‌ای جای دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- ۱) در اثر سوختن زغال‌سنگ، به نسبت بنزین، به ازای تولید انرژی یکسان، مقدار CO_2 کم‌تری آزاد می‌شود.
- ۲) با فرض صرف کردن هزینه برابر، سوزاندن بنزین نسبت به گاز طبیعی انرژی بیشتری آزاد می‌کند.
- ۳) گازهای گلخانه‌ای، تنها بخش کوچکی از گرمای آزاد شده توسط زمین را به سمت زمین باز می‌گردانند.
- ۴) از میان منابع انرژی تجدیدپذیر، استفاده از انرژی مربوط به گرمای زمین، پاک‌ترین نوع انرژی به‌شمار می‌رود.

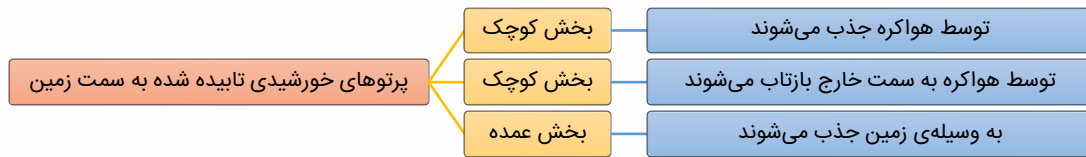
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

تصویر زیر مبادله گرمایی کره زمین را نشان می‌دهد:



مطابق تصویر سرنوشت پرتوهای تابیده شده به زمین به صورت زیر است:



بخش عمده پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شوند. سرنوشت این پرتوها به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به نمودار زیر، زغال سنگ به ازای تولید انرژی برابر، نسبت به سایر سوخت‌ها مقدار بیشتری گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند.

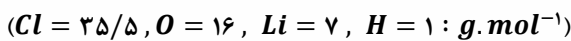


۲ بنزین و گاز طبیعی، از جمله سوخت‌های فسیلی هستند که از دل زمین استخراج می‌شوند. گاز طبیعی نسبت به بنزین ارزان تر بوده و هر گرم از آن انرژی بیشتری تولید می‌کند.

۴ انرژی باد پاک‌ترین انرژی تجدیدپذیر است. این منبع تامین انرژی برای تولید انرژی برابر، به نسبت سایر سوخت‌ها و سایر منابع تامین انرژی، مقدار کربن دی‌اکسید کم‌تری تولید می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۱- مقدار ۵۰۰ لیتر محلول ۱/۸۲۵ درصد هیدروکلریک اسید با غلظت ۰/۵۱ مول بر لیتر، چند کیلوگرم جرم داشته و این محلول، با چند لیتر محلول که در هر لیتر از آن ۲/۰۴ مول لیتیم اکسید حل شده است، بطور کامل خنثی می‌شود؟



۶۲/۵ - ۵۱۰ (۴)

۱۲۵ - ۵۱۰ (۳)

۱۲۵ - ۵۳۵ (۲)

۶۲/۵ - ۵۳۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا با استفاده از فرمول مربوط به تبدیل درصد جرمی به غلظت مولی، چگالی محلول اسیدی را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که در این فرمول، a معادل درصد جرمی، d معادل چگالی محلول (با واحد گرم بر میلی‌لیتر) و m معادل جرم مولی ماده است. بر این اساس، داریم:

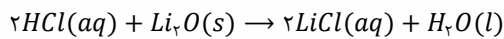
$$(M) = \frac{۱۰ \cdot ad}{\text{جرم مولی} (m)} \Rightarrow ۰/۵۱ = \frac{۱۰ \times ۱/۸۲۵ \times d}{۳۶/۵} \Rightarrow d = ۱/۰۲ \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه آسان‌تر از جرم آن است. از سوی دیگر شیمی‌دان‌ها مقدار ماده را بر حسب مول بیان می‌کنند. اینک چنین به نظر می‌رسد بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده حل‌شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را غلظت مولی (مولار) می‌نامند. این کمیت نشان می‌دهد در یک لیتر از محلول چند مول حل‌شونده، حل شده است و واحد آن $mol \cdot L^{-1}$ است. توجه داشته باشید منظور از محلول مولار یک ماده همان محلول ۱ مولار آن ماده است.

در مرحله بعد با استفاده از فرمول چگالی، جرم محلول مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$(d) \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \frac{\text{جرم}}{510000} \Rightarrow 1/0.2 = \frac{\text{جرم}}{510000} \Rightarrow \text{جرم} = 510000 \text{ g} = 510 \text{ kg}$$

در مرحله بعد نیز حجم محلول حاوی لیتیم اکسید (نوعی باز که پس از انحلال در آب، ۲ یون هیدروکسید را در محلول آزاد می‌کند، پس یک باز دو ظرفیتی به حساب می‌آید) که طی این فرایند مصرف شده را به دست می‌آوریم. هیدروکلریک اسید طبق معادله موازنه شده زیر با لیتیم اکسید واکنش می‌دهد و هر مول از آن با ۲ مول باز دو ظرفیتی لیتیم اکسید خنثی می‌شود:



بر این اساس، داریم:

$$? L \text{ محلول بازی} = 500 L \text{ محلول اسیدی} \times \frac{0.51 \text{ mol HCl}}{1 L \text{ محلول اسیدی}} \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{O}}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 L \text{ محلول بازی}}{2/0.4 \text{ mol Li}_2\text{O}} = 62/5 L$$

برای حل قسمت دوم سوال، از رابطه زیر نیز می‌توان استفاده کرد:

$$M_1 V_1 n_1 = M_2 V_2 n_2$$

در این فرمول M معادل مولاریته، V معادل حجم محلول و n معادل ظرفیت اسید یا باز است. بر این اساس داریم:

$$M_1 V_1 n_1 = M_2 V_2 n_2 \Rightarrow 0.51 \times 500 \times 1 = 2/0.4 \times V_2 \times 2 \Rightarrow V_2 = 62/5 L$$

باتوجه به محاسبات انجام‌شده، حجم محلول حاوی لیتیم اکسید مورد نیاز برای خنثی کردن این محلول برابر ۶۲/۵ لیتر است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ: یون تک‌اتمی که به سبب سلامت دندان به آب آشامیدنی افزوده می‌شود، به آرایش گاز نجیب نئون رسیده است.
 ب: همه مولکول‌هایی که از اتصال اتم‌های یک نوع عنصر ساخته شده‌اند، در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.
 پ: طبق قانون هنری، هرگازی که در میدان الکتریکی با شدت بیشتری جهت‌گیری پیدا می‌کند، در آب بهتر حل می‌شود.
 ت: در تشکیل هریک از ترکیب‌های یونی دارای یون چنداتمی، حداقل سه نوع عنصر از جدول تناوبی شرکت می‌کنند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

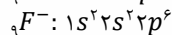
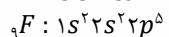
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

تنها عبارت (آ) درست است.

بررسی موارد:

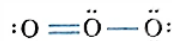
آ: در ایستگاه‌های تصفیه آب آشامیدنی، به منظور سلامت دندان یون فلوئورید را به آب می‌افزایند. یون فلوئورید، با استفاده از اتم فلوئور ایجاد می‌شود. این اتم با گرفتن یک الکترون و تبدیل شدن به آنیون، به آرایش گاز نجیب دوره دوم (نئون) می‌رسد. آرایش فلوئور و یون پایدار آن (یون فلوئورید) به صورت زیر است:



در رابطه با فلوئور، به نکات زیر توجه کنید:



ب: اگر در مولکول‌هایی که از یک نوع عنصر ساخته شده‌اند، اتم مرکزی دارای الکترون ناپیوندی باشد (مانند اوزون)، مولکول قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. ساختار لوویس مولکول اوزون به صورت زیر است:



اوزون (گاز O_3)، آلوتروپی از گاز اکسیژن است. در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره بینی موجود در آب استفاده می‌شود. از این موضوع می‌توان نتیجه گرفت که اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است. چون در مولکول اوزون یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی وجود دارد، پس می‌توان گفت مولکول‌های اوزون قطبی هستند. چون مولکول‌های اوزون قطبی بوده و در مقایسه با گاز اکسیژن جرم مولی بیشتری دارند، پس می‌توان گفت دمای جوش یک نمونه از اوزون، بالاتر از دمای جوش گاز اکسیژن است. توجه داریم که اوزون مایع، به رنگ آبی دیده می‌شود. توجه داریم که اصطلاح لایه اوزون به منطقه

مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد. مولکول‌های اوزون موجود در این لایه، مانع ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود تا موجودات زنده از آثار زیانبار این تابش در امان بمانند.

پ: طبق قانون هنری، در بین گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند، فشار گاز روی سطح محلول با انحلال پذیری آن گاز در محلول رابطه مستقیم و خطی دارد. این قانون، رابطه قطبیت با انحلال پذیری را بررسی نمی‌کند. توجه داریم گازهایی مانند کربن دی‌اکسید با وجود ناقطبی بودن، با آب واکنش داده و انحلال پذیری بالایی در آن دارند.

ت: یونی که از اتصال دو یا چند اتم تشکیل شده است، یون چنداتی نام دارد. برخی ترکیب‌های یونی حاوی یون چنداتی مانند آمونیوم نیترید ($(NH_4)_2N$) و لیتیم پراکسید (Li_2O_2)، صرفاً از دو نوع عنصر ساخته شده‌اند.

گروه آموزشی ماز

۸۳- در سوختن ناقص اتان در شرایط استاندارد، گازهای کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید، به همراه آب تولید می‌شوند. اگر کربن مونوکسید ۴۰٪ حجم گازهای تولید شده را شامل شده و در طی این واکنش، ۶۹/۴۴ لیتر گاز اکسیژن مصرف شده باشد، چند گرم از اکسید فعال تر کربن تولید شده است؟

(بازده واکنش را ۵۰٪ در نظر بگیرید. $O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۴۴/۸ (۴)

۳۳/۶ (۳)

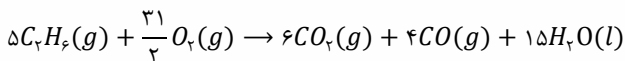
۲۲/۴ (۲)

۱۱/۲ (۱)

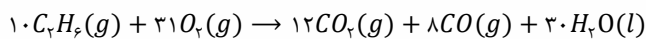
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

طبق قانون گازها، در شرایط یکسان، نسبت مولی بین گازهای مختلف معادل با نسبت حجم آن‌ها است. توجه داریم که آب در شرایط استاندارد به حالت مایع یافت می‌شود. طبق گفته صورت سوال، ۴۰ درصد حجم گازهای تولید شده، مربوط به کربن مونوکسید است، پس می‌توان گفت به ازای تولید ۱۰ مول گاز در این واکنش، ۴ مول CO و ۶ مول CO_2 تولید می‌شود. بر این اساس، برای انجام موازنه معادله واکنش ابتدا به CO ضریب ۴ و به CO_2 ضریب ۶ می‌دهیم. سپس باقی مواد را موازنه می‌کنیم:



در مرحله بعد برای از بین رفتن ضریب کسری، همه ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم:



اکسید فعال تر کربن، معادل با CO است. در مرحله بعد، جرم کربن مونوکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g CO = 69/44 L O_2 \times \frac{1 mol O_2}{22/4 L O_2} \times \frac{8 mol CO}{31 mol O_2} \times \frac{28 g CO}{1 mol CO} = 22/4 g$$

در پایان با استفاده از فرمول بازده درصدی، مقدار عملی کربن مونوکسید تولیدشده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = 50 \Rightarrow \frac{\text{مقدار عملی}}{22/4 g} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 11/2 g$$

طبق محاسبات انجام شده، در طی این واکنش ۱۱/۲ گرم گاز کربن مونوکسید تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام موارد از عبارتهای زیر، درست هستند؟

الف: برای تهیه فلز منیزیم، محلول آبی منیزیم کلرید را برقکافت می‌کنند.

ب: درصد جرمی، پرکاربردترین یکای اندازه‌گیری غلظت در آزمایشگاه شیمی است.

پ: در ۱۰۰ گرم از آب دریاها سرخ و مرده، جرم حلال موجود در نمونه اول بیشتر است.

ت: پس از تولید سدیم هیدروکسید، فلز سدیم و گاز کلر، بیشترین کاربرد سدیم کلرید در ذوب کردن یخ‌ها است.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) پ و ت

(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

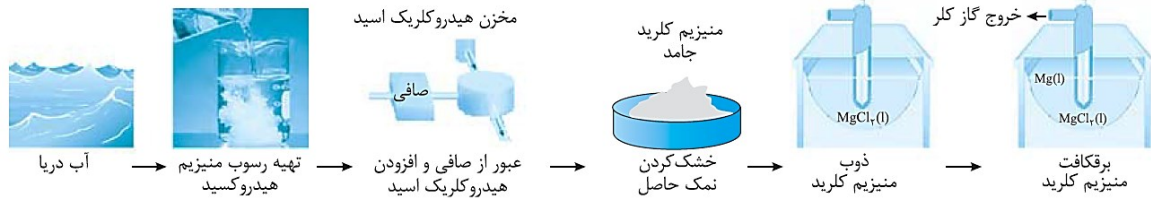
پاسخ تشریحی:

عبارتهای (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: برای تهیه منیزیم از آب دریا، نمک موجود در محلول منیزیم کلرید را خشک کرده و پس از آن، ذوب می‌کنند. در مرحله آخر این فرایند، منیزیم کلرید مذاب را برقکافت می‌کنند نه محلول آبی منیزیم کلرید!

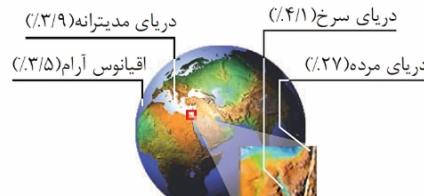
شکل زیر خلاصه فرایند استخراج فلز منیزیم از آب دریا را نمایش می‌دهد:



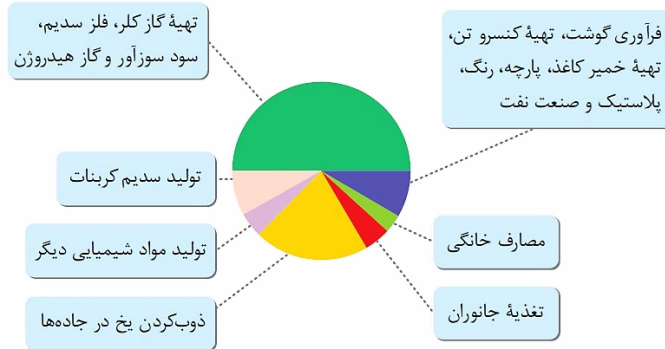
منیزیم فلزی ارزشمند است که در گذشته برای تولید نور عکاسی و در حال حاضر برای تولید آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. یکی از منابع تهیه این عنصر فلزی ارزشمند، آب دریا است. این فلز در آب دریا به صورت یون Mg^{2+} وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، ابتدا منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌دهند، سپس آن را با هیدروکلریک اسید واکنش داده و محلول بدست آمده را به ترتیب خشک و ذوب می‌کنند. در پایان با برقافت، منیزیم کلرید مذاب را به عناصر سازنده آن تجزیه می‌کنند.

ب: تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه آسان‌تر از جرم آن است. از سوی دیگر شیمی‌دان‌ها مقدار ماده را بر حسب مول بیان می‌کنند. اینک چنین به نظر می‌رسد بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده‌ی حل‌شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را غلظت مولی (مولار) می‌نامند.

پ: آب دریاها یک محلول همگن است. این محلول شامل حلال (آب) و حل‌شونده (نمک‌ها و ...) است. طبق نمودار زیر درصد جرمی نمک در آب دریای سرخ کمتر از دریای مرده است؛ پس می‌توان گفت در جرم برابر از آن‌ها، در نمونه مربوط به دریای سرخ، جرم بیشتری از حلال (آب) یافت می‌شود.



ت: با توجه به نمودار زیر، پس از تهیه گازهای کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن، بیشترین کاربرد نمک خوراکی در ذوب کردن یخ در جاده‌هاست.



گروه آموزشی ماز

۸۵ - کدام مطلب درست است؟

- ۱) ید، برخلاف اغلب هیدروکربن‌ها، کاملاً ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن دقیقاً برابر صفر است.
- ۲) با افزایش دمای محلولی از اتانول در آب، ابتدا آب تبخیر شده و از محلول جدا می‌شود.
- ۳) در هنگام انحلال مولکولی، محلول حاصل می‌تواند رسانای جریان برق باشد.
- ۴) محلول ید در هگزان، هم‌رنگ محلول حاوی کاتیون V^{3+} است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)



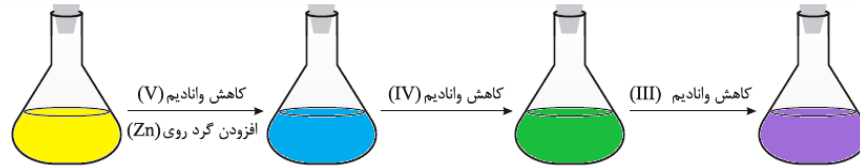
گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است. این در حالی است که گشتاور دوقطبی مولکول‌های دواتمی جوهرسته (برای مثال مولکول ید، مولکول برم و یا مولکول نیتروژن) دقیقاً برابر صفر است. البته، توجه داریم که هیچ‌کدام از این مواد در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) برخی مواد شیمیایی مانند استون، متانول، اتانول و پروپانول به دلیل قطبیت بالا و تشکیل پیوند هیدروژنی با آب، انحلال‌پذیری خیلی بالایی در آب دارند. این مواد، به هرنسبتهی در آب حل می‌شوند و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. توجه داریم که نقطه جوش اتانول از آب کمتر بوده و با دادن انرژی به مخلوط این دو ماده، ابتدا اتانول شروع به بخارشدن می‌کند.

۳ ترکیب‌های یونی هنگام حل شدن در آب، دچار تفکیک یونی شده و به یون‌های سازنده خود تبدیل می‌شوند. اسیدها و بازهایی که جزو ترکیبات مولکولی طبقه‌بندی می‌شوند نیز با حل شدن در آب، یونش پیدا کرده و به ترتیب، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید موجود در محلول را افزایش می‌دهند. در حل شدن این دو گروه از مواد در آب، به دلیل افزایش غلظت یون‌ها، رسانایی آب افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم این دسته از مواد در این حین، دچار تغییر ساختاری می‌شوند. به این گونه حل شدن، انحلال یونی و به محلول حاصل، الکترولیت گفته می‌شود. در نقطه مقابل، برخی مواد مانند اتانول، هنگام حل شدن در آب ساختار خود را به طور کامل حفظ می‌کنند. این مواد غلظت یون‌های موجود در آب را افزایش نمی‌دهند، پس می‌توان گفت رسانایی آب نیز بدون تغییر باقی می‌ماند. به این گونه حل شدن، انحلال مولکولی گفته می‌شود. محلول حاصل نیز غیرالکترولیت است.

۴ محلول ید در هگزان، بنفش‌رنگ است. رنگ محلول‌های حاوی وانادیم را نیز در تصویر زیر مشاهده می‌کنید:



محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	$[18Ar]3d^2$	$[18Ar]3d^3$

همانطور که مشخص است، محلول حاوی یون V^{3+} سبزرنگ است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- با مصرف ۲۱/۶ گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، مقداری آهن تولید شده است. از واکنش آهن تولید شده با گاز هیدروژن کلرید، ۷۶/۲ گرم آهن (II) کلرید تولید شده است. درصد خلوص آلومینیم استفاده شده در این واکنش، چند درصد بوده است؟

($Fe = 56, Cl = 35.5, Al = 27 : g \cdot mol^{-1}$)

۹۰ (۴)

۷۵ (۳)

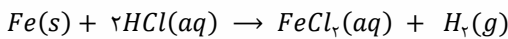
۸۰ (۲)

۸۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مساله - ۱۱۰۱)



آهن، از جمله عناصر فلزی واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. آهن در واکنش با هیدروکلریک اسید، طبق معادله زیر آهن (II) کلرید محلول در آب و گاز هیدروژن تولید می‌کند:

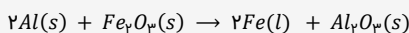


توجه داریم که محلول آهن (II) کلرید تولید شده طی این فرایند شیمیایی، به رنگ سبز دیده می‌شود در حالی که محلول آهن (III) کلرید به رنگ زرد دیده می‌شود. ابتدا مقدار آهن مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol Fe} = 76/2 \text{ g FeCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_2}{127 \text{ g FeCl}_2} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol FeCl}_2} = 0/6 \text{ mol}$$

پس می‌توان گفت در واکنش ترمیت نیز ۰/۶ مول آهن تولید شده است.

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود، واکنش ترمیت است. در طی این واکنش آلومینیم با آهن (III) اکسید واکنش داده و طی آن آهن مذاب به همراه آلومینیم اکسید تولید می‌شود. این واکنش به صورت خودبخودی انجام شده و طی آن، فلز واکنش پذیرتر (آلومینیم) جایگزین فلز با واکنش پذیری کمتر (آهن) در ترکیبش می‌شود؛ پس می‌توان گفت واکنش گرماده بوده و فرآورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها انرژی کمتر و پایداری بالاتری دارند. معادله این واکنش به صورت زیر است:



در مرحله بعد با توجه به مول آهن، جرم آلومینیم خالص مصرف شده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g Al} = 0/6 \text{ mol Fe} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 16/2 \text{ g}$$

در پایان، درصد خلوص آلومینیم را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{16/2}{21/6} \times 100 = 75$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، درصد خلوص نمونه آلومینیم برابر ۷۵ درصد بوده است.

گروه آموزشی ماز

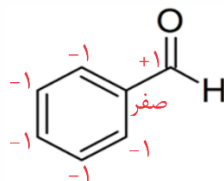
۸۷- کدام مورد درباره بنزآلدهید و بنزوئیک اسید درست است؟

- ۱) تعداد کربن‌هایی با عدد اکسایش ۱- در ساختار آن‌ها با هم برابر است.
- ۲) هر دو در میدان الکتریکی جهت‌گیری کرده و انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به استون در آب دارند.
- ۳) هر دو آروماتیک بوده و هر مول از آن‌ها با ۴ مول هیدروژن برای سیر شدن واکنش می‌دهد.
- ۴) به ترتیب دارای گروه‌های عاملی کربونیل و کربوکسیل بوده و همپار یکدیگر محسوب می‌شوند.

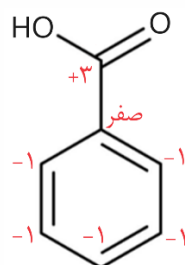
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

عدد اکسایش اتم‌های کربن در بنزآلدهید به صورت زیر است:



عدد اکسایش اتم‌های کربن در بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در هر گونه، ۵ کربن با عدد اکسایش ۱- حضور دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) هر دو مولکول دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند. توجه داریم که به دلیل بزرگ بودن بخش ناقطبی، این دو ماده انحلال‌پذیری خیلی بالایی در آب ندارند. این در حالی است که استون یک ماده شدیداً قطبی بوده و به صورت نامحدود در آب حل می‌شود.
- ۳) هر دو ماده در ساختار خود، دارای حلقه بنزنی بوده و آروماتیک هستند. همچنین هر کدام از این دو ماده، ۳ پیوند اشتراکی دوگانه $C=C$ در ساختار خود داشته و برای سیر شدن ۱ مول از آن‌ها، به ۳ مول گاز هیدروژن لازم است.
- ۴) بنزآلدهید دارای گروه عاملی آلدهیدی (که همانند گروه عاملی کتون، زیرمجموعه‌ای از گروه عاملی کربونیل است) و بنزوئیک اسید دارای گروه عاملی کربوکسیلیک اسیدی است. توجه داریم که ایزومرها به موادی گفته می‌شود که دارای فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوت هستند. فرمول مولکولی بنزآلدهید و بنزوئیک اسید به ترتیب به صورت $C_7H_6O_2$ و $C_7H_6O_2$ بوده، بنابراین ترکیب‌های داده شده ایزومر یکدیگر به شمار نمی‌روند.

گروه آموزشی ماز

۸۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- آ: شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی مختلف، در علم گرماشیمی بررسی می‌شود.
- ب: با ریختن یک لیوان آب سرد در یک استخر آب گرم، انرژی گرمایی استخر آب افزایش پیدا می‌کند.
- پ: انجام یک فرایند گرماده، باعث انتقال گرما از سامانه به محیط پیرامون شده و پایداری سامانه افزایش می‌یابد.
- ت: برای تغییر دمای یکسان دو نمونه مجزا از آب و روغن با ظرفیت گرمایی برابر، نمونه آب انرژی بیشتری مبادله می‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: برای تعیین محتوای انرژی نمونه‌های مختلف و همچنین روند تغییر انرژی در طی واکنش، از علم گرمایشی یا ترمودینامیک استفاده می‌شود. همچنین شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی، سرعت (تندی) انجام واکنش‌های شیمیایی و نیز عوامل مربوط به سرعت انجام آن‌ها، در علم سینتیک شیمیایی بررسی می‌شود.

ب: هر نمونه با توجه به دما، فشار و ... خود، دارای انرژی گرمایی مخصوص خود بوده که از صفر بیشتر است. با مخلوط کردن یک نمونه ماده در نمونه دیگر از آن ماده، انرژی گرمایی نمونه جدید ایجاد شده، برابر با حاصل جمع انرژی گرمایی دو نمونه اولیه است. بر این اساس، می‌توان گفت انرژی گرمایی مخلوط دو نمونه نسبت به انرژی گرمایی هر کدام از نمونه‌های اولیه بیشتر است.

پ: با انجام فرایند گرماگیر در یک سامانه، انرژی از محیط به سامانه انتقال پیدا می‌کند. در طی این فرایند، انرژی سامانه افزایش و در نتیجه پایداری آن کاهش می‌یابد. با انجام فرایند گرماده نیز انرژی از سامانه به محیط انتقال پیدا می‌کند. در طی این فرایند، انرژی سامانه کاهش و در نتیجه پایداری آن افزایش می‌یابد.

ت: دو تعریف مهم را همیشه به‌خاطر بسپارید. انرژی لازم برای افزایش دمای یک نمونه به اندازه 1°C را ظرفیت گرمایی می‌گوییم. از طرفی، انرژی لازم برای افزایش دمای یک گرم از یک نمونه به اندازه 1°C را نیز ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه می‌نامند. با توجه به توضیحات داده شده، برای افزایش دمای یکسان دو نمونه ماده با ظرفیت گرمایی (C) برابر، انرژی یکسانی لازم است. اما برای افزایش دمای یکسان دو نمونه با جرم برابر، نمونه‌ای با گرمای ویژه (C) بالاتر، انرژی بیشتری نیز نیاز دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۹- اگر برای شکستن پیوند اشتراکی هر گرم از مولکول‌های هیدروژن، فلئور و هیدروژن فلئورید به ترتیب به ۲۱۸، ۴ و ۲۸ کیلوژول انرژی نیاز داشته باشیم، با توجه به معادله واکنش $H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(l), \Delta H = -572 \text{ kJ}$ ، برای تبخیر ۱ مول هیدروژن فلئورید، چند کیلوژول انرژی مصرف می‌شود؟ ($F = 19, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



ابتدا با توجه به انرژی لازم برای شکستن ۱ گرم از پیوندها، آنتالپی پیوندهای $H-H$ ، $F-F$ و $H-F$ را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$H_2 : ? \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} = 218 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 436 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$F_2 : ? \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} = 4 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1} \times \frac{38 \text{ g } F_2}{1 \text{ mol } F_2} = 152 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$HF : ? \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} = 28 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1} \times \frac{20 \text{ g } HF}{1 \text{ mol } HF} = 560 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

حال براساس آنتالپی‌های پیوند، آنتالپی واکنش $H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(g)$ را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

(مجموع آنتالپی پیوند مواد فراورده) - (مجموع آنتالپی پیوند مواد واکنش دهنده) = ΔH واکنش

$$\Delta H \text{ واکنش} = 436 + 152 - 2 \times 560 = -532 \text{ kJ}$$

در مرحله بعد با استفاده از قانون هس، آنتالپی تبخیر هیدروژن فلئورید را حساب می‌کنیم:

$$1) H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(g) \quad \Delta H_1 = -532 \text{ kJ}$$

$$2) H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(l) \quad \Delta H_2 = -572 \text{ kJ}$$

$$3) HF(l) \rightarrow HF(g) \quad \Delta H_3 = ?$$

در واکنش نهایی $HF(g)$ با ضریب ۱ در سمت فراورده‌ها قرار دارد؛ پس واکنش ۱ را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم. داریم:

$$1') \frac{1}{2} H_2(g) + \frac{1}{2} F_2(g) \rightarrow HF(g) \quad \Delta H'_1 = -266 \text{ kJ}$$

در واکنش نهایی $HF(l)$ با ضریب ۱ در سمت واکنش دهنده‌ها قرار دارد؛ پس واکنش ۲ را در $\frac{-1}{2}$ ضرب می‌کنیم. داریم:

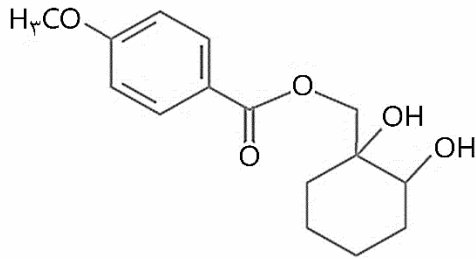
$$2') HF(l) \rightarrow \frac{1}{2} H_2(g) + \frac{1}{2} F_2(g) \quad \Delta H'_2 = 286 \text{ kJ}$$

در نهایت با جمع آنتالپی واکنش‌ها، به آنتالپی واکنش خواسته شده می‌رسیم:

$$\Delta H_T = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 = -266 + 286 = 20 \text{ kJ}$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، برای تبخیر ۱ مول از هیدروژن فلئورید مایع به ۲۰ کیلوژول انرژی نیاز داریم.

گروه آموزشی ماز



- ۹۰- با توجه به ساختار مولکول داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟
 آ: در ساختار خود دارای گروه عاملی استری، الکی و اتری است.
 ب: شمار گروه‌های CH آن با شمار گروه‌های CH_2 برابر است.
 پ: میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن آن برابر ۱- است.
 ت: فقط دو اتم کربن از آن، تنها به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

۱ (۱) ۲ (۲)
 ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

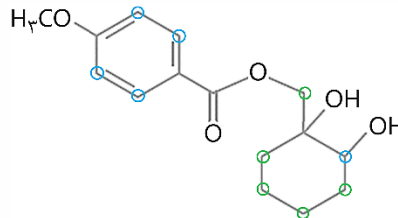
پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در ساختار ترکیب مورد نظر، گروه‌های عاملی الکی (دو گروه، در سمت راست مولکول)، استری (یک گروه، در وسط مولکول) و اتری (یک گروه، در سمت چپ مولکول) وجود دارند.

ب: در ساختار نقطه خط ترکیب‌های آلی، کربن‌هایی که یک خط به آن‌ها متصل شده به صورت گروه CH_2 ، کربن‌هایی که دو خط به آن‌ها متصل شده به صورت گروه CH ، کربن‌هایی که سه خط به آن‌ها متصل شده به صورت گروه CH_3 ، کربن‌هایی که چهار خط به آن‌ها متصل شده به صورت C قرار می‌گیرند. در تصویر زیر گروه‌های CH_2 با رنگ سبز و گروه‌های CH با رنگ آبی مشخص شده‌اند.



پ: شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های ترکیبات آلی از روی شکل ساده است، ولی برای شمارش تعداد هیدروژن ترکیبات آلی، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد هالوژن} - (\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوند دوگانه} \times 2) - (\text{تعداد حلقه} \times 2) + 2 - (\text{تعداد کربن} \times 2) = \text{تعداد اتم هیدروژن} + (\text{تعداد نیتروژن})$$

حال بر اساس فرمول، تعداد هیدروژن ترکیب مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = (15 \times 2) + 2 - (2 \times 2) - (4 \times 2) = 20$$

پس فرمول این ترکیب به صورت $C_{15}H_{20}O_5$ است. حال میانگین عدد اکسایش کربن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$C_{15}H_{20}O_5: 15C + 20 + 5 \times (-2) = 0 \Rightarrow C = \frac{-2}{3}$$

ت: تنها اتم کربنی که صرفاً به اتم‌های کربن اتصال یافته، در ساختار حلقه بنزنی این ترکیب وجود دارد. بجز این اتم کربن، هیچ اتم کربن دیگری از این ترکیب چنین ویژگی را ندارد.

گروه آموزشی ماز

- ۹۱- یک مول آهک را در ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۵ مولار می‌اندازیم. پس از گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش، مقدار pH محلول ۲ برابر می‌شود. چند درصد از آهک طی این مرحله مصرف شده و آهک باقی‌مانده با چند لیتر اسید فرضی $HA (K_a = 0.25 \text{ mol} \cdot L^{-1})$ با غلظت

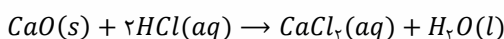
$3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ واکنش داده و کاملاً خنثی می‌شود؟

۱ (۱) - ۱/۸ ۲ (۲) - ۲۰/۶ ۳ (۳) - ۱/۸ ۴ (۴) - ۱۰/۶

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

آهک (کلسیم اکسید) طبق معادل زیر با هیدروکلریک اسید واکنش داده و آن را خنثی می‌کند:



در قدم اول از حل سوال، pH اولیه هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = -\log 0.5 = 0.3$$

می‌توان نتیجه گرفت pH پس از ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش برابر ۰/۶ است. حال غلظت نهایی هیدرونیوم را بر اساس pH محلول در ثانیه ۴۰ محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 0.6 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-0.6} = 10^{-2} \times 10^{1.4} = 10^{-2} \times (10^{0.7})^2 = 10^{-2} \times 25 = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

در مرحله بعد مول ابتدایی و نهایی هیدرونیوم محلول را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{مول اولیه هیدرونیوم} = 0.5 \times 0.8 = 0.4 \text{ mol}$$

$$\text{غلظت} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{مول هیدرونیوم در ثانیه ۴۰} = 0.25 \times 0.8 = 0.2 \text{ mol}$$

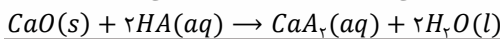
می‌توان نتیجه گرفت که ۰/۲ مول از هیدرونیوم با آهک واکنش داده است. در قدم بعد مول آهک مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol CaO} = 0.2 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{2 \text{ mol HCl}} = 0.1 \text{ mol}$$

حال درصد مصرف شده از آهک را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{مول مصرف شده}}{\text{مول اولیه}} \times 100 = \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \times 100 = 10 \text{ درصد}$$

ابتدا ۱ مول آهک داشتیم و در طی واکنش اول، ۰/۱ مول آن مصرف شد؛ پس ۰/۹ مول باقی مانده با اسید فرضی طبق معادله زیر واکنش می‌دهد:



می‌خواهیم راجع به یکی از اشتباهاتی که برای بسیاری از دانش‌آموزان اتفاق می‌افتد صحبت کنیم. فرض کنید یک محلول اسیدی حاوی نوعی اسید ضعیف داریم. حال مقداری باز به آن اضافه می‌کنیم تا واکنش خنثی شدن بین آن‌ها اتفاق بیفتد. باز اضافه شده با یون‌های هیدرونیوم که حاصل از یونش اسید ضعیف هستند واکنش می‌دهند. همانطور که می‌دانیم، حاصل این واکنش آب است. در این حین غلظت هیدرونیوم حاصل از یونش ذرات اسید ضعیف، بسیار کاهش پیدا می‌کند. با فرض ثابت بودن دما، اسید ضعیف سعی می‌کند ثابت تعادل خود را به حالت اول برگرداند، پس شروع به یونیده شدن بیشتر می‌کند. مجدداً هیدرونیوم تولید می‌کند و مجدداً هیدرونیوم تولید شده توسط باز از بین می‌رود. این چرخه آن قدر ادامه پیدا می‌کند تا کل اسید ضعیف دچار یونش شود؛ پس در واکنش‌های خنثی شدن میان یک باز و یک اسید ضعیف، فرض می‌کنیم باز با کل مولکول‌های اسید ضعیف واکنش می‌دهد نه صرفاً آن ذرات اسیدی که در ابتدا یونش پیدا کرده بودند!

حال حجم مصرف شده از اسید ضعیف را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol HA} = 0.9 \text{ mol CaO} \times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{1 \text{ L HA}}{2 \text{ mol HA}} = 0.9 \text{ L}$$

بنابراین در طی واکنش خنثی شدن باقی مانده آهک، ۰/۶ لیتر از محلول حاوی اسید مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- چند مورد از مطالب زیر درباره پلیمرهای سبز درست است؟

آ: برخی از آن‌ها می‌توانند از پلیمری شدن نشاسته تولید شوند.

ب: از شیرترش شده برای تولید صنعتی گروهی از آن‌ها استفاده می‌کنند.

پ: از مولکول‌هایی با جرم مولی بالا تشکیل شده و مونومرهای آن دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها هستند.

ت: از یک نمونه از آن‌ها به نام پلی‌لاکتیک اسید، همانند پلی‌استیرن در ساخت ظروف پلاستیکی استفاده می‌شود.

ث: این پلیمرها زیست‌تخریب پذیر بوده و پس از چندماه به مولکول‌های ساده‌تری مانند آب و CO_2 تبدیل می‌شوند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی

عبارت‌های (ت) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد

آ: برای تولید پلیمرهای سبز، ابتدا نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی را به لاکتیک اسید تبدیل می‌کنند. سپس از واکنش پلیمری شدن لاکتیک اسید، پلی‌لاکتیک اسید که نوعی پلیمر سبز است را تولید می‌کنند.

ب: برای تولید صنعتی پلی‌لاکتیک اسید (تولید پلی‌لاکتیک اسید در مقیاس انبوه) از تبدیل نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی به لاکتیک اسید استفاده می‌شود. شیرترش شده نیز دارای لاکتیک اسید است، اما از آن برای تولید صنعتی پلیمر سبز استفاده نمی‌شود.

پ: پلی‌لاکتیک اسید، در ساختار خود فاقد اتم نیتروژن بوده و در تهیه آن از مواد آمینی استفاده نمی‌شود. در هنگام تولید پلیمر تراکمی مثل پلی‌لاکتیک اسید، تعدادی از اتم‌های هر مونومر جدا می‌شوند و باقی‌مانده ساختار مونومرها با یکدیگر واکنش داده و به هم متصل می‌شوند. نتیجه این فرایند، یک واکنش پلیمری شدن از نوع تراکمی است.

ت: از پلی‌لاکتیک اسید، همانند پلی استیرن برای تولید ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود، با این تفاوت که پلی استیرن برخلاف پلیمر سبز، در طبیعت به مدت طولانی به صورت دست‌نخورده باقی می‌ماند.

ث: پلیمرهای سبز، زیست‌تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت پس از چندماه به مولکول‌های ساده‌تری مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

ساختار پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده مثل پلی‌اتن و پلی‌پروپن، مشابه به آن‌کان‌ها بوده و مولکول‌های سازنده آن‌ها اغلب سیرشده است. با توجه به عدم وجود پیوندهای دوگانه در این پلیمرها، مولکول‌های سازنده آن‌ها تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مولکول‌های موجود در محیط ندارند و از این رو پوشاک و پوشش‌های تهیه شده از این مواد در طبیعت تجزیه نشده و برای سالیان طولانی دست‌نخورده باقی می‌مانند. به عبارت دیگر، این پلیمرها در طبیعت ماندگارند. هرچند استفاده از پلیمرهای زیست‌تخریب‌ناپذیر صرفه اقتصادی دارد، اما از نگاه پیشرفت پایدار، تولید و استفاده از این مواد الگوی مصرف مطلوبی نیست چراکه ماندگاری دراز مدت آن‌ها در طبیعت سبب ایجاد مشکلات فراوانی مانند تبدیل محیط زیست به گورستان زباله، کثیف شدن چهره شهرها و محیط زیست و آسیب زدن به زندگی جانداران می‌شود. این مشکلات، هزینه‌های تحمیل شده به اقتصاد یک جامعه را بسیار بالا می‌برد.

گروه آموزشی آماز

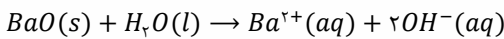
۹۳- در دمای اتاق، pH محلولی از آمونیاک با pH محلولی از باریم اکسید با غلظت 0.001 مولار برابر است. اگر ثابت یونش آمونیاک برابر $10^{-5} \times 2$ باشد، آن‌گاه ۵ لیتر از محلول آمونیاک، با چند لیتر محلول با $pH = 4$ که حاوی نوعی اسید قوی یک ظرفیتی است به طور کامل واکنش می‌دهد؟

- ۱) ۱۰۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۹۰ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)



وقتی pH دو محلول در شرایط دمایی یکسان با هم برابر باشد، به معنای برابر بودن غلظت یون هیدرونیوم و هیدروکسید آن دو محلول است. هر مول باریم اکسید در هنگام انحلال در آب، مطابق واکنش زیر ۲ مول یون هیدروکسید تولید می‌کند.



پس می‌توان گفت وقتی غلظت باریم اکسید 0.001 مولار باشد، غلظت یون هیدروکسید آزاد شده توسط آن 0.002 مولار است. در نتیجه می‌توان برداشت کرد، غلظت یون هیدروکسید حاصل از انحلال آمونیاک نیز برابر با 0.002 مولار است. حال با توجه به ثابت یونش بازی آمونیاک، غلظت تعادلی آن در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[NH_4^+] \times [OH^-]}{[NH_3]} \xrightarrow{[NH_4^+] = [OH^-]} K = \frac{[OH^-]^2}{[NH_3]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{4 \times 10^{-8}}{[NH_3]} \Rightarrow [NH_3] = 0.002 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت اولیه آمونیاک برابر 0.0022 مولار ($0.002 + 0.0002$) است. توجه داریم که هنگام مخلوط شدن اسیدها و بازها، بین آن‌ها واکنش خنثی شدن اتفاق می‌افتد. ابتدا با استفاده از pH ، غلظت اسید قوی را تعیین می‌کنیم.

$$pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\text{اسید قوی با } \alpha=1} \text{غلظت اسید} = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

در پایان با استفاده از مقدار آمونیاک، حجم محلول اسیدی خنثی شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? L = \text{محلول اسیدی} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{10^{-4} \text{ mol HA}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol NH}_3} \times \frac{0.0022 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ L محلول بازی}} \times 5 L = 110 L$$

باتوجه به محاسبات انجام‌شده، آمونیاک موجود می‌تواند ۱۱۰ لیتر از اسید قوی را خنثی کند.

گروه آموزشی آماز

۹۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ: نمونه‌ای از آب گل‌آلود، برخلاف یک نمونه سس مایونز، از توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت تشکیل شده است.
 ب: مخلوط حاصل از آب، روغن و صابون، نسبت به سرم فیزیولوژی، نور را راحت‌تر عبور می‌دهد.
 پ: همه مخلوط‌های ناهمگن، ناپایدار بوده و به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند.
 ت: ضداسیدها، نوعی سوسپانسیون بوده و از ذرات ریزماده تشکیل شده‌اند.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - حفظی - ۱۲۰۱)



تنها عبارت (ت) درست است.



آ: آب گل‌آلود نوعی سوسپانسیون است. سوسپانسیون‌ها از ذرات ریزماده تشکیل شده‌اند، اما سس مایونز نوعی کلوئید است. کلوئیدها از توده‌های مولکولی ریز و درشت با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند.

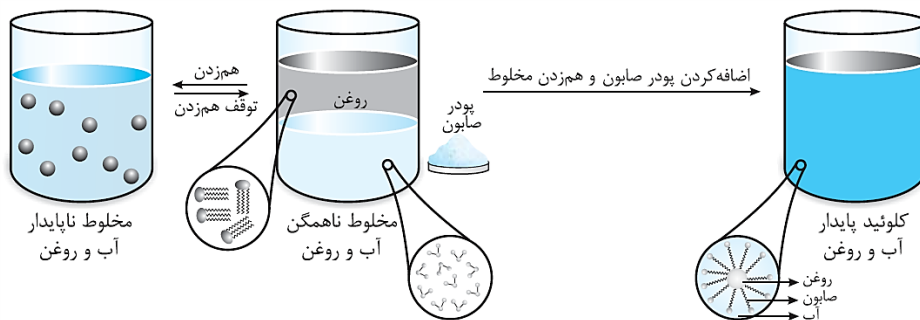
ب: مخلوط آب، روغن و صابون نوعی کلوئید است و سرم فیزیولوژی، یک نمونه محلول رقیق سدیم کلرید در آب است. محلول‌ها نسبت به کلوئیدها نور را راحت‌تر عبور می‌دهند.

جدول زیر، برخی از ویژگی‌های کلوئیدها و مخلوط‌های همگن و ناهمگن را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
ظاهر	ناهمگن	همگن	همگن
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها

پ: کلوئیدها نوعی مخلوط ناهمگن هستند، اما برخلاف سوسپانسیون‌ها پایدار هستند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر هم‌زدن یک نمونه از کلوئیدها را متوقف کنیم، ته‌نشین نمی‌شوند.

تصویر زیر، مراحل تولید یک نمونه از کلوئیدها را نشان می‌دهد:



ت: ضداسیدها داروهایی هستند که برای جلوگیری از ایجاد و گسترش زخم معده توسط پزشکان تجویز می‌شوند. شیر منیزی یکی از رایج‌ترین آن‌ها است. این ضد اسید شامل منیزیم هیدروکسید است. در سایر ضداسیدها، آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات یا همان جوش شیرین نیز یافت می‌شود. ضداسیدها سوسپانسیون بوده و همانطور که اشاره شد از ذرات ریز ماده تشکیل شده‌اند.

با ورود غذا به معده‌ی انسان، غدد موجود در دیواره معده برای از بین بردن میکروب‌های موجود در غذاها و فعال کردن آنزیم‌های گوارشی، شروع به ترشح هیدروکلریک اسید می‌کنند. در بدن انسان بالغ، روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیره‌ی معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدوداً برابر ۰/۳ مول بر لیتر و مقدار pH آن برابر ۱/۵ است. به همین خاطر، فضای درون معده را می‌توان یک محیط اسیدی به حساب آورد؛ به طوری که این اسید حتی می‌تواند فلز روی را در خود حل کند. دیواره‌ی داخلی معده، به طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح شده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. آسیب به سلول‌های دیواره معده، سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود. برای مقابله با خاصیت اسیدی محتویات معده، می‌توان از داروهایی به نام ضداسیدهای معده‌ای استفاده کرد. این داروها شامل یک یا چند ماده‌ی موثر که عبارتند از منیزیم هیدروکسید ($Mg(OH)_2$)، آلومینیم هیدروکسید ($Al(OH)_3$) و سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین یا $NaHCO_3$) می‌شوند. همه‌ی مواد موثر به کار رفته در ضداسیدها خاصیت بازی دارند.

گروه آموزشی ماز

۹۵- وجود اکسید کدام دو عنصر در خاک، باعث رویدن گیاه ادریسی با گل قرمز می‌شود و با ریختن ۱ مول از کدام باز در یک لیتر آب، غلظت یون هیدرونیوم

در محلول نهایی ایجاد شده بیشتر خواهد بود؟

- ۱) کربن و گوگرد - منیزیم هیدروکسید
- ۲) لیتیم و باریوم - منیزیم هیدروکسید
- ۳) کربن و گوگرد - سدیم هیدروکسید
- ۴) لیتیم و باریوم - سدیم هیدروکسید

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۴۰۱)



اغلب اکسیدهای فلزی (مانند Li_2O یا BaO) در هنگام حل شدن در آب با افزایش غلظت یون هیدروکسید (OH^-) باعث افزایش pH و تغییر رنگ کاغذ pH به آبی یا بنفش می‌شوند، در حالی که اغلب اکسیدهای نافلزی (مانند SO_2 یا CO_2) در هنگام حل شدن در آب با افزایش غلظت یون هیدرونیوم (H_3O^+) باعث کاهش pH و تغییر رنگ کاغذ pH به نارنجی یا قرمز می‌شوند. برعکس کاغذ pH گل ادریسی در خاک‌های اسیدی به رنگ آبی و در خاک‌های بازی به رنگ قرمز می‌روید.

سدیم هیدروکسید، نوعی باز تک ظرفیتی و منیزیم هیدروکسید نوعی باز دو ظرفیتی است، اما $Mg(OH)_2$ جزو مواد نامحلول در آب طبقه‌بندی می‌شود، پس ریختن ۱ مول از آن در یک لیتر آب، نمی‌تواند غلظت یون هیدروکسید محلول را چندان افزایش دهد یا از غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول به مقدار زیادی بکاهد. این در حالی است که سدیم هیدروکسید در آب محلول بوده و pH محلول ۱ مولار آن برابر با ۱۴ و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بسیار ناچیز و معادل 10^{-14} مولار است.

۹۶- اگر به محلول ۰/۰۰۲ مولار اسید ضعیف HA، ۴۸ برابر مقدار اولیه آب اضافه کنیم، pH محلول چند واحد تغییر پیدا می‌کند و ۱۰۰ لیتر از محلول اولیه با چند مول سدیم اکسید و اکنش داده و خنثی می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۰/۱ - ۰/۸۵ (۴)

۰/۲ - ۰/۸۵ (۳)

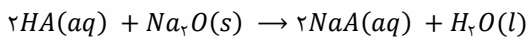
۰/۲ - ۱/۷ (۲)

۰/۱ - ۱/۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

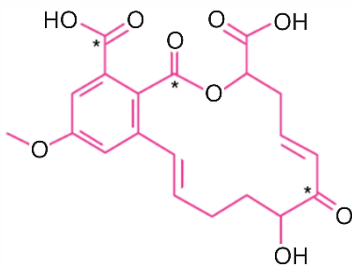
با رقیق کردن اسیدها و بازهای قوی به اندازه n برابر، pH آن‌ها به اندازه log n به pH ناحیه خنثی (در شرایط اتاق، pH برابر با ۷) نزدیک‌تر می‌شود. همچنین با رقیق کردن اسیدها و بازهای ضعیف به اندازه n برابر، pH محلول آن‌ها به اندازه ۰/۵ × log n به pH ناحیه خنثی نزدیک‌تر می‌شود. توجه داریم که با غلیظ کردن محلول‌ها نیز pH محلول به همین اندازه از pH ناحیه خنثی دور می‌شود. در این سوال به اندازه ۴۸ برابر مقدار اولیه آب اضافه شده است، پس می‌توان گفت حجم محلول ۴۹ برابر و غلظت اسید در محلول مورد نظر ۱/۴۹ برابر شده است. با توجه به نکته بالا، مقدار pH این محلول به اندازه ۰/۸۵ (۰/۵ × log ۴۹) واحد به ناحیه خنثی نزدیک می‌شود. اسید ضعیف مورد نظر طبق معادله زیر با سدیم اکسید و اکنش می‌دهد:



در واقع، هر مول سدیم اکسید با ۲ مول از اسید مورد نظر واکنش داده و آن را خنثی می‌کند. حال مقدار سدیم اکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } Na_2O = 100 \text{ L محلول اسیدی} \times \frac{0.002 \text{ mol HA}}{1 \text{ L محلول اسیدی}} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2O}{2 \text{ mol HA}} = 0.1 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز



۹۷- چند مورد از مطالب زیر در مورد ترکیب مقابل درست است؟

- تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن در ساختار آن برابر است.
- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ستاره‌دار، برابر ۸+ است.
- می‌تواند به تنهایی در واکنش پلیمری شدن، نوعی پلی استر تولید کند.
- دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، استری، کتونی و هیدروکسیل است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

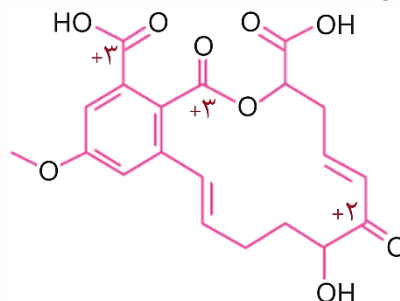
همه عبارات‌های داده شده درست هستند.

بررسی موارد:

- در ساختار ترکیب مورد نظر، ۲۰ اتم کربن وجود دارد. برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:
- $$(\text{تعداد هالوژن}) - (\text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (\text{تعداد پیوند دوگانه}) - (\text{تعداد حلقه}) + 2 = (\text{تعداد کربن} \times 2) + 2 = (\text{تعداد نیتروژن}) + 20$$

پس فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_{20}H_{22}O_9$ بوده و تعداد هیدروژن و کربن آن برابر است.

- عدد اکسایش کربن‌های ستاره دار مولکول به صورت زیر است:



- مولکول‌هایی مانند گونه مطرح‌شده در صورت سوال که به طور همزمان دارای گروه عاملی کربوکسیل و الکی هستند، به تنهایی می‌توانند در واکنش تولید پلی استرها شرکت کنند.

- گروه‌های عاملی کربوکسیل، استری، کتونی، اتری و هیدروکسیل (الکی) در ساختار ترکیب داده شده وجود دارند.

گروه آموزشی ماز

- ۹۸- در یک سلول گالوانی، کاتیون‌ها از طریق دیواره متخلخل به سمت محلولی که حاوی کاتیون نقره است، حرکت می‌کنند. کدام یک از عبارات زیر در مورد این سلول نادرست است؟
- در این سلول، جرم تیغه نقره به مرور افزایش پیدا می‌کند.
 - جرم تیغه موجود در نیم‌سلول دیگر این سلول، ممکن است کاهش پیدا نکند.
 - کاتیون‌هایی که از دیواره متخلخل عبور می‌کنند، می‌توانند Fe^{2+} باشند.
 - سطح تیغه نقره برخلاف تیغه موجود در نیم‌سلول دیگر، دارای بار منفی خواهد شد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ تشریحی

با توجه به توضیحات داده شده در صورت سوال، در این سلول، تیغه نقره‌ای در نقش کاتد است. در ساختار یک سلول گالوانی، اتم‌های موجود در تیغه آندی تعدادی از الکترون‌های خود را وارد مدار خارجی کرده و به صورت کاتیون وارد محلول می‌شوند. در نتیجه این فرایند، در تیغه آندی تعداد الکترون‌ها بیشتر از پروتون‌ها است، پس در حین فعالیت سلول گالوانی، سطح تیغه آند همواره دارای بار منفی است. به همین خاطر است که به تیغه آندی یک سلول گالوانی، قطب منفی سلول نیز گفته می‌شود. در نقطه مقابل، در سطح تیغه کاتدی، نیم‌واکنش کاهش انجام شده و الکترون‌ها در سطح این تیغه مصرف می‌شوند. بر این اساس، تیغه کاتدی در این سلول‌ها دارای بار الکتریکی مثبت است.

برای ایجاد جریان الکتریکی، باید الکترون‌ها را از یک مسیر معین عبور داد یا از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر جابجا نمود. اگر به جای داد و ستد مستقیم الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده در یک واکنش، بتوان الکترون‌ها را از طریق یک مدار بیرونی هدایت و جابه‌جا کرد، آنگاه می‌توان بخشی از انرژی آزاد شده در واکنش اکسایش-کاهش را به شکل انرژی الکتریکی در دسترس تبدیل نمود. سلول گالوانی، دستگاهی است که می‌تواند بر اساس قدرت کاهندگی فلزها، انرژی الکتریکی تولید کند. در سلول گالوانی گونه‌ای با خاصیت کاهندگی بالاتر و تمایل بیشتر به از دست دادن الکترون، در سمت آند و گونه‌ای با خاصیت اکسندگی بالاتر و تمایل بیشتر به گرفتن الکترون، در سمت کاتد قرار می‌گیرد. در سلول‌های گالوانی، کاتیون از نیم‌سلول آند به سمت نیم‌سلول کاتد و آنیون از نیم‌سلول کاتد به سمت نیم‌سلول آند حرکت می‌کند. در این نوع از سلول‌ها، کاتد قطب مثبت و آند قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- در نیم‌سلول کاتدی، نیم‌واکنش کاهش اتفاق می‌افتد. یون‌های فلزی الکترون‌ها را گرفته و به صورت اتم خنثی به تیغه اتصال می‌یابند. در نتیجه جرم تیغه کاتد افزایش پیدا می‌کند. در نیم‌سلول آند نیز نیم‌واکنش اکسایش اتفاق افتاده، اتم‌های فلزی الکترون از دست داده و به صورت کاتیون وارد محلول شده و جرم تیغه کاهش می‌یابد.
- در اغلب سلول‌های گالوانی، اتم‌های فلزی موجود در تیغه آندی الکترون‌های خود را از دست داده و به صورت کاتیون وارد محلول می‌شوند؛ پس جرم تیغه آند به مرور کمتر می‌شود. این در حالی است که در نیم‌سلول SHE، اینگونه نیست. نیم سلول استاندارد هیدروژن یا SHE، دارای یک تیغه از جنس فلز پلاتین در محلول حاوی یون هیدروژن با غلظت ۱ مول بر لیتر است. تیغه پلاتینی در این نیم‌سلول صرفاً در تبادل الکترون نقش داشته و اتم‌های آن دچار اکسایش نمی‌شوند؛ پس اگر این نیم‌سلول در نقش آند و یا کاتد باشد، جرم آن همواره ثابت خواهد بود.

اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول به طور جداگانه ممکن نبوده و باید این کمیت به طور نسبی اندازه‌گیری شود. شیمی‌دان‌ها برای دستیابی به این هدف، نیم سلول استاندارد هیدروژن (SHE) را به عنوان مبنا انتخاب کرده و پتانسیل آن را برابر با صفر ولت در نظر گرفتند. در این نیم‌سلول، محلولی با $pH = 0$ (محلولی که غلظت مولی یون هیدروژن در آن برابر با ۱ مول بر لیتر است) قرار داشته و گاز هیدروژن با فشار ۱ اتمسفر بر روی این محلول دمیده می‌شود. شیمی‌دان‌ها با تشکیل سلول گالوانی از هر نیم‌سلول با نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، توانستند پتانسیل الکتریکی بسیاری از نیم‌سلول‌ها را اندازه‌گیری کرده و در جدولی به نام سری الکتروشیمیایی ثبت کنند.

- در سلول‌های گالوانی، واکنش به صورت خودبه‌خودی انجام شده و گونه با پتانسیل کاهشی استاندارد منفی‌تر در موقعیت آند و گونه با پتانسیل کاهشی استاندارد مثبت‌تر در موقعیت کاتد قرار دارد؛ پس نیم‌سلول آند بایستی فلزی واکنش‌پذیرتر از نقره مانند آهن باشد. با ادامه کار سلول گالوانی، بار مثبت در کاتد و بار منفی در آند جمع می‌شود. برای خنثی ماندن نیم‌سلول‌ها از دیواره متخلخل استفاده می‌کنیم. کاتیون‌ها از طریق این دیواره به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند.

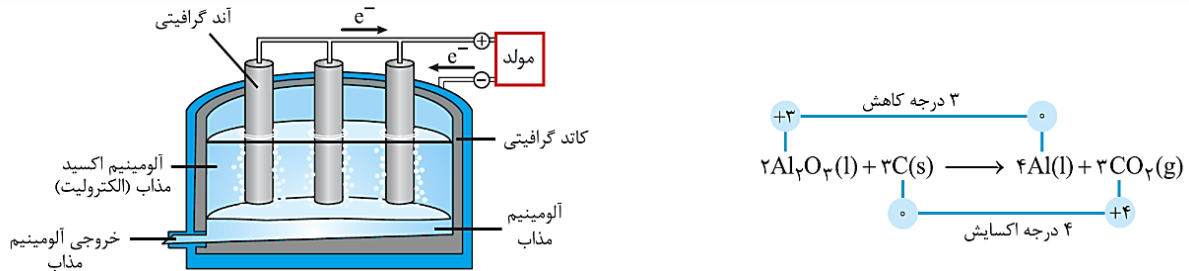
گروه آموزشی ماز

۹۹- در مورد سلول الکترولیتی که فرایند هال در آن اتفاق می‌افتد، کدام گزینه درست است؟

- چگالی فلز آلومینیم مذاب تولید شده در این سلول، در مقایسه با الکترولیت مذاب آن کمتر است.
- الکترونی که در مدار خارجی جریان پیدا می‌کند، طی فرایند اکسایش ذرات آلومینیم تولید می‌شود.
- یکی از ایزوتوپ‌های عنصری که در ساخت بدنه آن کاربرد دارد، مبنای ایجاد مقیاس جرم اتمی (amu) است.
- با انرژی مورد نیاز برای تولید فلز لازم جهت ساخت یک قوطی فلزی در این سلول، می‌توان ۷ قوطی فلزی را بازیافت کرد.

پاسخ تشریحی:

آلومینیم را در سلول هال از طریق برقکافت نمک مذاب آن (آلومینیم اکسید مذاب) تولید می‌کنند. بدنه این سلول از جنس کربن (گرافیت) است. یکی از ایزوتوپ‌های کربن (^{12}C)، مبنای ایجاد مقیاس جرم اتمی است. تصویر زیر، ساختار سلول هال را نشان می‌دهد:



در سلول مربوط به انجام فرایند هال، قطب منفی مولد به دیواره گرافیتی ظرف و قطب مثبت آن به تیغه‌های گرافیتی شناور در الکترولیت متصل شده است. با کارکرد این سلول، الکترون‌های موجود در مدار خارجی به سمت دیواره ظرف (کاتد) جاری شده و نیم‌واکنش $Al^{3+}(l) + 3e \rightarrow Al(l)$ در این مکان انجام می‌شود. چون فلز آلومینیم مذاب تولید شده در این نیم‌واکنش، در مقایسه با آلومینیم اکسید چگالی بیشتری دارد، فلز مذاب در قسمت پایینی ظرف ته‌نشین شده و از خروجی موجود در کنار آن خارج می‌شود. توجه داریم که در این فرایند، جرم گرافیت سازنده دیواره ظرف هیچ تغییری نمی‌کند؛ درحالی که از جرم تیغه‌های گرافیتی موجود در الکترولیت (تیغه‌های آندی) به مرور زمان کاسته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) چگالی آلومینیم مذاب تولید شده در سلول هال، از الکترولیت مذاب موجود در این سلول بیشتر بوده و پس از برقکافت، فلز مذاب از پایین این سلول الکترولیتی خارج می‌شود.
- ۲) در سلول‌های الکترولیتی، همانند سلول‌های گالوانی، الکترون از سمت آند به سمت کاتد حرکت می‌کند. در سلول هال، گونه کاهنده نهایی کربن و گونه اکسند نیز کاتیون آلومینیم است. در واقع یون‌های آلومینیم الکترون‌های موجود در مدار خارجی را مصرف می‌کنند و به اتم آلومینیم تبدیل می‌شوند؛ پس نمی‌توان گفت آلومینیم تامین کننده الکترونی است که در مدار خارجی جریان می‌یابد.
- ۴) تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی‌های کهنه، فقط به ۷ درصد انرژی لازم برای تهیه همان قوطی از فرایند هال نیاز دارد. در نتیجه با انرژی مربوط به تولید یک قوطی فلزی از فرایند هال، می‌توان تقریباً ۱۴ قوطی فلزی کهنه را بازیافت کرد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ $(E_{Cl_2} > E_{H_2O} > E_{Fe})$

- اتم مرکزی در یون نیترات، می‌تواند در نقش کاهنده یا اکسند باشد.
- در فرایند آبکاری، جسمی که آبکاری می‌شود قطعاً به قطب منفی باتری اتصال پیدا می‌کند.
- اگر یک سلول گالوانی حاوی دو الکتروود فلزی، شامل نیم‌سلول لیتیم باشد، جرم تیغه لیتیومی به مرور کاهش می‌یابد.
- اگر محلول آبی حاوی $FeCl_3$ را برقکافت کنیم، فرآورده‌های حاصل، شامل گازهای اکسیژن و هیدروژن خواهند بود.

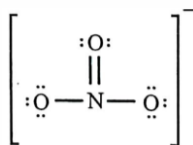
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

• تصویر زیر ساختار لوویس یون نیترات را نمایش می‌دهد:

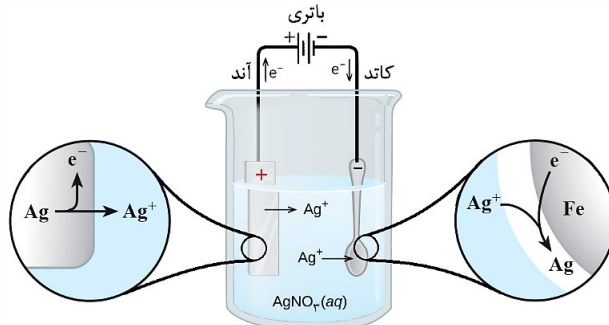


ابتدا عدد اکسایش اتم نیتروژن را در یون نیترات محاسبه می‌کنیم:

$$NO_3^-: N + 3 \times (-2) = -1 \Rightarrow N = +5$$

بازه تغییر عدد اکسایش اتم نیتروژن در ترکیب‌های مختلف بین ۳- تا ۵+ است؛ پس در واکنش‌های اکسایش کاهش، عدد اکسایش نیتروژن موجود در یون نیترات صرفاً می‌تواند کاهش پیدا کند. در نتیجه این یون صرفاً می‌تواند به عنوان اکسنده در واکنش‌های اکسایش-کاهش شرکت کند.

• در فرایند آبکاری، جسمی که قرار است روی سطح آن آبکاری شود، به قطب منفی مولد یا همان باتری متصل می‌شود. در این حالت، کاتیون‌های موجود در اطراف آن جسم، با گرفتن الکترون به اتم فلزی تبدیل شده و روی سطح جسم می‌نشینند. برای مثال، تصویر زیر نمایی از سلول استفاده شده برای آبکاری یک جسم فلزی با استفاده از فلز نقره را نشان می‌دهد:



پوشاندن سطح یک فلز با لایه نازکی از یک فلز ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی به کمک سلول الکترولیتی را آبکاری می‌گویند. در این فرایند، جسمی که روکش فلزی روی آن ایجاد می‌شود باید حتماً رسانای جریان برق باشد. بر این اساس، می‌توان گفت اجسام نارسانا را نمی‌توان آبکاری کرد. در فرایند آبکاری، جسم مورد نظر را به عنوان کاتد سلول الکترولیتی قرار می‌دهند (آن را به قطب منفی باتری وصل می‌کنند) و فلزی که قرار است روی جسم مورد نظر بنشیند (فلز پوشاننده) را به عنوان آند سلول الکترولیتی قرار می‌دهند (آن را به قطب مثبت باتری وصل می‌کنند). در چنین شرایطی، الکترولیت مورد استفاده برای آبکاری باید دارای یون‌های فلز پوشاننده باشد.

• فلز لیتیم کم‌ترین پتانسیل کاهشی استاندارد را بین عناصر فلزی دارد. این فلز، در ساختار هر سلول گالوانی در نقش آند بوده و به مرور زمان از جرم تیغه آن کاسته می‌شود. توجه کنید که اگر در سوالی در مورد پتانسیل استاندارد و قدرت کاهندگی صحبت شد، لیتیم را کاهنده‌ترین فلز در نظر بگیرید.

• در این سلول، گونه‌های H_2O و Cl^- می‌توانند الکترون از دست داده و اکسایش پیدا کنند. در این بین چون آب پتانسیل کاهشی استاندارد پایین‌تری دارد، اکسایش یافته و O_2 و H^+ تولید می‌کند. همچنین در این سلول گونه‌های Fe^{2+} و H_2O می‌توانند الکترون گرفته و کاهش پیدا کنند. در این بین چون آب پتانسیل استاندارد بالاتری دارد، کاهش یافته و H_2 و OH^- تولید می‌کند. یون‌های هیدروژن و هیدروکسید با یکدیگر واکنش داده، خنثی می‌شوند و آب تولید می‌کنند، بر این اساس، می‌توان گفت فرآورده نهایی این واکنش گازهای هیدروژن و اکسیژن هستند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- اگر شعاع یون پایدار کلسیم ۹۹ پیکومتر باشد، نسبت بار به شعاع آن تقریباً معادل چند $\frac{e}{nm}$ است؟

- ۱) ۰/۱ (۱) ۲) ۲۰/۲ (۲) ۳) ۰/۰۱ (۳) ۴) ۰/۰۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۳۰۳)



اگر هر یون را کره‌ای بردار در نظر بگیرید، چگالی بار نسبت اندازه بار یون به حجم آن است. کمیتی که می‌تواند برای مقایسه میزان برهم‌کنش میان یون‌ها به کار رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به کار برد، نسبت مقدار بار یون به شعاع آن است. با افزایش مقدار نسبت بار به شعاع، برهم‌کنش میان یون‌ها شدت بیشتری پیدا می‌کند. کلسیم در واکنش‌های شیمیایی ۲ الکترون خود را از دست داده و به یون Ca^{2+} تبدیل می‌شود. از فرمول زیر می‌توان به پاسخ سوال رسید:

$$\frac{\text{نسبت بار به شعاع}}{\text{نسبت بار به شعاع}} = \frac{\text{اندازه بار}}{\text{اندازه شعاع}} \Rightarrow \text{نسبت بار به شعاع} = \frac{2}{99} \approx 0.0202 \frac{e}{nm} \text{ یا } 20.2 \frac{e}{pm}$$

در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی موجود در یون‌ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، مقایسه شعاع یونی کاتیون‌های حاصل از عناصر گروه اول به صورت $Li^+ > Na^+ > K^+ > Rb^+ > Cs^+$ و مقایسه شعاع یونی آنیون‌های حاصل از عناصر گروه هفدهم (هالوژن‌ها) به صورت $F^- > Cl^- > Br^- > I^-$ است. بر این اساس، می‌توان گفت در یک گروه از جدول تناوبی با حرکت از بالا به پایین، شعاع یون‌ها افزایش پیدا می‌کند، در حالی که بار الکتریکی آن‌ها ثابت باقی می‌ماند. بر این اساس، در یک گروه از جدول تناوبی با حرکت از بالا به پایین، چگالی بار یون‌ها کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

- از ماسه به منظور تولید عدسی و منشور استفاده می‌شود.
 - فراوان‌ترین اکسید فلزی در نمونه خاک رس، در سلول هال تولید می‌شود.
 - پختن نان سنگک بر روی دانه‌های سنگ، نشان‌دهنده درجه سختی بالای مواد موجود در سنگ است.
 - ترکیبی که عامل سرخ‌فام بودن خاک رس است، در فرایند ترمیم مصرف می‌شود.
 - عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی، در اغلب خواص شیمیایی خود مشابه یکدیگر هستند.
- (۱) نادرست - نادرست - درست - درست
 (۲) درست - نادرست - نادرست - نادرست
 (۳) نادرست - نادرست - نادرست - درست
 (۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - حفظی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

عبارتهای چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی موارد:

- از سیلیس خالص یا همان SiO_2 ، به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت ساعت عدسی‌ها و منشورها استفاده می‌شود. کوارتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس است.
- فراوان‌ترین اکسید موجود در خاک رس، معادل با Al_2O_3 است. این ترکیب یونی در فرایند هال مصرف می‌شود. فرآورده‌های نهایی این فرایند، آلومینیم مذاب و گاز کربن دی‌اکسید هستند.
- پختن نان سنگک بر روی دانه‌های سنگ، نشان‌دهنده مقاومت گرمایی مواد موجود در ساختار سنگ و به خصوص سیلیس است و ربطی به درجه سختی بالای آن‌ها ندارد.
- ترکیب Fe_2O_3 عامل سرخ‌فام بودن خاک رس است. این ماده در واکنش ترمیم همراه آلومینیم مصرف می‌شود. فرآورده این واکنش، آلومینیم اکسید به همراه آهن مذاب بوده که از آهن مذاب تولیدشده برای جوش دادن ریل‌های قطار استفاده می‌شود.
- عناصر اصلی سازنده ترکیب‌های کووالانسی، معادل با سیلیسیم (نوعی شبه‌فلز) و کربن (نوعی نافلز) هستند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها، بیشتر مشابه فلزها بوده و خواص شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است. در نمودار زیر، برخی از خواص سیلیسیم آورده شده است.



گروه آموزشی ماز

۱۰۳- تعادل $X_2(g) + 2D_2(g) \rightleftharpoons 2A(g)$ ، با حضور ۸ مول گاز A و ۴ مول گاز X_2 در یک ظرف ۲ لیتری آغاز می‌شود. اگر در حالت تعادل، ذرات سازنده گاز D_2 معادل با ۴۰ درصد حجم گازهای موجود در ظرف را تشکیل دهد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{63}$ (۲) $\frac{1}{126}$ (۳) $\frac{2}{441}$ (۴) $\frac{1}{147}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

در ابتدا گاز D_2 در مخلوط واکنش حضور ندارد، ولی در حالت تعادل ۴۰ درصد حجمی گازها را گاز D_2 تشکیل می‌دهد؛ پس می‌توان گفت واکنش به سمت برگشت پیشروی کرده است. براساس واکنش موازنه‌شده، به ازای مصرف $2x$ مول از گاز A، مقدار $2x$ مول از گاز D_2 و مقدار x مول از گاز X_2 تولید می‌شود. مول ابتدایی گازهای A، D_2 و X_2 به ترتیب برابر ۸، صفر و ۴ بوده است. در نتیجه مول تعادلی گازهای A، D_2 و X_2 به ترتیب برابر $8 - 2x$ ، $2x$ و $4 + x$ خواهد بود. جدول زیر، مقدار مول هر کدام از گازها را در حالت تعادل نمایش می‌دهد:

گاز	A	D_2	X_2
مول اولیه	۸	۰	۴
تغییر مقدار مول	$-2x$	$2x$	x
مول تعادلی	$8 - 2x$	$2x$	$4 + x$

در شرایط یکسان، نسبت مولی گازها برابر نسبت حجمی آنها است و درصد حجمی گازها نیز برابر درصد مولی آنها است؛ پس می‌توان گفت در حالت تعادل ۴۰ درصد مول گازها مربوط به گاز D_2 است. در مرحله بعد با استفاده از درصد مولی گاز D_2 ، مقدار x را پیدا می‌کنیم:

$$D_2 \text{ درصد مولی گاز} = \frac{\text{مول گاز } D_2}{\text{مول کل گازها}} \times 100 \Rightarrow 40 = \frac{2x}{2x + (1 - 2x) + (4 + x)} \times 100 = \frac{2x}{12 + x} \times 100 \Rightarrow x = 3$$

حال با توجه به مول تعادلی گازها و حجم ظرف، غلظت تعادلی هر ماده را به دست می‌آوریم:

$$A = 2 \text{ mol} \xrightarrow{V=2L} [A] = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

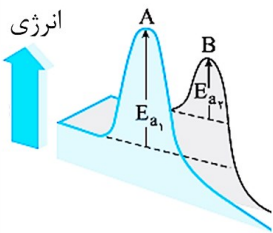
$$D_2 = 6 \text{ mol} \xrightarrow{V=2L} [D_2] = 3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$X_2 = 7 \text{ mol} \xrightarrow{V=2L} [X_2] = 3.5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

در نهایت، با جایگذاری غلظت تعادلی گازها در فرمول، ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$X_2(g) + 2D_2(g) \rightleftharpoons 2A(g) \quad K = \frac{[A]^2}{[X_2][D_2]^2} = \frac{(1)^2}{(3.5)(3)^2} = \frac{2}{63} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز



۱۰۴- با توجه به نمودار انرژی-پیشرفت داده شده، کدام یک از مطالب نادرست است؟

- ۱) کاتالیزگر با تغییر سطح انرژی فرآورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.
- ۲) در مسیر B، از کاتالیزگر استفاده شده و سرعت تولید فرآورده‌ها افزایش پیدا کرده است.
- ۳) در هر دو مسیر، فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایداری بیشتری دارند.
- ۴) در مسیر A انرژی فرآورده‌ها از قله انرژی فاصله بیشتری دارد.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - حفظی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

کاتالیزگر تاثیری بر آنتالپی واکنش و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها ندارد. این ماده، صرفاً مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش شیمیایی را دچار تغییر می‌کند.

به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای شروع یک واکنش، انرژی فعال‌سازی گفته می‌شود. به عبارت دیگر، برای آغاز شدن یک واکنش شیمیایی، واکنش‌دهنده‌ها باید مقدار معینی انرژی داشته باشند. یکی از راه‌های تامین انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، دادن گرما به واکنش‌دهنده‌ها است. انرژی فعال‌سازی را با نماد E_a نمایش داده و مقدار آن را با یکای کیلوژول گزارش می‌کنند. به هر اندازه که انرژی فعال‌سازی یک واکنش بزرگ‌تر باشد، آن واکنش در شرایط دشوارتر و در دماهای بالاتر انجام می‌شود. به هنگام استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها کمتر شده و در دماهای پایین‌تر و با سرعت بالاتر انجام می‌شوند؛ پس برای شروع واکنش‌ها انرژی کمتری مصرف می‌شود. این مواد پایداری گرمایی و شیمیایی مناسبی داشته و اغلب اختصاصی عمل می‌کنند. توجه داریم که کاتالیزگرها فاصله انرژی فرآورده‌ها با قله واکنش‌دهنده‌ها با قله را کمتر می‌کنند، اما تاثیری بر آنتالپی واکنش، سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها، ثابت تعادل و مقدار نهایی فرآورده‌های تولید شده ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) با توجه به کاهش انرژی فعال‌سازی در مسیر B، می‌توان گفت در این مسیر کاتالیزگر استفاده شده و سرعت انجام شدن واکنش و سرعت تولید فرآورده افزایش پیدا کرده است.
- ۳) سطح انرژی فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است، پس می‌توان گفت واکنش‌های گرماده، در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی مواد کاهش یافته و پایداری آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.
- ۴) در مسیر A انرژی فعال‌سازی بیشتر بوده و فاصله مواد واکنش‌دهنده و فرآورده از قله انرژی در این مسیر بیشتر است.

به طور کلی، در رابطه با انواع واکنش‌های شیمیایی از نظر مبادله گرما، داریم:



گروه آموزشی ماز

۱۰۵- عنصری دارای سه نوع ایزوتوپ است. اگر فراوانی ایزوتوپ‌های ^{48}X و ^{50}X این عنصر به ترتیب برابر با ۷۰ و ۲۰ درصد بوده و جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $49/1 \text{ amu}$ باشد، تفاوت تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در ایزوتوپ سوم این عنصر کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۰۰)



بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند، زیرا یک نمونه از عناصر مختلف، اغلب مخلوطی از چند ایزوتوپ هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت هستند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، همه ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای تنها یک مکان را اشغال می‌کنند. این در حالی است که همین ایزوتوپ‌ها، در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند. جمع فراوانی ایزوتوپ‌های سازنده یک عنصر برابر ۱۰۰٪ است؛ پس فراوانی ایزوتوپ آخر برابر با $100 - (70 + 20) = 10$ درصد است. برای به دست آوردن جرم اتمی میانگین هر عنصر از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{\dots + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول})}{\text{جمع فراوانی‌ها}}$$

حال اطلاعات داده شده در صورت سوال را جایگذاری می‌کنیم:

$$49/1 = \frac{70 \times 50 + 20 \times 48 + 10 \times X}{100} \Rightarrow X = 45 \text{ amu}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، عدد جرمی ایزوتوپ سوم عنصر مورد نظر برابر با ۴۵ است. بر این اساس، داریم:

$$^{45}_{11}X: p = 22, \quad n + p = 45 \Rightarrow n = 23, \quad n - p = 1$$

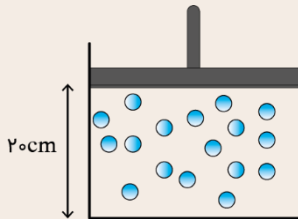
گروه آموزشی ماز

خاطره بازی...



۷۱- در شکل زیر، پیستونی به جرم 2kg و سطح مقطع 100cm^2 روی مقداری گاز آرمانی در حال تعادل قرار دارد. اگر مکعبی از جنس طلا به ضلع 10cm روی پیستون قرار دهیم، در دمای ثابت، پیستون 3cm پایین می آید و دوباره به تعادل می رسد. حجم حفره درون مکعب چند سانتی متر مکعب است؟

$$(\rho_{\text{طلا}} = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = 100\text{kPa})$$



✓ ۱۰۰ (۱)

۲۰۰ (۲)

۵۰ (۳)

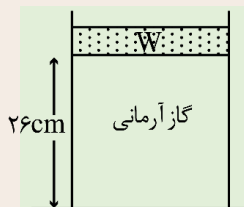
(۴) مکعب توپر است.

(مرحله ۸ آزمون های سالیانه - فیزیک رشته ریاضی)

علت مطابقت:

توی هر دو سؤال، روی پیستون یک جسم قرار داده شده که باعث پایین آمدن اون میشه. فقط سؤال ما به کم سخته و باعث حفره توی مبحث چگالی هم ترکیب شده.

۷۵- مطابق شکل، زیر پیستون آزاد به وزن $W = 40\text{N}$ گاز آرمانی قرار دارد و فشار هوا 10^5 پاسکال است. روی پیستون وزنه 80 نیوتونی قرار می دهیم، در دمای ثابت، وزنه 4cm پایین می آید و دوباره به حال تعادل قرار می گیرد. سطح قاعده پیستون چند سانتی متر مربع است؟



۶۰ (۱)

✓ ۴۰ (۲)

۳۰ (۳)

۲۰ (۴)

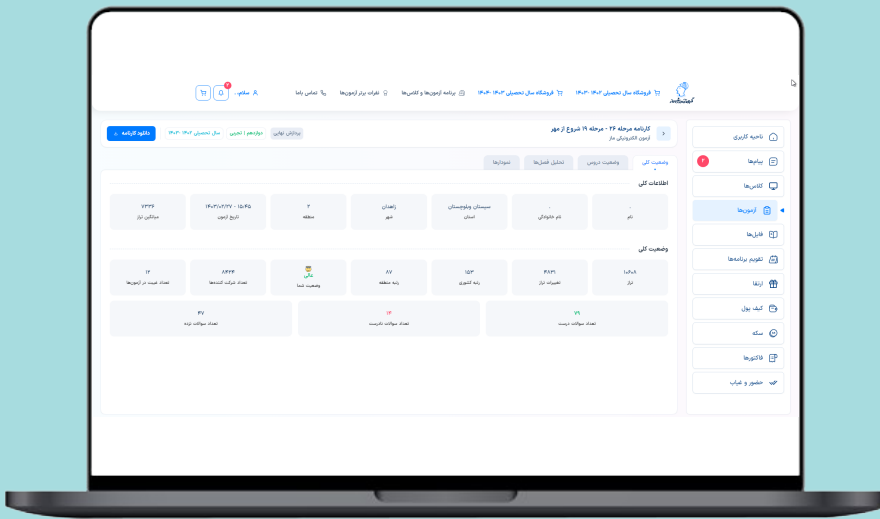
(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



سلام دوست من!

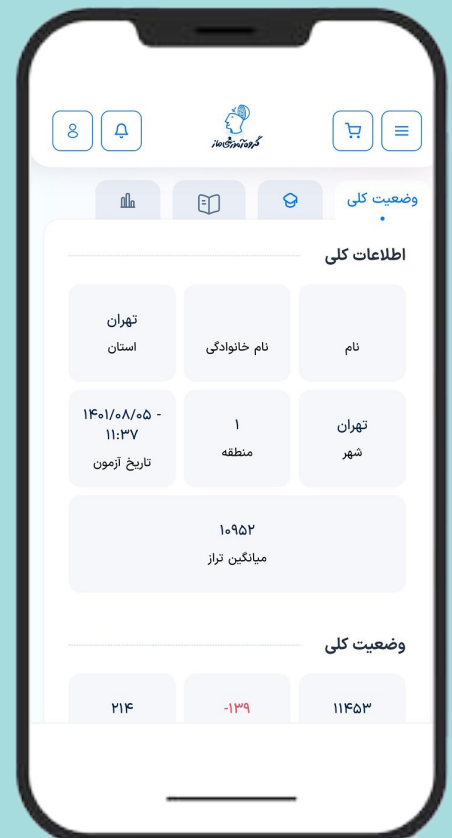
در این متن کوتاه، می‌خواهیم به طور خلاصه ویژگی‌های کارنامه آزمون ماز رو بهت معرفی کنیم تا بتونی به خوبی، از اطلاعات موجود در این کارنامه استفاده کنی!

صفحه اول کارنامه آزمون‌های ماز، شامل دو قسمت **(اطلاعات کلی)** و **(وضعیت کلی)** می‌شود. در بخش (اطلاعات کلی) کارنامه، نام، نام خانوادگی، استان و شهر محل ثبت‌نام، منطقه مربوط به شهر داوطلب، زمان شرکت در آزمون و **میانگین تراز داوطلب** از اولین آزمون نشان داده می‌شود. توجه کنید که میانگین تراز شما در آزمون‌های ماز، وضعیت کلی شما در این آزمون‌ها از ابتدای سال تا به حال را نشان می‌دهد. در بخش (وضعیت کلی)، شرایط کلی شما در **آزمون جاری** نشان داده می‌شود.

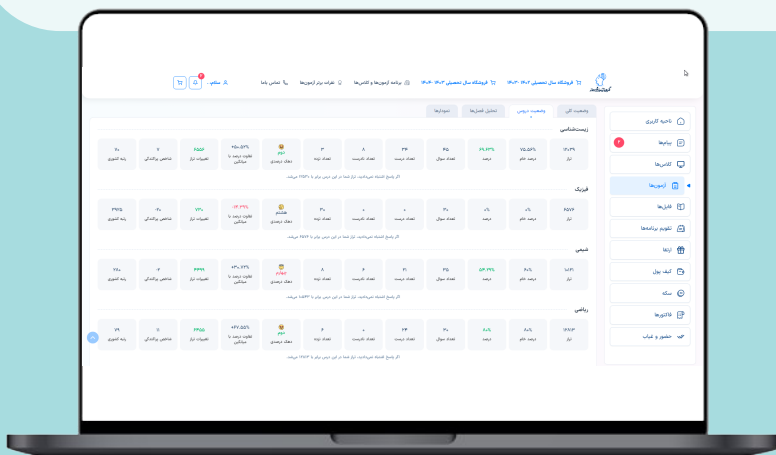


در ابتدای این قسمت، تراز کلی آزمون شما مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن آزمون، **چگونه عملکردی** داشته‌اید. هرچه تراز شما بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون مناسب‌تر بوده است.

تراز نفرات برتر آزمون‌ها، در اغلب مراحل بیشتر از ۱۲۰۰۰ شده و طبعا هرچه قدر که تراز شما به این عدد نزدیک‌تر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون بهتر بوده است. به طور کلی، افراد با ترازهای بالاتر از ۱۰۰۰۰ در آزمون‌های ماز، وضعیت مناسبی داشته و همه داوطلبان باید سعی کنند در هدف‌گذاری خود، از این حد تراز عبور کنند. توجه کنید که تراز آزمون، وضعیت شما را نسبت به بقیه داوطلبان سنجیده و درجه سختی آزمون مورد نظر، تأثیری در حداکثر تراز داوطلبان ندارد. علاوه بر اطلاعات گفته شده، در صفحه اول کارنامه وضعیت کلی شما نیز مشخص شده است. این بخش، به شما نشان می‌دهد که عملکرد شما در آزمون تا چه اندازه مطلوب بوده است. اطلاعات نشان داده شده در این بخش، توسط هوش مصنوعی و **با تحلیل عملکرد شما در این آزمون و مقایسه آن با سایر آزمون‌ها** مشخص می‌شوند.



در دومین صفحه از کارنامه آزمون‌های ماز، تراز شما در هر درس مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن درس، چگونه عملکردی داشته‌اید. هرچه تراز شما در یک درس بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن درس مناسب‌تر بوده است. در ادامه، درصد خام هر درس به شما نشان داده می‌شود. درصد خام، معادل با درصد شما در آن درس، بدون در نظر گرفتن نمره منفی است. پس از آن، درصد حقیقی داوطلب با در نظر گرفتن نمره منفی مشخص شده و در قسمت‌های بعدی نیز تعداد کل سوالات آن درس، تعداد پاسخ‌های درست، تعداد پاسخ‌های نادرست و تعداد سوالات نزده در آن درس مشخص می‌شود. در ادامه، دهک درصدی داوطلب مشخص شده است. دهک درصدی، به شما نشان می‌دهد که در حدفاصل میان حداقل و حداکثر درصد پاسخ‌گویی در آن درس، در چه موقعیتی قرار گرفته‌اید. باید سعی کنید در هر درس، در **دهک‌های درصدی پایین‌تر**، **مثل دهک اول تا چهارم** قرار بگیرید. هر درسی که در آن در دهک‌های بالاتر از پنجم قرار گرفته‌اید، نیاز به مطالعه جدی‌تر، حل تست بیشتر و برنامه‌ریزی دقیق‌تری دارد.



در ادامه صفحه دوم کارنامه، شاخص پراکندگی و رتبه کشوری مربوط به هر درس آورده شده است. شاخص پراکندگی، به شما نشان می‌دهد که تراز شما در دروس مختلف تا چه اندازه از هم دور بوده و پراکندگی دارد. برای مثال، اگر شاخص پراکندگی شما در یک درس با عدد ۵+ نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی بهتر بوده است. در نقطه مقابل، اگر **شاخص پراکندگی** شما در یک درس با عدد ۶- نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی ضعیف‌تر بوده است. برای بهبود عملکرد خود، باید سعی کنید درس‌هایی که شاخص پراکندگی منفی دارند را به مقدار بیشتری مطالعه کنید تا به مرور، در آن درس‌ها شرایط بهتری را پیدا کنید. باید سعی کنید در هیچ درسی، شاخص پراکندگی کمتر از ۵- نداشته باشید.





در صفحه سوم کارنامه آزمون‌های ماز، هریک دروس **به صورت جزئی** و بر اساس **سرفصل‌های سازنده آن** تحلیل شده و وضعیت شما در هر فصل از آن درس به صورت تفکیک شده مشخص می‌شود. این صفحه از کارنامه، حاوی اطلاعات بسیار مهمی بوده و به مقدار زیادی در راستای تحلیل آزمون و بهبود تراز به شما کمک می‌کند. در این بخش، هر درس به سرفصل‌های مختلف سازنده آن تفکیک شده و وضعیت شما در هر بخش مشخص می‌شود. هر فصل یا مبحثی از یک درس که در آن **درصد پاسخگویی کمتری** داشته باشید، باید در برنامه‌ریزی هفته‌های آینده شما قرار بگیرد تا با مطالعه مجدد آن، وضعیت خود در آن فصل را بهبود ببخشید.

در صفحه چهارم کارنامه آزمون‌های ماز، **اطلاعات نموداری** مختلف به شما ارائه شده است. اولین نمودار، **پراکندگی درصدهای مختلف** شما نسبت به همدیگر و در مقایسه با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما نشان داده می‌شود. خط چین خاکستری، معادل با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما بوده و نمودار هر درس، در مقایسه با این خط مقایسه شده است. به طور کلی، باید سعی کنید درصدهای شما در دروس مختلف پراکندگی کمتری داشته باشد. در نمودارهای بعدی، **روند تغییر تراز کل و تراز تک تک دروس** شما مشخص شده است. باید سعی کنید که در طول سال، تراز کلی شما و تراز تک‌تک دروس شما **رشد افزایشی** داشته باشد و ظاهر نمودار، همواره **به صورت صعودی** باشد. در ادامه صفحه چهارم کارنامه ماز، نسبتی از داوطلبان که درصد پاسخ‌گویی آن‌ها در هر درس در بازه‌های مختلف قرار گرفته است، نشان داده شده است.



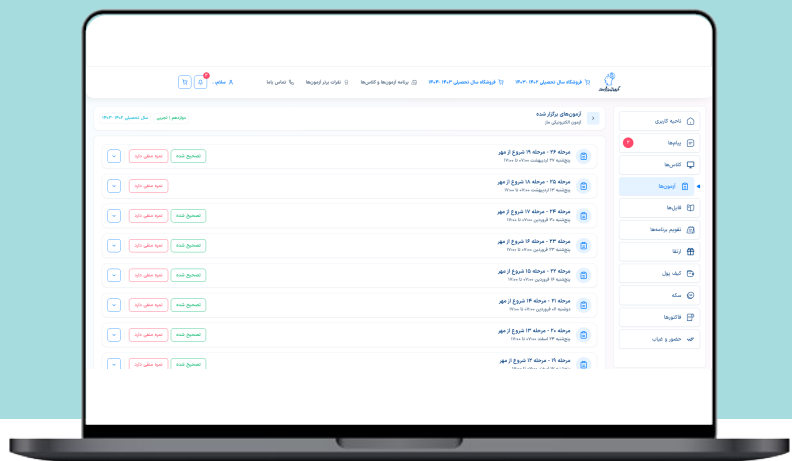
هرچقدر که یک درس درجه سختی بالاتری داشته باشد، داوطلبان در آن درس، درصد پاسخ‌گویی پایین‌تری خواهند داشت و هرچقدر که یک درس درجه سختی پایین‌تری داشته و آسان‌تر باشد، بخش بیشتری از داوطلبان در آن درس، درصد پاسخ‌گویی بالاتری خواهند داشت. با مشاهده این نمودارها، می‌توانید وضعیت کلی خود در مقایسه با سایر شرکت‌کنندگان آزمون را بسنجید.

مرور شخصی سازی شده سوالات آزمون ها

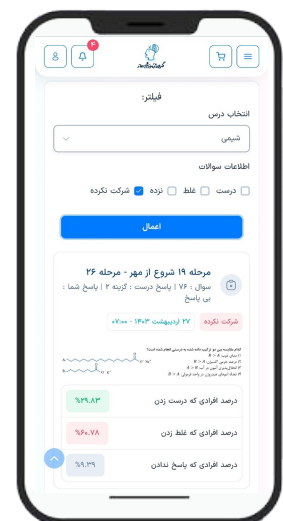
سلام دوست من!

با توجه به نزدیکی به کنکور و اهمیت خیلی بالای جمع بندی مطالب، قسمتی تحت عنوان (مرور شخصی سازی شده) به پنل آزمون های شما در سایت ماز افزوده شده است. در این متن کوتاه، به طور خلاصه در رابطه با این ویژگی سایت ماز با شما صحبت خواهیم کرد.

یکی از مهم ترین نیازهای دانش آموزان در طول ایام جمع بندی، حل تست های مهم و چالشی است که در طول سال تحصیلی، آن ها را در آزمون های آزمایشی جواب نداده و یا به آن ها پاسخ نادرست داده اند. با مراجعه به پنل آزمون های ماز، در بخش مربوط به هر آزمون و کلیک بر روی گزینه (مشاهده جزئیات آزمون)، می توانید وارد قسمت (مرور شخصی سازی شده) شوید.



در قسمت بالای صفحه باز شده، درس مورد نظر را انتخاب کرده و پس از آن، نوع سوالات مد نظر خود که شامل سوالات درست، نادرست، نزده و یا شرکت نکرده (سوالاتی که در آزمون مربوط به آن ها شرکت نکرده اید) می شود را انتخاب کنید. با کلیک بر روی گزینه (اعمال)، لیست سوالات مورد نظر به همراه پاسخ کلیدی آن ها به شما نشان داده خواهد شد. در این بخش، میزان درصد پاسخگویی سایر داوطلبان در سوال مورد نظر نیز به شما نشان داده می شود تا بتوانید درجه سختی آن سوال را دقیق تر تعیین کنید. دقت کنید که به سوالات سخت، کمتر از ۲۵٪ از داوطلبان پاسخ درست می دهند، در حالی که درصد پاسخگویی درست برای سوالات متوسط در حدود ۲۵ تا ۵۵٪ بوده و درصد پاسخگویی درست برای سوالات آسان، بالای ۵۵٪ است.



سعی کنید در طول ایام پایانی کنکور، سوالات چالشی آزمون های آزمایشی در طول سال تحصیلی و بخصوص سوالات مطرح شده در آزمون های جامع مختلف را مجدداً بررسی کنید تا مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شود. با جمع بندی درست و اصولی، قطعاً همه مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شده و در کنکور، نتیجه دلخواه خود را خواهید گرفت.