

### دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود  
امام خمینی (ره)

صبح چهارشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۱۴

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

۱- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$  را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت  $d$  خواهید داشت. مقدار  $r+d$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۲- نقاط  $A(3, y)$  و  $B(-5, y)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور  $x$ ها را در نقاطی با طول‌های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  باشد، این سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۳- برای مجموعه‌های  $A = \{a-2, 6, 2b+1, c\}$  و  $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$ ، فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد، در چند حالت مقدار  $a+b+c=9$  است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴- مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره  $X$  باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

(۱)  $(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r))$

(۲)  $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$

(۳)  $[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q)$

(۴)  $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های متمایز معادله  $ax^2 - ax - b = 0$  و  $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$  باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۴)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

۶- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $1/75$  (۳) ۲ (۴)  $2/25$

محل انجام محاسبات

۷- نقطه  $(2, 5/4)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  هستند، بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{17}}{4}$  (۳)  $2\sqrt{17}$  (۴)  $\sqrt{17}$

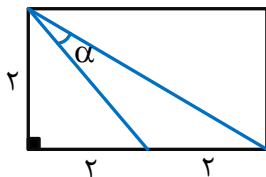
۸- وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx} - 1}$  در دامنه محدود، خط  $y = 12 - x$  را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار  $f(m + 4)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳) ۲ (۴) ۱

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{4}$  از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه  $\frac{1}{6}$  از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ( $\log_4^5 = 2/4$  و  $\log_4^5 = 1/4$ )

- (۱) ۳۸۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۴۰ (۴) ۴۲۰

۱۰- در شکل زیر، مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟



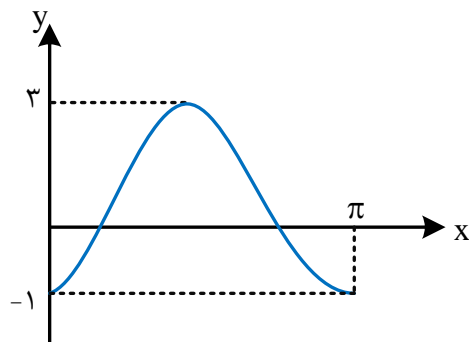
- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۱- مثلث  $ABC$ ، با اضلاع  $\sqrt{3}$  و ۶ و  $\alpha$  (زاویه بین آن‌ها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث  $4/5$  باشد، بیشترین مقدار  $\alpha$  چند برابر کمترین مقدار  $\alpha$  است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin(cx - \frac{3\pi}{4}) \cos(cx - \frac{3\pi}{4})$  باشد، اختلاف صفرهای تابع  $f$  در بازه

$[0, \pi]$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۳- در معادله مثلثاتی  $\sqrt{6} = \sin(2x) - 3\sqrt{6}(\cos x - \sin x)$ ، اگر  $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۴- تابع  $f$  اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر  $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$  باشد،  $m$  دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۵-  $f$  تابع هموگرافیک،  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)}$  است، کدام عدد می‌تواند حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$  باشد؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۱۶- برای مقدار مشخص  $k$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} [x] - [-x] & \text{زوج} \\ x - [x] + k & \text{فرد} \end{cases}$  در  $x = n$  و  $x = -n$  پیوسته است. کدام مورد در خصوص  $n$

صحیح است؟ ( $k, n \in \mathbb{N}$ )

- (۱) زوج  $n$  (۲) فرد  $n$

(۳) برای تمام مقادیر  $n$  پیوسته است. (۴) برای هیچ مقداری از  $n$  پیوسته نیست.

۱۷- اگر  $f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2$  و  $f(x) = xg(x) + 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۱۸- خط  $d$  موازی محور  $x$ ها، قرینه سهمی  $y = x^2 + 1$  نسبت به محور  $x$ ها را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط  $d$  از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱)  $1/\sqrt{5}$  (۲)  $3/\sqrt{5}$  (۳)  $0/\sqrt{5}$  (۴)  $2/\sqrt{5}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح و منفی  $k$ ، نقطه عطف منحنی  $y = kx^3 + (k+1)x^2$  در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بیش از ۲ (۴) صفر

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی  $y = \sqrt{x - [x^2]}$  از خط  $2x - y + 2 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۲)  $\frac{3\sqrt{5}}{8}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{10}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

محل انجام محاسبات

۲۱- ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می‌توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه‌روی هم بنشینند به طوری که هر وزیر دقیقاً روبه‌روی معاونش قرار بگیرد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۱۹۲ (۴) ۳۸۴

۲۲- در یک گروه ۱۵۰ نفری دانش‌آموزی، ۴۰ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷۵ نفر فقط بلیت فیلم «ب» را خریداری کرده‌اند. اگر

$P(A)$  و  $P(B)$  به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم‌های «الف» و «ب» باشند، بیشترین مقدار  $\frac{P(A)}{P(B)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱۵}{۲۹}$  (۲)  $\frac{۳۸}{۴۵}$  (۳)  $\frac{۸}{۱۵}$  (۴)  $\frac{۱۵}{۲۲}$

۲۳- اعداد ۹ تا ۱۹ در اختیار است. دو عدد دلخواه از بین این اعداد را حذف نموده و با مقدار اختلاف آن دو عدد جایگزین می‌شود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد زوج، غیرتکراری و با بیشترین میانگین ممکن باشند، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{۱۰}$  (۲)  $\sqrt{۱۱}$  (۳)  $\sqrt{۲۱}$  (۴)  $\sqrt{۲۸}$

۲۴- یک دستگاه طوری طراحی شده که به تصادف یکی از دو حرف  $A$  یا  $B$  را از ورودی می‌گیرد و پس از طی سه مرحله حرفی را در خروجی چاپ می‌کند. در هر مرحله حرف ورودی با احتمال  $\frac{۱}{۴}$  بدون تغییر به مرحله بعد می‌رود یا به شکل حرف دیگری درآمده و به مرحله بعدی وارد می‌شود. اگر احتمال انتخاب حرف  $A$ ، ۲ برابر حرف  $B$  باشد، با کدام احتمال، حرف «A» چاپ شده توسط دستگاه با حرف ورودی یکسان است؟

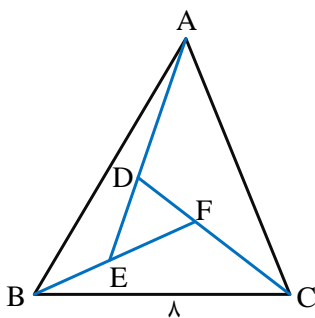
- (۱)  $\frac{۱۴}{۲۳}$  (۲)  $\frac{۲۱}{۲۳}$  (۳)  $\frac{۹}{۴۱}$  (۴)  $\frac{۱۷}{۴۱}$

۲۵- در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک‌تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

- (۱)  $۱۰^\circ$  (۲)  $۱۵^\circ$  (۳)  $۳۰^\circ$  (۴)  $۴۵^\circ$

۲۶- در شکل زیر،  $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ،  $DF = \frac{۲}{۵}$  و  $EF = ۳$  است. طول  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{۸}{۶}$  (۲)  $\frac{۷}{۵}$  (۳)  $\frac{۱۰}{۵}$  (۴)  $\frac{۹}{۶}$



محل انجام محاسبات

۲۷- در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هر یک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

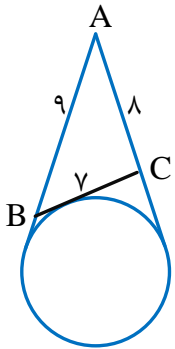
۲۸- در مثلث  $ABC$ ، میانه‌های رسم شده از رأس  $B$  و  $C$  بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس  $C$  برابر  $۴/۵$  و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس  $B$  و  $C$  کدام است؟

- (۱)  $۱۷/۹$  (۲)  $۱۹/۹$  (۳)  $۵/۳$  (۴)  $۴/۳$

۲۹- یک پنج‌ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج‌ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

- (۱)  $۵۴۰^\circ$  (۲)  $۱۸۰^\circ$  (۳)  $۷۲۰^\circ$  (۴)  $۳۶۰^\circ$

۳۰- در شکل زیر، از نقطه  $A$  دو مماس رسم شده است. شعاع دایره کدام است؟

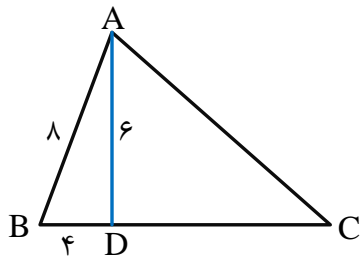


- (۱)  $۷/۲\sqrt{۲}$   
 (۲)  $۴/۸\sqrt{۵}$   
 (۳)  $۳/۶\sqrt{۲}$   
 (۴)  $۲/۴\sqrt{۵}$

۳۱- در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

۳۲- در شکل زیر، اگر  $\hat{D}AC = ۳\hat{B}AD$  باشد، طول ضلع  $AC$  کدام است؟



- (۱)  $۱۹/۲$   
 (۲)  $۱۶/۸$   
 (۳)  $۱۸/۶$   
 (۴)  $۱۵/۴$

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} \log_6^3 & \log_6^2 \\ \log_6^2 & \log_6^3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 6|A| & 2|A| \\ 3|A| & 36|A| \end{bmatrix}$  باشد، مقدار دترمینان  $B$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{15}{4}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $\frac{15}{8}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس  $(-1, -1)$ ، از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد. اگر از دو سر وترى که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟

(۱)  $5\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{3}$

۳۵- فرض کنید  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بردارهای ناصفری هستند که ضرب داخلی آن‌ها،  $-\frac{3}{5}$  حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار است. مساحت

مثلثی را که توسط بردارهای  $(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$  و  $(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$  ساخته می‌شود، کدام است؟

(۱)  $6/4$  (۲)  $4/8$  (۳)  $3/2$  (۴)  $1/6$

۳۶- خط  $d$  به معادله  $y - x = 0$ ، عمودمنصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی ۲ برابر دیگری است. اگر خط  $d$  بر دایره

کوچک‌تر به معادله  $x^2 + y^2 + 6x - 2y = r$  مماس باشد، حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{65}{32}$  (۴)  $\frac{65}{64}$

۳۷- با قرار دادن عدد سه رقمی  $3(\overline{a \cdot a})$  بین دو رقم مشابه  $a$ ، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد اول می‌تواند  $a$  را بشمارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی  $x$  که در معادله  $63x + 77y = 273$  صدق می‌کند، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۹- حداقل چند زوج مرتب با مؤلفه‌هایی از اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا به‌طور قطع، لااقل در دو جفت انتخاب شده، هر کدام از

مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم، مضرب ۵ باشند؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف  $G$ ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل  $\Delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$  کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۹ (۴) ۱۳

محل انجام محاسبات



