



خارج تیرماه ۱۴۰۱

421

M

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

خارج از کشور

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه



۱- نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{5}{18}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲- اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) $A = B$ (۲) $A = \emptyset$ (۳) $B = U$ (۴) $B = \emptyset$

۳- اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

(۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار a ، به ترتیب سه عدد α ، a و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

(۱) -2 (۲) 2 (۳) -1 (۴) 1

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ ، $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟

(۱) $-\frac{27}{5}$ (۲) $\frac{27}{5}$ (۳) -3 (۴) 3

۶- تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}x - 7, x \geq 2$ (۲) $-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}, x \leq 3$

(۳) $-2x + 14, x \leq 3$ (۴) $-2x - \frac{14}{3}, x \geq 2$

۷- نمودارهای دو تابع $y = |x+2| + |x-1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB ، کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۸- فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۹- اگر $a^2 + 9b^2 = 10ab$ باشد، مقدار $\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)$ ، واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

(۱) $\log a, \log 3b$

(۲) $\log a, \log b$

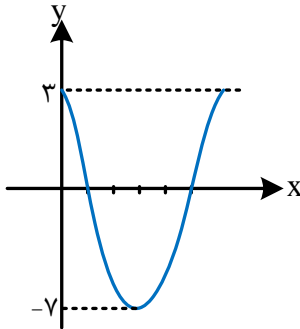
(۳) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$

(۴) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b}$

۱۰- اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{4}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{11}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{11}{2}$

۱۲- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}}$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & x > 0 \\ 2bx^2 & x > 0 \\ |b-x| & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته است. مقدار حقیقی $b-a$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

محل انجام محاسبات

۱۵- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + 4x + 5$ برابر $x + 2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- (۱) $-x + 2$ (۲) $2x - 1$ (۳) $3x - 2$ (۴) $-2x + 3$

۱۶- نقطه $A(-\frac{1}{4}, 3)$ محل تلاقی مجانب‌های نمودار $y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۱۷- در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $3x - 6y = 1$ عمود است؟

- (۱) $(-2, 17)$ (۲) $(-1, 10)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, 1)$

۱۸- در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۹- نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند. حاصل ab کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶

۲۰- در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آن‌ها نخواهند کنار هم بنشینند؟

- (۱) ۱۵۶۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۲۰۴۰ (۴) ۲۲۸۰

۲۱- دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۲- فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال‌های $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آن‌ها یک بار تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟

- (۱) $\frac{15}{19}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{17}{25}$

محل انجام محاسبات

۲۳- از اعداد ۰ تا N، پنج عدد ۹، ۲، ۵، ۸ و ۱۱ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین، کدام است؟

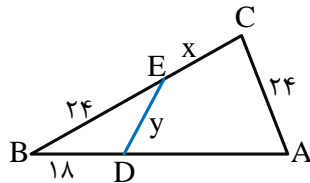
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، $\hat{A} = 80^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند.

کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

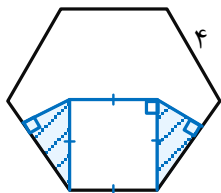
- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۲۵- در شکل زیر، $E\hat{C}A = B\hat{D}E$ و $AB = 48$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



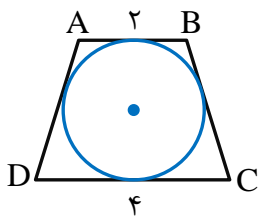
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۲۶- در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۲۷- در شکل زیر، دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، بر دایره‌ای محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟



- (۱) 2π (۲) 4π (۳) 6π (۴) 8π

۲۸- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است. شعاع دایره بزرگ‌تر، چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{16}{3}$

محل انجام محاسبات

۲۹- در مربع ABCD، نقطه (۴,۱) رأس A و عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور yها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدأ مختصات چقدر است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{7}$

۳۰- اضلاع مثلثی با اعداد ۴، ۵ و ۶ متناسب است. نیمساز زاویه متوسط را رسم می‌کنیم. مساحت مثلث اصلی، چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث حاصل از رسم این نیمساز است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۳۱- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی هستند که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ ، مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۲- معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$
 (۳) $4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0$ (۴) $4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0$

۳۳- فاصله دو کانون بیضی $x^2 + 4y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳۴- معادله‌های هم‌نهمستی $ax \equiv n^2 + 3n$ و $ax \equiv 2n + 1$ دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و ۵ کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۳

۳۵- اگر y بزرگ‌ترین عدد سه رقمی باشد که در معادله سیاله خطی $15x + 21y = 9$ صدق کند، مقدار قرینه x کدام است؟

(۱) ۱۳۹۸ (۲) ۱۳۹۹ (۳) ۱۳۹۱ (۴) ۱۳۹۰

۳۶- گراف G با ۹ رأس، غیر تهی، غیر کامل و K-منتظم است. بیشترین مقدار K کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۳۷- در گراف G ، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر $q(\bar{G}) = 3q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۸- در گراف با درجه رأس‌های ۱, ۱, ۳, ۳, ۳, ۳ دو رأس با کمترین درجه، غیرمجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۹- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۱ (۴) ۱۸

۴۰- در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند،

کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

