

۵

سراسری ۱۴۰۰

421

M

دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود  
امام خمینی (ره)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۰/۰۴/۱۰

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۰

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه



۱- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $x^6 - 7x^2 - 5 = 0$  به ترتیب  $S$  و  $P$  باشند، حاصل عبارت  $2P^2 - 3SP + 2S$  کدام است؟

- (۱)  $59 - 7\sqrt{69}$  (۲)  $7 + \sqrt{69}$  (۳)  $50$  (۴)  $59 + 7\sqrt{69}$

۲- فرض کنید  $\log_{\frac{5}{2}}(3x-2) = 1$ ، مقدار  $x$ ، کدام است؟

- (۱)  $9$  (۲)  $\frac{17}{3}$  (۳)  $4$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۳- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله  $\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x-3} > 0$ ، به ازای  $x > \frac{3}{2}$ ، بازه  $(2, 4)$  باشد، مقدار  $m$ ، کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴)  $2$

۴- اگر  $f(\alpha) = 4\sin(\alpha)\cos(2\alpha) + 2\sin(\alpha)$  باشد، مقدار  $f(\frac{41\pi}{9})$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $1$  (۴)  $-1$

۵- فرض کنید  $A$  مجموعه جواب‌های معادله مثلثاتی  $(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه  $[0, \pi]$  باشد، ماکزیمم عضو مجموعه  $A$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{7}\pi$  (۲)  $\frac{6}{7}\pi$  (۳)  $\frac{7}{9}\pi$  (۴)  $\frac{8}{9}\pi$

۶- تابع چندجمله‌ای درجه دوم با ضرایب طبیعی  $P(x)$  مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم  $P'(x)$  بر  $P(x)$  به ترتیب  $-2$  و  $\frac{1}{3}x + 1$  باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب  $P(x)$ ، کدام است؟

- (۱)  $4$  (۲)  $6$  (۳)  $7$  (۴)  $9$

۷- دنباله  $a_n = \begin{cases} 3^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left[ \frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$  به ازای اعداد حسابی  $n$ ، مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله ۱۹ باشد، حاصل عبارت  $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$ ، کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲) صفر (۳)  $2$  (۴)  $1$

محل انجام محاسبات

۸- فرض کنید برد تابع  $f(x) = 2\sqrt{9\cos^2(x)-1} - 2\sqrt{1-9\cos^2(x)}$  به صورت  $[a, b]$  باشد. مقدار  $b-a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{15}{4}$  (۳)  $\frac{9}{2}$  (۴)  $\frac{21}{4}$

۹- دامنه تغییرات تابع  $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟

- (۱)  $(-9, 9)$  (۲)  $(-4, 9)$  (۳)  $(4, 9)$  (۴)  $(-4, 4)$

۱۰- نمودار منحنی  $y = \sqrt{4-x}$  را  $k$  واحد در راستای قائم و  $k-2$  واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور  $x$ ها، کدام است؟

- (۱)  $-4$  (۲)  $-3$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۱۱- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$  و  $g(x) = 1-x^2$ . تعداد عناصر مجموعه نقاطی که  $g \circ f$  یا  $f \circ g$  در آن‌ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

۱۲- فرض کنید  $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1\right)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n}$ ، مقدار  $a+n$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{4}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳)  $\frac{15}{4}$  (۴)  $\frac{17}{4}$

۱۳- مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$  (۲) صفر (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $+\infty$

۱۴- تابع  $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2}$  در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار  $a$  و  $b$ ، کدام‌اند؟

- (۱)  $a=0, b=2$  (۲)  $a=8, b=10$  (۳)  $a=-2, b=0$  (۴)  $a=-8, b=-6$

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2 x^2 - 1)(a^4 x^4 - 1) \dots (a^{100} x^{100} - 1)}}{a^{49} x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر  $a$  و  $k$ ، کدامند؟

(۱)  $k = 51, a = -1$  (۲)  $k = 51, a = 1$  (۳)  $k = 49, a = -1$  (۴)  $k = 49, a = 1$

۱۶- خطوط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = |\sin(2x)| + 1$  را در نقطه‌ای به طول  $x = 0$  رسم می‌کنیم. اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره خط  $AB$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۷- کدام عبارت، برای تابع  $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2 - 1}}$ ، درست است؟

(۱) تابع  $f$  در بازه  $(0, 1) \cup (1, \infty)$  صعودی است.

(۲) تابع  $f$  در بازه‌های  $(0, 1)$  و  $(1, \infty)$  صعودی است.

(۳) تابع  $f$  در بازه  $(1, \infty)$  صعودی و در بازه  $(0, 1)$  نزولی است.

(۴) تابع  $f$  در بازه  $(1, \infty)$  نزولی و در بازه  $(0, 1)$  صعودی است.

۱۸- بازه‌هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$  در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\sqrt[3]{4} - 1$  (۳)  $2\sqrt[3]{4}$  (۴)  $2(\sqrt[3]{4} - 1)$

۱۹- فرض کنید  $A$  و  $B$  نقاط اکسترمم تابع  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  باشند. چند نقطه روی منحنی  $f$  وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره خط  $AB$  است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰- ارزش گزاره  $(p \Rightarrow (q \vee r))$ ، درست است. احتمال این‌که ارزش گزاره  $r$  نادرست باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{4}{7}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۱- در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر  $13/5$  و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هر یک از داده‌های جدول

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

(۱) ۷۱ (۲) ۷۱/۵ (۳) ۷۲ (۴) ۷۲/۵

محل انجام محاسبات



۲۲- برای دانش آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه تحصیلی (از ۰۱ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی مورد نظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود.)

(۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۳- تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟  $(\sqrt{10} \cong 3/16)$

(۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۲۴- میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد سه رقمی به صورت  $\overline{aba}$  که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

(۱) ۳۴۸ (۲) ۵۴۰ (۳) ۵۷۰ (۴) ۵۷۴

۲۵- اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی  $a > 9$  بر ۱۱، ۳ واحد بیشتر از باقیمانده آن باشد، احتمال این که عدد  $a - 9$  بر ۲۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{13}{22}$  (۲)  $\frac{6}{11}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{5}{11}$

۲۶- اگر  $m$  بزرگترین عدد طبیعی باشد که  $36 \equiv (10 - m)^{36}$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم  $m^{123}$  بر ۱۵، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۷- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره قرمز باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{157}{270}$  (۲)  $\frac{165}{270}$  (۳)  $\frac{173}{270}$  (۴)  $\frac{180}{270}$

۲۸- تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله  $\frac{10}{x_4} = x_1 + x_2 + x_3$ ، کدام است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱ (۴) ۹۶

۲۹- مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب  $(a, b)$ ، کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

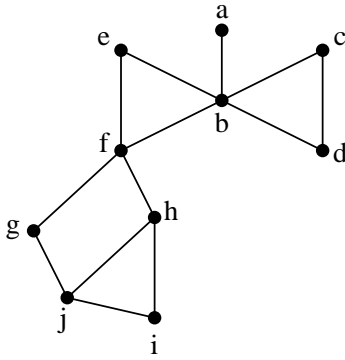
(۱)  $(5, 3)$

(۲)  $(1, 4)$

(۳)  $(2, 1)$

(۴)  $(4, 1)$

محل انجام محاسبات



۳۰- در گراف زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

- (۱)  $\{b, h\}$   
 (۲)  $\{b, g, i\}$   
 (۳)  $\{a, c, h\}$   
 (۴)  $\{a, c, f, j\}$

۳۱- بردار  $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$  با محور  $z$  در فضا زاویهٔ  $45^\circ$  درجه می‌سازد. اگر  $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$  و زاویهٔ بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  با محور  $z$  ها،  $\theta$  باشد، مقدار  $\cos \theta$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳۲- مثلث قائم‌الزاویهٔ  $ABC$  به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار  $\vec{AT}$  که در جهت بردار  $\vec{AM}$  ( $M$  وسط وتر  $BC$ ) قرار دارد، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و جدید،  $\frac{1}{16}$  مساحت اولیه باشد، اندازه بردار  $\vec{AT}$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۳۳- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ . مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $A$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۴- سهمی  $6 = 12y - (x-1)^2$  با رأس  $F$  و کانون  $F'$  مفروض است. یک بیضی با کانون‌های  $F$  و  $F'$  و خروج از مرکز  $0/6$  می‌سازیم. فاصلهٔ مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۲

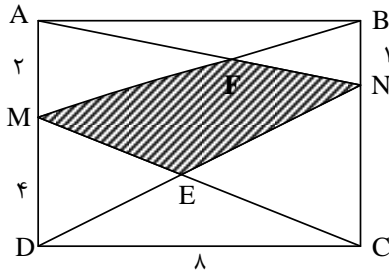
۳۵- زاویهٔ  $\widehat{Oy}$  و نقطهٔ  $M$  داخل زاویه با شرط  $\widehat{OM} = 2\widehat{MOy}$  باشد، مفروض است. از نقطهٔ  $M$  عمودهای  $MN$  و  $MP$  را

به ترتیب بر نیم‌خط‌های  $Ox$  و  $Oy$  رسم می‌کنیم. نسبت  $\frac{MN}{MP}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{OP}{ON}$  (۲)  $\frac{OP}{OM}$  (۳)  $\frac{2OP}{ON}$  (۴)  $\frac{2OP}{OM}$

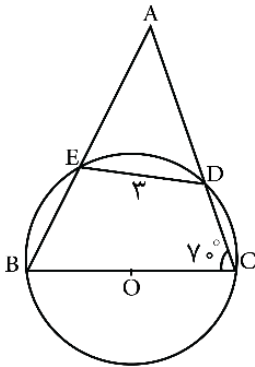
محل انجام محاسبات

۳۶- مستطیل ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی MENF، کدام است؟



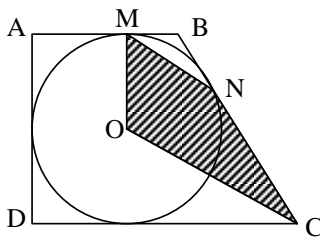
- (۱)  $\frac{104}{9}$
- (۲) ۱۳
- (۳)  $\frac{47}{3}$
- (۴) ۱۶

۳۷- در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان EDC به درجه، کدام است؟



- (۱) ۸۰
- (۲) ۹۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۲۰

۳۸- مطابق شکل زیر دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر زاویه  $\widehat{MBN} = 120^\circ$  باشد، مساحت



چهارضلعی OMNC، کدام است؟

- (۱)  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$
- (۲)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
- (۳)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
- (۴)  $9\sqrt{3}$

۳۹- فرض کنید خطوط  $x+y=1$  و  $x-y=3$  قطرهای یک دایره و خط  $4x+3y+5=0$  مماس بر آن باشد. نزدیکترین فاصله

نقطه  $M(4, -2)$  از دایره، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}-1$
- (۲)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
- (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴)  $\sqrt{5}-2$

۴۰- فرض کنید طول خط‌المركزین دو دایره با شعاع‌های  $6a-1$  و  $a^2-2$ ، برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک

داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای  $a$ ، کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲)  $\frac{13}{3}$
- (۳) ۶
- (۴) ۷

محل انجام محاسبات



