کدکنترل

122

A

یک‌شنبه
۱۴۰۳/۰۲/۱۶

دوپینگ ماز
کنکور ۱۴۰۳

گروه آموزشی ماز

دورهٔ جمع‌بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

دفترچهٔ پاسخ فیزیک

(فصل ۱ دوازدهم)

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محمدجواد سورچی پویا هدایتی	سجاد صادقی‌زاده - کامران ابراهیمی مهدی پارسا - عباس غریبی ارسلان رحمانی	سجاد صادقی‌زاده	فیزیک

اهمیت مباحث این آزمون در کنکور...

فیزیک دوازدهم خودش به‌تنهایی نصف سؤالای فیزیک کنکورتون رو شامل می‌شه، پس حتماً فیزیک دوازدهم رو جدی بگیرید! توی این آزمون تست‌های خوبی از فصل «حرکت‌شناسی» براتون آماده کردیم که بدون اغراق می‌شه گفت همهٔ مباحث مهم این فصل رو پوشش داده و کلی می‌تونه برای یادگیری و مرور کمکتون کنه.

قبل از بررسی سؤالات آزمون، بهتره که یکم با فصل «حرکت‌شناسی» که اولین فصل فیزیک دوازدهمه آشنا بشیم.

فصل ا فیزیک دوازدهم

۱- مباحث اصلی این فصل چیا هستن؟

این فصل هم طولانیه و مباحث زیادی داره و هم این‌که مباحثش به‌راحتی باهمدیگه و با فصلای دیگه (مثل کار و انرژی یا دینامیک) ترکیب می‌شن و اگه بخوایم مباحث رو تیتروار بهتون بگیم، به نمودار زیر می‌رسیم.

حرکت‌شناسی
- مفاهیم اولیهٔ حرکت مثل مسافت، جابه‌جایی، تندی و سرعت
- حرکت با سرعت ثابت روی خط راست
- حرکت با شتاب ثابت روی خط راست
- انواع نمودارهای حرکت
- بررسی حرکت دو جسم
- بررسی حرکت دو یا چند مرحله‌ای
- حرکت در دو یا سه بُعد
- سقوط آزاد (مخصوص رشتهٔ ریاضی)

توی کنکور اردیبهشت‌ماه، از نمودارهای مکان-زمان، سرعت-زمان و شتاب-زمان سؤال طرح شده که نشون‌دهندهٔ اهمیت مبحث نمودارها توی این فصله، به همین خاطر ما هم توی این آزمون سؤالای نموداری زیادی براتون قرار دادیم. بچه‌ها حواستون باشه که همیشه امکان طرح تست‌های جدید و نوآورانه توی این فصل وجود داره و ممکنه شما سر جلسهٔ کنکور با تست‌های چالش‌برانگیزی از فصل «حرکت‌شناسی» روبه‌رو بشین، پس نیازه خیلی خوب مسلط بشین روی این فصل و تعداد تست‌های زیادی از اون حل کنین!

۲- توی کنکورهای اخیر چند سؤال از این فصل اومده؟

توی جدول زیر، تعداد سؤالاتی که از این فصل توی کنکور اومده رو براتون آوردیم.

رشته / سال	۱۳۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲ (نوبت اول)	۱۴۰۲ (نوبت دوم)	۱۴۰۳ (نوبت اول)
تجربی	۳	۴	۴	۴	۴	۴
ریاضی	۵	۴	۵	۴	۴	۴

توی مرحلهٔ اول کنکور امسال هم ۴ تست از این فصل برای هر دو رشته اومده و به‌نظر می‌رسه برای کنکور تیرماه هم باید منتظر ۴ تست از این فصل باشیم.

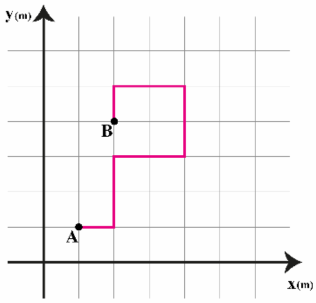
۱- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ A شروع به حرکت کرده و پس از عبور از مسیر نشان داده‌شده به نقطهٔ B می‌رسد. مسافت طی‌شده توسط متحرک چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟ (هریک از خانه‌های شطرنجی مربعی به طول واحد است.)

۱) ۲

۲) $\sqrt{۵}$

۳) ۳

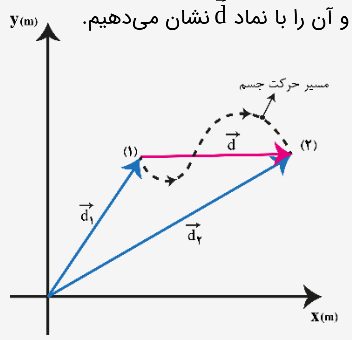
۴) $\sqrt{۱۰}$



پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

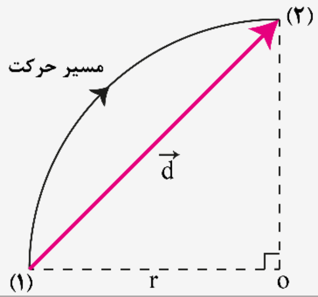
مسافت و جابه‌جایی

جابه‌جایی: به برداری که مکان آغاز حرکت یک متحرک را به مکان پایان حرکت آن وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی می‌گوییم و آن را با نماد $\vec{d}$ نشان می‌دهیم.



$$\vec{d} = \vec{d}_۲ - \vec{d}_۱$$

مسافت: به طول مسیری که متحرک می‌پیماید، مسافت می‌گوییم و آن را با حرف L نشان می‌دهیم. به‌عنوان مثال متحرکی مسیر ربع دایره را مطابق شکل زیر می‌پیماید، در این صورت مسافت طی‌شده توسط متحرک یعنی L و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر است با: آزمون وی ای پی

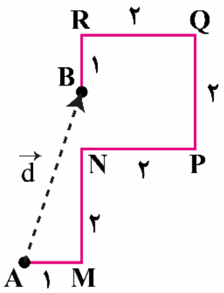


$$L = \frac{۱}{۴}(۲\pi r) = \frac{۱}{۲}\pi r$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{r^۲ + r^۲} = \sqrt{۲}\,r$$

پاسخ تشریحی:

در ابتدا طول هر قسمت از مسیر را با استفاده از صفحهٔ شطرنجی داده‌شده به‌دست می‌آوریم، در این صورت مسافت طی‌شده توسط متحرک و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر است با:



$$L = \overline{AM} + \overline{MN} + \overline{NP} + \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RB}$$

$$= ۱+۲+۲+۲+۲+۱ = ۱۰\,m$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{AM^۲ + (MN+NB)^۲} = \sqrt{۱^۲ + (۲+۱)^۲} = \sqrt{۱+۹} = \sqrt{۱۰}\,m$$

و در پایان محاسبهٔ خواستهٔ تست:

$$\frac{L}{|\vec{d}|} = \frac{۱۰}{\sqrt{۱۰}} = \sqrt{۱۰}$$

۲- معادلهٔ مکان-زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=۲t^۲-۸t+۸$ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: در بازهٔ $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۵s$، تندی متوسط متحرک برابر $۵\frac{m}{s}$ است.

ب: در ۲ ثانیهٔ سوم، سرعت متوسط برابر $۱۲\frac{m}{s}$ است.

پ: در لحظهٔ $t=۴s$، هر سه بردار مکان، سرعت و شتاب هم‌جهت هستند.

۱) ۳　　۲) ۲　　۳) ۱　　۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱　　(متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

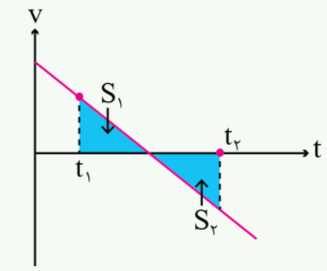
نکته:

هنگامی که معادلهٔ مکان-زمان حرکت به‌صورت درجه ۲ است، حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود و به‌راحتی می‌توانیم معادلهٔ سرعت-زمان حرکت را بنویسیم.

a و t از معادلهٔ مکان-زمان به‌دست می‌آیند. $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \rightarrow$

با جای‌گذاری a و t، معادلهٔ سرعت-زمان به‌دست می‌آید. $v=at+v_۰ \rightarrow$

با داشتن معادلهٔ سرعت-زمان و رسم آن، به‌راحتی می‌توان مسافت، جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط را با کمک مساحت زیر نمودار سرعت-زمان به‌دست آورد.



جابه‌جایی در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: $\Delta x=|S_۱|-|S_۲|$

سرعت متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{|S_۱|-|S_۲|}{t_۲-t_۱}$

مسافت در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: $\ell=|S_۱|+|S_۲|$

تندی متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{|S_۱|+|S_۲|}{t_۲-t_۱}$

پاسخ تشریحی:

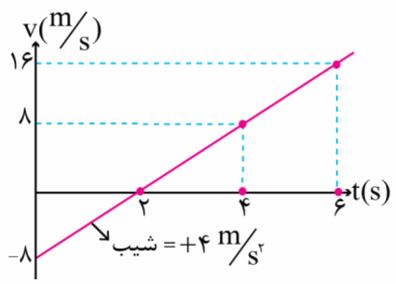
از روندی که در نکتهٔ ارائه‌شده دیدیم استفاده می‌کنیم. با مقایسهٔ معادلهٔ مکان-زمان داده‌شده با معادلهٔ مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases}x=۲t^۲-۸t+۸\\ x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\end{cases}\rightarrow\begin{cases}a=۴\frac{m}{s^۲}\\ v_۰=-۸\frac{m}{s}\end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت-زمان متحرک برابر است با:

$$v=at+v_۰\rightarrow v=۴t-۸$$

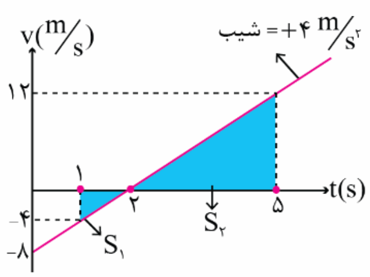
پس نمودار سرعت-زمان به شکل زیر است:



بررسی موارد:

حال که نمودار سرعت-زمان را داریم به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم.

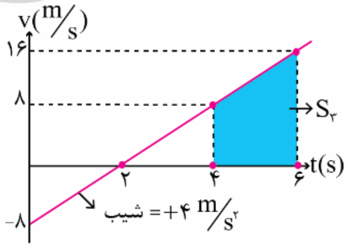
الف:



مسافت: $\ell=|S_۱|+|S_۲|=\frac{۱\times۴}{۲}+\frac{۳\times۱۲}{۲}=۲۰m$

تندی متوسط: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۵-۱}=۵\frac{m}{s}$

ب:



$$\Delta x = |S_3| = \frac{8+16}{2}\times 2 = 24m$$: جابه‌جایی

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{6-4} = 12\frac{m}{s}$$: سرعت متوسط

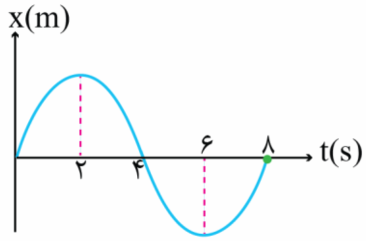
پ: حرکت با شتاب ثابت $a = 4\frac{m}{s^2}$ انجام می‌شود، پس بردار شتاب همواره در جهت محور x است. از طرفی طبق نمودار سرعت-زمان رسم‌شده، سرعت هم در لحظهٔ $t = 4s$ مثبت است، یعنی در جهت محور x می‌باشد. حال علامت مکان را در لحظهٔ $t = 4s$ به‌دست می‌آوریم.

$$x = 2t^2 - 8t + 8 \xrightarrow{t=4s} x = 2\times 4^2 - 8\times 4 + 8 = 8m$$

مکان هم مثبت است و در جهت محور x می‌باشد؛ بنابراین در لحظهٔ $t = 4s$، هر سه بردار شتاب، سرعت و مکان در جهت محور x هستند و هم‌جهت می‌باشند.

گروه آموزشی ماز

۳- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. کدام گزینه نادرست است؟



۱) متحرک در لحظات $t = 2s$ و $t = 6s$ تغییر جهت می‌دهد.
۲) در $t = 4s$ متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند.
۳) در مدتی که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، حرکت آن ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.
۴) در مدتی که متحرک در مکان‌های منفی حرکت می‌کند شتاب متحرک خلاف جهت محور x است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

تحلیل کامل نمودار مکان-زمان

اگر نمودار، بالای محور t باشد: متحرک در مکان‌های مثبت حرکت می‌کند $(x > 0)$.

اگر نمودار، زیر محور t باشد: متحرک در مکان‌های منفی حرکت می‌کند $(x < 0)$.

نقاطی که نمودار، محور t را قطع کرده: متحرک از مبدأ عبور می‌کند $(x = 0)$.

نمودار مکان-زمان از محور t دور شود: اندازهٔ مکان زیاد شده و متحرک درحال دور شدن از مبدأ است.

نمودار مکان-زمان به محور t نزدیک شود: اندازهٔ مکان کم شده و متحرک درحال نزدیک شدن به مبدأ است.

نمودار مکان-زمان موازی محور t باشد: متحرک متوقف شده است.

نمودار مکان-زمان صعودی اکید باشد: متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند $(v > 0)$.

نمودار مکان-زمان نزولی اکید باشد: متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند $(v < 0)$.

نمودار مکان-زمان افقی باشد: جسم متوقف شده است $(v = 0)$.

در ماکسیمم و مینیمم نسبی نمودار مکان-زمان: متحرک متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد $(v = 0)$.

نمودار مکان-زمان درحال قائم شدن باشد: تندی زیاد می‌شود (حرکت تندشونده).

نمودار مکان-زمان درحال افقی شدن باشد: تندی کم می‌شود (حرکت کندشونده).

نمودار مکان-زمان خط راست باشد: تندی ثابت می‌ماند (حرکت یکنواخت).

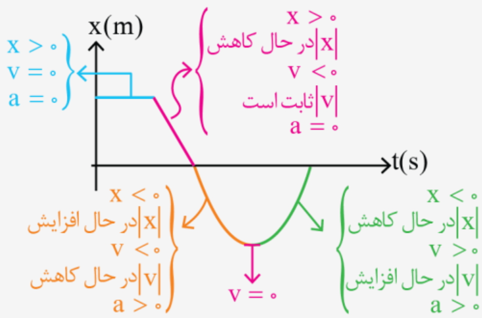
تقعر نمودار مکان-زمان به سمت بالا باشد: شتاب و نیرو در جهت محور x است $(a > 0)$.

تقعر نمودار مکان-زمان به سمت پایین باشد: شتاب و نیرو خلاف جهت محور x است $(a < 0)$.

نمودار مکان-زمان تقعر نداشته باشد: شتاب و نیرو صفر شده و متحرک درحال تعادل است $(a = 0)$.

در نقاط عطف نمودار مکان زمان که جهت تقعر عوض می‌شود: شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد $(a = 0)$.

مثال:



پاسخ تشریحی:

هریک از موارد را جداگانه بررسی می‌کنیم.

۱) درست: در لحظات t = ۲s و t = ۶s شیب نمودار مکان-زمان صفر است پس در این لحظات سرعت صفر است و متحرک تغییر جهت داده است.

۲) درست: در لحظهٔ t = ۴s مکان متحرک صفر شده است پس در این لحظه متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند.

۳) درست: در بازهٔ t = ۲s تا t = ۶s چون شیب منفی است پس سرعت منفی است و متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده است. در t = ۲s و t = ۶s سرعت صفر است پس بعد از t = ۲s حرکت تندشونده و قبل از t = ۶s حرکت کندشونده است (می‌توان گفت چون شیب، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته پس تندی، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است).

۴) نادرست: در بازهٔ t = ۴s تا t = ۸s مکان منفی است. در این مدت چون تقعر نمودار مکان-زمان به سمت بالا است پس شتاب مثبت است.

گروه آموزشی ماز

۴- متحرکی روی محور x مسیری را طی می‌کند. سرعت متوسط این متحرک در بازهٔ t = ۳s تا t = ۶s صفر است. اگر سرعت متوسط در بازهٔ t = ۱s تا t = ۶s در SI برابر $+3/4\vec{i}$ و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ t = ۱s تا t = ۱۵s در SI برابر $-7\vec{i}$ باشد، بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ t = ۳s تا t = ۱۵s در SI کدام است؟

۱) $-2\vec{i}$ ۲) $+2\vec{i}$ ۳) $-\frac{5}{6}\vec{i}$ ۴) $+\frac{5}{6}\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

مسافت طی‌شده (L)

«مجموعه طول‌های پیموده‌شده در مسیر حرکت را مسافت طی‌شده گویند.»

جابه‌جایی $(\vec{d})$:

«به برداری که نقطهٔ شروع حرکت را به نقطهٔ پایان حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی گفته می‌شود.»

مسافت و جابه‌جایی هر دو از جنس طول‌اند و برحسب متر اندازه‌گیری می‌شوند.

جدول مقایسهٔ مسافت طی‌شده و جابه‌جایی

جابه‌جایی (d)	مسافت طی‌شده (L)
برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای حرکت وصل می‌کند.	مجموع طول‌های پیموده شده متحرک را مسافت طی شده گویند.
برداری است.	نرده‌ای است.
هر عددی می‌تواند باشد. (مثبت، منفی و صفر)	نامنفی است. (مثبت و صفر)
بردار جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط تابع نقاط شروع و پایان حرکت است.	مسافت طی‌شده به کل مسیر حرکت وابسته است.
بردار جابه‌جایی اطلاع دقیقی از مسیر حرکت به ما نمی‌دهد و درواقع کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ و مقصد است.	کل مسیر حرکت را مشخص می‌کند ولی جهت حرکت و جابه‌جایی را نشان نمی‌دهد.

مسافت طی‌شده همواره بزرگ‌تر مساوی اندازهٔ جابه‌جایی است:

$$L \ge |d|$$

اگر متحرکی روی خط راست حرکت کند و تغییر جهت هم نداشته باشد مسافت طی‌شده و اندازهٔ جابه‌جایی برابر خواهد شد:

$$L = |d|$$

در این حالت متحرک روی بردار جابه‌جایی حرکت کرده است و کم‌ترین مقدار مسافت طی‌شده را خواهیم داشت.

در حرکت‌هایی که به‌صورت رفت‌وبرگشت انجام می‌شود (مسیر بسته) چون ابتدا و انتهای حرکت برهم منطبق می‌باشد جابه‌جایی حرکت صفر است.

$$d = 0 \qquad L \ne 0$$

سرعت و تندی

سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی به مدت‌زمان صرف‌شده را سرعت متوسط گویند.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$\vec{v}_{av}$: سرعت متوسط $\vec{d}$: جابه‌جایی Δt: زمان سپری‌شده

اگر متحرک روی محور x حرکت کند می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

تندی متوسط: نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان صرف‌شده را تندی متوسط گویند.

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

s_{av}: تندی متوسط L: مسافت طی شده Δt: زمان سپری‌شده

یکای تندی و سرعت در SI متر بر ثانیه می‌باشد.

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div ۳/۶} \frac{m}{s} \qquad \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۳/۶} \frac{km}{h}$$

نکته:

صفر بودن سرعت متوسط یک جسم در یک بازهٔ معین الزاماً دلیل ساکن بودن آن نیست:

۱- ممکن است جسم در آن بازه حرکت کرده و به مکان اولیه برگشته باشد.

$$x_۲ = x_۱ \to \vec{v}_{av} = ۰$$

۲- ممکن است جسم در آن بازه ساکن باشد.

$\vec{V}_{av} = ۰$

پاسخ تشریحی:

طبق نکتهٔ قبل چون جابه‌جایی در بازهٔ $t = ۳s$ تا $t = ۶s$ صفر است پس $x_۶ = x_۳$:

$t = ۶s$ تا $t = ۱s$ بازهٔ: $v_{av} = \frac{x_۶ - x_۱}{۶ - ۱} \to ۳/۴ = \frac{x_۶ - x_۱}{۵}$

$\to x_۶ = ۱۷ + x_۱ \xrightarrow{x_۳ = x_۶} x_۳ = ۱۷ + x_۱$

از طرفی: $x_{۱۵} - x_۱ = -۷ \to x_{۱۵} = x_۱ - ۷$

$t = ۱۵s$ تا $t = ۳s$ بازهٔ: $v_{av} = \frac{x_{۱۵} - x_۳}{۱۵ - ۳} = \frac{x_۱ - ۷ - ۱۷ - x_۱}{۱۲} \to \vec{v}_{av} = -۲i(\frac{m}{s})$

گروه آموزشی ماز

۵- معادلهٔ مکان–زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۵$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه با تندی متوسط آن در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت اختلاف دارد؟

۱) صفر   ۲) ۱   ۳) ۹   ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲   (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

معادلهٔ مکان-زمان

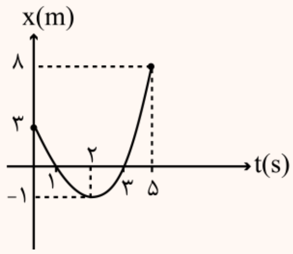
رابطه‌ای که مکان متحرک را روی محور x در هر لحظهٔ (t) نشان می‌دهد معادلهٔ مکان-زمان نامیده می‌شود:آزمون وی ای پی

$$\underset{\text{مکان}}{x} = f\,(\underset{\text{زمان}}{t})$$

مثال:

معادلهٔ مکان-زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند به‌صورت $x = t^۲ - ۴t + ۳$ است. اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط آن در ۵ ثانیهٔ نخست حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟

پاسخ:



$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۳ \\ t_۲ = ۵ \Rightarrow x_۲ = ۸ \end{cases}$$

$$|v_{av}| = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| = \left|\frac{۸ - ۳}{۵}\right| = ۱\frac{m}{s}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۴ + ۹}{۵} = \frac{۱۳}{۵} = ۲/۶\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

سه ثانیهٔ دوم حرکت یعنی از $t_1 = ۳s$ تا $t_۲ = ۶s$؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = ۳s \\ t_۲ = ۶s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ۹ - ۵ = ۴m \\ x_۲ = ۳۶ - ۵ = ۳۱m \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_1}{t_۲ - t_1} = \frac{۳۱ - ۴}{۶ - ۳} = \frac{۲۷}{۳} \Rightarrow v_{av} = ۹\frac{m}{s}$$

گام آخر:

متحرک بدون تغییر جهت روی خط راست حرکت می‌کند؛ بنابراین در ۲ ثانیهٔ سوم $(۴s < t < ۶s)$، تندی متوسط هم‌اندازهٔ سرعت متوسط است و داریم:

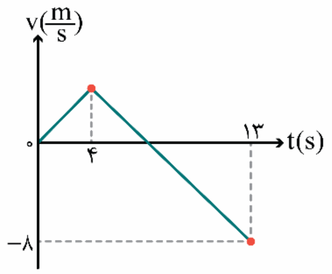
$$\begin{cases} t_1 = ۴s \\ t_۲ = ۶s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ۴^۲ - ۵ = ۱۱m \\ x_۲ = ۶^۲ - ۵ = ۳۱m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_1}{t_۲ - t_1} = \frac{۳۱ - ۱۱}{۶ - ۴} = \frac{۲۰}{۲} \Rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم، $۱\frac{m}{s}$ کم‌تر از تندی متوسط در ۲ ثانیهٔ سوم است.

گروه آموزشی ماز

۶- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت برابر $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، تندی متوسط آن در ۱۳ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۶۱}{۱۳}$

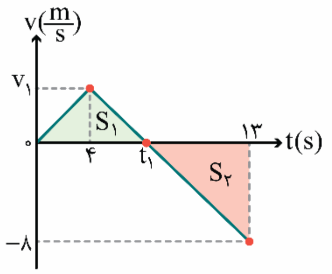
۲) $\frac{۶۳}{۱۳}$

۳) $\frac{۲۹}{۱۳}$

۴) $\frac{۴۹}{۱۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:



گام اول:

با توجه به شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ اول، سرعت v_1 را روی نمودار به‌دست می‌آوریم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow ۲/۵ = \frac{v_1 - ۰}{۴} \rightarrow v_1 = ۱۰\frac{m}{s}$$

گام دوم:

با توجه به تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ t_1 را به‌دست می‌آوریم.

می‌دانیم مجموع قدر مطلق مساحت‌های محصور بین نمودار v.t و محور برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است؛ بنابراین:

$$\frac{۱۳ - t_1}{t_1 - ۴} = \frac{۸}{v_1} \xrightarrow{v_1 = ۱۰\frac{m}{s}} ۱۳۰ - ۱۰t_1 = ۸t_1 - ۳۲ \rightarrow ۱۸t_1 = ۱۶۲ \rightarrow t_1 = ۹s$$

گام سوم:

مسافت طی‌شده در مدت‌زمان ۱۳s برابر است با:

$$\ell = |S_1| + |S_۲| \rightarrow \ell = \frac{۱۰ \times ۹}{۲} + \frac{۴ \times ۸}{۲} = ۶۱m$$

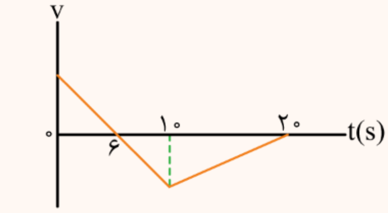
گام آخر:

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۶۱}{۱۳}\frac{m}{s}$$

کنکور سراسری تجربی داخل تیر ۱۴۰۲:

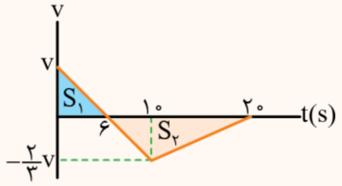
نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر کل مسافت طی‌شده توسط متحرک $۱۳۸\,m$ باشد، بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۱۲s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۲/۱۶
۲) ۴/۲۸
۳) ۲/۴
۴) ۴/۶

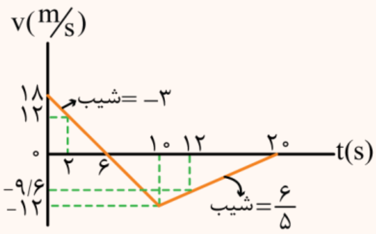
پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به این‌که شیب نمودار در ۱۰ ثانیهٔ اول، ثابت است و با استفاده از تشابه مثلث‌ها می‌توان نتیجه گرفت که اگر سرعت در لحظهٔ $t=۰$ برابر v باشد، سرعت در لحظهٔ $t=۱۰s$ برابر $-\frac{۲}{۳}v$ می‌باشد، بنابراین مسافت طی‌شده در کل حرکت برابر است با:



$$l=S_1+S_2=\frac{۶v}{۲}+\frac{۱۴\times\frac{۲}{۳}v}{۲}=\frac{۲۳}{۳}v\xrightarrow{l=۱۳۸m}۱۳۸=\frac{۲۳}{۳}v\Rightarrow v=۱۸\frac{m}{s}$$

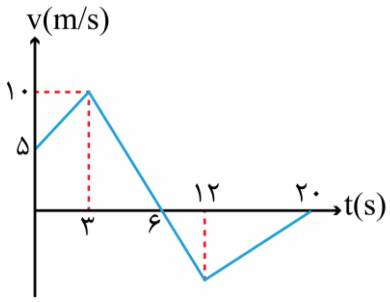
بنابراین شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۱۲s$ برابر است با:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۹/۶-۱۲}{۱۲-۲}=\frac{-۲۱/۶}{۱۰}=-۲/۱۶\frac{m}{s^2}\Rightarrow |a_{av}|=۲/۱۶\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

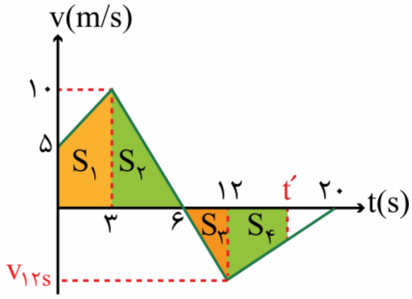
۷- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در مبدأ زمان در مکان $x_0=-۷/۵\,m$ قرار دارد، به‌صورت زیر است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که به فاصلهٔ ۶۵ متری مبدأ می‌رسد، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $-\frac{۴}{۷}$
۲) $-\frac{۱۰}{۷}$
۳) $-\frac{۷}{۴}$
۴) $-\frac{۷}{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ — (سخت ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:



ابتدا جابه‌جایی بالای محور زمان (یعنی جابه‌جایی در جهت محور x) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{(۰\text{ تا }۳s)}=S_1=\frac{۱۰+۵}{۲}\times۳=۲۲/۵m$$

$$\Delta x_{(۳s\text{ تا }۶s)}=S_2=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۳=۱۵m$$

$$\to\Delta x_{(۰\text{ تا }۶s)}=۲۲/۵+۱۵=۳۷/۵m$$

متحرک از $x_0=-۷/۵m$ شروع به حرکت کرده و در جهت محور x، $۳۷/۵m$ جابه‌جا شده است، پس در حرکت در جهت محور x، نهایتاً به فاصلهٔ $(-۷/۵)+۳۷/۵=۳۰m$ از مبدأ می‌رسد، درنتیجه فاصلهٔ ۶۵ متری از مبدأ باید در مکان‌های منفی و هنگام حرکت در خلاف جهت محور رخ دهد. فرض می‌کنیم این اتفاق در لحظهٔ t' در نمودار بالا رخ دهد، پس در حرکت در خلاف جهت محور x، متحرک باید ۳۰ متر جابه‌جا شود تا به مبدأ برسد و ۶۵ متر جابه‌جا شود تا به $x=-۶۵m$ برسد:

$$|S_3|+|S_4|=۶۵+۳۰=۹۵m\qquad(I)$$

حال سرعت در $t=۱۲s$ را با نسبت اضلاع حساب می‌کنیم تا مساحت $S_۳$ قابلِ‌محاسبه باشد:

$$\frac{|v_{۱۲s}|}{v_{۳s}}=\frac{۱۲-۶}{۶-۳}\to\frac{|v_{۱۲s}|}{۱۰}=\frac{۶}{۳}\to|v_{۱۲s}|=۲۰\frac{m}{s}\to v_{۱۲s}=-۲۰\frac{m}{s}$$

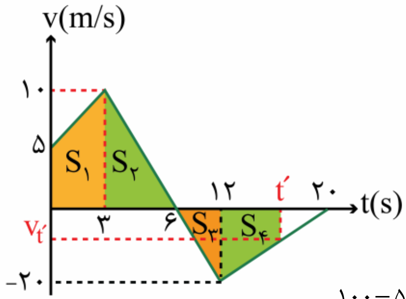
حال با توجه به شکل بالا می‌توان مساحت $S_۳$ را حساب کرد.

$$|S_۳|=\frac{۱}{۲}\times۲۰\times(۱۲-۶)=۶۰m$$

پس مساحت $S_۴$ باید برابر شود با:

$$\xrightarrow{(I)}|S_۴|+|S_۳|=۹۵\to|S_۴|+۶۰=۹۵\to|S_۴|=۳۵m$$

حال کافی است در شکل زیر، سرعت در لحظهٔ t' را یافته و مساحت ذوزنقه $S_۴$ را برابر $۳۵m$ قرار دهیم:



$$\frac{|v_{۱۲s}|}{|v_{t'}|}=\frac{۲۰-۱۲}{۲۰-t'}\to\frac{۲۰}{|v_{t'}|}=\frac{۸}{۲۰-t'}$$

$$\to|v_{t'}|=\frac{۱۰۰-۵t'}{۲}\qquad(II)$$

حال می‌توان نوشت:

$$|S_۴|=۳۵\xrightarrow{\text{با استفاده از رابطهٔ }(II)}\frac{۲۰+(\frac{۱۰۰-۵t'}{۲})}{۲}\times(t'-۱۲)=۳۵$$

$$\to۱۴۰=(۱۴۰-۵t')(t'-۱۲)\to-۵t'^۲+۲۰۰t'-۱۸۲۰=۰\xrightarrow{\div۵}-t'^۲+۴۰t'-۳۶۴=۰$$

$$\to t'=\frac{-۴۰\pm\sqrt{(۴۰)^۲-۴(-۱)(-۳۶۴)}}{-۲}=\frac{-۴۰\pm۱۲}{-۲}\to t'=۲۶s\ \text{غ ق ق}\ ,\ t'=۱۴s\ \text{ق ق}$$

سرعت در $t'=۱۴s$ برابر می‌شود با:

$$\xrightarrow{(II)}|v_{۱۴s}|=\frac{۱۰۰-۵t'}{۲}=\frac{۱۰۰-۵\times۱۴}{۲}=۱۵\frac{m}{s}\to v_{۱۴s}=-۱۵\frac{m}{s}$$

پس باید شتاب متوسط در بازهٔ (۰ تا ۱۴s) را حساب کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_{۱۴s}-v_۰}{۱۴-۰}=\frac{-۱۵-۵}{۱۴}=\frac{-۲۰}{۱۴}=-\frac{۱۰}{۷}$$

تست زیر نمونهٔ دیگری از کاربرد مساحت زیر نمودار سرعت-زمان است:

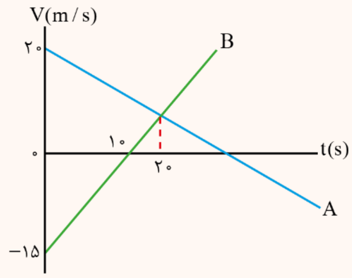
خارج ریاضی -۱۴۰۰

نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است.

مجموع مسافتی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲=۱۰s$ طی می‌کنند، چند متر است؟

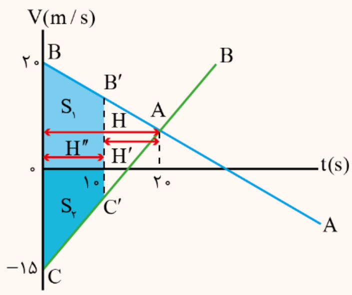
۱) ۳۵۰ ۲) ۲۶۲/۵

۳) ۲۵۰ ۴) ۱۲۵/۵



پاسخ: گزینهٔ ۲

گام ۱: در شکل مقابل و در مثلث‌های $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نسبت اضلاع می‌نویسیم:

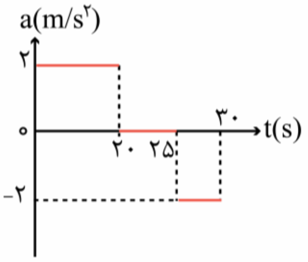


$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{H}{H'}\to\frac{۲۰+۱۵}{B'C'}=\frac{۲۰}{۱۰}\to B'C'=۱۷/۵$$

گام ۲: جمع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک تا لحظهٔ $t=۱۰s$، درواقع جمع اندازهٔ مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ در شکل است، جمع این دو مساحت نیز درواقع مساحت ذوزنقهٔ $BB'CC'$ می‌باشد، پس:

$$L_A+L_B=S_{BB'CC'}=\frac{BC+B'C'}{۲}\times H''=\frac{۳۵+۱۷/۵}{۲}\times۱۰=۲۶۲/۵m$$

۸- نمودار شتاب-زمان متحرکی که از حال سکون بر روی محور x ها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در ۳۰ ثانیهٔ نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۵۵}{۶}$

۲) $\frac{۱۴۵}{۶}$

۳) ۲۵

۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

نکات مربوط به نمودار سرعت-زمان:

۱- لحظهٔ برخورد نمودار با محور t لحظهٔ توقف متحرک است.

۲- نقطهٔ شروع نمودار، v_0 یا سرعت اولیهٔ متحرک است.

۳- در بازهٔ زمانی که نمودار بالای محور t است $(v>0)$، حرکت در جهت مثبت محور x است.

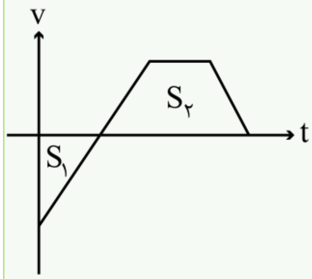
۴- در بازهٔ زمانی که نمودار پایین محور t است $(v<0)$، حرکت در خلاف جهت مثبت محور x است.

۵- در بازهٔ زمانی که نمودار صعودی است، شتاب مثبت $(a>0)$ و اگر نمودار نزولی باشد، شتاب منفی $(a<0)$ است.

۶- در لحظه‌ای که نمودار بیشینه یا کمینه است، شتاب حرکت صفر $(a=0)$ است.

۷- مساحت سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی متحرک در هر بازهٔ زمانی است.

۸- قدر مطلق مساحت زیر نمودار برابر مسافت طی‌شده در هر بازهٔ زمانی است.



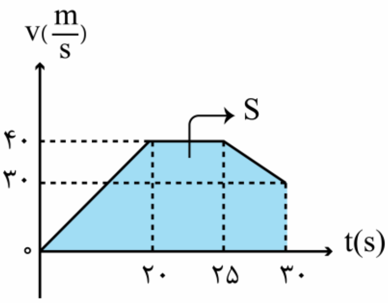
$$\Delta x = S_2 - S_1$$
$$L = S_2 + S_1$$

نکته:

در بسیاری از سؤالات که نمودار شتاب-زمان به ما داده می‌شود، می‌توانیم نمودار سرعت-زمان را رسم کنیم و با کمک نکات مربوط به آن به سؤال پاسخ دهیم.

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار شتاب-زمان داده‌شده و $v_0 = 0$ اشاره‌شده در سؤال، نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{۳۰} \qquad (۱)$$

$$\Delta x = S = \left(\frac{۲۰\times۴۰}{۲}\right) + (۵\times۴۰) + \frac{\overbrace{(۴۰+۳۰)}^{۷۰}\times۵}{۲}$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۴۰۰ + ۲۰۰ + ۱۷۵ = ۷۷۵\,m \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} v_{av} = \frac{۷۷۵}{۳۰} = \frac{۱۵۵}{۶}\,\frac{m}{s}$$

اگر...

اگر تندی متوسط را در ۳۰ ثانیهٔ اول می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ:

با توجه به نمودار سرعت-زمان رسم‌شده، سرعت متحرک همواره مثبت است و بدون تغییر جهت، در جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین تندی متوسط آن هم‌اندازهٔ سرعت متوسط آن است و درنتیجه تندی متوسط نیز برابر $\frac{۱۵۵}{۶}\,\frac{m}{s}$ است.

۹- متحرکی با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. این متحرک در لحظهٔ $t = 5s$ در فاصلهٔ ۱۵ متری مبدأ حرکت خود قرار دارد و چهار ثانیه بعد از آن از مکان $x = -3m$ عبور می‌کند. این متحرک در چه لحظه‌ای از ۱۵ متری مبدأ مختصات عبور می‌کند؟

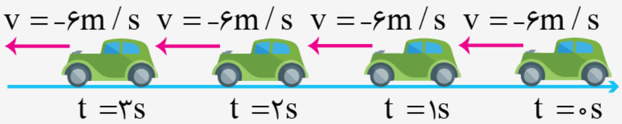
۱) پایان ثانیهٔ پنجم ۲) پایان ثانیهٔ پانزدهم ۳) پایان ثانیهٔ سیزدهم ۴) گزینهٔ ۱ و ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است پس در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

اندازهٔ سرعت متوسط = تندی متوسط = اندازهٔ سرعت لحظه‌ای = تندی لحظه‌ای



حرکت با سرعت ثابت

حرکت روی خط راست انجام می‌شود ← جهت سرعت ثابت

تندی با گذشت زمان تغییر نمی‌کند ← اندازهٔ سرعت ثابت

چون هم اندازهٔ سرعت و هم جهت سرعت ثابت است
پس شتاب حرکت صفر است: $a = 0$

معادلهٔ مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

x: مکان در لحظهٔ t v: سرعت t: زمان x_0: مکان اولیه

معادلهٔ جابه‌جایی زمان حرکت با سرعت ثابت

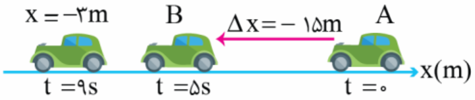
$$\Delta x = v\Delta t$$

Δx: جابه‌جایی و مسافت v: سرعت Δt: زمان سپری‌شده

چون جهت حرکت ثابت است در این رابطه Δx هم جابه‌جایی و هم مسافت طی‌شده می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

ابتدا مسیر حرکت را مشخص می‌کنیم:



$$AB: v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-15}{5} = -3\frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x=-3]{t=9} -3 = -3\times 9 + x_0 \rightarrow x_0 = 24m$$

معادلهٔ حرکت $x = vt + x_0 \rightarrow x = -3t + 24$

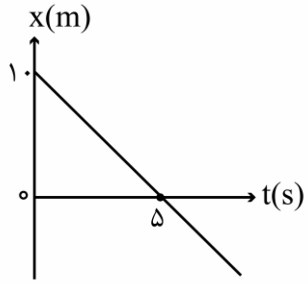
فاصلهٔ ۱۵ متری مبدأ در دو حالت امکان‌پذیر است:

۱) $x = +15 \rightarrow 15 = -3t + 24 \rightarrow t = 3s$

۲) $x = -15 \rightarrow -15 = -3t + 24 \rightarrow t = 13s$

که فقط $t = 13s$ در گزینه‌ها وجود دارد.

۱۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافتی که متحرک در مدت ۱۰ دقیقه طی می‌کند چند کیلومتر است؟



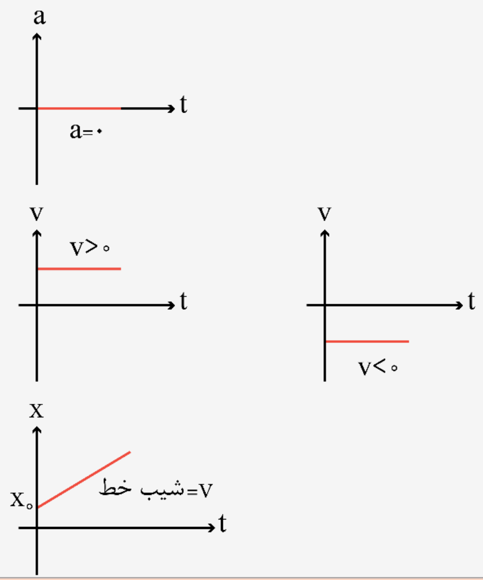
۱) ۱/۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

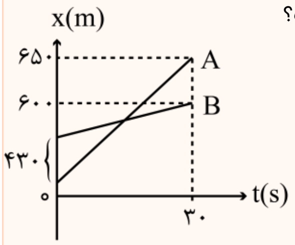
نمودارهای $x-t$ ، $v-t$ و $a-t$ در حرکت با سرعت ثابت:

$$\begin{cases} v = \text{ثابت} \Rightarrow a = 0 \\ v = \text{ثابت} \Rightarrow \\ x = vt + x_0 \Rightarrow \end{cases}$$



مثال:

نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل زیر است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت متحرک B است؟



۱) ۱۲
۲) ۱۲/۶
۳) ۱۶
۴) ۱۶/۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به نمودار، برای محاسبهٔ اختلاف سرعت دو متحرک می‌توان نوشت:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} - \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{x_{2A} - x_{1A}}{\Delta t} - \frac{x_{2B} - x_{1B}}{\Delta t}$$
$$= \frac{(x_{2A} - x_{2B}) + (x_{1B} - x_{1A})}{\Delta t} = \frac{(۶۵۰ - ۶۰۰) + ۴۳۰}{۳۰}$$
$$= \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

اگر نمودار مکان-زمان متحرکی خط راست باشد حرکت با سرعت ثابت بوده و شیب خط برابر سرعت متحرک است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۰}{۵} = -۲\frac{m}{s}$$
$$L = |v| \times \Delta t \Rightarrow L = ۲ \times ۶۰۰ s = ۱۲۰۰ m$$
$$\Rightarrow L = ۱/۲ km$$

۱۱- متحرکی نیمی از مسیر مستقیم را با سرعت متوسط $5\frac{m}{s}$ و نیمهٔ دیگر مسیر را در همان جهت طی دو بازهٔ زمانی مساوی با سرعت‌های v و ۲v در یک جهت طی می‌کند. اگر کل مسیر طی‌شده توسط متحرک ۱۲۰m بوده و سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکت $7/5\frac{m}{s}$ شود. سرعت متوسط متحرک در ۱۵s نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) $\frac{20}{3}$ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

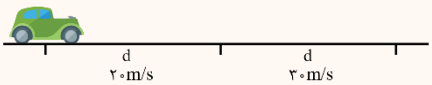
سرعت متوسط

اگر متحرک در چند بازهٔ زمانی Δt_1 ، Δt_2 و ... جابه‌جایی‌های Δx_1 ، Δx_2 و ... را بر روی مسیر مستقیم با سرعت‌های v_1 ، v_2 و ... طی کند:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots}\to v_{av}=\frac{v_1\Delta t_1+v_2\Delta t_2+\cdots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots}\ ,\ v_{av}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots}{\frac{\Delta x_1}{v_1}+\frac{\Delta x_2}{v_2}+\cdots}$$

مثال:

متحرکی روی خط راست، نیمی از مسیر را با تندی $20\frac{m}{s}$ و نیمهٔ دیگر آن را در همان جهت با تندی $30\frac{m}{s}$ طی می‌کند. سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

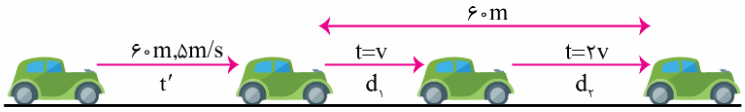


$$v_{av}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{\Delta t_1+\Delta t_2}\xrightarrow{\Delta t=\frac{\Delta x}{v}}v_{av}=\frac{d+d}{\frac{d}{20}+\frac{d}{30}}$$

$$\to v_{av}=\frac{2d}{\frac{5d}{60}}\to v_{av}=24\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به سؤال، نیمی از مسیر یعنی ۶۰ متر را با تندی $5\frac{m}{s}$ طی کردیم و نیمهٔ دیگر آن که همان ۶۰ متر می‌شود در دو بازهٔ زمانی یکسان t ثانیه‌ای طی شده است:



$$\Delta x=vt\begin{cases}d_1=vt\\ d_2=2vt\end{cases}\to d_1+d_2=60\to 3vt=60\to t=\frac{60}{3v}=\frac{20}{v}$$

سرعت متوسط در کل مسیر $7/5\frac{m}{s}$ است:

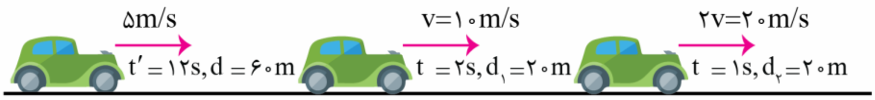
$$v_{av}=\frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}\to 7/5=\frac{d+d_1+d_2}{t'+t+t}\xrightarrow[t=\frac{20}{v}\ ,\ d+d_1+d_2=120]{t'=\frac{60}{5}=12s}7/5=\frac{120}{12+\frac{20}{v}+\frac{20}{v}}$$

با حل معادلهٔ بالا v به‌دست می‌آید:

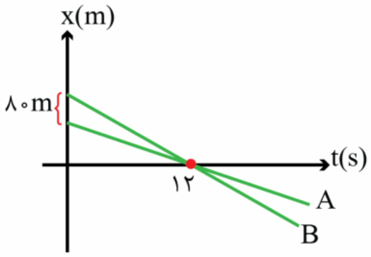
$$7/5=\frac{120}{12+\frac{40}{v}}\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}90+\frac{300}{v}=120\to\frac{300}{v}=30\to v=10\frac{m}{s}$$

زمان t با توجه به معادلهٔ $t=\frac{20}{v}=\frac{20}{10}=2s$ است. در مدت ۱۵s نخست $t'=12s$ با سرعت $5\frac{m}{s}$ و سپس از ۱۲s تا ۱۴s به مدت ۲s با سرعت $v=10\frac{m}{s}$ و به مدت ۱s از $t=14s$ تا $t=15s$ با سرعت $2v=20\frac{m}{s}$ طی شده است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{60+20+20}{12+2+1}=\frac{100}{15}=\frac{20}{3}\frac{m}{s}$$



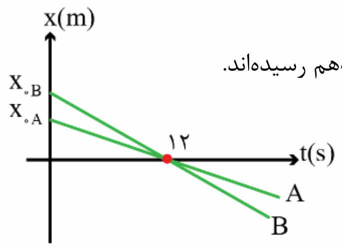
۱۲- نمودار مکان-زمان دو متحرک روی محور x مطابق شکل است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک ازهم برای دومین بار برابر ۲۰m می‌شود؟



۱) ۳
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:



با توجه به نمودار، حرکت هر دو متحرک به‌صورت یکنواخت است و مشخص است که در لحظهٔ $t = ۱۲s$ دو متحرک به‌هم رسیده‌اند.

$$x = vt + x_\circ \to \begin{cases} x_B = v_B t + x_{\circ B} \\ x_A = v_A t + x_{\circ A} \end{cases} \xrightarrow[(t=۱۲s)]{\text{دو معادله را برابر قرار می‌دهیم}} v_B t + x_{\circ B} = v_A t + x_{\circ A}$$

$$\to ۱۲v_B - ۱۲v_A = x_{\circ A} - x_{\circ B}$$

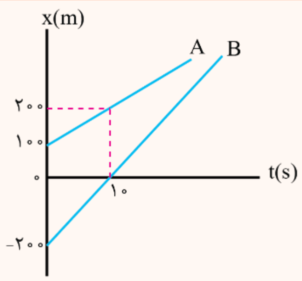
$$\xrightarrow{x_{\circ B} - x_{\circ A} = ۸۰} ۱۲(v_B - v_A) = -۸۰ \to v_B - v_A = \frac{-۲۰}{۳}\frac{m}{s}$$

برای دومین بار که فاصلهٔ دو متحرک از هم ۲۰ متر می‌شود، متحرک B عقب‌تر از متحرک A (بعد از لحظهٔ $t = ۱۲s$) است؛ بنابراین:

$$x_B - x_A = -۲۰ \to v_B t + x_{\circ B} - v_A t - x_{\circ A} = -۲۰$$

$$\to (v_B - v_A)t + x_{\circ B} - x_{\circ A} = -۲۰ \to \frac{-۲۰}{۳}t + ۸۰ = -۲۰$$

$$\to \frac{-۲۰}{۳}t = -۱۰۰ \to t = ۱۵s$$



ریاضی داخل ۱۴۰۱:

شکل مقابل نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از هم کم‌تر یا مساوی ۲۰ متر است؟

۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

برای پاسخ دادن به مسئله ابتدا باید معادلهٔ مکان-زمان دو متحرک را به‌دست آوریم. برای این کار ابتدا سرعت هر متحرک را پیدا می‌کنیم. می‌توانیم از اطلاعاتی که در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه وجود دارد برای این کار استفاده کنیم.

$$A: \ v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{۲۰۰-۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\frac{m}{s} \xrightarrow[x_\circ = ۱۰۰]{x = vt + x_\circ} x_A = ۱۰t + ۱۰۰$$

$$B: \ v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{۰-(-۲۰۰)}{۱۰} = ۲۰\frac{m}{s} \xrightarrow[x_\circ = -۲۰۰]{x = vt + x_\circ} x_B = ۲۰t - ۲۰۰$$

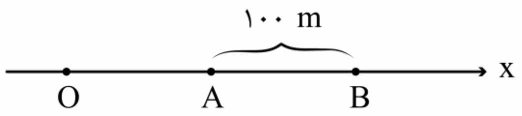
می‌دانیم که در ابتدا متحرک A از متحرک B جلوتر است پس اول متحرک A، ۲۰ متر از متحرک B جلوتر است. سپس متحرک B فاصله را کم‌تر کرده و از کنار متحرک A گذشته و ۲۰ متر از آن جلو می‌افتد. ما باید زمان بین این دو اتفاق را به‌دست آوریم. پس:

$$\begin{cases} x_A - x_B = ۲۰ \to ۱۰t + ۱۰۰ - ۲۰t + ۲۰۰ = ۲۰ \to -۱۰t = -۲۸۰ \to t_۱ = ۲۸s \\ x_B - x_A = ۲۰ \to ۲۰t - ۲۰۰ - ۱۰t - ۱۰۰ = ۲۰ \to ۱۰t = ۳۲۰ \to t_۲ = ۳۲s \end{cases}$$

فاصلهٔ زمانی بین این دو اتفاق همان مدت‌زمانی است که فاصلهٔ دو متحرک از هم کم‌تر یا مساوی ۲۰ متر است؛ یعنی:

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۴s$$

۱۳- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ O با سرعت اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ و شتاب a در جهت محور x شروع به حرکت کرده و فاصلهٔ ۱۰۰ متری بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۵ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطهٔ B برابر $۳۰\frac{m}{s}$ باشد، مدت‌زمان حرکت متحرک از O تا A چند ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر شتاب متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \frac{v+v_۰}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \Delta x=\left(\frac{v+v_۰}{۲}\right)\Delta t$$

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر سرعت اولیهٔ متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+(v-at)t$$

$$\Delta x=-\frac{۱}{۲}at^۲+vt$$ معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه

مثال:

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت، فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸s طی می‌کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\Delta x=\frac{-۱}{۲}at^۲+vt\Rightarrow ۸۰=(\frac{-۱}{۲}a\times ۶۴)+\underbrace{(۱۵\times ۸)}_{۱۲۰}$$

$$۳۲a=۴۰\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

در فاصلهٔ زمانی حرکت از A تا B از فرمول مستقل از شتاب به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$d_{AB}=\frac{v_A+v_B}{۲}\times t_{AB}\Rightarrow ۱۰۰=\frac{v_A+۳۰}{۲}\times ۵\Rightarrow v_A=۱۰\frac{m}{s}$$

گام دوم:

حال شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

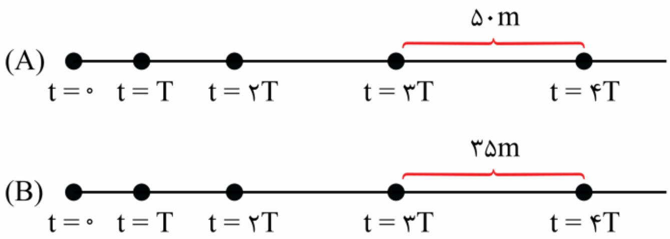
$$a=\frac{v_B-v_A}{t_{AB}}=\frac{۳۰-۱۰}{۵}\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

گام آخر:

درنهایت t_{OA} از معادلهٔ سرعت-زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v_A=v_۰+at_{OA}\Rightarrow ۱۰=۲+۴t_{OA}\Rightarrow t_{OA}=۲s$$

۱۴- هریک از شکل‌های زیر مکان دو خودروی A و B را که با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، در لحظه‌های $t=\circ$ و $t=T$ و ... $t=4T$ نشان می‌دهد. در T ثانیهٔ اول حرکت، خودروی A مسافت ۲۰m و خودروی B، مسافت ۲۵m را طی می‌کنند. در این صورت نسبت شتاب متحرک A به شتاب متحرک B کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۶}$
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

نکته

جابه‌جایی یک متحرک در T ثانیهٔ nاُم حرکت برابر است با:

T ثانیهٔ nاُم: $\Delta x = (n-0/5)aT^2 + v_0T$

جابه‌جایی‌های متحرک در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $\frac{1}{2}aT^2 + V_0T$ و قدر نسبت aT^2 می‌دهد.

مثال:

متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ v_0 در ۲ ثانیه اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیه سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند، شتاب حرکت در SI کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

جابه‌جایی دو ثانیهٔ سوم − جابه‌جایی دو ثانیهٔ اول $= 2aT^2$

$$\xrightarrow{T=2} 25-13 = 8a \Rightarrow a = \frac{12}{8} = 1/5\frac{m}{s^2}$$

پاسخ تشریحی

حالا با استفاده از نکته‌های بالا، بریم سراغ حل تست:

$$\text{A خودرو}: \Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_AT^2 \xrightarrow[\Delta x_1=20m]{\Delta x_4=50m} 50 = 20 + 3a_AT^2 \Rightarrow 3a_AT^2 = 30 \quad (1)$$

$$\text{B خودرو}: \Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_BT^2 \xrightarrow[\Delta x_1=25m]{\Delta x_4=35m} 35 = 25 + 3a_BT^2 \Rightarrow 3a_BT^2 = 10 \quad (2)$$

حال طرفین رابطهٔ (۱) را بر رابطهٔ (۲) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{30}{10} = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- متحرکی با شتاب ثابت در $t=\circ$ از نقطهٔ $x_0 = 5m$ عبور کرده و در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. در مدتی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x بوده، مسافت طی‌شده توسط آن چند متر بوده است؟

۱) ۱/۴ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲/۸ ۴) ۰/۶۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

حرکت با شتاب ثابت روی خط راست:

اگر مقدار شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر با شتاب لحظه‌ای باشد حرکت را حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌نامند. معادلهٔ مکان-زمان این متحرک یک معادلهٔ درجه ۲ و معادلهٔ سرعت-زمان آن یک معادلهٔ درجه ۱ است.

معادلهٔ مکان-زمان: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ رابطهٔ ۱

معادلهٔ سرعت-زمان: $v = at + v_0$ رابطهٔ ۲

برای محاسبهٔ سرعت متوسط در این حرکت با استفاده از معادلهٔ مکان-زمان خواهیم داشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}at^2 + v_0t}{t} = \frac{1}{2}at + v_0 \rightarrow v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$$

ریاضی خارج ۹۴:

متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان-زمان آن در SI به‌صورت $x = -2t^2 + 12t - 40$ است. مسافتی که این متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t = 5s$ طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

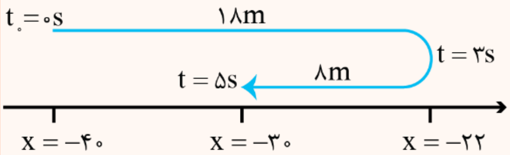
لحظهٔ تغییر جهت متحرک $t = \frac{-b}{2a}$ است؛ بنابراین:

$$t = \frac{-12}{-2 \times 2} = \frac{12}{4} = 3s$$

پس در لحظات $t = 0$، $t = 3s$ و $t = 5s$ مکان متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$x = -2t^2 + 12t - 40 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow x = -40m \\ t = 3 \rightarrow x = -22m \\ t = 5 \rightarrow x = -30m \end{cases}$$

دیاگرام حرکت متحرک در ۵ ثانیه به‌صورت زیر است.



بنابراین مسافت طی‌شده برابر ۲۶ متر است.

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که به این سؤال پاسخ دهیم باید ابتدا نمودار مکان-زمان متحرک را رسم کنیم. متحرک حرکت خود را از $x_0 = 5m$ شروع کرده و در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ از مبدأ عبور کرده و به‌دلیل تقارن سهمی در $t = 3s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد. حال می‌توانیم معادلهٔ مکان-زمان را برای $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ بنویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

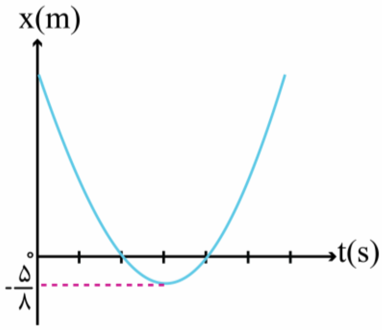
$$\begin{cases} t = 2s \rightarrow -5 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 + v_0 \times 2 \rightarrow -5 = 2a + 2v_0 \\ t = 4s \rightarrow -5 = \frac{1}{2} \times a \times 4^2 + v_0 \times 4 \rightarrow -5 = 8a + 4v_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 8a + 4v_0 = 2a + 2v_0 \rightarrow 6a = -2v_0 \rightarrow v_0 = -3a$$

حال معادلهٔ مکان-زمان را برای $t = 2s$ و با جای‌گذاری $v_0 = -3a$ می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow 0 = 2a - 6a + 5 \rightarrow a = \frac{5}{4}\frac{m}{s^2} \rightarrow v_0 = -3 \times \frac{5}{4} = \frac{-15}{4}\frac{m}{s}$$

در این مرحله معادلهٔ مکان-زمان را به‌طور کلی نوشته و با جای‌گذاری $t = 3s$ در آن مکان متحرک را در این لحظه پیدا می‌کنیم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 9 + (\frac{-15}{4}) \times 3 + 5 = \frac{-5}{8}m$$

هنگامی‌که نمودار مکان-زمان، زیر محور t است، یعنی از $t_1 = ۲s$ تا $t_2 = ۴s$، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است. در این بازه متحرک، ابتدا از صفر تا $\frac{-۵}{۸}m$ رفته و سپس از $\frac{-۵}{۸}m$ دوباره به صفر برمی‌گردد؛ بنابراین مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی عبارت است از:

$$L = ۲\times\frac{۵}{۸} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵\,m$$

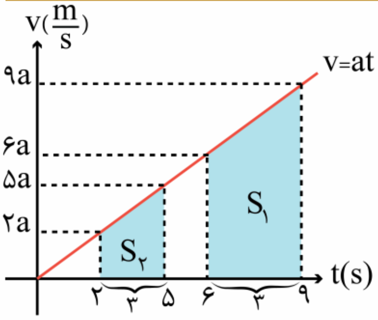
گروه آموزشی ماز

۱۶- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون حرکت خود را بر خط راست آغاز می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_2 = ۵s$، ۹۶ متر کم‌تر از جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ سوم حرکت باشد، اندازهٔ شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:



چون $v_۰ = ۰$ و شتاب حرکت ثابت a می‌باشد $v = at$ معادلهٔ سرعت-زمان بوده و داریم:

$$S_1 - S_2 = ۹۶m \Rightarrow \frac{(۱۵a\times۳)}{۲} - \frac{۷a\times۳}{۲} = ۹۶$$

$$\xrightarrow{\times۲} ۴۵a - ۲۱a = ۲\times۹۶$$

$$\Rightarrow a = ۸\frac{m}{s^۲}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت $v = ۲t - ۶$ در SI داده شده است. در بازهٔ زمانی که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، مسافت چند متر را طی می‌کند؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۱۵ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. تندی لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان نمی‌دهد مانند عقربهٔ تندی‌سنج خودرو.

اگر در گزارش تندی لحظه‌ای به جهت حرکت نیز اشاره شود درواقع سرعت لحظه‌ای $\vec{v}$ بیان شده است که کمیت برداری می‌باشد.

نکته:

علامت سرعت لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. اگر $v > ۰$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و اگر $v < ۰$ متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند.

مثال:

معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = t^۲ - ۳t + ۲$ است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_2 = ۸s$ جهت حرکت متحرک چند مرتبه تغییر می‌کند؟

پاسخ:

همان‌طور که می‌دانیم علامت v جهت حرکت را تعیین می‌کند پس باید v را تعیین علامت کنیم.

t	۰		۱		۲	
$v = t^۲ - ۳t + ۲$		+		−		+

مشاهده می‌شود که علامت v دو بار عوض شده است پس جهت حرکت متحرک هم دو بار تغییر می‌کند.

پاسخ تشریحی:

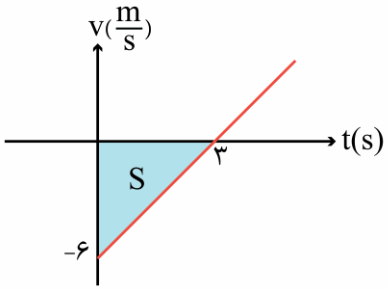
معادلهٔ سرعت-زمان را تعیین علامت می‌کنیم:

t	۰		۳		$+\infty$
v=۲t−۶		−		+	

$\underbrace{\qquad}_{v<۰}$

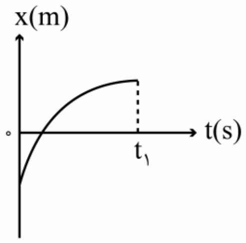
حرکت در خلاف جهت محور

چون در بازهٔ زمانی $0 < t < 3s$ سرعت منفی است، جهت حرکت در خلاف جهت محور x ها است. مسافت طی‌شده در این بازه برابر است با:



$$L = S = \frac{۶ \times ۳}{۲} = ۹m$$

۱۸- شکل زیر، نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک چگونه تغییر می‌کند؟



۱) همواره کاهش

۲) همواره افزایش

۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش

۴) ابتدا افزایش، سپس کاهش

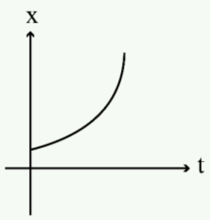
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

نکته:

در نمودار مکان-زمان در لحظه‌ای که شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد $v > 0$ و در لحظه‌ای که شیب خط مماس منفی است $v < 0$ خواهد بود.

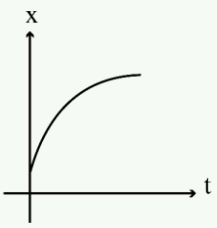
نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ درحال افزایش باشد نشان می‌دهد اندازهٔ سرعت متحرک درحال زیاد شدن است و حرکت، تندشونده خواهد بود.



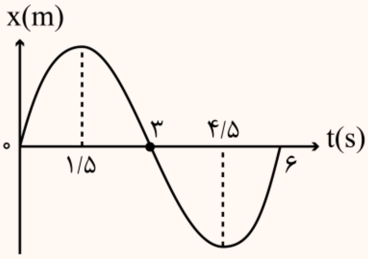
نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ درحال کاهش باشد نشان می‌دهد اندازهٔ سرعت متحرک درحال کم شدن است و حرکت، کندشونده خواهد بود.



مثال:

نمودار مکان-زمان متحرکی به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی ۰ تا ۶ ثانیه چند ثانیه حرکت متحرک در جهت محور x ها و کندشونده بوده است؟

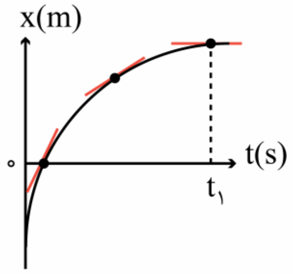


پاسخ:
حرکت متحرک را می‌توان در بازه‌های مختلف به‌صورت زیر دسته‌بندی کرد:

خلاف جهت محور x ، تندشونده: $(۱/۵,۳)$	در جهت محور x ، کندشونده: $(۰,۱/۵)$
در جهت محور x ، تندشونده: $(۴/۵,۶)$	خلاف جهت محور x ، کندشونده: $(۳,۴/۵)$

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب خط مماس بر نمودار از لحظهٔ ۰ تا $t_۱$ درحال کاهش است؛ بنابراین سرعت متحرک همواره درحال کاهش است.



گروه آموزشی ماز

۱۹- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است. اگر جابه‌جایی این متحرک در ثانیهٔ اول و سوم به‌ترتیب ۹m و ۵m باشد، تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۴s$ تا $t=۸s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۱ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

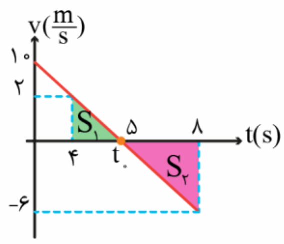
معادلهٔ سرعت-زمان را به‌دست می‌آوریم:

جابه‌جایی در ثانیهٔ nام: $\Delta x_n = (n-۰/۵)a + v_۰$

$$\left.\begin{array}{l} \text{ثانیهٔ اول: } ۹ = ۰/۵a + v_۰ \\ \text{ثانیهٔ سوم: } ۵ = ۲/۵a + v_۰ \end{array}\right\} \rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲} \rightarrow v_۰ = ۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow v = at + v_۰ = -۲t + ۱۰$$

گام آخر:

نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم و با کمک مساحت زیر آن، تندی متوسط را می‌یابیم.

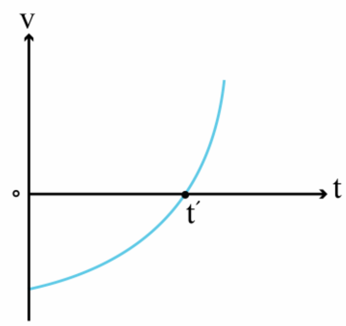


$$S_۱ = \frac{(۵-۴)۲}{۲} = ۱m \ , \ S_۲ = \frac{(۸-۵)۶}{۲} = ۹m \rightarrow L = S_۱ + S_۲ = ۱۰m$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۰}{۸-۴} = ۲/۵\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در بازهٔ صفر تا t'، کدام عبارت صحیح است؟

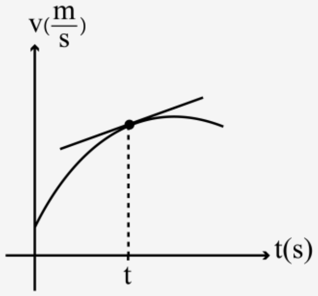


۱) سرعت و شتاب متحرک در جهت محور x هستند.
۲) سرعت متحرک در جهت محور x و شتاب آن در خلاف جهت محور x است.
۳) سرعت متحرک در خلاف جهت محور x و شتاب آن در جهت محور x است.
۴) سرعت و شتاب متحرک در خلاف جهت محور x هستند.

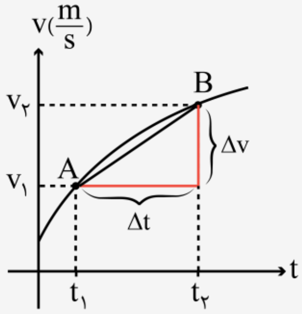
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به‌کمک نمودار سرعت-زمان

شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه = a (شتاب لحظه‌ای)



شیب خط AB = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ = a_{av} (شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2)

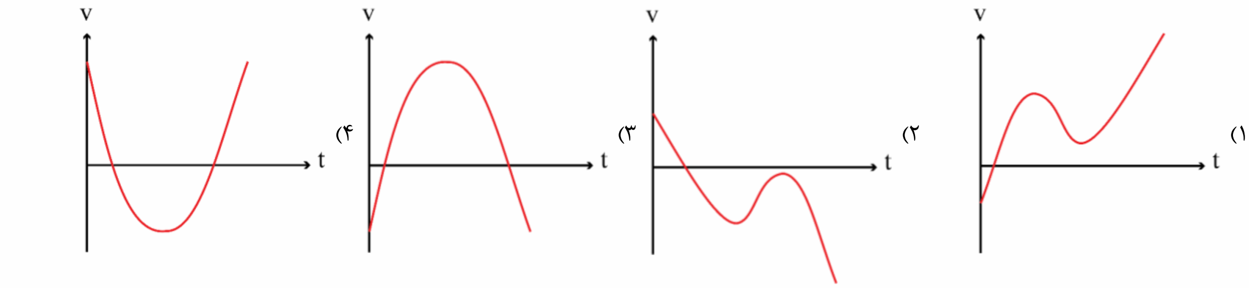


پاسخ تشریحی:

در بازهٔ صفر تا t'، نمودار زیر محور افقی است، یعنی سرعت منفی است یا به عبارت دیگر در خلاف جهت محور x است.
با توجه به این‌که شیب نمودار سرعت-زمان مثبت است، شتاب حرکت مثبت است یا به عبارت دیگر در جهت محور x است.

گروه آموزشی ماز

۲۱- در کدام گزینه نمودار سرعت–زمان متحرکی رسم شده است که دو بار جهت حرکت آن تغییر می‌کند و تکانهٔ اولیهٔ آن در جهت محور x است؟



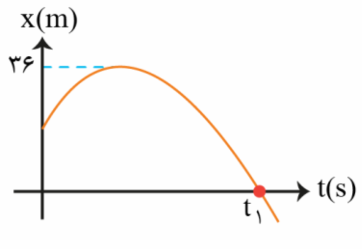
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که متحرک دو بار تغییر جهت داده باشد، باید نمودار سرعت-زمان آن دو بار محور افقی را قطع کند و علامت سرعت عوض شود؛ بنابراین یا گزینهٔ (۳) یا گزینهٔ (۴) صحیح است. در گزینهٔ (۴)، سرعت اولیه مثبت است، پس سرعت و تکانهٔ اولیهٔ آن در جهت محور x است.

گروه آموزشی ماز

۲۲- نمودار مکان–زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل می‌باشد. این متحرک در لحظات t = ۲s و t = ۶s از مکان x = ۳۲m عبور می‌کند. مسافتی که متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه t_1 طی می‌کند چند متر است؟



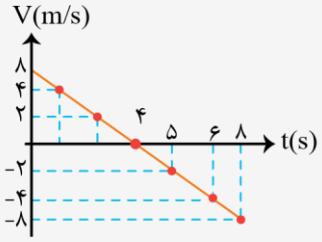
۱) ۴۴
۲) ۵۲
۳) ۶۴
۴) ۷۲

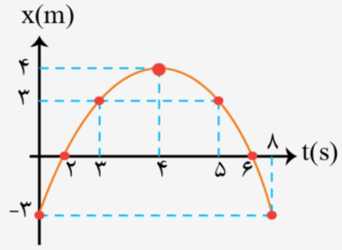
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

تقارن در حرکت با شتاب ثابت

حرکت شتاب ثابت نسبت به نقطه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد متقارن است.

مثال ۱: دو نمودار زیر مربوط به حرکت یک متحرک می‌باشد.





مثلاً لحظات $t=۳s$ و $t=۵s$ نسبت به لحظهٔ $t=۴s$ تقارن دارند، یعنی:

۱- سرعت متحرک در این دو لحظه قرینهٔ یکدیگر است یعنی تندی متحرک در این لحظات برابر است $\vec{v}_۳=-\vec{v}_۵ \Rightarrow |v_۳|=|v_۵|$.

۲- مکان متحرک در این لحظات برابر است $x_۳=x_۵$.

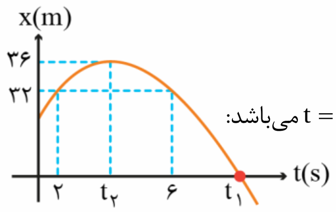
۳- مدت‌زمانی که طول می‌کشد متحرک در هنگام رفت از مکان $x=۳m$ به مکان $x=۴m$ برسد برابر با مدت‌زمانی است که طول می‌کشد متحرک از $x=۴m$ به $x=۳m$ برسد.

۴- لحظهٔ $t=۴s$ میانگین لحظات $t=۳s$ و $t=۵s$ است.

$$۴=\frac{۳+۵}{۲}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

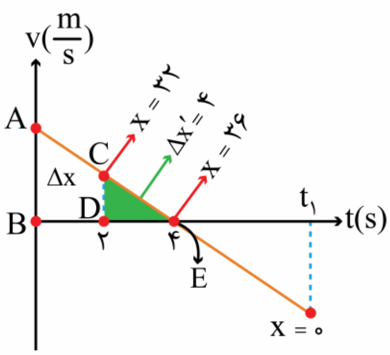


حرکت شتاب ثابت نسبت به نقطه‌ای که تغییر جهت می‌دهد متقارن است. پس لحظهٔ $t_۲$ میانگین لحظات $t=۲s$ و $t=۶s$ می‌باشد:

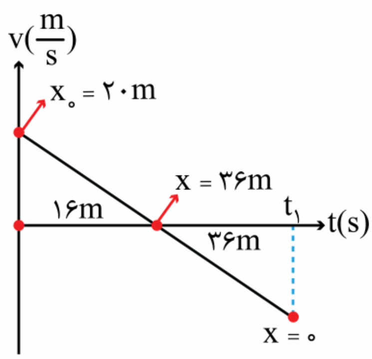
$$t_۲=\frac{۲+۶}{۲}=۴s$$

گام آخر:

نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



مثلث AEB و CED متشابه‌اند پس:



$$\frac{\Delta x+۴}{۴}=(\frac{۴}{۲})^۲ \to \Delta x=۱۲m \to x_۲-x_۰=۱۲m$$

$$\xrightarrow{x_۲=۳۲} ۳۲-x_۰=۱۲ \to x_۰=۲۰m$$

مسافت طی‌شده تا لحظهٔ $t_۱$: $L=۱۶+۳۶=۵۲m$

۲۳- متحرکی در لحظهٔ $t=0$ از حال سکون با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. از لحظهٔ $t=4s$، متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از ۶ ثانیه حرکت با سرعت ثابت، با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$، حرکت خود را کند می‌کند تا متوقف شود. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در کل حرکت چند متر است؟

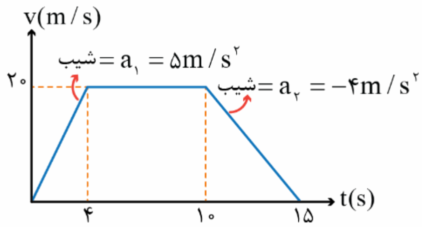
۱) ۱۷۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

نکته:
معمولاً بهترین راه برای بررسی سؤالاتی که متحرک حرکت خود را در چند مرحله انجام می‌دهد، رسم نمودار سرعت-زمان و استفاده از ویژگی‌های آن است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به توضیحات سؤال و با توجه به این‌که شیب نمودار سرعت-زمان برابر شتاب است، نمودار سرعت-زمان این حرکت سه مرحله‌ای را رسم می‌کنیم.



جابه‌جایی متحرک برابر مساحت زیر نمودار است.

$$\Delta x = S = \frac{6+15}{2}\times 20 = 210\,m$$

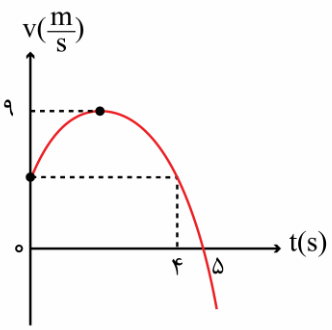
۲۴- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، به‌صورت سهمی شکل زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

ب: شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $2s < t < 5s$ هم‌اندازهٔ شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ اول حرکت است.

پ: مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ اول حرکت برابر $14m$ است.

ت: در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، اندازهٔ شتاب متحرک درحال کاهش است.



۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

تحلیل کامل نمودار سرعت-زمان

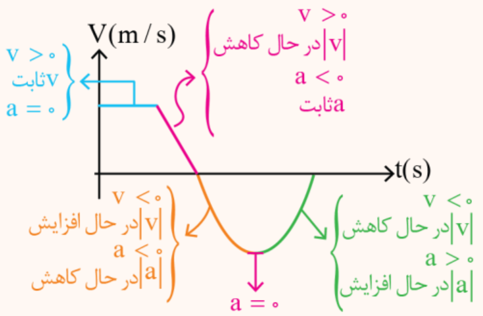
اگر نمودار بالای محور t باشد	$v > 0$	متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.
اگر نمودار زیر محور t باشد	$v < 0$	متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.
نقاطی که نمودار به محور t برخورد کرده	$v = 0$	متحرک متوقف شده و ممکن است تغییر جهت دهد.

نمودار سرعت-زمان از محور t دور شود	تندی زیاد می‌شود	حرکت تندشونده
نمودار سرعت-زمان به محور t نزدیک شود	تندی کم می‌شود	حرکت کندشونده
نمودار سرعت-زمان موازی محور t باشد	تندی ثابت می‌ماند	حرکت یکنواخت

نمودار سرعت-زمان صعودی	$a > 0$	شتاب و نیرو در جهت محور x است.
نمودار سرعت-زمان نزولی باشد	$a < 0$	شتاب و نیرو خلاف جهت محور x است.
نمودار سرعت-زمان افقی باشد	$a = 0$	شتاب و نیرو صفر شده و متحرک درحال تعادل است.
در مقاطع ماکسیمم و مینیمم نمودار سرعت-زمان	$a = 0$	شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.

نمودار سرعت-زمان درحال قائم شدن باشد	اندازه شتاب افزایش
نمودار سرعت-زمان درحال افقی شدن باشد	اندازه شتاب کاهش
نمودار سرعت-زمان خط راست افقی باشد	اندازه شتاب ثابت

مثال:



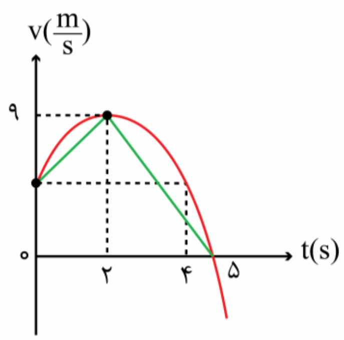
پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که چون سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 4s$ برابر است، با توجه به تقارن سهمی، رأس سهمی در لحظهٔ $t = 2s$ قرار دارد.

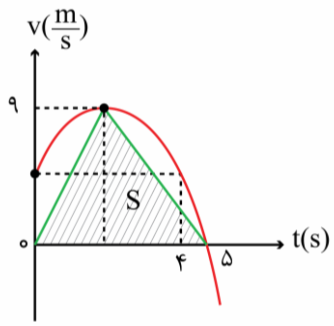
بررسی موارد:

الف: در ۵ ثانیهٔ اول، نمودار بالای محور افقی است و سرعت مثبت است؛ بنابراین متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. (✓)

ب: اندازهٔ شیب خط واصل دو لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 5s$، بزرگ‌تر از شیب خط واصل لحظهٔ $t = 0$ و $t = 2s$ است؛ بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ $2s < t < 5s$ بزرگ‌تر است. (×)



پ: مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ اول برابر مساحت زیر نمودار است. ما محاسبهٔ مساحت زیر سهمی را بلد نیستیم ولی به‌راحتی واضح است که این مساحت از ۱۴m بزرگ‌تر است. مثلاً اگر مساحت مثلث زیر را حساب کنیم، داریم:

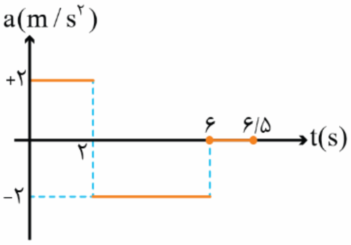


$$S = \frac{9 \times 5}{2} = 22/5\,m$$

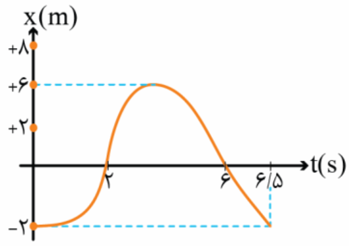
بنابراین مساحت زیر نمودار در ۵ ثانیهٔ اول، حتماً بزرگ‌تر از $22/5\,m$ است و این عبارت نادرست است. (×)

ت: در ۲ ثانیهٔ اول، اندازهٔ شیب نمودار درحال کاهش است تا در لحظهٔ $t = 2s$، برای یک لحظه شیب صفر می‌شود، پس اندازهٔ شیب دوباره شروع به افزایش می‌کند؛ بنابراین اندازهٔ شتاب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (×)

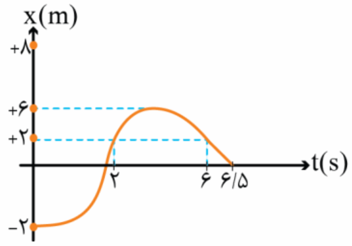
۲۵- نمودار شتاب-زمان متحرکی که از حال سکون و از مکان اولیه $x_۰ = -۲m$ شروع به حرکت کرده است و بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار مکان-زمان این حرکت کدام است؟ (در تمام گزینه‌ها، قسمت آخر نمودارها خطی است.)



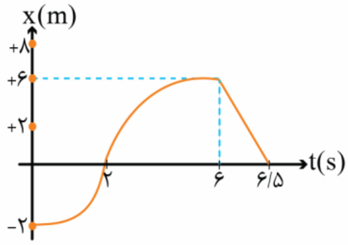
۱)



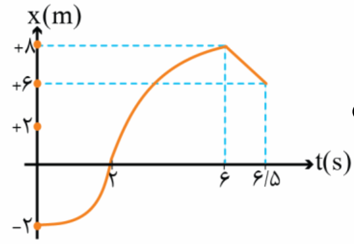
۲)



۳)



۴)



پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

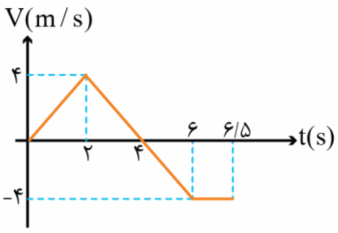
پاسخ تشریحی:

همان‌طور که می‌دانیم مساحت زیر نمودار شتاب-زمان برابر با Δv است، پس:

$$\Delta v_{۰-۲} = ۲\times ۲ = ۴ \rightarrow v_۲ - v_۰ = ۴ \xrightarrow{v_۰=۰} v_۲ = ۴\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{۲-۶} = -۸ \rightarrow v_۶ - v_۲ = -۸ \xrightarrow{v_۲=۴\frac{m}{s}} v_۶ = -۴\,\frac{m}{s}$$

در بازه $t = ۶s$ تا $t = ۶/۵s$ هم شتاب صفر است پس سرعت ثابت است. پس نمودار سرعت-زمان به‌صورت زیر می‌شود:



حال چون مساحت زیر نمودار سرعت-زمان برابر Δx است، پس:

$$\Delta x_{۰-۲} = \frac{۲\times ۴}{۲} = ۴m \xrightarrow{x_۰=-۲} x_۲ = ۲m$$

$$\Delta x_{۲-۴} = ۴m \xrightarrow{x_۲=۲m} x_۴ = ۶m$$

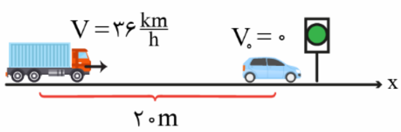
$$\Delta x_{۴-۶} = -۴ \xrightarrow{x_۴=۶} x_۶ = ۲m$$

$$\Delta x_{۶-۶/۵} = -۲ \xrightarrow{x_۶=۲} x_{۶/۵} = ۰$$

پس گزینهٔ ۲ درست است.

گروه آموزشی ماز

۲۶- یک کامیون با سرعت ثابت $۳۶\frac{km}{h}$ درحال نزدیک شدن به یک چراغ‌قرمز است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ کامیون از چراغ $۲۰m$ است چراغ سبز می‌شود و یک خودرو با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. وقتی برای بار سوم فاصلهٔ خودرو و کامیون از هم $۴m$ می‌شود تندی خودرو چقدر است؟



۱) $۴\frac{m}{s}$

۲) $۸\frac{m}{s}$

۳) $۱۲\frac{m}{s}$

۴) $۱۶\frac{m}{s}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

کامیون را مبدأ مختصات گرفته و سمت راست را به‌عنوان جهت مثبت محور x انتخاب می‌کنیم:

کامیون: $x = vt + x_۰ \rightarrow x_۱ = ۱۰t$

خودرو: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \rightarrow x_۲ = t^۲ + ۲۰$

برای اینکه فاصلهٔ کامیون و خودرو $۴m$ شود دو معادله امکان پذیرش است:

$$۱)\ x_۱ - x_۲ = ۴ \rightarrow ۱۰t - t^۲ - ۲۰ = ۴ \rightarrow t^۲ - ۱۰t + ۲۴ = ۰ \rightarrow t = ۴s\ ,\ t = ۶s$$

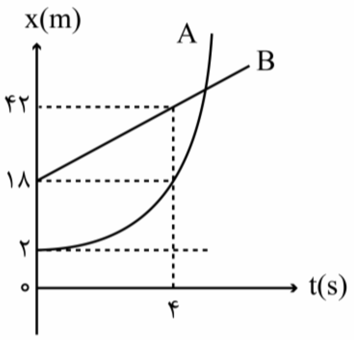
$$۲)\ x_۲ - x_۱ = ۴ \rightarrow t^۲ + ۲۰ - ۱۰t = ۴ \rightarrow t^۲ - ۱۰t + ۱۶ = ۰ \rightarrow t = ۲s\ ,\ t = ۸s$$

پس چهار بار و در لحظات $t_۱ = ۲s$، $t_۲ = ۴s$، $t_۳ = ۶s$ و $t_۴ = ۸s$ فاصلهٔ دو متحرک از هم $۴m$ می‌شود.

بار سوم: $t_۳ = ۶s \rightarrow v_۲ = ۲t \rightarrow v_۲ = ۲ \times ۶ = ۱۲\frac{m}{s}$

گروه آموزشی ماز

۲۷- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در فاصلهٔ چندمتری مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند؟ (متحرک A با شتاب ثابت درحال حرکت است.)



۱) ۵۲

۲) ۶۲

۳) ۶۶

۴) ۱۰۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۴۰۱)

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله‌های مکان-زمان دو متحرک را نوشته و آن‌ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادلهٔ فوق لحظهٔ رسیدن دو متحرک به‌هم تعیین می‌شود.

مثال:

خودرویی پشت چراغ‌قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ‌قرمز با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $۳۶\frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد.

در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

پاسخ:

$$\begin{cases} \text{خودرو}: x = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow \text{خودرو}: x = t^۲ \\ \text{کامیون}: x = vt \\ v = ۳۶\frac{km}{h} = ۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow \text{کامیون}: x = ۱۰t \end{cases} \xrightarrow{\text{در لحظهٔ به‌هم رسیدن}} \begin{array}{l} t^۲ = ۱۰t \Rightarrow t = ۱۰s \\ \text{به‌هم رسیدن}: x = (۱۰)^۲ = ۱۰۰m \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

چون نمودار مکان-زمان متحرک B خط راست می‌باشد حرکت آن یکنواخت است و داریم:

$$x_B = vt + x_{۰B} = vt + ۱۸ \xrightarrow[x_B = ۴۲]{t=۴} ۴۲ = ۴v + ۱۸ \Rightarrow v = ۶\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = ۶t + ۱۸$$

حرکت متحرک A شتاب ثابت است و می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + \overbrace{x_{۰A}}^{۲}$$

چون شیب خط مماس بر نمودار A در لحظهٔ $t=۰$ برابر صفر می‌باشد پس $v_{۰A}=۰$ می‌باشد و داریم:

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۲ \xrightarrow[x_A=۱۸]{t=۴} ۱۸ = ۸a + ۲ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow x_A = t^۲ + ۲$$

در لحظهٔ رسیدن دو متحرک به‌هم داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t^۲ + ۲ = ۶t + ۱۸ \Rightarrow t^۲ - ۶t - ۱۶ = ۰ \Rightarrow t = ۸s$$

$$x_A = x_B = (۶ \times ۸) + ۱۸ = ۶۶m$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- اتومبیلی با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ درحال حرکت روی خط راست است که مانعی را در فاصلهٔ ۷۲ متری خود می‌بیند. ۰/۴ ثانیه طول می‌کشد تا راننده واکنش نشان داده و سپس با شتاب ثابت ترمز بگیرد. اگر اتومبیل دقیقاً در کنار مانع متوقف شود، مدت‌زمان حرکت کندشوندهٔ آن چند ثانیه بوده است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

توقف در حرکت با شتاب ثابت

فرض می‌کنیم یک متحرک دارای سرعت اولیهٔ $v_۰$ و شتاب ثابت a است و حرکت آن تا زمان توقف کندشونده است $(av_۰ < ۰)$

زمان توقف: فرض می‌کنیم متحرک در لحظهٔ $t = T$ متوقف می‌شود (سرعت آن صفر می‌شود).

$$\begin{cases} v = at + v_۰ \\ t = T\ ,\ v = ۰ \end{cases} \to ۰ = aT + v_۰ \to T = -\frac{v_۰}{a} = \left|\frac{v_۰}{a}\right|$$

متحرک پس از مدت‌زمان $\left|\frac{v_۰}{a}\right|$ متوقف می‌شود.

مسافت توقف

فرض می‌کنیم متحرک پس از طی مسافت $|\Delta x| = D$ متوقف می‌شود (سرعت آن صفر می‌شود).

$$\begin{cases} v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \\ |\Delta x| = D\ ,\ v = ۰ \end{cases} \to ۰ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \to \Delta x = -\frac{v_۰^۲}{۲a} \to D = \left|\frac{v_۰^۲}{۲a}\right|$$

متحرک پس از طی مسافت $\left|\frac{v_۰^۲}{۲a}\right|$ متوقف می‌شود.

تجربی خارج ۹۹:

اتومبیلی با سرعت $۷۲\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده، مانع ثابتی را در ۵۲ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده ۰/۵ ثانیه باشد، اتومبیل:

۱) ۲ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.
۲) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.
۳) با تندی (سرعت) $۸\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) با تندی (سرعت) $۴\sqrt{۵}\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

در زمان واکنش رانندهٔ اتومبیل با سرعت ثابت حرکت می‌کند و مسافتی که طی می‌کند تا ترمز کند برابر:

$$V_۰ = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = vt = ۲۰ \times ۰/۵ = ۱۰m$$

بعد از واکنش مسافت طی‌شده تا توقف برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 20^2 = 2 \times -4 \times \Delta x$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{400}{8} = 50\,m$$

بنابراین برای توقف متحرک $60\,m$ را طی می‌کند و درنتیجه با سرعت مشخصی به مانع برخورد می‌کند.
از زمان ترمز کردن تا برخورد اتومبیل، اتومبیل مسافت ۴۲ متر را طی می‌کند.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow v^2 - 400 = -8 \times 42 \rightarrow v^2 = 64 \rightarrow v = 8\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا سرعت را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم که برابر $108 \div 3/6 = 30\frac{m}{s}$ می‌شود. از آنجایی‌که راننده ۰/۴ ثانیه طول کشیده تا ترمز کند یعنی اتومبیل با سرعت ثابت $30\frac{m}{s}$ به مدت ۰/۴ ثانیه حرکت کرده و به مانع نزدیک‌تر شده است.

$$\Delta x = v.\Delta t = 30 \times 0/4 = 12\,m$$

پس اتومبیل ۱۲ متر دیگر به مانع نزدیک شده و مسافت ۶۰ متر باقی‌مانده را درحال ترمز کردن است. به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب اتومبیل را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = 60\,m]{v=0\,,\ v_0 = 30\frac{m}{s}} 0 - 900 = 2 \times a \times 60 \rightarrow a = \frac{-900}{120} = -7/5\frac{m}{s^2}$$

از آنجایی‌که سرعت متحرک با شتاب $-7/5\frac{m}{s^2}$ از $30\frac{m}{s}$ به صفر رسیده داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow -7/5 = \frac{0 - 30}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 4\,s$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- یک اتومبیل و یک کامیون به جرم‌های $800\,kg$ و $12000\,kg$ به فاصلهٔ d از هم قرار دارند. در لحظهٔ $t = 0$ هر دو از حال سکون در جهت محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کنند. شتاب اتومبیل و کامیون به‌ترتیب $1/5\frac{m}{s^2}$ و $2/5\frac{m}{s^2}$ است. پس از آن‌که اتومبیل مسافت ۷۵ متر را طی می‌کند، کامیون از آن سبقت می‌گیرد. در لحظه‌ای که تکانهٔ اتومبیل $432000\frac{kg.m}{s}$ کم‌تر از تکانهٔ کامیون است، فاصلهٔ آن‌ها از هم چند متر است؟

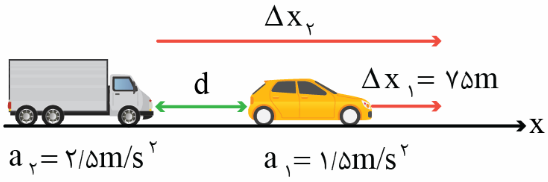
۱) ۱۲/۵ ۲) ۶۲/۵ ۳) ۱۱۲/۵ ۴) ۱۶۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

شکل ساده‌ای از حرکت دو متحرک را رسم می‌کنیم و d را به‌دست می‌آوریم:



اتومبیل: $\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 \rightarrow 75 = \frac{1}{2} \times 1/5 t^2 \rightarrow t = 10\,s$

کامیون: $\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 \rightarrow d + 75 = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 10^2$

$\rightarrow d + 75 = 125 \rightarrow d = 50\,m$

گام دوم:

به‌دنبال لحظه‌ای هستیم که اختلاف تکانهٔ دو متحرک $432000\frac{kg.m}{s}$ باشد.

اتومبیل: $p_1 = m_1 v_1 = m_1 a_1 t \rightarrow p_1 = 800 \times 1/5 t = 1200\,t$

کامیون: $p_2 = m_2 v_2 = m_2 a_2 t \rightarrow p_2 = 12000 \times 2/5 t = 30000\,t$

$\rightarrow p_2 - p_1 = 30000\,t - 1200\,t = 28800\,t$

$\rightarrow 432000 = 28800\,t \rightarrow t = 15\,s$

گام آخر:

مکان دو متحرک را در لحظهٔ $t = ۱۵s$ به‌دست می‌آوریم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{۱}{۲}(۱/۵)(۱۵)^۲ + ۵۰ = ۲۱۸/۷۵m \\ x_۲ = \frac{۱}{۲}(۲/۵)(۱۵)^۲ = ۲۸۱/۲۵m \end{cases}$$

$\rightarrow$ فاصلهٔ دو متحرک: $|\Delta x| = |x_۲ - x_۱| = ۶۲/۵m$

گروه آموزشی ماز

۳۰- معادلهٔ مکان-زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، در SI به‌ترتیب به‌صورت $x = vt$ و $x = ۴t^۲ + ۲۰$ است. در لحظه‌ای که متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد، تندی آن $۴۰\frac{m}{s}$ است. تندی متحرک A در این لحظه چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۶　　۲) ۱۲　　۳) ۲۴　　۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۳　　(متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

متحرک A با سرعت ثابت حرکت می‌کند و حرکت خودروی B شتابدار است. ابتدا محاسبه می‌کنیم در چه لحظه‌ای تندی متحرک B به $۴۰\frac{m}{s}$ می‌رسد.

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = ۴t^۲ + ۲۰ \end{array}\right\} \rightarrow a = ۸\frac{m}{s^۲},\ v_۰ = ۰,\ x_۰ = ۲۰m$$

$$v_B = at + v_۰ \rightarrow ۴۰ = ۸t \rightarrow t = ۵s$$

بنابراین در لحظهٔ $t = ۵s$، متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد. در این لحظه می‌توان نوشت:

$$x_B = ۴(۵)^۲ + ۲۰ = ۱۲۰m$$

$$x_A = vt \rightarrow ۱۲۰ = v \times ۵ \rightarrow v = ۲۴\frac{m}{s}$$

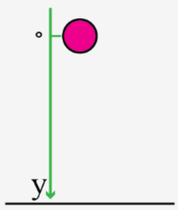
گروه آموزشی ماز

۳۱- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود. این گلوله پس از طی مسافت $\frac{۱}{۴}h$ به تندی v می‌رسد و با تندی $v+۶\frac{m}{s}$ با سطح زمین برخورد می‌کند. این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن از ارتفاع ۷ متری سطح زمین عبور می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.) آزمون وی ای پی

۱) ۰/۲　　۲) ۰/۴　　۳) ۰/۸　　۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱　　(متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

سقوط آزاد



به حرکت جسمی که فقط تحت تأثیر جاذبهٔ گرانشی در نزدیکی سطح زمین سقوط می‌کند و درصورتی‌که از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، سقوط آزاد گویند.

برای راحتی کار در حل سؤالات سقوط آزاد نقطهٔ رهاشدن جسم را مبدأ مختصات درنظر می‌گیریم $(y_۰ = ۰)$ و جهت مثبت محور y را به سمت پایین انتخاب می‌کنیم:

در این صورت علامت شتاب و مکان و سرعت در هر لحظه مثبت خواهد شد.

معادله‌های سقوط آزاد در صورت رها شدن جسم بدون سرعت اولیه به‌صورت زیر است

۱- معادلهٔ مکان-زمان:

$$y = \frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t + y_۰ \xrightarrow[v_۰=۰]{y_۰=۰} y = \frac{۱}{۲}gt^۲$$

۲- معادلهٔ سرعت-زمان:

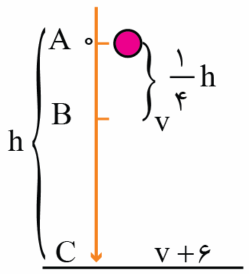
$$v = gt + v_۰ \xrightarrow{v_۰=۰} v = gt$$

۳- معادلهٔ مستقل از زمان:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲g\Delta y$$

پاسخ تشریحی:

معادلهٔ مستقل از زمان را برای دو مسیر AB و AC می‌نویسیم:

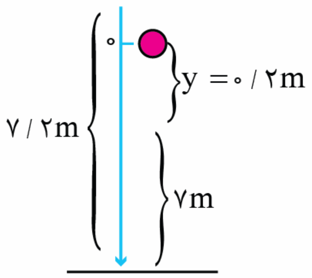


$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$$

$$\left.\begin{array}{l} AB: v^2 = 2g\times\frac{1}{4}h \\ AC: (v+6)^2 = 2g\times h \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تقسیم دو معادله}} \frac{v^2}{(v+6)^2} = \frac{2g\times\frac{1}{4}h}{2gh} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v}{v+6} = \frac{1}{2}$$

$$\to v = 6\frac{m}{s} \to 6^2 = 2\times10\times\frac{1}{4}h \to h = 7/2m$$

حال باید لحظه‌ای که گلوله از مکان $y = 0/2m$، یعنی از ارتفاع ۷ متری زمین عبور کرده است را به‌دست آوریم:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 \to 0/2 = \frac{1}{2}\times10 t^2 \to t = 0/2s$$

گروه آموزشی ماز

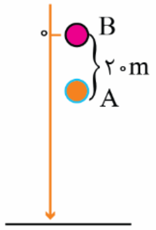
۳۲- **گلولهٔ A به جرم 200g از ارتفاع h رها می‌شود. زمانی که گلولهٔ A مسافت 20m را طی کرد، گلوله B به جرم 500g را از همان ارتفاع h رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که فاصلهٔ بین دو گلوله 100m می‌شود، انرژی جنبشی گلولهٔ A چند ژول است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10\frac{m}{s^2}$ است.)**

۱) ۱۶۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۹۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا محاسبه می‌کنیم که گلولهٔ A چند ثانیه زودتر رها شده است:



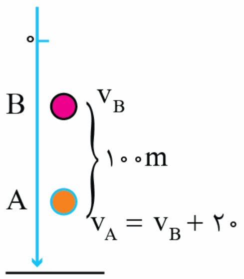
$$\Delta y = \frac{1}{2}g\Delta t^2 + v_0\Delta t$$

$$\to 20 = \frac{1}{2}\times10\times\Delta t^2 + 0 \to \Delta t = 2s$$

چون گلولهٔ A دو ثانیه زودتر حرکت کرده است پس در هر لحظه تندی آن $20\frac{m}{s}$ بیش‌تر از تندی B است:

$$v = gt \xrightarrow{t=2s} v = 10\times2 \to v = 20\frac{m}{s}$$

پس: $v_A = v_B + 20$



$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$$

$$\to 100 = \frac{v_B + v_B + 20}{2}\times2$$

$$\to 100 = 2v_B + 20 \to v_B = 40\frac{m}{s} \to v_A = 60\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times0/2\times60^2 = 360J$$

نکته:

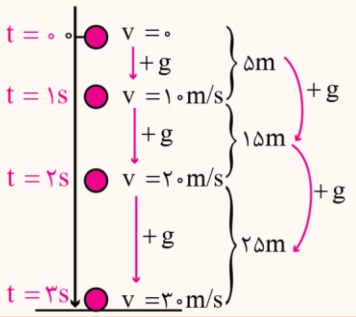
استفاده از تصاعد در حل سؤالات حرکت سقوط آزاد (ویژهٔ سؤالاتی که بازه‌های رند یک ثانیه‌ای می‌دهند):

۱- تندی در هر ثانیه یک g بیش‌تر از ثانیهٔ قبل است.

۲- جابه‌جایی در هر ثانیه یک g بیش‌تر از جابه‌جایی در ثانیهٔ قبل است.

۳- جابه‌جایی در هر ثانیه یک $\frac{g}{2}$ بیش‌تر از تندی ابتدای آن بازه است.

مثال: اگر $g=10\frac{m}{s^2}$ و $v_0=0$ باشد:

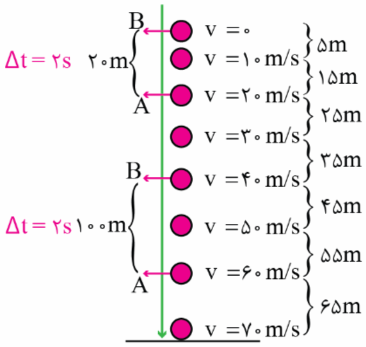


روش دوم:

روش دوم حل سؤال با تصاعد:

با توجه به شکل روبه‌رو، در لحظه‌ای که فاصلهٔ A و B به ۱۰۰ متر رسیده، سرعت گلولهٔ A، $60\frac{m}{s}$ است، پس انرژی جنبشی آن در این لحظه برابر می‌شود با:

$$K_A=\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{1}{2}\times 0/2\times(60)^2=360J$$



۳۳- گلوله‌ای از ارتفاع ۱۹/۷ متری سطح زمین رها شده است. تندی متوسط این گلوله در بازهٔ زمانی $t_1=0/4s$ تا $t_2=1/2s$ چند برابر تندی گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g=9/85\frac{m}{s^2}$)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

چون در حرکت سقوط آزاد شتاب همواره ثابت و برابر g است پس سرعت متوسط را به دو روش زیر می‌توان محاسبه کرد:

$$1)\ v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\qquad 2)\ v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}$$

چون در کتاب درسی فقط حالتی از سقوط آزاد بررسی شده که تغییر جهت ندارد پس اندازا سرعت متوسط و تندی متوسط در تمامی بازه‌ها برابر است.

پاسخ تشریحی:

در این سؤال g را رُند نداده است، پس بهترین راه این است که همهٔ جواب‌ها را برحسب g به‌دست آوریم. در مرحلهٔ آخر اگر g ساده نشد عدد آن را قرار می‌دهیم:

$$v=gt$$
$$t_1=0/4\rightarrow v_1=0/4g$$
$$t_2=1/2\rightarrow v_2=1/2g$$
$$v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{0/4g+1/2g}{2}=0/8g$$

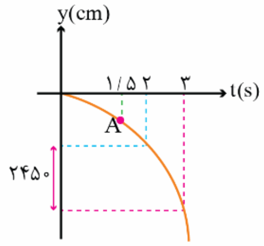
اگر دقت کنید ارتفاع، مضرب g است، پس می‌توان نوشت:

$$h=19/7=2\times 9/85=2g$$

حال تندی گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$v_2^2-v_1^2=2g\Delta h$$
$$v^2-0=2g\times 2g\rightarrow v=2g$$
$$\text{جواب سؤال}:\ \frac{v_{av}}{v}=\frac{0/8g}{2g}=0/4$$

۳۴- نمودار مکان-زمان گلوله‌ای که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است، به‌صورت شکل زیر می‌باشد. تندی این گلوله در نقطهٔ A چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۱۴/۴

۲) ۱۴/۷

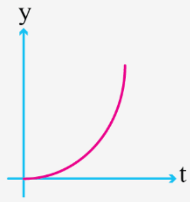
۳) ۱۵

۴) ۱۶

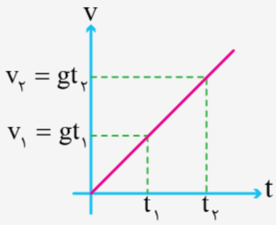
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

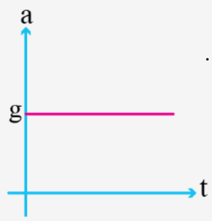
درس‌نامه

رسم نمودارهای حرکت سقوط آزاد درصورتی‌که نقطهٔ رها شدن جسم را مبدأ مختصات درنظر گرفته و جهت مثبت محور y را به سمت پایین انتخاب کنیم.



شیب نمودار سرعت-زمان همواره ثابت و برابر g است.





درصورتی‌که جهت مثبت محور y را رو به بالا درنظر بگیریم نمودارها قرینهٔ شکل‌های بالا خواهند شد.

نکته:

در حرکت سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، جابه‌جایی در ثانیهٔ nام را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد:

$$\Delta y_n = \frac{۱}{۲}g(۲n-۱)$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار، مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم برابر ۲۴۵۰ سانتی‌متر یا ۲۴/۵ متر می‌باشد، پس:

$$\Delta y_n = \frac{۱}{۲}g(۲n-۱)$$

$$۲۴/۵ = \frac{۱}{۲}g(۲\times۳-۱) \rightarrow g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}$$

حال تندی را در لحظهٔ $t = ۱/۵s$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = gt \rightarrow v = ۹/۸\times۱/۵ = ۱۴/۷\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- در شرایط خلأ، گلولهٔ A را از ارتفاع ۱۲۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. ۲ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B را از ارتفاع ۹۰ متری سطح رها می‌کنیم. از لحظهٔ رها شدن گلولهٔ B تا رسیدن گلولهٔ A به زمین، فاصلهٔ دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ابتدا با آهنگ $۲۰\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $۲۰\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

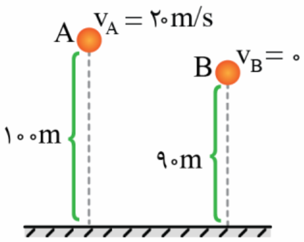
۲) ابتدا با آهنگ $۱۰\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و سپس با آهنگ $۱۰\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۳) با آهنگ $۲۰\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.

۴) با آهنگ $۱۰\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:



با توجه به مفهوم دنباله در حرکت سقوط آزاد، در ۲ ثانیهٔ اول، گلولهٔ A به اندازهٔ $5+15=20m$ سقوط می‌کند و با سرعت $20\frac{m}{s}$ به ارتفاع ۱۰۰ متری می‌رسد. در همین لحظه گلولهٔ B از ارتفاع ۹۰ متری رها می‌شود. به شکل مقابل توجه کنید.

از این لحظه به بعد، چون شتاب ۲ گلوله برابر است و سرعت A، $20\frac{m}{s}$ بیش‌تر از B است، A در هر ثانیه به اندازهٔ $20m$ بیش‌تر از B سقوط می‌کند و درنتیجه در مدت $0/5s$، فاصلهٔ ۱۰ متری را جبران می‌کند و به B می‌رسد. از این لحظه به بعد فاصلهٔ دو گلوله شروع به افزایش می‌کند. آزمون وی ای پی

جمع‌بندی آزمون: خب حالا بریم کل مباحث این آزمون رو به‌صورت نمودار درختی مرور کنیم...

- **حرکت‌شناسی**
  - مفهوم اولیه حرکت
    - مسافت طی‌شده و جابه‌جایی
    - معرفی نمودار مکان-زمان
      - برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان-زمان که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم درنظر می‌گیریم.
  - تندی و سرعت
    - تندی متوسط
      - تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است که برابر با نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت‌زمان سپری‌شده است و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است.
      - $s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$
    - سرعت متوسط
      - کمیتی برداری است و برابر با نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان سپری‌شده و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است.
      - $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
    - تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان-زمان
      - سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان-زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.
    - تعیین تندی متوسط به کمک نمودار مکان-زمان
      - برای به‌دست آوردن تندی متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان باید مسیر حرکت را روی محور عمودی دنبال کنید و با مجموع آن‌ها و تقسیم بر بازهٔ زمانی مدنظر، تندی متوسط را به‌دست آورید.
    - تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای
      - تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.
    - تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان-زمان
      - اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.
  - معرفی شتاب
    - معرفی نمودار سرعت-زمان
      - در نمودار سرعت-زمان نقاطی که نمودار از محور t عبور می‌کند، تغییر جهت متحرک را نشان می‌دهند. توجه داشته باشید که صرفاً برخورد نمودار به محور t برای تغییر جهت کافی نیست و باید از آن عبور کند.
    - شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای
      - هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار می‌شود. با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است، تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تندی) جسم باشد، یا می‌تواند به‌دلیل تغییر جهت بردار سرعت آن باشد، یا همچنین می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد.
      - $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
    - حرکت تندشونده و کندشونده
      - حرکت تندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان افزایش می‌یابد. در حرکت تندشونده، حاصل‌ضرب سرعت در شتاب، مقداری مثبت است.
      - حرکت کندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان، کاهش می‌یابد. در حرکت کندشونده، حاصل‌ضرب سرعت و شتاب مقداری منفی است.
  - حرکت با سرعت ثابت
    - معرفی حرکت با سرعت ثابت
      - در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. شیب نمودار مکان-زمان متحرک در طول حرکت ثابت و درنتیجه سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر با سرعت لحظه‌ای آن است.
      - $x = vt + x_0$
  - حرکت با شتاب ثابت
    - معرفی حرکت با شتاب ثابت
      - اگر شتاب متحرک ثابت باشد (حواست باشه هم اندازه و هم جهتش ثابت باشه) آن‌گاه $a_{av} = a$ می‌شود.
      - $v = at + v_0$
    - رابطهٔ مستقل از زمان
      - $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$
    - نمودار شتاب-زمان
      - در حرکت شتاب ثابت، نمودار شتاب-زمان خطی موازی محور t است.
  - معادلهٔ مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت
    - $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ یا $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$
  - سقوط آزاد
    - حرکتی با شتاب ثابت که شتاب آن g و به سمت پایین است؛ بنابراین می‌توان از همهٔ روابط حرکت شتاب ثابت در حل سؤالات آن استفاده کرد.

۶ دلیل که در آزمون ها کم تست می‌زنید!

بسیاری از دانش‌آموزان بعد از آزمون با این سوال روبه‌رو می‌شوند. در ادامه علل و راه‌حل های این موضوع را بررسی می‌کنیم.

۱ مطالبی که مطالعه کرده‌اید اندک است!

زمانی که شما تمام مباحث را به خوبی مطالعه نکرده باشید به خوبی نمی‌توانید از پس سوالات آن مبحث بربیایید.

علل : عدم برنامه‌ریزی درست، ساعت مطالعه پایین.

می‌توانید به وبلاگ ماز سر بزنید و مقاله (به برنامه آزمون‌هایم نمی رسم! چکارکنم؟) را مطالعه کنید.

۲ اعتماد به نفس پایین!

ممکن است شما حین آزمون دادن به آموخته‌های خود اعتماد نداشته باشید و سوالات را نصفه و نیمه رها کنید.

درنظر داشته باشید آزمون دادن برای یادگیری شماست، در نتیجه از آن بهترین استفاده را ببرید. برای تقویت این مورد کافی است سطح تسلط خودتان را بالا ببرید. این عمل با تست و آزمون دادن بسیار میسر می‌شود.

۳ تسلط کم!

حتما برای شماهم پیش آمده که سوالی را تا نیمه حل می‌کنید ولی نمی‌توانید آن را تمام کنید و به جواب نهایی برسید.

علل: آموزش ناقص، حل تعداد کمی تست، راه‌حل های تست‌ها و نکات مهم را به خوبی یاد نگرفته اید. برای رفع این مورد علل آن را پیدا کنید و رفعش کنید.

۴ شبیه سازی نکردن!

قبل آزمون بهتر است، شبیه‌سازی آزمون انجام بدهید.

به کمک آزمپن‌های سال‌های قبل ماز که در اپلیکیشن دیجی‌ماز قرار دارد، قبل از آزمون از خودتان آزمون بگیرید. به کمک این آزمون مشکلات مطالعاتی خودتان را پیدا و نکات مهم را یاد بگیرید.

۵ تمرکز زیاد روی آموزش و مطالعه و تست‌زنی کم!

بسیاری از دانش‌آموزان بیشتر وقت خود را صرف مطالعه و ویدیو دیدن و.. می‌کنند. درصورتی شما باید حداکثر نصف زمان را برای مطالعه و نصف دیگر را به تست‌زنی اختصاص بدهید.

۶ مواجه نشدن با ایده جدید!

بعضی سوالات در آزمون ایده جدیدی دارند. شما نمی‌توانید ایده تمام سوالات را بدانید. اما می‌توانید قبل از آزمون با حل سوالات مختلف ذهن خودتان را آموزش بدهید چطور در مواجه با سوال جدید از آن اطلاعات استفاده کنید.

۳ تا اصل مهم برای داشتن مطالعه با کیفیت!

ساعت مطالعه یا کیفیت مطالعه؟! حقیقتا کیفیت و ساعت مطالعه مکمل یکدیگر هستند اما کیفیت مهم تر است.

چه دلایلی باعث می‌شود کیفیت مطالعه ما پایین باشد؟

- مطالعه در شرایط خستگی
- عدم آگاهی از روش صحیح مطالعه دروس مختلف
- نا امیدی
- نداشتن برنامه درسی مناسب و اصولی یکنواخت
- تغذیه و خواب نامناسب
- استرس روزهای باقی‌مانده

و هزاران دلیل دیگر...

بعداز تشخیص علل کاهش کیفیت باید به سراغ راهکار برای حل این موضوع برویم. ۳ بخش اصلی وجود دارد که درادامه آن‌هارا معرفی می‌کنیم.

بخش اول: آماده سازی شرایط اولیه

دراولین مرحله لازم است نور، دما و مرتب بودن اتاقتان را تنظیم کنید. تمام مواردی که زمان مطالعه ممکن است به آن نیاز داشته باشید را درکنار خودتان قرار دهید، مانند: خودکار، کاغذ، کتاب تست، آب آشامیدنی و...

بخش دوم: آمادگی پیش از مطالعه

لازم است شما قبل از شروع به مطالعه بدانید که قرار است امروز چند صفحه مطالعه کنید. از چه کتابی و چه مبحثی و چه میزان تست بزنید. زمانی که شما برنامه‌درسی داشته باشید تکلیف روزانه خودتان را می‌دانید و یک برنامه هدفمند برای رسیدن به هدفتان دارید. نداشتن برنامه خود باعث بهم ریختن ذهن شما و نداشتن نظم می‌شود.

بخش سوم: شروع مطالعه

این قسمت ۳گام دارد که باید به ترتیب آن را اجرا کنید و سپس به سراغ مطالعه بروید.

گام اول: آماده‌سازی ذهن

قبل ازاینکه مطالعه را آغاز کنید ذهن خود را از **تفکرات اضافی** خالی کنید. یک کاغذ درکنار خود قرار بدهید و آنچه را که ذهنتان را درگیر کرده است تمام و کمال بنویسید. بعد از تمام شدن کاغذ را در گوشه ای خارج از دامنه دید خودتان قرار بدهید.

گام دوم: مطالعه فعال

مباحث را به قسمت‌های کوچک‌تری تبدیل کنید و برای هرقسمت مدت زمانی را مشخص کنید. سر زمان مطالعه را تمام کنید و درگیر وسواس مطالعاتی نشوید.

شروع به مطالعه کنید و مطالب را روزنامه‌وار مطالعه نکنید، سعی کنید مطالعه فعالی داشته‌باشید و نکات مهم را علامت بزنید.

ارتباطی بین مباحث جدید و مباحث قبلی مطالعه شده را پیدا کنید. مطالب را دسته‌بندی کرده، نمودار رسم کنید.

اگر در مطالعه قسمتی مشکل دارید از دوستان، معلم و کلاس‌های کمک‌آموزشی ماز بهره ببرید. درنظر داشته باشید یاد دادن مباحث به دیگران باعث تثبیت آن در ذهنتان خواهد شد.

درس‌خواندن به تنهایی کافی نیست، باید دست به قلم شوید نمونه سوال و تست‌های زیادی را حل کنید. برای شروع بهتراست به سراغ تمرین‌های ساده‌تر بروید بعد که مفهوم اصلی را درک کردید به سراغ سوالات تست‌های سخت‌تر بروید.

ازهرتست به سادگی نگذرید. نکات مهم را استخراج د نقاط ضعف خودتان را پیدا کرده و رفع کنید. بعد از چندروز مطالعه در آزمون شرکت کنید.

قدم سوم: تنوع در مطالعه

در برنامه‌ریزی درسیتان دروس متنوعی قرار دهید، حتی تنوع در نوع مطالعه هم داشته باشید. مثلا: مطالعه درس زیست و تست‌زنی درس شیمی.

درمحیط مطالعه و حالت مطالعه خودتان نیز تنوع ایجاد کنید. سعی کنید به صورت یکنواخت در شرایطی قرار نگیرید. به مدت زمان مطالعه و استراحتتان پایبند باشید.

با تکرار و رعایت این نکات می‌توانید پیشرفت را در نتیجه آزمون‌های خودتان ببینید.

گروه آموزشی ماز