

۱۱

خارج تیرماه ۱۴۰۲

421

M

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

خارج از کشور

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه



۱- یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r+d$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۲- نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳- برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند حالت $x+y+z+t > 20$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{5}$

محل انجام محاسبات

۷- نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیش‌ترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

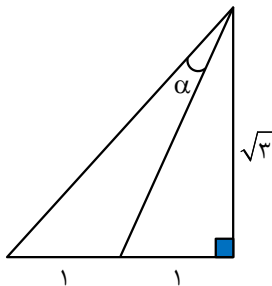
(۱) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{19}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه‌ای به عرض $7/2$ قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{4}{m})$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $12/5$ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $1/4$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_7 3 = 0/6$ و $\log_7 2 = 1/6$)

(۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۵۶ (۴) ۱۲۶



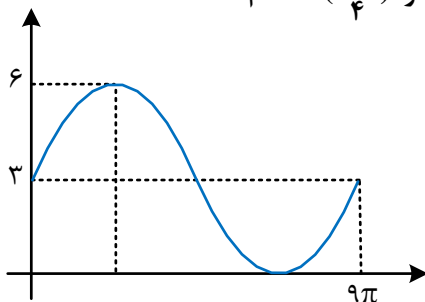
۱۰- در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار α کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟



(۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۴/۷۵ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۱۳- در معادله مثلثاتی $1 = \sin(x - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} \cos x + m \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ اگر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ مقدار m باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۴- تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m

دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵- اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f

باشد؟

- (۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $[x]$ فرد $f(x) = \begin{cases} [-x] - x \\ k - x + [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در

خصوص $n \in \mathbb{N}$ صحیح است؟

(۱) برای هیچ مقداری از n ، پیوسته نیست.

(۲) برای جميع مقادیر n پیوسته است.

(۳) n فرد

(۴) n زوج

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۸- خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند.

مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{4}x^3 - (k+2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- (۱) بیش از ۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۲۱- ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می‌توان روی هم قرار داد به طوری که وقتی آن‌ها را یکی یکی برمی‌داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتاب‌ها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

(۱) ۶۳۰ (۲) ۴۳۲ (۳) ۳۱۵ (۴) ۱۴۴

۲۲- اگر $P(A-B) = \frac{3}{4}$ و $P(B-A) = \frac{1}{4}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیر تکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) $\frac{25}{5}$ (۳) ۵۰ (۴) $\frac{50}{5}$

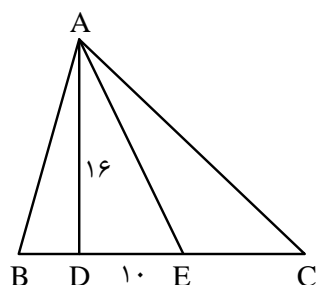
۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آن‌ها در اختیار است. کارتی به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می‌شود. اگر سکه یک بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک بار پرتاب شده است؟

(۱) $\frac{12}{19}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{12}{23}$ (۴) $\frac{4}{29}$

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ‌تر لوزی، چند درجه است؟

(۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

۲۶- در شکل زیر، $\hat{B}AD = \hat{E}AC$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



(۱) $\frac{8}{7}$

(۲) $\frac{12}{4}$

(۳) $\frac{9}{3}$

(۴) $\frac{15}{6}$

محل انجام محاسبات

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{5}$

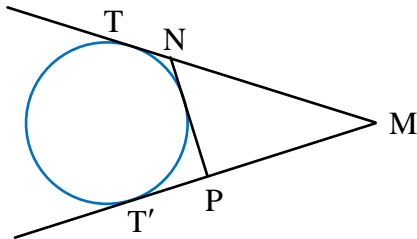
۲۸- در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۹- چهارضلعی $ABCD$ در یک دایره محاط شده است. رأس‌های این چهارضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه‌های ظلی کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

۳۰- در شکل زیر، از نقطه M دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT=18$ ، $MN=15$ و $MP=12$ باشد، شعاع دایره کدام است؟

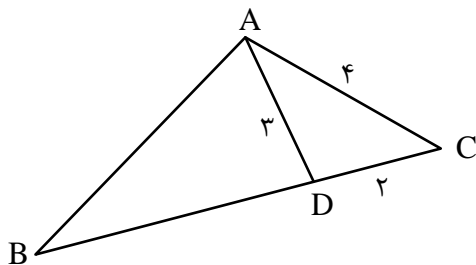


- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) $4\sqrt{5}$
(۴) $6\sqrt{5}$

۳۱- پاره‌خط AB به طول ۵ در یک طرف خط d قرار دارد. فاصله دو سر پاره‌خط AB از خط d به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه C طوری روی خط d انتخاب می‌شود که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار باشد، حداقل مجموع اندازه‌های دو ضلع AC و BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{57}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳۲- در شکل زیر، اگر $\hat{B}AD = 2\hat{D}AC$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۲۴
(۲) $25/5$
(۳) ۲۷
(۴) $28/5$

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر $a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2$ و $A = \begin{bmatrix} \frac{a}{10^4} & \frac{a}{2^2} \\ \frac{a}{5^2} & \frac{a}{10^2} \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\left| \frac{1}{3} A \right|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{8}$ (۲) $\frac{75}{8}$ (۳) $\frac{25}{24}$ (۴) $\frac{75}{24}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-2, 2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می‌گذرد. طول وتری که از کانون بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- اگر دو بردار ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر هم عمود باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی را که توسط بردارهای ناصفر

$\frac{2\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{2\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) $1/6$ (۲) $3/2$ (۳) $4/8$ (۴) $6/4$

۳۶- خطی به معادله $y + 2x = 0$ ، عمود منصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ‌تر به صورت $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$ و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر عدد دو رقمی \overline{aa} را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود، حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند a را عاد کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۹- حداقل چند نوع زوج مرتب (a, b) در باقیمانده تقسیم بر ۳، با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن‌ها، مضرب ۳ هستند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

محل انجام محاسبات



