

۹

سراسری دی ماه ۱۴۰۱

421

M

دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود
امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۱۴۰۱/۱۰/۳۰

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه



۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶ یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات

سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{۳۲}{۷} \quad (۱) \quad \frac{۶۴}{۷} \quad (۲) \quad \frac{۲۴}{۵} \quad (۳) \quad \frac{۴۸}{۵} \quad (۴)$$

۲- رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

$$۲ \quad (۱) \quad ۶ \quad (۲) \quad -۴ \quad (۳) \quad -۸ \quad (۴)$$

۳- اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C))$ با کدام مجموعه

برابر است؟

$$(A' \cup B') - C \quad (۴) \quad C - (A \cup B) \quad (۳) \quad B - (A \cup C) \quad (۲) \quad A' - (B \cup C) \quad (۱)$$

۴- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ است؟

$$p \vee q \quad (۴) \quad r \vee p \quad (۳) \quad r \quad (۲) \quad q \quad (۱)$$

۵- معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک

کدام است؟

$$۲ \quad (۱) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۷ \quad (۴)$$

۶- نمودار تابع $y = \frac{۲}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می‌شود؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۴)$$

۷- نقاط $A(0, 1)$ و $B(4, -2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

$$-۱ \quad (۱) \quad -۲ \quad (۲) \quad -۳ \quad (۳) \quad -۴ \quad (۴)$$

۸- توابع $f(x) = \log(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α

قطع کند، مقدار α کدام است؟

$$۴ - \sqrt{۲} \quad (۱) \quad ۴ - \sqrt{۳} \quad (۲) \quad ۴ + \sqrt{۲} \quad (۳) \quad ۴ + \sqrt{۳} \quad (۴)$$

۹- نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد،

مقدار $2b - a$ کدام است؟

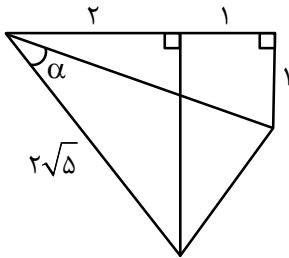
$$۳ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad -۳ \quad (۳) \quad -۲ \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات



۱۰- معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^3+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

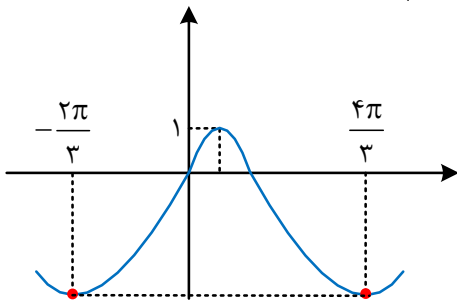
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c-a)$ کدام است؟

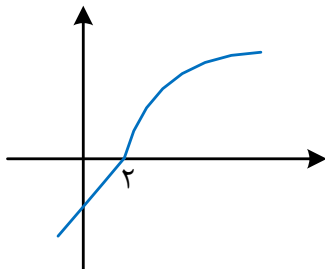


- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{3})$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

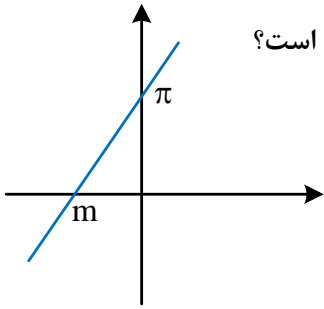
- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۱۴- اگر $f(x) = |\frac{1}{2}x - 1|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۱۵- شکل زیر، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) $-\sqrt{\pi}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

(۳) $-\frac{1}{\pi}$ (۴) $-\pi\sqrt{\pi}$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{زوج } [x] \\ |x - [x - a]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $[a]$ شامل چند عضو است؟ ($a < -1$)

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۷- تابع $f(x) = \frac{x}{1 - |x|}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 2|\sqrt{ax}$ ، در نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور x ها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β بیش‌ترین مقدار باشد، m کدام است؟

(۱) $2 + \sqrt{5}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $2 - \sqrt{5}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

(۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶

۲۱- در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد رو شده m و n هستند. با کدام احتمال، معادله $x^2 - mx + n = 0$ دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{17}{36}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۲- پیشامدهای ناسازگار A و B از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(B'|A')$ کدام است؟

(۱) $0/7$ (۲) $0/5$ (۳) $0/55$ (۴) $0/75$

محل انجام محاسبات

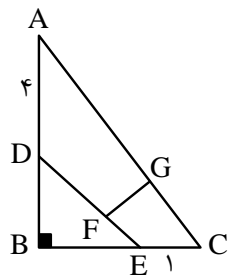
۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آن‌ها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک‌رقمی و غیرتکراری باشند، نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- (۱) $0.2\sqrt{5}$ (۲) $0.4\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $1/25$

۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

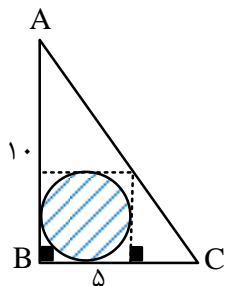
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۲۵- در شکل زیر، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $1/25$
(۳) $1/5$
(۴) $1/75$

۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟



- (۱) $\frac{25}{9}\pi$ (۲) $\frac{16}{9}\pi$
(۳) $\frac{9}{4}\pi$ (۴) $\frac{5}{4}\pi$

۲۷- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای کم می‌شود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۲۸- در فضا، دو خط l_1 و l_2 موازی هستند. اگر خط d خط l_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و l_2 همواره درست است؟

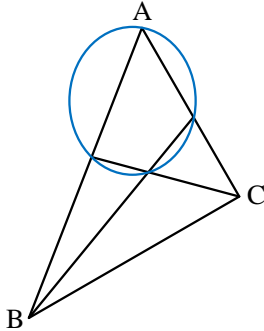
- (۱) متناظرند. (۲) موازی‌اند. (۳) غیرمقاطع‌اند. (۴) غیرموازی‌اند.

محل انجام محاسبات

۲۹- یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

$$(1) \frac{12}{\sqrt{3}} \quad (2) \frac{16}{\sqrt{3}} \quad (3) \frac{24}{\sqrt{3}} \quad (4) \frac{32}{\sqrt{3}}$$

۳۰- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C در مثلث ABC رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخل دایره محاطی باشد، زاویه A چند درجه است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۷۵
(۳) ۶۰
(۴) ۴۵

۳۱- دو دایره با شعاع یکسان در نقاط (۱,۴) و (۳,۲) همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور x ها کدام است؟

$$(1) 8 \quad (2) 6 \quad (3) 2\sqrt{2} \quad (4) 4\sqrt{2}$$

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار (۲, -a, ۳) بر امتداد بردار (۱, ۰, a)، برابر $\frac{5}{\sqrt{3}}$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 7 \quad (3) \frac{3}{2} \quad (4) \frac{10}{7}$$

۳۳- از کانون سهمی $y^2 - x - 4y + 2 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A، B و رأس سهمی، چقدر است؟

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{1}{8} \quad (4) \frac{1}{12}$$

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $D = ABC$ باشد، به ازای کدام مقدار x، مجموع درایه‌های قطر اصلی و فرعی ماتریس D برابر هستند؟

$$(1) -4 \quad (2) -3 \quad (3) 5 \quad (4) 6$$

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\|A\|_A$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۶ (۴) ۱۶

۳۶- باقیمانده تقسیم عدد $9 \times (24^{23} - 21^{23})$ بر عدد ۵۶ چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

۳۷- معادله سیاله $17x + 18y = 987$ در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

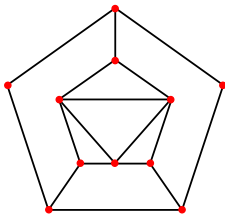
۳۸- شکل زیر، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵



۳۹- هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, m\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار

n برابر ۲۰ باشد، بیش‌ترین مقدار m کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۴۰- اگر در گراف ساده G ، $|V(G)| = 18$ ، $\Delta(G) = 8$ و $\delta(G) = 3$ باشند، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار ممکن برای اندازه

گراف G کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷

محل انجام محاسبات

