

۷

سراسری تیرماه ۱۴۰۱

421

M

دفترچه شماره ۱

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۰۴/۰۹

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود
امام خمینی (ره)

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه



۱- دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۲- مجموعه‌های A ، B و C و D را در نظر بگیرید. تعداد اعضای C ، دو واحد بیشتر از A و تعداد اعضای D ، سه واحد کمتر از B است. اگر تعداد اعضای مجموعه $C \times B$ ، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ و $1/5$ برابر تعداد اعضای مجموعه $A \times D$ باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۳- اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $(A - B)'$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) \emptyset

۴- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $q \Leftrightarrow (p \vee q) \sim p$ است؟

- (۱) p (۲) $p \vee q$ (۳) q (۴) $\sim p \Leftrightarrow q$

۵- α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $0 < \beta < \alpha$ و $12\sqrt{2} + 85 = 2\beta^2 + 3\alpha^2$ باشد، مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{13}{4}$ (۳) $\frac{21}{5}$ (۴) ۲

۶- اگر $2 = \frac{1}{a^3 + 1} + \frac{1}{a^3 - 1}$ باشد، حاصل $(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3} + 1} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3} + 1})^{1401}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۷- تابع $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{x^3}, x \leq 0$ (۲) $-\sqrt[3]{x}, x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^3}, x \geq 0$ (۴) $-\sqrt[3]{x}, x \geq 0$

۸- فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-2, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

محل انجام محاسبات

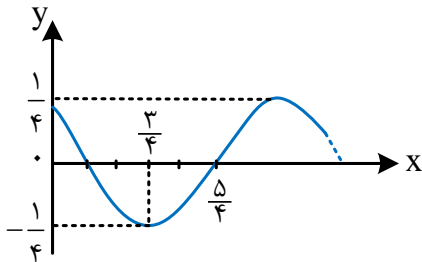
۹- فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

(۱) $\frac{2x+1}{x+1}$ (۲) $\frac{x-1}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x-1}{x-1}$ (۴) $\frac{x+1}{2x+1}$

۱۰- اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $2\cos A \sin B - \sin C$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx+c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{16}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{1}{4\pi}$
(۴) π

۱۲- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{9\pi}{4}$ (۴) $\frac{11\pi}{6}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt{x}}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۴- چندجمله‌ای $a + 16x^5 + 3x^6 + x^7 + 2x^{2n} + x^{2n+1}$ ، به ازای هر عدد طبیعی n بر $x+2$ بخش پذیر است. برای $n=1$ ،

باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x - 3$ کدام است؟

(۱) $-15x + 24$ (۲) $-15x + 14$ (۳) $-5x + 34$ (۴) $-5x + 44$

۱۵- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل

است. یعنی $\dots, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \{4, 5, 6\}, \{2, 3\}, \{1\}$. میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

(۱) $230.4/5$ (۲) $30.72/5$ (۳) $460.8/5$ (۴) $6144/5$

محل انجام محاسبات

۱۶- تابع $f(x) = \frac{|ax+1|+2x}{|x|+b}$ دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است، اگر هر ریشه مخرج با یکی از حدهای تابع در بی‌نهایت برابر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۷- در نقطه تلاقی منحنی‌های $f(x) = \sin x + \frac{1}{4} \cos x$ و $g(x) = \frac{3}{4} \sin x$ در بازه $[0, \pi]$ خط مماسی بر منحنی $f(x)$ رسم می‌شود. این خط، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{\pi}{4} - 1$ (۲) $\frac{\pi}{4} - 3$ (۳) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8}$

۱۸- تابع f مشتق‌پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{3}{4}$ و $g(x) = f(x+1) + f(3x+1)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{13}{2}$

۱۹- اگر $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\Delta-h) - 2f(\Delta-h) + 2}{h(\Delta-h)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{30}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{13}{15}$

۲۰- نقطه $A(-1, 1)$ اکسترمم نسبی تابع $y = x^2|x| + 2ax^2 + b$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۱- محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ ، نقطه مینیمم تابع $y = \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{5}{6}$ است. نمودار این

تابع هموگرافیک، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۲۲- در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ یک فضای نمونه‌ای است. اگر $P(x)$ ، $P(y)$ و $P(z)$ یک دنباله هندسی با قدرنسبت

کمتر از واحد، تشکیل دهند و واسطه هندسی آن‌ها $\frac{1}{5}$ باشد، کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در S ، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2-\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ (۳) $\frac{2-\sqrt{3}}{10}$ (۴) $\frac{2-\sqrt{2}}{10}$

محل انجام محاسبات

۲۳- در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد. دو گوی به طور متوالی و بدون جایگذاری، به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم شماره گوی دوم از شماره‌گوی اول کمتر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

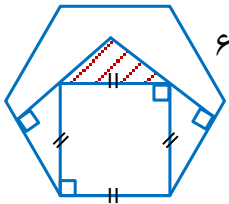
۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{MNB} چند درجه است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۶ (۴) ۷۸

۲۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $\frac{2}{5}$ و $\frac{14}{4}$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{4}{8}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۸

۲۶- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



(۱) $3\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) ۲

۲۷- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های a و 6 واحد، بر دایره‌ای به مساحت 15π محیط است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{3}$ (۲) ۸ (۳) $\frac{32}{3}$ (۴) ۱۰

۲۸- طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آن‌ها 21π سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{75}$ (۳) $\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{2}{75}$

۲۹- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC ، ضلع مقابل را به پاره‌خط‌های $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{5}$ واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر 60° درجه باشد، ضلع کوچک‌تر مثلث چند واحد است؟

- (۱) $\frac{3}{75}$ (۲) $\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{4}{75}$ (۴) $\frac{5}{25}$

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ و ماتریس AB به ازای $y \in \mathbb{Z}$ ماتریس اسکالر باشد، مقدار xy کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه ماتریسی $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، کوچکترین درایه قطر

اصلی ماتریس X کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۲- به ازای هر m معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1,1)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}\pi$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $2\sqrt{3}\pi$

۳۳- دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 60° درجه می‌سازند. زاویه بین بردار بزرگ‌تر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۳۴- نقاط (a,b) روی منحنی $y = \frac{3x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵- دو عدد $a^2 - 1$ و $14a + 6$ ، رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^2 + a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۶- اگر x و y هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x + 11y = 759$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۷- در یک گراف کامل $q(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۳۸- درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به صورت اعداد $a, b, c, 3, 4, 5$ هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف $1/5$ برابر

$(a+b+c)$ باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه $\{a, b, c\}$ وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۳۹- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از 6000 با مجموع ارقام 8 وجود دارد؟

- ۱۵۵ (۱) ۱۶۵ (۲) ۱۶۴ (۳) ۱۵۸ (۴)

۴۰- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها

وجود دارد؟

- ۶۵ (۱) ۶۴ (۲) ۴۵ (۳) ۴۶ (۴)

محل انجام محاسبات



