

۶

خارج ۱۴۰۰

421

M

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود  
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

خارج از کشور

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۰

**آزمون اختصاصی**  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ملاحظات	مدت پاسخگویی	تعداد سؤالات	شماره از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه	۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱



۱- اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک  $a$ ،  $b$  و  $c$  تساوی  $\log_a c + \log_b c = 1$  برقرار باشد، آنگاه  $\log_c^a \cdot \log_c^b$  کدام است؟

(۱)  $\log_c(ab)$  (۲)  $2\log_c(ab)$  (۳)  $\log_c(a+b)$  (۴)  $2\log_c(a+b)$

۲- تعداد جواب‌های معادله  $\sqrt{x+2} + \sqrt{-x^2+6x-8} = x+2 + \sqrt{x^2+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}}$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳- ساده شده عبارت  $\frac{\sin(\theta)}{1-\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  کدام است؟

(۱)  $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۲)  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۳)  $2\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (۴)  $2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۴- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $2\sin(x)\cos(2x) + \sin(x) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۱)  $2\pi$  (۲)  $\frac{5\pi}{2}$  (۳)  $3\pi$  (۴)  $\frac{7\pi}{2}$

۵- باقیمانده و خارج قسمت تقسیم چند جمله‌ای  $P(x)$  بر  $2x + x^2$  به ترتیب  $3x+1$  و  $Q(x)$  است. اگر  $Q(-2) = 3$ ، آنگاه مقدار

باقیمانده تقسیم  $P'(x)$  بر  $x+2$ ، کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۳

۶- دنباله  $a_n$  به ازای اعداد حسابی  $n$  مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله ۱۹ باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سی‌ام دنباله، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 2k \\ -2k + 4 & ; n = 2k + 1 \\ \left[ \frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 2k + 2 \end{cases}$$

۷- فرض کنید  $[a, b]$  برد تابع  $f(x) = 2 - \sqrt{5\sin^2(x) - 1}$  باشد. مقدار  $a+b$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{-43}{6}$  (۲) -۷ (۳) ۵.۵ (۴) ۱۰.۲۴

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۸- نمودار منحنی  $y = \sqrt{x+3}$  را  $k$  واحد در راستای قائم چنان انتقال می‌دهیم، که منحنی جدید وارون تابع خود را در

نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و ۴ واحد در جهت افقی به سمت چپ

انتقال می‌دهیم. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟

(۱)  $(1 - \sqrt{5}, 0)$  (۲)  $(-\sqrt{5}, 0)$  (۳)  $(0, 1 - \sqrt{5})$  (۴)  $(0, -\sqrt{5})$

محل انجام محاسبات



۹- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$  و  $g(x) = 1 - x^2$ ، ماکزیمم مقدار تابع  $g \circ f - f \circ g$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

۱۰- فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^2}-1) - 2 \tan[x]}{x^n(1-\cos(\sqrt{3}x))} = a$  باشد. مقدار  $a^n$ ، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱- مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$  (۲)  $+\infty$  (۳) صفر (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲- اگر تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ ، فقط دارای دو مجانب باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۱۳- فرض کنید  $f(x) = \sin^n(x^2)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1-\cos(x))^m} = 32\sqrt{2}$ ، مقدار  $2m+n$ ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۱۴- از محل تقاطع نمودار منحنی  $f(x) = \sqrt{x} + 2$  با وارون آن دو خط مماس یکی بر  $f$  و دیگری بر  $f^{-1}$  رسم می‌کنیم. اگر  $\alpha$  زاویه حاده بین دو خط مماس باشد، مقدار  $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{15}$  (۲)  $\frac{8}{15}$  (۳)  $\frac{225}{289}$  (۴)  $\frac{240}{289}$

۱۵- مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع  $f(x) = 3\sqrt[3]{x} + |x|$  صعودی باشد، کدام است؟

- (۱)  $[-1, \infty)$  (۲)  $(-\infty, \infty)$  (۳)  $[-1, 0) \cup (0, \infty)$  (۴)  $[-3\sqrt{3}, 0]$

محل انجام محاسبات



۱۶- تعداد بازه‌هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 2}$ ;  $x \in (-2, 2)$  در آن‌ها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۷- فرض کنید A و B نقاط مینیمم نسبی و C و D نقاط عطف تابع  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  باشند. زاویه بین پاره‌های AB و CD، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۱۸- فرض کنید  $C = (A - B) \cup (B - A)$ ، حاصل  $(A' \cap B')' \cap C'$ ، کدام است؟

- (۱)  $A \cap B$  (۲)  $A \cup B$  (۳) C (۴)  $C'$

۱۹- حاصل عبارت  $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

- (۱)  $n 2^{n-1}$  (۲)  $n 2^n$  (۳)  $(n-1) 2^{n-1}$  (۴)  $(n-1) 2^n$

۲۰- جدول فراوانی داده‌های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	a	۵۴/۸۶ (۱)
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱	۵۵/۰۳ (۲)
									۵۵/۳۶ (۳)
									۵۵/۶۳ (۴)

۲۱- برای یک مجموعه ۱۰۰ نفری از شهروندان یک شهر یک کد شش رقمی به صورت زیر ساخته می‌شود: دو رقم سمت راست، سن شهروند (۰۱ تا ۸۵)، سه رقم بعدی تعداد افراد هم‌سن (۱۰۰-۰۰۰) و رقم ششم جنسیت (مرد ۱، زن ۲) اختصاص می‌یابد. سپس کدهای به دست آمده را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن مورد انتظار برای ده هزارمین عضو مجموعه، کدام است؟ (اگر چه ممکن است شهروندی به آن اختصاص نیابد.)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۵۴ (۴) ۵۵

۲۲- روی هر کارت یکی از اعداد ۱ تا ۱۲ را نوشته و سپس در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس به دلخواه یک کارت از کیسه بیرون می‌آوریم. اگر عدد زوج باشد، یک عدد دیگر از کیسه بیرون می‌آوریم و در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. اگر عدد فرد باشد یک تاس پرتاب کرده و عدد رو شده را در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. سپس از اعداد ساخته شده، در همه حالات‌های ممکن، مجموعه A را تشکیل می‌دهیم. یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر است؟

- (۱)  $\frac{9}{34}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{9}{40}$  (۴)  $\frac{2}{9}$

محل انجام محاسبات

۲۳- تعداد اعداد سه و چهار رقمی مضرب ۹ که مکعب کامل باشند، کدام است؟  $(\sqrt[3]{10} \cong 2/1)$

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۴- اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد صحیح  $x = 6^m \times 10^n$ ، ۳۵ واحد از تعداد مقسوم‌علیه‌های  $15x$  کمتر باشد، اختلاف بزرگترین و کوچکترین مقدار ممکن برای  $x$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۲۹۶ (۲) ۲۳۰۴ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۸۷۰۴

۲۵- مجموع باقیمانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر ۱۳ برابر ۱۷ است. احتمال این که باقیمانده تقسیم  $a-8$  بر ۳۶، برابر ۲۱ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{13}$  (۲)  $\frac{5}{13}$  (۳)  $\frac{4}{13}$  (۴)  $\frac{3}{13}$

۲۶- اگر  $m$  کوچکترین عدد طبیعی باشد که  $m!$  بر ۳۰ بخش پذیر باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم  $m^{332}$  بر ۳۱، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۲۷- در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده ۷ یا ۱۰ باشد، به تصادف یک مهره از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره آبی باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{18}$  (۲)  $\frac{11}{30}$  (۳)  $\frac{19}{30}$  (۴)  $\frac{11}{18}$

۲۸- تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۶۸

۲۹- مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب  $(a, b)$ ، کدام است؟

		۳		
<b>b</b>	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				<b>a</b>

(۱) (۴, ۵)

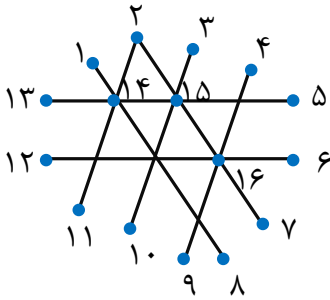
(۲) (۴, ۲)

(۳) (۱, ۵)

(۴) (۱, ۲)

محل انجام محاسبات

۳۰- برای گراف زیر، عدد احاطه‌گری مینیمال کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۳۱- اگر ماتریس ناصفر  $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$  چنان باشد که  $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱۲ (۴)
- ۴ (۳)
- صفر (۲)
- ۴ (۱)

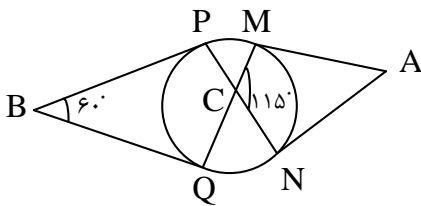
۳۲- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . مجموع عناصر روی قطر اصلی ماتریس  $A$ ، کدام است؟

- ۲۱ (۴)
- ۱۹ (۳)
- ۱۷ (۲)
- ۱۲ (۱)

۳۳- رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد. به طوری که اضلاع آن بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگتر به مساحت مثلث کوچکتر، کدام است؟

- ۴ (۴)
- ۳/۵ (۳)
- $2\sqrt{3}$  (۲)
- ۳ (۱)

۳۴- پاره‌خط‌های  $AM$ ،  $AN$ ،  $BP$  و  $BQ$  مطابق شکل زیر بر دایره مماس‌اند. زاویه  $MAN$ ، به درجه، کدام است؟



- ۶۰ (۱)
- ۶۵ (۲)
- ۷۰ (۳)
- ۷۵ (۴)

۳۵- در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر  $AH=8$  است. اگر  $M$ ،  $N$  و  $P$  وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که  $M$ ،  $N$ ،  $P$  و  $H$  رأس‌های آن هستند، کدام است؟

- ۲۷ (۱)
- ۲۸ (۲)
- ۲۹ (۳)
- ۳۰ (۴)

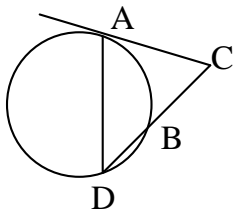
۳۶- مثلث  $ABC$  یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمود منصف ضلع  $BC$  و نیمساز زاویه  $B$  در نقطه  $M$  در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

- $\hat{A} > \hat{B}$  (۱)
- $\hat{B} < \hat{A}$  (۲)
- $\hat{B} > 2\hat{C}$  (۳)
- $\hat{B} < 2\hat{C}$  (۴)

محل انجام محاسبات



۳۷- در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر  $DB=BC$  آنگاه نسبت  $\frac{AC}{BC}$ ، کدام است؟



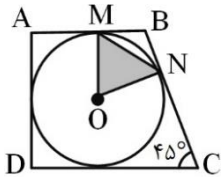
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$۱ \quad (۳)$$

۳۸- مطابق شکل زیر، در ذوزنقه ABCD دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت مثلث OMN، کدام است؟



$$\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{9\sqrt{2}}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{9\sqrt{2}}{4} \quad (۳)$$

۳۹- اگر  $A = (-1, 2, 0)$ ،  $B = (1, 0, -1)$  و  $C = (0, -1, 1)$  سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع AH، کدام است؟

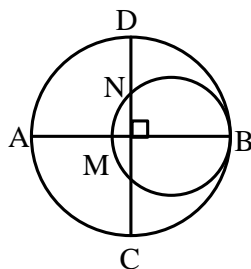
$$2\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{4} \quad (۱)$$

۴۰- در شکل زیر، دو دایره برهم مماس و قطرهای AB و CD از دایره بزرگتر برهم عمود هستند. اگر  $AM=16$ ،  $DN=10$



باشد، شعاع دایره کوچکتر، کدام است؟

$$۱۲ \quad (۱)$$

$$۱۶ \quad (۲)$$

$$۱۷ \quad (۳)$$

$$۲۵ \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

