

آزمون
شروع از مهر
شماره دو

رشته ریاضی



تجربہ | ریاضی | انسانی

ویژه کنکور
۱۴۰۴

مروارید آزمون آزمایشی خیلی سبز

| نام درس | مباحث | از صفحه | تا صفحه | مؤلف | ویراستار |
|---------|--|---------|---------|-----------------|-----------------------------|
| هندسه | هندسه (۱): فصل اول و فصل دوم صفحه ۹ تا ۳۳ هندسه (۲): فصل اول (درس‌های ۱ و ۲) صفحه ۹ تا ۲۳ | ۲۸ | ۳۹ | علیرضا نصراللهی | محسن فراهانی بردیا نصیری |





مکان هندسی‌های معروف

| | |
|--|--|
| | <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه ثابت مانند O به فاصله معلوم R باشند، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع R.</p> |
| | <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله ثابت a از خط d قرار دارند، دو خط به موازات d و به فاصله a از آن می‌باشد.</p> |
| | <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو سر یک پاره‌خط مانند AB به یک فاصله باشند، عمودمنصف آن پاره‌خط است.</p> |
| | <p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از اضلاع یک زاویه مانند xOy به یک فاصله باشند، نیمساز آن زاویه است.</p> |

رسم‌های پایه و معروف

| | | |
|--|---|--|
| | <p>دهانه پرگار را به اندازه بیش از نصف طول پاره‌خط AB ($r \geq \frac{AB}{2}$) باز کرده و به مراکز A و B کمان‌هایی می‌زنیم. محل برخورد آنها را به هم وصل می‌کنیم تا عمودمنصف حاصل شود.</p> | <p>عمودمنصف یک پاره‌خط</p> |
| | <p>ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا خط d را در دو نقطه B و C قطع کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.</p> | <p>خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن</p> |
| | <p>ابتدا به مرکز A کمانی می‌زنیم تا پاره‌خط BC را از آن جدا کند. سپس به کمک رسم عمودمنصف، یک پاره‌خط عمودمنصف پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم تا خط عمود مطلوب حاصل شود.</p> | <p>خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن</p> |

| | | |
|--|---|----------------------------|
| | <p>ابتدا خط عمود l را به کمک مطالب قبلی بر d وارد می‌کنیم. سپس از نقطه A روی l عمود l' را خارج می‌کنیم. دو خط عمود بر یک خط (d, l') با هم موازی‌اند. (اگر نقطه A روی خط بود، چه؟)</p> | <p>خط موازی از یک نقطه</p> |
| | <p>به مرکز O کمانی دلخواه رسم می‌کنیم تا اضلاع زاویه را در C و B قطع کند. سپس به مراکز B و C و شعاع بیش از نصف BC کمان‌هایی رسم می‌کنیم. از O به محل برخورد کمان‌ها وصل کنیم و نیمساز حاصل می‌شود.</p> | <p>نیمساز یک زاویه</p> |



رسم مثلث

| شکل | شرط وجود مثلث | روش رسم | داده‌ها |
|-----|--|---|---|
| | $ a - c < b < a + c$ یا ۱) $a + b > c$ ۲) $a + c > b$ ۳) $b + c > a$ | ابتدا پاره‌خطی به طول a رسم می‌کنیم، سپس به مرکز B شعاع b و به مرکز C شعاع c می‌زنیم تا یکدیگر را در A قطع کنند. از وصل کردن A به B و C مثلث مطلوب حاصل می‌شود. | داشتن طول سه ضلع (c, b, a) |
| | اگر b و c هر کدام از حالات زیر را داشته باشند؛ مثلث حاصل شده به فرم زیر است: ۱) $b > c > h_a \Rightarrow$ دو مثلث ۲) $b = c > h_a \Rightarrow$ یک مثلث متساوی‌الساقین ۳) $b = h_a, c > h_a \Rightarrow$ یک مثلث قائم‌الزاویه ۴) b یا $c < h_a \Rightarrow$ صفر مثلث (ممکن نیست، زیرا h_a کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط موازی d و d' است.) | ابتدا خط d و d' را به موازات هم و به فاصله h_a از هم رسم می‌کنیم. نقطه دلخواه A و عمود AH را می‌کشیم. به مرکز A شعاع b و c کمان‌هایی می‌زنیم تا خط d را در B_1, B_2, C_1, C_2 قطع کند. مثلث‌های $\triangle AB_1C_1$ و $\triangle AB_2C_2$ جواب مسئله‌اند. | داشتن طول دو ضلع و ارتفاع وارد بر ضلع سوم (h_a, b, c) |
| | باید مثلث با ابعاد اضلاع b, c و $2m_a$ رسم باشد. ۱) $b + c > 2m_a$ ۲) $2m_a + b > c$ ۳) $2m_a + c > b$ یا $ b - c < 2m_a$ | ابتدا مثلثی به اضلاع b, c و $2m_a$ رسم می‌کنیم (ABA') ، وسط AA' را M می‌نامیم. از B به M وصل کرده و به اندازه خود امتداد می‌دهیم تا رأس C حاصل شود. | داشتن طول دو ضلع و میانه وارد بر ضلع سوم (h_a, c, b) |
| | شرط: $h_A < m_A$ | ابتدا d و d' را به موازات هم به فاصله h_a رسم می‌کنیم. نقطه A را به دلخواه روی d' انتخاب می‌کنیم و به اندازه m_a کمان می‌زنیم. تا خط d در B و C قطع شود سپس از B یا C به اندازه $\frac{a}{2}$ کمان می‌زنیم تا d' را قطع کنند. ۲ نقطه برخورد کمان و نقطه A مثلث ما می‌باشند. | داشتن ضلع، ارتفاع و میانه وارد بر آن m_a, h_a |

رسم چهارضلعی‌های معروف

| شکل | شرط | روش رسم | داده‌ها |
|-----|---|--|---|
| | <p>بی‌شمار متوازی‌الاضلاع با این داده‌ها می‌توان رسم کرد.</p> | <p>ابتدا دو خط متقاطع دلخواه رسم می‌کنیم و محل برخورد را O می‌نامیم. به مرکز O شعاع $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ کمان‌هایی رسم می‌کنیم تا l و l' را به ترتیب در (B و D) و (A و C) قطع کند. ABCD چهارضلعی مطلوب است.</p> | <p>متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر (b و a)</p> |
| | <p>۱) $a + b > c$ ۲) $a + c > b$ ۳) $b + c > a$</p> | <p>ابتدا مثلث $\triangle ABD$ به اضلاع a, b, c را رسم می‌کنیم. از B خطی به موازات AD و از D خطی به موازات AB می‌کشیم تا محل برخورد را C بنامیم و متوازی‌الاضلاع مطلوب حاصل شود.</p> | <p>متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو ضلع a و b و اندازه یک قطر c</p> |
| | <p>۱) $\frac{b}{2} + \frac{c}{2} > a$ ۲) $a + \frac{b}{2} > \frac{c}{2}$ ۳) $a + \frac{c}{2} > \frac{b}{2}$</p> | <p>ابتدا مثلث $\triangle AOB$ را به اضلاع $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}$ رسم می‌کنیم. AO و BO را به اندازه خودشان امتداد می‌دهیم تا رأس‌های C و D مشخص شوند. ABCD متوازی‌الاضلاع مطلوب می‌باشد.</p> | <p>متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر c و b و یک ضلع a</p> |
| | <p>در این حالت با هر داده‌ای، می‌توان یک مستطیل رسم کرد.</p> | <p>دو خط عمود بر هم رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه A قطع کنند. به مرکز A شعاع a و شعاع b کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را در B و D قطع کند. از B و D عمودهایی خارج می‌کنیم تا محل برخورد آن‌ها، رأس C را مشخص کند. ABCD چهارضلعی مطلوب است.</p> | <p>مستطیل با داشتن طول دو ضلع a و b</p> |
| | <p>در این حالت با هر داده‌ای، فقط یک لوزی می‌توان رسم کرد.</p> | <p>ابتدا دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. به مرکز O شعاع $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ کمان‌هایی می‌زنیم تا این دو خط را به ترتیب در (C و A) و (B و D) قطع کند. لوزی ABCD، چهارضلعی مطلوب است.</p> | <p>لوزی با داشتن طول دو قطر a و b</p> |
| | <p>در این حالت با هر دایره‌ای فقط یک مربع می‌توان رسم کرد.</p> | <p>دو خط عمود بر هم l و l' را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. به مرکز O شعاع $\frac{a}{2}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خطوط را در چهار نقطه قطع کند. ABCD مربع مطلوب است.</p> | <p>مربعی با داشتن طول قطر آن (a)</p> |



استدلال

| تعریف | انواع استدلال |
|---|---------------|
| روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است. | استقرایی |
| روش نتیجه‌گیری منطقی بر پایه حقایقی که درستی آنها را از قبل پذیرفته‌ایم. | استنتاجی |
| به مثالی که درست بودن یک حکم و ادعای کلی را رد کند، گفته می‌شود. | مثال نقض |
| استدلالی که به جای این که به طور مستقیم از فرض به حکم برسیم، ابتدا درست بودن حکم را زیر سؤال می‌بریم، (یعنی فرض می‌کنیم که حکم، غلط است). سپس به کمک اطلاعات مسئله به تناقض رسیده و به این نتیجه می‌رسیم که حکم درست می‌باشد. | برهان خلف |

استدلال استنتاجی

| | |
|---|-------------|
| هر جمله خبری که دارای ارزش درست یا ارزش نادرست باشد را گزاره می‌نامند. | گزاره |
| گزاره‌ای که بتوان با منطق و استدلال استنتاجی آن را ثابت کرد، قضیه می‌نامند. | قضیه |
| اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می‌شود، عکس قضیه گویند. | عکس قضیه |
| اگر یک قضیه، خودش و عکس آن برقرار باشد، آن را قضیه دوشرطی می‌نامیم. | قضیه دوشرطی |

همرسی‌های مثلث

| | |
|-------------------------------------|---|
| <p>$OA = OB = OC$</p> | <ul style="list-style-type: none"> در هر مثلث، عمودمنصف‌ها هم‌رس هستند و نقطه هم‌رسی آنها از سه رأس مثلث به یک فاصله است. نقطه هم‌رسی بسته به نوع مثلث می‌تواند داخل، روی محیط و یا خارج مثلث باشد. |
| <p>$h_1 = h_2 = h_3$</p> | <ul style="list-style-type: none"> در هر مثلث، نیمسازهای داخلی هم‌رس هستند و نقطه هم‌رسی آنها از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. نقطه هم‌رسی همواره داخل مثلث قرار دارد. |
| | <ul style="list-style-type: none"> در هر مثلث ارتفاع‌ها هم‌رس هستند. محل هم‌رسی ارتفاع‌ها در مثلث حاد‌الزاویه داخل مثلث، در مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائم و در مثلث منفرجه‌الزاویه بیرون مثلث قرار دارد. |

نامساوی‌های مثلث

| شکل | قضیه |
|-----|--|
| | $\hat{C}_2 > \hat{A}$ $\hat{C}_2 > \hat{B}$ هر زاویه خارجی مثلث همواره از زاویه‌های داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است. |
| | $b > c \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$ زاویه رو به ضلع بزرگ‌تر همواره، از زاویه رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است. عکس این قضیه نیز برقرار است. |
| | ۱) $a + b > c$ ۲) $a + c > b$ ۳) $b + c > a$ مجموع طول دو ضلع مثلث همواره از ضلع سوم بزرگ‌تر است. (قضیه وجود مثلث) |
| | $c \leq \frac{1}{3}P \leq a < \frac{1}{2}P$ (محیط مثلث است.) در هر مثلث دلخواه، همواره رابطه زیر برقرار است: (محیط) $< \frac{1}{3}P <$ بزرگ‌ترین ضلع \leq (محیط) \leq کوچک‌ترین ضلع |
| | $\frac{P}{2} < MA + MB + MC < P$ (محیط مثلث است.) اگر M نقطه‌ای دلخواه درون مثلث باشد، مجموع فواصل M از سه رأس مثلث، همواره بین محیط و نصف محیط مثلث می‌باشد. |

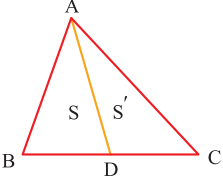
نسبت تناسبی

| مثال عددی | رابطه | نام |
|---|---|--------------------|
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 2 \times 6 = 3 \times 4$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ | طرفین وسطین |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ | معکوس کردن طرفین |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{6}{3} = \frac{4}{2}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ | تعویض صورت و مخرج |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2+4}{3+6} = \frac{2}{3}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ | ترکیب صورت و مخرج |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2+2}{3} = \frac{4+4}{6}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ | ترکیب نسبت در صورت |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{2+3} = \frac{4}{4+6}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ | ترکیب نسبت در مخرج |

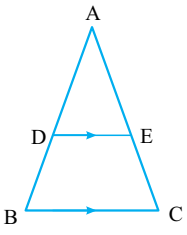
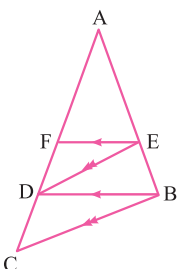


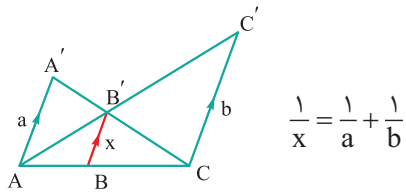
| مثال عددی | رابطه | نام |
|---|---|-------------------|
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2-3}{3} = \frac{4-6}{6}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ | تفضیل در صورت |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \frac{2}{2-3} = \frac{4}{4-6}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ | تفضیل در مخرج |
| $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \frac{2+4+6}{3+6+9} = \frac{2}{3}$ | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Leftrightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b}$ | ترکیب صورت و مخرج |

مساحت مثلث

| | |
|--|---|
| $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}, \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{P}{S}$ | در هر مثلث نسبت اضلاع با عکس نسبت ارتفاع نظیر آن‌ها، متناسب است. |
|  $\frac{S}{S'} = \frac{BD}{DC}$ | اگر دو مثلث دارای ارتفاع‌های برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست. |
|  $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{h}{h'}$ | اگر دو مثلث دارای قاعده‌های برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت ارتفاع‌هاست. |

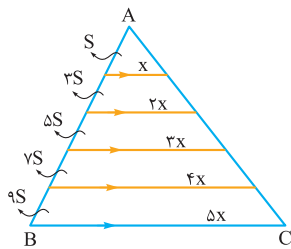
قضیه تالس و نتایج آن در مثلث

| | |
|---|---|
|  $DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \\ \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} \end{cases}$ | اگر در مثلثی، خطی موازی ضلعی رسم شود، به طوری که دو ضلع دیگر را قطع کند، پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌شود. |
|  $AD^2 = AF \times AC$ | اگر در مثلثی دو جفت خط موازی مطابق شکل داشته باشیم، بین پاره‌خط‌های ایجادشده روی یک ضلع، رابطه ویژه‌ای شکل می‌گیرد. |



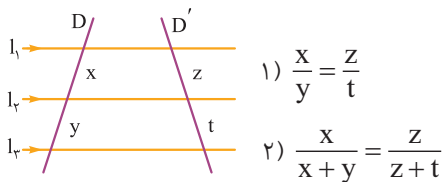
$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

اگر دو مثلث که در آن‌ها خط موازی مشترکی وجود دارد با هم ادغام شوند، رابطه جالبی شکل می‌گیرد.



اگر یک ضلع مثلث به n قسمت مساوی تقسیم شود و از هر یک خطی موازی قاعده رسم شود، بین پاره‌خط‌های تولیدشده تصاعد عددی شکل می‌گیرد. مساحت‌های محصور بین خطوط، تشکیل تصاعد عددی با قدر نسبت $2S$ می‌دهند.

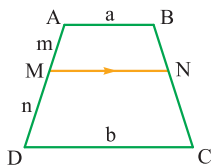
تعمیم قضیه تالس (تالس در دوزنقه)



$$1) \frac{x}{y} = \frac{z}{t}$$

$$2) \frac{x}{x+y} = \frac{z}{z+t}$$

اگر دو خط مورب، چند خط موازی را قطع کند، نسبت پاره‌خط‌های ایجادشده روی خطوط مورب یکسان است.

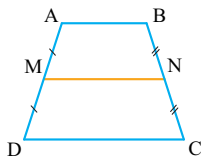


$$1) \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

$$2) MN = \frac{na + mb}{n + m}$$

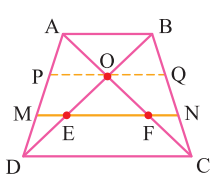
اگر در یک دوزنقه پاره‌خطی موازی دو قاعده رسم شود، نسبتی که روی ساق‌ها پدید می‌آورد، یکسان است.

دو رابطه مهم در دوزنقه



$$MN = \frac{AB + CD}{2}$$

اندازه پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین دو قاعده است.



$$1) EF = \frac{CD - AB}{2}$$

$$2) OP = OQ$$

$$3) \frac{2}{PQ} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$$

● اندازه پاره‌خط محصور بین دو قطر و خط میانگین، نصف تفاضل قاعده‌هاست.

● اگر از محل برخورد قطرهای موازی قاعده‌ها رسم کنیم، پاره‌خط‌های ایجادشده برابرند.



تشابیه مثلثها

| | | |
|--|---|---|
| | $\begin{cases} \hat{A} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{N} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$ | هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، دو مثلث متشابه‌اند. (حالت ز ز) |
| | $\begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \\ \hat{A} = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$ | هرگاه دو ضلع دو مثلث متناسب و زاویه بین آنها برابر باشد، دو مثلث متشابه‌اند. (حالت ض ض ز) |
| | $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$ | هرگاه اندازه‌های سه ضلع یک مثلث با سه ضلع مثلثی دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند. (حالت ض ض ض) |

تشابیه و مثلث قائم الزاویه

| شکل | روابط |
|-----|--|
| | ۱) $AH \times BC = AB \times AC$ ۲) $BH \times BC = AB^2$ ۳) $CH \times BC = AC^2$ ۴) $BH \times CH = AH^2$ |

هرگاه دو مثلث یا به طور کلی دو چندضلعی متشابه باشند، آن‌گاه:

نسبت مساحت آن‌ها برابر با مربع نسبت تشابه است.

$$\frac{S}{S'} = k^2$$

نسبت ارتفاع‌ها، میان‌ها، نیمسازها، محیط و ... برابر با نسبت تشابه است.

$$\frac{h}{h'} = \frac{m_a}{m_a'} = \frac{d_a}{d_a'} = \frac{r_p}{r_p'} = k$$

فصل اول هندسه یازدهم

۱ وضعیت نقطه با دایره

اگر فاصله نقطه از مرکز دایره را d بگیریم و R برابر شعاع دایره باشد:

| | | |
|--|---|---|
| | | |
| $R > d$ درون دایره کمترین فاصله: $R - d$ بیشترین فاصله نقاط دایره از نقطه: $d + R$ | $R = d$ روی دایره کمترین فاصله نقاط دایره از نقطه: \bullet بیشترین فاصله نقاط دایره از نقطه: $2R = d + R$ | $d > R$ خارج دایره کمترین فاصله نقاط دایره از نقطه: $d - R$ بیشترین فاصله نقاط دایره از نقطه: $d + R$ |

۲ وضعیت خط با دایره

اگر فاصله مرکز دایره تا خط را d و شعاع دایره را R بگیریم:

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| $R > d$ متقاطع کمترین فاصله: \bullet بیشترین فاصله: $d + R$ | $d = R$ مماس کمترین فاصله: \bullet بیشترین فاصله: $d + R$ | $d > R$ متخارج کمترین فاصله: $d - R$ بیشترین فاصله: $d + R$ |

۳ رابطه وتر و کمان در دایره:

| حالت: | وترهای برابر | شعاع عمود بر وتر | نامساوی در وترها | وترهای موازی | کوتاهترین و بلندترین وتر گذرنده از نقطه |
|-------|---|--|-------------------------------------|---|---|
| شکل | | | | | |
| ویژگی | $AB = CD \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$ | $AH = BH$ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ | $AB > CD \Leftrightarrow h_1 < h_2$ | $AB \parallel CD \Leftrightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$ | AB: کوتاهترین قطر $= 2R$: بلندترین |



۴ انواع زاویه در دایره:

| نوع زاویه | مرکزی | محاطی | ظلی | درونی (برخورد دو وتر درون دایره) | بیرونی (برخورد دو وتر بیرون دایره) |
|-----------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------|---|---|
| شکل | | | | | |
| رابطه | $\hat{O} = \widehat{AB}$ | $\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ | $\hat{M} = \frac{\widehat{MB}}{2}$ | $\hat{M} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$ | $\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$ |

| | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| | |
| $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ | $\widehat{TA} = \widehat{TB}$ |

۵ محیط و مساحت قطاع:

| مساحت | محیط | شکل |
|------------------------|--------------------------------|-----|
| $\frac{1}{2}R^2\theta$ | $2R + R\theta$ برحسب رادیان | |

۶ روابط طولی در دایره:

| یک قاطع و یک مماس | امتداد دو وتر متقاطع بیرون دایره | دو وتر متقاطع درون دایره | شکل |
|---------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|
| | | | |
| $Y = MA \times MB = MT^2$ | $Y = MA \times MB = MC \times MD$ | $X = MA \times MB = MC \times MD$ | |
| $Y = OM^2 - R^2$ | $Y = OM^2 - R^2$ | $X = R^2 - OM^2$ | برحسب فاصله از مرکز |

۷ وضعیت دو دایره نسبت به هم (d فاصله بین مرکز دو دایره و $R = d$ شعاع‌های دو دایره هستند):

| وضع نسبی | شکل | شرط | تعداد مماس مشترک خارجی | تعداد مماس مشترک داخلی |
|-----------|-----|-------------------------|------------------------|------------------------|
| متخارج | | $d > R + R'$ | ۲ | ۲ |
| مماس خارج | | $d = R + R'$ | ۲ | ۱ |
| مقاطع | | $ R - R' < d < R + R'$ | ۲ | ۰ |
| مماس داخل | | $d = R - R' $ | ۱ | ۰ |
| متداخل | | $d < R - R' $ | ۰ | ۰ |
| هم‌مرکز | | $d = 0$ | ۰ | ۰ |

۸ اندازه مماس مشترک و زاویه بین آن‌ها:

| مماس مشترک داخلی | مماس مشترک خارجی |
|----------------------------------|------------------------------------|
| | |
| $TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$ | $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ |
| $\sin \theta = \frac{R + R'}{d}$ | $\sin \theta = \frac{ R - R' }{d}$ |