ویژه کنکور ۱۴۰۴

آزمون شروع از مهر شماره دو

رشته ریاضی

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
حسابان و ریاضیات پایه	ریاضی(۱): فصل ۳ و ۴، صفحهٔ ۴۷ تا ۹۳ حسابان (۱): فصل ۱، صفحهٔ ۱ تا ۳۶	۲	۱۹	علی شهرابی	صادق محمدی

فصل ۳ ریاضی (۱)

توان گویا

۱ اگر $a^n = b$ و n عددی طبیعی باشد، می‌گوییم a ریشهٔ nام b است. چند مثال:

ریشهٔ سوم ۸	$\sqrt[۳]{۸} = ۲$
ریشه‌های دوم ۲۵	$\pm\sqrt{۲۵} = \pm ۵$
ریشه‌های چهارم ۳	$\pm\sqrt[۴]{۳}$
ریشهٔ پنجم ۱−	$\sqrt[۵]{-۱} = -۱$

۲ ریشهٔ nام عدد a در دو حالت $a \geq ۰$ و $a < ۰$:

علامت a	ریشهٔ nام (فرد)	ریشهٔ nام (زوج)
$a \geq ۰$	$\sqrt[n]{a}$	$\pm\sqrt[n]{a}$
$a < ۰$	$\sqrt[n]{a}$	ندارد

۳ حاصل $\sqrt[n]{a^n}$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{فرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$$

۴ قواعد رادیکال‌ها:

		توضیح	مثال
۱	جمع و تفریق رادیکال‌ها	باید «عبارت زیر رادیکال‌ها» و «فرجه‌هایشان» برابر باشد.	$۵\sqrt{۲} + ۳\sqrt{۲} - \sqrt{۲} = ۷\sqrt{۲}$
۲	ضرب و تقسیم رادیکال‌ها	باید «فرجه‌ها» برابر باشد.	$\sqrt[۴]{۲} \times \sqrt[۴]{۳} = \sqrt[۴]{۶}$
۳	عدد بیرون‌کشیدن	$\sqrt[n]{a^n b} = \begin{cases} a\sqrt[n]{b} & \text{فرد } n \\ \lvert a \rvert \sqrt[n]{b} & \text{زوج } n, b > ۰ \end{cases}$	$\sqrt[۳]{۵۴} = \sqrt[۳]{۲ \times ۳^۳} = ۳\sqrt[۳]{۲}$
۴	رادیکال تو رادیکال	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[(m\times n)]{a}$	$\sqrt{\sqrt[۴]{۳۲}} = \sqrt[۸]{۳۲} = \sqrt[۸]{۲^۵} = ۲^{\frac{۵}{۸}}$
۵	ساده‌کردن توان و فرجه	$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$ (اگر k زوج بود، a قدرمطلق می‌گیرد.)	$\sqrt[۱۸]{۵^{۱۲}} = \sqrt[۳\times۶]{۵^{۲\times۶}} = \sqrt[۳]{۵^۲}$

۵ **توان گویا**: اگر $a > ۰$ باشد، آن‌گاه:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$m \rightarrow$ توان، $n \rightarrow$ فرجه

۶ قواعد توان:

ضرب با پایه‌های مساوی	ضرب با توان‌های مساوی	تقسیم با پایه‌های مساوی	تقسیم با توان‌های مساوی	توان منفی	توان به توان
$a^n . a^m = a^{n+m}$	$a^n . b^n = (ab)^n$	$a^n \div a^m = a^{n-m}$	$a^n \div b^n = (\frac{a}{b})^n$	$a^{-n} = \frac{۱}{a^n}$	$(a^n)^m = a^{(n\times m)}$

عبارات جبری

۱) **اتحاد**: هر تساوی جبری که به ازای تمام مقادیر متغیرها برقرار باشد. مثلاً $x(x+۲)=x^۲+۲x$ یک اتحاد است.

۲) اتحادهای معروف:

	اسم اتحاد	فرم کلی اتحاد	مثال
۱	مربع دوجمله‌ای	$(a\pm b)^۲=a^۲\pm ۲ab+b^۲$	$(۲x+۵)^۲=۴x^۲+۲۰x+۲۵$
۲	مربع سه‌جمله‌ای	$(a+b+c)^۲=a^۲+b^۲+c^۲+۲ab+۲bc+۲ac$	$(x-۲y+۳z)^۲=x^۲+۴y^۲+۹z^۲-۴xy+۶xz-۱۲yz$
۳	مزدوج	$(a+b)(a-b)=a^۲-b^۲$	$(۵x-۳)(۵x+۳)=۲۵x^۲-۹$
۴	جمله‌مشترک	$(x+a)(x+b)=x^۲+(a+b)x+ab$	$(۳x+۲)(۳x+۵)=۹x^۲+۲۱x+۱۰$
۵	مکعب	$(a\pm b)^۳=a^۳\pm ۳a^۲b+۳ab^۲\pm b^۳$	$(۲x-۵)^۳=۸x^۳-۶۰x^۲+۱۵۰x-۱۲۵$
۶	چاق و لاغر	$(a\pm b)(a^۲\mp ab+b^۲)=a^۳\pm b^۳$	$(۳x+۲)(۹x^۲-۶x+۴)=۲۷x^۳+۸$

۳) دو فرم پراستفاده از اتحاد مربع و مکعب:

	فرم اتحادی	شبیه‌سازی با S و P
۱	$a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab$	$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$
۲	$a^۳+b^۳=(a+b)^۳-۳ab(a+b)$	$\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳PS$

۴) برای سؤالاتی که «$a+b$ و ab» را می‌دهند و $a^۲+b^۲$ یا $a^۳+b^۳$ را می‌خواهند (یا سؤالاتی که $x+\frac{۱}{x}$ را می‌دهند و $x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ یا $x^۳+\frac{۱}{x^۳}$ را می‌خواهند) از دو اتحاد بالا استفاده کنید.

۵) ساده‌کردن رادیکال‌های به فرم $\sqrt{A\pm ۲\sqrt{B}}$

اگر رادیکال به شکل $\sqrt{A\pm ۲\sqrt{B}}$ دیدید، باید زیر رادیکال یعنی $A\pm ۲\sqrt{B}$ را به شکل $(\sqrt{C}\pm\sqrt{D})^۲$ بنویسید:

$$(\sqrt{C}\pm\sqrt{D})^۲=A\pm ۲\sqrt{B}\Rightarrow C+D\pm ۲\sqrt{CD}=A\pm ۲\sqrt{B}\Rightarrow\begin{cases}A=C+D\\B=C\times D\end{cases}$$

یعنی باید دنبال دوتا عدد باشیم که جمعشان A و ضربشان B باشد. مثلاً برای ساده‌کردن $\sqrt{۵+۲\sqrt{۶}}$، باید دوتا عدد پیدا کنیم که جمعشان ۵ و ضربشان ۶ باشد. این دوتا عدد ۲ و ۳ هستند، پس جای $۵+۲\sqrt{۶}$ می‌نویسیم $(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^۲$ و داریم:

$$\sqrt{۵+۲\sqrt{۶}}=\sqrt{(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^۲}=\sqrt{۳}+\sqrt{۲}$$

۶) **تجزیه**: نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل‌ضرب دو یا چند عبارت جبری دیگر.

۷ روش‌های معروف تجزیه:

اسم روش	توضیح	مثال
فاکتورگیری	از بزرگ‌ترین عامل مشترک بین جملات فاکتور می‌گیریم.	$12x^5-18x^4=6x^4(2x-3)$
استفاده از اتحادها	● در تجزیهٔ a^n-b^n، اگر n زوج باشد، از اتحاد مزدوج کمک می‌گیریم. ● در تجزیهٔ $a^n\pm b^n$، اگر n مضرب ۳ باشد، از اتحاد چاق و لاغر کمک می‌گیریم. ● در سه‌جمله‌ای‌ها دنبال اتحاد جمله‌مشترک (یا مربع) باشید.	$x^6-7x^3-8 \xlongequal{\text{جمله‌مشترک}} (x^3-8)(x^3+1)$ $\xlongequal{\text{چاق و لاغر}} (x-2)(x^2+2x+4)(x+1)(x^2-x+1)$
دسته‌بندی	چند جمله را با هم می‌گیریم و چند جملهٔ دیگر را نیز با هم، بعد با تجزیهٔ هر دسته به عبارتی می‌رسیم که به کمک اتحادها یا فاکتورگیری تجزیهٔ نهایی می‌شود.	$\underline{x^3}+\underline{3x^2}-\underline{4x}-\underline{12}=x^2(x+3)-4(x+3)$ $\xrightarrow[x+3]{\text{فاکتور از}} (x+3)\underbrace{(x^2-4)}_{\text{مزدوج}}=(x+3)(x-2)(x+2)$
شکستن جملات	برای تجزیهٔ عبارت‌های به فرم x^4+bx^2+c که در نگاه اول قابل تجزیه نیستند مناسب است. باید bx^2 را به شکل dx^2+ex^2 بنویسید که dx^2 با دو جملهٔ دیگر تشکیل اتحاد مربع بدهد و بعد از آن از اتحاد مزدوج استفاده کنید.	$x^4+5x^2+9 \xrightarrow[6x^2-x^2]{\text{جای } 5x^2 \text{ می‌نویسیم}} x^4+6x^2+9-x^2$ $=(x^2+3)^2-x^2=(x^2+3+x)(x^2+3-x)$

۸ گویاکردن مخرج کسرها:

فرم کسر	روش گویاکردن مخرج	مثال
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt{a}$ ضرب می‌کنیم	$\frac{6}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[m]{a^n}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt[m]{a^k}$ ضرب می‌کنیم (k کوچک‌ترین عددی است که به ازای آن $n+k$ مضرب m است).	$\frac{12}{\sqrt[3]{2^4}}\times\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{12\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^6}}=\frac{12\sqrt[3]{4}}{4}=3\sqrt[3]{4}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a}\pm b}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$	صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{6}{\sqrt{7}-2}\times\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}=\frac{6(\sqrt{7}+2)}{7-4}=2(\sqrt{7}+2)$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a}\pm b}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}}$	صورت و مخرج را در چاق مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{3}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}\times\frac{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}=\frac{3(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})}{5}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a^2}\pm\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$	صورت و مخرج را در لاغر مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{10}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}\times\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}=\frac{10(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})}{5}=2(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})$

فصل ۴ ریاضی دهم

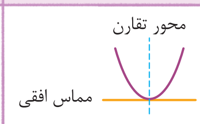
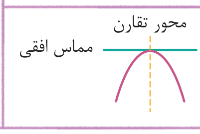
معادلهٔ درجه‌دو و روش‌های مختلف حل آن

تعداد جواب معادلهٔ $ax+b\sqrt{x}+c=0$	جواب‌های معادلهٔ $at^2+bt+c=0$ باید چه‌جوری باشن؟	شروط
۲	دو ریشهٔ مثبت	$\Delta>0, S>0, P>0$
۱	حالت ۱: یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی	$P<0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف مثبت	$\Delta=0, \frac{-b}{a}>0$
بدون جواب	حالت ۱: هر دو ریشه منفی	$\Delta>0, S<0, P>0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف منفی	$\Delta=0, \frac{-b}{a}<0$
	حالت ۳: فاقد ریشه	$\Delta<0$

۱) برای حل معادلهٔ درجه‌سوم، اول یک ریشه را از بین اعداد ±1 و ±2 حدس می‌زنیم (مثلاً $x=a$ شد). بعد عبارت درجه‌سوم را بر $x-a$ تقسیم می‌کنیم و معادلهٔ درجه‌سوم اولیهٔ را به شکل $(x-a)(\text{درجه۲})=0$ درمی‌آوریم که حلش را بلدیم.

تابع درجه‌دو (سهمی)

۱) با توجه به علامت a، سهمی دوتا شکل می‌تواند داشته باشد:

	قیافه	طول رأس	عرض رأس	محور تقارن	مماس افقی	مقدار max یا min	بُرد
$a>0$		$\frac{-b}{2a}$	$f(\frac{-b}{2a})$ یا $\frac{-\Delta}{4a}$	$x=\frac{-b}{2a}$	$y=\frac{-\Delta}{4a}$	$\min=\frac{-\Delta}{4a}$	$[\frac{-\Delta}{4a},+\infty)$
$a<0$						$\max=\frac{-\Delta}{4a}$	$(-\infty,\frac{-\Delta}{4a}]$

۲) تنها نقطه‌ای از سهمی که با حذف آن، برد تغییر می‌کند، رأس سهمی است.

۳) اگر دو نقطه با yهای یکسان روی سهمی داشته باشیم، میانگین xهایشان، x رأس را می‌دهد.

از جملهٔ بالا می‌توانیم نتیجه بگیریم میانگین ریشه‌های سهمی، x رأس است.

۴) اگر $ax+by=c$ باشد $(a,b>0)$، زمانی xy ماکزیمم است که ax و by هر دو برابر با $\frac{c}{2}$ باشند.

مثلاً اگر $3x+2y=12$ باشد و ماکزیمم xy را بخواهیم، باید $3x=6$ و $2y=6$ باشد (که $x=2$ و $y=3$ و در نتیجه $xy=6$ را نتیجه می‌دهد).

۵) منظور از صفرهای تابع $f(x)$، «طول نقاط برخورد تابع f با محور xها» یا «جواب‌های معادلهٔ $f(x)=0$» است.

۶) نوشتن سریع معادلهٔ سهمی:

	چیزهایی که داریم.	ضابطهٔ سهمی	نکتهٔ تکمیلی
۱	x_1 و x_2 صفرهای سهمی‌اند.	$y=a(x-x_1)(x-x_2)$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۲	نقطهٔ (x_S, y_S) رأس سهمی است.	$y=a(x-x_S)^2+y_S$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۳	سه نقطه از سهمی	با حل سه معادله ـ سه مجهول، ضرایب را پیدا می‌کنیم.	اگر نقطه‌ای به مختصات $(0,c)$ داشتیم، از آن شروع می‌کنیم.

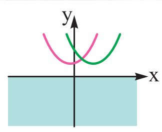
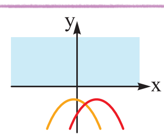
۷ اگر سهمی در نقطهٔ $(\alpha,0)$ بر محور xها مماس بود، می‌توانید از هر دو حالت ۱ و ۲ در جدول بالا کمک بگیرید: $y=a(x-\alpha)^2$

۸ علامت ضرایب a، b و c

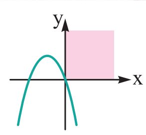
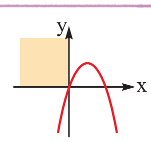
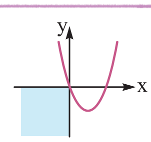
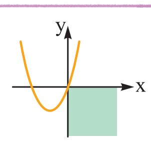
علامت a	علامت b	علامت c
با دهانهٔ سهمی	شیب خط مماس بر سهمی در محل برخورد با محور yها	عرض نقطهٔ برخورد سهمی با محور yها

۹ سهمی در نواحی مختلف دستگاه مختصات:

حالت ۱: سهمی فقط از ۲ ناحیه عبور کند.

		شکل	شرایط	
			a	Δ
۱	سهمی فقط از ناحیهٔ ۱ و ۲ عبور کند.		+	−
۲	سهمی فقط از ناحیهٔ ۳ و ۴ عبور کند.		−	−

حالت ۲: سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند (فقط از یک ناحیه عبور نکند).

		شکل	شرایط			
			a	b	c	Δ
۱	فقط از ناحیهٔ ۱ نگذرد.		−	−	−	+
۲	فقط از ناحیهٔ ۲ نگذرد.		−	+	−	+
۳	فقط از ناحیهٔ ۳ نگذرد.		+	−	+	+
۴	فقط از ناحیهٔ ۴ نگذرد.		+	+	+	+

c می‌تواند صفر هم باشد.

حالت ۳: سهمی از هر ۴ ناحیه عبور کند. $\xrightarrow{\text{فقط کافیه که}} P<0$

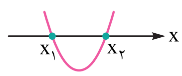
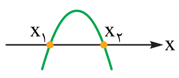
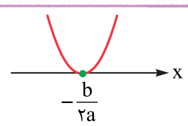
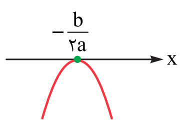
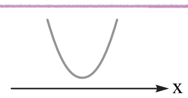
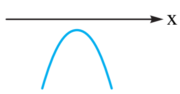
۱۰ شرط آن‌که سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند، آن است که سهمی دو ریشهٔ هم‌علامت داشته باشد.

تعیین علامت

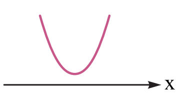
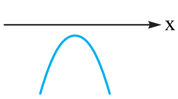
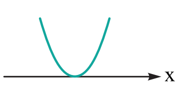
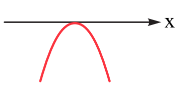
۱ تعیین علامت عبارت درجه‌یک

		$\frac{-b}{a}$ (ریشه)	
$ax+b$	مخالف a		موافق a

۲ تعیین علامت عبارت درجه‌دو

علامت دلتا	جدول تعیین علامت	وضعیت نموداری	
		$a>0$	$a<0$
$\Delta>0$	ax^2+bx+c : موافق a ، x_1 ، مخالف a ، x_2 ، موافق a		
$\Delta=0$	$x_1=\frac{-b}{2a}$ — ax^2+bx+c : موافق a ، x_1 ، موافق a		
$\Delta<0$	ax^2+bx+c : موافق a		

۳ چهار حالت خاص و پرتکرار

	سؤال	شروط	وضعیت نموداری
۱	می‌خواهیم عبارت درجه‌دوم ax^2+bx+c همواره مثبت باشد.	۱) $a>0$	
	بیان دیگر: می‌خواهیم سهمی $y=ax^2+bx+c$ همواره بالای محور xها باشد.	۲) $\Delta<0$	
۲	می‌خواهیم عبارت درجه‌دوم ax^2+bx+c همواره منفی باشد.	۱) $a<0$	
	بیان دیگر: می‌خواهیم سهمی $y=ax^2+bx+c$ همواره پایین محور xها باشد.	۲) $\Delta<0$	
۳	می‌خواهیم عبارت درجه‌دوم ax^2+bx+c همواره نامنفی باشد.	۱) $a>0$	
	بیان دیگر: می‌خواهیم سهمی $y=ax^2+bx+c$ زیر محور xها نباشد.	۲) $\Delta\le 0$	
۴	می‌خواهیم عبارت درجه‌دوم ax^2+bx+c همواره نامثبت باشد.	۱) $a<0$	
	بیان دیگر: می‌خواهیم سهمی $y=ax^2+bx+c$ بالای محور xها نباشد.	۲) $\Delta\le 0$	

۴ جواب نامعادلهٔ درجه‌دوم (در حالت $\Delta > ۰$)

علامت a	فرم نامعادله	جواب	توضیح فارسی	مثال با جواب
$a > ۰$	$ax^۲ + bx + c > ۰$	$\mathbb{R} - [x_۱ , x_۲]$	نابین ریشه‌ها	$x^۲ - ۲x - ۱۵ > ۰ \Rightarrow x > ۵ \text{ یا } x < -۳$
	$ax^۲ + bx + c < ۰$	$(x_۱ , x_۲)$	بین ریشه‌ها	$x^۲ - ۲x - ۱۵ < ۰ \Rightarrow -۳ < x < ۵$
$a < ۰$	$ax^۲ + bx + c > ۰$	$[x_۱ , x_۲]$	بین ریشه‌ها	$۲x - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۲$
	$ax^۲ + bx + c < ۰$	$\mathbb{R} - (x_۱ , x_۲)$	نابین ریشه‌ها	$۲x - x^۲ \leq ۰ \Rightarrow x \geq ۲ \text{ یا } x \leq ۰$

۵ جواب‌های نامعادله‌های درجه‌یک و درجه‌دو به فرم‌های زیر می‌تواند باشد:

	فرم نامعادله	مدل‌های ممکن برای جواب
نامعادلهٔ درجه‌یک	$ax + b > ۰ \text{ یا } ax + b < ۰$	$(\frac{-b}{a}, +\infty) \text{ یا } (-\infty, \frac{-b}{a})$
	$ax + b \geq ۰ \text{ یا } ax + b \leq ۰$	$[\frac{-b}{a}, +\infty) \text{ یا } (-\infty, \frac{-b}{a}]$
نامعادلهٔ درجه‌دو	$ax^۲ + bx + c < ۰ \text{ یا } ax^۲ + bx + c > ۰$	$\underbrace{(x_۱ , x_۲) \text{ یا } (-\infty, x_۱) \cup (x_۲ , +\infty)}_{\Delta > ۰} \text{ یا } \underbrace{\mathbb{R}}_{\Delta < ۰} \text{ یا } \underbrace{\varnothing}_{\Delta \leq ۰} \text{ یا } \underbrace{\mathbb{R} - \{x_۱\}}_{\Delta = ۰}$
	$ax^۲ + bx + c \leq ۰ \text{ یا } ax^۲ + bx + c \geq ۰$	$\underbrace{[x_۱ , x_۲] \text{ یا } (-\infty, x_۱] \cup [x_۲ , +\infty)}_{\Delta > ۰} \text{ یا } \underbrace{\mathbb{R}}_{\Delta \leq ۰} \text{ یا } \underbrace{\varnothing}_{\Delta < ۰} \text{ یا } \underbrace{\{x_۱\}}_{\Delta = ۰}$

پس اگر جواب نامعادلهٔ $ax^۲ + bx + c > ۰$ یا $ax^۲ + bx + c < ۰$ به صورت $(-\infty, k)$ یا به صورت $(k, +\infty)$ شد، عبارت $ax^۲ + bx + c$ باید درجه‌یک باشد؛ یعنی ضریب $x^۲$ صفر است ($a = ۰$).

۶ مراحل تعیین علامت سریع با یک مثال

فرض کنید می‌خواهیم عبارت $P(x) = \frac{(x^۲ - ۱)(x^۲ + ۴x + ۴)}{x^۳ - ۹x}$ را تعیین علامت کنیم.

مرحلهٔ ۱	تمام عبارات را تجزیه می‌کنیم.	$P(x) = \frac{(x-۱)(x+۱)(x+۲)^۲}{x(x-۳)(x+۳)}$
مرحلهٔ ۲	ریشه‌ها و زوج و فردبودن توانشان را معلوم می‌کنیم.	$P(x) = \frac{\overset{۱}{(x-۱)}\,\overset{-۱}{(x+۱)}\,\overset{-۲ \text{ زوج}}{(x+۲)^۲}}{\underset{۰}{x}\,\underset{۳}{(x-۳)}\,\underset{-۳}{(x+۳)}}$
مرحلهٔ ۳	جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم.	$\begin{array}{c\|cccccc} & -۳ & -۲ & -۱ & ۰ & ۱ & ۳ \\ \hline P(x) & \text{ت ن} & ۰ & ۰ & \text{ت ن} & ۰ & \text{ت ن} \end{array}$

مرحلهٔ ۴	از خانهٔ سمت راست جدول شروع می‌کنیم. علامت P به ازای $x=4$ را پیدا می‌کنیم.	$P(x)=\dfrac{\overbrace{(x-1)}^{+}\overbrace{(x+1)}^{+}\overbrace{(x+2)^{2}}^{+}}{\underbrace{x}_{+}\underbrace{(x-3)}_{+}\underbrace{(x+3)}_{+}} \Rightarrow P(4)>0$
مرحلهٔ ۵	پس خانهٔ سمت راست، + است. از آن‌جا به سمت چپ حرکت می‌کنیم و یکی‌درمیان علامت‌ها را عوض می‌کنیم. فقط وقتی از $\underbrace{x=-2}_{\text{(توان زوج)}}$ رد می‌شویم، علامت عوض نمی‌شود.	$\begin{array}{c\|ccccccccccccc} & & -3 & & -2 & & -1 & & 0 & & 1 & & 3 & \\ \hline P(x) & \ominus & \text{ت ن} & \oplus & 0 & \oplus & 0 & \ominus & \text{ت ن} & \oplus & 0 & \ominus & \text{ت ن} & + \end{array}$ عوض نشد!

۷ نامعادلات سادهٔ قدرمطلقی

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
$\|u\|\geq a$	$u\geq a$ یا $u\leq -a$	$u\in\mathbb{R}$	$u\in\mathbb{R}$
$\|u\|\leq a$	$-a\leq u\leq a$	$u=0$	$\varnothing$
$\|u\|>a$	$u>a$ یا $u<-a$	$\mathbb{R}-\{u=0\}$	$u\in\mathbb{R}$
$\|u\|<a$	$-a<u<a$	$\varnothing$	$\varnothing$

فصل ۱ حسابان

مجموع جملات دنبالهٔ حسابی و هندسی

۱ مجموع n جملهٔ اول جملات دنبالهٔ حسابی و هندسی:

دنباله	مجموع n جملهٔ اول	مثال
حسابی	$S_n=\frac{n}{۲}(a_۱+a_n)$ یا $S_n=\frac{n}{۲}[۲a_۱+(n-۱)d]$	۲ , ۵ , ۸ , ۱۱ , ... $\xrightarrow{\text{مجموع ۲۰ جملهٔ اول}} S_{۲۰}=\frac{۲۰}{۲}[۲(۲)+(۲۰-۱)۳]$ $=۱۰[۴+۵۷]=۶۱۰$
هندسی	$S_n=\frac{a_۱(q^n-۱)}{q-۱}$	۴ , ۱۲ , ۳۶ , ... $\xrightarrow{\text{مجموع ۵ جملهٔ اول}} S_۵=\frac{۴(۳^۵-۱)}{۳-۱}=۲\times۲۴۲=۴۸۴$

۲ مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n:

$$۱+۲+۳+\cdots+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

۳ مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n:

$$۱^۲+۲^۲+۳^۲+\cdots+n^۲=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$$

۴ محاسبهٔ a_n از روی S_n:

$$a_n=S_n-S_{n-۱}\xrightarrow{\text{مثال}} a_۸=S_۸-S_۷$$

۵ نسبت مجموع ۲n جملهٔ اول به n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی:

$$\frac{S_{۲n}}{S_n}=q^n+۱\xrightarrow{\text{مثال}}\frac{S_{۱۲}}{S_۶}=q^۶+۱$$

معادلهٔ درجه‌دو

۱ ریشه‌های معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$: $\Delta=b^2-4ac$, $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

۲ تعداد ریشه‌ها:

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
ریشهٔ حقیقی ندارد.	یک ریشهٔ مضاعف $\downarrow$ $x_{\text{مضاعف}}=\dfrac{-b}{2a}$	۲ ریشهٔ متمایز

۳ اگر عبارت درجه‌دومی، مربع کامل باشد، دلتایش صفر است.

۴ دو حالت خاص پرکاربرد:

رابطهٔ بین ضرایب	ریشه‌ها	مثال
$a+b+c=0$	$1,\dfrac{c}{a}$	$3x^2-8x+5=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{5}{3}\end{cases}$
$a+c=b$	$-1,\dfrac{-c}{a}$	$5x^2-7x-12=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=\dfrac{12}{5}\end{cases}$

۵ با شرط $\Delta>0$ داریم:

جمع ریشه‌ها	ضرب ریشه‌ها	اختلاف ریشه‌ها	مجموع مربع ریشه‌ها	مجموع مکعب ریشه‌ها
$S=\dfrac{-b}{a}$	$P=\dfrac{c}{a}$	$M=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{\lvert a\rvert}$	$x_1^2+x_2^2=S^2-2P$	$x_1^3+x_2^3=S^3-3SP$

۶ اگر حاصل عباراتی مثل $\sqrt{x_1}\pm\sqrt{x_2}$ را خواستید حساب کنید، آن را مساوی A قرار دهید و طرفین را به توان ۲ برسانید.

۷ معادلهٔ درجه‌دومی که مجموع ریشه‌هایش S و حاصل‌ضرب آن‌ها P باشد، به صورت $x^2-Sx+P=0$ است.

۸ بحث روی علامت ریشه‌ها: مثلاً وقتی قرار است معادله دو ریشهٔ منفی متمایز داشته باشد، باید سه نامعادلهٔ $\Delta>0$، $S<0$ و $P>0$ را حل کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک بگیریم.

		Δ	S	P
۱	دو ریشهٔ مثبت متمایز	+	+	+
۲	دو ریشهٔ منفی متمایز	+	−	+
۳	دو ریشهٔ ناهم‌علامت	+	+	$P\leq 0$
۴	دو ریشهٔ قرینه	+	۰	−
۵	دو ریشهٔ معکوس	+	+	۱

۹ اگر $P<0$ باشد (یا a و c هم‌علامت نباشند)، حتماً $\Delta>0$ است و نیازی به چک‌کردن شرط $\Delta>0$ نیست.

۱۰ منظور از صفرهای تابع $f(x)$، «طول نقاط برخورد تابع f با محور xها» یا «جواب‌های معادلهٔ $f(x)=0$» است.

۱۱ نوشتن سریع معادلهٔ سهمی:

	چیزهایی که داریم.	ضابطهٔ سهمی	نکتهٔ تکمیلی
۱	x_1 و x_2 صفرهای سهمی‌اند.	$y=a(x-x_1)(x-x_2)$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۲	نقطهٔ (x_S,y_S) رأس سهمی است.	$y=a(x-x_S)^2+y_S$	برای محاسبهٔ a، یک نقطهٔ دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.
۳	سه نقطه از سهمی	با حل سه معادله ـ سه مجهول، ضرایب را پیدا می‌کنیم.	اگر نقطه‌ای به مختصات $(0,c)$ داشتیم، از آن شروع می‌کنیم.

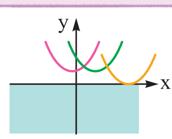
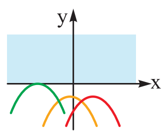
۱۲ اگر سهمی در نقطهٔ $(\alpha,0)$ بر محور xها مماس بود، می‌توانید از هر دو حالت ۱ و ۲ در جدول بالا کمک بگیرید: $y=a(x-\alpha)^2$

۱۳ علامت ضرایب a، b و c:

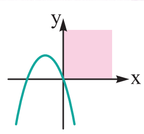
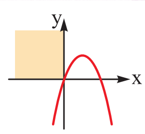
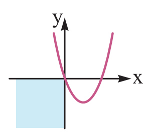
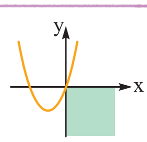
علامت a	علامت b	علامت c
با دهانهٔ سهمی	شیب خط مماس بر سهمی در محل برخورد با محور yها	عرض نقطهٔ برخورد سهمی با محور yها

۱۴ سهمی در نواحی مختلف دستگاه مختصات:

حالت ۱: سهمی فقط از ۲ ناحیه عبور کند.

		شکل	شرایط: a	شرایط: Δ
۱	سهمی فقط از ناحیهٔ ۱ و ۲ عبور کند.		+	$\Delta \le 0$
۲	سهمی فقط از ناحیهٔ ۳ و ۴ عبور کند.		−	$\Delta \le 0$

حالت ۲: سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند (فقط از یک ناحیه عبور نکند).

		شکل	شرایط: a	شرایط: b	شرایط: c	شرایط: Δ
۱	فقط از ناحیهٔ ۱ نگذرد.		−	−	−	+
۲	فقط از ناحیهٔ ۲ نگذرد.		−	+	−	+
۳	فقط از ناحیهٔ ۳ نگذرد.		+	−	+	+
۴	فقط از ناحیهٔ ۴ نگذرد.		+	+	+	+

c می‌تواند صفر هم باشد.

حالت ۳: سهمی از هر ۴ ناحیه عبور کند. $\xrightarrow{\text{فقط کافیه که}}$ $P<0$

۱۵ شرط آن‌که سهمی دقیقاً از ۳ ناحیه عبور کند، آن است که سهمی دو ریشهٔ هم‌علامت داشته باشد: $\Delta>0$ و $P\ge 0$.

۱۶ حل معادلات درجه۳ که عامل $x-a$ دارند: $\underbrace{f(x)}_{\text{درجه۳}}=0$

مرحلهٔ ۱	جای x، اعداد ۱، ۱−، ۲ و ۲− را قرار می‌دهیم تا ببینیم به ازای کدامشان تساوی برقرار است.
مرحلهٔ ۲	اگر به ازای $x=a$، تساوی برقرار شد، عبارت را به $x-a$ تقسیم می‌کنیم: عبارت درجه۳ تقسیم بر $x-a$، خارج‌قسمت عبارت درجه۲، باقی‌مانده ۰
مرحلهٔ ۳	معادلهٔ درجه‌سوم اولیه را به شکل روبه‌رو می‌نویسیم: $(x-a)(\text{عبارت درجه۲})=0$
مرحلهٔ ۴	از حل دو معادلهٔ روبه‌رو، جواب‌های معادله به دست می‌آیند: $\begin{cases} x-a=0 \\ \text{عبارت درجه۲}=0 \end{cases}$

۱۷ تعداد جواب‌های معادلهٔ $ax^4+bx^2+c=0$ (با شرط $a\neq 0$) با تغییر متغیر $x^2=t$:

تعداد جواب معادلهٔ $ax^4+bx^2+c=0$	جواب‌های معادلهٔ $at^2+bt+c=0$ باید چه‌جوری باشن؟	شروط
۴	دو ریشهٔ مثبت	$\Delta>0, S>0, P>0$
۳	یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ صفر	$c=0, \frac{-b}{a}>0$
۲	حالت ۱: یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی	$P<0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف مثبت	$\Delta=0, \frac{-b}{a}>0$
۱	یک ریشهٔ صفر	$b=c=0$
بدون جواب	حالت ۱: هر دو ریشه منفی	$\Delta>0, S<0, P>0$
	حالت ۲: یک ریشهٔ مضاعف منفی	$\Delta=0, \frac{-b}{a}<0$
	حالت ۳: فاقد ریشه	$\Delta<0$

۱۸ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $ax^4+bx^2+c=0$ یا هر معادله‌ای که همهٔ توان‌های x در آن زوج باشد، صفر است. (اگر $x=a$ جواب باشد، $x=-a$ هم جواب است؛ درواقع توان‌های زوج اعداد قرینه باهم برابر و مجموع آن‌ها صفر است.)

مثلاً در معادله‌های $2x^4-7x^2+1=0$ و $x^8-4x^6+2x^2=0$، مجموع ریشه‌ها صفر است.

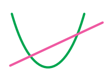
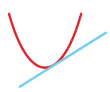
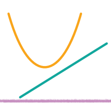
روش هندسی (نموداری)

۱) اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع باشند، طول نقاط برخورد نمودارهای این دو تابع، جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است و برعکس، یعنی هر جواب معادلهٔ $f(x)=g(x)$، یکی از نقاط برخورد دو تابع است.

۲) **یادآوری انتقال نمودار:**

	نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی	اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.
انتقال	a واحد راست	$f(x-a)$	جای xها، $x-a$ می‌گذاریم.
	a واحد چپ	$f(x+a)$	جای xها، $x+a$ می‌گذاریم.
	b واحد بالا	$f(x)+b$	bتا به ضابطه اضافه می‌کنیم.
	b واحد پایین	$f(x)-b$	bتا از ضابطه کم می‌کنیم.

۳) وضعیت خط و سهمی نسبت به هم: معادلهٔ $\underbrace{ax^2+bx+c}_{\text{سهمی}}=\underbrace{mx+h}_{\text{خط}}$ را تشکیل می‌دهیم. بعد آن را به صورت $ax^2+b'x+c'=0$ درمی‌آوریم. دلتای این معادله، وضعیت خط و سهمی را مشخص می‌کند.

علامت Δ	وضعیت خط و سهمی	شکل
$\Delta>0$	سهمی و خط در ۲ نقطه متقاطع‌اند.	
$\Delta=0$	خط در یک نقطه بر سهمی مماس است.	
$\Delta<0$	سهمی و خط، یکدیگر را قطع نمی‌کنند.	

۴) روش هندسی، **تعداد** و **محدودهٔ تقریبی** جواب‌ها را به ما می‌دهد، ولی جواب دقیق را معمولاً به ما نمی‌دهد.

۵) در معادلاتی که جنس عبارت‌های دو طرف تساوی، مثل هم نیست، معمولاً سراغ روش هندسی می‌رویم.

مثلاً در معادله‌های $\underbrace{x^2-1}_{\text{سهمی}}=\underbrace{2^x}_{\text{نمایی}}$ یا $\underbrace{\log x}_{\text{لگاریتمی}}=\underbrace{\sin x}_{\text{مثلثاتی}}$

معادلات گویا و گنگ

۱) بعد از حل معادلهٔ گویا، حتماً چک کنید که جواب‌های به دست آمده، ریشه‌های مخرج نباشند.

۲) اگر شخص اول کاری را به تنهایی در A ساعت، شخص دوم همان کار را در B ساعت و هر دو با هم در C ساعت انجام دهند، رابطهٔ روبه‌رو بین A، B و C برقرار است:

$$\underset{\substack{\downarrow\\ \text{زمان نفر اول}}}{\frac{1}{A}}+\underset{\substack{\downarrow\\ \text{زمان نفر دوم}}}{\frac{1}{B}}=\underset{\substack{\downarrow\\ \text{زمان هر دو نفر با هم}}}{\frac{1}{C}}$$

۳) اگر وسیله‌ای مسیری به طول x را با سرعت v_1 برود و با سرعت v_2 برگردد، با توجه به رابطهٔ $t=\frac{x}{v}$، داریم:

$$\text{یه عدد}=\frac{x_{\text{ب}}}{v_{\text{ب}}}\pm\frac{x_{\text{ر}}}{v_{\text{ر}}}\Rightarrow \underset{\substack{\downarrow\\ \text{سؤال می‌ده}}}{\text{یه عدد}}=t_{\text{برگشت}}\pm t_{\text{رفت}}$$

۴) در نسبت طلایی با طول L و عرض W داریم:

$$\frac{L}{W}=\frac{L+W}{L}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

۵) اگر محلولی به جرم m کیلوگرم و حل‌شونده‌ای به جرم M کیلوگرم داشته باشیم، طبق رابطهٔ $\frac{M}{m}=$ غلظت، داریم:

۱) اضافه‌کردن X کیلوگرم از حل‌شونده:

$$\text{غلظت جدید}=\frac{M+X}{m+X}$$

۲) اضافه‌کردن X کیلوگرم از حلّال:

$$\text{غلظت جدید}=\frac{M}{m+X}$$

۶) اگر قیمت کالایی بعد از تخفیف X تومان کم شود و خریدار بتواند Y عدد بیشتر از آن بخرد، طبق رابطهٔ $\frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت کالا}}=$ تعداد، داریم:

$$\text{تعداد جدید}=\frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت جدید}}=\text{تعداد اولیه}+Y\ \Rightarrow\ \frac{\text{پول خریدار}}{\text{قیمت جدید}-X}=\frac{\text{پول خریدار}}{\text{تعداد جدید}}+Y$$

۷) برای حل معادلات گنگ، دو طرف معادله را به توان می‌رسانیم و در بعضی از موارد، این کار را تکرار می‌کنیم و در نهایت به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم و آن را حل می‌کنیم.

۸) بعد از حل معادلهٔ گنگ، جواب‌های به دست آمده را در معادلهٔ اولیه چک کنید.

۹) تعداد جواب‌های معادلهٔ $ax+b\sqrt{x}+c=۰$ (با شرط $a\neq ۰$) با تغییر متغیر $\sqrt{x}=t$:

تعداد جواب معادلهٔ $ax+b\sqrt{x}+c=۰$	جواب‌های معادلهٔ $at^۲+bt+c=۰$ باید چه‌جوری باشن؟	شروط
۲	حالت (۱) دو ریشهٔ مثبت	$\Delta>۰,S>۰,P>۰$
	حالت (۲) یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ صفر	$c=۰,\frac{-b}{a}>۰$
۱	حالت (۱) یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی	$P<۰$
	حالت (۲) یک ریشهٔ مضاعف مثبت	$\Delta=۰,\frac{-b}{a}>۰$
	حالت (۳) یک ریشهٔ صفر	$b=c=۰$
بدون جواب	حالت (۱) هر دو ریشه منفی	$\Delta>۰,S<۰,P>۰$
	حالت (۲) یک ریشهٔ مضاعف منفی	$\Delta=۰,\frac{-b}{a}<۰$
	حالت (۳) فاقد ریشه	$\Delta<۰$

۱۰) اگر جمع چند رادیکال صفر شده، عبارت داخل تک‌تک آن‌ها صفر است:

$$\sqrt{A}+\sqrt{B}=۰\ \Rightarrow\ \begin{cases}A=۰\\ ,\\ B=۰\end{cases}$$

۱۱) بعضی از معادلات گنگ نیاز به حل ندارند.

مثلاً $\sqrt{x-۳}+\sqrt{۱-x}=x$، چون دامنه‌ها به ترتیب $x\geq ۳$ و $x\leq ۱$ است که اشتراکشان تهی می‌شود.

قدرمطلق

۱) $|u|=\begin{cases}u & u\ge 0\\ -u & u\le 0\end{cases}$

۲) $\sqrt[n]{u^n}=\begin{cases}|u| & n\ \text{زوج}\\ u & n\ \text{فرد}\end{cases}$

۳) ویژگی‌های اولیه قدرمطلق:

$\|a\|\ge 0$	$\|a\|=\|-a\|$	$\|ab\|=\|a\|\|b\|$
$\|\frac{a}{b}\|=\frac{\|a\|}{\|b\|}$	$\|a^n\|=\|a\|^n$	$\|a^{2n}\|=a^{2n}$

۴) نامساوی مثلث:

$$|a|+|b|\ge|a+b| \xrightarrow[\text{دقیق‌تر}]{\text{بررسی}} \overbrace{\begin{cases}ab\ge 0 \Leftrightarrow |a|+|b|=|a+b|\\ ab<0 \Leftrightarrow |a|+|b|>|a+b|\end{cases}}^{\text{درمعادله‌ها، حواستان به این حالت باشد}}$$

۵) $|A|=B$ $\xrightarrow{B\ge 0}$ $A=\pm B$ ؛ $\xrightarrow{B<0}$ جواب ندارد.

۶) $|A|=|B| \Rightarrow A=\pm B$

۷) دو نامعادلهٔ پراستفاده:

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
$\|u\|\ge a$	$u\ge a$ یا $u\le -a$	$u\in\mathbb{R}$	$u\in\mathbb{R}$
$\|u\|\le a$	$-a\le u\le a$	$u=0$	$\varnothing$

۸) رسم توابعی که از جمع یا تفریق چند عبارت قدرمطلق درجه‌یک تشکیل شده‌اند. (توضیح با مثال)

$f(x)=|x-1|+2|x+2|$

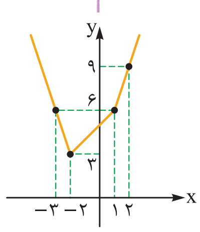
ریشه: ۱ ، ریشه: ۲−

مراحل رسم تابع

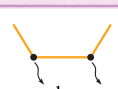
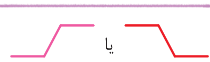
مرحلهٔ ۱: مقدار تابع را در ریشهٔ داخل قدرمطلق‌ها و یک عدد بعد از بیشترین و یک عدد قبل از کم‌ترین آن‌ها پیدا می‌کنیم:

	قبل از کم‌ترین ریشه	ریشه‌ها	ریشه‌ها	بعد از بیشترین ریشه
x	۳−	۲−	۱	۲
y	۶	۳	۶	۹
نقطه	A(−۳,۶)	B(−۲,۳)	C(۱,۶)	D(۲,۹)

مرحلهٔ ۲: نقاط بالا را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم:



۹) دو تابع معروف قدرمطلقی

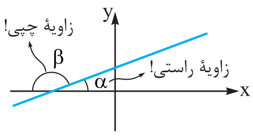
	ضابطه	قیافه	تقارن	برد
گلدانی	$y=\|x-a\|+\|x-b\|$	 $x=b, x=a$	محور تقارن: $x=\frac{a+b}{2}$	$[\|b-a\|,+\infty)$
سرسره‌ای (آبشاری)	$y=\|x-a\|-\|x-b\|$	 $(b>a)$ یا $(a>b)$	مرکز تقارن: $(\frac{a+b}{2},0)$	$[\|b-a\|,-\|b-a\|]$

هندسهٔ تحلیلی

۱ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ A و B:

$$\text{شیب} = \frac{\text{اختلاف }y\text{ها}}{\text{اختلاف }x\text{ها}} \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

۲ تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد، همان شیب است: $m = \tan\alpha$

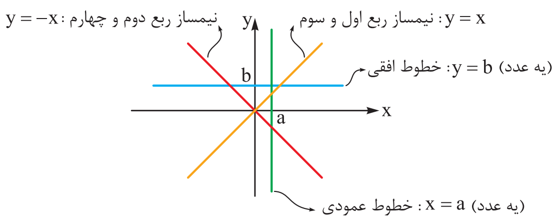


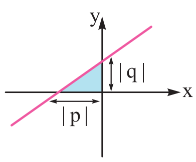
۳ اگر سه نقطهٔ A، B و C روی یک خط (یا راستا یا امتداد) باشند، آن‌گاه: $m_{AB} = m_{AC} = m_{BC}$

۴ نوشتن معادلهٔ خط در چند حالت پرکاربرد:

معادلهٔ خط گذرنده از نقطهٔ $(x_\circ , y_\circ)$ با شیب m	$y - y_\circ = m(x - x_\circ)$
معادلهٔ خط با شیب m و عرض از مبدأ h	$y = mx + h$
معادلهٔ خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q	$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

۵ معادلهٔ خطوط خاص:





۶ مساحت مثلثی که هر خط با محورهای مختصات می‌سازد: $S = \frac{|\text{عرض از مبدأ} \times \text{طول از مبدأ}|}{2} = \frac{|p.q|}{2}$

۷ برای به دست آوردن مختصات نقطهٔ تقاطع دو خط، باید یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول حل کنیم.

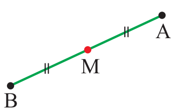
۸) وضعیت دو خط نسبت به هم:

حالات دو خط نسبت به هم	شرط	مثال
موازی (غیرمنطبق)	$m_۱ = m_۲ , h_۱ \neq h_۲$	$y = ۳x + ۴$ $y = ۳x - ۲$
عمود	$m_۱ = \frac{-۱}{m_۲}$ یا $m_۱ m_۲ = -۱$	$y = \frac{۳}{۴}x + ۱$ $y = \frac{-۴}{۳}x + ۲$
متقاطع	$m_۱ \neq m_۲$	$y = x - ۱$ $y = ۳x + ۴$
منطبق	$m_۱ = m_۲ , h_۱ = h_۲$	$y = ۲x + ۵$ $۲y = ۴x + ۱۰$

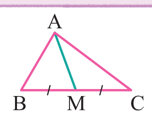
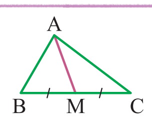
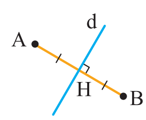
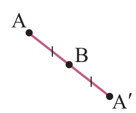
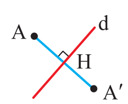
۹) فاصله دو نقطه A و B:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲} = \sqrt{(\text{اختلاف x ها})^۲ + (\text{اختلاف y ها})^۲}$$

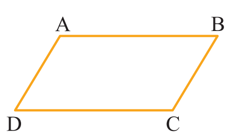
۱۰) نقطهٔ وسط پاره‌خط AB: $M = (\frac{x_A + x_B}{۲}, \frac{y_A + y_B}{۲})$



۱۱) کاربردهای نقطهٔ وسط یک پاره‌خط در سؤالات:

	شکل	مراحل محاسبه یا توضیح
معادلهٔ میانه در مثلث		۱) پیداکردن مختصات M ۲) نوشتن معادلهٔ خط گذرنده از A و M
طول میانهٔ مثلث		۱) پیداکردن مختصات M ۲) محاسبهٔ طول پاره‌خط AM
معادلهٔ عمودمنصف		۱) پیداکردن مختصات H ۲) محاسبهٔ شیب d: $m_d = \frac{-۱}{m_{AB}}$ ۳) نوشتن معادلهٔ خط d
قرینهٔ نقطهٔ A نسبت به نقطهٔ B		B وسط A و A' است: $B = \frac{A + A'}{۲} \Rightarrow A' = ۲B - A$
قرینهٔ نقطهٔ A نسبت به خط d		۱) معادلهٔ AH را می‌نویسیم (با داشتن نقطهٔ A و شیب AH که قرینه و معکوس شیب d است.) ۲) محاسبهٔ H (با تقاطع AH و d) ۳) محاسبهٔ A': $A' = ۲H - A$

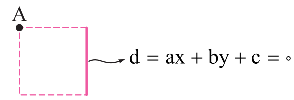
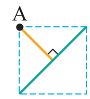
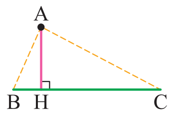
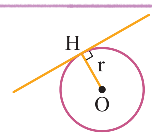
۱۲) رابطهٔ بین رئوس متوازی‌الاضلاع:



$$\xrightarrow{\text{رئوس روبه‌رو}} \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \xrightarrow{\text{خلاصه‌تر!}} A + C = B + D$$

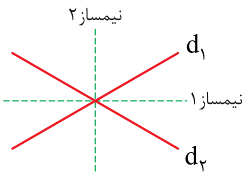
۱۳) فاصلهٔ نقطهٔ $(x_۰ , y_۰)$ از خط $ax + by + c = ۰$: $\frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$

۱۴ کاربردهای فاصلهٔ نقطه از خط در سؤالات:

مقدار قابل محاسبه	شکل	توضیح
ضلع مربع		فاصلهٔ A تا خط d = ضلع
قطر مربع		فاصلهٔ A تا قطر = نصف قطر
ارتفاع مثلث		فاصلهٔ رأس A تا ضلع BC = طول ارتفاع AH
شعاع دایره		فاصلهٔ مرکز تا خط مماس = شعاع

۱۵ معادلهٔ نیمسازهای دو خط $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$: (زیرا فاصله نقاط روی نیم‌ساز از دو خط زاویه، برابر است.)

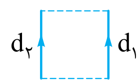
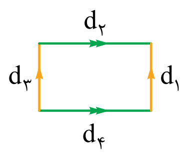
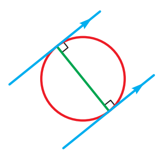
$$\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a'x+b'y+c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$



۱۶ فاصلهٔ دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$:

$$\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

۱۷ کاربردهای فاصلهٔ دو خط موازی در سؤالات:

	شکل	توضیح
مربع		فاصلهٔ d_1 تا d_2 = ضلع مربع
مستطیل		فاصلهٔ d_1 تا d_3 = طول فاصلهٔ d_2 تا d_4 = عرض
دایره		فاصلهٔ دو خط مماس موازی = قطر

۱۸ خطی که از دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ به یک فاصله است:

$$ax+by+\frac{c+c'}{2}=0$$