آزمـون
شروع از مهر
شـماره دو

رشته ریاضی

ویــژه کــنــکور
۱۴۰۴

مرورنامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	مباحث	از صفحه	تا صفحه	مؤلف	ویراستار
ریاضات گسسته و آمار و احتمال	آمار و احتمال: فصل ۱، صفحهٔ ۱ تا ۳۴ ریاضی (۱): صفحهٔ ۱ تا ۱۳	۲	۶	سروش موئینی	محسن فراهانی

فصل ۱: آمار و احتمال

گزاره: هر جملهٔ خبری که در زمان حاضر درست یا نادرست باشد (حدس‌های ریاضی هم گزاره‌اند).

گزاره‌نما: هر گزاره‌ای که دارای یک یا چند متغیر باشد و با انتخاب مقدار متغیرها درست یا نادرست شود.

دامنه: مجموعهٔ مقادیر مجاز برای متغیر یک گزاره‌نما.

جواب: مجموعهٔ مقادیری از دامنه که با قراردادن آن‌ها به جای متغیر، گزاره‌نما تبدیل به گزارهٔ درست می‌شود.

ارزش: در یک گزاره، ارزش می‌تواند درست (T) یا نادرست (F) باشد.

- در n گزاره، ۲^n حالت برای ارزش داریم.

۱) ترکیب گزاره‌ها:

دوشرطی $p\Leftrightarrow q$	شرطی $p\Rightarrow q$	فصلی $p\vee q$	عطفی $p\wedge q$	q	p
د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د	ن
د	د	ن	ن	ن	ن

- **عطفی:** وقتی درست است که **هر دو** درست باشند.
- **فصلی:** وقتی درست است که **حداقل** یکی درست باشد.
- **شرطی:** اگر p نادرست باشد درست است (انتفای مقدم). هم‌چنین وقتی p و q هر دو درست باشند هم درست است.
- **دوشرطی:** وقتی درست است که q و p **هم‌ارزش** باشند.

۲) سورها:

عمومی	وجودی	صفر
$\forall x;P(x)$ یعنی به ازای هر x درست است.	$\exists x;P(x)$ یعنی برای مقادیر خاصی از x درست است (ی x وجود دارد).	$\nexists x;P(x)$ یعنی هرگز درست نیست.

۳) نقیض یک گزاره:

گزاره	$\forall x;P(x)$	$\exists x;P(x)$	$p\wedge q$	$p\vee q$	$p\Leftrightarrow q$	$\sim p\vee q$ یا $\Rightarrow q$
نقیض	$\exists x;\sim P(x)$	$\forall x;\sim P(x)$	$\sim p\vee\sim q$	$\sim p\wedge\sim q$	$\sim p\Leftrightarrow q$	$p\wedge\sim q$

۱) خاصیت فاکتورگیری $(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\equiv p\wedge(q\vee r)$

۲) خاصیت جذب $\left.\begin{array}{l}(۱)\ p\vee(p\wedge r)\equiv p\\(۲)\ p\wedge(p\vee r)\equiv p\end{array}\right\}\rightarrow$

۳) عکسِ نقیض گزاره $p\Rightarrow q\equiv\sim q\Rightarrow\sim p$

۴) زیرمجموعه: اگر هر عضو A در B باشد، می‌نویسیم: $(\forall x\in A\ \Rightarrow\ x\in B\equiv A\subseteq B)$

۵) تعداد زیرمجموعه: مجموعهٔ nعضوی A، ۲^n زیرمجموعه دارد. تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی A برابر $\binom{n}{k}$ است.

۶) افراز مجموعه: تفکیک مجموعهٔ A به زیرمجموعه‌های ناتهی و جدا از هم که اجتماعشان کل A شود.

$n(A)$	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد افراز	۱	۲	۵	۱۵	۵۲

تعداد حالت‌های افراز A به زیرمجموعه‌های $n_۱$ و $n_۲$ و ... عضوی برابر است با: $\dfrac{n!}{n_۱!\,n_۲!\cdots\times(\text{تعدادتکرار})!}$

۷) تساوی مجموعه‌ها: اگر $B=A$ باشد داریم: $A\subseteq B\,,\,B\subseteq A$. در مجموعه‌ها ترتیب و تکرار اعضا مهم نیست.

۸ قوانین جبر مجموعه‌ها:

۱) $(A')' = A\,,\ \varnothing' = U\,,\ U' = \varnothing\,,\ A \subseteq B \ \Leftrightarrow\ B' \subseteq A'$

۲) $A \cap B = \varnothing \Rightarrow A \subseteq B'\,,\ B \subseteq A'\,,\ A - B = A\,,\ B - A = B$

۳) $A \cup A = A\,,\ A \cap A = A\,,\ A - A = \varnothing$

۴) $A \cup \varnothing = A \quad A \cap \varnothing = \varnothing\,,\ A - \varnothing = A$

۵) $A \cup U = U\,,\ A \cap U = A\,,\ U - A = A'$

۶) $A - B = A \cap B'$

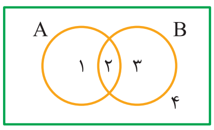
۷) $A \subseteq B \ \Leftrightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \\ A - B = \varnothing \end{cases}$

۸) $\left.\begin{matrix} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{matrix}\right\}$ قوانین جذب

۹) $(A \cup B)' = A' \cap B'\,,\ (A \cap B)' = A' \cup B'$ قوانین دمورگان

۹ در حل سؤالات جبر مجموعه‌ها، می‌توانیم شکل بکشیم و با توجه به شمارهٔ ناحیه‌ها سؤال را حل کنیم.

مثلاً $(A \cup B)' \cup (B - A)$ برابر است با: $(A \cup B)' \cup (B - A) = (۱,۲,۳)' \cup (۳) = ۴ \cup ۳ = (۳,۴) = A'$

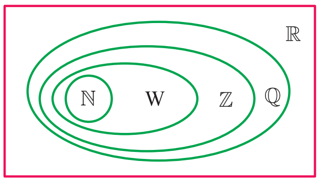


مرورنامهٔ آزمون مرحله دوم

دوازدهم ریاضی

فصل ۱: ریاضی دهم: درس‌های ۱ و ۲

۱) در مجموعهٔ اعداد داریم:

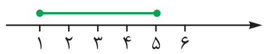
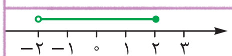
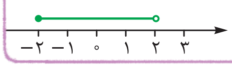


اعداد حقیقی، اعداد گویا، اعداد صحیح، اعداد حسابی، اعداد طبیعی

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ (اعداد گنگ: $\mathbb{Q}'$)

۲)

نوع بازه	تعریف	نمادگذاری	
بسته	شامل نقاط ابتدایی و انتهایی بازه می‌شود.	$[a,b]$	 $[۱,۵]$
باز	هر دو نقطهٔ ابتدایی و انتهایی در آن نیستند.	(a,b)	 $(۲,۶)$
نیم‌باز	شامل فقط یکی از نقاط ابتدایی و انتهایی است.	$(a,b]$ یا $[a,b)$	$(-۲,۲]$  یا $[-۲,۲)$ 

نکته

برای $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت) و $-\infty$ (منفی بی‌نهایت) از نمایش باز استفاده می‌کنیم، مثلاً:

برای $+\infty$ (مثبت بی‌نهایت): $(-۱,+\infty)$ یا $[-۱,+\infty)$

برای $-\infty$ (منفی بی‌نهایت): $(-\infty,۱]$ یا $(-\infty,۱)$

۳) به مجموعه‌ای مانند A که تعداد اعضای آن «عدد حسابی» باشد، مجموعهٔ «متناهی» می گوییم؛ در غیر این‌صورت به این مجموعه، مجموعهٔ «نامتناهی» می‌گوییم؛ مثلاً: مجموعهٔ اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۲۰ یعنی $\{۲,۴,۶,...,۱۸\}$ یک مجموعهٔ متناهی است که ۹ عضو دارد و مجموعهٔ اعداد طبیعی فرد یعنی $\{۱,۳,۵,۷,...\}$ یک مجموعهٔ نامتناهی است.

۴) **مجموعهٔ مرجع**: مجموعه‌ای که همهٔ مجموعه‌ها، زیرمجموعهٔ آن هستند را مجموعهٔ مرجع می‌نامیم و آن را با نماد U نشان می‌دهیم.

۵) اگر U مجموعهٔ مرجع و مجموعهٔ A زیرمجموعهٔ آن باشد، $U-A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با A' نشان می‌دهیم. در واقع مجموعهٔ A' شامل عضوهایی از U است که در A نیستند. متمم‌های معروف عبارت‌اند از:

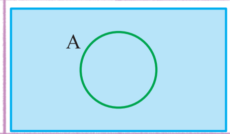
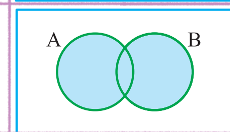
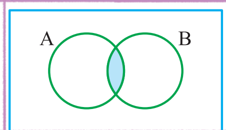
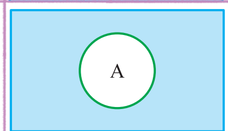
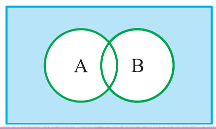
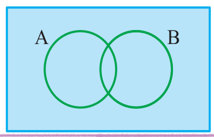
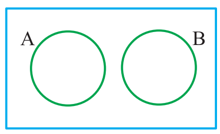
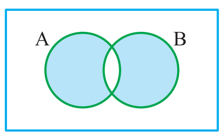
۱) $\varnothing = U$
۲) $U' = \varnothing$
۳) $(A')' = A$
۴) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
۵) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

۶) به دو مجموعهٔ A و B که عضو مشترکی نداشته باشند، دو مجموعهٔ مجزا یا جدا از هم می‌گوییم؛ پس:

$$A \cap B = \varnothing \Rightarrow n(A \cap B) = ۰$$

۷) تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

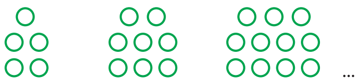
نام مجموعه	نماد و فرمول	نمودار ون	تعداد	ویژگی
مرجع	U		تعداد کل اعضا	مجموعه‌ای که همهٔ مجموعه‌ها، زیرمجموعهٔ آن هستند.
اجتماع	$A\cup B$		$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$	اعضایی که در حداقل یکی از دو مجموعهٔ A و B حضور دارند.
اشتراک	$A\cap B$		تعداد اعضای مشترک بین دو مجموعه	اعضای مشترک بین دو مجموعه
متمم	$A'=U-A$		$n(A')=n(U)-n(A)$	A' شامل اعضایی از U است که عضو A نیستند.
متمم اجتماع	$(A\cup B)'=(A'\cap B')$		$n(A\cup B)'=n(U)-n(A\cup B)=n(A'\cap B')$	اعضایی که عضو هیچ‌یک از دو مجموعهٔ A و B نیستند.
متمم اشتراک	$(A\cap B)'=(A'\cup B')$		$n(A\cap B)'=n(U)-n(A\cap B)=n(A'\cup B')$	عضوهایی از مجموعهٔ مرجع U که بین A و B مشترک نیستند.
مجزا یا جدا از هم	$\varnothing=A\cap B$		$n(A\cap B)=0$ یا $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$	دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند.
عضو فقط یکی از دو مجموعه	$(A-B)\cup(B-A)$		$n((A-B)\cup(B-A))=n(A\cup B)-n(A\cap B)=n(A)+n(B)-2\times n(A\cap B)$	اعضایی که عضو فقط یکی از دو مجموعه هستند.

دنباله

۱) الگوهای درجه‌یک و درجه‌دو:

الگو	فرم کلی	روش به دست‌آوردن a	روش به دست آوردن b (و c)
درجه‌یک (خطی)	$an+b$	مقداری که به جملات اضافه می‌شود.	با جای‌گذاری یک جمله از دنباله، b را به دست می‌آوریم.
درجه‌دو	an^2+bn+c	● مقداری که به جملات اضافه می‌شود را زیرشان می‌نویسیم. ● مقادیری که نوشتیم تشکیل یک د نبالهٔ حسابی می‌دهند. ● نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می‌شود.	با جای‌گذاری دو جمله از دنباله، مقادیر b و c را به دست می‌آوریم.

۲ مثال از الگوی درجه‌یک و درجه‌دو:

جملهٔ عمومی	جای‌گذاری جملات در الگو برای به دست آوردن ضرایب مجهول	تبدیل الگوی شکل به عددی	الگوی شکل
$t_n = ۳n + ۲$	$t_n = ۳n + b \xrightarrow{t_۱ = ۵}$ $۵ = ۳ + b \Rightarrow b = ۲$	۵ , ۸ , ۱۱ , ... $\underbrace{+۳ \quad +۳}$ پس درجه‌اوله $\Rightarrow a=۳$	
$t_n = \frac{۳}{۲}n^۲ - \frac{۱}{۲}n$	$t_n = \frac{۳}{۲}n^۲ + bn + c$ $\begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱} \frac{۳}{۲} + b + c = ۱ \\ \xrightarrow{t_۲=۵} ۶ + ۲b + c = ۵ \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{حل}} \begin{cases} b = -\frac{۱}{۲} \\ c = ۰ \end{cases}$	۱ , ۵ , ۱۲ , ۲۲ ,... +۴ +۷ +۱۰ $\underbrace{+۳ \quad +۳}$ پس درجه‌دومه $\Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$