



آزمون شماره ۵

۲۳ آبان ۱۴۰۴

پایه دوازدهم

رشته ریاضی فیزیک

### دفترچه شماره ۱ از ۲

مدت پاسخگویی: ۷۰

تعداد سؤال: ۴۰

نام درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب الفبا)
حسابان	۱۷	۱	۱۷	۳۲ دقیقه	حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده نیما مهندس
هندسه	۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه	علیرضا فعلی نصیر کریمی صبا مهدوی
گسسته	۱۱	۳۰	۴۰	۱۷ دقیقه	محمد پیشنهاد علیرضا شریف خطیبی رسول حاجی زاده نیما مهندس

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اگر مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $f(x) = 2a - b \cos\left(\frac{a}{b}x\right)$  به ترتیب برابر ۶ و -۲ باشد، دوره تناوب آن کدام است؟

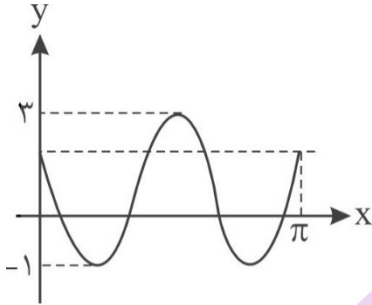
$8\pi$  (۴)

$4\pi$  (۳)

$6\pi$  (۲)

$2\pi$  (۱)

۲- قسمتی از نمودار تابع  $y = c + a \sin bx \cos bx$  به صورت زیر است. حاصل  $c + \frac{a}{b}$  کدام است؟



$\frac{11}{3}$  (۱)

$\frac{7}{4}$  (۲)

$-\frac{5}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۴)

۳- اگر دامنه  $f(x) = \sqrt{-2^{x+1} - 2^{2-x} + 9}$  شامل  $k$  عدد طبیعی باشد، حاصل  $\left[\log_7^{(f \circ f)}(k)\right]$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۴- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر این عنصر در پایان هر ۱۰ روز ۴٪ از جرم باقی مانده خود را از دست بدهد، حداقل چند هفته باید بگذرد تا حداکثر  $\frac{1}{8}$  از جرم اولیه آن باقی بماند؟ ( $\log_7^3 = 1/5$ ,  $\log_7^5 = 2/4$ )

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۵- اگر  $\cot(15^\circ - \alpha) = a$  و  $\tan(2\alpha + 75^\circ) = b$  باشد، حاصل  $\tan \alpha$  کدام است؟

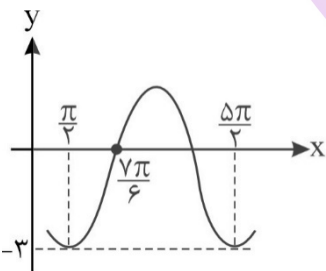
$\frac{ab-1}{a-b}$  (۴)

$\frac{ab-1}{a+b}$  (۳)

$\frac{b-a}{1+ab}$  (۲)

$\frac{a-b}{1+ab}$  (۱)

۶- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = c + a \cos^2\left(bx + \frac{\pi}{4}\right)$  به صورت زیر است. مقدار  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$  کدام است؟



-۲ (۱)

$-\frac{1}{5}$  (۲)

-۱ (۳)

$-\frac{1}{5}$  (۴)

۷- اگر  $\alpha = \frac{\log_{\Delta}^{250}}{\log_{\Delta}^5}$  و  $\beta = \frac{\log_{\Delta}^{1/1}}{\log_{\Delta}^{125}}$  جواب‌های معادله  $4^x - m \times 2^x + n = 0$  باشند، مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\log_2^3 (2)$       ۲ (۲)  $\log_2^5 (3)$       ۳ (۳)  $\log_2^4 (4)$       ۴ (۴)  $4 (4)$

۸- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = 3^x$  مفروض است. اگر نمودارهای توابع  $f$  و  $g$  نسبت به محور  $y$  قرینه یکدیگر باشند، برد تابع

$$y = f(\sin^2 x) - g\left(\frac{-\cot^2 x}{\cot^2 x + 1}\right)$$

- ۱ (۱)  $2 (2)$       ۲ (۲)  $4 (3)$       ۳ (۳)  $5 (4)$       ۴ (۴)  $5 (4)$

۹- اگر خطوط  $x = \frac{\pi}{3}$  و  $x = \frac{5\pi}{4}$  محورهای تقارن تابع  $f(x) = 1 + 4 \sin^2(mx + n)$  باشند، مقدار  $m$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱)  $\frac{8}{11}$       ۲ (۲)  $\frac{12}{11}$       ۳ (۳)  $\frac{13}{11}$       ۴ (۴)  $\frac{15}{11}$

۱۰- اگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادله  $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x - 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$  برابر  $\alpha$  باشد،

مقدار  $\tan^2 \alpha$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\sqrt{3}$       ۲ (۲)  $-\sqrt{3}$       ۳ (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۴ (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۱- جواب کلی معادله  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \tan\left(\frac{5}{6}x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{x}{3}\right)$  کدام است؟

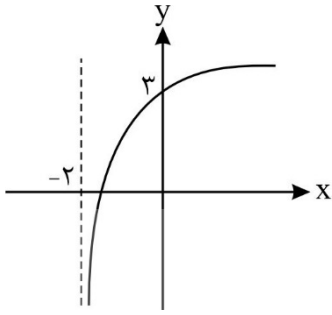
- ۱ (۱)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$       ۲ (۲)  $6k\pi - \frac{\pi}{2}$  یا  $6k\pi + \frac{7\pi}{2}$       ۳ (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$       ۴ (۴)  $3k\pi + \frac{3\pi}{2}$  یا  $3k\pi + \frac{\pi}{2}$

۱۲- اگر  $x = \alpha$  جواب بزرگ‌تر معادله  $\log_3^{44} = \log_3^2 + \log_x^{25} - (\log_3^9)(\log_3^x) - \log_3^m + \log_3^n \geq \frac{\alpha}{5}$  باشد، حداقل مقدار  $m + n$

است؟

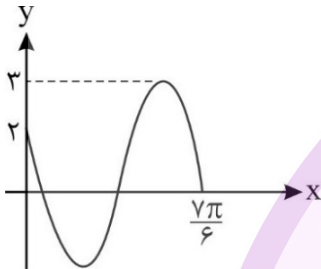
- ۱ (۱)  $2 + 2\sqrt{2}$       ۲ (۲)  $4 + 2\sqrt{2}$       ۳ (۳)  $6\sqrt{2}$       ۴ (۴)  $8\sqrt{2}$

۱۳- اگر نمودار  $f(x) = \log_2(ax + b)$  به شکل زیر باشد حاصل  $f^{-1}(-2)$  کدام است؟



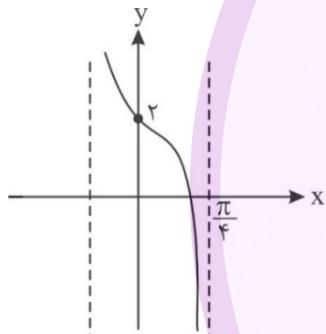
- (۱)  $-\frac{1}{7}$   
 (۲)  $-\frac{3}{17}$   
 (۳)  $-\frac{31}{16}$   
 (۴)  $-\frac{2}{9}$

۱۴- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = c + a \cos(bx - \frac{\pi}{3})$  به صورت مقابل است. حاصل  $\frac{a+c}{b}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{3}{2}$   
 (۲)  $\frac{7}{6}$

۱۵- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 2 \tan(ax + b\pi)$  به صورت مقابل است. اگر  $-1 < b < 0$  باشد، مقدار  $[\tan(a + b)]$  کدام است؟



- (۱)  $-2$   
 (۲)  $-1$   
 (۳)  $0$   
 (۴)  $1$

۱۶- معادله  $\cos^4 \frac{x}{5} + \sin^2 \frac{x}{5} = 1$  در بازه  $[0, \alpha)$  پنج جواب دارد. حداکثر مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{15\pi}{2}$   
 (۲)  $10\pi$   
 (۳)  $12\pi$   
 (۴)  $\frac{25\pi}{2}$

۱۷- جواب‌های معادله  $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) \cos(2x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{4}$  در بازه  $[0, \pi]$ ، روی دایره مثلثاتی رئوس یک چندضلعی محدب هستند. محیط

این چندضلعی چقدر از  $1 + \sqrt{3}$  بیشتر است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$   
 (۲)  $\sqrt{6}$   
 (۳)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$   
 (۴)  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

محاسبات

۱۸- نقاط  $(۵,۹)$  ،  $(۵,۰)$  و  $(۰,۰)$  راس‌های یک مثلث شبکه‌ای هستند. تعداد نقاط شبکه‌ای درونی این مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۴  
(۲) ۱۶  
(۳) ۱۸  
(۴) ۲۰

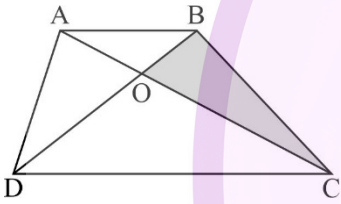
۱۹- اندازه طول و عرض یک مستطیل به ترتیب ۲۴ و ۱۰ است. مجموع فاصله‌های یک نقطه دلخواه روی ضلع بزرگ‌تر مستطیل از قطرهای آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱۱۰}{۱۳}$   
(۲)  $\frac{۱۲۰}{۱۳}$   
(۳)  $\frac{۱۳۰}{۱۳}$   
(۴)  $\frac{۱۴۰}{۱۳}$

۲۰- دوزنقه متساوی‌الساقینی با قاعده‌های ۴ و ۱۶ مفروض است. اگر قطرهای دوزنقه بر هم عمود باشند، مساحت دوزنقه کدام است؟

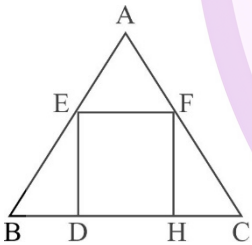
- (۱) ۶۴  
(۲) ۸۱  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۲۲

۲۱- در دوزنقه روبه‌رو، مساحت مثلث ABD برابر ۶ و مساحت مثلث ACD برابر ۱۲ است. مساحت قسمت هاشور خورده تقریباً چند درصد از مساحت کل دوزنقه است؟



- (۱)  $\frac{۲۲}{۲}$   
(۲)  $\frac{۲۲}{۳}$   
(۳)  $\frac{۳۳}{۲}$   
(۴)  $\frac{۳۳}{۳}$

۲۲- در شکل مقابل EFHD مربع و  $\frac{S_{EFHD}}{S_{ABC}} = \frac{۷}{۳۲}$  است. نسبت  $\frac{AE}{EB}$  کدام است؟



- (۱) ۷  
(۲) ۶  
(۳) ۵  
(۴) ۴

۲۳- مثلث ABC به ضلع  $BC = ۲۰$  درون دایره‌ای محاط شده است. از نقطه A مماسی بر دایره رسم می‌کنیم. اگر فاصله نقاط B

و C از این خط به ترتیب برابر ۲۵ و ۱۶ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۸۰  
(۲) ۱۰۰  
(۳) ۱۵۰  
(۴) ۲۰۰

۲۴- نقطه P را روی نیم‌دایره‌ای به قطر  $AB = 10$  در نظر می‌گیریم. از نقطه دلخواه H واقع بر این قطر، عمودی بر آن خارج می‌کنیم تا دو خط AP و BP (یا امتداد آنها) را به ترتیب در نقاط C و D و نیم‌دایره را در نقطه F قطع کند. اگر  $HD = 2$  و  $DC = 6$  باشد، طول HF کدام است؟

۴/۲۵ (۲)

۴/۵ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

۲۵- متوازی‌الاضلاع ABCD مفروض است. خطی از رأس C می‌گذرد و ضلع AB را در نقطه K و امتداد DA را در نقطه L قطع می‌کند. اگر مساحت مثلث‌های KBC و CDL به ترتیب برابر با  $S_1$  و  $S_2$  باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD بر حسب  $S_1$  و  $S_2$  کدام است؟

$\sqrt{S_1 S_2}$  (۲)

$\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$  (۱)

$S_1 + S_2 - 2\sqrt{S_1 S_2}$  (۴)

$2\sqrt{S_1 S_2}$  (۳)

۲۶- در ذوزنقه ABCD، AD موازی BC است. اگر  $\hat{A} = \hat{D} = 45^\circ$ ،  $AB = 6$  و مساحت ABCD برابر ۳۰ باشد، آنگاه طول ضلع BC کدام است؟

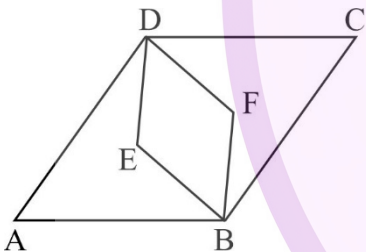
$\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

$3\sqrt{2}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

۲۷- دو لوزی ABCD و BFDE در شکل زیر متشابه هستند. اگر مساحت لوزی ABCD برابر ۲۴ و  $\hat{BAD} = 60^\circ$  باشد، آنگاه مساحت چهارضلعی BFDE کدام است؟



۶ (۱)

$4\sqrt{3}$  (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

۲۸- نقطه P خارج مربع ABCD قرار دارد. اگر  $PA = \sqrt{39}$ ،  $PB = 8$  و  $PC = 7$  باشد، حاصل  $PD^2$  کدام است؟

۷۴ (۴)

۵۴ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۲۹- مثلث ABC با اضلاع  $AB = 25$ ،  $AC = 20$  و  $BC = 15$  مفروض است. اگر نقطه D روی ضلع AB چنان قرار گرفته باشد که  $AD = 10$ ، آن گاه طول CD کدام است؟

$6\sqrt{5}$  (۴)

13 (۳)

$9\sqrt{2}$  (۲)

۱۲ (۱)

محاسبات

۳۰- به ازای چند عدد دو رقمی طبیعی  $n$ ، معادله سیاله  $(5n+2)x + (7n-3)y = 17$  در  $\mathbb{Z}$  جواب دارد؟

- ۹۰ (۱)  
۸۷ (۳)  
۸۸ (۲)  
۸۵ (۴)

۳۱- اگر امروز ۱۵ شهریور و روز شنبه باشد، آخرین دوشنبه سال چندم اسفند ماه است؟ (سال کیبسه نیست)

- ۲۳ (۱)  
۲۵ (۳)  
۲۴ (۲)  
۲۶ (۴)

۳۲- مجموع رقم‌های کوچک‌ترین عدد سه رقمی  $x$  به طوری که اختلاف دو عدد  $5^{12}$  و  $37x$  مضرب ۶۱ باشد، کدام است؟

- ۳ (۱)  
۵ (۳)  
۴ (۲)  
۶ (۴)

۳۳- اگر عدد  $n$  برابر تعداد عددهای ۵ رقمی به فرم  $\overline{abaca}$  باشد که در تقسیم بر ۹۱ باقی مانده‌شان برابر ۸۷ است، باقی مانده تقسیم  $n$  بر ۱۷ کدام گزینه خواهد بود؟

- ۱ (۱)  
۷ (۳)  
۳ (۲)  
۹ (۴)

۳۴- به چند طریق می‌توان از بین ۱۰ نفر که در دو ردیف ۵ نفری نشسته‌اند، ۴ نفر انتخاب کرد به طوری که در بین افراد منتخب نفراتی از هر دو ردیف حضور داشته باشند؟

- ۱۷۵ (۱)  
۲۰۵ (۳)  
۲۰۰ (۲)  
۲۱۰ (۴)

۳۵- تعداد راه‌های تقسیم ۶ نفر به دو تیم ۳ نفره فوتبال و والیبال، برابر  $m$  و تعداد راه‌های پخش همان ۶ نفر به سه تیم ۲ نفره یکسان را  $n$  در نظر بگیرید. رقم دهگان  $3m+n$  کدام است؟

- ۱ (۱)  
۴ (۳)  
۵ (۲)  
۷ (۴)

۳۶- به  $m$  طریق می‌توان سه حرف  $A$ ،  $B$  و  $C$ ، دو رقم ۱ و ۲ و حرف یونانی  $\gamma$  را در یک ردیف چید به طوری که تعداد حروف موجود

در سمت چپ  $\gamma$  از تعداد ارقام موجود در آن سمت بیش‌تر باشد. رقم یکان عدد  $(\frac{m}{4})^9$  کدام است؟

- ۱ (۱)  
۴ (۳)  
۹ (۲)  
۶ (۴)

۳۷- اگر  $11 - 4a \mid m$  و  $a \in [7]_m$  باشد، باقی مانده تقسیم بزرگترین جواب چهار رقمی  $x$  در معادله  $x \equiv 3 \pmod{4 + 7n^2}$  بر عدد ۱۱ کدام است؟ ( $m > 1$ )

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۳۸- اگر  $P(A - B) = \frac{2}{9}$  و  $P(B - A) = \frac{5}{9}$  باشد، بیشترین مقدار  $\frac{P(A')}{P(B')}$  کدام است؟

۲ (۲)

۱/۷۵ (۱)

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۳۹- در یک تجربه تصادفی،  $S = \{x, y, z, t\}$  یک فضای نمونه‌ای است. اگر  $P(x)$ ،  $P(y)$ ،  $P(z)$  و  $P(t)$  یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{3}$  را تشکیل دهند، واسطه حسابی کمترین و بیشترین احتمال رخداد یک پیشامد ساده در  $S$  کدام است؟

$\frac{3}{20}$  (۲)

$\frac{1}{20}$  (۱)

$\frac{9}{20}$  (۴)

$\frac{7}{20}$  (۳)

$\frac{9}{20}$  (۴)

$\frac{7}{20}$  (۳)

۴۰- چند عدد طبیعی دو رقمی مانند  $a$  وجود دارند که در معادله هم‌نهستی  $a^2 + 2 \equiv 3a \pmod{6}$  صدق می‌کنند؟

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)



آزمون شماره ۵  
۲۳ آبان ۱۴۰۴  
پایه دوازدهم  
رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۲ از ۲

مدت پاسخگویی: ۵۵

تعداد سؤال: ۴۵

نام درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب الفبا)
فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۵ دقیقه	محمدجواد حیدری پوریا دیارکجوری ابوالفضل علیدوست علی گندمی و تیم طراحان
شیمی	۲۰	۶۶	۸۵	۲۰ دقیقه	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمدرضا زهرهوند سید صمد صفوی

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



۴۱- یک لوستر توسط زنجیری از سقف اتاق آویزان است. واکنش (عکس‌العمل) نیروهای وارد بر لوستر بر کدام اجسام وارد می‌شود؟

(۲) سقف اتاق - کره زمین - هوا

(۱) سقف اتاق - زنجیر - کره زمین

(۴) زنجیر - سقف اتاق - هوا

(۳) زنجیر - کره زمین - هوا

۴۲- یک گوی به جرم  $m$  را از بالای ساختمانی در ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌کنیم، اگر اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر گوی را ثابت و برابر  $f_D$  فرض کنیم، تندی این گوی هنگام رسیدن به زمین کدام است؟

$$\sqrt{2\left(g - \frac{f_D}{m}\right)h} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2gh} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2\left(\frac{f_D}{m}\right)h} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2\left(g + \frac{f_D}{m}\right)h} \quad (۳)$$

۴۳- شخصی به جرم  $۸۰ \text{ kg}$  درون آسانسوری، روی یک ترازو و در کنار میزی ایستاده است. وقتی آسانسور با شتاب  $\frac{۲}{s^2}$  به

طرف پایین شروع به حرکت کند، این شخص با دست خود به میز نیرویی به بزرگی  $۲۰ \text{ N}$  رو به پایین وارد می‌کند. در این حالت عدد ترازو نسبت به زمانی که آسانسور ساکن است و شخص هیچ نیرویی به میز وارد نمی‌کند، چقدر تغییر کرده است؟  $\left(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

(۲)  $۱۶۰ \text{ N}$  بیشتر

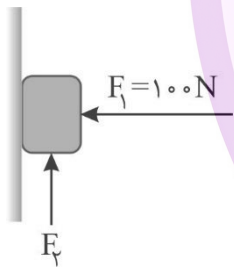
(۱)  $۱۶۰ \text{ N}$  کمتر

(۴)  $۱۸۰ \text{ N}$  بیشتر

(۳)  $۱۸۰ \text{ N}$  کمتر

۴۴- در شکل زیر جسم  $۳ \text{ کیلوگرمی}$  در آستانه حرکت قرار دارد. اختلاف بیش‌ترین و کمترین مقدار ممکن برای نیروی قائم  $F_y$  در

این حالت چند نیوتن است؟  $\left(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \mu_s = ۰.۲۵, \mu_k = ۰.۲\right)$



(۱) ۵۵

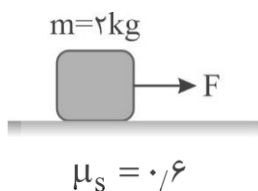
(۲) ۵۰

(۳) ۲۵

(۴) ۵

۴۵- مطابق شکل به جسم ساکنی به جرم  $۲ \text{ kg}$  که روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = ۰.۵$  قرار دارد، نیروی افقی  $F = ۲۴ \text{ N}$  وارد می‌شود. ۵ ثانیه پس از شروع حرکت، ناگهان این نیرو قطع می‌شود. مسافت طی شده توسط جسم از شروع

حرکت تا لحظه توقف چند متر است؟  $\left(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$



(۱) ۸۷.۵

(۲) ۱۲۵

(۳) ۱۷۵

(۴) ۲۱۰

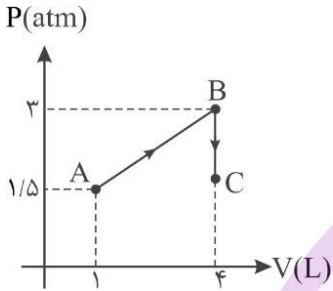
۴۶- کیسه‌ای به جرم  $10 \text{ Kg}$  را به ریسمانی سبک بسته‌ایم و می‌خواهیم آن را از پایین ساختمانی به ارتفاع  $36$  متر بالا بکشیم. اگر حداکثر کشش قابل تحمل برای ریسمان  $180 \text{ N}$  باشد، کمترین زمان لازم برای بالا آوردن کیسه چند ثانیه است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۳)

(۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)

۴۷- نمودار زیر مربوط به  $2$  مول گاز کامل است که در فرایند  $AB$  انرژی درونی آن  $1575 \text{ J}$  افزایش می‌یابد و در فرایند  $BC$  مقدار

$600 \text{ J}$  گرما از دست می‌دهد. فشار گاز در حالت  $C$  چند اتمسفر است؟  $\left( R = 8 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \right)$



(۱)  $1/5$

(۲)  $1/6$

(۳)  $2$

(۴)  $2/4$

۴۸- جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی  $0.8$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0.6$  ساکن است. نیروی افقی  $\vec{F}$  در مبدأ زمان به این جسم وارد می‌شود. اگر اندازه این نیرو بر حسب زمان در  $SI$ ، با رابطه  $F = 2 \cdot t$  تغییر کند،

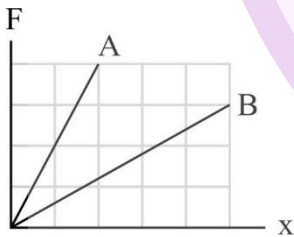
اندازه تکانه جسم در لحظه  $t = 6 \text{ s}$  چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟  $\left( g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$

(۱)  $200$

(۲)  $360$

(۳)  $480$

۴۹- نمودار اندازه نیروی کشسانی بر حسب طول فنرهای  $A$  و  $B$  به شکل زیر است. یک انتهای دو فنر را به‌طور جداگانه به نقطه‌ای بسته و به انتهای دیگر آن‌ها به ترتیب وزنه‌هایی به جرم  $m$  و  $3m$  می‌بندیم. در حالت تعادل تغییر طول فنر  $A$  چند برابر تغییر طول فنر  $B$  است؟



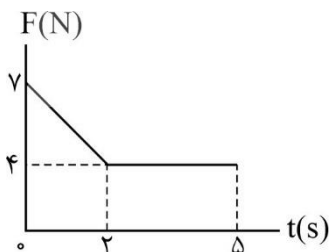
(۱)  $1/5$

(۲)  $5$

(۳)  $1/10$

(۴)  $10$

۵۰- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی بر حسب زمان به شکل زیر است. اگر جهت حرکت جسم در لحظه  $t = 3 \text{ s}$  تغییر کند، تکانه جسم در مبدأ زمان (در  $SI$ ) کدام است؟



(۱)  $15\vec{i}$

(۲)  $-15\vec{i}$

(۳)  $23\vec{i}$

(۴)  $-23\vec{i}$

۵۱- اگر ماهواره‌ای از ارتفاع ۱۶۰۰ کیلومتری به ارتفاع ۳۶۰۰ کیلومتری سطح زمین منتقل شود، وزن آن چند درصد کاهش می‌یابد؟  
(شعاع کره زمین ۶۴۰۰ km است)

۲۵ (۲)

۷۵ (۱)

۳۶ (۴)

۶۴ (۳)

۵۲- خودرویی به جرم ۱۵۰۰ kg در یک مسیر افقی، در مدت زمان ۴ s تندی خود را از  $۵۴ \frac{km}{h}$  به  $۹۰ \frac{km}{h}$  می‌رساند. توان متوسط

خودرو برای انجام این کار حداقل چند اسب بخار است؟ ( $۱ hp = ۷۵۰ w$ )

۱۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

۱۰ (۴)

۲۵ (۳)

۵۳- جسمی به جرم ۴ kg را از پایین سطح شیب‌داری با زاویه  $۳۰^\circ$  با سرعت اولیه  $۱۰ \frac{m}{s}$  به بالا پرتاب می‌کنیم. جسم پس از ۸ m

پیشروی روی سطح متوقف شده و سپس به پایین برمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک در مجموع رفت و برگشت چند ژول است؟

-۲۰ (۲)

-۸۰ (۱)

-۱۰۰ (۴)

-۴۰ (۳)

۵۴- کاهش انرژی پتانسیل جسمی بر اثر سقوط از ارتفاع ۱۲ متری ۸۰ ژول و افزایش انرژی جنبشی آن ۵۰ ژول است. نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت جسم با فرض ثابت بودن چند نیوتن خواهد بود؟

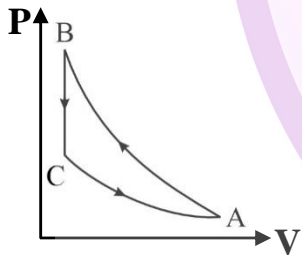
۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

۲٫۵ (۴)

۱٫۵ (۳)

۵۵- در نمودار زیر AB فرآیند بی‌دررو و CA فرآیند هم‌دما است. اگر گرمای مبادله شده در فرآیند BC برابر ۳۰۰۰ J باشد، کار انجام شده در فرآیند بی‌دررو چند ژول است؟



۱۰۰۰ (۱)

۴۵۰۰ (۲)

۲۰۰۰ (۳)

۳۰۰۰ (۴)

۵۶- مطابق شکل یک انتهای فنری به دیوار و انتهای دیگر آن به وزنه‌ای متصل است و در نقطه O فنر طول عادی خود را دارد. اگر

وزنه را به نقطه A برده و رها کنیم، وزنه در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و چنانچه وزنه را به نقطه B برده و رها کنیم با شتاب  $۶ \frac{m}{s^2}$

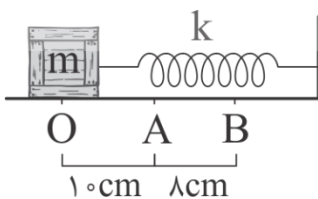
شروع به حرکت می‌کند. مقدار شتاب وزنه هنگام عبور از نقطه O در SI کدام است؟ ( $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ ,  $\mu_s = ۰/۵$ )

صفر (۱)

۵ (۲)

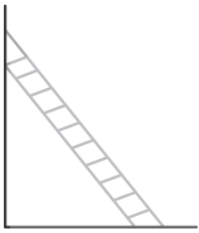
۳ (۳)

۴ (۴)



۵۷- نردبانی به جرم  $24\text{ kg}$  مطابق شکل به دیوار قائمی تکیه داده شده و در آستانه سر خوردن است. ضریب اصطکاک ایستایی

نردبان با سطح افقی  $\frac{5}{12}$  و نیروی وارد بر نردبان از طرف سطح افقی  $260\text{ N}$  است. نیروی اصطکاک ایستایی نردبان با دیوار قائم



کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

(۱)  $f_s = 50\text{ N}$

(۲)  $f_s = 130\text{ N}$

(۳)  $f_s = 100\text{ N}$

(۴)  $f_s = 0$

۵۸- یک نمونه گاز کامل در دمای  $27^\circ\text{C}$  قرار دارد. اگر با انجام  $15\text{ J}$  کار روی گاز آن را خیلی سریع متراکم کنیم، انرژی درونی آن به  $60\text{ J}$  می‌رسد. دمای نهایی گاز چند درجه سلسیوس است؟

(۱)  $200$

(۲)  $127$

(۳)  $200$

(۴)  $-73$

۵۹- مقدار معینی گاز را طی دو فرایند جداگانه، اولی هم‌دما و دومی بی‌دررو منبسط می‌کنیم. اگر در هر یک از این فرایندها دستگاه و محیط مقدار  $2000$  ژول کار با یکدیگر مبادله کرده باشند، کدام گزینه در مورد تغییرات انرژی درونی در این دو فرایند درست است؟

(۱) در هر دو فرایند انرژی درونی ثابت می‌ماند.

(۲) در هر دو فرایند انرژی درونی  $2000$  ژول کاهش می‌یابد.

(۳) در فرایند هم‌دما  $2000$  ژول کاهش می‌یابد و در فرایند بی‌دررو ثابت می‌ماند.

(۴) در فرایند هم‌دما ثابت می‌ماند و در فرایند بی‌دررو  $2000$  ژول کاهش می‌یابد.

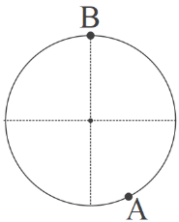
۶۰- متحرکی روی یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع  $5\text{ m}$ ، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد و در هر دقیقه مسافت  $600\text{ m}$  را می‌پیماید. اگر در نقاط A و B، بردار سرعت متحرک (در SI) به ترتیب  $\vec{v}_A = \alpha \vec{j} + 6\vec{i}$  و  $\vec{v}_B$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\vec{v}_B = +1 \cdot \vec{i}, \alpha = 8$

(۲)  $\vec{v}_B = -1 \cdot \vec{i}, \alpha = 8$

(۳)  $\vec{v}_B = +1 \cdot \vec{i}, \alpha = -8$

(۴)  $\vec{v}_B = -1 \cdot \vec{i}, \alpha = -8$



۶۱- ماهواره‌ای به جرم  $30\text{ kg}$  در یک مدار دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد. اگر فاصله ماهواره از سطح زمین به اندازه نصف شعاع

زمین باشد، انرژی جنبشی ماهواره چند مگاژول است؟ ( $R_e = 6400\text{ Km}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

(۱)  $6/4 \times 10^9$

(۲)  $6/4 \times 10^6$

(۳)  $6/4 \times 10^3$

(۴)  $6/4$

۶۲- مطابق شکل، گلوله کوچکی به جرم  $200\text{g}$  را به فنر می فشاریم و سپس آن را رها می کنیم.

اگر گلوله با تندی  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از نقطه B عبور کند، انرژی ذخیره شده در فنر پیش از رها شدن چند

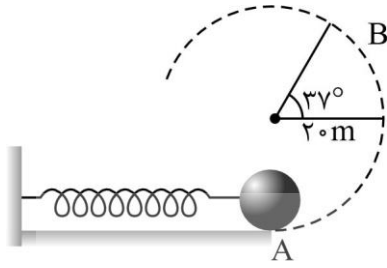
ژول بوده است؟ (تمامی سطوح بدون اصطکاک هستند و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

۶۵/۲ (۲)

۷۸/۴ (۱)

۶۴ (۴)

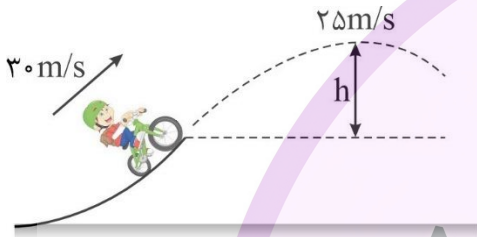
۸۲/۴ (۳)



۶۳- موتورسواری از انتهای سکویی با تندی  $30 \text{ m/s}$  پرش می کند و با تندی  $25 \text{ m/s}$  به نقطه اوج می رسد. اگر بزرگی کار نیروی

مقاومت هوا در این پرش  $\frac{K_0}{45}$  باشد، ارتفاع  $h$  چند متر است؟ (جرم موتور و شخص  $200$  کیلوگرم،  $K_0$  انرژی جنبشی اولیه و

$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  است)



۱۵/۵ (۲)

۱۲/۷۵ (۱)

۹/۷۵ (۴)

۱۰/۲۵ (۳)

۶۴- پمپ آبی هر دقیقه ۳ متر مکعب آب را از چاهی به عمق  $10$  متر تا ارتفاع  $14$  متر نسبت به سطح زمین بالا می برد و آب را با

تندی  $10$  متر بر ثانیه وارد مخزن می کند. اگر توان ورودی  $20$  کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ ( $\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

۲۲/۲۵ (۲)

۱۱/۲۵ (۱)

۷۲/۵ (۴)

۶۲/۵ (۳)

۶۵- یک نیرو با بزرگی  $8 \text{ N}$  به جسمی اثر می کند و جابه جایی جسم در SI به صورت  $\vec{d} = 45\vec{i} + 108\vec{j}$  است. اگر تغییر انرژی

جنبشی جسم برابر  $468 \text{ J}$  باشد، زاویه بین نیروی وارد بر جسم و بردار جابه جایی آن چند درجه است؟

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۱۲۰ (۳)



۷۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (ا) اهمیت آرایش الکترونی فشرده به دلیل نمایش آرایش الکترون‌ها در لایه‌های است که رفتار شیمیایی اتم به کمک آن تعیین می‌شود.  
 (ب) رفتار و ویژگی‌های هر اتم را می‌توان از روی آرایش الکترونی آن توضیح داد.  
 (پ) الکترون در یک لایه الکترونی، در تمام قسمت‌های لایه با احتمال یکسان حضور می‌یابد.  
 (ت) انرژی برخلاف ماده در نگاه ماکروسکوپی پیوسته ولی در نگاه میکروسکوپی گسسته یا کوانتومی است.

(۲) آ و ت

(۱) آ و ب

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

۷۱- عنصر X دارای ۵ الکترون با  $l=2$  و ۷ الکترون با  $l=0$  است. اگر این عنصر دارای سه ایزوتوپ  ${}^Z X^{2Z+2}$ ،  ${}^Z X^{2Z+3}$  و  ${}^Z X^{2Z+4}$

به ترتیب با درصد فراوانی‌های  $\frac{f}{3}$ ،  $f$  و  $2f$  باشد، جرم اتمی میانگین عنصر X کدام است؟

(۴) ۵۱/۵

(۳) ۵۱/۲

(۲) ۵۰/۵

(۱) ۵۰/۳

۷۲- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) در ارتفاع ۴۰۰ کیلومتری از سطح زمین می‌تواند پروتون وجود داشته باشد.  
 (۲) گونه‌های فراوان لایه دوم هواکره  $N_2$ ،  $O_3$ ،  $CO_2$  و  $O_3$  هستند.  
 (۳) با افزایش ارتفاع از سطح زمین فشار هوا به‌طور خطی کاهش می‌یابد.  
 (۴) نسبت گازهای سازنده هواکره از ۲۰۰ میلیون سال پیش تا الان تقریباً بدون تغییرات باقی مانده است.

۷۳- کدام یک از موارد زیر نادرست هستند؟

(الف) یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که حدود ۷ درصد جرمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

(ب) گازی از گازهای فراوان هواکره که با کاهش دما سریع‌تر از گاز Ar مایع می‌شود، می‌تواند برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک استفاده شود.

(پ) کربن دی‌اکسید موجود در هوا در دمای  $-78^\circ C$  به حالت مایع از هوا جدا می‌شود.

(ت) آرگون را از تقطیر جزء به جزء گاز طبیعی تهیه می‌کنیم.

(۲) الف - ب - پ

(۱) ب - ت

(۴) ب - پ - ت

(۳) الف - پ - ت

۷۴- اطلاعات موجود در کدام ردیف نادرست است؟

نسبت تعداد الکترون ناپیوندی به الکترون پیوندی	نام آیوپاک	فرمول شیمیایی	ردیف
۱	دی‌نیتروژن مونوکسید	$N_2O$	۱
۳	سیلیسیم تترا کلرید	$SiCl_4$	۲
$\frac{2}{3}$	کربن مونواکسید	$CO$	۳
۲	نیتروژن دی‌اکسید	$NO_2$	۴

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۵- A و B دو عنصر از عناصر دوره سوم جدول تناوبی هستند که مجموع اعداد کوانتومی الکترون‌های لایه ظرفیت در آنها به ترتیب ۲۲ و ۳ است، چه تعداد از موارد زیر درباره آنها درست است؟

- (الف) رنگ شعله‌ی عنصر A مشابه رنگ نوار حاصل از انتقال الکترون از لایه چهارم به دوم در طیف نشری خطی هیدروژن است.  
(ب) انحلال اکسیدهای  $AO_3$  و  $BO$  در آب رنگ کاغذ شناساگر را به ترتیب قرمز و آبی می‌کنند.  
(پ) اگر  $AO_3$  در یک واکنش اکسایش - کاهش شرکت کند، A فقط می‌تواند نقش اکسندده داشته باشد.  
(ت) B در ترکیبات خود با سایر عناصر فقط یک نوع عدد اکسایش دارد.

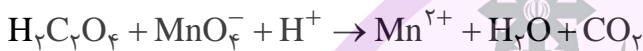
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۷۶- مجموع جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار مولکول‌های فرآورده‌ها پس از موازنه کدام است؟



۲۸ (۲)

۱۶ (۱)

۵۶ (۴)

۴۰ (۳)

۷۷- در یک واکنش اکسایش - کاهش، فلزی که قدرت ..... بیشتری دارد، می‌تواند با برخی ..... های فلزی واکنش دهد و آنها را به ..... های فلزی بکاهد.

(۲) اکسندگی - کاتیون - اتم

(۱) کاهندگی - اتم - کاتیون

(۴) اکسندگی - اتم - کاتیون

(۳) کاهندگی - کاتیون - اتم

۷۸- کدام مورد عبارت زیر را به درستی کامل نمی‌کند؟

« اتم ..... در ..... و ..... به ترتیب پایین‌ترین و بالاترین عدد اکسایش خود را دارد.»

(۲)  $NO_3^- - NH_4^+ - N$

(۱)  $NaHSO_4 - H_2S - S$

(۴)  $CO_2 - CH_4 - C$

(۳)  $HClO_4 - HClO - Cl$

۷۹- در مورد سلول گالوانی حاصل از دو نیم‌سلول آلومینیوم و روی کدام مطلب نادرست است؟ (قدرت کاهندگی آلومینیوم از روی بیشتر است.)

( $Al = 27, Zn = 65 : g.mol^{-1}$ )

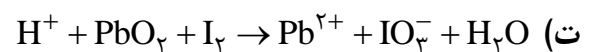
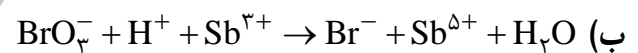
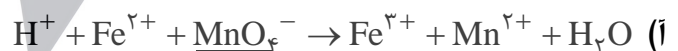
(۱) در نیم‌سلول آلومینیوم فرایند اکسایش انجام می‌شود.

(۲) با گذشت زمان تیغه فلز روی افزایش جرم پیدا می‌کند.

(۳) به ازای عبور ۰/۶ مول الکترون از مدار خارجی، تیغه کاتد ۵/۴ گرم تغییر جرم پیدا می‌کند.

(۴) با گذشت زمان غلظت کاتیون در نیم‌سلول روی کاهش می‌یابد.

۸۰- در کدام یک از واکنش‌های زیر، پس از موازنه ضریب آنیون مشخص شده عددی فرد است؟



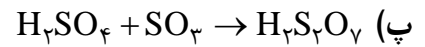
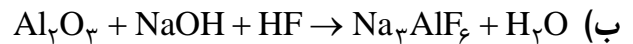
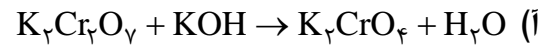
(۴) آ و ب و پ

(۳) پ و ت

(۲) آ و ب

(۱) آ و ت

۸۱- چه تعداد واکنش‌های زیر از نوع اکسایش - کاهش هستند؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۲- اگر تیغه‌ای از جنس منیزیم درون محلول مس (II) سولفات قرار گیرد، با فرض آن که تمام مس روی سطح تیغه رسوب کند،

به‌ازای مبادله  $1/8.06 \times 10^{23}$  عدد الکترون، جرم تیغه چند گرم تغییر می‌کند؟ ( $Mg = 24, Cu = 64 : g.mol^{-1}$ )

۶ (۲)

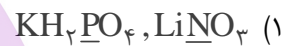
۳ (۱)

۱۲ (۴)

۹ (۳)



۸۳- در کدام دو ترکیب عدد اکسایش اتم‌های مشخص شده نابرابر است؟



۸۴- در مدار خارجی سلول گالوانی روی - مس جریان  $10 A$  به مدت  $9600$  ثانیه بر اثر عملکرد سلول برقرار شده است. تغییر جرم

تیغه‌اند، اگر به ازای هر مول الکترون به تقریب  $96000$  کولن بار جابه‌جا شود چند گرم است؟ ( $1A = 1 \frac{C}{s}, Zn = 65 g.mol^{-1}$ )

۶/۴ (۲)

۳/۲۵ (۱)

۱۲/۸ (۲)

۶/۵ (۳)

۸۵- در واکنش زیر پس از موازنه ضریب  $O_2$  به  $N_2$  کدام است؟



۳ (۲)

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۴)

۱ (۳)

۶ (۲)

۳ (۳)



آزمون شماره ۵

۲۳ آبان ۱۴۰۴

پایه دوازدهم

رشته ریاضی فیزیک

## پاسخ تشریحی آزمون

صاحب امتیاز: دبیرستان علامه حلی (۱) تهران

مدیر گروه: پوریا دیار کجوری

ناظر محتوایی: نیما مهندس

نام درس	حسابان	هندسه	گسسته	فیزیک	شیمی
طراحان	حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده نیما مهندس	علیرضا فعلی نصیر کریمی صبا مهدوی	محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی رسول حاجی زاده نیما مهندس	محمد جواد حیدری پوریا دیار کجوری ابوالفضل علی دوست علی گندمی نوید شاهی و تیم طراحان	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمد رضا زهرهوند سید صمد صفوی
ویراستاران	کیارش بازرگان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	امیر حسین قرقانی	امیر رضا جدیدی بردیا اسدی

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



@Helli1\_12



طراح: حسین شفیعزاده

درجه دشواری: ساده

مبحث: توابع مثلثاتی

گزینه ۴ -۱

مقادیر max و min تابع به ترتیب از روابط  $y_{\max} = 2a + |b|$  و  $y_{\min} = 2a - |b|$  محاسبه می‌شوند. بنابراین:

$$\begin{aligned} 2a + |b| &= 6 \\ 2a - |b| &= -2 \end{aligned} \xrightarrow{\oplus} 4a = 4 \rightarrow a = 1 \rightarrow |b| = 4$$

حالا دوره تناوب تابع از رابطه  $T = \frac{2\pi}{|a|}$  برابر  $8\pi$  به دست می‌آید.

طراح: حسین شفیعزاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: توابع مثلثاتی

گزینه ۴ -۲

ابتدا ضابطه را به صورت  $y = c + \frac{a}{2} \sin 2bx$  بازنویسی می‌کنیم. از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} y_{\max} &= |a| + c = 3 \\ y_{\min} &= -|a| + c = -1 \end{aligned} \xrightarrow{\oplus} c = 1 \rightarrow |a| = 2$$

$$3 \frac{T}{2} = \pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$c + \frac{a}{b} = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

چون  $T + \frac{T}{2} = \pi$  است، می‌توان نوشت:

حالا با توجه به  $ab < 0$  نتیجه می‌گیریم:

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نامعادله نمایی

گزینه ۱ -۳

با توجه به شرط دامنه تابع رادیکالی داریم:

$$\begin{aligned} -2^{x+1} - 2^{2-x} + 9 &\geq 0 \xrightarrow{2^x = t} -2t - \frac{4}{t} + 9 \geq 0 \rightarrow \\ -2t^2 + 9t - 4 &\geq 0 \xrightarrow{t > 0} -2t^2 + 9t - 4 \geq 0 \rightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 4 \\ \rightarrow -1 &\leq x \leq 2 \rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

می‌دانیم  $f(k) = f(2) = 0$  است. پس داریم:

$$\left[ \log_3^{(f \circ f)(2)} \right] = \left[ \log_3^{f(\cdot)} \right] = \left[ \log_3^{\sqrt{3}} \right] = \left[ \frac{1}{2} \right] = 0$$

اگر  $t$  تعداد روزهای سپری شده را نشان دهد، جرم باقی مانده از عنصر از رابطه  $M_0 \left(\frac{96}{100}\right)^{\frac{t}{10}}$  به دست می آید.  
جرم اولیه

حال اگر بخواهیم حداکثر  $\frac{1}{8} M_0$  از عنصر را داشته باشیم می توان نوشت:

$$\left(\frac{96}{100}\right)^{\frac{t}{10}} M_0 \leq \frac{1}{8} M_0 \rightarrow \frac{t}{10} (\log_2^{96} - \log_2^{100}) \leq \log_2^{\frac{1}{8}} \rightarrow$$

$$\frac{t}{10} (\frac{5}{10} + \log_2^3 - 2 - 2 \log_2^5) \leq -3 \rightarrow t \geq 100 \rightarrow \text{حداقل ۱۵ هفته باید سپری شود}$$

طراح: علیرضا ندافزاده

مبحث: بسط تانژانت مجموع دو زاویه درجه دشواری: ساده

گزینه ۲ -۵

از آن جا که  $90^\circ + \alpha = (\underbrace{2\alpha + 75^\circ}_x) + (\underbrace{15^\circ - \alpha}_y)$  است، می توان نوشت:

$$\tan(x + y) = \tan(90^\circ + \alpha) \rightarrow$$

$$-\cot \alpha = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{b + \frac{1}{a}}{1 - \frac{b}{a}} = \frac{ab + 1}{a - b} \rightarrow \tan \alpha = \frac{b - a}{ab + 1}$$

طراح: حسین شفیعزاده

درجه دشواری: دشوار

مبحث: توابع مثلثاتی

گزینه ۱ -۶

با توجه به رابطه  $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$  ضابطه  $f$  به صورت زیر نوشته می شود:

$$f(x) = c + a \left( \frac{1 + \cos\left(2bx + \frac{\pi}{2}\right)}{2} \right) = c + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sin(2bx)$$

چون  $T = 2\pi$  است، مقدار  $b$  برابر  $\frac{1}{2}$  به دست می آید. حالا از دو شرط  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$  و  $f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 0$  استفاده می کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = c + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = -3 \rightarrow c = -3$$

$$f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = c + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 0 \xrightarrow{c=-3} a = 4$$

پس برای محاسبه مقدار  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$  خواهیم داشت:

$$f(x) = -1 - 2 \sin x \xrightarrow{x=\frac{5\pi}{6}} f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -1 - 2 \sin \frac{5\pi}{6} = -2$$

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: متوسط

مبحث: قوانین لگاریتم

گزینه ۴ -۷

می توانیم مجموع جوابها را به دست آوریم:

$$\alpha + \beta = (\log_5^{250}) (\log_5^{50}) - (\log_5^1) (\log_5^{250})$$

$$= (3 + \log_5^2) (2 + \log_5^2) - (1 + \log_5^2) (4 + \log_5^2) = 6 + 5 \log_5^2 + (\log_5^2)^2 - 5 - 5 \log_5^2 - (\log_5^2)^2 = 2$$

حالا اگر از تغییر متغیر  $t = 2^x$  استفاده کنیم، داریم:

$$t^2 - mt + n = 0 \xrightarrow{t_1 \times t_2 = \frac{n}{1} = n} 2^\alpha \times 2^\beta = n \rightarrow n = 2^2 = 4$$

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: متوسط

مبحث: تابع نمایی

گزینه ۲ -۸

ضابطه  $g$  باید به صورت  $g(x) = (\frac{1}{3})^x$  باشد. حالا باید برد تابع  $y = 3^{\sin^2 x} - 3^{1+\tan^2 x}$  را پیدا کنیم.

$$y = 3^{\sin^2 x} - 3^{\cos^2 x} = 3^{\sin^2 x} - 3^{\cos^2 x}$$

حالا چون  $0 \leq \sin^2 x \leq 1$  است، نتیجه می گیریم  $1 \leq 3^{\sin^2 x} \leq 3$  و با تغییر متغیر  $t = 3^{\sin^2 x}$  داریم:

$$y = t - \frac{3}{t} \xrightarrow{y_3 = -\frac{3}{t}, y_1 = t} R_y = [y(1), y(3)] = [-2, 2]$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $1 - \frac{3}{1}$                $3 - \frac{3}{3}$

در نتیجه برد تابع  $y$  شامل ۲ عدد طبیعی است.

طراح: حسین شفیق زاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: توابع مثلثاتی

گزینه ۲ -۹

چون  $T = \frac{\pi}{|m|}$  و  $\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{12} = k \frac{T}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) است، داریم:

$$\frac{k\pi}{\cancel{\pi}|m|} = \frac{\cancel{\pi}}{6} \rightarrow |m| = \frac{6k}{11} \rightarrow m = \frac{12}{11}$$

مناسب است

طراح: علیرضا ناداف زاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: معادله مثلثاتی

گزینه ۱ -۱۰

می توانیم ظاهر معادله را به صورت زیر تغییر دهیم:

$$2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \sin x - 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$$

$$2 \cos x (\sin x - 1) - \sqrt{3} (\sin x - 1) = 0$$

$$(\sin x - 1)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x_2 = \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x_3 = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

پس داریم:

در نتیجه بزرگترین و کوچکترین جواب معادله  $\frac{\pi}{2}$  و  $-\frac{\pi}{6}$  و مقدار  $\alpha$  برابر  $\frac{2\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$  خواهد بود. حال می توان نوشت:

$$\tan 2\alpha = \tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: دشوار

مبحث: معادله مثلثاتی

گزینه ۲ - ۱۱

با فرض  $\cos\frac{x}{3} \neq 0$  می توانیم طرفین برابر  $\cos\frac{x}{3}$  تقسیم کنیم و به معادله زیر بنویسیم:

$$\tan\left(\frac{5}{6}x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{5}{6}x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{x}{3} \rightarrow \frac{x}{2} = k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

حالا شرط  $\cos\frac{x}{3} \neq 0$  ایجاب می کند که

$$\frac{x}{3} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq 3k\pi + \frac{3\pi}{2}$$



پایه  
علیرضا ندافزاده

پس  $x = 6k\pi - \frac{\pi}{2}$  یا  $x = 6k\pi + \frac{7\pi}{2}$  است.

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: متوسط

مبحث: قوانین و معادلات لگاریتم

گزینه ۴ - ۱۲

ابتدا دقت کنید که  $\log_3^x \times \log_5^9 = \log_3^x \times 2\log_5^3 = 2\log_5^x$  است. پس معادله به شکل:

$$2\log_5^x - 2\log_3^5 + \log_3^2 = \log_3^{27} + \log_3^2$$

بازنویسی می شود. حالا با تغییر متغیر  $t = \log_5^x$  داریم:

$$2t - \frac{2}{t} = 3 \rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \xrightarrow{\text{جواب بزرگتر}} t = 2 \rightarrow x = 5^2 = 25$$

حال  $\log_3^m + \log_3^n \geq 5$  می شود که نتیجه می دهد  $\log_3^{mn} \geq 5$  و  $mn \geq 32$ . چون برای هر دو عدد حقیقی مثبت رابطه  $\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn}$  برقرار است،  $m+n \geq 8\sqrt{2}$  خواهد بود.

طراح: علیرضا ندافزاده

درجه دشواری: ساده

مبحث: نمودار تابع لگاریتمی

گزینه ۳ - ۱۳

با توجه به نمودار داده شده می توان نوشت:

$$ax + b > 0 \rightarrow ax > -b \xrightarrow{a>} x > -\frac{b}{a}$$

$$-\frac{b}{a} = -2 \rightarrow \frac{b}{a} = 2 \rightarrow b = 2a$$

$$f(0) = \log_3^b = 3 \rightarrow b = 8 \rightarrow \boxed{a = 4}$$

پس ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \log_3(4x + 8)$  خواهد بود و داریم:

$$f^{-1}(-2) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = -2 \rightarrow \log_3(4\alpha + 8) = -2$$

$$4\alpha + 8 = \frac{1}{4} \rightarrow 4\alpha = -\frac{31}{4} \rightarrow \alpha = -\frac{31}{16}$$

۱)  $a < 0$ : از آنجا که  $f(x) = a \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + c = 2$  و  $y_{\max} = |a| + c = 3$  است، برای دو حالت  $a < 0$  و  $a > 0$  داریم:

$$\frac{a}{2} + c = 2 \rightarrow -\frac{3}{2}a = 1 \rightarrow a = -\frac{2}{3} \rightarrow c = \frac{7}{3}$$

$$-a + c = 3$$

۲)  $a > 0$ :

$$\frac{a}{2} + c = 2 \rightarrow \frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2 \rightarrow c = 1$$

$$a + c = 3$$

ولی از آنجا که مقدار  $y_{\min} = -|a| + c$  با توجه به شکل باید منفی باشد، فقط حالت دوم قابل قبول است. حالا چون  $\frac{7\pi}{6}$  سومین جواب مثبت معادله  $f(x) = 0$  است، خواهیم داشت:

$$b\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow b = -2 \rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{2+1}{-2} = -\frac{3}{2}$$

طراح: حسین شفیعزاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: تابع تنازات

۱۵- گزینه ۲

از  $f(0) = 2$  به  $\tan(b\pi) = 1$  و در نتیجه  $b\pi = -\frac{3\pi}{4}$  می‌رسیم، پس  $b = -\frac{3}{4}$ . همچنین به‌زای  $x = \frac{\pi}{4}$ ، باید کمان روبه‌روی تنازات برابر مضرب فردی از  $\frac{\pi}{4}$  باشد. بنابراین:

$$a < 0: \frac{a\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \rightarrow a = -3$$

حالا چون  $-\pi < -\frac{15}{4} < -\frac{5\pi}{4}$  است خواهیم داشت:

$$\tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) < \tan\left(-\frac{15}{4}\right) < \tan(-\pi) \rightarrow \left[\tan\left(-\frac{15}{4}\right)\right] = -1$$

طراح: علیرضا ندافزاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: معادله مثلثاتی

۱۶- گزینه ۴

چون  $\cos^2 \frac{x}{5} = 1 - \sin^2 \frac{x}{5} = \cos^2 \frac{x}{5}$  است، داریم:

$$\cos^2 \frac{x}{5} = 0 \rightarrow \frac{x}{5} = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 5k\pi + \frac{5\pi}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{5} = 1 \rightarrow \frac{x}{5} = k\pi \rightarrow x = 5k\pi$$

شش جواب مثبت ین معادله به ترتیب عبارتند از:

$$0, \frac{5\pi}{2}, 5\pi, 15\frac{\pi}{2}, 10\pi, 25\frac{\pi}{2}$$

حداکثر مقدار a

اگر  $a = \frac{\pi}{6}$  باشد،  $2x + \frac{\pi}{3} = a + \frac{\pi}{2}$  خواهد بود. پس داریم:

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) \cos a = \frac{1}{4} \rightarrow \cos^2 a = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{1}{2} \\ \cos a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}$$

جوابهای بالا روی دایره مثلثاتی رئوس یک دوزنقه متساوی الساقین هستند. هر ضلع از این دوزنقه قاعده یک مثلث متساوی الساقین است. زوایای رأسهای

این مثلثها به ترتیب برابر  $\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{12}$  هستند. در نتیجه محیط دوزنقه برابر است با:

$$4 \sin 15^\circ + 2 \sin 60^\circ + 2 \sin 30^\circ = \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 1$$



پایه  
علیرضا ندافزاده

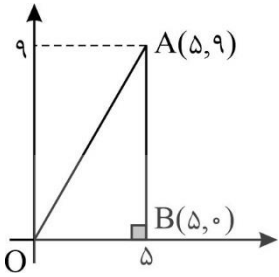


طراح: نصیر کریمی

درجه دشواری: ساده

مبحث: قضیه پیک

گزینه ۲ - ۱۸



اگر مثلث داده شده را در دستگاه مختصات رسم کنیم، روی ضلع AB، نه نقطه مرزی  $(5,1), \dots, (5,2), (5,9)$  و روی ضلع OB، شش نقطه مرزی  $(0,0), (1,0), \dots, (5,0)$  قرار دارد. اما معادله ضلع OA برابر  $y = \frac{9}{5}x$  است که فقط دو نقطه مرزی  $(0,0)$  و  $(5,9)$  روی آن قرار دارد که به ترتیب روی ضلع‌های OB و AB شمرده شده‌بودند. از سوی دیگر

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \times 5 \times 9 = \frac{45}{2}$$

پس بنا بر قضیه پیک داریم

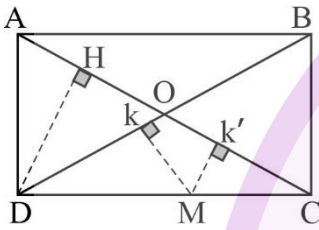
$$S_{OAB} = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow \frac{45}{2} = \frac{15}{2} + i - 1 \rightarrow i = 16$$

طراح: نصیر کریمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: کاربرد مساحت

گزینه ۲ - ۱۹



با توجه به اندازه‌های داده شده می‌توان نوشت:

$$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$$

$$\frac{1}{2} AC \times DH = 120 \rightarrow \frac{1}{2} \times 26 \times DH = 120 \rightarrow DH = \frac{120}{13}$$

حال می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده از دو ساق با ارتفاع وارد بر ساق برابر است، پس در مثلث متساوی‌الساقین

$$MK + MK' = DH = \frac{120}{13}$$

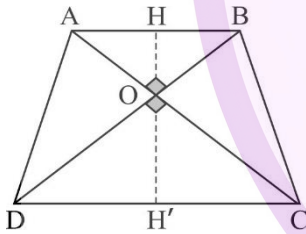
داریم: DOC

طراح: نصیر کریمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: دوزنقه

گزینه ۳ - ۲۰



با توجه به شکل مثلث‌های AOB و DOC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. پس اگر از O بر قاعده‌های دوزنقه عمود بکشیم، آن‌ها را نصف هم می‌کند. از طرفی می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است، بنابراین:

$$\begin{cases} OH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \\ OH' = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \end{cases} \Rightarrow HH' = OH + OH' = 2 + 8 = 10$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} HH'(AB + DC) = \frac{1}{2} \times 10 \times (4 + 16) = 100$$

با توجه به شکل صورت سوال، ارتفاع دو مثلث ADC و ADB برابرند و داریم:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ADB}} = \frac{DC}{AB} = \frac{12}{6} = 2$$

دو مثلث DOC و AOB متشابه هستند:

$$\frac{S_{\triangle DOC}}{S_{\triangle AOB}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = 4 \rightarrow S_{\triangle DOC} = 4S_{\triangle AOB} \quad (*)$$

همچنین با توجه به این نکته که  $S_{\triangle BOC} = S_{\triangle AOD}$  خواهیم داشت:

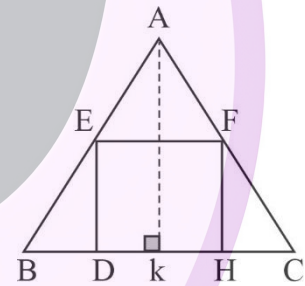
$$\begin{cases} S_{\triangle ABD} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOD} = 6 \\ S_{\triangle ACD} = S_{\triangle DOC} + S_{\triangle AOD} = 12 \end{cases} \xrightarrow{(*)} 4S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOD} = 12 \Rightarrow \begin{cases} S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} = 4 \\ S_{\triangle AOB} = 2 \\ S_{\triangle DOC} = 8 \end{cases} \Rightarrow S_{\text{هاشور خورده}} = \frac{4}{2+4+4+8} \times 100 \approx 22.2\%$$

از رأس A عمود AK را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. طبق قضیه تالس داریم:

$$\begin{cases} \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2, \frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BAK}} = \left(\frac{BE}{BA}\right)^2, \frac{S_{\triangle FCH}}{S_{\triangle ACK}} = \left(\frac{CF}{CA}\right)^2 \\ EF \parallel BC \rightarrow \frac{CF}{CA} = \frac{BE}{BA} = x \end{cases}$$

$$\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BAK}} = \frac{S_{\triangle FCH}}{S_{\triangle ACK}} = \frac{S_{\triangle BED} + S_{\triangle FCH}}{S_{\triangle BAK} + S_{\triangle ACK}} = \left(\frac{BE}{BA}\right)^2 = x^2$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BED} + S_{\triangle FCH} = x^2 \times S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle AEF} = (1-x^2)S_{\triangle ABC}$$



$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = S - \frac{y}{32} S = (x^2 + (1-x)^2) S \Rightarrow 2x^2 - 2x + \frac{y}{32} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{8} \\ x = \frac{7}{8} \end{cases}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{AE}{BE} = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1 \xrightarrow{x=\frac{1}{8}} 7 - 1 = 6$$

طراح: علیرضا فعلی

درجه دشواری: متوسط

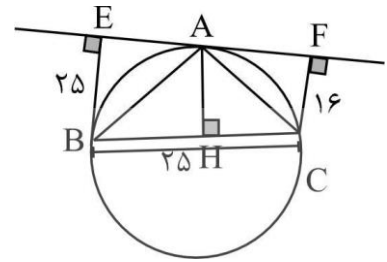
مبحث: تشابه مثلث‌ها

گزینه ۴ - ۲۳

شکل سوال مطابق زیر می‌باشد. از رأس A بر ضلع BC عمود می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم:

$$\begin{cases} EAB = ACB = \frac{AB}{2} \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle HCA \Rightarrow \frac{BE}{AH} = \frac{AB}{AC} \\ FAC = ABH = \frac{AC}{2} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CAF \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{CF} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AH} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow AH^2 = 25 \times 16 \Rightarrow AH = 20 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200$$



طراح: علیرضا فعلی

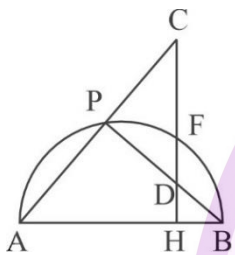
درجه دشواری: متوسط

مبحث: تشابه مثلث‌ها

گزینه ۳ - ۲۴

می‌دانیم: (\*)  $HF^2 = AH \times BH$  (زاویه محاطی رو به قطر)  $\rightarrow AFB = 90^\circ$

از طرفی چون  $AHD = 90^\circ$  و  $APB = 90^\circ$ ، در نتیجه  $PAB + PDH = 180^\circ$  و خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} PAB = 180^\circ - PDH = PDC = HDB \\ \Rightarrow \triangle HDB \sim \triangle HAC \Rightarrow \frac{HD}{HA} = \frac{HB}{HC} \Rightarrow HA \times HB = HC \times HD \\ \xrightarrow{(*)} HF^2 = HC \times HD = (2+6) \times 2 \Rightarrow HF = 4 \end{aligned}$$

طراح: علیرضا فعلی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: تشابه مثلث‌ها

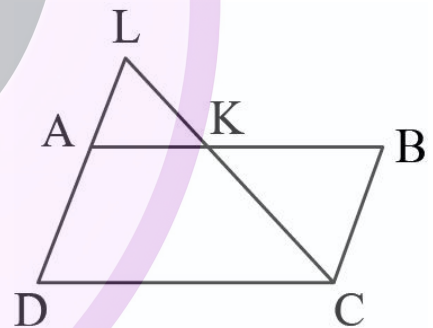
گزینه ۳ - ۲۵

$$\triangle ALK \sim \triangle BCK \Rightarrow \frac{LK}{KC} = \frac{\sqrt{S_{\triangle ALK}}}{\sqrt{S_1}} \Rightarrow \frac{LK}{LK+KC} = \frac{LK}{LC} = \frac{\sqrt{S_{\triangle ALK}}}{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_{\triangle ALK}}} \quad (1)$$

$$\triangle ALK \sim \triangle DLC \Rightarrow \frac{LK}{LC} = \frac{\sqrt{S_{\triangle ALK}}}{\sqrt{S_2}} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \sqrt{S_2} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_{\triangle ALK}} \Rightarrow S_{\triangle ALK} = (\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2 \quad (*)$$

$$S_{ABCD} = S_1 + S_2 - S_{\triangle ALK} \xrightarrow{(*)} S_{ABCD} = S_1 + S_2 - (\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2 = 2\sqrt{S_1 S_2}$$



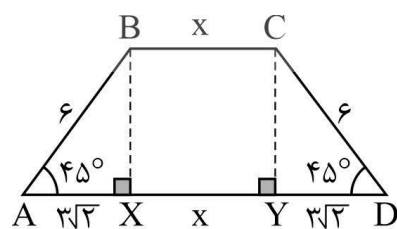
طراح: صبا مهدوی

درجه دشواری: ساده

مبحث: دوزنقه

گزینه ۱ - ۲۶

دو ارتفاع BX و CY را رسم می‌کنیم. دو مثلث ABX و CDY مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین می‌باشند و در نتیجه  $BX = CY = 3\sqrt{2}$ . پس مساحت این دو مثلث برابر  $9 = \frac{3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2}$  می‌باشد. از آن جایی که مساحت دوزنقه برابر ۳۰ می‌باشد، مساحت مستطیل BCYX برابر ۱۲ می‌باشد. پس



$$BC \times 6 = 12 \Rightarrow BC = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

و چون  $BX = 3\sqrt{2}$ ، نتیجه می‌شود که  $BX \times BC = 12$

طراح: صبا مهدوی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: خواص چند ضلعی‌ها

گزینه ۳ - ۲۷

چون  $\angle BAD = 60^\circ$ ، مثلث  $ABD$  متساوی‌الاضلاع می‌باشد و ارتفاع آن برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}BD$  می‌باشد و چون طول قطر  $AC$  دو برابر طول ارتفاع مثلث  $ABD$  می‌باشد،  $AC = \sqrt{3}BD$  می‌شود. به همین صورت نتیجه می‌شود که در لوزی  $BFDE$  داریم  $DB = \sqrt{3}EF$ .

$$S_{ABCD} = \frac{AC \times DB}{2} = \frac{\sqrt{3}DB \times DB}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}DB^2 = 24 \Rightarrow DB^2 = 16\sqrt{3}$$

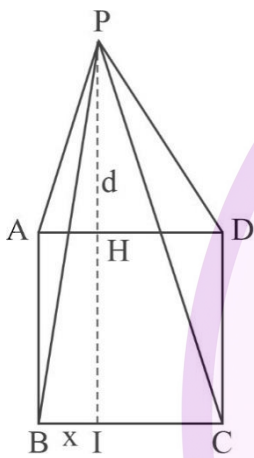
$$S_{DEBF} = \frac{EF \times DB}{2} = \frac{\frac{DB}{\sqrt{3}} \times DB}{2} = \frac{DB^2}{2\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 8$$

طراح: مهدوی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: خواص چند ضلعی‌ها

گزینه ۲ - ۲۸



فرض می‌کنیم طول ضلع مربع برابر  $l$ ،  $PH = d$  و  $BI = x$ ، در نتیجه  $BI = AH = x$ ،  $PI = L + d$  و  $IC = HD = L - x$ . حال با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه  $APH$ ،  $PBI$ ،  $PHD$  و  $PIC$  داریم:

$$x^2 + d^2 = AP^2$$

$$x^2 + (L + d)^2 = PB^2$$

$$d^2 + (L - x)^2 = PD^2$$

$$(L + d)^2 + (L - x)^2 = PC^2$$

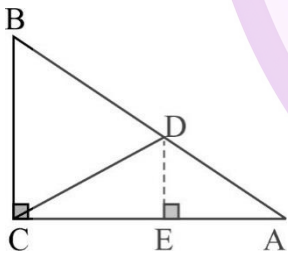
$$\Rightarrow AP^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2 \Rightarrow PD^2 = AP^2 + PC^2 - PB^2 = 24$$

طراح: مهدوی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: تشابه مثلث‌ها

گزینه ۴ - ۲۹



مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه  $25-20-15$  می‌باشد. عمود  $DE$  را بر ضلع  $AC$  رسم می‌کنیم و دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه می‌شوند. با توجه به اجزای متناظر، چون وتر مثلث  $ADE$  برابر می‌باشد، پس این مثلث، قائم‌الزاویه  $10-8-6$  است؛ پس  $DE = 6$ ،  $AE = 8$  و  $CE = AC - AE = 12$  و با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث  $EDC$  نتیجه می‌شود:  $CD = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}$ .

طراح: علیرضا شریف خطیبی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: معادله سیاله

گزینه ۳ - ۳۰

معادله سیاله‌ی مذکور در صورتی جواب دارد که  $(\Delta n + 2, \gamma n - 3) | 17$  ، بنابراین:

$$d = (\Delta n + 2, \gamma n - 3) \Rightarrow \begin{cases} d | \Delta n + 2 \xrightarrow{\times \gamma} d | 3\Delta n + 14 \\ d | \gamma n - 3 \xrightarrow{\times \Delta} d | 3\Delta n - 15 \end{cases} \Rightarrow d | 29 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 29 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

تعداد حالات نامطلوب به‌ازای  $d = 29$  را محاسبه می‌کنیم:

$$29 | \Delta n + 2 \Rightarrow \Delta n + 2 \equiv 0 \Rightarrow \Delta n \equiv -2 \equiv -60 \Rightarrow n \equiv -12 \equiv 17 \Rightarrow n = 29k + 17$$

که نتیجتاً ۳ مقدار برای  $n$  یافت ( $k \in \{0, 1, 2\}$ ) و تعداد حالات مطلوب  $n$  برابر  $87 = 90 - 3$  می‌شود.

طراح: علیرضا شریف خطیبی

درجه دشواری: ساده

مبحث: تقویم‌نگاری

گزینه ۳ - ۳۱

ابتدا تعداد روزهای باقی‌مانده تا ۲۹م اسفند را پیدا می‌کنیم:

$$(31 - 15) + 5 \times 30 + 29 = 195$$

حال از آنجا که طبق فرض سوال امروز شنبه و  $195 \equiv 6$  است، در نتیجه ۲۹م اسفند روز جمعه خواهد بود. اگر ۴ روز به قبل برگردیم، روز ۲۵م اسفند آخرین دوشنبه‌ی سال می‌شود.

طراح: محمد پیشنهاد

درجه دشواری: ساده

مبحث: خواص هم‌نهستی

گزینه ۱ - ۳۲

طبق فرض داریم:

$$5^{12} \equiv 37x \Rightarrow -24x \equiv (\Delta^2)^4 \equiv 3^4 \equiv 20 \Rightarrow 6x \equiv -5 \equiv -66 \Rightarrow x \equiv -11 \Rightarrow x = 61k - 11$$

(کمترین مقدار سه رقمی  $x$ )  $k = 2 \Rightarrow x = 61 \times 2 - 11 = 111$

طراح: محمد پیشنهاد

درجه دشواری: متوسط

مبحث: خواص هم‌نهستی

گزینه ۱ - ۳۳

طبق فرض داریم:

$$abca \equiv 87 \Rightarrow 1010a + 100b + 10c \equiv 87 \xrightarrow{1000 \equiv -1} 1010a + 10c \equiv 87$$

از طرفی چون  $c$  و  $b$  رقم هستند پس:

$$0 \leq b, c \leq 9 \Rightarrow -9 \leq 10c - b \leq 90$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10c - b = -4 \Rightarrow c = 0, b = 4 \\ 10c - b = 87 \Rightarrow c = 9, b = 3 \end{cases}$$

پس در کل برای  $b$  و  $c$  دو حالت داریم و  $a$  می‌تواند هر رقم دلخواهی باشد (۹ حالت).

$$n = 18 \Rightarrow 18 \equiv 1$$

لذا در کل  $9 \times 2 = 18$  عدد به فرم مطلوب موجود است و خواهیم داشت:

طراح: رسول حاجی‌زاده

درجه دشواری: ساده

مبحث: انتخاب

گزینه ۲ - ۳۴

$$\binom{10}{4} - \left( \binom{5}{4} + \binom{5}{4} \right) = 210 - 5 - 5 = 200$$

تعداد حالاتی که افراد تنها از یک ردیف انتخاب شده‌اند

تعداد کل حالات

طراح: رسول حاجی‌زاده

درجه دشواری: ساده

مبحث: انتخاب

گزینه ۴ -۳۵

$$\left. \begin{aligned} m &= \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{3} = 20 \\ n &= \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2}}{3!} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3m + n = 75$$

طراح: رسول حاجی‌زاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: جایگشت

گزینه ۲ -۳۶

فقط در یکی از دو سمت ۷، تعداد حروف از تعداد ارقام بیشتر است. زیرا اگر قرار بود در هر دو سمت این اتفاق بیفتد، اختلاف تعداد ارقام باید حداقل ۲ واحد می‌بود و اگر قرار بود در هیچ سمتی این اتفاق نیفتد، تعداد ارقام و حروف باید برابر می‌بود. به خاطر تقارن در مسئله، در نصف کل جایگشت‌ها این اتفاق در سمت چپ ۷ رخ می‌دهد. بنابراین:

$$\frac{6!}{2} = 360 \Rightarrow \frac{m}{40} = 9 \Rightarrow \left(\frac{m}{40}\right)^{10} \equiv 9$$

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: دشوار

مبحث: معادله هم‌نهشتی

گزینه ۱ -۳۷

با استفاده از اطلاعات داده شده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 4a \equiv 11 \pmod{m} &\rightarrow 12a \equiv 33 \pmod{m} \\ &\rightarrow 33 \equiv 28 \pmod{m} \xrightarrow{m \neq 1} m = 5 \\ 3a \equiv 7 \pmod{m} &\rightarrow 12a \equiv 28 \pmod{m} \end{aligned}$$

حالا اگر معادله  $(7n^2 + 4)x \equiv 3 \pmod{m}$  بخواهد جواب داشته باشد،  $n$  باید فرد باشد و چون برای هر  $n$  فرد  $n^2 \equiv 1 \pmod{m}$  است، داریم:

$$11x \equiv 3 \pmod{m} \rightarrow 3x \equiv 3 \pmod{m} \rightarrow x \equiv 1 \pmod{m} \rightarrow x = 8k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$X = \underset{-}{9} \underset{+}{9} \underset{+}{9} \underset{+}{3} \equiv -6 \equiv 5$$

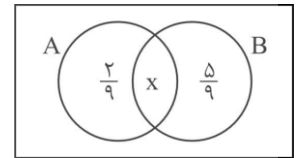
طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: متوسط

مبحث: مبانی احتمال

گزینه ۳ -۳۸

با توجه به نمودار ون زیر می‌توان نوشت:



$$\frac{P(A')}{P(B')} = \frac{1 - P(A)}{1 - P(B)} = \frac{1 - \left(\frac{2}{9} - x\right)}{1 - \left(\frac{5}{9} + x\right)} = \frac{\frac{7}{9} - x}{\frac{4}{9} - x} = \frac{-9x + 7}{-9x + 4} = 1 + \frac{3}{-9x + 4}$$

بیشترین مقدار  $X$  برابر  $\frac{2}{9}$  است. با افزایش  $X$ ، نسبت داده شده نیز بزرگ‌تر می‌شود، بنابراین:

$$\frac{P(A')}{P(B')} \leq \frac{-9\left(\frac{2}{9}\right) + 7}{-9\left(\frac{2}{9}\right) + 4} = 2/5$$

طراح: نیما مهندس

درجه دشواری: ساده

مبحث: احتمال غیر هم‌شانس

گزینه ۳ -۳۹

ما با دو فرض  $P(x) + P(y) + P(z) + P(t) = 1$  و  $P(x) = 3P(y) = 9P(z) = 27P(t)$  روبه‌رو هستیم. از کنار هم قرار دادن این دو شرط به

$$\frac{P(x) + P(t)}{2} = \frac{7}{20} \text{ می‌رسیم و داریم: } P(t) = \underbrace{\frac{1}{40}}_{\text{Min}} \text{ و } P(x) = \underbrace{\frac{27}{40}}_{\text{Max}}$$

طراح: رسول حاجی‌زاده

درجه دشواری: متوسط

مبحث: خواص هم‌نهشتی

گزینه ۴ -۴۰

معادله داده‌شده به صورت  $(a-1)(a-2) \equiv 0 \pmod{6}$  نوشته می‌شود. واضح است که فقط اگر  $a$  مضرب ۳ باشد معادله برقرار نیست. بنابراین ۶۰ مقدار دو رقمی قابل قبول برای  $a$  وجود دارد. دقت کنید حاصل ضرب دو عدد متوالی همواره بر ۲ بخش پذیر است.



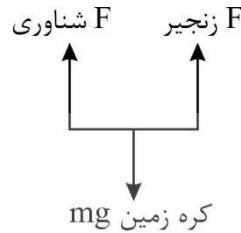
طراح: علی گندمی

درجه دشواری: ساده

مبحث: موضوع قوانین نیوتون

گزینه ۳ - ۴۱

ابتدا باید بررسی کنیم که به لوستر چه نیروهایی وارد می شود.



حالا به بررسی عکس العمل این نیروها می پردازیم:

کنش (عمل) واکنش (عکس العمل)

- F زنجر (از طرف زنجر به لوستر) ← (از طرف لوستر به زنجر)
- F شناوری (از طرف هوا به لوستر) ← (از طرف لوستر به هوا)
- mg (از طرف زمین به لوستر) ← (از طرف لوستر به زمین)

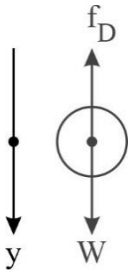
طراح: علی گندمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی مقاومت هوا

گزینه ۲ - ۴۲

برای به دست آوردن شتاب سقوط از قانون دوم نیوتون استفاده می کنیم.



$$F_{net} = W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m}$$

با داشتن شتاب و با استفاده از رابطه مستقل از زمان سرعت برخورد گلوله را به دست می آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta X \Rightarrow v^2 - 0 = 2\left(g - \frac{f_D}{m}\right)h \rightarrow v = \sqrt{2\left(g - \frac{f_D}{m}\right)h}$$

طراح: علی گندمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی عمود تکیه گاه

گزینه ۳ - ۴۳

از آنجا که حرکت آسانسور تندشونده رو به پایین است داریم:

$$F_N = m(g - a) = ۸۰(۱۰ - ۲) = ۶۴۰ \text{ N}$$

و همچنین عکس العمل نیرویی که شخص به میز وارد می کند نیز به سمت بالا خواهد بود پس باید از عدد بالا کم شود.

$$۶۴۰ - ۲۰ = ۶۲۰ \text{ N}$$

$$۸۰۰ - ۶۲۰ = ۱۸۰ \text{ N}$$

تفاوت این عدد با نیروی وزن نتیجه مورد نظر سوال می باشد.

طراح: علی گندمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی اصطکاک

گزینه ۲ - ۴۴

باید نیروی F را در حالت آستانه حرکت رو به بالا و پایین در نظر بگیریم.

آستانه حرکت رو به پایین

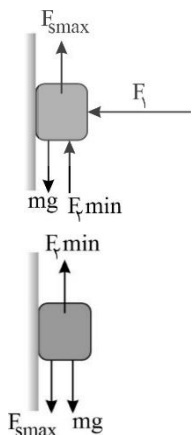
$$mg = F_{v \min} + F_{s \max} \quad (I)$$

$$mg = F_{v \min} - F_{s \max} \quad (II)$$

$$F_{v \max} - F_{v \min} = 2F_{s \max} = ۵۰ \text{ N}$$

آستانه حرکت رو به پایین

از I و II داریم

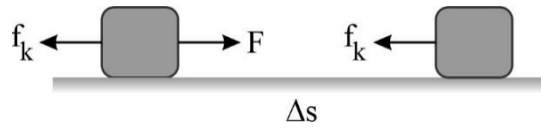


طراح: علی گندمی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی اصطکاک

۴۵- گزینه ۴

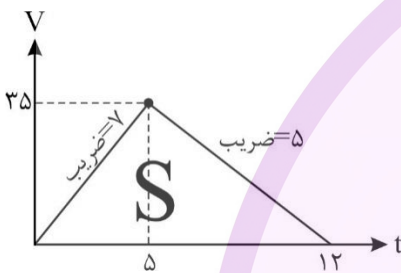


همانطور که در شکل مشخص شده بر جسم در ۵ ثانیه اول ۲ نیرو و در ادامه حرکت، پس از قطع نیروی  $F$  فقط نیروی اصطکاک وارد می شود. ابتدا شتاب دو قسمت را حساب می کنیم. بنابراین:

$$a_1 = \frac{f - f_k}{m} = \frac{14}{2} = 7 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = -\frac{f_k}{m} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 10$$



سپس با کشیدن نمودار  $v-t$  و محاسبه مساحت زیر سطح آن جابجایی متحرک را محاسبه می کنیم.

$$\Rightarrow S = \frac{35 \times 12}{2} = 210 \text{ m}$$

پایه

طراح: پوریا دیار کجوری

درجه دشواری: متوسط

مبحث: کشش ریسمان

۴۶- گزینه ۱

$$T - mg = ma \Rightarrow 180 - 100 = 10a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 8 \times \Delta t^2 = 3s$$

طراح: ابولفضل علی دوست

درجه دشواری: متوسط

مبحث: ترمودینامیک

۴۷- گزینه ۳

انرژی درونی گاز با دمای مطلق گاز متناسب است.

$$U \propto T \propto P \times V$$

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{4 \times 3}{1 \times 1/5} = 8$$

$$U_B - U_A = 1575 \rightarrow 8U_A - U_A = 1575 \rightarrow U_A = 225 \text{ J}, U_B = 1800 \text{ J}$$

در فرایند هم حجم BC گرما با تغییرات انرژی درونی برابر است.

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} = -600 \text{ J} \rightarrow U_C = U_B - 600 = 1200 \text{ J}$$

$$\frac{U_C}{U_B} = \frac{T_C}{T_B} = \frac{P_C V_C}{P_B V_B} \xrightarrow{V_B=V_C} \frac{1200}{1800} = \frac{P_C}{3} \rightarrow P_C = 2 \text{ atm}$$

طراح: نوید شاهی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی اصطکاک

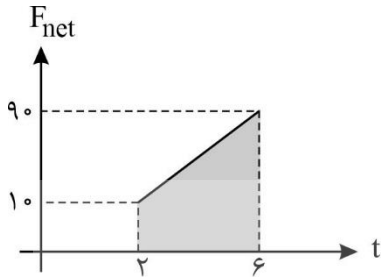
۴۸- گزینه ۱

ابتدا لحظه ای که جسم شروع به حرکت می کند را حساب می کنیم در این لحظه داریم:

$$F = f_{s \max} \xrightarrow{f_{s \max} = mg \mu_s} F = mg \mu_s \rightarrow 20t = 5 \times 10 \times 0.8 \rightarrow t = 2s$$

از لحظه  $t = 2s$  به بعد، جسم در حال حرکت و نیروی اصطکاک وارد بر آن، از نوع جنبشی برابر است با:

$$f_k = F_N \cdot \mu_k = m g \mu_k = 5 \times 10 \times 0.6 = 30 \text{ N}$$



$$F_{\text{net}} = F - f_k = 20t - 30$$

برای محاسبه تکانه جسم در لحظه  $t = 6$  نمودار نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان را رسم کرده و مساحت زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta P = \frac{10 + 90}{2} \times 4 = 200 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \xrightarrow{P_1=0} P_2 = 200 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

در نتیجه نیروی خالص وارد بر سیم برابر است با:

طراح: نوید شاهی

درجه دشواری: ساده

مبحث: نیروی فنر

۴۹- گزینه ۳

شیب نمودار داده شده، برابر ثابت فنر است. پس:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{2}{6}} = \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$



(منظور از  $m$  شیب نمودار داده شده است.)  
حالا در حالت تعادل داریم:

$$kx = mg \rightarrow \frac{k_A}{k_B} \times \frac{x_A}{x_B} = \frac{m_A}{m_B} \rightarrow \frac{10}{3} \times \frac{x_A}{x_B} = \frac{m}{3m} \rightarrow \frac{x_A}{x_B} = \frac{1}{10}$$

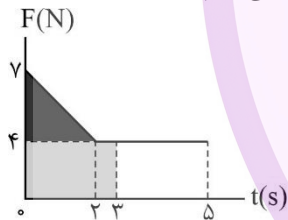
طراح: نوید شاهی

درجه دشواری: ساده

مبحث: تکانه

۵۰- گزینه ۲

در لحظه  $t = 3$  s سرعت و در نتیجه تکانه جسم برابر صفر شده است. تغییر تکانه جسم در بازه زمانی صفر تا  $t = 3$  s را حساب می‌کنیم:



$$\Delta P = \text{مساحت ناحیه رنگی} = (4 \times 3) + \left( \frac{2 \times 3}{2} \right) = 15 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$P_2 - P_1 = 15 \rightarrow P_2 = -15 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

طراح: نوید شاهی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: گرانش

۵۱- گزینه ۴

شتاب گرانش و در نتیجه وزن ماهواره با مربع فاصله آن از مرکز زمین، نسبت وارون دارد. بنابراین:

$$\frac{g_2}{g_1} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \left( \frac{6400 + 1600}{6400 + 3600} \right)^2 = \left( \frac{8}{10} \right)^2 = \frac{64}{100} \rightarrow 36 \text{ درصد کاهش می‌یابد.}$$

طراح: نوید شاهی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: توان

۵۲- گزینه ۲

حداقل توان خودرو مربوط به حالتی است که نیروهای تلف‌کننده حضور نداشته باشند. در این شرایط داریم:

$$W_t = \Delta k \rightarrow W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow[V_2=25 \frac{\text{m}}{\text{s}}]{V_1=15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} \times 1500 \times (625 - 225) = 750 \times 400$$

$$P_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{750 \times 400}{4} = 750 \times 100 \text{ W} = 10 \cdot \text{hP}$$

۵۳- گزینه ۱

مبحث: کار و انرژی

درجه دشواری: ساده

طراح: محمدرضا حیدری

$$W_{\text{اصطکاک}} = W_{\text{رفت و برگشت}}$$

$$E_2 - E_1 = W_{\text{اصطکاک}} \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mV^2 = W_{\text{اصطکاک}}$$

$$W_{\text{اصطکاک}} = 4 \times 10 \times 8 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = -40 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{اصطکاک رفت و برگشت}} = 2 \times (-40) = -80 \text{ J}$$

۵۴- گزینه ۴

مبحث: کار و انرژی

درجه دشواری: ساده

طراح: محمدرضا حیدری

$$E_2 - E_1 = W_{\text{هوا}} \Rightarrow \Delta E = W_{\text{هوا}} \Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_{\text{هوا}}$$

$$W_{\text{هوا}} = -80 + 50 = -30 \text{ J}$$

$$-30 = F_d \times 12 \times \cos 180 \Rightarrow F_d = \frac{30}{12} = 2.5 \text{ N}$$

۵۵- گزینه ۴

مبحث: ترمودینامیک

درجه دشواری: ساده

طراح: محمدرضا حیدری

$$\Delta U_T = 0 \Rightarrow \Delta U + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} W_{AB} + Q_{BC} &= 0 \\ Q_{BC} &= -3000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{AB} = -Q_{BC} = 3000 \text{ J}$$

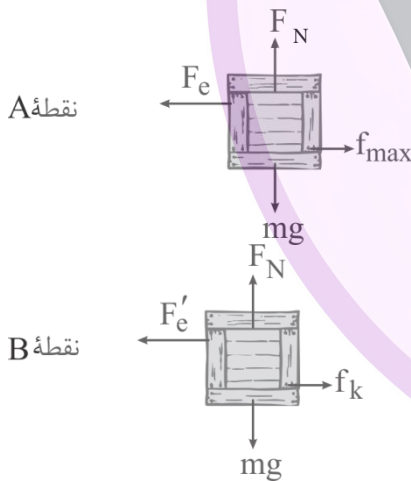
۵۶- گزینه ۳

مبحث: نیروی اصطکاک دینامیک

درجه دشواری: دشوار

طراح: ابوالفضل علیدوست

نیروهای وارد بر وزنه در نقاط A و B را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را در هر وضعیت می‌نویسیم.



$$F_e = f_{s \max} \rightarrow k \times 10 = \mu_s mg \quad (I)$$

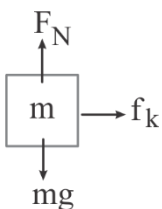
$$\left. \begin{aligned} F_e' - f_k &= ma \rightarrow k \times 18 - \mu_k mg = m \times 6 \\ k \times 18 &= \mu_k mg + m \times 6 \end{aligned} \right\} (II)$$

معادلات ۱ و ۲ را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{k \times 10}{k \times 18} = \frac{\mu_s mg}{\mu_k mg + m \times 6} \rightarrow \frac{5}{9} = \frac{0.5 \times 10}{\mu_k \times 10 + 6} \rightarrow \mu_k \times 10 + 6 = 9$$

$$\mu_k = 0.3$$

در نقطه O تنها نیروی افقی وارد بر وزنه اصطکاک جنبشی است.



$$f_k = ma \rightarrow \mu_k mg = ma$$

$$a = 0.3 \times 10 = 3 \frac{m}{s^2}$$

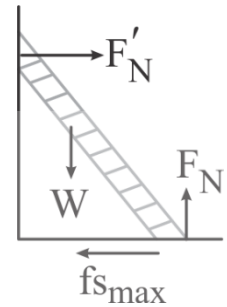
طراح: ابوالفضل علیدوست

درجه دشواری: متوسط

مبحث: نیروی اصطکاک دینامیک

۵۷- گزینه ۴

به نردبان حداقل ۴ نیرو مطابق شکل وارد می شود.



$$W = 240 \text{ N}, R = 260 \text{ N}, f_{s \max} = \mu_s F_N = \frac{5}{12} F_N$$

$$R^2 = F_N^2 + f_{s \max}^2 \rightarrow 260^2 = F_N^2 \left( 1 + \frac{25}{144} \right)$$

$$260^2 = F_N^2 \times \frac{169}{144} \rightarrow F_N = \frac{260 \times 12}{13} = 240 \text{ N}$$

از آنجا که وزن نردبان با نیروی عمودی تکیه گاه سطح افقی برابر است ( $W = F_N = 240 \text{ N}$ ) بنابراین نیروی اصطکاک بین دیوار قائم و نردبان وجود ندارد.

طراح: سارا دانایی فر

درجه دشواری: متوسط

مبحث: گاز کامل

۵۸- گزینه ۲

گام اول: ابتدا انرژی درونی اولیه گاز را محاسبه می کنیم. چون گاز خیلی سریع متراکم شده، فرایند طی شده بی دررو است و داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W > 0} \Delta U = U_2 - U_1 \rightarrow 600 - U_1 = +150 \Rightarrow U_1 = 450 \text{ J}$$

گام دوم: می دانیم انرژی درونی گاز کامل تنها تابع دمای مطلق گاز است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{T = 300 \text{ K}} \frac{600}{450} = \frac{\theta_2 + 273}{27 + 273}$$

$$\Rightarrow \theta_2 + 273 = 400 \Rightarrow \theta_2 = 127^\circ \text{ C}$$

طراح: پوریا دیارکجوری

درجه دشواری: ساده

مبحث: تغییرات انرژی درونی

۵۹- گزینه ۴

در فرایند هم دما، به دلیل ثابت بودن دما، انرژی درونی ثابت است و در فرایند بی دررو تغییرات انرژی درونی با کار مبادله شده برابر است.

طراح: سارا دانایی فر

درجه دشواری: متوسط

مبحث: حرکت دایره ای

۶۰- گزینه ۲

گام اول: ابتدا دوره تناوب حرکت را محاسبه می کنیم؛ متحرک در هر دور، مسافتی به اندازه محیط دایره را می پیماید:

زمان	T	60 s
مسافت	2πr	600 m

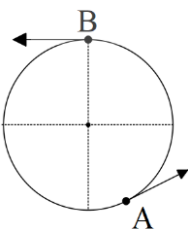
$$\Rightarrow T = \frac{60 \times 2 \times \pi \times 5}{600} = \pi \text{ s}$$

گام دوم: تندی حرکت متحرک را محاسبه می کنیم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v = \frac{2 \times \pi \times 5}{\pi} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام سوم: سرعت در هر لحظه بر مسیر حرکت مماس است؛ بنابراین بردار سرعت در نقاط A و B را رسم می کنیم:

از طرفی تندی متحرک در حرکت یکنواخت دایره ای ثابت است و در هر نقطه از مسیر برابر با  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.



$$v_A = 10 \frac{m}{s} \rightarrow \sqrt{6^2 + \alpha^2} = 10 \Rightarrow |\alpha| = 8 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = +8$$

$$v_B = 10 \frac{m}{s} \rightarrow \vec{v}_B = -10 \vec{i}$$

طراح: سارا دانایی‌فر

درجه دشواری: متوسط

مبحث: ماهواره

۶۱- گزینه ۳

در گردش ماهواره به دور زمین، نیروی مرکزگرا همان نیروی وزن ماهواره است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{GmM_e}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \quad (1)$$

از طرفی رابطه شتاب گرانشی در سطح زمین، داریم:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = gR_e^2 \quad (2)$$

از ترکیب روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$v = \sqrt{\frac{gR_e^2}{r}}$$

حال انرژی جنبشی ماهواره را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \frac{gR_e^2}{r} \quad \begin{matrix} r=R_e+h \\ h=0.5R_e \end{matrix} \rightarrow K = \frac{1}{2}mg \frac{R_e^2}{1.5R_e}$$

$$\begin{matrix} m=30 \cdot Kg, g=10 \frac{m}{s^2} \\ R_e=6400 \times 10^3 m \end{matrix} \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 300 \times 10 \times \frac{6400 \times 10^3}{1.5} = 6.4 \times 10^9 J \xrightarrow{\div 10^6} K = 6.4 \times 10^3 MJ$$

طراح: پوریا دیارکجوری

درجه دشواری: دشوار

مبحث: پایستگی انرژی

۶۲- گزینه ۱

با توجه به اینکه نیروی اتلافی نداریم، انرژی مکانیکی گلوله پایسته است؛ بنابراین رابطه پایستگی انرژی را بین دو نقطه A و B می‌نویسیم. (سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.)

$$E_A = E_B \Rightarrow U_e + K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$U_e = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

ارتفاع نقطه B را نسبت به سطح زمین محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} h_B = R + x \\ x = R \sin 37^\circ \end{cases} \Rightarrow h_B = R(1 + 0.6) = 20 + 10 = 30m$$

حال داریم:

$$U_e = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 12^2 + 0.2 \times 10 \times 30 = 78.4 J$$

طراح: مصطفی واثقی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: کار نیروی مقاومت هوا

گزینه ۱ - ۶۳

$$W_{\text{هوا}} = -\frac{K}{45} = \frac{\frac{1}{2} \times 200 \times (30)^2}{45} = -2000 \text{ J}$$

در پرش موتورسوار کار وزن با کار مقاومت هوا دخیل هستند:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{هوا}} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow -2000 \times 10 \times h - 2000 = \frac{1}{2} \times 200 \times (25^2 - 30^2) \rightarrow h = 12/75 \text{ m}$$

طراح: مصطفی واثقی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: توان و بازده

گزینه ۴ - ۶۴

$$m = \rho V = 1000 \times 3 = 3000 \text{ kg}$$

-mgh

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_{\text{پمپ}} - (3000 \times 10 \times (14 + 10)) = \frac{1}{2} (3000) (10^2 - 0)$$

$$W_{\text{پمپ}} = 870000 \text{ J} \rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{870000}{60} = 14500 \text{ W} = 14.5 \text{ kW}$$

$$\text{بازده (درصد)} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{14.5}{20} \times 100 = 72.5$$

طراح: علیرضا گونه

درجه دشواری: متوسط

مبحث: قضیه کار انرژی جنبشی

گزینه ۲ - ۶۵

ابتدا اندازه جابه‌جایی جسم را به دست می‌آوریم.

$$d = \sqrt{45^2 + 10.8^2} = \sqrt{(5 \times 9)^2 + (12 \times 9)^2} = \sqrt{9^2 (5^2 + 12^2)} = 17 \text{ m}$$

حالا با کمک قضیه کار انرژی جنبشی، زاویه بین نیروی وارد بر جسم و جابه‌جایی آن ( $\theta$ ) را پیدا می‌کنیم.

$$W_t = \Delta k \xrightarrow{W_t = E_F = Fd \cos \theta} Fd \cos \theta = \Delta k \xrightarrow{\frac{F=8 \text{ N}, d=17 \text{ m}}{\Delta K=468 \text{ J}}} 8 \times 17 \cos \theta = 468 \rightarrow \cos \theta = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

۶۶- گزینه ۳ مبحث: فصل ۱ شیمی دهم (صفحات ۳۵ و ۳۴) درجه دشواری: ساده طراح: سید صمد صفوی

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) درست: در اتم Fe سطح انرژی  $4s^2$  از  $3d^6$  بالاتر است.  
 (۲) درست: بر اساس قاعده آفا پس از زیرلایه  $5p$  الکترون وارد زیرلایه  $6s$  می‌شود.  
 (۳) نادرست: در ۴ دوره اول ۱۶ عنصر از ۱ تا ۱۰ الکترون در زیر لایه  $d$  دارند.  
 (۴) درست: اولین عنصری که در آن الکترون وارد زیرلایه  $4f$  می‌شود در دوره ۶ جدول تناوبی است.

۶۷- گزینه ۴ مبحث: فصل ۱ شیمی دهم و دوازدهم درجه دشواری: ساده طراح: سید صمد صفوی

عبارت‌های آ و پ نادرست بیان شده‌اند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

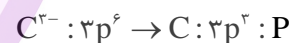
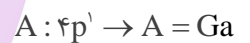
- (آ) دامنه تغییر عدد اکسایش L (اکسیژن) از  $-2$  تا  $+2$  می‌باشد ولی دامنه تغییر عدد اکسایش سایر عناصر این دوره از  $-2$  تا  $+6$  می‌باشد.  
 (پ) تنها دو عنصر L و M با تشکیل یون پایدار به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود تبدیل می‌شوند.

۶۸- گزینه ۳ مبحث: فصل ۱ شیمی دوازدهم (صفحات ۳۷ تا ۴۱) درجه دشواری: متوسط طراح: سید صمد صفوی

به جز  $MnO_4^-$  نامگذاری همه ترکیب‌ها نادرست است شکل صحیح جدول به صورت زیر می‌باشد.

نام فرمول	گوگرد تترا فلئورید	کربن دی‌سولفید	تیتانیوم (IV) اکسید	پتاسیم فسفید
	$SF_4$	$CS_2$	$TiO_2$	$K_3P$

۶۹- گزینه ۳ مبحث: فصل ۱ شیمی دهم (صفحات ۳۰ تا ۳۴) درجه دشواری: متوسط طراح: سید صمد صفوی



بررسی گزینه‌ها:

- (۱) کلرید Ga به شکل  $GaCl_3$  است.  
 (۲) فسفر می‌تواند عدد اکسایش‌های  $-3$  تا  $+5$  داشته باشد.  
 (۳) درست - مس هم یون  $1+$  ایجاد می‌کند هم یون  $2+$   
 (۴) کبالت ۹ الکترون ظرفیت دارد و هالوژن‌ها ۷ الکترون ظرفیت دارند.

۷۰- گزینه ۱ مبحث: فصل ۱ شیمی دهم (صفحات ۲۴ تا ۳۰) درجه دشواری: متوسط طراح: حسن ایزدی

بررسی عبارت‌های نادرست:

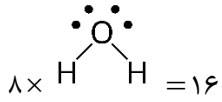
- (پ) الکترون در برخی قسمت‌های لایه، با احتمال بیشتری حضور دارد.  
 (ت) انرژی همانند ماده در نگاه ماکروسکوپی پیوسته ولی در نگاه میکروسکوپی گسسته است.



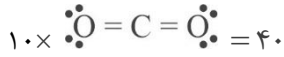


۷۶- گزینه ۴ مبحث: فصل ۲ شیمی دهم (صفحات ۴۰ تا ۴۲) درجه دشواری: دشوار طراح: محمدرضا زهره‌وند

ضرایب موازنه ← ۵-۲-۶-۲-۸-۱۰



$$\Rightarrow 16 + 40 = 56$$

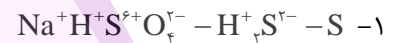


۷۷- گزینه ۳ مبحث: فصل ۲ شیمی دهم (صفحات ۴۶ تا ۴۹) درجه دشواری: ساده طراح: مسعود خوش طینت

کاهندگی بیشتر =  $E^\circ$  کمتر

کاتیون فلزات را دچار کاهش می‌کند و به اتم خنثی تبدیل می‌کند.

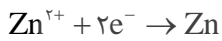
۷۸- گزینه ۳ مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم درجه دشواری: ساده طراح: مسعود خوش طینت



Cl در  $\text{HClO} + 1$  است در حالی که پایین‌ترین عدد اکسایش آن -۱ است.

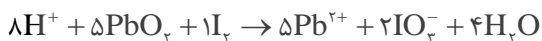
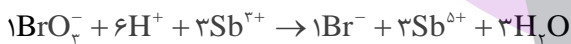
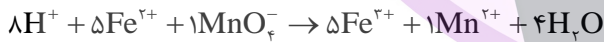
۷۹- گزینه ۳ مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم (صفحات ۳۹ تا ۴۹) درجه دشواری: ساده طراح: حسن ایزدی

کاتد سلول موردنظر، نیم‌سلول روی است:



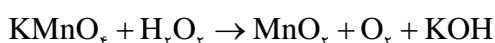
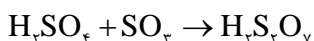
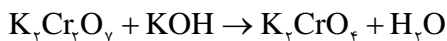
$$\frac{0.6 \text{ mole } e^-}{2} = \frac{x \text{ g Zn}}{65 \times 1} \Rightarrow x = 65 \times 0.3 = 19.5$$

۸۰- گزینه ۴ مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم (صفحات ۴۲ تا ۴۵) درجه دشواری: متوسط طراح: مسعود خوش طینت



۸۱- گزینه ۱ مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم درجه دشواری: متوسط طراح: مسعود خوش طینت

تنها واکنش (ت) اکسایش - کاهش است.



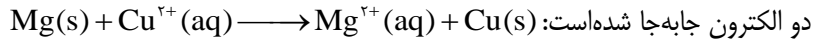
طراح: حسن ایزدی

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم

۸۲- گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



$$\Delta m = 64 - 24 = 40$$

$$\frac{1/80.6 \times 10^{23} e^-}{6/0.2 \times 10^{23} \times 2} = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 6 \text{ g}$$

طراح: حسن ایزدی

درجه دشواری: ساده

مبحث: فصل ۲ شیمی دوازدهم

۸۳- گزینه ۳

عدد اکسایش S در  $\text{Na}_2\text{SO}_3$  برابر ۴+ و کروم در  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  برابر ۶+ است.

طراح: تیم فارغ التحصیلان

درجه دشواری: متوسط

مبحث: سلول گالوانی

۸۴- گزینه ۱

با استفاده از اطلاعات مسئله می توان نوشت:

$$960 \text{ s} \times \frac{10 \text{ c}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mole}}{96000 \text{ c}} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mole}} \times \frac{65 \text{ g}}{1 \text{ mol Zn}} = 3.25 \text{ g Zn}$$

طراح: حسن ایزدی

درجه دشواری: ساده

مبحث: فصل ۲ شیمی دهم

۸۵- گزینه ۴

۱-۶-۱۰-۱۲-۴ → ضرایب