۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{۳\sin x}{\cos x}=۲$$

$$\frac{cos^{۲}x-۳sin^{۲}x}{\sin x\cos x}=۲$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۱+\cos ۲x}{۲}-۳\times\frac{۱-\cos ۲x}{۲}}{\frac{۱}{۲}\sin ۲x}=۲\Rightarrow\frac{۱+\cos ۲x-۳+۳\cos ۲x}{\sin ۲x}=۲$$

$$\Rightarrow -۲\cos ۲x+\sin ۲x=-۱$$

۲- پاسخ: گزینه ۲

$$(۱-۲a)^{۲}+a^{۲}=۱\Rightarrow ۵a^{۲}-۴a=۰\Rightarrow a=\frac{۴}{۵}\Rightarrow A=\left(-\frac{۳}{۵}\text{ و }\frac{۴}{۵}\right)\Rightarrow \sin\alpha=\frac{۳}{۵}$$

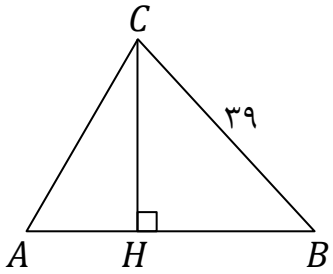
$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{۴}{۵}$$

$$x_B=-\sin ۲\alpha=-۲\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۲۴}{-۲۵}=-۰/۹۶$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\tan B=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow\cos B=\frac{۱۲}{۱۳}=\frac{BH}{۳۹}\Rightarrow BH=۳۶\Rightarrow CH=۱۵$$

$$\tan A=۲=\frac{۱۵}{AH}\Rightarrow AH=\frac{۱۵}{۲}\Rightarrow AB=۳۶+۷/۵=۴۳/۵$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=۴ \Rightarrow ۱-\cos x=۴+۴\cos x \Rightarrow \cos x=-\frac{۳}{۵} \Rightarrow ۲\cos^{۲}\frac{x}{۲}-۱=\frac{-۳}{۵}$$

$$\cos\frac{x}{۲} \Rightarrow -\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

چون $\frac{۳\pi}{۲}<x<\pi$ پس $\frac{۳\pi}{۴}<\frac{x}{۲}<\frac{\pi}{۲}$ و در نتیجه $\cos\frac{x}{۲}$ منفی است.

$$\cos\frac{x}{۲}=-\frac{۱}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \sin\frac{x}{۲}=\frac{۲}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \cot\frac{x}{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

راه دوم:

$$\frac{۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}}{۲\cos^{۲}\frac{x}{۲}}=۴ \Rightarrow \tan\frac{x}{۲}=-۲ \Rightarrow \cot\frac{x}{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

دقت کنید که $\frac{۳\pi}{۴}<\frac{x}{۲}<\frac{\pi}{۲}$ است.

۵- پاسخ: گزینه ۳ آزمون وی ای پی

$$\frac{-۲\sin\alpha-\cos\alpha}{۳\cos\alpha-\sin\alpha}=-۵ \Rightarrow -۲\sin\alpha-\cos\alpha=-۱۵\cos\alpha+۵\sin\alpha$$

$$\Rightarrow -۷\sin\alpha=-۱۴\cos\alpha \Rightarrow \tan\alpha=۲$$

$$\sin ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^{۲}\alpha}=\frac{۴}{۱+۴}=۰/۸$$

۶- پاسخ: گزینه ۱

$$\sin x\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-\cos x\times\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \sqrt{۳}\sin x-\cos x=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

از طرفی با فرض $x-\frac{\pi}{۶}=\alpha$ داریم:

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\sin\left(۲x+\frac{\pi}{۶}\right)=\sin\left(۲\alpha+\frac{\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}\right)=\cos ۲\alpha=۱-۲\sin^{۲}\alpha=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow P=-\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}-\sqrt{۳}\left(\frac{۱}{۳}\right)=-\sqrt{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷- پاسخ: گزینه ۲

$$۴\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}=۲\,cos^{۲}\frac{x}{۲}\Rightarrow\tan\frac{x}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$\tan x=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-tan^{۲}\frac{x}{۲}}=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\tan ۲x=\frac{\frac{۸}{۳}}{۱-\frac{۱۶}{۹}}=\frac{-۲۴}{۷}$$

۸- پاسخ: گزینه ۴

$$P=(\cot ۱۵^\circ-\tan ۱۵^\circ)(\cot ۱۵^\circ+\tan ۱۵^\circ)$$

$$=۲\cot ۳۰^\circ\times\frac{۲}{\sin ۳۰^\circ}=۲\times\sqrt{۳}\times\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۸\sqrt{۳}$$

۹- پاسخ: گزینه ۲

$$S=\frac{۱}{۲}(۳)(۲)\,Sin\,\alpha=\sqrt{۵}\rightarrow Sin\,\alpha=\frac{۲\sqrt{۵}}{۶}=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

$$Cos^{۲}\alpha=۱-Sin^{۲}\alpha=۱-\frac{۵}{۹}=\frac{۴}{۹}\rightarrow ۱+tan^{۲}\alpha=\frac{۹}{۴}\rightarrow tan^{۲}\alpha=\frac{۵}{۴}$$

$$\begin{cases}\tan\alpha=\frac{\sqrt{۵}}{۲}\Rightarrow\tan ۲\alpha=\frac{\sqrt{۵}}{۱-\frac{۵}{۴}}=\frac{\sqrt{۵}}{-\frac{۱}{۴}}=-۴\sqrt{۵}\\ \tan\alpha=-\frac{\sqrt{۵}}{۲}\Rightarrow\tan ۲\alpha=\frac{-\sqrt{۵}}{۱-\frac{۵}{۴}}=\frac{-\sqrt{۵}}{-\frac{۱}{۴}}=۴\sqrt{۵}\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

$$f(x)=\frac{a}{۲}\,Sin\left(۲\,bx+\frac{۵\,\pi}{۲}\right)+c$$

$$f(x)=\frac{a}{۲}Cos\,۲\,bx+c$$

با توجه به نمودارهای $y_۱=Cos\,x$ و $y_۲=f(x)$ می توان نتیجه گرفت $a<۰$ و در ضمن از روی نمودار f می توان نوشت:

$$T+\frac{T}{۲}=\frac{۳\,T}{۲}=\frac{۳\,\pi}{۷}\rightarrow T=\frac{۲\,\pi}{۷}$$

$$T=\frac{۲\,\pi}{|۲\,b|}=\frac{\pi}{|b|}=\frac{۲\,\pi}{۷}\rightarrow |b|=\frac{۷}{۲}\Longrightarrow\begin{cases}b=\frac{۷}{۲}\\ b=-\frac{۷}{۲}\end{cases}$$

$$\begin{matrix}f_{max}=\left|\frac{a}{۲}\right|+c=-\frac{a}{۲}+c=۲\\ f_{min}=-\left|\frac{a}{۲}\right|+c=\frac{a}{۲}+c=-۳\end{matrix}\rightarrow ۲\,c=-۱\rightarrow c=-\frac{۱}{۲}\rightarrow a=-۵$$

$$f(x)=-\frac{۵}{۲}\,Cos\,۷\,x-\frac{۱}{۲}\rightarrow f\left(\frac{\pi}{۲۱}\right)=-\frac{۷}{۴}$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

$$f(x)=Sin^{۲}ax(۱-Sin^{۲}ax)=Sin^{۲}axCos^{۲}ax=\frac{۱}{۴}Sin^{۲}۲\,ax=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱-Cos\,۴\,ax}{۲}$$

$$=\frac{۱}{۸}-\frac{۱}{۸}Cos\,۴\,ax\rightarrow T=\frac{۲\,\pi}{|۴\,a|}=\frac{\pi}{۲|a|}$$

$$f_{max}=\frac{۱}{۸}+\left|-\frac{۱}{۸}\right|=\frac{۱}{۴}\text{ و }f_{min}=\frac{۱}{۸}-\left|-\frac{۱}{۸}\right|=۰$$

$$m_{AB}=\frac{f_{max}-f_{min}}{\frac{T}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{T}{۲}}=\frac{۱}{۲\,T}=۴\rightarrow T=\frac{۱}{۸}$$

$$T=\frac{\pi}{۲|a|}=\frac{۱}{۸}\rightarrow |a|=۴\,\pi$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = ۲\,Sin\,ax\,Cos\,ax(Sin^{۲}ax - Cos^{۲}ax) + \sqrt{۳} = Sin\,۲\,ax(-Cos\,۲\,ax) + \sqrt{۳}$$
$$= -\frac{۱}{۲}\,Sin\,۴\,ax + \sqrt{۳}$$

$$f(x) = -\frac{۱}{۲}\,Sin\,۴\,ax + \sqrt{۳} \to T = \frac{۲\,\pi}{|۴\,a|} = \frac{\pi}{۴} \to |a| = ۲ \to a = -۲$$

$$f(x) = -\frac{۱}{۲}\,Sin\,(-۸\,x) + \sqrt{۳} = \frac{۱}{۲}\,Sin\,۸\,x + \sqrt{۳}$$

$$f\left(\frac{\pi}{۲۴}\right) = \frac{۱}{۲}\,Sin\,\frac{\pi}{۳} + \sqrt{۳} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۴}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

طول بزرگ ترین بازه یکنوایی در تابع $f(x) = a\tan(bx + c) + d$ برابر یک دوره تناوب است. و پس $T = \frac{\pi}{|b|}$

$$f(x) = -۲\tan(ax + b) \to T = \frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{۳} \to |a| = ۳$$

و چون تابع f صعودی است پس $a < ۰$ پس $a = -۳$

$$f(x) = -۲\tan(-۳\,x + b) \to f(۰) = -۲\tan b = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \to \tan b = -\frac{۱}{\sqrt{۳}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

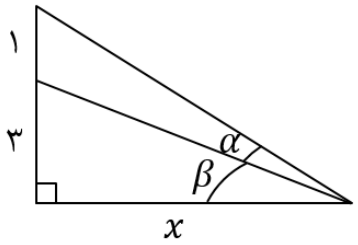
$$\to b = \pi - \frac{\pi}{۶} = \frac{۵\,\pi}{۶}$$

$$f(x) = -۲\tan\left(-۳\,x + \frac{۵\,\pi}{۶}\right)$$

$$f\left(\frac{\pi}{۶}\right) = -۲\tan\left(-\frac{\pi}{۲} + \frac{۵\,\pi}{۶}\right) = -۲\tan\left(\frac{\pi}{۳}\right) = -۲\sqrt{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴- **پاسخ:** گزینه ۳



$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{۴}{x}$$

$$\tan\beta=\frac{۳}{x}$$

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{۴}{x}=\frac{\tan\alpha+\frac{۳}{x}}{۱-\frac{۳}{x}\tan\alpha}\rightarrow ۴-\frac{۱۲}{x}\tan\alpha=x\tan\alpha+۳\rightarrow\left(x+\frac{۱۲}{x}\right)\tan\alpha=۱$$

$$\rightarrow\tan\alpha=\frac{۱}{x+\frac{۱۲}{x}}\rightarrow Cot\,\alpha=\frac{۱۲}{x}+x$$

$$x>۰$$

با توجه به نامساوی $a+b\geq ۲\sqrt{ab}$ داریم:

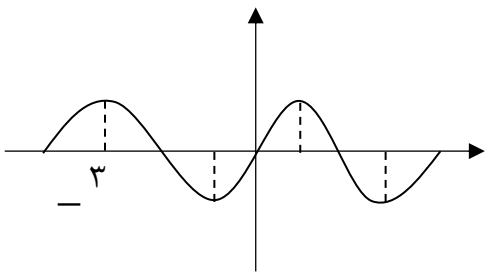
$$a\geq ۰\text{ و }b\geq ۰$$

$$x>۰\rightarrow\frac{۱۲}{x}+x\geq ۲\sqrt{۱۲}$$

پس کمترین مقدار $Cot\,\alpha$ به ازای $x=۱۲$ برابر $۲\sqrt{۱۲}$ است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار $y_۱=Sin\,x$ و $y_۲=f(x)$ باید $۲+b<۰$ باشد. پس



$$\frac{-\frac{۳\pi}{۲}}{۲+b}=\frac{\pi}{۷}\rightarrow b=-\frac{۲۵}{۲}$$

از طرفی

$$y_{min}=-۲-a=-۳\rightarrow a=۱\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{۲}\right)=۲\sin\left(-\frac{۲۱\pi}{۴}\right)-۱=\sqrt{۲}-۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- پاسخ: گزینه۴

نکته) می‌دانیم $\overset{\Delta}{OTM}$ قائم الزاویه است، بنابراین طبق روابط طولی در مثلث داریم: $MT^{۲} = MH \times MO$

حال داریم:

$$\frac{۱}{MA}+\frac{۱}{MB}=\frac{MA+MB}{MA\times MB}=\frac{(MO-R)+(MO+R)}{MT^{۲}}=\frac{۲MO}{MH\times MO}=\frac{۲}{MH}=۱$$

روابط طولی در دایره

۱۷- پاسخ: گزینه۲

$$\hat{XAB}=۴۰^{\circ}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=۸۰^{\circ}\Rightarrow\hat{ACB}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}=۴۰^{\circ}\Rightarrow\hat{CAH}=۵۰^{\circ}\Rightarrow\hat{BAH}=۴۰^{\circ}\ \text{و}\ \hat{B}=۵۰^{\circ}$$

(توجه کنید در صورتی که $\hat{B}=۴۰^{\circ}$و $\hat{BAH}=۵۰^{\circ}$ ، آن گاه دو مثلث ABH و ACH علاوه بر متشابه، هم نهشت نیز می شوند)

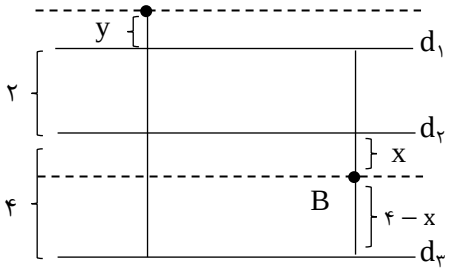
بنابراین:

$$\overset{\frown}{AC}=۲\hat{B}=۱۰۰^{\circ}\xrightarrow{AD\ \text{قطر}}\overset{\frown}{CD}=۱۸۰^{\circ}-۱۰۰^{\circ}=۸۰^{\circ}\rightarrow\hat{A}_{۱}=\frac{\overset{\frown}{CD}}{۲}=۴۰^{\circ}$$

$$\rightarrow\hat{DAH}=\hat{CAH}-\hat{A}_{۱}=۵۰^{\circ}-۴۰^{\circ}=۱۰^{\circ}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸- پاسخ: گزینه۲



اگر A یک نقطه از مکان هندسی باشد، آنگاه داریم:

$$|(y+۲+۴)-(y+۲)|=y+(y+۲) \Rightarrow ۲y+۲=۴ \Rightarrow y=۱$$

از سوی دیگر برای نقطه ای مانند B از مکان هندسی داریم

$$|x-(۴-x)|=x+x+۲ \longrightarrow |۲x-۴|=۲x+۲ \longrightarrow -۲x+۴=۲x+۲ \longrightarrow ۴x=۲ \longrightarrow x=\frac{۱}{۲}$$

(دقت کنید که برای تمام نقاط بین و خط $d_۱$ و $d_۲$ ، مجموع فاصله‌ها از $d_۱$ و $d_۲$ برابر ۲ و قدرمطلق تفاضل فاصله‌ها از $d_۲$ و $d_۳$ برابر ۴ می‌باشد و ۲ ≠ ۴ . همچنین برای تمام نقاط پایین خط $d_۳$ ، مجموع فاصله‌ها از $d_۱$ و $d_۲$ بزرگتر از ۴ و قدرمطلق تفاضل فاصله‌ها از $d_۲$ و $d_۳$ برابر ۴ می‌باشد و درنتیجه این دو مقدار هرگز نمی‌توانند برابر هم شوند.)

بنابراین مکان هندسی مطلوب سوال دو خط موازی $d_۱$ و $d_۲$ و $d_۳$ هستند که یکی از راس A و دیگری از راس B می‌گذرد. آزمون وی ای پی

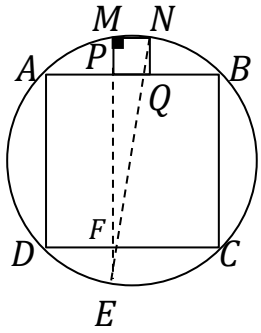
۱۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} C\hat{A}D = ۴۰^\circ \rightarrow \overset{\frown}{CD} = ۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{ABC} = ۱۶۰^\circ \\ \hat{Z} = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ \\ A\hat{C}D = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ \\ \Rightarrow \hat{y} = A\hat{C}D + ۴۰^\circ = ۶۰^\circ + ۴۰^\circ = ۱۰۰^\circ \\ \hat{t} = \frac{۱۲۰^\circ - \overset{\frown}{BC}}{۲} \\ \hat{x} = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{AB} + ۸۰^\circ}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\hat{x}+\hat{y})-(\hat{z}+\hat{t}) = \hat{x}-\hat{t}+۴۰ = \frac{\overset{\frown}{AB}+۸۰-۱۲۰+\overset{\frown}{BC}}{۲}+۴۰ = \frac{-۴۰+۱۶۰}{۲}+۴۰ = ۱۰۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



اگر فرض کنیم $AD = x$ و $MP = EF = y$ ، خواهیم داشت:

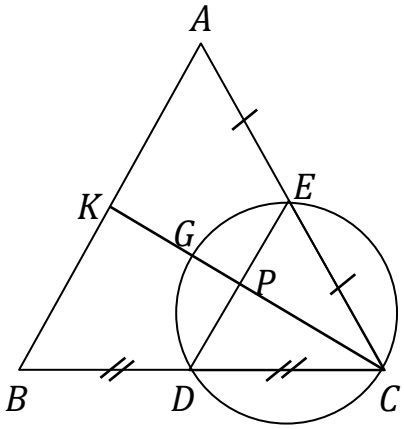
$$N\hat{M}P = ۹۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} NE = ۲R = x\sqrt{۲} \\ NE^۲ = ME^۲ + MN^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x + ۲y)^۲ + y^۲ = ۲x^۲ \Rightarrow x^۲ - ۵y^۲ - ۴xy = ۰$$

$$\Rightarrow (x - ۵y)(x + y) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۵y \\ x = -y \end{cases}$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

در شکل مقابل ، پاره خط CK میانه وارد بر ضلع AB است. از طرفی دو مثلث CED و CAB متشابه هستند؛ پس:



$$GK = \frac{۱}{۳}m_C \text{ و } PC = \frac{۱}{۲}m_C \text{ و } GP = \frac{۱}{۶}m_C$$

$$DP = PE = \frac{DE}{۲} = \frac{C}{۴}$$

از طرفی طبق روابط طولی در دایره ، داریم:

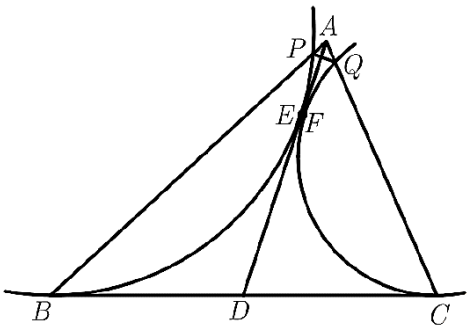
$$\begin{matrix} PG \times PC & = & PE \times PD \\ \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{۱}{۶}m_C \times \frac{۱}{۲}m_C & = & \frac{AB}{۴} \times \frac{AB}{۴} \rightarrow m_C^۲ = \frac{۳}{۴}AB^۲ \end{matrix}$$

$$\rightarrow ۱۲ = \frac{۳}{۴}AB^۲ \rightarrow \boxed{AB = ۴}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

فرض می‌کنیم دو دایره در نقطه E و F برخط AD مماس باشند. چون مماس های رسم شده از یک نقطه بر دایره با هم برابرند، داریم:



$$\begin{cases} DE = DB \\ DF = DC \end{cases}$$

از طرفی چون D وسط BC می باشد، $BD = DC$ و در نتیجه $DE = DF$ ؛ پس نقاط E و F منطبق هستند.

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

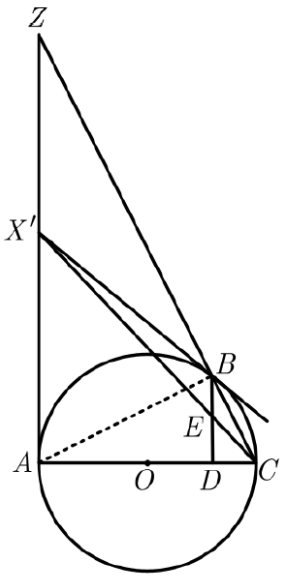
$$AP \times AB = AE^{۲} = AF^{۲} = AQ \times AC \Rightarrow AP \times AB = AQ \times AC$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \overset{\Delta}{APQ} \sim \overset{\Delta}{ACB}$$

با توجه به اجزای متناظر دو مثلث متشابه نتیجه می شود که $A\hat{P}Q = A\hat{C}B = ۷۰^{\circ}$.

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نشان می دهیم AX بر AC عمود است.



خط مماس بر ω در نقطه ی A، امتداد پاره خط CB را در نقطه ی Z، و امتداد پاره خط CE را در X' قطع می کند. چون پاره خط های BD و ZA هر دو بر AC عمودند، BD موازی ZA می باشد و در نتیجه چون CE پاره خط BD را نصف می کند، پاره خط ZA را نیز نصف می کند. از طرفی چون AC قطر است پس $A\hat{B}C = ۹۰^{\circ}$ و در نتیجه $A\hat{B}Z = ۹۰^{\circ}$. یعنی BX' میانه وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه ABZ می باشد و در نتیجه $BX' = X'A = X'Z$. چون طول دو مماس رسم شده بر دایره از یک نقطه برابر است و $X'A$ بر دایره مماس است، $X'B$ نیز بر دایره مماس است، یعنی نقطه X' محل تقاطع خط مماس بر ω در نقطه ی B و امتداد پاره خط CE می‌باشد، پس نقاط X' و X منطبقند و در نهایت نتیجه می گیریم که چون $X'A$ بر دایره مماس است پس XA بر دایره مماس است و $XA \perp AC$.

حال AX را به دست می آوریم. با توجه به اینکه مثلث ABC قائم الزاویه می‌باشد و اینکه $CD = \frac{۱}{۵}$، داریم:

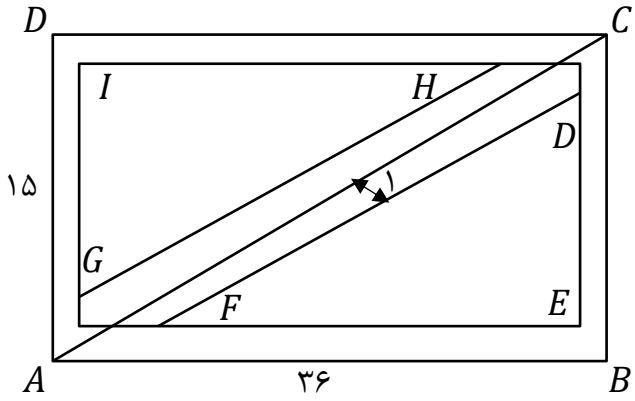
$$BD^{۲} = AD \times DC = \frac{۹}{۵} \times \frac{۱}{۵} \Rightarrow BD = \frac{۳}{۵} \Rightarrow ED = \frac{۳}{۱۰}$$

و در نهایت چون $ED \parallel AX$ طبق قضیهٔ تالس در مثلث ACX داریم:

$$\frac{CD}{CA} = \frac{ED}{AX} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۵}}{۲} = \frac{\frac{۳}{۱۰}}{AX} \Rightarrow AX = ۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- پاسخ: گزینه ۲



مکان هندسی مرکز دایره هایی به شعاع واحد که کاملاً داخل مستطیل ABCD قرار دارند مستطیل رسم شده به طول ۳۴ و عرض ۱۳ می باشد. برای اینکه این دوایر با قطر AC تماس یا تقاطعی نداشته باشند، باید خارج فاصله ی میان قطر AC و دو پاره خط FD و GH که به فاصله واحد از AC قرار دارند، باشند. در نتیجه برای یافتن مساحت مکان هندسی خواسته شده مساحت مثلث FDE را به دست آورده و دو برابر می کنیم. آزمون وی ای پی

چون اضلاع مثلث FDE از اضلاع مثلث ABC به فاصله یک واحد می‌باشند، اضلاع متناظر این دو مثلث متشابه می شوند. همچنین مرکز دایره محاطی این دو مثلث یکی بوده و شعاع این دو دایره یک واحد اختلاف دارند؛ پس داریم:

$$r_{ABC} = \frac{S_{ABC}}{p_{ABC}} = \frac{\frac{۳۶ \times ۱۵}{۲}}{\frac{۳۶ + ۱۵ + ۳۹}{۲}} = ۶ \Rightarrow r_{FDE} = r_{ABC} - ۱ = ۵$$

در نتیجه نسبت تشابه این دو مثلث قائم الزاویه برابر $\frac{r_{FED}}{r_{ABC}} = \frac{۵}{۶}$ می باشد و از این نسبت می توان مساحت مثلث FDE را به دست آورد:

$$S_{FED} = \left(\frac{۵}{۶}\right)^{۲} \times S_{ABC} = \frac{۲۵}{۳۶} \times \frac{۳۶ \times ۱۵}{۲} = \frac{۳۷۵}{۲}$$

پس مساحت کل مکان هندسی مورد نظر برابر $۲ \times \frac{۳۷۵}{۲} = ۳۷۵$ می باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

مساحت مثلثی به رئوس $A(۵\ و\ ۱)$، $B(۳\ و\ -۷)$ و $P(x\ و\ y)$ برابر است با $\frac{۱}{۲}\begin{vmatrix} x & y & ۱ \\ ۱ & ۵ & ۱ \\ ۳ & -۷ & ۱ \end{vmatrix} = ۲۱$. با حل این معادله، مکان هندسی نقطه P به دست می آید:

$$\frac{۱}{۲}\begin{vmatrix} x & y & ۱ \\ ۱ & ۵ & ۱ \\ ۳ & -۷ & ۱ \end{vmatrix} = ۲۱ \Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & ۱ \\ ۱ & ۵ & ۱ \\ ۳ & -۷ & ۱ \end{vmatrix} = ۴۲ \Rightarrow -۲۲ + ۷x + ۳y + ۵x - y = ۴۲$$

$$\Rightarrow ۱۲x + ۲y = ۶۴ \Rightarrow ۶x + y - ۳۲ = ۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

$$۱! + ۲! + ۳! + \cdots + ۱۴۰۳! \overset{۱۸۰}{\equiv} ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ + ۱۲۰ + ۰ \overset{۱۸۰}{\equiv} ۱۵۳$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

$$۱۱ \mid \overline{b\,۲\,a3} \Rightarrow ۳ - a + ۲ - b \overset{۱۱}{\equiv} ۰ \Rightarrow a + b \overset{۱۱}{\equiv} ۵$$

$$+$$

$$۱۱ \mid \overline{b\,۵۷\,a} \Rightarrow a - ۷ + ۵ - b \overset{۱۱}{\equiv} ۰ \Rightarrow a - b \overset{۱۱}{\equiv} ۲$$

$$\Rightarrow ۲a \overset{۱۱}{\equiv} ۷$$

$$\Rightarrow a = ۹$$

$$\Rightarrow b = ۷$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

$$۱۹a + ۱۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۱۵a - ۷ \Rightarrow ۴a \overset{۱۰}{\equiv} -۲ \Rightarrow a \overset{۵}{\equiv} ۲ \Rightarrow a \overset{۱۰}{\equiv} ۲ \text{ یا } a \overset{۱۰}{\equiv} ۷ \Rightarrow ۸۴۷a + ۶ \overset{۵}{\equiv} ۰$$

$\Rightarrow$ یکان ۰ یا ۵

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

$$۵^{۲} \overset{۸}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۵^{۵۰۱} \overset{۸}{\equiv} ۵ \overset{۸}{\equiv} ۵۳$$

$$۵^{۲} \overset{۹}{\equiv} -۲ \Rightarrow ۵^{۶} \overset{۹}{\equiv} -۸ \overset{۹}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۵^{۴۹۸} \overset{۹}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۵^{۵۰۱} \overset{۹}{\equiv} -۱ \overset{۹}{\equiv} ۵۳ \Rightarrow ۵^{۵۰۱} \overset{۷۲}{\equiv} ۵۳$$

راه دوم:

$$۵^{۳} \overset{۹}{\equiv} -۱ \Rightarrow ۵^{۵۰۱} \overset{۹}{\equiv} -۱ \overset{۹}{\equiv} ۵۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

$$۱۴|۹^n - ۳^n \rightarrow ۱۴|۳^n(۳^n - ۱) \xrightarrow{(۱۴ و ۳^n)=۱} ۱۴|۳^n - ۱$$

اگر n مضرب زوجی از ۳ (مضرب ۶) باشد مقدار $۳^n - ۱$ به $(۱ + ۳^۳)$ تجزیه خواهد شد پس به ازای مضارب ۶ برای n بخش پذیری برقرار است. ⟵ پاسخ ۹۹۶

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

$$۲(۳^{۴k+۱}) + ۳(۲^{۸k+۲}) + ۲ = ۶(۸۱^k) + ۱۲(۲۵۶^k) + ۲$$

$$\overset{۱۱}{\equiv} ۶(۴^k) + ۳^k + ۲ \overset{۱۱}{\equiv} ۷ \text{ یا } ۸ \text{ یا } ۶ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۹$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

$$۱۲ \text{ تیر} \xrightarrow{۳(۳۱)} ۱۲ \text{ مهر} \xrightarrow{۵(۳۰)} ۱۲/۱۲$$

$$۳(۳۱) + ۵(۳۰) \overset{۷}{\equiv} ۳(۳) + ۵(۲) \overset{۷}{\equiv} ۵ \overset{۷}{\equiv} -۲$$

پس ۱۲ اسفند پنج شنبه می باشد و ۱۰ اُم و ۱۷ اُم و ۲۴ اُم اسفند نیز سه شنبه خواهد بود.

۳۳- پاسخ: گزینه ۴

$$۲a^۳ - ۴a^۲ - ۳a + ۶ \overset{m}{\equiv} ۲a^۲ - ۳$$

$$\Rightarrow (۲a^۲ - ۳)(a - ۲) \overset{m}{\equiv} ۲a^۲ - ۳ \xrightarrow{(۲a^۲-۳ ,\, m)=۱} a - ۲ \overset{m}{\equiv} ۱$$

$$\Rightarrow m|a - ۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\overline{abcabc} = ۱۰۰۱ \times \overline{abc} = ۷ \times ۱۱ \times ۱۳ \times \overline{abc}$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{l} m \overset{۹}{\equiv} ۰ \overset{۹}{\equiv} ۴۵ \\ m \overset{۴}{\equiv} ۱ \overset{۴}{\equiv} ۴۵ \\ m \overset{۷}{\equiv} ۳ \overset{۷}{\equiv} ۴۵ \end{array}\right\} \Rightarrow m \overset{۲۵۲}{\equiv} ۴۵$$

$$\rightarrow m = ۲۵۲\,k + ۴۵$$

$$۱۰۰ \leq m < ۱۰۰۰$$

$$۱۰۰ \leq ۲۵۲\,k + ۴۵ < ۱۰۰$$

$$k = ۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

الف) معمولاً افزایش فشار سبب بالا رفتن نقطه ذوب مواد می‌شود؛ هرچند در برخی مواد مانند یخ، افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می‌انجامد.

ب) به دلیل تبخیر سطحی، فرایند تبخیر مایع در هر دمایی رخ می‌دهد. آزمون وی ای پی

پ) در زمستان هنگام خروج بازدم تنفس، هوای سرد به سرعت دمای هوای مرطوب خارج‌شده از شش‌ها را کاهش داده و در نتیجه فرآیند میعان بخار آب اتفاق می‌افتد؛ نه چگالش.

ت) جریان‌یافتن هوا روی سطح آزاد مایع، سبب کاهش فشار هوا بر سطح آزاد مایع و در نتیجه افزایش آهنگ تبخیر سطحی می‌شود.

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به فرض سوال تغییرات L_V برحسب θ را به صورت یک خط در نظر می‌گیریم ابتدا شیب خط را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۲۳۴۶ - ۲۴۹۰}{۶۰} = -۲/۴$$

حال با قرار دادن عدد ۳۰ در معادله، L_V آب در دمای ۳۰ °C را بدست می‌آوریم:

$$L_{V\,(۳۰\,^\circ C)} = -۲/۴ \times ۳۰ + ۲۴۹۰ = ۲۴۱۸ \frac{kJ}{kg}$$

پس گرمای لازم برای تبخیر ۲۰۰ گرم آب ۳۰ °C برابر است با:

$$Q = mL_V \Rightarrow \frac{۲}{۱۰} \times ۲۴۱۸ = ۴۸۳/۶\ kJ$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم جرم قطعه یخ‌ها m' و جرم آب اولیهٔ درون ظرف m است. با انداختن قطعه یخ اول به درون ظرف، دمای تعادل ۱۵ °C خواهد شد. پس:

$$mc \times ۵ = m' \times ۸۰c + m'c \times ۱۵ \Rightarrow ۵\,m = ۹۵\,m' \Rightarrow m = ۱۹\,m'$$

حالا قطعه یخ دوم که جرم آن هم m' است، با دمای $-\theta$ به ظرف اضافه می‌شود و دمای تعادل مجموعه ۱۰ °C خواهد شد. پس:

$$(m + m')c \times ۵ = m' \times \frac{۱}{۲}c \times \theta + m' \times ۸۰c + m'c \times ۱۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow ۲۰m' \times ۵ = m'\left(\frac{۱}{۲}\theta + ۸۰ + ۱۰\right) \Longrightarrow ۱۰۰ = ۹۰ + \frac{۱}{۲}\theta \Longrightarrow \theta = ۲۰\ ^\circ C$$

یعنی دمای یخ $۲۰\ ^\circ C-$ باید باشد.

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

باید آنقدر به یخ گرما بدهیم تا کاملاً ذوب شود و دمای آن تا $۱۰۰\ ^\circ C$ بالا رود و ۲ کیلوگرم از آن بخار شود. از طرفی، همین گرما را به m کیلوگرم آب $۳۰\ ^\circ C$ می‌دهیم. می‌توانیم L_F ، L_V و $c_{\text{یخ}}$ را برحسب $c_{\text{آب}}$ در معادله تساوی این دو مقدار گرما جایگذاری کنیم:

$$۴ \times \frac{c_{\text{آب}}}{۲} \times ۱۰ + ۴ \times ۸۰c_{\text{آب}} + ۴ \times c_{\text{آب}} \times ۱۰۰ + ۲ \times ۵۴۰c_{\text{آب}} = m \times c_{\text{آب}} \times ۲۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ + ۳۲۰ + ۴۰۰ + ۱۰۸۰ = ۲۰\ m \Rightarrow m = \frac{۱۸۲۰}{۲۰} = ۹۱\ kg$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

به کمک قانون گازها، جرم گاز درون کپسول را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \begin{cases} \xrightarrow{\text{حالت اول}} ۴ \times ۱۰^۵ \times V = n_۱ \times R \times ۳۲۰ \\ \xrightarrow{\text{حالت دوم}} ۳ \times ۱۰^۵ \times V = n_۲ \times R \times ۳۰۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۱۵}{۱۶}$$

چون جنس گاز یکسان است، می‌توانیم به‌جای نسبت تعداد مول‌ها، نسبت جرم‌ها را بگذاریم:

$$\frac{۳۰}{m_۲} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow m_۲ = ۲۴\ g$$

$$\rho_۲ = \frac{m_۲}{V} = \frac{۲۴}{۴۰} = ۰/۶\frac{g}{L} = ۰/۶\frac{kg}{m^۳}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

$$P_۱ = ۲/۵ \times ۱۰^۵ Pa$$

$$P_۲ = (۲ \times ۱/۵ + ۱) \times ۱۰^۵ = ۴ \times ۱۰^۵ Pa$$

انرژی درونی گاز با حاصلضرب PV متناسب است:

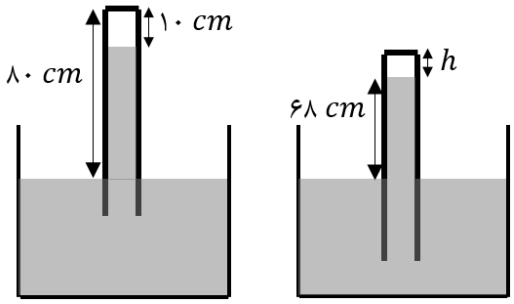
$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱} \Rightarrow \frac{U_۲}{۸۰۰} = \frac{۴ \times \frac{V}{۲}}{۲/۵ \times V} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow U_۲ = ۶۴۰J$$

$$\Delta U = ۶۴۰ - ۸۰۰ = -۱۶۰\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

در هر دو حالت فشار گاز محبوس در انتهای لوله، برابر تفاضل فشار هوای بیرون و فشار ناشی از ستون جیوه است. بنابراین در حالت اول فشار گاز برابر $P_۱ = ۷۶ - ۷۰ = ۶\ cmHg$ و در حالت دوم فشار گاز برابر $P_۲ = ۷۶ - ۶۸ =$ ۸ $cmHg$ است.



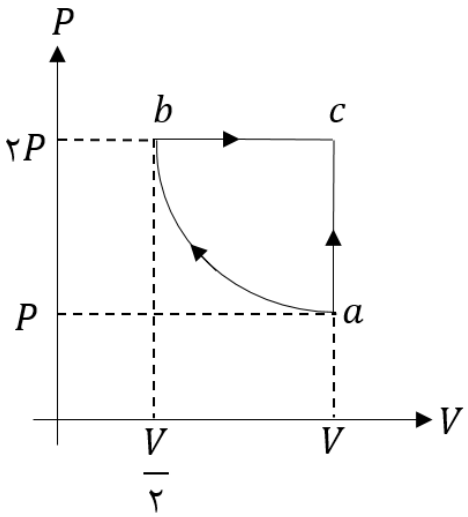
با نوشتن قانون گازها برای گاز محبوس، می‌توانیم حجم گاز در حالت دوم را حساب کنیم. (دقت کنید که چون سطح مقطع لوله ثابت است، به‌جای حجم‌ها، ارتفاع‌ها را در معادله قرار داده‌ایم).

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۶ \times ۱۰}{۳۰۰} = \frac{۸ \times h}{۳۲۰} \Rightarrow \frac{۱}{۵} = \frac{h}{۴۰} \Rightarrow h = ۸\ cm$$

ارتفاعی از لوله که بیرون از سطح جیوه هست، در حالت دوم برابر است با: $L = ۶۸ + ۸ = ۷۶\ cm$

پس به اندازه ۴ سانتی‌متر لوله را در جیوه فرو برده‌ایم.

۴۳- پاسخ: گزینه ۴



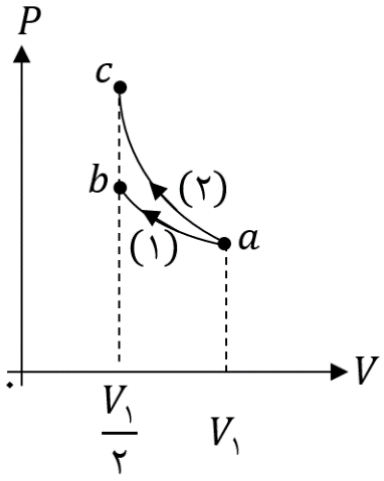
از آنجا که وضعیت اولیه و نهایی هر دو فرایند یکی است، پس $\Delta U_{ac} = \Delta U_{abc}$، ولی با توجه به دو برابر شدن دمای گاز، تغییر انرژی درونی صفر نیست (گزینه ۱ نادرست است). ab فرایند هم دما است و در این فرایند گاز تبادل گرما دارد (گزینه ۲ نادرست است). در فرایند ac حجم ثابت می‌ماند و کاری روی گاز انجام نمی‌شود؛ ولی در مسیر abc کار انجام می‌شود و با توجه به دستگاه $P - V$ رسم‌شده کار در فرایند abc منفی است (گزینه ۳ نادرست است).

اثبات درستی گزینه ۴:

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ac} \Rightarrow W_{abc} + Q_{abc} = Q_{ac} \xrightarrow{W_{abc}<۰} Q_{abc} > Q_{ac}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴- پاسخ: گزینه ۳



در شکل نشان داده شده فرایند (۱)، تراکم هم‌دما و فرایند (۲) تراکم بی‌دررو است؛ و می‌دانیم در تراکم بی‌دررو دمای گاز افزایش می‌یابد $(T_c > T_b)$. بنابراین $\Delta U_۱ = ۰$ و $\Delta U_۲ > ۰$ (گزینه ۱ نادرست است). همچنین می‌دانیم در فرایند هم‌دما گرما تبادل می‌شود، پس گزینه ۴ هم نادرست است.

از طرفی سطح زیر نمودار با کار انجام شده روی گاز برابر است، پس $W_۲ > W_۱$ است.

$$\Delta U_۱ = ۰ \Rightarrow Q_۱ + W_۱ = ۰ \Rightarrow Q_۱ = -W_۱ \xrightarrow{W_۲>W_۱} W_۱ > |Q_۱|$$

پس گزینه ۲ هم نادرست است.

$$\Delta U_۲ = W_۲ + Q_۲ \xrightarrow{Q_۲=۰} \Delta U_۲ = W_۲ \xrightarrow{W_۲>W_۱} \Delta U_۲ > W_۱$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دمای نهایی گاز در فرایند هم‌فشار را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{۹}{۶} = \frac{T_۲}{۴۰۰} \Rightarrow T_۲ = ۶۰۰\ k$$

$$W_{\text{هم‌فشار}} = -nR\Delta T \Rightarrow W_{\text{هم‌فشار}} = -۵ \times ۸ \times ۲۰۰ = -۸۰۰۰ = -۸\ kJ$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

سطح زیر نمودار $P - V$ برابر کار انجام‌شده در هر فرایند است، و از آن‌جا که سطح زیر نمودار در فرایند A، دو برابر فرایند B است، پس $W_A = ۲W_B$ است.

$$W_{\text{هم‌فشار}} = -nR\Delta T \xrightarrow{W_A=۲W_B} \Delta T_A = ۲\Delta T_B \Rightarrow \Delta U_A = ۲\Delta U_B$$

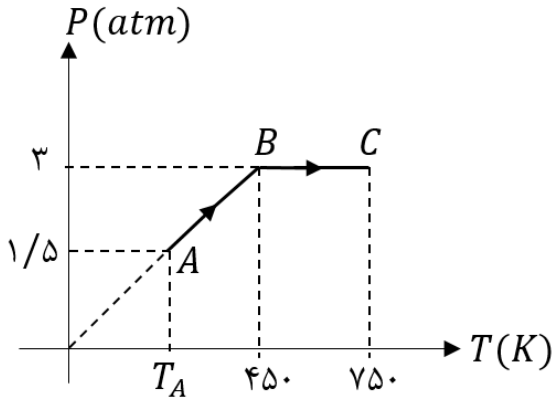
$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{\Delta U_A=۲\Delta U_B \text{ و } W_A=۲W_B} Q_A = ۲Q_B$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا دمای گاز در حالت A را تعیین می کنیم:

$$\frac{T_A}{۴۵۰}=\frac{۱/۵}{۳}\Rightarrow T_A=۲۲۵\,K$$



فرایند AB هم‌حجم است و گرمای مبادله شده در این فرایند با تغییر انرژی درونی گاز برابر است:

$$\Delta U_{AB}=Q_{AB}=۲۷۰۰\,J$$

از طرفی می‌دانیم ΔU با ΔT متناسب است.

$$\Delta T_{AC}=T_C-T_A=۷۵۰-۲۲۵=۵۲۵\,K$$

$$\frac{\Delta U_{AC}}{\Delta U_{AB}}=\frac{\Delta T_{AC}}{\Delta T_{AB}}\Rightarrow\frac{\Delta U_{AC}}{۲۷۰۰}=\frac{۵۲۵}{۲۲۵}\Rightarrow\Delta U_{AC}=\frac{۲۱}{۹}\times۲۷۰۰=۶۳۰۰\,J$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۴

طبق قانون سوم نیوتون، چه جعبه روی زمین سر بخورد و چه سر نخورد، نیروی شخص به جعبه و نیروی جعبه به شخص عمل و عکس‌العمل یکدیگرند و با هم برابر هستند؛ پس گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند.

نیروی وزن جعبه از طرف کره زمین به آن وارد می‌شود، پس عکس‌العمل آن، نیرویی است که جعبه به کره زمین وارد می‌کند (نیروی گرانش). نیروی عمودی تکیه‌گاه که یک نیرو با ماهیت الکترومغناطیسی است، هیچ‌گاه نمی‌تواند عکس‌العمل نیروی وزن جعبه باشد و گزینه ۱ نادرست است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

بزرگی شتاب جسم در حالت دوم، برابر است با:

$$a'=\frac{\sqrt{۴^۲+۳^۲}}{۵}=۱\frac{m}{s^۲}$$

بزرگی شتاب جسم در حالت اول، بسته به این که دو نیروی هم راستا، هم جهت اثر کرده‌اند (الف) یا در خلاف جهت هم (ب)، دو مقدار ممکن دارد:

الف) $a=\frac{۴+۳}{۵}=۱/۴\frac{m}{s^۲}\Rightarrow|a-a'|=۰/۴\frac{m}{s^۲}$

ب) $a=\frac{۴-۳}{۵}=۰/۲\frac{m}{s^۲}\Rightarrow|a-a'|=۰/۸\frac{m}{s^۲}$

مقدار $۰/۴\frac{m}{s^۲}$ در گزینه‌ها نیست، پس پاسخ $\frac{m}{s^۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

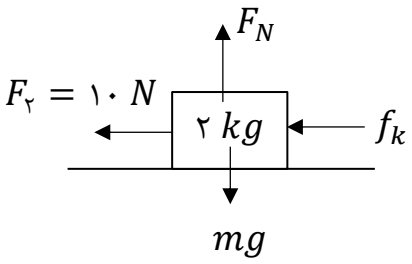
وزن شخص روی سطح زمین ۵۰۰N است. برای این که ترازو ۵۰۰N را نشان دهد، باید نیروی عمودی تکیه‌گاه بین ترازو و پاهای شخص، $F_N = ۵۰۰\ N$ باشد. وزن مجموعه شخص و کودک، برابر ۵۵۰ نیوتون است. پس در چنین حالتی، شتاب مجموعه باید رو به پایین باشد. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای مجموعه شخص و کودک، داریم:

$$Mg - F_N = Ma \Rightarrow ۵۵۰ - ۵۰۰ = ۵۵\,a \Rightarrow ۵۰ = ۵۵\,a \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۱۱}\frac{m}{s^۲}$$

شتاب رو به پایین، به معنای حرکت کندشونده رو به بالاست.آزمون وی ای پی

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

در لحظه قطع نیروی $F_۱$ و تغییر جهت نیروی $F_۲$، جسم روی سطح افقی به سمت راست در حرکت است. بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم به سمت چپ است و جهت آن تغییری نمی‌کند:



$$F_N = mg = ۲۰\ N$$

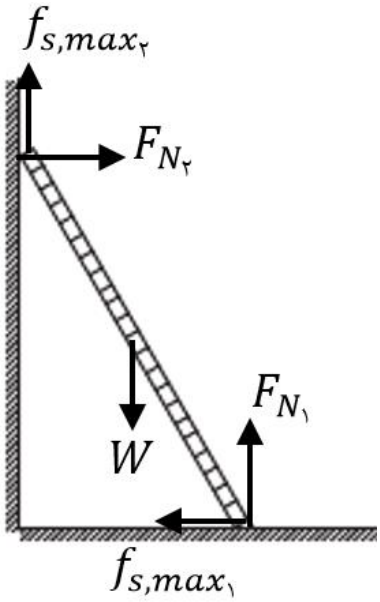
$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۲ \times ۲۰ = ۴\ N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_۲ + f_k = ma$$

$$۱۰ + ۴ = ۲a \Rightarrow a = ۷\frac{m}{s^۲}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان رو نشان می‌دهیم. دقت کنید که در هر دو سطح تماس، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه (آستانهٔ لغزش) برقرار است. معادله تعادل در دو راستای y و x به‌صورت زیر است:



$$f_{s,max_۲} + F_{N_۱} = mg$$

$$f_{s,max_۱} = F_{N_۲}$$

با جایگذاری $f_{s,max}$ ها از روی ضرایب اصطکاک و قرار دادن مقدار $mg = ۳۵۰\ N$ در معادلات خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۴}F_{N_۲} + F_{N_۱} = ۳۵۰$$

$$\frac{۴}{۱۳}F_{N_۱} = F_{N_۲}$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول بالا، مقدار $F_{N_۱}$ آید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

در حالت دوم شتاب جسم صفر است و داریم $F = f_{k_۲}$ ، پس:

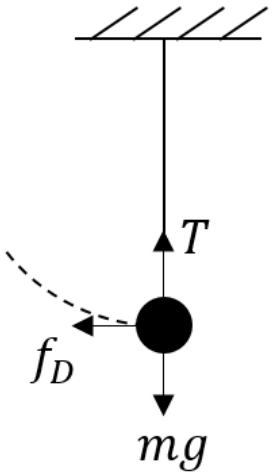
$$f_{k_۲} = \mu_k F_{N_۲} = \mu_k (mg + F') = ۰/۲ \times ۱۵۰ = ۳۰N \Rightarrow F = ۳۰\ N$$

اگر برای حالت اول قانون دوم نیوتون را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$F - f_{k_۱} = ma \Longrightarrow F - \mu_k mg = ma \Longrightarrow a = \frac{۳۰ - ۰/۲ \times ۱۰ \times ۱۰}{۱۰} = ۱\ \frac{m}{s^۲}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

در پایین نقطه مسیر، نیروهای وزن و کشش نخ در راستای قائم و نیروی مقاومت هوا (که بر مسیر حرکت مماس است) در راستای افقی به وزنه وارد می‌شود:



$$F_{net}{}^۲ = (ma)^۲ \Rightarrow (T - mg)^۲ + f_D{}^۲ = (ma)^۲$$

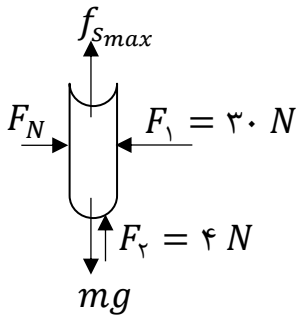
$$\Rightarrow f_D{}^۲ = (ma)^۲ - (T - mg)^۲$$

$$= \left(\frac{۲}{۱۰} \times \frac{۲۵}{۴}\right)^۲ - (۳ - ۲)^۲ = ۱/۲۵^۲ - ۱^۲ = ۰/۷۵^۲$$

$$\Rightarrow f_D = ۰/۷۵\ N$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

در حالت اول، با اعمال نیروی کتاب در آستانه لغزش به سمت پایین قرار دارد:



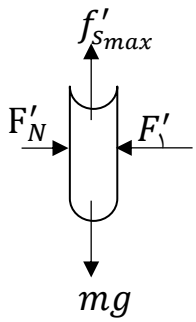
$$F_N = F_۱ = ۳۰\ N$$

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N = ۰/۴ \times ۳۰ = ۱۲\ N$$

$$mg = f_{s_{max}} + F_۲$$

$$۱۰\ m = ۱۲ + ۴ \Rightarrow m = ۱/۶\ kg$$

در حالت دوم، نیروی اصطکاک باید به تنهایی مانع سر خوردن کتاب شود:



$$f'_{s_{max}} = mg = ۱۶\ N$$

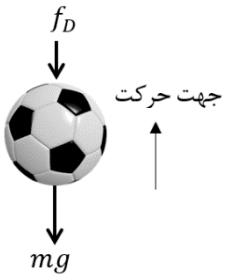
$$f'_{s_{max}} = ۰/۴\ F'_N \Rightarrow F'_N = ۴۰\ N$$

$$\Rightarrow F'_۱ = ۴۰\ N$$

پس نیروی $F_۱$ باید حداقل ۱۰N افزایش یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

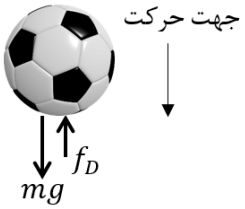
۵۶- پاسخ: گزینه ۳



بزرگی شتاب حرکت توپ را هنگام بالا رفتن به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma_۱ \Rightarrow mg + f_D = ma_۱$$
$$\frac{۸}{۵}mg = ma_۱ \Rightarrow a_۱ = ۱۶\,m/s^۲$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا توپ به بالاترین نقطه مسیر برسد و تندی حرکت آن از $۳۲\frac{m}{s}$ به صفر برسد، برابر است با $t_۱ = \frac{۳۲}{۱۶} = ۲\,s$. بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.



اکنون شتاب حرکت توپ را به هنگام پایین‌آمدن به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma_۲ \Rightarrow mg - f_D = ma_۲$$
$$\frac{۲}{۵}mg = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = ۴\,m/s^۲$$

می‌دانیم مسافتی که توپ در مرحله اول بالا می‌رود برابر مسافتی است که در مرحله دوم پایین‌می‌آید. بنابراین داریم:

هنگام بالا رفتن $h = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ + v_۰t_۱ = \frac{۱}{۲}(-۱۶) \times ۲^۲ + ۳۲ \times ۲ = ۳۲\,m$

هنگام پایین آمدن $h = \frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۴)t_۲^۲ \Rightarrow t_۲ = ۴\,s$

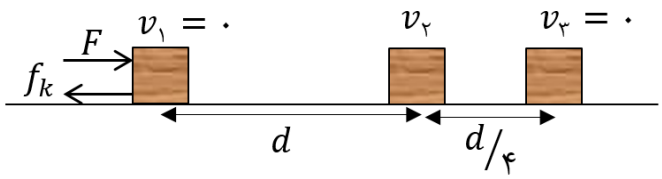
بنابراین ۴ ثانیه طول می‌کشد تا گلوله از نقطه اوج به محل پرتاب بازگردد و گلوله در لحظه $t = ۶\,s$ به نقطه پرتاب می‌رسد. برای به دست آوردن تندی بازگشت به نقطه پرتاب، می‌توان نوشت:

$$v_۲ = a_۲t_۲ = ۱۶\,m/s$$

پس نمودار گزینه ۳ درست است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نسبت اندازه شتاب‌ها را پیدا می‌کنیم:



$$v_۲^۲ - ۰ = ۲ \times a_۱ \times d \Rightarrow a_۱ = \frac{v_۲^۲}{۲d}$$
$$|۰ - v_۲^۲| = ۲ \times a_۲ \times \frac{d}{۴} \Rightarrow a_۲ = \frac{۲v_۲^۲}{d}$$
$$\Rightarrow \frac{a_۱}{a_۲} = \frac{۱}{۴}$$

اکنون با نوشتن قانون دوم برای بخش‌های اول و دوم، خواهیم داشت:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\left.\begin{matrix} F-f_k=ma_۱ \\ f_k=ma_۲ \end{matrix}\right\} \quad \frac{F-f_k}{f_k}=\frac{a_۱}{a_۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۴F-۴f_k=f_k\Rightarrow ۴F=۵f_k\Rightarrow \frac{F}{f_k}=\frac{۵}{۴}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

جهت حرکت گلوله به سمت پایین و نوع حرکت آن کندشونده است؛ پس شتاب آن به سمت بالا است. با نوشتن قانون دوم نیوتون در جهت شتاب، داریم:

$$T-mg=ma\Rightarrow T>mg$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

به‌جز نیروی وزن، فقط نیروهای عمودی تکیه‌گاه (یا عمود بر سطح) به گوی وارد می‌شوند. با توجه به ساکن بودن گوی، برایند نیروهای عمودی تکیه‌گاه باید هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی وزن گوی باشد، پس گزینه ۱ درست است.

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

برای پاره شدن طناب ، باید کشش طناب حداقل به ۲۰۰ نیوتون برسد. چون وزن میمون ۱۵۰ نیوتون است، پس شتاب میمون (همان شتاب آسانسور) به سمت بالا خواهد بود که یعنی حرکت کندشونده به پایین یا حرکت تندشونده به بالا (پس گزینه‌های ۲ و ۳ حذف می‌شوند). اکنون کمترین شتاب برای پاره شدن طناب را حساب می‌کنیم:

$$T-mg=ma\Rightarrow ۲۰۰-۱۵۰=۱۵a\Rightarrow a=\frac{۵۰}{۱۵}=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

با توجه به این که شتاب رو به بالای آسانسور باید از مقدار $\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$ بیشتر باشد، پس در گزینه ۴ طناب پاره نمی‌شود و پاسخ گزینه ۱ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به K_a بسیار کوچک؛ HX اسید خیلی ضعیفی است در نتیجه گزینه ها را می توان به صورت زیر تحلیل کرد:

۱) اگر اسید HX به اندازه ۴ برابر رقیق شود، $\Delta pH = ۰/۳$ می شود، در نتیجه ۶۰ میلی لیتر آب به ۲۰ میلی لیتر اسید اولیه اضافه شده است. (البته امکان دارد محلول ۴ برابر غلیظ تر شده باشد.)

۲) pH اولیه اسید مشخص نیست در نتیجه نمی توان برای ۴ برابر کردن غلظت ، مول اسید مورد نیاز را محاسبه کرد.

۳) گزینه درست؛ با توجه به اینکه محلول ۴ برابر رقیق یا غلیظ شده است در صورت رقیق شدن، درجه یونش دو برابر و در صورت غلیظ شدن محلول، درجه یونش $\frac{۱}{۲}$ برابر می شود.

۴) ثابت یونش (K_a) فقط به دما بستگی دارد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه ها:

۱) درست: عبارت ثابت تعادل $K = [A_۲][B_۲]^۳$ می باشد که واحد K آن $mol^۴.L^{-۴}$ می باشد.

۲) درست: از مول اولیه $A_۲$ و $B_۲$ به ترتیب $-x$ و $-۳x$ کاسته می شود تا تعادل حاصل شود.

۳) درست: با توجه به اینکه $A_۲$ و $B_۲$ ابتداء وارد ظرف می شوند سرعت برگشت به مرور کاهش می یابد و نزولی است در نتیجه سرعت تولید $AB_۳$ (برگشت) نزولی است.

۴) نادرست: غلظت اولیه $[A_۲] = ۰/۲۵$ و غلظت اولیه $[B_۲] = ۰/۷۵$ مولار است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به روابط مربوط به درجه یونش می توان روابط زیر را نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} \text{غلظت مولکول های یونیده نشده} = M(۱-\alpha) = ۰/۱۵ \\ \text{غلظت یون هیدرونیوم} = M\alpha = ۰/۰۵ \end{array}\right\} M - M\alpha = M - ۰/۰۵ = ۰/۱۵$$

$$\Rightarrow M = ۰/۲ \text{ و } \alpha = \frac{۰/۰۵}{۰/۲} = ۰/۲۵$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

رسانایی الکتریکی محلول ها وابسته به مجموع غلظت یون‌ها است.

مجموع غلظت یون ها:

الف) $۳\frac{mol}{L}$ ب) $۲\frac{mol}{L}$ پ) $۰/۲\frac{mol}{L}$ ت) نارسانا

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

$$NaHCO_3 + HCl \rightarrow NaCl + H_2O + CO_2$$

بررسی گزینه ها:

۱) $۴۲gNaHCO_3 \times \frac{۱\ mol\ NaHCO_3}{۸۴\ g\ NaHCO_3} \times \frac{۱\ mol\ HCl}{۱\ mol\ NaHCO_3} \times \frac{\text{اسید معده } ۱\ L}{۰/۰۳\ mol\ HCl} = ۱۶/۶\ L$ آزمون وی ای پی

۲) یون های سدیم و کلرید در پایان بدون تغییر می مانند.

۳) محلول حاصل که دارای CO_2 است خاصیت اسیدی دارد.

۴) مجموع ضرایب فرآورده ها برابر ۳ است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

همه ی نمودارها درست رسم شده اند.

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

الف) جوش شیرین خاصیت بازی دارد.

ت) pH معده در زمان استراحت ۳/۷ و در زمان فعالیت ۱/۵ است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l}\frac{[H^+]}{[OH^-]} = ۴ \times ۱۰^{۵} \\ [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}\end{array}\right\} \Longrightarrow [H^+]^2 = ۴ \times ۱۰^{-۹} \Rightarrow [H^+] = ۲ \times ۱۰^{-۴/۵}$$

$$pH = -log\ ۲ \times ۱۰^{-۴/۵} = ۴/۲$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

۱۰ مرتبه رقیق کردن یعنی غلظت $\frac{۱}{۱۰}$ غلظت اولیه است پس pH، ۱ واحد تغییر می کند که چون محلول رقیق شده pH باید به ۷ نزدیک شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

غلظت $[OH^-]$ را محاسبه می کنیم.

$$[OH^-] = \alpha M = \frac{۰/۱}{۱۰۰} \times ۰/۰۰۱ = ۱۰^{-۷} \frac{mol}{L}$$

از آنجایی که در این غلظت کم از باز، $[OH^-]$ حاصل از آب هم باید در نظر بگیریم:

$$[OH^-]_{\text{نهایی}} = ۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{mol}{L}$$

$$[OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = ۵ \times ۱۰^{-۸} \frac{mol}{L}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

$$MVn\left(\text{اسید}\right) = MVn\left(\text{باز}\right)$$

$$M_{HI} = ۱۰^{-۱} \frac{mol}{L}$$

$$M_{Ba(OH)_۲} = \frac{۱۰^{-۲}}{۲} \frac{mol}{L} \Rightarrow ۱۰^{-۱} \times V \times ۱ = \frac{۱۰^{-۲}}{۲} \times ۵۰ \times ۲ \Rightarrow \boxed{V = ۵mL}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

نادرست و عبارت های دیگر درست هستند.

۱) نادرست – شمار اتم های کربن موجود در زنجیرهٔ کربنی صابون زیاد است در صورتی که در $C_۴H_۹COONa$ تنها ۴ کربن وجود دارد.

۲) درست – مخلوط آب، صابون و چربی یک کلوئید محسوب می شود.

۳) درست – چربی مخلوط از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر است.

آب + صابون ⟶ سود + اسید چرب

الکل ۳ عاملی + صابون ⟶ سود + استرهای بلند زنجیر

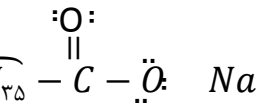
۴) درست – مولکول های چربی شامل اسید چرب و استرهای بلند زنجیر است که هر دو مورد مولکول های ناقطبی هستند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

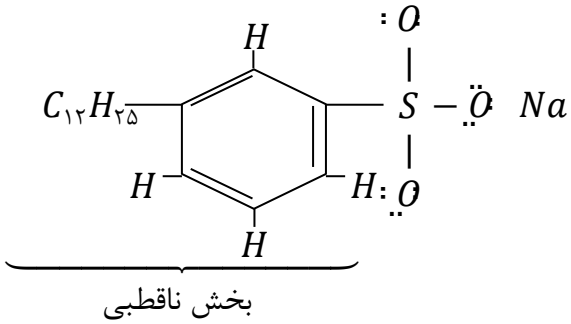
۷۳- پاسخ: گزینه ۲

برای مثال: پاک کنندهٔ صابونی ۱۸ کربنی

بخش ناقطبی



پاک کنندهٔ غیر صابونی ۱۸ کربنی



آ) تعداد الکترون ناپیوندی | در پاک کنندهٔ صابونی ۱۰ عدد
در پاک کنندهٔ غیر صابونی ۱۸ عدد

ب) تعداد اتم های هیدروژن | در پاک کنندهٔ صابونی ۳۵ عدد
در پاک کنندهٔ غیر صابونی ۲۹ عدد

پ) تعداد کربن موجود در بخش ناقطبی | در پاک کنندهٔ صابونی ۱۷ عدد
در پاک کنندهٔ غیر صابونی ۱۸ عدد

ت) تعداد گروه CH_2 | در پاک کنندهٔ صابونی ۱۶ عدد
در پاک کنندهٔ غیر صابونی ۱۱ عدد

۷۴- پاسخ: گزینه ۱

راه حل:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0/04M}{0/8} = \frac{M}{20} = 4 \times 10^{-3} \rightarrow M = 8 \times 10^{-2}\frac{mol}{L}$$

$$HCOOH + NaOH \rightarrow HCOONa + H_2O, M_{NaOH} = 40\frac{g}{mol}$$

$$\frac{8 \times 10^{-2} \times 3}{1} = \frac{x}{40} \rightarrow x = 9/6gNaOH$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

الف) درست ؛ شکل مطابق شکل کتاب بوده و فرمول مولکولی آن $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ است.(صفحه ۵ کتاب درسی)

ب) نادرست؛یک پیوند دوگانه که در ساختار COOH موجود است؛ در نتیجه در بخش هیدروکربنی ۲ پیوند دوگانه وجود دارد :

$$C_nH_{۲n+۱-۴}COOH \rightarrow ۲n-۲=۴۴ \rightarrow n=۲۳ \rightarrow M=۲۴\times۱۲+۴۴+۳۲=۳۶۴$$

پ) نادرست؛ شکل یک پاک کننده غیر صابونی می باشد نه یک پاک کننده صابونی.(صفحه ۱۱ کتاب درسی)

ت) درست ؛ هر دو ماده تو ساختارشون گروه هیدروکسیل و H متصل به O دارن؛ پس توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول های آب رو دارا می باشند.

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

تعداد مول های HA در ابتدا : $۰/۳\times۱=\underline{۰/۳\ mol}$

اسید ضعیف HA به صورت تعادلی یونیده می شود:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq)+A^-(aq)$$

$$\left.\begin{matrix}۰/۳\ mol & __ & ۰ & + & ۰\\ ۰/۳-x & __ & x & + & x\end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰/۳+x=۰/۵$$

$$x=۰/۲\ mol$$

$$[H^+]=[A^-]=\frac{۰/۲}{۰/۳}=\frac{۲}{۳}mol/L \qquad [HA]_{\text{تعادل}}=\frac{۰/۳-۰/۲}{۰/۳}=\frac{۱}{۳}mol/L$$

$$K_a=\frac{[H^+]\cdot[A^-]}{[HA]}=\frac{\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=\boxed{\frac{۴}{۳}mol/L}$$

$$[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۳}{۲}\times۱۰^{-۱۴} \Rightarrow \frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}\times۱۰^{-۱۴}}=\boxed{\frac{۴}{۹}\times۱۰^{۱۴}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

در اسید ضعیف داریم: $[H^+]=\sqrt{K_a\times M}$ $\Leftarrow$ $[H^+]=\sqrt{K_a\times M}=\sqrt{۲\times ۱۰^{-۸}\times M_{HA}}$

$$[H^+]\cdot[OH^-]=۱۰^{-۱۴}\Rightarrow[OH^-]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{\sqrt{۲\times ۱۰^{-۸}\times M_{HA}}}$$

در باز ضعیف داریم: $[OH^-]=\sqrt{K_b\times M}$ $\Leftarrow$ $[OH^-]=\sqrt{K_bM}=\sqrt{۸\times ۱۰^{-۱۲}\times M_{BOH}}$

$$[H^+]\cdot[OH^-]=۱۰^{-۱۴}\Rightarrow[H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{\sqrt{۸\times ۱۰^{-۱۲}\times M_{BOH}}}$$

$$\frac{\frac{۱۰^{-۴}}{\sqrt{۲\times ۱۰^{-۸}\times M_{HA}}}}{\frac{۱۰^{-۴}}{\sqrt{۸\times ۱۰^{-۱۲}\times M_{BOH}}}}=\frac{\sqrt{۸\times ۱۰^{-۱۲}\times M_{BOH}}}{\sqrt{۲\times ۱۰^{-۸}\times M_{HA}}}=۰/۰۲$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

بررسی عبارت ها:

عبارت های الف و پ درست هستند

بررسی سایر عبارت های نادرست

ب)شربت معده سوسپانسیون می باشد نه کلوئید

ت)در آب سخت مقدار یون های $Ca^{۲+}$ و $\boldsymbol{Mg^{2+}}$ زیاد می باشد منیزیم و منگنز را اشتباه نگیرید!

۷۹- پاسخ : گزینه ۴

تنها عبارت ۴ درست بوده و سایر عبارات نادرست می‌باشند

۱) نادرست ، در واکنش برگشت پذیر تنها زمانی به تعادل می رسد که سرعت واکنش رفت وبرگشت مساوی باشد و لزوما ارتباطی به برابر شدن غلظت واکنش دهنده و فراورده ندارد برای مثال می توانید واکنش هابر را به یاد بیاورید که در هنگام تعادل آن تنها ۲۸ درصد مولی آمونیاک یعنی فراورده وجود دارد و ۷۲ درصد واکنش دهنده موجود است.

۲) نادرست ، ذکر شد که در هنگام تعادل سرعت واکنش رفت و برگشت برابر است اما چون در واکنش هابر ضریب مولی آمونیاک دو برابر نیتروژن می باشد در نتیجه سرعت مصرف آن هم دو برابر نیتروژن است

۳) نادرست ، می دانیم در هنگام تعادل سرعت واکنش رفت و برگشت برابر است اما مقدار مصرف واکنش دهنده و فراورده به ضرایت آن ها بستگی دارد و می توان این عبارت را به این شکل اصلاح کرد : در واکنش برگشت پذیر در هنگام تعادل هر مقدار از فراورده که تولید می شود به همان اندازه واکنش دهنده مصرف می شود

۴) درست ، شکل حاشیه کتاب درسی می باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

برای اسید ضعیف با K_a بسیار کوچک، اگر غلظت اسید n برابر شود، pH محلول $\frac{۱}{۲}\log n$ تغییر می کند و درجه یونش اسید $\frac{۱}{\sqrt{n}}$ برابر می شود.

$$|\Delta pH| = \frac{۱}{۲}\log ۴ = ۰/۳$$

$$\alpha_۲ = \frac{\alpha_۱}{\sqrt{۴}} = \frac{\alpha_۱}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir