



# حل سنج

آزمون حلی سنج ۳

۲۹ شهریور ماه ۱۴۰۳

## پایه دوازدهم - رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۱ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۳۵

ردیف	بودجه بندی و پیمانانه های درسی		تعداد سوالات	طراحان	
	ریاضی ۱ (دهم)	حسابان ۱ (یازدهم)			حسابان ۲ (دوازدهم)
۱	۱۰۱۲ تا ۱۰۱۳	۱۰۱۷ تا ۱۰۱۳	۱۵	حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده	
	۱۱۰۵ و ۱۱۰۴	۱۱۱۰ تا ۱۱۰۷			۱۲۰۴ تا ۱۲۰۱
	۱۰۱۲ تا ۱۰۰۱	-			۱۲۰۳ تا ۱۲۰۱
۲	۱۰۱۲ تا ۱۰۰۱	-	۱۰	صبا مهدوی نصیر کریمی علیرضا فعلی	
	۱۰۱۲ تا ۱۰۰۱	-			۱۲۰۳ تا ۱۲۰۱
	۱۰۱۲ تا ۱۰۰۱	-			۱۲۰۳ تا ۱۲۰۱
۳	۱۰۱۲ تا ۱۰۰۱	-	۱۰	محمد پیشنماز احسان ایزدپناه علیرضا شریف خطیبی	
	۱۱۰۵ تا ۱۱۰۱	۱۲۰۲ و ۱۲۰۱			۱۲۰۵ تا ۱۲۰۳
	۱۱۰۵ تا ۱۱۰۱	۱۲۰۲ و ۱۲۰۱			۱۲۰۵ تا ۱۲۰۳

@helli\_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- تابع  $f(x) = -2x + 1$  با دامنه  $[-2, 1]$  مفروض است. برد تابع  $y = (f \circ f)(x)$  کدام است؟  
 (۱)  $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$  (۲)  $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$  (۳)  $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$  (۴)  $[-1, 3]$

۲- با فرض  $f(x) = \frac{27x^2 - 1}{3x - 1}$  و  $g(x) = \frac{1}{2x - 1}$  در برد تابع  $y = (g \circ f)(x)$  چند عدد صحیح قرار می‌گیرد؟  
 (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۳- دو تابع  $f(x) = \sqrt{(a^2 - 2)x^2 + bx}$  و  $g(x) = \sqrt{ax}\sqrt{x + 2}$  با یکدیگر برابر می‌باشند. حاصل  $ab$  کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) -۲ (۴) -۸

۴- اگر در تقسیم  $P(x) = 3 - 2x^{11}$  بر عبارت  $x^2 - x + 1$  باقی مانده  $R(x)$  شود، تابع  $y = R(x)$  از کدام ناحیه مختصاتی عبور نمی‌کند؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- در مجموعه جواب نامعادله  $2x - \frac{4}{x-3} \leq \frac{2x^2 + 2x + 1}{x+1}$  چند عدد صحیح نامنفی قرار می‌گیرند؟  
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۶- با فرض  $f(x) = \sqrt{-x - [x^2]}$  خط  $y = 0/1$  نمودار تابع  $f$  را در نقاطی به طول  $x_1$  و  $x_2$  قطع می‌کند. با فرض  $x_2 < x_1$  حاصل  $\frac{x_2}{x_1}$  چقدر است؟ ( [ ] جزء صحیح می‌باشد.)  
 (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

۷- با فرض  $f(x) = \begin{cases} 2 - 3x & x < 2 \\ -x^2 + 5x - 6 & x \geq 2 \end{cases}$  معادله  $f(x) = f(2 - |a|) = f(2 + |a|)$  برای چند مقدار  $a$  برقرار است؟  
 (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

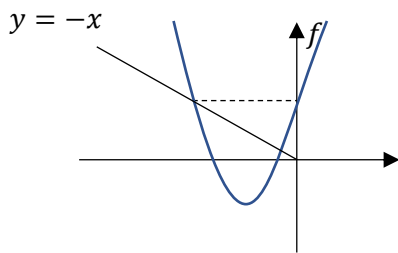
محل انجام محاسبات

۸- اگر  $x = a$  جواب معادله  $\frac{x-4}{\sqrt{x+2}} = x - 8$  باشد، معادله  $\sqrt{\frac{y+a}{y-a}} + 2\sqrt{\frac{y-a}{y+a}} = 3$  دارای چند جواب صحیح است؟  
 (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 = x + 4$  و  $\frac{1}{\alpha} - 2$  و  $\frac{1}{\beta} - 2$  ریشه های معادله  $x^2 = mx + n$  هستند.

در این صورت، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $m = n$  (۲)  $m = -n$  (۳)  $m = 2n$  (۴)  $n = 2m$



۱۰- در شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  رسم شده است. مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱) -۸۱ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) ۴

۱۱- در یک مستطیل طلائی، عرض برابر  $1 + \sqrt{5}$  است. اگر  $k$  واحد از طول آن کم و  $k$  واحد به عرض آن اضافه کنیم، یک مستطیل جدید طلائی به دست می آید.  $K$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{5} - 1$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2}{5}$

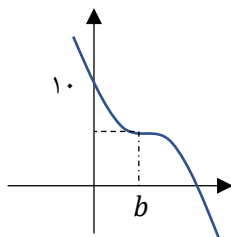
۱۲- اگر نمودار  $y = x^2 - 5x + 6$  را  $k$  واحد به چپ و  $2k$  واحد به بالا انتقال دهیم، در نقطه ای به طول  $\alpha$ ، بر نیمساز ناحیه اول مماس می شود. حاصل  $k + \alpha$  کدام است؟ ( $k > 0$ ) آزمون وی آی پی

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۳- نمودار تابع  $y = \frac{1}{x-2}$  را نسبت به مبدا قرینه کرده و سپس ۲ واحد به بالا و ۳ واحد به چپ انتقال می دهیم. تابع  $f(x)$  به دست می آید. نمودار  $y = f(1 - 2x)$  محور طول ها را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{13}{4}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{11}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۴- نمودار تابع  $f(x) = (a - x)^3 + a$  به صورت مقابل است. بزرگترین بازه ای که

نمودار تابع  $y = ax^2 + (b + 1)x$  در آن بازه، اکیداً صعودی است کدام است؟

(۲)  $[-\frac{3}{4}, +\infty)$

(۱)  $[-\frac{3}{2}, +\infty)$

(۴)  $[\frac{3}{4}, +\infty)$

(۳)  $[\frac{3}{2}, +\infty)$

۱۵- نمودار تابع خطی  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر تابع  $y = f(x - 2) + g(2x + 1)$  هم صعودی باشد و

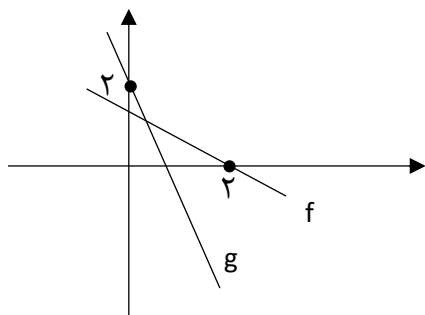
هم نزولی، آنگاه کدام تابع زیر، ثابت است؟

(۱)  $y = (a - 2b)x$

(۲)  $y = (a + 2b)x$

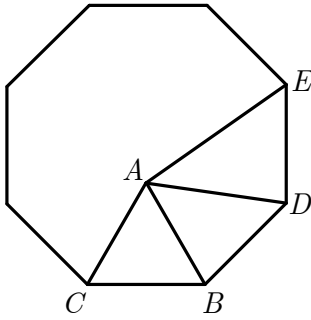
(۳)  $y = (2a - b)x$

(۴)  $y = (2a + b)x$



محل انجام محاسبات

۱۶- در شکل، ضلع  $CB$  بین متساوی‌الاضلاع و هشت‌ضلعی منظم مشترک می‌باشد. زاویه  $\hat{ADE}$  کدام است؟



(۱)  $75^\circ$

(۲)  $82/5^\circ$

(۳)  $80^\circ$

(۴)  $87/5^\circ$

۱۷- نقاط  $D$  و  $E$  روی ضلع  $BC$  از مثلث چنان قرار گرفته‌اند که  $AD$  نیم‌ساز  $\hat{BAC}$  و  $AE$  نیم‌ساز  $\hat{CAD}$  است.

اگر نسبت  $\hat{ABC}$  به  $\hat{AED}$  به  $\hat{ACB}$  برابر ۵ به ۲ به ۱ باشد، حاصل  $\hat{ADC} + \hat{AEC}$  چند درجه است؟

(۱)  $250^\circ$       (۲)  $260^\circ$       (۳)  $240^\circ$       (۴)  $270^\circ$

۱۸- نقاط  $A, B, C, D$  در صفحه طوری انتخاب شده‌اند که  $AB, BC, CD, DA$  به ترتیب دارای طول‌های

$2, 7, 5, 12$  باشند. اگر  $m$  کمترین مقدار صحیح ممکن برای طول  $AC$  باشد و  $m$  بیشترین مقدار صحیح ممکن

برای طول  $AC$  باشد، حاصل  $m + M$  کدام است؟

(۱) ۱۴      (۲) ۱۵      (۳) ۱۶      (۴) ۱۷

۱۹- در دوزنقه متساوی‌الساقین  $ABCD$ ،  $AB \parallel CD$ ،  $AB = 40$ ،  $CD = 10$  و  $BC = AD = 20$ . نقاط  $E$  و  $F$

به ترتیب بر روی  $BC$  و  $AD$  قرار دارند و  $EF$  موازی  $AB$  رسم شده. اگر محیط دو دوزنقه کوچک تر رسم شده

برابر باشد، طول  $EF$  کدام است؟ آزمون وی‌آی‌پی

(۱)  $\frac{145}{4}$       (۲) ۳۶      (۳)  $\frac{147}{4}$       (۴) ۳۷

۲۰- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 2$ ،  $AC = 1 + \sqrt{5}$  و  $\hat{CAB} = 54^\circ$ . نقطه‌ی  $D$  چنان روی امتداد  $AC$  (از طرف  $C$ )

قرار دارد که  $CD = \sqrt{5} - 1$ . اگر  $M$  وسط  $BD$  باشد، آن‌گاه  $\hat{ACM}$  چند درجه است؟

(۱)  $54^\circ$       (۲)  $72^\circ$       (۳)  $63^\circ$       (۴)  $73^\circ$

محل انجام محاسبات

۲۱- لوزی  $PQRS$  طوری در مستطیل  $ABCD$  قرار گرفته که رئوس  $P, Q, R, S$  روی اضلاع  $AB, BC, CD$  و  $DA$  قرار دارند. اگر  $PB = ۱۵$ ،  $BQ = ۲۰$ ،  $PR = ۳۰$  و  $QS = ۴۰$  باشد، آن گاه محیط  $ABCD$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{۳۳۶}{۵}$  (۲)  $\frac{۶۷۲}{۵}$  (۳)  $\frac{۶۶۷}{۵}$  (۴)  $\frac{۶۶۴}{۵}$

۲۲- اگر  $A = \begin{pmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{pmatrix}$ ،  $B = \begin{pmatrix} a & ۰ \\ ۰ & b \end{pmatrix}$  و  $a, b \in \mathbb{N}$  باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) تساوی  $AB = BA$  به ازای هیچ ماتریس  $B$  برقرار نمی‌شود. آزمون وی آی پی  
 (۲) تساوی  $AB = BA$  به ازای بیش از یک اما تعداد محدودی ماتریس  $B$  برقرار می‌شود.  
 (۳) تساوی  $AB = BA$  به ازای دقیقاً یک ماتریس  $B$  برقرار می‌شود.  
 (۴) تساوی  $AB = BA$  به ازای بی‌شمار ماتریس  $B$  برقرار می‌شود.

۲۳- دو ماتریس سه در سه در  $E$  و  $F$  مفروضند به طوری که  $(I - EF)$  معکوس پذیر است. اگر  $G = (I - EF)^{-1}$  آن گاه کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱)  $|FE| = |I - FE| |FGE|$  (۲)  $(I - FE)(I + FGE) = I$   
 (۳)  $EFG = GEF$  (۴)  $(I - FE)(I - FGE) = I$

۲۴- دو ماتریس سه در سه در  $P$  و  $Q$  مفروضند به طوری که  $P \neq Q$ ، اگر  $P^3 = Q^3$  و  $P^2Q = Q^2P$  آن گاه دترمینان ماتریس  $P^2 + Q^2$  کدام است؟

- (۱)  $-۲$  (۲)  $۱$  (۳)  $۰$  (۴)  $-۱$

۲۵- ماتریس سه در سه  $A = [a_{ij}]$  مفروض است. اگر داشته باشیم  $a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} = ۱$  به ازای  $i = ۱, ۲, ۳$  (یعنی جمع درایه‌های هر کدام از سطرهای ماتریس برابر ۱ است). آن گاه حاصل جمع تمامی درایه‌های ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱)  $۹$  (۲)  $۱$  (۳)  $۲$  (۴)  $۳$

محل انجام محاسبات

۲۶- در کدام گزینه ، گزاره مرکب داده شده با دیگر گزاره ها هم ارز نمی باشد؟

(۱)  $(p \Rightarrow (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$       (۲)  $r \vee (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

(۳)  $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \vee (p \Rightarrow q)$       (۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$

۲۷- در مورد عدد های طبیعی  $a$  و  $b$  می دانیم  $a < b$  و بین ب م م و ک م م آنها رابطه  $(a$  و  $b) - ۳۳ = [a$  و  $b] + a$  برقرار است. چند عدد طبیعی دو رقمی داریم که ممکن است مقدار  $b$  را بیان کنند؟

(۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۷

۲۸- چند عدد طبیعی مکعب کامل کمتر از  $۱۰۰۰,۰۰۰$  داریم که مضرب عدد  $۸۰$  باشند؟

(۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۲۹- کدام گزاره سوری زیر با مثال نقض، رد نمی شود؟

(۱)  $\forall x \in \mathbb{N}; x^2 = 5 \Rightarrow x = 2$       (۲)  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 = 9 \Rightarrow x^3 = 8$

(۳)  $\forall x \in \mathbb{Q}; x^3 = 8 \Rightarrow x^2 = 9$       (۴)  $\forall x \in \mathbb{Q}; \frac{24}{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{24}{x} \leq 24$

۳۰- نمودار منحنی  $y = \frac{x^2 - 22}{x^2 - 1}$  از چند نقطه با مختصات صحیح، عبور می کند؟

(۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۸

۳۱- مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی که مربع آن به فرم  $۱ + p$  باشد که در آن  $p$  عددی اول است، کدام است؟

(۱) ۶      (۲) ۷      (۳) ۸      (۴) ۹

۳۲- مقدار  $(۱ - ۲^{20} + ۱ + ۲^{30})$  مضرب کدام گزینه می باشد؟

(۱) ۳۱      (۲) ۳۳      (۳) ۳۷      (۴) ۴۱

۳۳- در تقسیم چند عدد صحیح بر  $۲۳$ ، باقی مانده ، مربع خارج قسمت می باشد؟

(۱) ۱۰      (۲) ۹      (۳) ۸      (۴) ۷

محل انجام محاسبات

۳۴- به ازای چند مقدار طبیعی برای  $n$ ، خارج قسمت تقسیم عدد  $n$  بر ۱۷، برابر ۱۳ خواهد بود؟ آزمون وی آی پی

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۳۵- برای چند عدد طبیعی سه رقمی  $n$ ، دو عدد  $4n + 7$  و  $6n + 5$  نسبت به هم اول نیستند؟

- ۴۱ (۱)      ۶۱ (۲)      ۷۲ (۳)      ۸۲ (۴)

محل انجام محاسبات