۱- گزینه ۴ درست است.

ابتدا دامنه تابع $y=(fof)(x)$ را می یابیم.

$$D_{fof}=\left\{x\middle| x\in D_f \text{ و } f(x)\in D_f\right\}$$

$$x\in D_f \Rightarrow -۲\le x<۱ \qquad [۱]$$

$$f(x)\in D_f \Rightarrow -۲\le -۲x+۱<۱ \Rightarrow -۳\le -۲x<۰ \Rightarrow ۰<x\le \frac{۳}{۲} \qquad [۲]$$

$$[۱]\cap[۲] \Rightarrow D_{fof}=\left(۰ \text{ و } ۱\right)$$

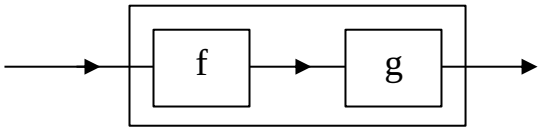
حال ضابطه تابع $y=(fof)(x)$ را تشکیل می دهیم.

$$(fof)(x)=f\big(f(x)\big)=f(-۲x+۱)=-۲(-۲x+۱)+۱$$

$$(fof)(x)=۴x-۱$$
$$D_{fof}=\left(۰ \text{ و } ۱\right) \rightarrow R_{fof}=\left(-۱ \text{ و } ۳\right)$$

۲- گزینه ۳ درست است.

نمودار جعبه ای تابع gof به صورت زیر است.



gof

حال نمودارهای توابع f و g را رسم می کنیم.

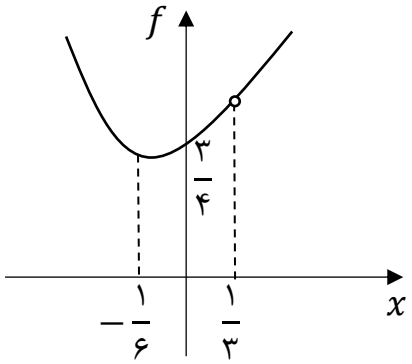
$$f(x)=\frac{۲۷x^۳-۱}{۳x-۱}=\frac{(۳x-۱)(۹x^۲+۳x+۱)}{۳x-۱}$$

$$f(x)=۹x^۲+۳x+۱ \rightarrow S\left|\begin{matrix}\frac{-۳}{۱۸}=-\frac{۱}{۶}\\ \frac{۴(۹)(۱)-۹}{۳۶}=\frac{۲۷}{۳۶}=\frac{۳}{۴}\end{matrix}\right.$$

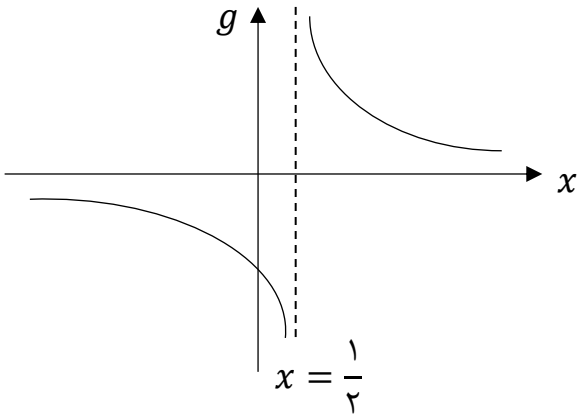
$$D_f=R-\left\{\frac{۱}{۳}\right\}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پس برد تابع f برابر است با $\left[\frac{۳}{۴}\text{ و }+\infty\right)$



حال نمودار تابع g را رسم می کنیم.



پس برد تابع gof برابر است با مجموعه مقادیر تابع g در $\left[\frac{۳}{۴}\text{ و }+\infty\right)$ یعنی $R_{gof}=\left(۰\text{ و }۲\right]$

۳- گزینه ۱ درست است.

$$f(x)=\sqrt{(a^۲-۲)x^۲+bx}$$

$$g(x)=\sqrt{ax^۲+۲\,ax}$$

اگر دو تابع f و g با یکدیگر برابر باشند باید $D_f=D_g$ و $D_g: f(x)=g(x)$ یا $\forall x\in D_f$ بنابراین

$$f(x)=g(x)\rightarrow\begin{cases}a^۲-۲=a\rightarrow a^۲-a-۲=۰\begin{cases}a=-۱\\a=۲\end{cases}\\۲\,a=b\end{cases}$$

پس $\begin{vmatrix}a=-۱\\b=-۲\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}a=۲\\b=۴\end{vmatrix}$ حال باید تساوی دامنه ها را در هر دو حالت بررسی کنیم:

$$\begin{vmatrix}a=-۱\\b=-۲\end{vmatrix}\rightarrow\begin{cases}f(x)=\sqrt{-x^۲-۲\,x}\rightarrow D_f=\left[-۲\text{ و }۰\right]\\g(x)=\sqrt{-x}\sqrt{x+۲}\rightarrow D_g=\left[-۲\text{ و }۰\right]\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\begin{vmatrix} a = ۲ \\ b = ۴ \end{vmatrix} \rightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{۲x^۲ + ۴x} \rightarrow D_f = \left(-\infty \text{ و } -۲\right] \cup \left[۰ \text{ و } +\infty\right) \\ g(x) = \sqrt{۲x}\sqrt{x+۲} \rightarrow D_g = \left[۰ \text{ و } +\infty\right) \end{cases}$$

پس در حالت $\begin{vmatrix} a = -۱ \\ b = -۲ \end{vmatrix}$ دو تابع f و g با یکدیگر برابرند.

۴- گزینه ۴ درست است.

$$P(x) = (x^۲ - x + ۱)\ q(x) + R(x)$$

$R(x)$ باید تابع خطی $R(x) = ax + b$ باشد.

$$P(x) = ۳ - ۲x^{۱۱} - ۲x^۲ + ۲x^۲ = ۳ + ۲x^۲ - ۲x^۲(x^۹ + ۱)$$

$$= ۳ + ۲x^۲ - ۲x^۲(x^۳ + ۱)(x^۶ - x^۳ + ۱)$$

$$= ۳ + ۲x^۲ - ۲x^۲(x + ۱)(x^۲ - x + ۱)(x^۶ - x^۳ + ۱)$$

$$= ۳ + ۲x^۲ + (x^۲ - x + ۱)K(x)$$

$$= ۳ + ۲x^۲ - ۲x + ۲ + ۲x - ۲ + (x^۲ - x + ۱)K(x)$$

$$۳ + ۲(x^۲ - x + ۱) + ۲x - ۲ + (x^۲ - x + ۱)K(x)$$

$$= ۲x + ۱ + (x^۲ - x + ۱)\ q(x) \rightarrow R(x) = ۲x + ۱$$

این تابع خطی از ربع چهارم عبور نمی کند.

راه حل دوم:

$$P(x) = (x^۳ + ۱)\ q(x) + R(x)$$

$R(x)$ یک چند جمله ای درجه دوم می باشد.

$$۳ - ۲(x^۳)^۳x^۲ = (x^۳ + ۱)q(x) + R(x)$$

با فرض $x^۳ = t$ داریم: آزمون وی آی پی

$$۳ - ۲x^۲t^۳ = (t + ۱)q(x) + R(x)$$

حال با جایگذاری $t = -۱$ داریم:

$$۳ + ۲x^۲ = R(x)$$

پس

$$P(x) = (x^۳ + ۱)q(x) + ۳ + ۲x^۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$P(x) = (x+۱)(x^۲ - x + ۱)q(x) + (۲x^۲ - ۲x + ۲) + (۱ + ۲x)$$

$$P(x) = (x^۲ - x + ۱)K(x) + ۲x + ۱$$

پس $R(x) = ۲x + ۱$

۵- گزینه ۱ درست است.

$$\frac{۲x^۲ + ۲x}{x+۱} + \frac{۱}{x+۱} \le ۲x - \frac{۴}{x-۳}$$

$$۲x + \frac{۱}{x+۱} \le ۲x - \frac{۴}{x-۳}$$

$$\frac{۱}{x+۱} + \frac{۴}{x-۳} \le ۰ \rightarrow \frac{۵x+۱}{(x+۱)(x-۳)} \le ۰$$

x	$-\infty$		-۱		$-\frac{۱}{۵}$		۳		$+\infty$
P		$-$		$+$	۰	$-$	‖	$+$	
			ت.ن				ت.ن		

$$x < -۱ \quad \text{یا} \quad \frac{-۱}{۵} \le x < ۳$$

اعداد صحیح نامنفی عبارتند از $x_۱ = ۰$ و $x_۲ = ۱$ و $x_۳ = ۲$

۶- گزینه ۲ درست است.

ابتدا نمودار f را رسم می کنیم.

می دانیم که باید $x \le ۰$ باشد.

$$۰ \le x^۲ < ۱ \rightarrow [x^۲] = ۰ \rightarrow y = \sqrt{-x} \qquad -۱ < x \le ۰$$

$$۱ \le x^۲ < ۲ \rightarrow [x^۲] = ۱ \rightarrow y = \sqrt{-x-۱} \qquad -\sqrt{۲} < x \le -۱$$

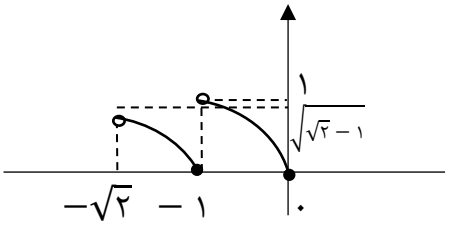
$$۲ \le x^۲ < ۳ \rightarrow [x^۲] = ۲ \rightarrow y = \sqrt{-x-۲} \qquad -\sqrt{۳} < x \le -\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فاصله سوم در دامنه به دست آمده تعریف نشده است پس

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} & -۱<x\le ۰\\ \sqrt{-x-۱} & -\sqrt{۲}<x\le -۱\end{cases}$$

حال نمودار تابع را با خط $y=۰$ قطع می‌دهیم.



$$\sqrt{-x}=۰/۱\to -x=۰/۰۱\to x_۱=-۰/۰۱$$
$$\sqrt{-x-۱}=۰/۱\to -x-۱=۰/۰۱\to x_۲=-۱/۰۱$$
$$\frac{x_۲}{x_۱}=\frac{۱/۰۱}{۰/۰۱}=۱۰۱$$

۷- گزینه ۴ درست است.

الف) $a\neq ۰\begin{cases}f(۲-|a|)=۲-۳(۲-|a|)=۳|a|-۴\\ f(۳+|a|)=-(۳+|a|)^۲+۵(۳+|a|)-۶\end{cases}$

$$f(۳+|a|)=-۹-a^۲-۶|a|+۱۵+۵|a|-۶=-a^۲-|a|$$
$$\Rightarrow -a^۲-|a|=۳|a|-۴\Rightarrow a^۲+۴|a|-۴=۰\to |a|^۲+۴|a|-۴=۰$$
$$|a|=\frac{-۲\pm\sqrt{۴+۴}}{۱}\to |a|=\sqrt{۸}-۲\to\begin{cases}a=\sqrt{۸}-۲\\ a=۲-\sqrt{۸}\end{cases}$$

ب) $a=۰\to f(۲)=f(۳)\to ۰=۰$ ✓✓

پس به ازای سه مقدار $a=\sqrt{۸}-۲$ و $a=۲-\sqrt{۸}$ و $a=۰$ معادله برقرار است.

۸- گزینه ۲ درست است.

$$\frac{(x-۴)(\sqrt{x}-۲)}{x-۴}=x-۸\to\sqrt{x}-۲=x-۸$$
$$\sqrt{x}=x-۶\to x=x^۲-۱۲x+۳۶\to x^۲-۱۳x+۳۶=۰$$
$$\to (x-۹)(x-۴)=۰\begin{cases}x_۱=۹\\ x_۲=۴\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریشه ۴ $= x_2$ قابل قبول نیست چون در معادله ۶ $- x = \sqrt{x}$ صدق نمی کند پس ریشه معادله ۹ $= a$ می‌باشد. پس

$$\sqrt{\frac{y+۹}{y-۹}} + ۲\sqrt{\frac{y-۹}{y+۹}} = ۳$$

با فرض $A = \sqrt{\frac{y+۹}{y-۹}}$ داریم:

$$A + \frac{۲}{A} = ۳ \to A^۲ - ۳A + ۲ = ۰ \begin{cases} A = ۱ \\ A = ۲ \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{y+۹}{y-۹}} = ۱ \to y + ۹ = y - ۹ \to ۹ = -۹ \qquad \times\times\times$$

$$\sqrt{\frac{y+۹}{y-۹}} = ۲ \to \frac{y+۹}{y-۹} = ۴ \to y + ۹ = ۴y - ۳۶ \to ۳y = ۴۵ \to y = ۱۵$$

۹- جواب : گزینه ۱

$$x^۲ - x - ۴ = ۰ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱ \text{ و } \alpha\beta = -۴$$

$$m = \frac{۱}{\alpha} - ۲ + \frac{۱}{\beta} - ۲ = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} - ۴ = \frac{۱}{-۴} - ۴ = \frac{-۱۷}{۴}$$

$$n = -\left(\frac{۱}{\alpha} - ۲\right)\left(\frac{۱}{\beta} - ۲\right) = -\frac{۱}{\alpha\beta} + \frac{۲}{\alpha} + \frac{۲}{\beta} - ۴ = -\frac{۱}{\alpha\beta} + \frac{۲(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} - ۴$$
$$= \frac{۱}{۴} + \frac{۲}{-۴} - ۴ = -\frac{۱}{۴} - ۴ = -\frac{۱۷}{۴}$$

$$\Rightarrow m = n$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- جواب : گزینه ۴

نمودار سهمی خط $y = c$ را در نقاطی به طول $x = ۰$ و $x = -c$ قطع می کند. پس $x = -\frac{c}{۲}$ طول راس سهمی است.

$$f(x) = a(x + \frac{c}{۲})^۲ = ax^۲ + acx + \frac{ac^۲}{۴} \Rightarrow \begin{cases} b = ac \\ c = \frac{ac^۲}{۴} \Rightarrow ac = ۴ \end{cases} \Rightarrow b = ۴$$

۱۱- جواب : گزینه ۳

$$\frac{\alpha}{۱ + \sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵} + ۱}{۲} = ۳ + \sqrt{۵}$$

$$\frac{۱+\sqrt{۵}+k}{a-k} = \frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$$

$$\frac{a-k}{۱+\sqrt{۵}+k} = \frac{\sqrt{۵}+۳-k}{۱+\sqrt{۵}+k} = \frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۵} + ۶ - ۲k = (۵ - ۱) + k(\sqrt{۵} - ۱) \Rightarrow k(\sqrt{۵} - ۱ + ۲) = ۲\sqrt{۵} + ۲ \Rightarrow k = ۲$$

۱۲- جواب : گزینه ۲

$$\begin{matrix} k \text{ واحد چپ} \\ ۲k \text{ واحد بالا} \end{matrix} \Rightarrow y = (x + k)^۲ - ۵(x + k) + ۶ + ۲k$$

$$y = x \Rightarrow x^۲ + (۲k - ۵)x + k^۲ - ۳k + ۶ = x$$
$$\Rightarrow x^۲ + (۲k - ۶)x + k^۲ - ۳k + ۶ = ۰$$

$$\Delta = ۰ \Rightarrow ۴(k - ۳)^۲ - ۴(k^۲ - ۳k + ۶) = ۰ \Rightarrow k^۲ - ۶k + ۹ - k^۲ + ۳k - ۶ = ۰$$
$$\Rightarrow k = ۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

معادله تقاطع : $x^{۲}-۴x+۴=۰ \Rightarrow \alpha=۲ \Rightarrow \alpha+k=۳$

۱۳- جواب : گزینه ۲

قرینه نسبت به مبدا : $y=-\frac{۱}{-x-۲}=\frac{۱}{x+۲}$

۲ واحد بالا و ۳ واحد چپ : $y=\frac{۱}{x+۳+۲}+۲=\frac{۱}{x+۵}+۲$

$$y=f(۱-۲x)=\frac{۱}{۱-۲x+۵}+۲=\frac{۱}{۶-۲x}+۲=\frac{۱۳-۴x}{۶-۲x}$$

$$y=۰ \Rightarrow x=\frac{۱۳}{۴}$$

۱۴- جواب : گزینه ۲

$$f(۰)=۱۰ \Rightarrow a^{۳}+a=۱۰ \Rightarrow a=۲ \Rightarrow b=a=۲ \Rightarrow y=ax^{۲}+(b+۱)x$$
$$=۲x^{۲}+۳x$$

بزرگ ترین بازه، بازه ای است که ابتدای آن، راس سهمی باشد.

$$x_s=-\frac{۳}{۲\times۲}=-\frac{۳}{۴}$$

۱۵- جواب : گزینه ۲

$$\begin{cases} f(x)=a(x-۲) \\ g(x)=bx+۲ \end{cases}$$

$$y=f(x-۲)+g(۲x+۱)=a(x-۴)+b(۲x+۱)+۲$$
$$=(a+۲b)x-۴a+b+۲$$

تابع باید ثابت باشد پس $a=-۲b$. آز مون وی آی پی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

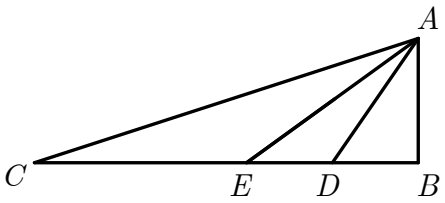
هر زاویه یک هشت‌ضلعی منتظم برابر $\frac{(۸-۲)\times ۱۸۰}{۸} = ۱۳۵^\circ$ می‌باشد. پس:

$$A\hat{B}D = D\hat{B}C - A\hat{B}C = ۱۳۵^\circ - ۶۰^\circ = ۷۵^\circ$$

$$AB = CB, CB = BD \Rightarrow AB = BD \Rightarrow B\hat{A}D = B\hat{D}A = \frac{۱۸۰^\circ - ۷۵^\circ}{۲} = ۵۲ / ۵^\circ$$

$$A\hat{D}E = B\hat{D}E - A\hat{D}B = ۱۳۵^\circ - ۵۲ / ۵^\circ = ۸۲ / ۵^\circ$$

۱۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴



فرض می‌کنیم که $A\hat{C}B = x$ با توجه به صورت سوال نتیجه می‌شود که $A\hat{E}D = ۲x$ و $A\hat{B}C = ۵x$. چون $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$، پس $\hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۶x$. چون AD و AE نیم‌ساز می‌باشند داریم:

$$C\hat{A}D = \frac{۱۸۰^\circ - ۶x}{۲} = ۹۰^\circ - ۳x \Rightarrow C\hat{A}E = \frac{۹۰^\circ - ۳x}{۲} = ۴۵^\circ - \frac{۳x}{۲}$$

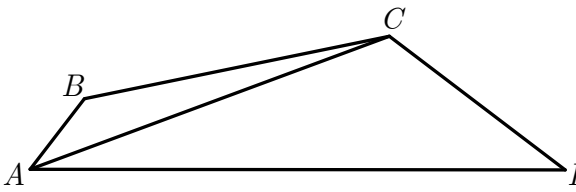
از طرفی چون $A\hat{E}D$ زاویه خارجی مثلث AEC است:

$$A\hat{E}D = C\hat{A}E + A\hat{C}E = ۴۵^\circ - \frac{۳x}{۲} + x = ۴۵^\circ - \frac{x}{۲} = ۲x \Rightarrow \frac{۵x}{۲} = ۴۵^\circ \Rightarrow x = ۱۸^\circ$$

پس داریم $A\hat{E}C = ۱۸۰^\circ - ۲x = ۱۴۴^\circ$ و $A\hat{D}C = ۱۸۰^\circ - x - (۴۵^\circ - \frac{۳x}{۲}) = ۱۲۶^\circ$ و در نهایت

$$A\hat{D}C + A\hat{E}C = ۱۲۶^\circ + ۱۴۴^\circ = ۲۷۰^\circ.$$

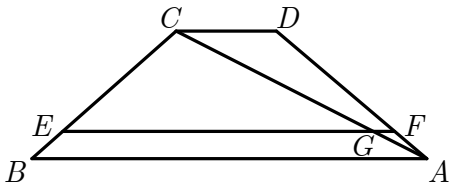
۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳



طبق نامساوی مثلث در ACD، داریم $AC + CD > AD$ یعنی $AC > ۷$ پس کمترین مقدار صحیح AC برابر است با ۸. همچنین، طبق نامساوی مثلث در ABC داریم $AB + BC > AC$ یعنی $AC < ۹$ پس بیشترین مقدار صحیح AC برابر است با ۸. در نتیجه $m + M = ۱۶$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱



فرض می‌کنیم $DF = x$. چون محیط دو ذوزنقه کوچک برابر است خواهیم داشت $۱۰ + ۲x = ۴۰ + ۲ \times (۲۰ - x)$ که نتیجه می‌دهد $x = DF = CF = \frac{۳۵}{۲}$ و $AF = BE = \frac{۵}{۲}$. چون $FG \parallel CD$ طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{FG}{CD} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow \frac{FG}{۱۰} = \frac{\frac{۵}{۲}}{۲۰} \Rightarrow FG = \frac{۵}{۴}$$

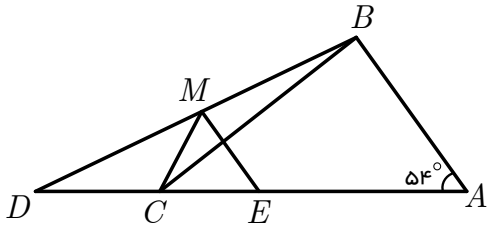
و $EG \parallel BA$ چون طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{GE}{AB} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{GE}{۴۰} = \frac{\frac{۳۵}{۲}}{۲۰} \Rightarrow GE = ۳۵$$

و در نهایت داریم $FE = FG + GE = \frac{۱۴۵}{۴}$.

۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

نقطه وسط AD را E می‌نامیم، حال طول CEرا به دست می‌آوریم:

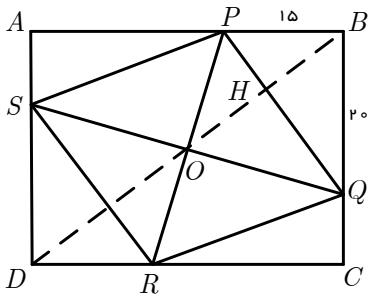


$$AD = ۱ + \sqrt{۵} + \sqrt{۵} - ۱ = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow AE = \sqrt{۵} \Rightarrow CE = AC - AE = ۱$$

و همچنین با توجه به قضیه میان‌خط $ME = \frac{AB}{۲} = ۱$ می‌باشد و همچنین $ME \parallel AB$ پس، نتیجه می‌شود $M\hat{E}C = D\hat{A}B = ۵۴^\circ$. در نتیجه $ME = CE = ۱$ و مثلث CEMمتساوی‌الساقین می‌باشد و در نهایت $A\hat{C}M = E\hat{C}M = \frac{۱۸۰^\circ - ۵۴^\circ}{۲} = ۶۳^\circ$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲



ابتدا طول DB را به دست می‌آوریم.

$$PO = \frac{PR}{۲} = ۱۵, QO = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰ \Rightarrow OP = PB, OQ = BQ$$

از طرفی ضلع PQ میان دو مثلث PBQ و POQ مشترک می‌باشد پس این دو مثلث به حالت سه ضلع هم‌نهشتند. به همین صورت ORS و DRS نیز هم‌نهشتند. از نتایج این دو هم‌نهشتی به راحتی می‌توان نشان داد که دو مثلث OPB و ORD نیز هم‌نهشتند و درنتیجه $P\hat{O}D = D\hat{O}R$ یعنی دو پاره‌خط OB و OD هم‌خط می‌باشند و در نتیجه قطر DB از O می‌گذرد.

چهارضلعی $PBQO$ کایت می‌باشد بنابرین قطرها عمود بر هم و منصف یک‌دیگرند، پس اگر طول ارتفاع BH را حساب کنیم می‌توانیم طول BD را به دست آوریم.

$$BH \times PQ = PB \times BQ \Rightarrow BH = \frac{۱۵ \times ۲۰}{۲۵} = ۱۲ \Rightarrow DB = ۴BH = ۴۸$$

حال چون $P\hat{B}H + H\hat{P}B = ۹۰^\circ$ و $P\hat{B}H + B\hat{D}A = ۹۰^\circ$ در نتیجه $H\hat{P}B = B\hat{D}A$ پس دو مثلث PBQ و ADB به حالت دو زاویه متشابه‌اند و با توجه به اجزای متناظر داریم:

$$\frac{AD}{PB} = \frac{AB}{BQ} = \frac{DB}{PQ} \Rightarrow \frac{AD}{۱۵} = \frac{AB}{۲۰} = \frac{۴۸}{۲۵} \Rightarrow AD = \frac{۱۴۴}{۵}, AB = \frac{۱۹۲}{۵}$$

محیط مستطیل برابر است با $۰.۲ \times (AD + AB) = \frac{۶۷۲}{۵}$.

۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$AB = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۰ \\ ۰ & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & ۲b \\ ۳a & ۴b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} a & ۰ \\ ۰ & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & ۲a \\ ۳b & ۴b \end{bmatrix}$$

اگر قرار بدهیم $AB = BA$ خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} a & ۲b \\ ۳a & ۴b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & ۲a \\ ۳b & ۴b \end{bmatrix} \Rightarrow a = b$$

پس اگر قرار دهیم $a = b$ به ازای هر a خواهیم داشت $AB = BA$، یعنی به ازای بی‌شمار B تساوی برقرار است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۴

با توجه به صورت سوال داریم:

$$G(I-EF)=(I-EF)G=I\Rightarrow G-GEF=G-EFG=I\Rightarrow EFG=G-I, EFG=GEF$$

گزینه یک:

$$|\ FE\ |=|\ I-FE\ ||\ FGE\ |=|\ FGE-FEFGE\ |=|\ FGE-F(G-I)E\ |=|\ FGE-FGE+FE\ |=|\ FE\ |$$

پس صحیح است.

گزینه دو:

$$(I-FE)(I+FGE)=I+FGE-FE-FEFGH=I+FGE-FE-F(G-I)E=I+FGE-FE-FGE+FE=I$$

پس صحیح است.

گزینه سه: اول پاسخ اثبات شد.

گزینه چهار:

$$(I-FE)(I-FGE)=I-FGE-FE+FEFGE=I-FGE-FE+F(G-I)E=I-FGE-FE+FGE-FE$$
$$=I-۲FE\neq I$$

پس صحیح نیست.

۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

دو معادله $P^۳=Q^۳$ و $P^۲Q=Q^۲P$ را از یکدیگر کم می‌کنیم:

$$P^۳-P^۲Q=Q^۳-Q^۲P\Rightarrow P^۲(P-Q)+Q^۲(P-Q)=O\Rightarrow (P^۲+Q^۲)(P-Q)=O$$

اگر $|\ P^۲+Q^۲\ |\neq ۰$ باشد آن‌گاه $P^۲+Q^۲$ وارون‌پذیر است و از $(P^۲+Q^۲)(P-Q)=O$ نتیجه می‌شود که $P-Q=O$ یعنی $P=Q$ که با فرض سوال در تناقض است پس باید داشته باشیم $|\ P^۲+Q^۲\ |=۰$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

داریم $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ و $A^3=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$ و فرض می‌کنیم $X=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

$$AX=X \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}=X=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2X=A(AX)=AX=X$$

$$X$$

$$A^3X=A^2(AX)=A^2X=AX=X \Rightarrow \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} c_{11}+c_{12}+c_{13} \\ c_{21}+c_{22}+c_{33} \\ c_{31}+c_{32}+c_{33} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X$$

$$\Rightarrow \underbrace{c_{11}+c_{12}+c_{13}}_{1}+\underbrace{c_{21}+c_{22}+c_{33}}_{1}+\underbrace{c_{31}+c_{32}+c_{33}}_{1}=3$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶- جواب : گزینه ۳

چرا که گزینه ۳ گزاره ای همواره درست محسوب می‌شود، اما سه گزاره دیگر در حالتی که p و q گزاره هایی درست و r گزاره ای نادرست باشد، ارزش نادرست دارند.

سه گزاره دیگر ساده شوند برابر می شوند با $\sim p \vee \sim q \vee r$

۲۷- جواب : گزینه ۱

$$a+b=\left[a\text{ و }b\right]-۳۳\left(a\text{ و }b\right)$$
$$\xrightarrow{\left(a\text{ و }b\right)=d} a'd+b'd=a'b'd-۳۳\,d$$
$$\rightarrow a'+b'=a'b'-۳۳$$
$$\rightarrow a'b'-a'-b'+۱=۳۴$$
$$\rightarrow (a'-۱)(b'-۱)=۳۴$$
$$\xrightarrow{a<b}\begin{cases}a'=۲\\b'=۳۵\end{cases}\text{ یا }\begin{cases}a'=۳\\b'=۱۸\end{cases}$$

و از آنجایی که $\left(a'\text{ و }b'\right)=۱$ پس تنها حالت قابل قبول $a'=۲$ و $b'=۳۵$ می‌باشد.

پس $a=۲\,d$ و $b=۳۵\,d$

که تنها حالت هایی که مقدار ۲ رقمی به ازای b تولید می‌کند ، مقادیر ۳۵ و ۷۰ هستند.

۲۸- جواب : گزینه ۲

عدد مکعب کامل که مضرب $۵\times ۲^{۴}=۸۰$ باشد به طور حتم به فرم $۲^{۶}\times ۵^{۳}\times k^{۳}$ خواهد بود. پس:

$$۲^{۶}\times ۵^{۳}\times k^{۳}<۱۰۰۰۰۰۰$$
$$۲۰\,k<۱۰۰$$
$$k<۵\rightarrow \text{۴ حالت}$$

۲۹- جواب : گزینه ۱

گزینه ۱ در اعداد طبیعی، به انتفای مقدم، همواره درست است و لذا فاقد مثال نقض می‌باشد.

برای گزینه های ۲ و ۳ و ۴ به ترتیب مثال نقض های $x=۳$ و $x=۲$ و $x=۰/۱$ را داریم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- جواب : گزینه ۱

$$y = \frac{x^۲ - ۲۲}{x^۳ - ۱}$$
$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^۳ - ۱ | x^۲ - ۲۲$$
$$\Rightarrow x - ۱ | x^۲ - ۲۲$$
$$\Rightarrow x - ۱ | ۲۱$$
$$\Rightarrow x - ۱ = \mp ۱ / \mp ۳ / \mp ۷ / \pm ۲۱$$
$$\Rightarrow x = -۲۰ / -۶ / -۲ / ۰ / ۲ / ۴ / ۸ / ۲۲$$

که در میان ریشه های به دست آمده تنها $x = ۰$ و $x = -۲$ در معادله اصلی صدق می‌نماید.

۳۱- جواب : گزینه ۴

$$۸۸\,p + ۱ = n^۲$$
$$\Rightarrow ۸۸\,p = (n-۱)(n+۱) \Rightarrow n \text{ عددی فرد است}$$
$$n = ۲\,k + ۱ \Rightarrow ۸۸\,p = (۲\,k)(۲\,k + ۲)$$
$$۲۲\,p = k(k+۱)$$

پس $۲۲\,p$ بایستی به فرم ضرب دو عدد متوالی باشد:

$$۲۲\,p = \begin{cases} p \times ۲۲ \Rightarrow p = ۲۳ \\ ۲\,p \times ۱۱ \Rightarrow p = ۵ \\ ۱۱\,p \times ۲ \Rightarrow \text{فاقد جواب} \\ ۲۲\,p \times ۱ \Rightarrow \text{فاقد جواب} \end{cases}$$

لذا بزرگترین n به ازای $p = ۲۳$ تولید می‌شود:

$$n^۲ = ۸۸(۲۳) + ۱ = ۲۰۲۵ \Rightarrow n = ۴۵$$

۳۲- جواب : گزینه ۴ آزمون وی آی پی

$$\left(۲^{۳۰} + ۱ \text{ و } ۲^{۲۰} - ۱\right) = (۲^{۱۰} + ۱) \times \left(۲^{۲۰} - ۲^{۱۰} + ۱ \text{ و } ۲^{۱۰} - ۱\right) = ۱۰۲۵\,k = ۴۱ \times ۲۵\,k$$

۳۳- جواب : گزینه ۲

$$a = ۲۳\,q + q^۲ \qquad \text{و} \qquad ۰ \le q^۲ \le ۲۳$$
$$\rightarrow q = ۰ / \pm ۱ / \pm ۲ / \pm ۳ / \pm ۴$$

برای q ، ۹ مقدار صحیح پیدا می‌شود که هر یک ، یک مقسوم در اعداد صحیح ایجاد می‌نماید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴- جواب : گزینه ۲

$$\left\lfloor \frac{۵n}{۱۷} \right\rfloor = ۱۳$$
$$\rightarrow ۱۳ \leq \frac{۵n}{۱۷} < ۱۴$$
$$\rightarrow ۴۵ \leq n \leq ۴۷$$

۳۵- جواب : گزینه ۴

$$(۶n+۵ \text{ و } ۴n+۷) = d$$
$$\rightarrow \begin{cases} d|۴n+۷ \\ d|۶n+۵ \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} d|۱۲n+۲۱ \\ d|۱۲n+۱۰ \end{cases} \rightarrow d|۱۱$$
$$\rightarrow \begin{cases} d|۶n+۵ \\ d|۴n+۷ \end{cases} \rightarrow ۱۱|۲n-۲$$
$$\xRightarrow{(۲ \text{ و } ۱۱)=۱} ۱۱|n-۱ \rightarrow n = ۱۱k+۱$$
$$۱۰۰ \leq n \leq ۹۹۹ \rightarrow ۱۰۰ \leq ۱۱k+۱ \leq ۹۹۹ \rightarrow ۹ \leq k \leq ۹۰$$

که شامل ۸۲ عدد طبیعی می باشد.

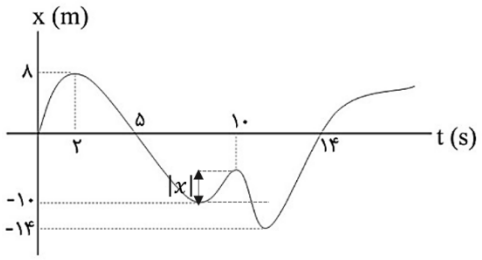
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

هر سه لحظه $t = ۱\ s$، $t = ۲\ s$ و $t = ۳\ s$ ریشه‌های معادله $x = ۰$ هستند. بنابراین مقدار جابه‌جایی متحرک در هر سه گزینه ۱ و ۲ و ۳ برابر و غیر صفر است (چون مکان اولیه صفر نیست). وقتی مقدار جابه‌جایی‌ها یکسان است، برای مقایسه سرعت متوسط کافی است مدت زمان‌ها را مقایسه کنیم که به گزینه ۱ می‌رسیم.

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

مسافت طی‌شده در بازه زمانی (۱۴ و ۲) برابر است با:



$$\ell = ۱۸ + ۲|x| + ۴ + ۱۴ = ۳۶ + ۲|x|$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۴ = \frac{۳۶ + ۲|x|}{۱۲} \Rightarrow |x| = ۶\ m$$

اولین تغییر جهت بردار در $t = ۵\ s$ و سومین تغییر جهت حرکت در $t = ۱۰\ s$ است. مسافت طی شده در این مدت عبارت است از: $\ell = ۱۰ + ۶ = ۱۶\ m$

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

$$t_۱ \text{ صفر تا } \begin{cases} \Delta x < ۰ \Rightarrow V_{av} < ۰ \\ \Delta v = v_۱ - v_۰ = ۰ - (\text{منفی}) > ۰ \Rightarrow a_{av} > ۰ \end{cases}$$

$$t_۳ \text{ صفر تا } \begin{cases} \Delta x > ۰ \Rightarrow V_{av} > ۰ \\ \Delta v = v_۳ - v_۰ = ۰ - (\text{منفی}) > ۰ \Rightarrow a_{av} > ۰ \end{cases}$$

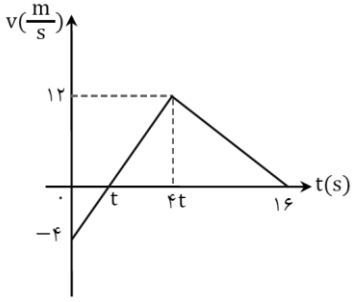
$$t_۲ \text{ تا } t_۲ \begin{cases} \Delta x > ۰ \Rightarrow V_{av} > ۰ \\ \Delta v = v_۳ - v_۲ = ۰ - (\text{مثبت}) < ۰ \Rightarrow a_{av} < ۰ \end{cases}$$

$$t_۴ \text{ تا } t_۱ \begin{cases} \Delta x > ۰ \Rightarrow V_{av} > ۰ \\ \Delta v = v_۴ - v_۱ = (\text{منفی}) - ۰ < ۰ \Rightarrow a_{av} < ۰ \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار سرعت - زمان متحرک، سرعت متوسط در بازه $(t \text{ و } ۱۶)$ ثانیه برابر $۶\frac{m}{s}$ است. با توجه به توصیف صورت سوال می‌فهمیم سرعت متوسط در کل حرکت $۵\frac{m}{s}$ است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{\Delta x}{۱۶} \Rightarrow \Delta x = ۸۰\ m$$

$$\Delta x = -۲\,t + ۶(۱۶ - t) \Rightarrow ۸۰ = -۸\,t + ۹۶ \Rightarrow t = ۲\ s$$

$$|a| = \frac{۱۲}{۱۶ - ۸} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

تندی متوسط در رفت با $s_{av_۱}$ و تندی متوسط در برگشت را با $s_{av_۲}$ نشان می‌دهیم. داریم:

$$s_{av_۱} = \frac{\ell}{\frac{\frac{\ell}{۲}}{۱۰} + \frac{\frac{\ell}{۲}}{۴۰}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۸۰}} = \frac{۸۰}{۵} = ۱۶\frac{m}{s}$$

$$s_{av_۲} = \frac{\frac{\Delta t}{۲} \times ۱۰ + \frac{\Delta t}{۲} \times ۴۰}{\Delta t} = ۲۵\frac{m}{s}$$

اکنون برای تندی متوسط رفت و برگشت داریم:

$$s_{av_{کل}} = \frac{۲\,\ell}{\frac{\ell}{۱۶} + \frac{\ell}{۲۵}} = \frac{۲}{\frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۲۵}} = \frac{۸۰۰}{۴۱} \approx ۱۹/۵\frac{m}{s}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

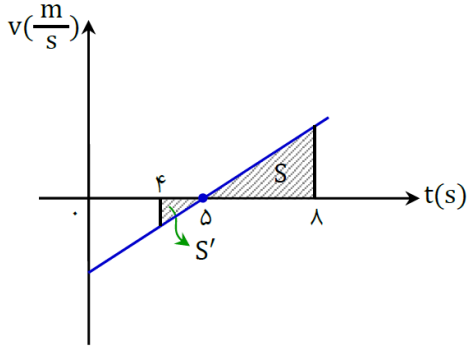
با تطبیق معادله مکان ـ زمان داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت $\left(x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰\right)$ در می‌یابیم که $\frac{۱}{۲}a = ۳$ و $v_۰ = -۴$ است؛ یعنی بردار شتاب متحرک $۶\vec{i}$ و بردار سرعت اولیه آن $-۴\vec{i}$ است (گزینه ۱ نادرست و گزینه ۲ درست است). از آنجا که بردار سرعت اولیه و بردار شتاب هم‌سو نیستند، حرکت ابتدا کندشونده و پس از تغییر جهت متحرک، تندشونده است و متحرک فقط یک بار (در رأس سهمی یعنی لحظه $t = \frac{۲}{۳}s$) تغییر جهت می‌دهد (گزینه ۳ درست است). با توجه به تقارن شاخه‌های سهمی، متحرک در لحظات متقارن نسبت به لحظه تغییر جهت حرکت، دارای مکان یکسان و تندی یکسان است (گزینه ۴ درست است).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۷/۵ = \frac{\ell}{۴} \Rightarrow \ell = ۳۰\ m$$

نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم[آزمون وی آی پی]



$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{۳}{۱}\right)^{۲} \Rightarrow S = ۹\ S'$$

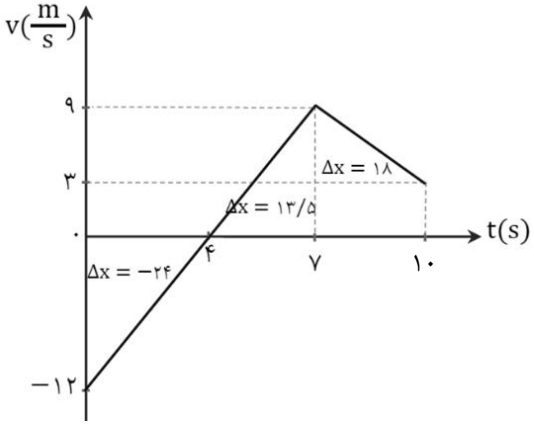
$$S + S' = ۳ \Rightarrow ۱۰S' = ۳۰ \Rightarrow S' = ۳ \Rightarrow S = ۲۷$$

$$\Delta x = ۲۷ - ۳ = ۲۴\ m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴}{۴} = ۶\frac{m}{s}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از نمودار مشخص است، بیشترین تندی جسم در لحظه $t = ۰$ و برابر $۱۲\frac{m}{s}$ است.

از طرفی برای یافتن بیشترین طول بردار مکان، باید بیشترین فاصله از مبدأ را پیدا کنیم که کافی است لحظات تغییر جهت حرکت و لحظهٔ آخر را چک کنیم:

$$x_{۴} = x_{۰} - ۲۴ = +۵ - ۲۴ = -۱۹\ m$$

$$x_{۱۰} = x_{۴} + ۱۳/۵ + ۱۸ = -۱۹ + ۱۳/۵ + ۱۸ = +۱۲/۵\ m$$

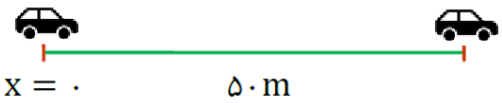
پس بیشترین فاصله از مبدأ مکان ۱۹ متر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

کمترین فاصله، در لحظه‌ای است که تندی خودروی B به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد (تندی خودروها یکسان می‌شود). با نوشتن معادله مکان هر یک از دو خودرو (و با فرض انتخاب مکان خودروی A به عنوان مبدأ مکان) داریم:

$$V_A = ۲۰\frac{m}{s} \qquad V_B = ۸\frac{m}{s}$$



$$x_A = ۲۰\,t$$
$$x_B = ۵۰ + \frac{۲۰+۸}{۲} \times t$$

اکنون اگر $x_B - x_A = ۱۴$ را حل کنیم، لحظه‌ای که به کمترین فاصله می‌رسند، به‌دست می‌آید:

$$۱۴\,t + ۵۰ - ۲۰\,t = ۱۴ \Rightarrow ۶\,t = ۳۶ \Rightarrow t = ۶\,s$$

پس شتاب خودروی B عبارت است از:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{۲۰-۸}{۶} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

تعیین فاصله در $t = ۱۵\,s$:

$$x_A = ۲۰ \times ۱۵ = ۳۰۰\,m$$
$$x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۵^۲ + ۸ \times ۱۵ + ۵۰ = ۳۹۵\,m$$
$$\Rightarrow d = ۳۹۵ - ۳۰۰ = ۹۵\,m$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به فاصله زمانی یکسان بین افتادن قطره‌ها، می توانیم مسئله را به‌راحتی از روش کاربرد نسبت حل کنیم:

$$۹\,y = ۱۸۰\,cm \Rightarrow y = ۲۰\,cm$$

ارتفاع قطره دوم از زمین $= ۵\,y = ۱۰۰\,cm$

ارتفاع قطره سوم از زمین $= ۸\,y = ۱۶۰\,cm$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

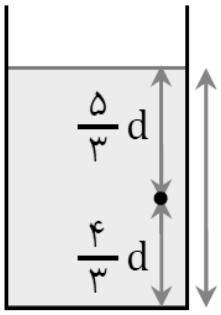
ثانیه و هفته یکای زمان ولی سال نوری یکای طول است (رد گزینه ۱)، فوت و فرسنگ یکای طول ولی گره دریایی یکای تندی است (رد گزینه ۳) و مثقال و قیراط یکای جرم ولی ذرع یکای طول است (رد گزینه ۴).

۴۷- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به قاعده سازگاری یکاها در معادلات فیزیکی، می‌فهمیم که هم کمیت $\frac{x^۲}{A}$، هم کمیت Bx و هم عدد ۳ در انتهای معادله باید از جنس سرعت و دارای یکای $\frac{m}{s}$ باشند. پس یکای B باید $\frac{۱}{s}$ باشد.

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

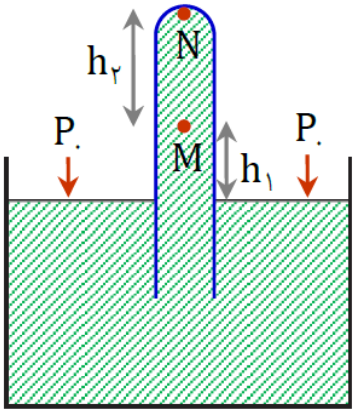
فشار در کف ظرف قبل و بعد از اختلاط یکسان (و برابر $\frac{m_{کل}g}{A}$) است؛ یعنی در نهایت ما محلول همگنی خواهیم داشت که فشار در کف ظرف آن ۳۶۰۰۰Pa خواهد بود. پس برای محاسبه فشار در ارتفاع $\frac{۴}{۳}d$ از کف ظرف، می‌توانیم از نسبت استفاده کنیم:



$$P_{\frac{۵}{۳}d\ عمق} = \frac{۵}{۹}P_{کف} = \frac{۵}{۹} \times ۳۶\ kPa = ۲۰\ kPa$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

فشار دو نقطه M و N را به شکل زیر می نویسیم.



$$P_M = P_. - \rho g h_۱$$

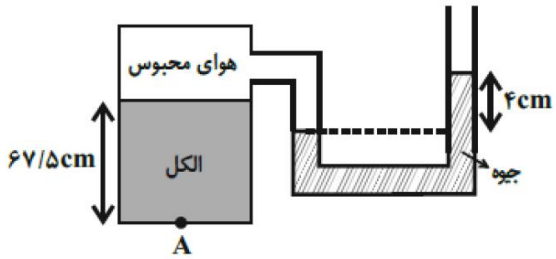
با افزودن جیوه به ظرف مقدار $h_۱$ کاهش می‌یابد، در نتیجه فشار در نقطه M افزایش یافته و به $P_.$ نزدیک می‌شود.

از طرفی برای فشار نقطه N داریم $P_N = P_M - \rho g h_۲$. مقدار $h_۲$ ثابت است، پس با افزایش P_M، P_N نیز افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- پاسخ: گزینه۲۳

ابتدا الکل موجود در ظرف را با جیوه معادل‌سازی می‌کنیم:



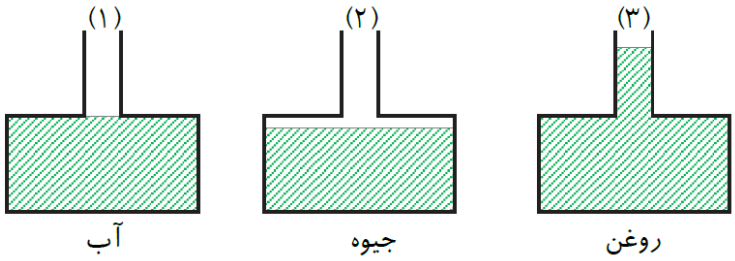
$$۶۷/۵ \times ۰/۸ = ۱۳/۵ \times h \Rightarrow h = ۴\ cm$$

$$\left.\begin{matrix} P_A = P_{\text{محبوس}} + ۴\ cmHg \\ P_{\text{محبوس}} = P_{\cdot} + ۴\ cmHg \end{matrix}\right\} \Rightarrow P_A = P_{\cdot} + ۸\ cmHg = ۸۰\ cmHg$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

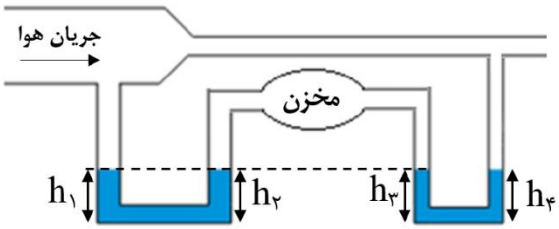
حجم قسمت خالی در پایین ظرف $V = ۵۰ \times ۱۰ = ۵۰۰cm^۳$ است.

حجم آب اضافه شده به ظرف با توجه به فرمول $V = \frac{m}{\rho}$ دقیقاً $۵۰۰cm^۳$ است. حجم جیوه اضافه شده کمتر از $۵۰۰cm^۳$ و حجم روغن اضافه شده بیشتر از $۵۰۰cm^۳$ است. پس شکل ظرف‌ها پس از اضافه‌کردن مایع‌ها به صورت زیر است. با توجه به آن که از هر مایع ۵۰۰ گرم اضافه کردیم، وزن مایع درون ظرف در سه حالت یکسان و برابر W خواهد بود. اگر نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع F باشد، داریم:



حالت اول : $F_۱ = W$ حالت دوم : $F_۲ = W$ حالت سوم : $F_۳ > W$

۵۲- پاسخ: گزینه ۱



می‌دانیم فشار هوای در جریان از فشار هوای ساکن محیط کمتر است، اما از آنجا که $h_۱ = h_۲$ است، نتیجه می‌گیریم که فشار درون مخزن هم از فشار هوای ساکن محیط کمتر است (فشار پیمانه‌ای مخزن منفی است) و با فشار هوای در جریان در بخش قطور لوله برابر است. از طرفی فشار هوای در جریان در بخش نازک لوله، به دلیل افزایش سرعت از فشار هوای در جریان در بخش قطور (یا همان فشار مخزن) کمتر است، یعنی باید $h_۴ > h_۳$ باشد.

آزمون وی آی پی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\theta + ۲۷۳ = ۴\theta \Rightarrow ۳\theta = ۲۷۳ \Rightarrow \theta = ۹۱\ ^\circ C$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta L_B - \Delta L_A = L_۱ \Delta\theta(\alpha_B - \alpha_A) = ۳ \times ۱۰^۳ \times ۵۰ \times (۲ - ۱/۲) \times ۱۰^{-۵}$$
$$\Rightarrow \Delta L_B - \Delta L_A = ۱۲۰ \times ۱۰^{-۲} = ۱/۲\ mm$$

دقت کنید طول اولیه میله‌ها را به میلی‌متر تبدیل کردیم تا اختلاف طول میله‌ها بر حسب میلی‌متر به دست آید.

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا باید جرم گلوله فلزی را پیدا کنیم:

$$V_{\text{گلوله}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۵^۳ cm^۳ = ۵۰۰ cm^۳$$
$$m_{\text{گلوله}} = \rho_{\text{فلز}} V = ۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰۰\ g = ۴\ kg$$

اکنون برای سه ماده (آب، گوی و گرماسنج) معادله دمای تعادل بدون تغییر حالت را می‌نویسیم:

$$۲۵ = \frac{۰/۵ \times ۴۰۰۰ \times ۲۰ + C \times ۲۰ + ۴ \times ۱۰۰ \times ۵۷/۵}{۰/۵ \times ۴۰۰۰ + C + ۴ \times ۱۰۰}$$
$$\Rightarrow ۲۵ = \frac{۴۰۰۰۰ + ۲۰\ C + ۲۳۰۰۰}{۲۰۰۰ + C + ۴۰۰} \Rightarrow ۶۰۰۰۰ + ۲۵\ C = ۲۰\ C + ۶۳۰۰۰$$
$$\Rightarrow ۵\ C = ۳۰۰۰ \Rightarrow C = ۶۰۰ \frac{J}{K}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ ـ گزینه‌ی ۳

آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:

$$۱s^{۲}\,۲s^{۲}\,۲p^{۶}\,۳s^{۲}\,۳p^{۶}\,۳d^{۱۰}\,۴s^{۲} \quad \text{یا} \quad ۱s^{۲}\,۲s^{۲}\,۲p^{۶}\,۳s^{۲}\,۳p^{۶}\,۳d^{۱۰}\,۴s^{۱}$$

بنابراین عنصر مورد نظر هم میتواند مس $_{۲۹}Cu$ و هم روی $_{۳۰}Zn$ باشد. عبارت‌های (آ) و (ب) و (د) درست هستند.

مورد (ج) نادرست است زیرا تنها روی باعث ایجاد رنگ سبز در آزمون شعله می‌باشد نه مس.

۵۷ – گزینه‌ی ۱

برسی نادرستی عبارت‌های (پ) و (ت):

(پ): انرژی همانند ماده در نگاه ماکروسکوپی پیوسته است

(ت): مدل الکترون‌نقطه‌ای برلیم و هلیم متفاوت است. $\cdot\mathrm{Be}\cdot$ $\quad$ $:\mathrm{He}:$

۵۸- گزینه‌ی ۱

به ازای تشکل هرمول ($AlF_۳$ ۸۴گرم)، ۳مول الکترون مبادله میشود و در هر مول اوره $CO(NH_۲)_۲$، ۴مول اتم هیدروژن وجود دارد.

$$\text{مول الکترون} = \frac{۲۵/۲}{۸۴} \times ۳ = ۰/۹ \quad AlF_۳ \text{ گرم } ۲۵/۲$$

$$CO(NH_۲)_۲ \text{ گرم } = ۰/۹ \text{ mol H} \times \frac{۱ \text{ mol } CO(NH_۲)_۲}{۴ \text{ mol } H} \times \frac{۶۰ \text{ g } CO(NH_۲)_۲}{۱ \text{ mol } CO(NH_۲)_۲} = \frac{۱۳}{۵} g\ CO(NH_۲)_۲$$

۵۹– گزینه‌ی ۱

نسبت شمار اتم‌های N به O در $(NH_۴)_۲SO_۴$ برابر $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴}$ است و این عدد با نسبت شمار آنیون به کاتیون در پتاسیم سولفید برابر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- گزینه ۲

با توجه به واکنش میتوانیم روابط زیر را بنویسیم.

$$\frac{۲۰۰\ g\ \text{محلول} \times \frac{۳۵/۵}{۱۰۰}\ Na_۲SO_۴}{۱۴۲\times ۱} = \frac{xL\ BaCl_۲ \times ۲\ mol.L^{-۱}}{۱} = \frac{۱}{۲} \rightarrow x = \frac{۱}{۴}\ L = ۲۵۰\ mL$$

گرم سدیم : $\frac{۱}{۲} = \frac{x\ g\ Na}{۲۳\times ۲} \rightarrow x=۲۳$

گرم رسوب : $\frac{۱}{۲} = \frac{y\ g\ BaSO_۴}{۲۳۳\times ۱} \rightarrow y = \frac{۲۳۳}{۲}$

جرم محلول نهایی = $۲۰۰ + ۲۵۰ - \frac{۲۳۳}{۲} = \frac{۹۰۰-۲۳۳}{۲} = \frac{۶۶۷}{۲}$

درصد جرمی سدیم : $\frac{۲۳}{\frac{۶۶۷}{۲}} \times ۱۰۰ = ۶/۹$

۶۱- گزینه ۲

ساختار دو ترکیب به صورت زیر است:

۱) $C_{۱۴}H_{۲۵}$—C(=O)—O$^{\ominus}$ Na^+

۲) $C_{۱۴}H_{۲۵}$—$C_۶H_۴$—S(=O)(=O)—O$^{\ominus}$ Na^+

در بین موارد مطرح شده تنها مورد اول (سهولت تولید) در مورد پاک کننده صابونی بیشتر است. دقت کنید که در پاک‌کننده غیرصابونی حلقه بنزنی هم پیوند دوگانه دارد.

۶۲- گزینه‌ی ۲

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:آزمون وی آی پی

آ) ترکیب های حاوی یون فسفات به صابون اضافه می شود نه پاک کننده‌های غیر صابونی

ب)برخی اکسیدهای نافلزی مانند CO در آب خاصیت اسیدی ایجاد نمی کند.

پ) اوره و مولکول های سازنده عسل در آب، جاذبه هیدروژنی بر قرار می‌کنند.

ت) در اثر انحلال ماده اصلی آهک (CaO) در آب، $Ca(OH)_۲$ ایجاد می شود که دو آنیون و یک کاتیون دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- گزینه ۳

جرم مولی R برابر x در نظر میگیریم.

$$\frac{۳۶/۵\ g\ \text{استر} \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{(x+۸۷)\times ۱} = \frac{۰/۱\ mol\ \text{صابون}}{۱} \rightarrow \frac{۲۹/۲}{x+۸۷} = ۰/۱ \rightarrow x+۸۷ = ۲۹۲ \rightarrow x = ۲۰۵$$

با توجه به گزینه‌ها تعداد کربن R ۱۴ یا ۱۵ است.

گروه R دارای ۳ پیوند دوگانه $\rightarrow y=25 \rightarrow C_xH_y = C_{۱۵}H_y \rightarrow 15 =$ تعداد کربن

غیرقابل قبول $\rightarrow y'=37 \rightarrow C_{x'}H_{y'} = C_{۱۴}H_{y'} \rightarrow 14 =$ تعداد کربن

با توجه به حالت اول، گروه R دارای ۳ پیوند دوگانه و مولکول استر دارای ۴ پیوند دوگانه است.

۶۴- گزینه ۳

به جز مورد (آ) سایر موارد درست است.

$$\text{غلظت مولی سدیم هیدروکسید} = \frac{۱۰\times ۴۰\times d}{۴۰} = 10d$$

$$\text{غلظت مولی سدیم هیدروکسید} = \frac{۱۰\times ۲۰\times d}{۲۴} = 10\times \frac{۵}{۶} d$$

۶۵- گزینه ۳

$$N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ۲H^+ + ۲\ NO_۳^-$$

$$۱ N_۲O_۵ \rightarrow ۴\ \text{یون} \rightarrow \frac{۳۲/۴}{۱۰۸}\times ۴ = ۱/۲\ mol\ \text{یون}$$

$$\text{غلظت یون‌ها} = \frac{۱/۲}{۰/۲} = ۶$$

$$۱\ CaO + H_۲O \rightarrow ۱ Ca^{۲+} + ۲\ OH^-$$

$$۱\ CaO \rightarrow ۳\ \text{یون} \rightarrow \frac{۲۲/۴}{۵۶}\times ۱/۲\ mol\ \text{یون}$$

$$\text{غلظت یون‌ها} = \frac{۱/۲}{۰/۳} = ٤$$

$$\text{نسبت} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶- گزینه ۴

جرم مولی روغن زیتون ۸۸۴ گرم بر مول و ۴۴/۲ گرم معادل $\frac{۱}{۲۰}$ مول از آن است. هر مول روغن زیتون، ۳ مول اسید چرب و $\frac{۱}{۲۰}$ مول آن $\frac{۳}{۲۰}$ مول اسید چرب و در نتیجه $\frac{۳}{۲۰}$ مول صابون تولید می‌کند.

$$۲\ RCOONa + CaCl_۲ \rightarrow (RCOO)_۲\ Ca + ۲NaCl$$

$$\frac{\frac{۳}{۲۰}\ mol\ \text{صابون} \times \frac{R}{۱۰۰}}{۲} = \frac{۰/۱۵\ L \times ۰/۲\ mol.L^{-}\ \ CaCl_۲}{۱}$$

$$R=۴۰$$

۶۷- گزینه ۳

$$\text{غلظت کل گونه‌ها} = M(۱+\alpha) = ۰/۵ = ۰/۴\ (۱+\alpha) \rightarrow ۱+\alpha=\frac{۵}{۴} \rightarrow \alpha = \frac{۱}{۴}$$

$$\frac{\text{غلظت کل یون ها}}{\text{غلظت یونیده نشده}} = \frac{۲\ M\alpha}{M(۱-\alpha)} = \frac{۲\ \alpha}{۱-\alpha} = \frac{۲(\frac{۱}{۴})}{۱-\frac{۱}{۴}} = \frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۲}{۳}$$

۶۸- گزینه ۱

$$C_۶H_{۱۲}O_۶ + ۶O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۶H_۲O$$

$$CO_۲ + CaO \rightarrow CaCO_۳$$

$$۱C_۶H_{۱۲}O_۶ \sim ۶CO_۲ \sim ۶CaO$$

$$\frac{\text{جرم گلوکز}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}\times\text{چگالی}(CaO)}{\text{ضریب}\times\text{جرم مولی}}$$

$$\frac{۳/۶\ g\ \text{گلوکز}}{۱\times۱۸۰} = \frac{۷\times۳/۳۶}{۵۶\times۶} \rightarrow v = ۲mL$$

۶۹-گزینه۱

$$\frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ \rightarrow ۲۵=\frac{x}{۴} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۱۰\ gHf$$

$$Hf = ۱+۱۹ = ۲۰\ g.mol.L^{-۱}$$

$$\text{تعداد مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \rightarrow \frac{۱۰}{۲} = ۰/۵\ mol\ Hf$$

$$\frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۱} = ۵ \times ۱۰^{-۳}\ mol\ H_۳O^{+}$$

$$A=\frac{\text{شمار مول هیدرونیم}}{\text{مولاریته}} \rightarrow \alpha = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۵} = ۰/۰۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

الف) عنصر مورد نظر کلر است که با توجه به ۱۸ الکترون لایه سوم عنصر مورد نظر کلر نیست.

ث) C عنصر اسکاندیم و D عنصر گوگرد است پس فقط ترکیبی به فرمول C_2D_3 تشکیل می‌شود.

۷۱- گزینه۴

درجه یونش اسید HA قبل از افزودن آب ۰/۱ است که با ۱۰ برابر شدن حجم درجه یونش که با غلظت رابطه‌ی عکس غیرخطی دارد، بیشتر میشود اما ۱۰ برابر نمیشود

۷۲- گزینه ۳

عبارت های آ و ب نادرست بیان شده اند

دلیل نادرستی:

عبارت آ) طیف نشری خطی ایزوتوپ های یک عنصر مشابه ولی طیف عنصرهای هم گروه متفاوت است.

عبارت ب) «خط نماد» بر روی کالاها صرفاً تشابه ظاهری با طیف نشری خطی عنصرها دارد و عملاً ربطی بهه طیف نشری عنصرها ندارد.

۷۳- گزینه ۴

عنصر M فلز منگنز می باشد که دارای یون های پایدار Mn^{2+} و Mn^{3+} می باشد.

عنصر X نافلز سلنسیم می باشد که دارای ظرفیت یونی -۲ و ظرفیت کووالانسی ۲، ۴ و ۶ می باشد.

فرمول های درست: $M(NO_3)_2$، MPO_4، BaX، XBr_2، XF_4، M_3X_2

فرمول های نادرست: MBr، M_3X_2

↓ ↓

شکل صحیح فرمول: $(MBr_2$ و $MBr_3)$، (M_2X_3)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- گزینه ۱

ابتدا واکنش های انجام یافته را نوشته و موازنه می کنیم

$$۲\ Li(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲\ LiOH(aq) + H_۲(g)$$

$$Li_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲\ LiOH(aq)$$

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g)$$

$$\text{جرم گاز آمونیاک} = ۰/۱\ L \times ۰/۸۵ \frac{g}{L} = ۰/۰۸۵\ g$$

$$Li \text{ جرم} = ۰/۰۸۵\ gNH_۳ \times \frac{۱\ mol}{۱۷\ g} \times \frac{۳\ mol\ H_۲}{۲\ mol\ NH_۳} \times \frac{۲\ mol\ Li}{۱\ mol\ H_۲} \times \frac{۷\ g}{۱\ mol\ Li} = ۰/۱۰۵\ g$$

$$Li_۲O \text{ جرم} = ۱۰/۲ - ۰/۱۰۵ = ۱۰/۰۹۵ \quad \text{آزمون و ی آی پی}$$

$$O \text{ جرم} = ۱۰/۰۹۵\ gLi_۲O \times \frac{۱\ mol\ Li_۲O}{۳۰\ g} \times \frac{۱\ mol\ LO}{۱\ mol\ Li_۲O} \times \frac{۱۶\ gO}{۱\ mol\ O} = ۵/۳۴۸\ g$$

$$O \text{ درصد جرمی} = \frac{۵/۳۴۸}{۱۰/۲} \simeq ۵۳$$

۷۵- گزینه ۴

سدیم قضیه $(Na_۳P)$ در هر واحد فرمولی آن سه کاتیون Na^+ و یک آنیون $P^{۳-}$ وجود دارد پس تعداد کاتیون ها از آنیون ها بیش تر است و همچنین جمع جبری بار یون های مثبت از یون های منفی قطعاً بیش‌تر است.

بررسی گزینه های نادرست:

۱- محلولی حاوی یون های نقره با گاز کل $(Cl_۲)$ رسوب تشکیل نمی دهد بلکه با یون کلرید (Cl^-) تشکیل رسوب می دهد.

۲- همواره انحلال پذیری محلول های سیر شده از درصد جرمی آنها بیش تر است.

۳- درصد جرمی نمک ها در آب دریای مرده ۲۷ و در اقیانوس آرام ۳/۵ است.

$$\text{درصد جرمی آب در دریای مرده} = ۱۰۰ - ۲۷ = ۷۳ \Rightarrow \text{تعداد مول آب} = ۷۳ \times \frac{۱\ mol}{۱۸\ g} = ۴/۰۰۰$$

$$\text{درصد جرمی آب در اقیانوس آرام} = ۱۰۰ - ۳/۵ = ۹۶/۵ \Rightarrow \text{تعداد مول آب} = ۹۶/۵ \times \frac{۱\ mol}{۱۸\ g} = ۵/۰۰۰$$

تعداد مول آب در ۱۰۰ گرم آب اقیانوس آرام بیش تر از ۵ و در دریای مرده بیش تر از ۴ است و بیش تر از در برابر نیست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir