

۳- اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + 7 = -2x^2$ باشند. معادله درجه دومی که ریشه های آن $\alpha^2 + 1$ و $\beta^2 + 1$ می باشند کدام است؟ آزمون وی ای پی

$$4x^2 - 37x + 80 = 0 \quad (2) \qquad 4x^2 - 37x + 82 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 - 37x + 82 = 0 \quad (4) \qquad 4x^2 - 37x + 73 = 0 \quad (3)$$

جواب: گزینه ۴

$$-2x^2 - x + 7 = 0 \quad \left\langle \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \rightarrow \begin{cases} S = -\frac{1}{2} \\ P = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \alpha^2 + 1 \\ X_2 = \beta^2 + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_1 + X_2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2 \\ X_1 \cdot X_2 = 1 + (\alpha^2 + \beta^2) + \alpha^2 \beta^2 \end{cases}$$

$$X_1 + X_2 = S^2 - 2P + 2 = \frac{1}{4} + 7 + 2 = \frac{37}{4}$$

$$X_1 \cdot X_2 = 1 + (S^2 + 2P) + P^2 = 1 + \left(\frac{1}{4} + 7\right) + \frac{49}{4} = \frac{82}{4}$$

پس معادله درجه دوم به صورت $x^2 - \frac{37}{4}x + \frac{82}{4} = 0$ می باشد.

۴- اگر هر دو ریشه معادله $-2x^2 + 3x + a = 0$ کوچک تر از ۲ باشد چند عدد صحیح برای a یافت میشود؟

$$0 \quad (1) \qquad 1 \quad (2) \qquad 2 \quad (3) \qquad 3 \quad (4)$$

جواب: گزینه ۴

$$-2x^2 + 3x + a = 0 \quad \left\langle \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{-3 + \sqrt{\Delta}}{-4} = \frac{3 - \sqrt{\Delta}}{4} \\ \beta = \frac{-3 - \sqrt{\Delta}}{-4} = \frac{3 + \sqrt{\Delta}}{4} \end{cases}$$

$$\alpha < \beta < 2 \rightarrow \frac{3 + \sqrt{\Delta}}{4} < 2 \rightarrow 3 + \sqrt{\Delta} < 8 \rightarrow \sqrt{\Delta} < 5 \rightarrow 0 < \Delta < 25$$

$$\rightarrow 0 < 9 + 8\alpha < 25 \rightarrow -9 < 8\alpha < 16 \rightarrow -\frac{9}{8} < \alpha < 2$$

اعداد صحیح -۱ و ۰ و ۱ در آن صدق می کند.

۵- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x - 3 = 0$ باشند. حاصل $\frac{\beta}{5\alpha+3} + \frac{\alpha}{5\alpha+3}$ چقدر است؟

$\frac{190}{7}$ (۴) $\frac{23}{7}$ (۳) ۱۸ (۲) $\frac{170}{9}$ (۱)

جواب: گزینه ۱

$$x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \begin{cases} S = 5 \\ P = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases}$$

$$\alpha^2 - 5\alpha - 3 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 5\alpha + 3$$

$$\beta^2 - 5\beta - 3 = 0 \rightarrow \beta^2 = 5\beta + 3$$

$$\frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{\beta^3 + \alpha^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{S^3 - 3\alpha\beta P}{P^2} = \frac{125 + 45}{9} = \frac{170}{9}$$

۶- معادله $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2}$ دارای چند ریشه حقیقی می باشد؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (۱)

جواب: گزینه ۲

$$\frac{x - x - 1}{x(x + 1)} = \frac{x - 2 - x + 1}{(x - 1)(x - 2)}$$

$$\frac{-1}{x^2 + x} = \frac{-1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$x^2 + x = x^2 - 3x + 2 \rightarrow 4x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

این عدد ریشه هیچ کدام از مخرج ها نمی باشد.

۷- دو کارگر کاری را با یکدیگر در ۵ روز تمام می کنند. اگر کارگر اول سرعت خود را دو برابر و کارگر دوم سرعت خود را یک و نیم برابر کند. در شرایط جدید کل کار با کمک یکدیگر سه روزه به پایان می رسد. کارگر اول به تنهایی در چند روز کار را تمام می کند؟

۲۰ (۴) ۱۵ (۳) ۷ (۲) ۱۰ (۱)

جواب: گزینه ۳

$T =$ کل کار $B =$ توان کارگر دوم و $A =$ توان کار اول

$$\begin{cases} \Delta \square + \Delta \square = T \\ (\square \square)^{\square} + \left(\frac{\square}{\square} B\right)^{\square} = T \rightarrow \Delta \square + \Delta \square = \square \square + \frac{9}{\square} B \rightarrow A = \frac{1}{\square} B \end{cases}$$

$$\rightarrow B = \square \square \rightarrow \Delta \square + \Delta(\square \square) = T \rightarrow 15 \square = T \rightarrow A = \frac{T}{15}$$

حال اگر کارگر اول در t روز کار را تمام کند.

$$At = T \rightarrow \frac{T}{15} t = T \rightarrow t = 15$$

۸- یکی از ریشه های معادله $\frac{x}{x-1} + \frac{K}{x^2-x} = \frac{6}{x}$ برابر $x = 2$ است. ریشه دیگر کدام است؟

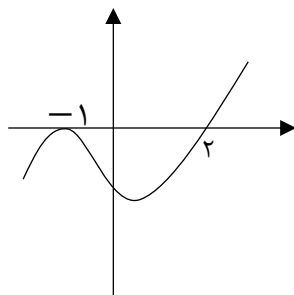
$$\frac{K}{4} \quad \frac{K}{2} \quad 4K \quad \frac{K}{4}$$

جواب: گزینه ۴

$$\frac{x^2 + K}{x^2 - x} = \frac{6}{x} \xrightarrow{x \neq 0, 1} x^2 + K = 6(x - 1)$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + K + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 + \alpha = 6 \\ 2 \square = K + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 \\ K = 2 \end{cases} \rightarrow \alpha = 2 \square$$

۹- نمودار تابع f به صورت مقابل است. مجموع اعداد صحیح عضو مجموعه



جواب نامعادله $\frac{(4-x)f(x)}{x^2-x} \geq 0$ چقدر است؟

$$8 \quad 5$$

$$7 \quad 3$$

جواب: گزینه ۲

	-1	0	1	2	4	
$f(x)$	-	•	-	-	•	+
$4-x$	+	+	+	+	+	•
$x(x-1)$	+	+	-	+	+	+
P	-	•	+	-	•	+

اعداد -1، 2 و 3 و 4 عضو مجموعه جواب اند.

۱۰- اگر $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} = 3$ و $\sqrt{x+a} - 2\sqrt{x-4} = 0$ باشد مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) 1 ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ ۴ (۴) 2

جواب: گزینه ۱

$$\begin{cases} \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} = 3 \text{ ضرب} \\ \sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = A \end{cases} \rightarrow x+a-x+4=3A \Rightarrow A = \frac{a+4}{3}$$

$$\begin{cases} \text{جمع} \Rightarrow 2\sqrt{x+a} = 3 + \frac{a+4}{3} = \frac{a+13}{3} \\ \text{کم} \Rightarrow 2\sqrt{x-4} = 3 - \frac{a+4}{3} = \frac{5-a}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+13}{6} - \frac{5-a}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2a + 26 - 20 + 4a = 9 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱۱- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{1+3x}{2-x} < -2$ شامل چند عدد صحیح است؟

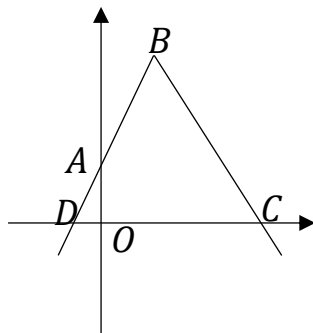
- ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴ (۶)

جواب: گزینه ۳

$$\frac{1+3x}{2-x} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{6x-5}{2-x} < 0 \rightarrow x < \frac{5}{6} \text{ و } x > 2$$

$$\frac{1+3x}{2-x} + 2 > 0 \Rightarrow \frac{x+5}{2-x} > 0 \rightarrow -5 < x < 2$$

$$\Rightarrow -5 < x < \frac{5}{6} \Rightarrow x = -4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0$$



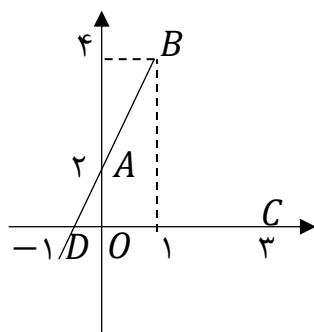
۱۲- نمودار تابع $y = 4 - 2|x - 1|$ به صورت مقابل رسم شده است.

مساحت چهارضلعی OABC چند برابر مساحت مثلث OAD است؟

- ۱ (۷) ۲ (۶)

- ۳ (۹) ۴ (۸)

جواب: گزینه ۱



$$S_{OAD} = 1$$

$$S_{DBC} = 8 \Rightarrow S_{OABC} = 7$$

نمودار را رسم می کنیم:

۱- اگر $A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ -1 & 2 & \cdot \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ آنگاه درایه واقع بر سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

جواب: گزینه ۴

مؤلفه a_{23} ماتریس A^3 به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\underbrace{[-1 \quad 2 \quad \cdot]} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ -1 & 2 & \cdot \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[-2 \quad 4 \quad -1] \begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} = [-3]$$

۲- اگر $A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه های $A + 2A^2 + 3A^3 + 4A^4 + 5A^5$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

جواب: گزینه ۳

ماتریس A اکید پایین مثلثی است که به ازای $n \geq 3$ پوچ توان است، پس فقط دو جمله اول را داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \rightarrow A + 2A^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ -2 & -1 & \cdot \end{bmatrix}$$

مجموع درایه ها : -۲

۳- به ازای کدام مقدار x و y ، ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & \cdot \\ y & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری است؟ آزمون وی ای پی

(۲) $x = 2$ و $y = -7$

(۱) $x = 1$ و $y = -7$

(۴) $x = 1$ و $y = -5$

(۳) $x = 2$ و $y = -5$

جواب: گزینه ۲

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2\Box - 1 + 4\Box & -2\Box + 4 \\ 4 + 3 + y & -4 + 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -2\Box + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \\ 7 + y = 0 \rightarrow y = -7 \end{cases}$$

۴- اگر $A^2 = 2I - I$ و $A^5 = xA + yI$ باشد حاصل $x + y$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) ۲

جواب: گزینه ۲

چون A و I تعویض پذیرند، پس اتحاد های جبری صدق می کند.

$$A^4 = (A^2)^2 = (2I - I)^2 = 4A^2 - 4I + I = 4(2I - I) - 4I + I = 8I - 4I - 4I + I = 4I - 3I$$

$$A^5 = A^4 \times A = (4I - 3I)A = 4A^2 - 3I = 4(2I - I) - 3I = 8I - 4I - 3I = 5I - 4I$$

$$\rightarrow x = 5 \text{ و } y = -4$$

راه تستی: کافی است $A=I$ را در نظر بگیرید!

۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $(A + I)^n = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

جواب: گزینه ۲

$$A + I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A + I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(A + I)^3 = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$$

همان طور که مشاهده می شود همواره $a - b = 1$ است.

۶- اگر $AB + BA = 2I$ باشد، حاصل $AB^2 - B^2A$ کدام است؟

- (۱) $2I$ (۲) $4I$ (۳) $4I$ (۴) \bar{O}

جواب: گزینه ۴

$$AB + BA = 2I \xrightarrow{B \times} BAB + B^2A = 2I$$

\square

$$\xrightarrow{\times B} AB^2 + BAB = 2I$$

$$AB^2 - B^2A = \bar{O}$$

راه تستی: کافی است $A=B=I$ را در نظر بگیرید!

۷- برای ماتریس مربعی A داریم $A^2 = A$ ، حاصل $A(\Delta - 3)$ کدام است؟

- (۱) $25I$ (۲) $25A$ (۳) $21A$ (۴) $21I$

جواب: گزینه ۳ الگوبایی

$$A(\Delta - 3) = \underbrace{\Delta A^2}_A - 3A = 2A$$

$$A(\Delta - 3)^2 = \underbrace{A(\Delta - 3)}_{2A} (\Delta - 3) = 4A^2 = 2A$$

$$A(\Delta - 3)^3 = \underbrace{A(\Delta - 3)^2}_{2A} (\Delta - 3) = 4A^2 = 2A \rightarrow A(\Delta - 3)^{10} = 21A$$

۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A + 3I = \bar{0}$ آنگاه حاصل $(A + B)(2I - 2I)(-3I - B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{128}{27}I$ (۲) $\frac{128}{27}A$ (۳) $\frac{64}{27}I$ (۴) I

جواب: گزینه ۱

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A + 3I = \bar{0} \rightarrow A = -3I$$

جایگذاری در عبارت:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(-3I + B)}{-2I} \frac{(-6I - 2I)}{-8I} \frac{(9I - B)}{8I} &= 128B^3 \\ A + 3I = \bar{0} \rightarrow B &= -\frac{1}{3}A \rightarrow B^3 = -\frac{1}{27} \underbrace{A^3}_{-I} = \frac{I}{27} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{128}{27}I$$

۹- اگر A ماتریسی باشد که $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$

جواب: گزینه ۱

ماتریس A باید 2×2 باشد تا ضرب انجام شود. پس فرض می کنیم $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & k \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & k \end{bmatrix} = [x + 2z \quad y + 2k] = [3 \quad 2] \rightarrow \begin{cases} x + 2z = 3 \\ y + 2k = 2 \end{cases} \quad *$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & k \end{bmatrix} = [-x + z \quad -y + k] = [0 \quad 1] \rightarrow \begin{cases} -x + z = 0 \rightarrow x = z \\ -y + k = 1 \end{cases} \quad **$$

از * و ** $\xrightarrow{\quad}$ $x + 2z = 3 \xrightarrow{x=z} \boxed{x = z = 1}$

$\begin{cases} y + 2k = 2 \\ -y + k = 1 \end{cases} \rightarrow \boxed{k = 1} \text{ و } \boxed{y = 0}$ $\rightarrow A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۰- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصلضرب درایه های غیر واقع بر قطر اصلی

ماتریس $A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{2}{3} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B$ کدام است؟

۳ (۱) -۳ (۲) ۹ (۳) -۹ (۴)

جواب: گزینه ۳

$$\rightarrow A \left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \right) B \rightarrow A \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \right) B = -3 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ 12 & -12 \end{bmatrix}$$

۱- در اثبات درستی نابرابری $۴۰۰ - ۵ > ۲۰ + ۲۰ - ۲۰^۲ + ۵۰^۲$ به کدام گزاره هم ارز آن خواهیم رسید؟

$$(۱) \quad -۲ < (x + ۱)^۲ + (y - ۱)^۲ + (x - ۲۰)^۲$$

$$(۲) \quad -۲ < (x + ۱)^۲ + (۲۰ - ۱)^۲ + (x - y)^۲$$

$$(۳) \quad -۳ < (x - ۱)^۲ + (y + ۱)^۲ + (x - ۲۰)^۲$$

$$(۴) \quad -۳ < (x + ۱)^۲ + (۲۰ - ۱)^۲ + (x - y)^۲$$

جواب: گزینه ۳ پاسخ است.

$$۲۰^۲ + ۵۰^۲ - ۲۰ + ۲۰ > ۴۰۰ - ۵$$

$$\Leftrightarrow (x^۲ - ۲۰ + ۱) + (y^۲ + ۲۰ + ۱) + (x^۲ - ۴۰۰ + ۴۰^۲) > -۳$$

$$\Leftrightarrow (x - ۱)^۲ + (y + ۱)^۲ + (x - ۲۰)^۲ > -۳$$

۲- مجموع جواب کدام گزاره نما، زیر مجموعه ی مجموعه جواب گزاره نماهای دیگر است؟

$$(۱) \quad x < ۰ \Rightarrow x > ۰$$

$$(۲) \quad ۰ < x \Leftrightarrow ۰ < x^۲$$

$$(۳) \quad x < ۵ \Rightarrow ۷ < x^۲$$

$$(۴) \quad x < ۵ \Leftrightarrow ۷ < x$$

جواب: گزینه ی ۴

مجموعه جواب گزاره نماها به ترتیب مجموعه های زیر هستند:

$$\text{گزینه ی ۱: } [۰ + \infty)$$

$$\text{گزینه ۲: } [۰ + \infty)$$

$$\text{گزینه ۳: } [-\infty, -\sqrt{۷}) \cup (\sqrt{۷}, +\infty)$$

$$\text{گزینه ۴: } [۵ و ۷]$$

۳- به ازای کدام گزاره نما برای $P(x, y, z)$ ، گزاره ی سوری
 $\forall x \in Q^c ; \forall y \in Q^c ; \exists z \in Q ; P(x, y, z)$ گزاره ای درست خواهد بود؟

(Q^c مجموعه اعداد گنگ است و به معنای متمم مجموعه Q)

$$(1) \quad x < z < y \quad (2) \quad (x < z < y) \vee (x > z > y)$$

$$(3) \quad (x \leq z \leq y) \vee (x \geq z \geq y) \quad (4) \quad (x < y) \Rightarrow (x < z < y)$$

جواب: گزینه ۴

به ازای $x = y = \sqrt{2}$ هیچ $z \in Q$ موجود نیست که گزاره نماهای موجود در گزینه های ۱ و ۲ و ۳ درست باشند.

در حالی که مورد بیان شده با گزاره نمای موجود در گزینه ی ۴ به این معناست که در میان هر دو گنگ متمایزی عددی گویا موجود است.

۴- گزاره ی مرکب $(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$ با کدام گزینه هم ارز منطقی می باشد؟

$$(1) \quad (\sim p \vee \sim q \vee \sim r) \wedge (p \vee q \vee r) \quad (2) \quad p \wedge q \wedge r$$

$$(3) \quad p \vee q \vee r \quad (4) \quad (p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$$

جواب: گزینه ۴

گزاره ی داده شده در صورت مساله تنها زمانی درست می باشد که هر سه گزاره ی p و q و r ارزش های یکسانی داشته باشند.

در میان گزینه ها تنها گزینه ۴ این گونه می باشد.

۵- گزاره ی $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$ با کدام گزاره ی زیر هم ارز منطقی می باشد؟

$$(1) \quad (r \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (q \Rightarrow p) \quad (2) \quad (r \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$$

$$(3) \quad (\sim r \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (q \Rightarrow p) \quad (4) \quad (\sim r \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$$

جواب: گزینه ۲ - از قضیه عکس نقیض، استفاده می کنیم.

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow q) \equiv \sim (r \Leftrightarrow q) \Rightarrow \sim (p \Rightarrow q) \equiv (r \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$$

۶- با توجه به جدول ارزش گزاره ی زیر، گزاره ی X کدام گزینه می تواند باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	د
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	?
ن	د	د	د
ن	د	ن	?
ن	ن	د	?
ن	ن	ن	د

$$(p \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow \sim r) \quad (۱)$$

$$(p \wedge \sim q \wedge r) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \quad (۲)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r) \quad (۳)$$

$$(p \wedge q \wedge r) \Rightarrow (p \vee q \vee r) \quad (۴)$$

جواب: گزینه ی ۲

گزینه ی ۱ در سطر اول با جدول اختلاف دارد.

گزینه ی ۳ در سطر سوم با جدول اختلاف دارد.

گزینه ی ۴ گزاره ای همواره درست محسوب می گردد.

۷- اگر x و y و z اعداد گنگ و مثبت و متمایزی باشند، حاصل کدام گزینه به طور حتم، عددی گنگ خواهد بود؟

$$\sqrt{x + \sqrt{y}} \quad (۱) \quad (|x| + 5)(x - 5) \quad (۲) \quad \sqrt{x[x]} \quad (۳) \quad x^2 + 3\sqrt{xy} + y^2 \quad (۴)$$

جواب: گزینه ی ۲ پاسخ است.

مثال نقض هایی که باعث گویا بودن عبارتها می شود:

$$\text{عبارت اول: } x = \sqrt{2} \text{ و } y = (9 - \sqrt{2})^2$$

$$\text{عبارت سوم: } x = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\text{عبارت چهارم: } x = 2 - \sqrt{2} \text{ و } y = 2 + \sqrt{2}$$

عبارت گزینه دوم، حاصل ضرب یک عدد گویای غیر صفر در یک عدد گنگ است و حتما گنگ می شود.

۸- مجموع رقم های بزرگ ترین عدد سه رقمی n که به ازای آن مقدار $\frac{n^2(n+1)^2}{4} + \frac{n^3(n-1)^3}{8}$ عددی زوج باشد کدام است؟

۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴)

جواب: گزینه ی ۳

از آن جایی که زوجیت عددهای A و A^2 و A^3 با هم یکسان است و اگر در یک مجموع هر کدام از مقادیر را با مقداری هم زوجیت آن عوض کنیم، زوجیت مجموع تغییری نمی کند.

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} + \frac{n^3(n-1)^3}{8} = 2k' \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2} = 2k' \Rightarrow \frac{2n^2}{2} = 2k' \\ \Rightarrow n^2 = 2k' \Rightarrow n = 2k$$

پس n بایستی عددی زوج باشد که بزرگ ترین مقدار سه رقمی آن ۹۹۸ است.

۹- مجموعه ی A شامل ۷ عدد طبیعی متوالی و مجموعه ی B شامل ۱۱ عدد فرد طبیعی متوالی می باشد ، اگر مجموع عضوهای این دو مجموعه با هم برابر باشد ، این مجموع در کمترین حالت ممکن برابر کدام گزینه خواهد بود؟

۷۷ (۱) ۱۴۱ (۲) ۱۹۱ (۳) ۲۳۱ (۴)

گزینه ی ۴ پاسخ درست است.

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_7\}$$

$$B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_{11}\}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{11} \Rightarrow 7a_4 = 11b_6$$

در نتیجه b_6 مضرب فردی از ۷ خواهد بود لازم و وی ای پی

$b_6 \neq 7$ چرا که در این صورت $b_1 = b_6 - 10$ عدد فرد طبیعی نیست لذا $b_6 = 21$ و

$$\sum b_i = 11 \times 21 = 231$$

۱۰- گزینه ۳

گزینه سوم، زمانی که همه a ها فرد باشند می تواند نادرست شود

۱- مکعبی که طول ضلع آن ۲۰cm است از ماده ای با چگالی $\rho = 5 \frac{gr}{cm^3}$ ساخته شده است. اگر فشاری که وجه مکعب به سطح افقی زیرین وارد می کند ۷۵۰۰Pa باشد، حجم حفره ای که درون مکعب وجود دارد چند سانتی متر مکعب است؟

- ۱) ۱۰۰۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰

جواب: گزینه ۲

$$V_{\text{ظاهری}} = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cm}^3$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow mg = P \cdot A = 7500 \times 400 \times 10^{-4} = 300 \text{ N}$$

$$m = 30 \text{ kg}$$

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{30 \times 10^3}{5} = 6000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 8000 - 6000 = 2000 \text{ cm}^3$$

۲- مکعبی از جنس آلومینیم به طول ضلع a در اختیار داریم و فشاری که این مکعب به سطح افقی زیرین خود وارد می کند P است. اگر این مکعب را ذوب کرده و با نیمی از آن استوانه ای به ارتفاع $\frac{a}{2}$ بسازیم و آن را از قاعده اش روی سطح افقی قرار دهیم فشاری که استوانه به سطح زیرین وارد می کند چند برابر P است؟

- ۱) $\frac{1}{2\pi}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{\pi}$

جواب: گزینه ۲

$$V_{\text{مکعب}} = a^3 \quad P = \frac{mg}{a^2}$$

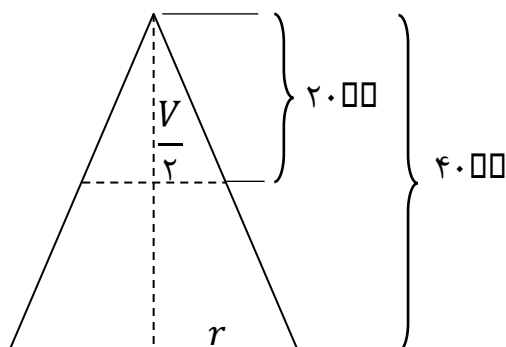
$$V_{\text{استوانه}} = \frac{a^3}{2} = \pi r^2 \times \frac{a}{2} \Rightarrow \pi r^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$P_{\text{استوانه}} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{mg}{\frac{a^2}{2}} = \frac{2mg}{a^2} = 2P$$

۳- مخروطی به ارتفاع ۴۰ cm در اختیار داریم که از سمت قاعده روی زمین قرار دارد و در این حالت فشار وارد بر سطح افقی P است. اگر ۲۰ cm از بالای مخروط را جدا کنیم و مخروط را از قاعده کوچکتر بوجود آمده (بصورت وارون) روی سطح افقی زمین بگذاریم فشار چند برابر P خواهد شد؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

جواب: گزینه ۴



با توجه به اینکه تمام ابعاد در نیمه بالایی نصف کل مخروط است، پس حجم و جرم قسمت بالا $\frac{1}{8}$ حجم کل مخروط است.

$$m_{\text{باقیمانده}} = m - \frac{1}{8}m = \frac{7}{8}m$$

$$P_{\text{جدید}} = \frac{\frac{7}{8}mg}{\frac{1}{4}A} = \frac{7}{2} \frac{mg}{A} = \frac{7}{2}P$$

۴- چند جمله از گزاره های زیر صحیح است؟

الف) ماده درون ستارگان و ماده داخل لوله تابان لامپ های مهتابی از پلازما تشکیل شده است.

ب) جامدهای آمورف از واحدهای منظم ساخته شده اند.

پ) فاصله ذرات در مایعات و جامدات تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.

ت) فلزات، نمک ها و یخ جزو دسته جامدات بی شکل هستند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

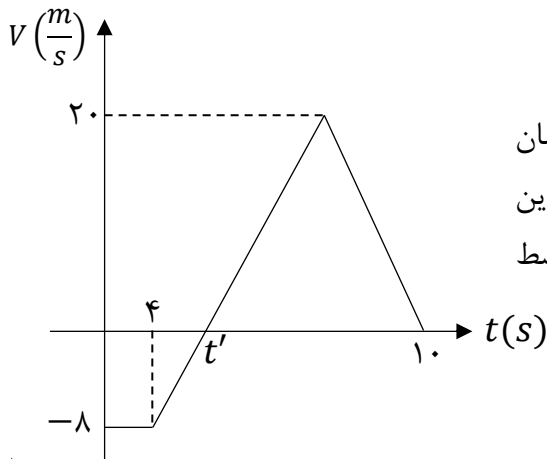
جواب: گزینه ۲ جملات ب و ت نادرست هستند.

۵- کدام یک از گزینه های زیر از نمونه های کشش سطحی نیست؟

(۱) پخش شدن آب روی سطح شیشه تمیز (۲) نشستن برخی از حشرات روی سطح آب

(۳) قرار گرفتن گیره فلزی روی سطح آب (۴) قطره های کروی آب در حال سقوط آزاد

جواب: گزینه ۱



۶- شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می دهد که روی محور X در حرکت است. اگر جابجایی این متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۸

(۲) ۶/۴

(۳) ۴

(۴) ۱۶

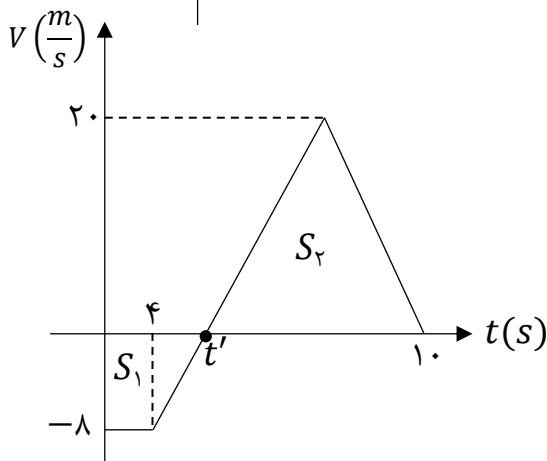
جواب: گزینه ۱

مساحت دوزنقه و مثلث برابر است.

$$(4 + t') \times 8 = 20 \cdot (10 - t')$$

$$8 + 2t' = 50 - 20t'$$

$$t' = 6 \text{ s}$$



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} \quad S_1 = S_2 \quad S_{av} = \frac{2S_2}{10}$$

$$S_{av} = \frac{20 \times 4}{10} = 8 \frac{m}{s}$$

۷- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند، در SI به صورت

$x = t^3 - 6t^2 + 8t$ است. در ۱۰ ثانیه اول حرکت و بعد از لحظه $t = 0$ متحرک حداقل

تغییر جهت داده و به مدت در قسمت مثبت محورها حرکت کرده است.

(۱) ۲ مرتبه - ۲ ثانیه (۲) ۲ مرتبه - ۸ ثانیه (۳) ۱ مرتبه - ۲ ثانیه (۴) ۱ مرتبه - ۸ ثانیه

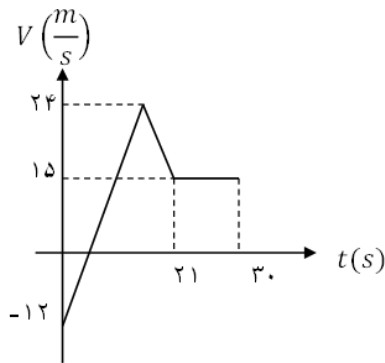
جواب: گزینه ۲

بردار مکان جسم بعد از عبور از $x = 0$ تغییر جهت می دهد. کافیست ریشه های معادله را تعیین کنیم.

$$x = t^3 - 6t^2 + 8 = 0 \rightarrow t(t-2)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$$

در ۱۰ ثانیه اول متحرک تنها ۲s در قسمت منفی محورها حرکت کرده و ۸s در قسمت مثبت محورها بوده است. از طرفی چون بردار مکان ۲ مرتبه تغییر جهت داده، جهت حرکت حداقل ۲ مرتبه تغییر کرده است. بدون رسم نمودار مکان-زمان نیز می توان دریافت که متحرک دو مرتبه تغییر جهت داده است. متحرکی که از $x = 0$ شروع به حرکت کند و در ادامه حرکت دو مرتبه دیگر از آن نقطه عبور کند، حداقل دو بار تغییر جهت داده است.

۸- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی خط راست، در حرکت است. در ۳۰s اول حرکت، مدت زمان حرکت کندشونده آن ۵s از مدت زمان حرکت تندشونده آن بیشتر است. متحرک در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، تغییر جهت می دهد؟



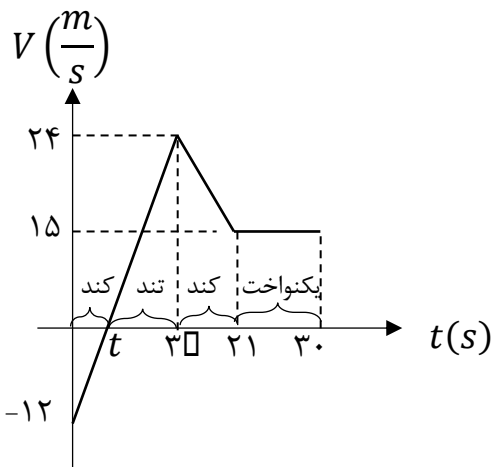
۳ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

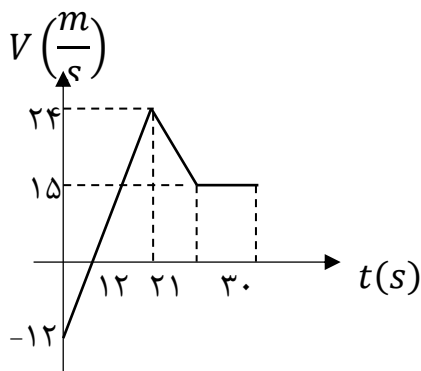
پاسخ: گزینه ۱



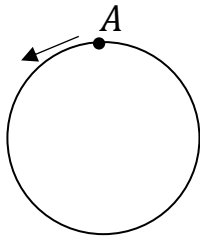
مطابق نمودار متحرک در بازه زمانی $(0 - t)$ و $(21 - 30)$ حرکت کندشونده دارد. حرکت کندشونده و در بازه $(t - 30)$ حرکت تندشونده دارد.

$$\underbrace{(t + 21 - 30)}_{\text{کندشونده}} - \underbrace{21}_{\text{تندشونده}} = 5 \rightarrow t = 4$$

متحرک در $t = 4$ تغییر جهت می دهد.



۹- متحرکی با تندی ثابت $4 \frac{m}{s}$ یک مسیر دایره ای به شعاع $12m$ را طی می کند و در $t = 0$ از نقطه A در جهت نشان داده شده می گذرد. اندازه سرعت متوسط در بازه $t_1 = 40$ تا $t_2 = 100$ چند برابر اندازه سرعت متوسط در بازه $t_3 = 20$ تا $t_4 = 50$ است؟ ($\pi = 3$)



$$\frac{5}{2} \quad (2) \quad (1)$$

$$5 \quad (4) \quad \frac{5}{3} \quad (3)$$

جواب: گزینه ۴

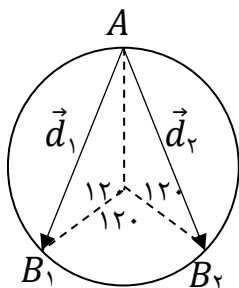
$$T = \frac{2 \times 3 \times 12}{4} = 180 \text{ با: } 180 \text{ برابر است}$$

میزان چرخش در هر بازه برابر است با:

$$(t_1 - t_2) \text{ حالت اول } \rightarrow \Delta t = 60 \rightarrow n = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$(t_3 - t_4) \text{ حالت دوم } \rightarrow \Delta t' = 30 \rightarrow n' = \frac{30}{18} = 1 \frac{2}{3}$$

از آنجا که نقطه شروع مقدار در سرعت متوسط اثرگذار نیست، در هر دو حالت نقطه شروع A در نظر گرفته می شود.

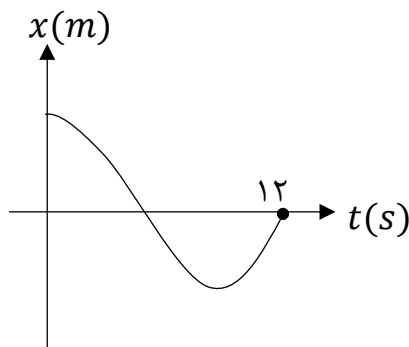


در حالت اول متحرک در نقطه B_1 و در حالت دوم در نقطه B_2 قرار می گیرد.

میزان جابجایی هر دو متحرک برابر است.

$$\frac{V_{av1}}{V_{av2}} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{30}{6} = 5$$

۱۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند مطابق شکل است. اگر در 12 ثانیه اول حرکت تندی متوسط 3 متر بر ثانیه از اندازه سرعت متوسط بیشتر باشد، بردار مکان جسم در لحظه تغییر جهت در SI کدام است؟



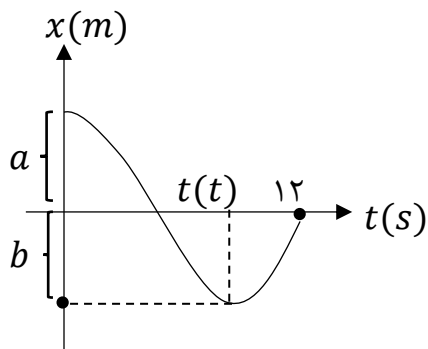
$$\vec{d} = -18\vec{i} \quad (1)$$

$$\vec{d} = 18\vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{d} = 12\vec{i} \quad (3)$$

$$\vec{d} = -12\vec{i} \quad (4)$$

جواب: گزینه ۱



$$S_{av} - |V_{av}| = 3$$

$$\frac{\ell - |\Delta x|}{12} = 3$$

$$(a + 2\Delta) - a = 36$$

$$b = 18\Delta$$

تغییر جهت در لحظه t است و بردار مکان آن به صورت $\vec{d} = -18\vec{i}$ می باشد.

۱۱- چه تعداد از گزاره های زیر در مورد حرکت یک جسم روی خط راست در یک بازه زمانی صحیح است؟

الف) هرگاه متحرک از مبدأ مکان دور شود، بردارهای مکان و شتاب هم جهتنند.

ب) اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کند و شتاب آن منفی باشد متحرک تغییر جهت خواهد داد.

پ) اگر متحرک تغییر جهت ندهد، جهت بردار مکان تغییر نخواهد کرد.

۴) هیچکدام صحیح نیست

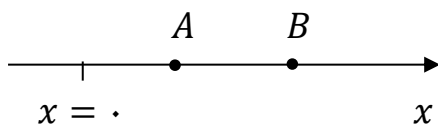
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

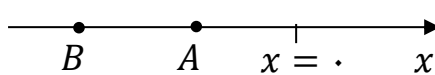
پاسخ: گزینه ۴

مورد الف نادرست است.



متحرکی که از A به طرف B کندشونده حرکت کند $a < 0$ و بردار مکان مثبت دارد. این دو بردار خلاف جهتنند.

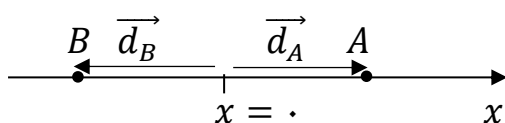
مورد ب نادرست است.



متحرکی از A شروع به حرکت کند و به طرف B برود، سرعت و شتاب آن منفی است، حرکت تندشونده دارد و تغییر جهت نمی دهد.

برای تغییر جهت لازم است شتاب آن مثبت و حرکت کندشونده داشته باشد.

مورد پ نادرست است.



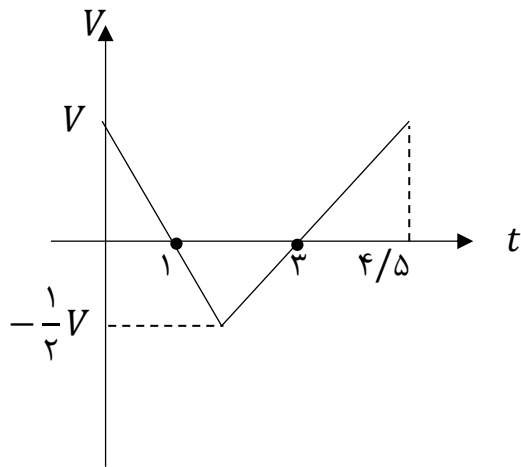
در شکل روبرو اگر متحرک از A به طرف B برود، تغییر جهت نداده ولی جهت بردار مکان آن تغییر می کند.

۱۲- معادله سرعت-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند به صورت $V = (t - 1)(t - 3)^2$ است. جهت حرکت این متحرک، چند بار تغییر می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

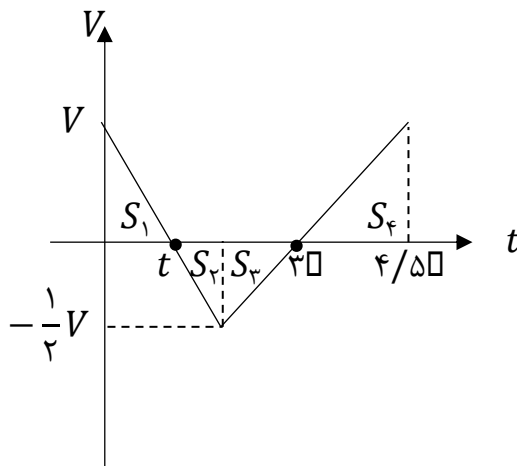
جواب: گزینه ۱

۱۳- نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل است. اگر این متحرک در لحظه $t = 0$ در نقطه $x = A$ و در لحظه $t_1 = 4/5$ در نقطه $x = B$ باشد، کدام گزینه می تواند مسیر حرکت این جسم در بازه زمانی t_1 تا t_2 باشد؟



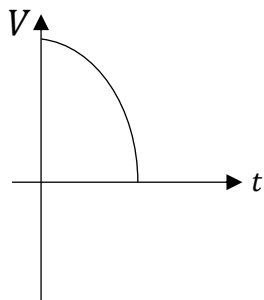
- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)

جواب: گزینه ۲

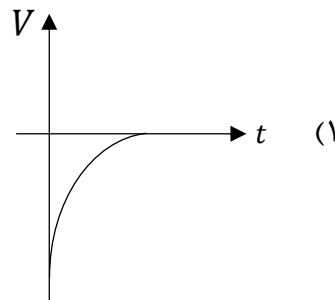


با توجه به آنکه $S_1 = S_2 + S_3$ است جا به جایی متحرک در بازه زمانی $0 - 3$ برابر صفر است. یعنی مسافتی را رفته و همان اندازه بر می گردد و در نقطه A قرار می گیرد. چون $S_4 = S_3$ است، مسافت طی شده در بازه $(3 - 4/5)$ از جا به جایی مسافت طی شده در بازه $(0 - t)$ کمتر است یعنی مسافت طی شده در مرحله سوم از ۲ مرحله دیگر کمتر است.

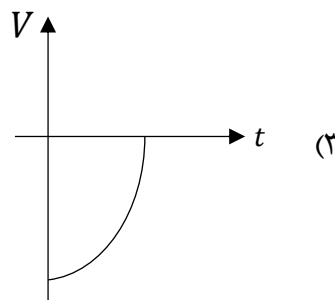
۱۴- جسمی در خلاف جهت محور X در حال حرکت است. اندازه شتاب جسم در حال افزایش و حرکت آن کندشونده است. کدام نمودار می تواند مربوط به این حرکت باشد؟



(۲)



(۱)



(۳)

(۴) حرکتی با ویژگی های ذکر شده امکان پذیر نیست.

جواب: گزینه ۳

از آنجا که متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت است پس سرعت آن منفی است و گزینه ۲ صحیح نمی باشد. در گزینه ۱ حرکت کندشونده است ولی مقدار شتاب آن رو به کاهش است (شیب خط مماس کم می شود). گزینه ۳ تمام مشخصات حرکت خواسته شده را دارد.

۱۵- متحرکی روی محور X در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 2\text{ s}$ تا $t_2 = 5\text{ s}$ در SI برابر -1 m/s^2 و در بازه زمانی $t_3 = 10\text{ s}$ تا $t_4 = 14\text{ s}$ برابر 6 m/s^2 است. اگر بردار شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2\text{ s}$ تا $t_2 = 14\text{ s}$ در SI، برابر 3 m/s^2 باشد، بردار شتاب متوسط در بازه زمانی $t_3 = 5\text{ s}$ تا $t_4 = 10\text{ s}$ در SI، کدام است؟

$$\frac{4}{3}\vec{i} \quad (۴)$$

$$3\vec{i} \quad (۳)$$

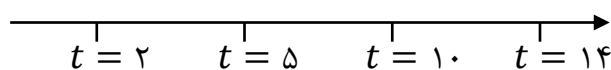
$$\frac{2}{3}\vec{i} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{3}\vec{i} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

شتاب متوسط در هر مرحله روی محور زمان مشخص شده است.

$$a = -1 \frac{m}{s^2} \quad a = ? \quad a = 6 \frac{m}{s^2}$$

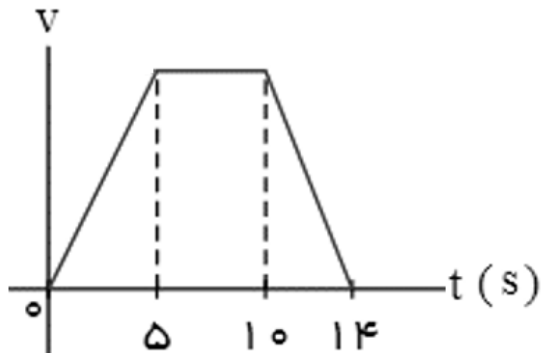


مرحله ۱ مرحله ۲ مرحله ۳

$$a_{av} = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \rightarrow 3 = \frac{3 \times (-1) + 5 \times a + 4 \times 6}{12}$$

$$36 = -3 + 5a + 24 \rightarrow 5a = 15 \rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

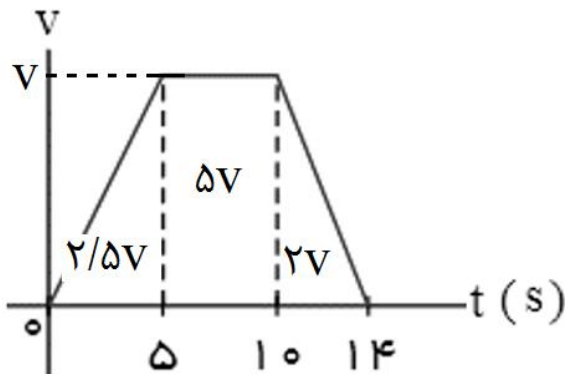
۱۶- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی زیر از بقیه بزرگتر است؟



- (۱) صفر تا ۵
- (۲) صفر تا ۱۰
- (۳) ۵ تا ۱۴
- (۴) صفر تا ۱۴

پاسخ: گزینه ۳

اگر تندی متوسط هر بازه را حساب کنیم، داریم:



$$S_{av(0,5)} = \frac{2/5V}{5}$$

$$S_{av(0,10)} = \frac{7/5V}{10}$$

$$S_{av(5,14)} = \frac{7V}{9}$$

$$S_{av(0,14)} = \frac{9/5V}{14}$$

۱۷- متحرکی روی محور X در حرکت است. بردار سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر $3(\frac{m}{s})\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_2 = 5s$ تا $t_3 = 10s$ برابر $-4(\frac{m}{s})\vec{i}$ است. بردار جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی

t_1 تا t_3 در SI کدام است؟ 12 گزینه‌ای

- (۱) $-11\vec{i}$
- (۲) $-5\vec{i}$
- (۳) $-\vec{i}$
- (۴) $5\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta x_{(t_1, t_3)} = \Delta x_{(t_1, t_2)} + \Delta x_{(t_2, t_3)} = 3 \times 3\vec{i} + 5 \times (-4\vec{i}) = -11\vec{i}$$

۱۸- در کدام گزینه، به ترتیب یک کمیت برداری، یک یکای اصلی و یک کمیت نرده‌ای آمده است؟

(۱) سرعت متوسط، شمع، میدان الکتریکی

(۲) جابه‌جایی، کولن، جریان الکتریکی

(۳) شار مغناطیسی، آمپر، تندی متوسط

(۴) میدان مغناطیسی، کیلوگرم، کار

پاسخ: گزینه ۴

در گزینه (۱)، میدان الکتریکی کمیتی برداری است. در گزینه (۲)، کولن یکای فرعی است. در گزینه (۳)، شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است.

۱۹- از یک شیر، مایعی با چگالی $650 \frac{g}{L}$ با آهنگ حجمی $300 \frac{CC}{min}$ خارج می‌شود. جرم مایعی که در مدت ۲ دقیقه از این شیر خارج شده است، برحسب یکای SI و به روش نمادگذاری علمی کدام است؟

(۱) $3/9 \times 10^2$ (۲) $0/39$ (۳) $3/9 \times 10^{-1}$ (۴) $0/39 \times 10^3$

پاسخ: گزینه ۳

$$650 \frac{g}{L} = 650 \frac{kg}{m^3}$$

$$M = 650 \frac{kg}{m^3} \times 300 \frac{10^{-6} m^3}{min} \times 2 min = 0/39 kg = 3/9 \times 10^{-1} kg$$

۲۰- از دو مایع با چگالی‌های ρ_1 و $\rho_2 = 3\rho_1$ که بدون کاهش حجم با هم مخلوط می‌شوند، دو مخلوط می‌سازیم. مخلوط A، از ترکیب جرم‌های مساوی از دو مایع تشکیل شده است، در حالی که مخلوط B از ترکیب حجم‌های مساوی از دو مایع ساخته شده است. کدام گزینه درست است؟

(۱) چگالی مخلوط A، ۲۰ درصد کمتر از مخلوط B است.

(۲) چگالی مخلوط A، ۲۵ درصد کمتر از مخلوط B است.

(۳) چگالی مخلوط A، ۲۰ درصد بیشتر از مخلوط B است.

(۴) چگالی مخلوط A، ۲۵ درصد بیشتر از مخلوط B است.

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا چگالی مخلوط‌های A و B را برحسب چگالی مایع (۱) حساب می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{\sum m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \xrightarrow{\rho_2 = 3\rho_1} \rho_A = 1.5\rho_1$$

$$\rho_B = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{2V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \xrightarrow{\rho_2 = 3\rho_1} \rho_B = 2\rho_1$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1.5\rho_1}{2\rho_1} = \frac{3}{4} \quad \text{اکنون نسبت چگالی مخلوطها محاسبه می شود:}$$

۱- با توجه به جدول داده شده کدام گزینه نادرست است؟

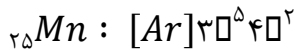
ویژگی	عنصر	X	Y
نسبت $\frac{n}{p}$		۱/۳	۱/۴
تعداد الکترون با $\ell = 1$		۹	۱۲
تعداد الکترون های ظرفیتی		۵	۷

- (۱) مجموع $n + \ell$ الکترون های لایه آخر Ca. ۲ با Y برابر است .
 (۲) در آرایش الکترونی Y بر خلاف X یک زیر لایه نیمه پر دیده می شود
 (۳) اختلاف نوترون با پروتون X با عدد اتمی اولین فلز قلیایی برابر است
 (۴) تعداد ذرات زیر اتمی Y از گنجایش الکترونی لایه پنجم بیشتر است

پاسخ : گزینه ۲

عنصر X ۶ الکترون در زیر لایه های p دارد پس قطعاً به $3d^3$ ختم می شود و عنصر P_{۱۵} می باشد.

عنصر Y ۷ الکترون ظرفیتی دارد پس در گروه ۷ یا ۱۷ جدول جای دارد اما به دلیل آنکه ۱۲ الکترون در زیر لایه های p دارد نمی تواند در گروه ۱۷ باشد و در گروه ۷ از تناوب چهارم جدول جای دارد و Mn_{۲۵} می باشد.
 در آرایش الکترونی Y و X یک زیر لایه نیم پر دیده می شود.



بررسی گزینه های نادرست:

(۱) در لایه ی آخر Ca. ۲ و Mn_{۲۵} دو الکترون در زیر لایه ۴ قرار دارد و $n + \ell$ آنها با هم برابر است.

(۳) عدد اتمی اولین فلز قلیایی برابر با ۳ است (Li) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ وی ای پی

$${}_{15}P \text{ تعداد نوترون } : 15 \times \frac{1}{2} = 18$$

(۴)

$${}_{25}Mn \text{ تعداد نوترون } : 25 \times \frac{1}{4} = 35 \quad \text{تعداد ذرات زیر اتمی} = 25 + 25 + 35 = 85$$

گنجایش الکترونی لایه پنجم برابر با ۵۰ است. ($2 \times 5^2 = 50$)

۲- اگر برای اتم اکسیژن سه ایزوتوپ ${}^{16}O$ ، ${}^{17}O$ ، ${}^{18}O$ و برای اتم کربن، ایزوتوپ های ${}^{12}C$ ، ${}^{13}C$ را در نظر بگیریم .
 چند نوع مولکول کربن دی اکسید با جرم های مولی متفاوت می توان ساخت ؟

۱ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۶- X اولین و Y دومین عنصرهای جدول دوره ای هستند که تعداد الکترون های $l = 0$ و $l = 1$ در اتم آنها برابر است. فرمول شیمیایی ماده حاصل از این دو عنصر کدام است؟



پاسخ : گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} X : 1s^2 2s^2 2p^4 \Rightarrow X = O \\ Y : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \Rightarrow Y = Mg \end{array} \right\} \Rightarrow MgO$$

۷- کدام یک از عبارتهای زیر، نادرست است؟

- (۱) در میان ۸ عنصر فراوان مشتری و زمین ، ۲ عنصر اکسیژن و گوگرد مشترک هستند.
- (۲) پایدارترین رادیوایزوتوپ ساختگی عنصر هیدروژن ، ۴ نوترون دارد.
- (۳) Tc اولین عنصری است که نخستین بار در واکنشگاه و امروزه در مولد هسته ای ساخته می شود.
- (۴) در یک مخلوط طبیعی از ایزوتوپ های اورانیم تنها ۷ درصد ایزوتوپ ها را ^{235}U تشکیل می دهد.

پاسخ : گزینه ۴

(آ) درست

(ب) درست ، ترتیب پایداری رادیو ایزوتوپ های ساختگی عنصر هیدروژن به صورت $^3H > ^4H > ^6H > ^5H$ است بنابراین پایدارترین رادیوایزوتوپ 5H با ۴ نوترون است.

(پ) Tc اولین عنصری است که نخستین بار در واکنشگاه و امروزه در مولد ساخته می شود.

(ت) در یک مخلوط طبیعی از ایزوتوپ های اورانیم تنها کمتر از ۰,۷ درصد ^{235}U وجود دارد.

۸- کدام مطلب در مورد اتم هیدروژن درست است؟

(۱) طیف نشری خطی ایزوتوپ های یک عنصر متفاوت است. در طیف نشری خطی این اتم، فاصله نوارهای رنگی کم میشود

(۲) در نمونه ای طبیعی از این اتم ، ایزوتوپ های متفاوت، طیف نشری خطی منحصر به فردی ایجاد می کند.

(۳) بازگشت الکترون از $n=3$ به $n=2$ ایجاد نوار رنگی قرمز در طیف نشری آن می کند .

(۴) بازگشت الکترون از تمامی لایه های بالاتر به لایه ی دوم ، خطی در ناحیه ی مرئی تولید می کند .

پاسخ : گزینه ۳

۴۱۰ ۴۳۴ ۴۸۶ ۶۵۶ (nm)

--	--	--	--	--	--

(۱) نادرست

(۲) از آنجا که انرژی لایه های پیرامون هسته ی هر اتم ویژه ی همان اتم بوده و به عدداتی آن (تعداد پروتون ها) وابسته است ، تفاوت نوترون ها در ایزوتوپ های یک عنصر تاثیری بر طیف حاصل ندارد .

(۳) درست

(۴) بازگشت الکترون از لایه ی ۷ به لایه ی ۲ ، خطی در ناحیه ی مرئی ایجاد نمی کند.

۹- کدام عبارت در مورد اتم عنصری که آرایش الکترونی آن به $4s^3 5s^2$ ختم می شود، نادرست است؟

(۱) هم گروه با عنصر ۲۳ جدول تناوبی است.

(۲) هم دوره با عنصر ۵۱ جدول تناوبی است.

(۳) هم دسته با عنصر ۵۳ جدول تناوبی است.

(۴) شمار الکترون های ظرفیتی آن ، با عنصر ۳۳ جدول تناوبی برابر است.

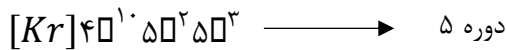
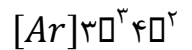
پاسخ : گزینه ۳



این عنصر متعلق به گروه ۵ و دوره ۵ جدول دوره ای است و در دسته ی d قرار دارد .

→ گروه ۵

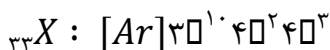
(۱) درست



(۲)

(۳) عنصر ۵۳ در گروه ۱۷ یعنی دسته p قرار دارد.

(۴) تعداد الکترون ظرفیتی عنصر داده شده ($4d^3 5s^2$) $3+2=5$ است و این تعداد برای عنصر ۳۳ نیز برابر ۵ می باشد .



۱۰- در هنگام تهیه ی ۳۰/۶ گرم آلومینیوم اکسید از عنصرهای سازنده ی آن به تقریب چه تعداد الکترون داد و ستد میشود؟ ($g.mol^{-1}$: Al=۲۷ و O=۱۶)

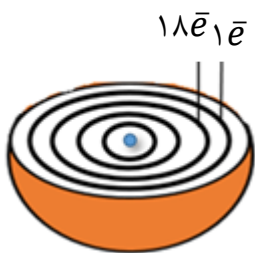
(۱) $3/61 \times 10^{24}$ (۲) $12/04 \times 10^{23}$ (۳) $3/01 \times 10^{24}$ (۴) $1/08 \times 10^{24}$

پاسخ : گزینه ۴

به ازای تولید هر واحد Al_2O_3 ، ۶ الکترون جا به جا می شود .

$$\frac{\text{جرم مولی } Al_2O_3}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد } \bar{e} \text{ مبادله شده}}{6 \times NA} \Rightarrow \frac{30/6 \times Al_2O_3}{102} = \frac{x\bar{e}}{6 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow 1/08 \times 10^{24}$$

۱۱- شکل زیر ، برشی از یک اتم را نشان می دهد . کدام عبارت ها در مورد آن درست است؟
 (آ) در واکنش ها اتم این عنصر با از دست دادن الکترون به حالت پایدار هشت تایی می رسد.
 (ب) رنگ شعله ی این عنصر سبز رنگ است.



(پ) برای نام گذاری نمک های این عنصر ، نیازی به استفاده از عددهای (I) و یا (II) نیست.
 (ت) قاعده ی آفبا ، آرایش الکترونی اتم این عنصر را به درستی پیش بینی نمی کند .

- (۱) آ ، ب (۲) ب ، ت (۳) پ ، ت

پاسخ : گزینه ۲

آرایش الکترونی این اتم به صورت $[Ar] 3d^9 4s^1$ است که متعلق به عنصر Cu ۲۹ می باشد.

(آ) Cu ۲۹ با از دست دادن یک یا دو الکترون در واکنش ها پایدار می شود ولی به آرایش هشت تایی نمی رسد.
 (ب) درست

(پ) اتم مس دارای دو یون پایدار Cu^+ ، Cu^{2+} می باشد. بنابر این برای نام گذاری نمک های آن ، نیاز به استفاده از عددهای (I) و یا (II) است . (صفحه ۲۲ کتاب درسی) آزمون وی ای پی

(ت) آرایش الکترونی اتم مس (همانند اتم Cr ۲۴) از قاعده ی آفبا پیروی نمی کند .

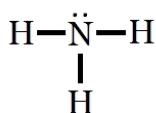
۱۲- عنصر X متعلق به دسته ی P و فاقد الکترونی در $n=3$ و دارای زیر لایه ی نیمه پر است. کدام عبارت در مورد این عنصر درست است؟

- (۱) در مدل فضاپرکن مولکول XH_3 اتم ها در یک صفحه قرار دارند .
- (۲) در آرایش الکترون نقطه ای اتم این عنصر ، $\frac{1}{3}$ الکترون ها به صورت جفت نقطه نمایش داده می شوند.
- (۳) شماره ی لایه ی ظرفیت اتم X برابر با ۲ است.
- (۴) اتم X در واکنش با هر اتم Ga، ۳ الکترون به اشتراک می گذارد .

پاسخ : گزینه ۳

X عنصر نیتروژن است . $X : 1s^2 2s^2 2p^3$

(۱) به علت وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم نیتروژن ، در مدل فضاپرکن آن (صفحه ۴۱ کتاب درسی) اتم ها در یک صفحه قرار ندارند .



(۲) $\cdot\ddot{\text{N}}\cdot$ الکترون ها به صورت جفت نقطه نمایش داده می شوند. $\frac{2}{5}$

(۳) با توجه به آرایش الکترونی $N : 1s^2 2s^2 2p^3$ شماره ی لایه ی ظرفیت اتم نیتروژن برابر با ۲ می باشد.

(۴) ترکیب حاصل از Ga و N ، یونی است و در تشکیل آن الکترونی به اشتراک گذاشته نمی شود.

۱۳- کدام عبارت های زیر در مورد عنصر X که دارای ۲۳ الکترون با $l = 1$ است درست می باشد؟

(آ) مجموع $l + n$ آخرین زیر لایه ی آن برابر ۶ است .

(ب) در دمای اتاق، مایعی دو اتمی است.

(پ) تفاوت عدد اتمی آن با دو عنصر هم گروه قبل و بعد از خود ، برابر است.

(ت) در آرایش الکترونی فشرده ی آن از گاز نجیب Kr استفاده می شود.

(۴) ب ، ت

(۳) آ ، ت

(۲) ب ، پ

(۱) آ ، پ

پاسخ : گزینه ۳

عنصر مورد نظر یُد است.

عنصر X : $10^2 20^2 20^6 30^2 30^6 30^{10} 40^2 40^6 40^{10} 50^2 50^6$

آ) $5+1=6$: آخرین زیر لایه

ب) یُد در دمای اتاق جامد است.

پ) عنصر هم گروه قبل و عنصر هم گروه بعد از I به ترتیب ۱۸ و ۳۲ پروتون با یُد تفاوت دارد.

ت) $[Kr] 4d^{10} 5s^2 5p^5$ آرایش الکترونی فشرده

۱۴- کدام نسبت ، عددبزرگتری است ؟ نسبت شمار به در

(۱) آنیون-کاتیون-آلومینیوم سولفید

(۲) عنصرهای گازی-عنصرهای جامد-دوره ی سوم جدول تناوبی

(۳) عنصرهای با نماد دو حرفی-عنصرهای با نماد یک حرفی-دوره ی دوم جدول تناوبی

(۴) عنصرهای دسته ی S- عنصرهای دسته ی f- جدول دوره ای عنصرها

پاسخ : گزینه ۱

$$Al_2O_3 : \frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\text{عنصرهای گازی } (Cl, Ar)}{\text{عنصرهای جامد } (Na, Mg, Al, Si, P, S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\text{عنصرهای دو حرفی}}{\text{عنصرهای یک حرفی}} = \frac{(Li, Be, Ne)}{(B, C, N, O, F)} = \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\text{عنصرهای دسته } S}{\text{عنصرهای دسته } f} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۵- کدام گزینه درست است ؟

- (۱) تعداد خطوط مرئی طیف نشری خطی اولین گاز نجیب و اولین عنصر جدول دوره ای باهم برابر است.
- (۲) رنگ شعله ترکیب های سدیم کلرید و سدیم اکسید به دلیل تفاوت در نافلزات آنها با هم متفاوت است.
- (۳) با استفاده از رنگ شعله مس (II) سولفات نمی توان خطوط طیف نشری خطی آنها را در ناحیه مرئی پیش بینی کرد.
- (۴) اختلاف انرژی نور نشر شده پتاسیم کلرید و لیتیم سولفات بیشتر از انرژی نور نشر شده از پتاسیم برمید و لیتیم کربنات است.

پاسخ : گزینه ۳

با استفاده از رنگ شعله ترکیب های عنصرها می توان پیش بینی کرد که در طیف نشری خطی در ناحیه مرئی به تعداد خط پایه طول موج هایی دارد.

بررسی گزینه های نادرست:

- (۱) تعداد خطوط مرئی طیف نشری خطی هلیوم از هیدروژن بیشتر است.
- (۲) رنگ شعله سدیم و ترکیب های آن زرد است .
- (۳) هر فلزی طیف نشری خطی مخصوص به خود دارد و اختلاف انرژی آنها مقداری کوانتومی و ثابت است و ربطی به نوع نافلز ندارد.

۱۶- اگر اختلاف تعداد نوترون ها و الکترون ها در ${}^{41}_{14}X^{2+}$ برابر ۳ و اختلاف تعداد نوترون و پروتون در ${}^{79}_{16}Y^{-}$ برابر ۹ باشد ، اختلاف عدد اتمی X و Y کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

پاسخ : گزینه ۳

$\Delta =$ اختلاف تعداد پروتون و نوترون

$$X \Rightarrow \text{عدد اتمی} = \frac{\text{بار} + \Delta - \text{عدد جرمی}}{۲} \Rightarrow Z = \frac{۴۱ - ۳ + ۲}{۲} = ۲۰$$

$$Y \Rightarrow \text{عدد جرمی} = P + n \xrightarrow{n-p=9} ۷۹ = p + (p + ۹) \Rightarrow p = ۳۵ \text{ (عدد اتمی)}$$

$$Y \text{ و } X \text{ اختلاف عدد اتمی} = ۳۵ - ۲۰ = ۱۵$$

۱۷- چه تعداد از عبارت های زیر نا درست است؟

آ) رفتار شیمیایی هر اتم به شمار الکترون های ظرفیتی آن بستگی دارد.

ب) اهمیت آرایش الکترونی فشرده به دلیل نمایش الکترون ها در بیرونی ترین لایه به نام لایه ی ظرفیت اتم است.

پ) عنصرها در جدول دوره ای بر مبنای عدداتی یا شمار الکترون های اتم خود چیده شده اند .

ت) با پیمایش هر دوره از چپ به راست ، خواص عنصرها به طور مشابه تکرار می شود .

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

پاسخ : گزینه ۱

آ) سطر اول صفحه ۳۶ کتاب درسی

ب) پاراگراف آخر صفحه ۳۲ کتاب درسی

پ) پاراگراف آخر صفحه ۲۷ کتاب درسی

ت) سطر ۷ صفحه ۱۲ کتاب درسی

۱۸- نام یا فرمول کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) GaO - گالیم اکسید

(۲) $Zn(NO_3)_2$ روی (II) نیتريت

• NH_4Br آمونیوم برمید

• $Cu(HCOO)_2$ مس (I) فرمات

پاسخ: گزینه ۳

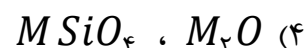
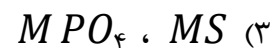
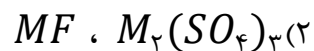
فرم درست مواردی که اشتباه نام گذاری شده اند یا فرمول اشتباه دارند به صورت زیر است :

• Ga_2O_3 گالیم اکسید

• $Zn(NO_3)_2$ روی نیترات

• $Cu(HCOO)_2$ مس (II) فرمات

۱۹- فلز M دارای هشت الکترون ظرفیتی است که شش تای آنها در زیر لایه $\ell = 2$ قرار دارند، در کدام گزینه هر دو فرمول برای ترکیب های M نادرست است؟



پاسخ: گزینه ۴

فلز M دارای آرایش الکترونی $4d^3 3d^6 [Ar]$ می باشد که همان فلز آهن با دو ظرفیت $+2$ و $+3$ می باشد که هر دو فرمول گزینه ۴ برای آهن نادرست می باشد.

۲۰- شمار اتم های نافلزی در ۴۰ گرم مس (II) سولفات با شمار الکترون های مبادله شده در تشکیل چند گرم گالیم سولفید برابر است؟

$$O = 16, S = 32, Cu = 64, Ga = 70 : g \cdot mol^{-1}$$

$$60/2(4)$$

$$59/1(3)$$

$$50/2(2)$$

$$49/1(1)$$

پاسخ: گزینه ۱

در ۴۰ گرم $\frac{5}{4} CuSO_4$ مول اتم نافلزی (گوگرد و اکسیژن) وجود دارد.

$$\text{مول اتم نافلزی} = 40 \text{ g } CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{160 \text{ g } CuSO_4} \times \frac{5 \text{ mol } (S, O)}{1 \text{ mol } CuSO_4} = \frac{5}{4} \text{ mol}$$

هم چنین به ازای تشکیل هر مول گالیم سولفید (Ga_2S_3) ۶ مول الکترون مبادله می شود.

$$\text{گرم } Ga_2S_3 = \frac{5}{4} \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } Ga_2S_3}{6 \text{ mol } e^-} \times \frac{236}{1 \text{ mol } Ga_2S_3} = 49/1 \text{ g } Ga_2S_3$$