



حلج سنج

آزمون حلی سنج ۹

۴ اسفند ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۱۹ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^2 |2x + a|$ به صورت $\{0, 2, b\}$ است. مجموع مقادیر ممکن برای $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) $-\frac{8}{3}$ (۳) -۵ (۴) $-\frac{17}{3}$

۲- مجموع طول نقاط بحرانی تابع $y = |x - 2| \sqrt[3]{(x - 1)^2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{6}$ (۳) $\frac{4}{4}$ (۴) $\frac{4}{8}$

۳- بیشترین مقدار تابع $f(x) = x|x^2 - 3|$ در بازه $[-1, 2]$ چند برابر کمترین مقدار آن در همین بازه است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴- کمترین مقدار تابع $f(x) = x + \frac{9}{x - 2}$ در بازه $(2, +\infty)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۵- اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x + 1}$ در بازه $[0, 9]$ چقدر است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۶- با فرض $f(x) = x - 4\sqrt{x + 8}$ ، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع $y = f(8 \sin x)$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۷- حاصل جمع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a^2 - 3x}$ برابر ۳ است. مقدار $[2a^2]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

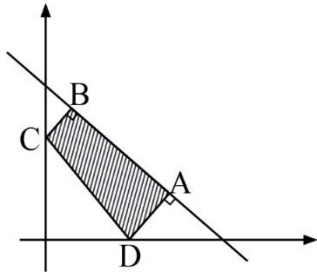
۸- مجموع مساحت جانبی و مساحت دو قاعده‌ی یک استوانه برابر 6π است. بیشترین حجم این استوانه چقدر است؟

4π (۴)

3π (۳)

2π (۲)

π (۱)



۹- نقاط A و B به طول ۳ و a، مطابق شکل بر خط $y = 4 - x$ قرار دارند.

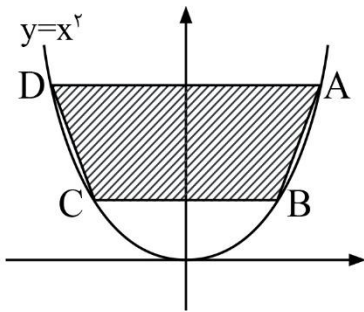
بیشترین مقدار مساحت دوزنقه‌ی سایه‌خورده، چقدر است؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)



۱۰- در شکل مقابل، نقطه‌ی $A(3, 9)$ ثابت است.

بیشترین مساحت دوزنقه شکل مقابل چقدر است؟

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

۳۹ (۴)

۳۶ (۳)

۱۱- تابع $y = \frac{x^4 + 8}{x^2 - 1}$ در بازه‌ی (a, ∞) اکیداً نزولی است. حداکثر a کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲- در بازه‌ی (a, b) نمودار تابع $y = \frac{1}{x} \sqrt[3]{(x-2)^2}$ صعودی است. حداکثر $b - a$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۳- نقطه $A(2, -4)$ یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = (x-a)(x-b)^2$ است. مقدار a کدام است؟

۷ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۴- تابع $y = \frac{x|x-1|}{x+1}$ چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

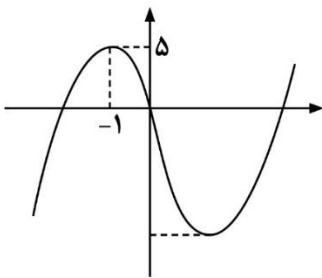
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵- مقدار ماکزیمم نسبی تابع $y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}x$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۱۶- نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^2 - x^3$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم واقع است. مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴)



۱۷- نمودار تابع $f(x) = x(x^2 + ax + b)$ به صورت مقابل است.

مقدار مینیمم نسبی f کدام است؟

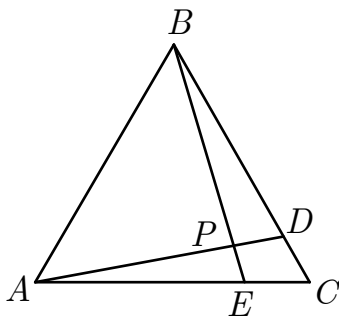
- ۱ (۱) -۱۲
۲ (۲) -۱۸
۳ (۳) -۲۷
۴ (۴) -۳۶

۱۸- چه تعداد از اعضای اصلی دو مثلث برابر باشند تا مطمئن باشیم دو مثلث هم‌نهشتند؟ (هر مثلث شش عضو اصلی دارد، سه ضلع و سه زاویه)

- ۱ (۱) ۳ ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۹- در مثلث ABC ، نقاط D و E به ترتیب بر روی BC و AC قرار دارند. اگر AD و BE در نقطه P چنان متقاطع باشند که

$\frac{AP}{DP} = 5$ و $\frac{BP}{EP} = 7$ ، آن‌گاه نسبت $\frac{CD}{BD}$ کدام است؟



- ۱ (۱) $\frac{4}{17}$
۲ (۲) $\frac{3}{17}$

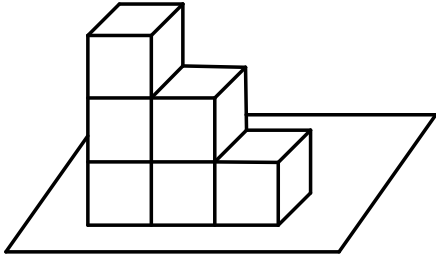
- ۳ (۳) $\frac{2}{5}$
۴ (۴) $\frac{2}{7}$

محل انجام محاسبات

۲۰- در دوزنقه $ABCD$ ، $AB = ۲$ ، $BC = ۶$ ، $CD = ۱۰$ و $DA = ۶$. نقاط F و G به ترتیب اواسط AD و BC می‌باشند. FG پاره‌خط‌های BD و AC را به ترتیب در H و J قطع می‌کند و AC ، BD را در E قطع می‌کند. مساحت مثلث EHJ کدام است؟

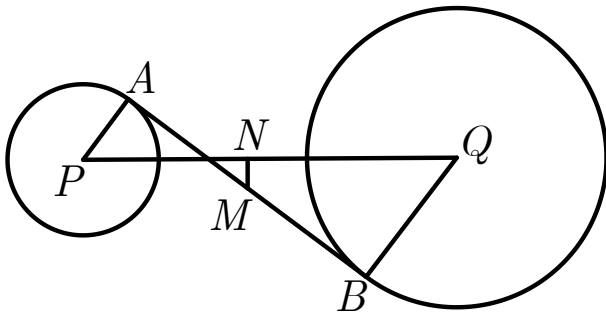
- (۱) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ (۴) $\frac{4\sqrt{7}}{5}$

۲۱- شش تاس مانند شکل بر روی یکدیگر چیده شده‌اند، بر هر تاس اعداد ۱ و ۶ رو به رو یکدیگر، ۲ و ۵ رو به رو یکدیگر، و در نهایت ۳ و ۴ رو به رو یکدیگر می‌باشند، بیشینه مقدار ممکن برای مجموع اعداد روی ۲۱ وجه قابل مشاهده‌ی تاس‌ها کدام است؟



- (۱) ۷۸ (۲) ۷۹ (۳) ۸۱ (۴) ۸۹

۲۲- PA شعاع دایره به مرکز P و QB شعاع دایره به مرکز Q می‌باشد و AB مماس مشترک دو دایره. M وسط AB می‌باشد و $MN \perp PQ$. اگر $PA = ۵$ ، $QB = ۱۰$ و $PQ = ۱۷$ باشد، طول PN کدام است؟



- (۱) $\frac{۱۰۷}{۱۷}$ (۲) $\frac{۹۷}{۱۴}$ (۳) $\frac{۱۰۳}{۱۳}$ (۴) ۱۵

۲۳- در مثلث ABC ، $AC = BC = ۱$ و $\hat{C} = ۹۰^\circ$. فاصله بین مرکز دایره محیطی و محاطی مثلث ABC کدام می‌باشد؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{۲ - \sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۲۴- مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع واحد مفروض است. نقطه J وسط ضلع AB است، نقطه K روی BC متغییر است و L روی

ضلع AC طوری قرار گرفته که $\frac{LC}{AC} = \frac{1}{3}$. کمترین مقدار $JK + KL$ کدام است؟

(۱) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{31}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{29}}{6}$ (۴) ۲

۲۵- در مثلث ABC ، $AB = 6$ ، $BC = 8$ و $AC = 10$. نقاط M و N به ترتیب روی BC و AC قرار دارند. MN نیمساز زاویه

\hat{C} را در P قطع می‌کند. اگر $MP = 2$ و $PN = 5$ باشد، آن‌گاه مساحت MNC کدام است؟

(۱) $\frac{147}{13}$ (۲) ۱۰ (۳) $\frac{49}{13}$ (۴) $\frac{37}{13}$

۲۶- اگر $\Delta = \begin{vmatrix} Ax & x^2 & 1 \\ By & y^2 & 1 \\ Cz & z^2 & 1 \end{vmatrix}$ و $\Delta_1 = \begin{vmatrix} A & B & C \\ x & y & z \\ zy & zx & xy \end{vmatrix}$ ، آن‌گاه:

(۱) $\Delta = \Delta_1$ (۲) $\Delta = 2\Delta_1$ (۳) $\Delta = -\Delta_1$ (۴) $\Delta = \frac{1}{2}\Delta_1$

۲۷- معادله‌ی مماس مشترک دایره‌ی $x^2 + y^2 = 50$ و سهمی $y^2 = 40x$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $x + y - 10 = 0$ (۲) $x - y + 10 = 0$ (۳) $x + y + 10 = 0$ (۴) $x - y - 10 = 0$

۲۸- یک آینه‌ی سهمی شکل بر روی نمودار $y^2 = 4x$ قرار گرفته. یک پرتوی نور موازی محور سهمی به فاصله‌ی 3 واحد از محور سهمی به

آن تابیده می‌شود، این پرتو پس از دو بار بازتاب از روی آینه، روی خطی موازی محور سهمی حرکت می‌کند، فاصله این خط از محور سهمی

کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

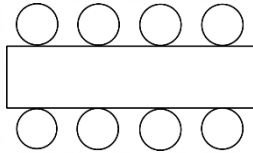
۲۹- اگر $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{29}$ باشد و $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (-7\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) = \vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ ، آن‌گاه $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (-7\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k})$ کدام

می‌تواند باشد؟

(۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۳۰- هشت صندلی مطابق شکل مقابل در دوسوی یک میز مستطیل شکل قرار دارند. به چند حالت می‌توان ۸ نفر با شماره‌های ۱ تا ۸ را بروی صندلی‌ها قرار داد به شرطی که مجموع شماره‌های هر دو فرد رو به روی هم عددی زوج باشد؟



۳۴۵۶ (۴)

۳۱۶۸ (۳)

۲۸۸۰ (۲)

۲۳۰۴ (۱)

۳۱- با حروف کلمه‌ی mohammad چند کلمه می‌توان ساخت که در آن هیچ دو حرف صدا داری کنار هم نباشند؟

۱۲۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۳۲- معادله‌ی $(x + y + z + t)(x + y + z) = ۵۰$ چند دسته جواب در مجموعه‌ی عددهای حسابی دارد؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۳۳- به چند حالت می‌توان ۱۷ سکه‌ی یکسان را بین احمد و وحید و حمید تقسیم کرد که به احمد تعداد فردی سکه برسد؟

۸۴ (۴)

۸۱ (۳)

۷۶ (۲)

۷۲ (۱)

۳۴- چند تابع از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به خودش قابل تعریف است که برد آن سه عضوی باشد؟

۱۷۰۰ (۴)

۱۶۰۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۱۴۰۰ (۱)

۳۵- به چند حالت می‌توان ۹ خودکار از رنگ‌های آبی و قرمز و سبز و مشکی و بنفش انتخاب کرد که از هر یک از رنگ‌های مشکی و آبی و قرمز حداکثر ۳ تا خودکار برداشته باشیم؟

۳۵۲ (۴)

۳۱۲ (۳)

۲۸۲ (۲)

۲۵۲ (۱)

۳۶- حروف کلمه‌ی BARABAS را یکی یکی روی ۷ گوی سفید نوشته و درون کیسه‌ای می‌اندازیم. سپس گوی‌ها به ترتیبی تصادفی از کیسه خارج و به ترتیب خروج شان کلمه‌ای ۷ حرفی می‌سازند. احتمال اینکه در کلمه‌ی ساخته شده عبارت ABS دیده شود کدام است؟

 $\frac{1}{4}$ (۴)

 $\frac{1}{5}$ (۳)

 $\frac{1}{6}$ (۲)

 $\frac{1}{7}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۷- ۷ سکه‌ی کاملاً یکسان را به صورت تصادفی درون سه قلمک متمایز A و B و C می‌اندازیم. احتمال اینکه در تمامی قلمک‌ها سکه‌ای قرار گرفته باشد چه قدر است؟

$$\frac{602}{729} \quad (۴)$$

$$\frac{202}{243} \quad (۳)$$

$$\frac{67}{81} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{12} \quad (۱)$$

۳۸- در پرتاب یک تاس ناهمگن احتمال آمدن هر کدام از عددهای ۱ تا ۶، با خود آن عدد متناسب است. این تاس را ۲ مرتبه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم در این پرتاب‌ها عدد ۵ مشاهده شده است، احتمال اینکه عدد ۶ نیز مشاهده شده باشد چه مقدار است؟

$$\frac{7}{22} \quad (۴)$$

$$\frac{12}{37} \quad (۳)$$

$$\frac{13}{36} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{11} \quad (۱)$$

۳۹- یکی از فرزندان به تصادف از یک خانواده‌ی ۵ فرزندى انتخاب شده است. احتمال اینکه این فرد هم خواهر و هم برادر بزرگتر از خودش داشته باشد چه قدر است؟

$$\frac{67}{160} \quad (۴)$$

$$\frac{33}{80} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{40} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{20} \quad (۱)$$

۴۰- یک تاس را می‌اندازیم و سپس به تعداد عدد رو شده در تاس سکه می‌ریزیم. اگر در ریختن سکه‌ها مشاهده کنیم که تعداد "رو" ها با تعداد "پشت" ها برابر است، احتمال اینکه تاس ۶ آمده باشد چه قدر است؟

$$\frac{5}{17} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{19} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{17} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات