



حلی سنج

آزمون حلی سنج ۳

۱۰ شهریور ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته تجربی

دفترچه شماره ۳

مدت پاسخگویی: ۳۵ دقیقه

تعداد سوال: ۲۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب الفبا)
۱	ریاضی	۲۰	۸۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	علیرضا رفیعی کیان کریمی خراسانی

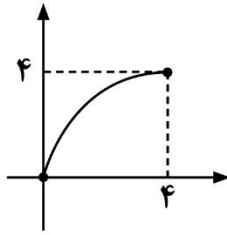
 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

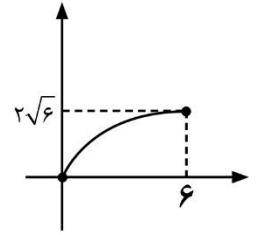
محل انجام محاسبات

۸۶- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - 1 & 0 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x \leq 4 \\ 3x - 6 & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ، نمودار تابع $g(x) = \sqrt{f \circ f^{-1}(x)} + \sqrt{f^{-1} \circ f(x)}$

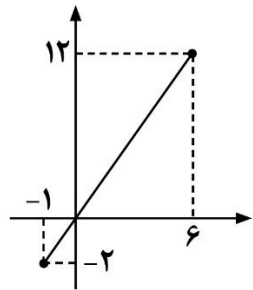
مربوط به کدام شکل است؟



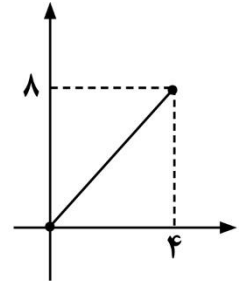
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۸۷- ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = x + 4\sqrt{x-1} + 3$ به صورت $f^{-1}(x) = x + a\sqrt{x} + b$ ($x \geq c$)،

است. حاصل $ab+c$ چیست؟

- (۱) ۱۲- (۲) ۱۶- (۳) ۲۰- (۴) ۱۸-

۸۸- ضابطه‌ی وارون تابع $g(x) = 3x + |x-1|$ به صورت $f^{-1}(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq c \\ dx + e & x < c \end{cases}$

است. حاصل $\frac{def}{abc}$ کدام است؟

- (۱) ۲- (۲) ۴- (۳) ۶- (۴) ۸-

۸۹- اگر $f(x) = x + \sqrt{x+7}$ و $g(x) = 25^x + 5^x - 1$ حاصل عبارت زیر چیست؟

$$g(g^{-1}(10)) + f^{-1}(f(5)) + g^{-1}(f^{-1}(3))$$

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۹۰- تابع $f(x) = \sqrt{x} + x - \left| \frac{x}{2} - 1 \right|$ در چند نقطه وارون خود را قطع می‌کند؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) صفر (۴) چهار

۹۱- اگر α, β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - x - 3 = 0$ ریشه‌های کدام معادله

است؟ $\frac{-3\alpha\beta}{(\beta-1)^2}, \frac{1+\alpha+\beta}{(\alpha-1)^2}$

(۱) $x^2 - 7x + 9 = 0$

(۲) $x^2 - 7x + 8 = 0$

(۴) $x^2 - 9x + 7 = 0$

(۳) $x^2 - 5x + 5 = 0$

محل انجام محاسبات

۹۲- به ازای چند مقدار صحیح a ، نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + (2a-3)x + 8-a$ حداکثر از ۳ تا از نواحی مختصات عبور می‌کند؟

- (۱) هفت
(۲) هشت
(۳) صفر
(۴) بی‌شمار

۹۳- دنباله هندسی $a_n = \frac{3}{4} \times 4^n$ و دنباله حسابی $b_n = 60n + 12$ چند جمله‌ی مشترک کمتر از ۱۵۰۰ دارند؟

- (۱) یک
(۲) دوازده
(۳) شش
(۴) هشت

۹۴- اختلاف بزرگترین و کوچک‌ترین ریشه‌ی معادله‌ی $(5x-1)^4 - 150x^2 + 60x - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
(۴) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

۹۵- به ازای چند مقدار صحیح a ، مجموعه جواب نامعادله $(2x^2 + (3a-1)x - 3a-1) \times (5x^2 + (7a+4)x - 7a-9) \geq 0$ برابر \mathbb{R} است؟

- (۱) یک
(۲) صفر
(۳) سه
(۴) چهار

۹۶- اگر $x = a$ پاسخ معادله

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x+6}} = \frac{9}{2x+6+2\sqrt{x^2+6x}}$$

باشد، آن‌گاه مقدار a^{2a} کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۹۷- با فرض $\frac{x}{1+x^2} = \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ باشد، حاصل $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$ با کدام برابر است؟

- (۱) $2 - \sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{2} - 2$
(۳) $\sqrt{2} + 1$
(۴) $\sqrt{2} - 1$

۹۸- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x-1}{x^3-1} + \frac{x+1}{x^3+1} = \frac{4}{3}$ کدام است؟

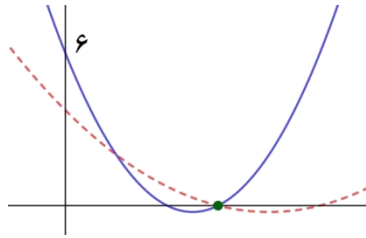
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) ۴

۹۹- سهمی به معادله $y = (mx-2)(x-m-1)$ بر محور x ها و زیر آن مماس است. این سهمی محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- (۱) -۲
(۲) -۴
(۳) ۴
(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰۰- یکی از نقاط تلاقی سهمی‌های $f(x) = x^2 + bx + c$ و $g(x) = f\left(\frac{x+1}{2}\right)$ ، روی محور x است. مقدار bc کدام است؟



- (۱) -۳۰
- (۲) -۳۶
- (۳) -۴۲
- (۴) -۴۸

۱۰۱- فرض کنید $f(x) = x^3 + x$ و $g(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{10-x}$ باشند، حاصل جمع اعداد صحیح داخل برد تابع $f^{-1} \circ g^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۵۵
- (۴) ۵۴

۱۰۲- به ازای چند عدد صحیح a تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x - |x|(x-a)$ وارون پذیر است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۰۳- فرض کنید $f(x) = 3\sqrt[3]{\sqrt{x-2}+4}$ باشد، حاصل ضرب جواب‌های معادله $f(x^3) = \sqrt[3]{f^{-1}(x)}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳
- (۴) ۱۵

۱۰۴- تابع $f = \{(1, a^3 - a^2), (2, 11 - a^3), (3, a^2 - 3), (4, a^2 - a)\}$ را در نظر بگیرید، چنانچه

تساوی $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ برقرار باشد، آن‌گاه مقدار $f(5a-7)$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۰۵- فرض کنید $f^{-1} \circ g(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2}$ باشد، ضابطه $g^{-1} \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{x^3 + 2}$
- (۲) $\sqrt[3]{x^3 - 2} + 2$
- (۳) $\sqrt[3]{x^3 + 2} - 2$
- (۴) $\sqrt[3]{x^3 - 2}$