



حل سنج

آزمون حلی سنج ۲

۲۰ مرداد ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۶۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب الفبا)
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۶۰ دقیقه	حسابان: علیرضا ندافزاده
						هندسه: صبا مهدوی
						گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنهاد علیرضا شریف خطیبی

@hellisanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

محل انجام محاسبات

۱- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{2}{|x-2|} > \frac{-3}{2x-1}$ با فرض $x \neq 2$ به صورت $[a, b] - \mathbb{R}$ باشد حاصل $a + 7b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -2 (۴) $\frac{7}{3}$

۲- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$ چقدر است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۳۳ (۴) ۴۷

۳- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{2x^2-x+1} + \frac{3}{2x^2-x+3} = \frac{10}{2x^2-x+7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

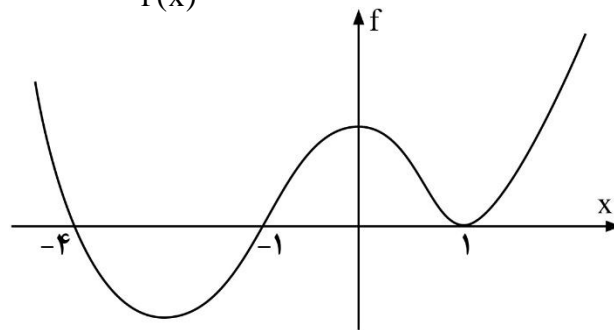
۴- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x^2+7x+12)^2}{(x^2+6x+8)(x^2-1)^2} \leq 0$ چند عدد صحیح منفی قرار نمی‌گیرند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+4}{x-2} < \frac{2}{x+1}$ چند عدد صحیح قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، در مجموعه جواب نامعادله $\frac{f(2x-3)}{f(x)} \leq 0$ چند عدد صحیح قرار می‌گیرد؟



صحیح قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۷- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $3x - \sqrt{18x+1} + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{23}{8}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۴) $\frac{39}{16}$

۸- اگر ریشه معادله $\sqrt{5x+7} - \sqrt{2x+3} = \sqrt{3x+4}$ طول راس سهمی $f(x) = x^2 + 2ax + 3$ باشد، حاصل $f(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{3}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{19}{3}$ (۴) $\frac{20}{3}$

محل انجام محاسبات

 ۹- معادله $x\sqrt{x^2+15}-2=\sqrt{x}\sqrt[4]{x^2+15}$ دارای چند جواب می باشد.

صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

 ۱۰- مجموعه جواب نامعادله $|x^2-6|<4x+1$ به صورت (a, b) می باشد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

 ۱۱- قطاری ایستگاه A را به مقصد ایستگاه B ترک می کند. بعد از طی ۴۵۰ km که ۷۵ درصد مسافت بین A, B را تشکیل می دهد در اثر سیلاب متوقف می شود. نیم ساعت بعد ریل باز می شود و راننده سرعت قطار را $15 \frac{km}{h}$ افزایش می دهد تا به موقع به مقصد B برسد. سرعت اولیه قطار چقدر است؟ $(\frac{km}{h})$

۱۰۰ (۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۵۰ (۴)

۱۲- دو دستگاه اگر با هم کار کنند می توانند کاری را در شش ساعت انجام دهند. اگر دستگاه اول به تنهایی به مدت چهار ساعت و سپس دستگاه دوم نیز به تنهایی به مدت شش ساعت کار کنند، آنها هشتاد درصد تمام کار را به انجام خواهند رساند. اگر هر یک از آنها به تنهایی بخواهند کل کار را انجام دهند دستگاه سریع تر، چند ساعت زودتر از دستگاه دیگر کار را انجام می دهد؟

۵ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

 ۱۳- بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = \left| x^2 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} \right|$ در آن اکیداً نزولی است. کدام گزینه می باشد؟

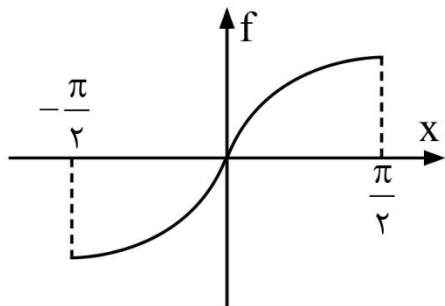
 (۱) $(1+\infty)$ (۲) $(-\infty, 2]$
 (۳) $(-\infty, 1]$ (۴) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

 ۱۴- تابع $f(x) = |x-4| + |x+3a|$ در بازه $(2, +\infty)$ یکنوا می باشد. بزرگترین محدوده a کدام است؟

 (۱) $a \geq \frac{-4}{3}$ (۲) $a \leq \frac{-4}{3}$
 (۳) $a \geq \frac{-2}{3}$ (۴) $a \leq \frac{-2}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر نمودار تابع f به شکل زیر و تابع $y = f(ax - \frac{\pi}{3})$ در بازه $[-2, 0]$ اکیداً نزولی باشد



کمترین مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{5\pi}{12}$
 (۲) $-\frac{5\pi}{4}$
 (۳) $\frac{5\pi}{12}$
 (۴) $\frac{3\pi}{4}$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{53}{27} & x < \frac{2}{3} \\ x^2 - ax - 3 & x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$ در \mathbb{R} یکنوا باشد بزرگترین محدوده a کدام است؟

- (۱) $a \leq \frac{4}{3}$
 (۲) $-\frac{7}{3} \leq a \leq \frac{4}{3}$
 (۳) $a \geq \frac{-7}{3}$
 (۴) $a \geq \frac{-7}{3}$

۱۷- تابع $y = f(x)$ در دامنه‌اش اکیداً صعودی است. تابع $y = af(bx+c)+d$ با چه شرایطی در دامنه‌اش اکیداً نزولی می‌باشد؟

- (۱) $c < 0, d > 0$
 (۲) $c < 0, d < 0$
 (۳) $ab < 0$
 (۴) $c < 0, b > 0, d > 0$

۱۸- تابع $f(x) = x^x + \log x$ مفروض است. در مجموعه جواب نامعادله

$$f\left(\frac{4}{|x+1|-2}\right) \geq f(x-1)$$

- (۱) صفر
 (۲) بی‌شمار
 (۳) ۲
 (۴) ۱

۱۹- اگر $p(x)$ یک چندجمله‌ای درجه n باشد به طوری که باقیمانده و خارج قسمت تقسیم $p(2x+1)$ بر $2p(x)$ برابر عدد یک باشد. درجه چند جمله‌ای $p(x)$ کدام است؟

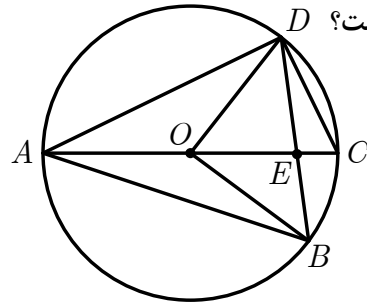
- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) هر درجه‌ای می‌تواند باشد

۲۰- اگر در تقسیم عبارت $p(x) = x^{76} + x^3 - 2x + 1$ بر $x+1$ ، خارج قسمت $q(x)$ باشد. حاصل $q(1)$ چقدر است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۳
 (۳) -۲
 (۴) -۱

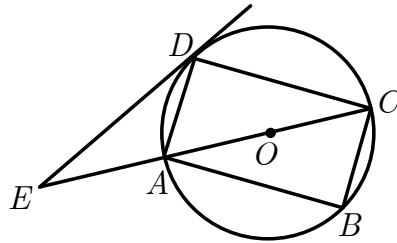
محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل پاره خط AC قطر دایره است. اگر $\hat{B}OC = 50^\circ$ و $\hat{A}OD = 110^\circ$ و شعاع



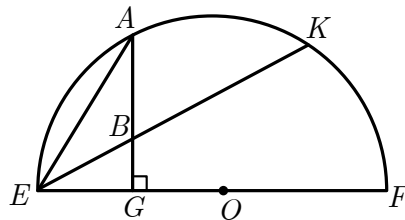
- دایره برابر ۱۰ باشد، فاصله مرکز دایره از وتر DB کدام است؟
 ۵ (۱)
 $5\sqrt{3}$ (۲)
 ۶ (۳)
 ۸ (۴)

۲۲- مستطیل $ABCD$ داخل دایره شکل محاط شده است و AC قطر دایره است. اگر BC برابر شعاع دایره باشد و ED بر دایره مماس باشد، زاویه $\hat{D}EC$ کدام است؟



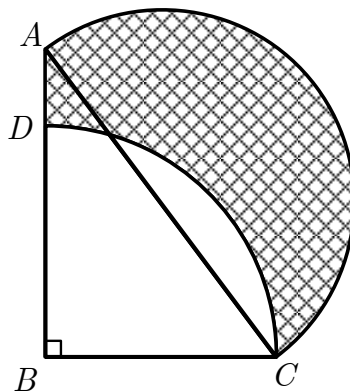
- ۲۰° (۱)
 ۴۵° (۲)
 ۳۰° (۳)
 ۶۰° (۴)

۲۳- در نیم دایره شکل $AG \perp EF$ می باشد. اگر $EB = 4$ و $BK = 9$ باشد، آن گاه AE کدام است؟



- ۲ (۱) $\sqrt{42}$
 ۶ (۳) $2\sqrt{13}$
 ۸ (۴)

۲۴- در شکل سوال، ضلع BC به اندازه ۲۱ واحد، شعاع یک دایره و وتر AC قطر دایره دیگر است. اگر $AB = 28$ باشد، آن گاه مساحت قسمت هاشورخورده به کدام عدد



- نزدیک تر است؟
 ۴۲۵ (۱)
 ۴۲۶ (۲)
 ۴۲۹ (۳)
 ۴۳۰ (۴)

۲۵- دو دایره مفروض در نقاط A و B متقاطع اند. خط گذرا از A دو دایره را در D و C قطع می کند. مماس های وارد بر دو دایره در نقاط D و C در نقطه E یکدیگر را قطع می کنند. اگر نقطه P محل هم رسی قطرهای EB و CD از چهارضلعی $BDEC$ باشد و بدانیم $PE = 6$ ، $PB = 8$ ، $PC = 4$ آن گاه PD کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر $A = BB^T + CC^T$ ، به طوری که $B = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}$ ، آن گاه A

کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲۷- ماتریس سه در سه و مربعی M مفروض است به طوری که درایه‌های آن عضو مجموعه $\{0, 1, 2\}$ می‌باشند. چند ماتریس M وجود دارد به طوری که مجموع درایه‌های قطر اصلی $M^T M$ برابر ۵ باشد؟

- (۱) ۱۲۶ (۲) ۱۹۸ (۳) ۱۶۲ (۴) ۱۳۵

۲۸- ماتریس‌های مربعی A و B مفروضند. اگر $A^2 B = BA^2$ و $(AB)^0 = A^k B^0$ باشد، آن گاه k کدام است؟

- (۱) ۱۰۲۳ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴) ۱۰۲۰

۲۹- درباره‌ی ماتریس مربعی A می‌دانیم $A^2 + 5A + 7I = 0$. معکوس ماتریس $A + 3I$ کدام است؟

- (۱) $A + 2I$ (۲) $2I - A$
- (۳) $-2I - A$ (۴) $A - 2I$

۳۰- درباره دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + 2y = \lambda \\ 3x - 2y = \mu \end{cases}$ کدام گزینه صحیح نیست؟ ($\lambda, \mu \in \mathbb{R}$)

- (۱) اگر $\lambda + \mu \neq 0$ باشد، آن گاه دستگاه به ازای $a = -3$ جواب ندارد.
- (۲) اگر $a \neq -3$ باشد، آن گاه دستگاه به ازای تمامی مقادیر λ و μ ، جواب یکتا دارد.
- (۳) اگر $\lambda + \mu = 0$ باشد، آن گاه دستگاه به ازای $a = -3$ ، بی‌شمار جواب دارد.
- (۴) اگر $a = -3$ باشد، آن گاه دستگاه به ازای تمامی مقادیر λ و μ ، بی‌شمار جواب دارد.

۳۱- به ازای چند مقدار طبیعی n رابطه $n^2 + 1 | n + 2$ برقرار است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- اگر $a > 1$ ، $a | 11k + 4$ ، $a | 7k + 1$ در این صورت a عددی است.

- (۱) زوج (۲) مربع کامل
- (۳) اول (۴) مکعب کامل

۳۳- به ازای چند عدد طبیعی n دو عبارت $n^3 - n$ ، $n^4 + n$ همواره صحیح هستند؟

- (۱) هیچ مقدار (۲) ۱
- (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبات

 ۳۴- اگر $3n+1 \mid 7$ ، باقی مانده تقسیم $30n^2 + 34n + 8$ بر عدد ۴۹ کدام است؟ ($n \in \mathbb{Z}$)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴۸

 ۳۵- اگر $5 - 4b + 3a \mid 17$ و $17 \mid a + 7b + x$ باشد، کمترین مقدار طبیعی x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

 ۳۶- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی n رابطه $5^n - 1 \mid 126$ صحیح است؟

(۱) ۱۵۰ (۲) ۱۴۹ (۳) ۱۴۸ (۴) ۱۲۵

 ۳۷- در اثبات نابرابری $x + \frac{11}{x} < 5$ برای عددهای مثبت x به روش اثبات بازگشتی به عبارت

 بدیهی $A + (p(x))^2 < 0$ رسیده ایم. A کدام است؟

 (۱) $4/75$ (۲) $4/25$

 (۳) $\sqrt{11}$ (۴) $2\sqrt{11}$

 ۳۸- اگر n عددی چهار رقمی باشد، n^3 در تقسیم به ۷ چند باقیمانده‌ی مختلف تولید

می نماید؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹- کدام عدد را می توان به فرم مجموع مربعات سه عدد صحیح متوالی نوشت؟

(۱) ۳۳۳ (۲) ۳۳۴ (۳) ۴۳۳ (۴) ۴۳۴

 ۴۰- چند نقطه با مختصات صحیح بر روی منحنی نمودار رابطه‌ی $x^2y + 3y = x^3 + 7$

موجود است؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه