



حلج سنج

پاسخنامه حلی سنج ۲

۲۰ مرداد ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۶۰ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۴۰ دقیقه
۳	شیمی	۱۵	۶۶	۸۰	۲۲ دقیقه

نام درس	طراحان (حروف الفبا)
ریاضی و حسابان	علیرضا ندافزاده
هندسه	صبا مهدوی
آمار و احتمال و گسسته	احسان ایزدپناه، محمد پیشنماز، علیرضا شریف خطیبی
فیزیک	محمد جواد حیدری، پوریا دیار کجوری، امیر حسن محمدپور
شیمی	حسن ایزدی، مسعود خوش طینت، محمدرضا زهره‌وند، سیدصمد صفوی

@hellisanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- گزینه ۱

$$\frac{2}{|x-2|} > \frac{3}{|2x-1|} \rightarrow \frac{|x-2|}{2} < \frac{|2x-1|}{3}$$

$$3|x-2| < 2|2x-1| \rightarrow 9(x-2)^2 < 4(2x-1)^2 \rightarrow 9(x-2)^2 - 4(2x-1)^2 < 0$$

$$\rightarrow (3x-6+4x-2)(3x-6-4x+2) < 0$$

$$(7x-8)(-x-4) < 0 \rightarrow x > \frac{8}{7} \text{ یا } x < -4$$

جواب = $\text{IR} - \left[-4, \frac{8}{7}\right]$

۲- گزینه ۱

$$x^r - \frac{25x^r}{(x+5)^r} = \left[x - \frac{5x}{x+5}\right]^r + \frac{1 \cdot x^r}{x+5} = 11$$

$$\left(\frac{x^r}{x+5}\right) + 1 \cdot \frac{x^r}{x+5} - 11 = 0$$

$$\frac{x^r}{x+5} = A \rightarrow A^r + 1 \cdot A - 11 = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = -11 \end{cases}$$

$$\frac{x^r}{x+5} = 1 \rightarrow x^r - x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 \\ x_r \end{cases} \rightarrow x_1^r + x_r^r = 11$$

$$\frac{x^r}{x+5} = -11 \rightarrow x^r + 11x + 55 = 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

۳- گزینه ۴

$$2x^r - x + 1 = A \rightarrow \frac{1}{A} + \frac{3}{A+2} = \frac{1}{A+6}$$

$$\rightarrow \frac{4A+2}{A^r+2A} = \frac{1}{A+6} \rightarrow \frac{2A+1}{A^r+2A} = \frac{5}{A+6}$$

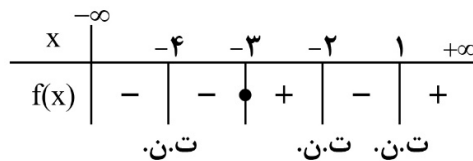
$$2A^r + 13A + 6 = 5A^r + 10A \rightarrow 3A^r - 3A - 6 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = -1 \rightarrow 2x^r - x + 2 = 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد} \\ A = 2 \rightarrow 2x^r - x - 1 = 0 \rightarrow x_1 + x_r = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بافرض $f(x) = \frac{(x^2 + 7x + 12)^2}{(x^2 + 6x + 8)(x^2 - 1)^3}$ و با توجه به تعیین علامت می توان $f(x)$ را به صورت زیر دانست:

$$f(x) = (x+3)^2(x+4)^2(x+2)(x+4)(x^2-1)^3$$

پس تابع f در $x_1 = -3$ دارای ریشه تکراری مرتبه ۳ و در نقطه $x_2 = -4$ دارای ریشه تکراری مرتبه ۴ و در نقطه $x_3 = -2$ دارای ریشه ساده و در نقطه $x_4 = 1$ دارای ریشه تکراری مرتبه ۳ می باشد.



$$x < -4 \text{ یا } -4 < x \leq -3 \text{ یا } -2 < x < 1$$

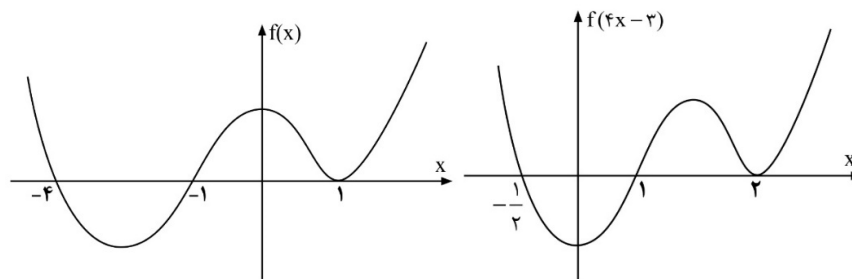
اعداد صحیح -۴ و -۲ در مجموع جواب نامعادله قرار ندارند.

$$\frac{x+4}{x-2} - \frac{2}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{x^2 + 5x + 4 - 2x + 4}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 + 3x + 8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \text{صورت همواره مثبت است}$$

$$\rightarrow (x-2)(x+1) < 0 \rightarrow -1 < x < 2$$

اعداد صحیح ۰ و ۱ داخل مجموع جواب می باشند.



x	$-\infty$	-4	-1	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f(4x-3)$		+	+	+	+	+	+
$f(x)$		+	-	+	+	+	+
$\frac{f(4x-3)}{f(x)}$		+	-	+	-	+	+
		ت.ن.	ت.ن.	ت.ن.			

$$-4 < x < -1, \quad -\frac{1}{2} \leq x < 1$$

اعداد صحیح -۳ و -۲ و ۰ و ۲ جواب مسئله هستند.

۷- گزینه ۱

$$3x - \sqrt{18x+1} + 1 = 0 \rightarrow 3x + 1 = \sqrt{18x+1}$$

$$9x^2 + 6x + 1 = 18x + 1 \rightarrow 9x^2 - 12x = 0$$

$$\rightarrow x(9x - 12) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{3}$$

هر دو جواب قابل قبول می باشند.

۸- گزینه ۴

$$\sqrt{5x+7} = \sqrt{3x+4} + \sqrt{2x+3}$$

$$5x+7 = 3x+4+2x+3+2\sqrt{(3x+4)(2x+3)}$$

$$\sqrt{(3x+4)(2x+3)} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-4}{3}, x_2 = \frac{-3}{2}$$

$x_2 = \frac{-3}{2}$ قابل قبول نیست چون در معادله صدق نمی کند.

$$x_s = \frac{-4}{3} = \frac{-2a}{2} \rightarrow a = \frac{+4}{3}$$

$$f(x) = x^2 + \frac{4}{3}x + 3 \rightarrow f(1) = 4 + \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

۹- گزینه ۲

$$\sqrt{x} \sqrt{x^2+15} = A \rightarrow A^2 - 2 = A$$

$$A^2 - A - 2 = 0 \rightarrow A = -1, A = 2$$

چون $A = -1$ قابل قبول نیست، پس:

$$x\sqrt{x^2+15} = 2 \rightarrow x^2 + 15x^2 = 16 \rightarrow x^2 + 15x^2 - 16 = 0$$

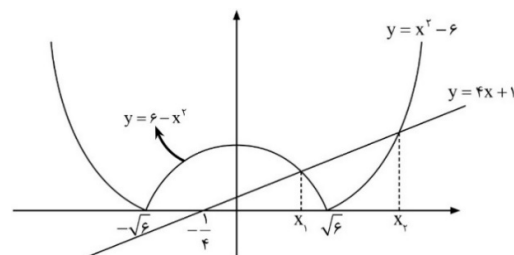
$$(x^2 + 16)(x^2 - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$$

جواب $x = -1$ قابل قبول نمیباشد و معادله تنها ۱ جواب دارد.

۱۰- گزینه ۴

$$6 - x^2 = 4x + 1 \rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 1$$

$$x^2 - 6 = 4x + 1 \rightarrow x^2 - 4x - 7 = 0 \rightarrow x_2 = 2 + \sqrt{11}$$



از روی نمودار بالا پیداست که جواب نامعادله به صورت $(1, 2 + \sqrt{11})$ می باشد.

$$B \text{ و } A \text{ مسافت بین} = 450 \times \frac{4}{3} = 600 \text{ km}$$

$$B \text{ تا } A \text{ زمان رسیدن از} = \frac{600}{V}$$

$$\text{زمان رسیدن از } A \text{ تا محل توقف} = \frac{450}{V}$$

$$B \text{ تا محل توقف از زمان رسیدن} = \frac{150}{V+15}$$

$$\frac{600}{V} = \frac{450}{V} + \frac{1}{2} + \frac{150}{V+15}$$

$$\frac{150}{V} - \frac{150}{V+15} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{V} - \frac{1}{V+15} = \frac{1}{300} \rightarrow \frac{15}{V^2+15V} = \frac{1}{300} \rightarrow V^2+15V = 4500$$

$$V^2+15V-4500=0 \rightarrow V = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۱۲- گزینه ۱

A = توان دستگاه اول

B = توان دستگاه دوم

$$6A + 6B = T \rightarrow A + B = \frac{T}{6}$$

$$4A + 6B = \frac{4}{5}T \rightarrow 2A + 3B = \frac{2}{5}T$$

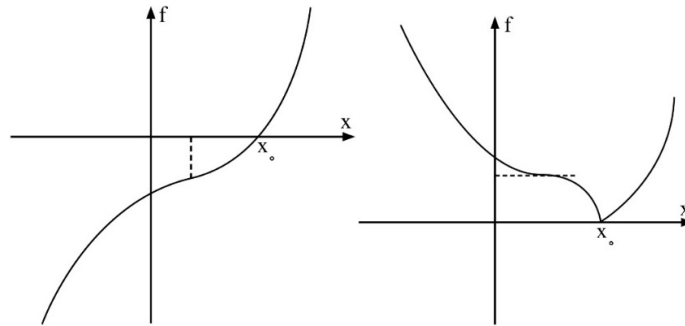
از دستگاه دو معادله و دو مجهول بالا داریم:

$$A = \frac{T}{10}, B = \frac{T}{15}$$

$$A t_A = T \rightarrow t_A = 10 \text{ hr}$$

$$B t_B = T \rightarrow t_B = 15 \text{ hr}$$

$$f(x) = \left| \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^r - \frac{1}{\lambda} \right|$$

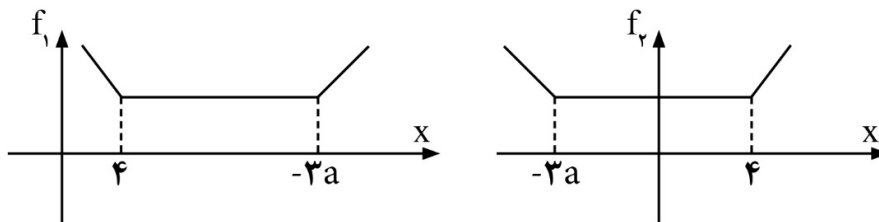


برای یافتن x باید معادله زیر حل شود.

$$\left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^r - \frac{1}{\lambda} = 0 \rightarrow \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^r = \frac{1}{\lambda} \rightarrow x - \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow x = 1$$

۱۴- گزینه ۳

نمودار تابع f به دو صورت قابل رسم است.

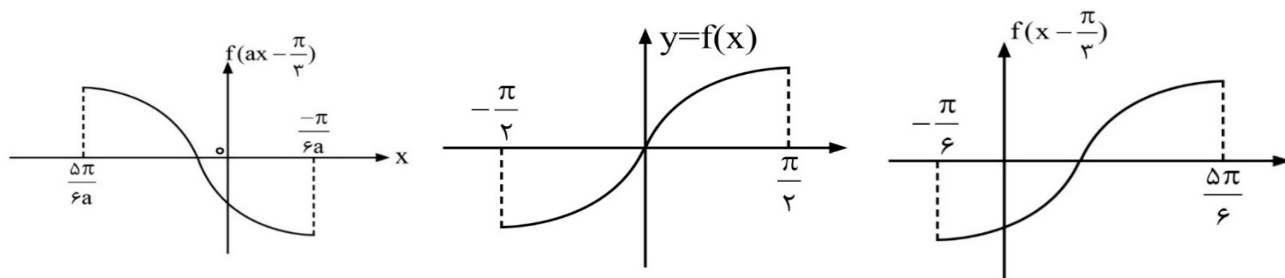


در حالت ۱ باید $-2 \leq 4$ باشد که غیر ممکن است.

پس در حالت ۲ داریم: $-3a \leq 2 < 4$

$$\text{پس: } a \geq -\frac{2}{3}$$

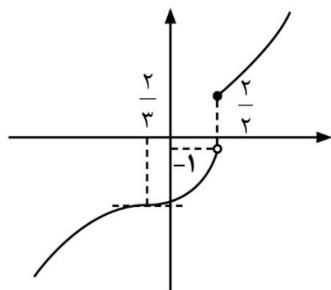
چون تابع $y = f(ax - \frac{\pi}{3})$ نزولی است پس باید $a < 0$ باشد.



با توجه به نمودار تابع $y = f(ax - \frac{\pi}{3})$ باید داشته باشیم.

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{6a} \leq -\frac{\pi}{2} \rightarrow 5\pi \geq -12a \rightarrow a \geq \frac{-5\pi}{12} \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\text{بنابراین: } a < 0 \leq \frac{-5\pi}{12}$$



$$f(x) = \begin{cases} (x + \frac{1}{3})^2 - 2 & x < \frac{2}{3} \\ x^2 - ax - 3 & x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

از یک طرف باید طول راس سهمی از عدد $\frac{2}{3}$ کمتر باشد، از طرفی دیگر باید مقدار سهمی به ازای $x = \frac{2}{3}$ بزرگتر یا برابر -1 باشد.

$$\text{پس: } \frac{4}{9} - \frac{2}{3}a - 3 \geq -1, \frac{a}{2} \leq \frac{+2}{3}$$

$$\text{پس: } a \leq \frac{4}{3}, a \leq \frac{-7}{3} \text{ که در نهایت } a \leq \frac{-7}{3} \text{ می باشد.}$$

فقط قرینه نسبت به محور طول ها یا قرینه نسبت به محور عرض ها در تبدیلات می توانند جهت یکنوایی را تغییر دهند. (دقت شود)

۱۸- گزینه ۳

چون تابع f در \mathbb{R} اکیداً صعودی است.

پس: $\forall a, b \in \mathbb{R}^+ : a \geq b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$

$$\text{پس: } \frac{4}{|x+1|-2} \geq x-1 > 0$$

چون $x > 1$ می باشد، پس داریم:

$$\frac{4}{x-1} \geq x-1 \rightarrow (x-1)^2 \leq 4 \rightarrow |x-1| \leq 2$$

$$x-1 \leq 2 \rightarrow 1 < x \leq 3$$

پس عدد $x=2$ و $x=3$ درمجموع جواب موجود می باشد.

۱۹- گزینه ۱

$$P(2x+1) = 2P(x) + 1$$

با فرض $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ داریم:

$$a_n (2x+1)^n + a_{n-1} (2x+1)^{n-1} + \dots + a = 2a_n x^n + 2a_{n-1} x^{n-1} + \dots + 2a + 1$$

$$2^n a_n x^n + \dots = 2a_n x^n + 2a_{n-1} x^{n-1} + \dots$$

پس باید $2^n a_n = 2a_n$ یعنی $2^{n-1} = 1$

پس: $n=1$

بنابراین $p(x)$ فقط می تواند درجه یک باشد تا اتحاد تقسیم برقرار باشد.

۲۰- گزینه ۴

$$p(x) = (x+1)q(x) + R \rightarrow R = P(-1) = 3$$

$$P(x) = (x+1)q(x) + 3$$

$$p(1) = 2q(1) + 3$$

$$1 = 2q(1) + 3$$

$$q(1) = -1$$

۲۳- گزینه ۱ 	۲۲- گزینه ۳ 	۲۱- گزینه ۱ 
۲۶- گزینه ۳ 	۲۵- گزینه ۲ 	۲۴- گزینه ۳ 
۲۹- گزینه ۳ 	۲۸- گزینه ۱ 	۲۷- گزینه ۲ 
۳۰- گزینه ۴ 		

۳۱- گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} n^r + 1 | n + 2 &\xrightarrow{\times n} n^r + 1 | n^r + 2n \\ n^r + 1 | n^r + 1 & \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} n^r + 1 | 2n - 1$$

$$\left. \begin{aligned} n^r + 1 | 2n - 1 \\ n^r + 1 | n + 2 &\xrightarrow{\times 2} n^r + 1 | 2n + 4 \end{aligned} \right\} n^r + 1 | 5$$

$$\begin{cases} n^r + 1 = \pm 1 \rightarrow n = 0 \\ n^r + 1 = \pm 5 \rightarrow n = \pm 2 \end{cases}$$

تنها عدد طبیعی بدست آمده ۲ میباشد که در معادله اصلی صادق نمیشد پس معادله هیچ جوابی ندارد.

۳۲- گزینه ۳

$$\begin{aligned} a | 11k + 4 &\xrightarrow{\times 7} a | 77k + 28 \longrightarrow a | 17 \longrightarrow a = 17 \\ a | 7k + 1 &\xrightarrow{\times 11} a | 77k + 11 \end{aligned}$$

در این صورت $a = \pm 17$ & ± 1 میتواند باشد و چون در صورت سوال ذکر شده $a > 1$ باشد پس $a = 17$ قابل قبول است.

۳۳- گزینه ۲

نکته: به ازای هر عدد صحیح a داریم.

$$a | 0, -1 | a, 1 | a, a | a$$

و حالت خاص همیشه: $0 | 0$.

بنابراین به ازای جمیع مقادیر صحیح n رابطه $n^r + n | 1$ همیشه صحیح است.

و از طرفی چون $n^r - n | 0$ باید: $n^r - n = 0$ باشد پس:

$$n^r - n = n(n^{r-1} - 1) = 0 \rightarrow n = 0, n = 1, n = -1$$

پس فقط یک مقدار طبیعی قابل قبول داریم.

۳۴- گزینه ۱

راه حل اول:

$$7 | 3n + 1 \longrightarrow 3n + 1 = 7k$$

$$3 \cdot n^r + 34n + 8 = (3n + 1)(10n + 8)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(3n + 1)}_{7k} \underbrace{(10n + 8)}_{7k''} = 49kk'' = 49q$$

راه حل دوم:

$$3n + 1 \simeq 0 \Rightarrow n \simeq -\frac{1}{3} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2^r + 34 \cdot 2 + 8 \simeq 0$$

۳۵- گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} 17 | 3a + 4b - 5 \\ 17 | a + 7b + x \end{array} \right\} \xrightarrow{\times 3} 17 | 3a + 21b + 3x \xrightarrow{\text{تفریق}} 17 | 17b + 3x + 5$$

$$\left. \begin{array}{l} 17 | 17b + 3x + 5 \\ 17 | 17b \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفریق}} 17 | 3x + 5 \longrightarrow x_{\min} = 4$$

از طرفی

۳۶- گزینه ۱

نکته: برای هر a و b طبیعی رابطه مقابل برقرار است:

$$(a + b | a^n - b^n \quad n = 2k)$$

$$5^r + 1 | 5^n - 1 \longrightarrow \begin{cases} 5^r + 1 | (5^r)^{\frac{n}{r}} - 1^{\frac{n}{r}} \\ \frac{n}{r} = 2k \longrightarrow n = 2kr \end{cases}$$

$$100 \leq 2kr \leq 999 \longrightarrow \frac{100}{2} \leq k \leq \frac{999}{2} \longrightarrow 17 \leq k \leq 166$$

پس به تعداد ۱۵۰ مقدار k و در نتیجه ۱۵۰ مقدار n رابطه برقرار است.

۳۷- گزینه ۱

$$5 < x + \frac{11}{x} \Rightarrow 5x < x^2 + 11 \Rightarrow 0 < x^2 - 5x + 11 \Rightarrow 0 < (x - \frac{5}{2})^2 + 4/75$$

۳۸- گزینه ۲

مساله را با بررسی همه‌ی حالت‌ها حل می‌کنیم.

$$n = \begin{cases} 7t \longrightarrow n^r = 7k \\ 7t \pm 1 \longrightarrow n^r = 7k \pm 1 \\ 7t \pm 2 \longrightarrow n^r = 7k \pm 1 \\ 7t \pm 3 \longrightarrow n^r = 7k \pm 1 \end{cases}$$

پس باقیمانده‌ی مکعب هر عدد صحیح بر ۷، فقط می‌تواند یکی از عددهای ۰ و ۱ و ۶ باشد.

۳۹- گزینه ۴

با استفاده از روش بررسی همه‌ی حالت‌ها می‌دانیم مربع هر عدد صحیح مضرب ۳، خود عددی مضرب ۳ می‌باشد و مربع عددی که مضرب ۳ نباشد به فرم $3k+1$ است.

در میان هر سه عدد صحیح متوالی یکی مضرب ۳ می‌باشد و دوتای دیگر مضرب ۳ نمی‌باشند.

پس یک عدد به فرم $3t$ و دوتای دیگر $3t+1$ هستند که مجموع شان در تقسیم بر ۳ باقیمانده‌ی ۲ خواهد داشت.

در میان گزینه‌ها فقط ۴۳۴ به این فرم است و داریم:

$$434 = 11^2 + 12^2 + 13^2$$

۴۰- گزینه ۳

$$y(x^2 + 3) = x^2 + 7 \Rightarrow y = \frac{x^2 + 7}{x^2 + 3}$$

پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 3 \mid x^2 + 7 \\ x^2 + 3 \mid x^2 + 3x \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + 3 \mid 3x - 7 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3 \mid 9x^2 - 49 \\ x^2 + 3 \mid 9x^2 + 27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3 \mid 76 \Rightarrow x^2 + 3 = 4, 19, 38, 76$$

$$x^2 = 1, 16, 35, 73$$

$$\Rightarrow x = \pm 1, \pm 4$$

در میان این ۴ عدد فقط به ازای $x = 1$, $x = -4$ مختصات صحیح خواهیم داشت.

۴۱- گزینه ۱ (استاد دیار کجوری)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(78 - 60) \div 3 / 6}{20} = \frac{5}{20} = 0.25 \frac{m}{s^2}$$

۴۲- گزینه ۳ (استاد دیار کجوری)

$$\bullet \rightarrow t_1 \quad v_{av} < 0, a_{av} = \frac{v_{t_1} - v_i}{t_1} > 0$$

$$t_r \rightarrow t_r \quad v_{av} > 0, a_{av} = \frac{v_{t_r} - v_{t_r}}{t_r - t_r} < 0$$

$$\bullet \rightarrow t_r \quad v_{av} > 0, a_{av} = \frac{v_{t_r} - v_i}{t_r} > 0$$

$$t_1 \rightarrow t_f \quad v_{av} > 0, a_{av} = \frac{v_{t_r} - v_{t_1}}{t_f - t_1} < 0$$

۴۳- گزینه ۲ (استاد دیار کجوری)

تقاطع اول نمودار با محور زمان به کمک تشابه مثلث‌ها لحظه $t = 4s$ بدست می‌آید. فقط کافایت لحظات تغییر جهت حرکت و لحظه آخر را بررسی کنیم:

$$\bullet \rightarrow 4 \Rightarrow \Delta x = -\frac{(3+4)4}{2} = -14m \Rightarrow x_f = 1 - 14 = -13m$$

$$4 \rightarrow 10 \Rightarrow \Delta x = \frac{8 \times 6}{2} = 24m \Rightarrow x_{10} = -13 + 24 = +11m$$

$$10 \rightarrow 12 \Rightarrow \Delta x = -\frac{2 \times 2}{2} = -2m \Rightarrow x_{12} = +11 - 2 = +9m$$

بیشترین فاصله ۱۳ متر است.

۴۴- گزینه ۳ (استاد دیار کجوری)

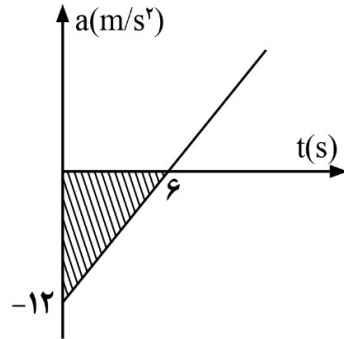
شتاب متحرک B صفر است.

$$a_{avA(\bullet \rightarrow 10)} = a_{avB(\bullet \rightarrow 10)} = 0 \Rightarrow v_{10A} = v_{10A} = v_B$$

$$\left| v_{avA(\bullet \rightarrow 10)} \right| = \left| v_{avB(\bullet \rightarrow 10)} \right| \Rightarrow \frac{6 - (-4)}{10} = v_B \Rightarrow v_B = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{10A} = 1 \frac{m}{s}$$

$$a_{avA(\bullet \rightarrow 4)} = \frac{v_{4A} - v_{10A}}{4} = \frac{0 - 1}{4} = -\frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

$$a_{av} = \frac{v_{\lambda} - v_{\varphi}}{\lambda - \varphi} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

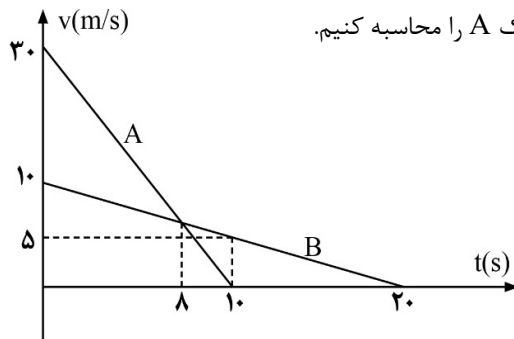


۴۶- گزینه ۳ (استاد حیدری)

مساحت زیر نمودار شتاب-زمان نشان‌دهنده تغییر سرعت است.

$$S = \Delta v = -36 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{\varphi} - v_{\lambda} = -36 \Rightarrow \lambda - v_{\lambda} = -36 \Rightarrow v_{\lambda} = 44 \frac{m}{s}$$

۴۷- گزینه ۴ (استاد حیدری)



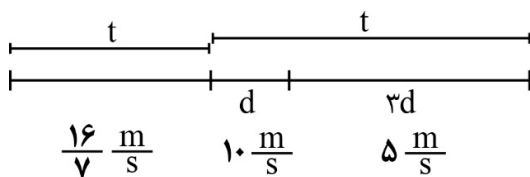
ابتدا معادله سرعت-زمان دو متحرک را بدست می آوریم تا بتوانیم لحظه توقف متحرک A را محاسبه کنیم.

$$v_B = \frac{-1}{2} t + 10 \xrightarrow{t=10s} v_A = v_B = +6 \frac{m}{s} \Rightarrow a_A = \frac{6 - 30}{\lambda} = -3 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow v_A = -3t + 30 = 0 \Rightarrow t = 10s \text{ لحظه توقف}$$

اکنون جابه‌جایی دو خودرو را در ۱۰ ثانیه اول حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_A &= \frac{30 \times 10}{2} = 150m \\ \Delta x_B &= \frac{10 + 5}{2} \times 10 = 75m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{فاصله} = 75m$$



۴۸- گزینه ۴ (استاد حیدری)

$$\frac{d}{10} + \frac{3d}{5} = t \Rightarrow \frac{7d}{10} = t \Rightarrow \cdot / 7d = t$$

$$s_{av} = \frac{\frac{16}{5}t + 3d}{7t} \xrightarrow{t=7d/10} s_{av} = \frac{1/6d + 3d}{1/4d} = \frac{5/6}{1/4} = 4 \frac{m}{s}$$

$$v_A + v_B = \frac{300}{2} = 150 \quad (1) \quad \text{حالت اول}$$

$$2v_A + \frac{v_B}{2} = \frac{300}{100} \Rightarrow 2v_A + \frac{v_B}{2} = 3 \quad (2) \quad \text{حالت دوم}$$

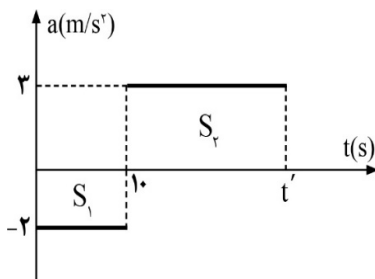
$$(1), (2) \Rightarrow v_B = 6 \frac{m}{s}$$

۵۰- گزینه ۱ (استاد محمدپور)

با توجه به شیب نمودار، علامت سرعت در لحظات t_1 ، t_2 به ترتیب مثبت و منفی است.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 > 0 \\ v_2 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow a_{av} < 0$$

در نقاط اکسترمم (قله یا دره) متحرک تغییر جهت می دهد، بنابراین سه بار تغییر جهت داده است.



۵۱- گزینه ۲ (استاد محمدپور)

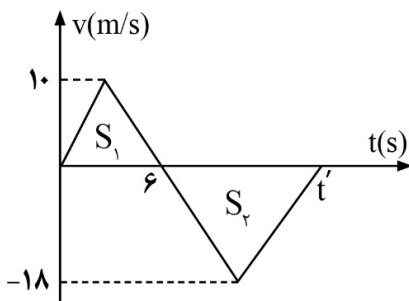
شرط تغییر جهت، صفرشدن سرعت است.

$$\Delta v = -s_1 + s_2 \Rightarrow v_{t'} - v_0 = -20 + 3(t' - 10)$$

$$0 - (-7) = -20 + 3(t' - 10) \Rightarrow t' = 19s$$

۵۲- گزینه ۳ (استاد محمدپور)

متحرک در بازه ۶ تا t' خلاف جهت محور Xها و در بازه ۰ تا ۶ ثانیه در جهت محور Xها حرکت می کند.



$$\frac{s'_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{S_2}{t' - 6}}{\frac{S_1}{6}} = \frac{\frac{18(t' - 6)}{2(t' - 6)}}{\frac{10 \times 6}{\frac{2}{6}}} = \frac{9}{5} = 1/8$$

$$\left. \begin{aligned} v_p &= \frac{d}{\tau} \\ v_s &= \frac{d}{\lambda} \\ v_s - v_p &= \frac{d}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{\lambda} - \frac{d}{\tau} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \tau \text{ min}$$

۵۴- گزینه ۳ (استاد محمدپور)

اگر تندی دو اتومبیل را برابر v در نظر بگیریم، فاصله دو اتومبیل برابر $1.0v$ است.

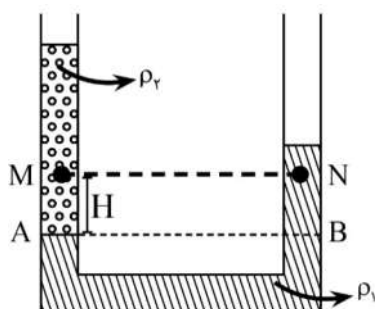
بنابراین طبق سرعت نسبی می‌توانیم بنویسیم:

$$\Rightarrow v_r + v = \frac{1.0v}{4} \Rightarrow v_r + v = \tau/5 \Rightarrow v_r = 1/5v$$

۵۵- گزینه ۱ (استاد محمدپور)

تغییر نیروی وارد بر سطح افقی برابر تغییر وزن است و با توجه به یکسان بودن سطح مقطع طرفها، برای اینکه تغییر فشار یکسان باشد باید تغییر وزن‌ها یکسان باشد.

۵۶- گزینه ۱ (استاد محمدپور)



$$\rho_2 = 3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_1 = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

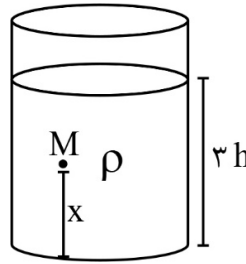
$$\left. \begin{aligned} P_M + \rho_2 gH &= P_A \\ P_N + \rho_2 gH &= P_B \\ P_A &= P_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_N - P_M = (\rho_2 - \rho_1)gH = (-5 \times 10^3) \times 10 \times 0.1 = -5000 \text{ Pa}$$

حجم مایع دوم نصف حجم مایع اول است، بنابراین ارتفاع آن نیز نصف ارتفاع مایع اول است.

$$\rho = \frac{\rho_1 v_1 + 2\rho_1 \times \frac{1}{2} v_1}{v_1 + \frac{1}{2} v_1} = \frac{2\rho_1 v_1}{\frac{3}{2} v_1} = \frac{4}{3} \rho_1$$

$$P_M = P \Rightarrow P_1 + \rho g(3h - x) = P_1 + 2\rho_1 gh$$

$$\frac{4}{3}(3h - x) = 2h \Rightarrow 3h - x = 1.5h \Rightarrow x = 1.5h$$



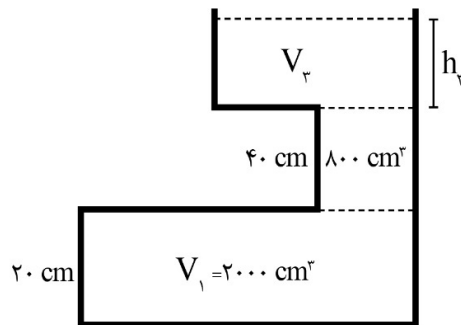
۵۸- گزینه ۲ (استاد حیدری)

با توجه به حجم مایع و ظرف، ارتفاع مایع را بدست می آوریم.

$$V_r = 3/5 - 2/8 = 0.7L = 70 \cdot \text{cm}^3$$

$$h_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{70 \cdot \text{cm}^3}{70 \cdot \text{cm}^2} = 1 \cdot \text{cm} \Rightarrow h_{\text{کل}} = 20 + 40 + 10 = 70 \cdot \text{cm}$$

$$F = \rho gh \times A = 2 \times 10^3 \times 10 \times 0.7 \times 10^{-2} \Rightarrow F = 140 \cdot \text{N}$$



۵۹- گزینه ۴ (استاد حیدری)

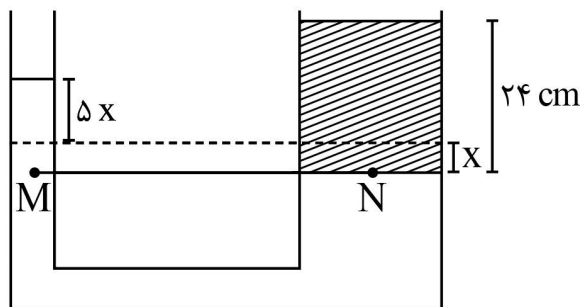
با توجه به جرمها، ابتدا نسبت ارتفاعها را بدست آورده و برحسب سانتی متر جیوه بدست می آوریم:

$$m_A = \frac{4}{5} m_B \Rightarrow \rho_A A h_A = \frac{4}{5} \rho_B A h_B \Rightarrow 6/8 h_A = \frac{4}{5} \times 3/4 h_B \Rightarrow h_A = \frac{2}{5} h_B \quad (I)$$

$$\frac{6/8 h_A}{13/6} + \frac{3/4 h_B}{13/6} = 9 \text{cmHg} \Rightarrow \frac{1}{2} h_A + \frac{1}{4} h_B = 9 \quad (II)$$

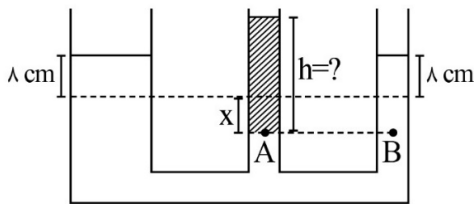
$$I, II \Rightarrow h_B = 20 \cdot \text{cm}$$

۶۰- گزینه ۱ (استاد حیدری)



$$P_M = P_N \Rightarrow 6x \times 3 = 24 \times 4/5 \Rightarrow x = 6 \text{cm} \Rightarrow 5x = 30 \text{cm}$$

۶۱- گزینه ۳ (استاد حیدری)



$$x = 3 \times 8 + 8 = 32 \text{ cm}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho \cdot 8 \times h = \rho \cdot (32 + 8) \Rightarrow h = \frac{40}{1} = 40 \text{ cm}$$

طبق حجم مایع جابجا شده می نویسیم:

۶۲- گزینه ۲ (استاد دیار کجوری)

در ابتدا چون سطح مقطع طرف از پایین به بالا کم می شود، سرعت افزایش ارتفاع زیاد می شود و سرعت افزایش فشار نیز بر حسب زمان افزایش می یابد. در ادامه سطح مقطع بزرگتر شده و سرعت افزایش ارتفاع و به دنبال آن سرعت افزایش فشار کاهش می یابد. (فشار بر حسب h همواره نمودار خطی دارد)

۶۳- گزینه ۲ (استاد دیار کجوری)

ارتفاع موثر لوله ۱ فقط طول عمودی آن است:

$$h_1 = 60 \times \sin 53 = 48 \text{ cm}$$

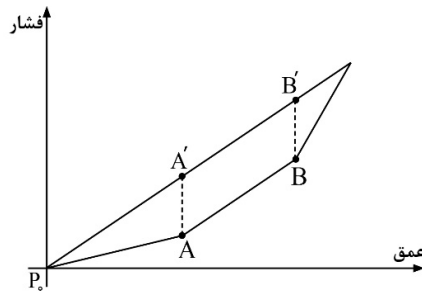
$$P_1 = 48 \text{ cmHg} + 16 \text{ cmHg} = 64 \text{ cmHg}$$

$$P_1 + 52 \text{ cmHg} = 64 \text{ cmHg} \Rightarrow P_2 = 64 - 52 = 12 \text{ cmHg}$$

۶۴- گزینه ۴ (استاد دیار کجوری)

بهترین روش برای مقایسه فشار نقاط A و B نسبت به قبل، رسم نمودار فشار-عمق برای ظرف در دو حالت قبل و بعد از هم زدن است:

چون شیب نمودار، برابر ρg است بنابراین در حالت هم نخورده سه پاره خط داریم که شیب آن ها به ترتیب زیاد می شود و در حالت هم خورده یک خط راست داریم (فشار انتهای ظرف برابر $\frac{mg}{A}$ و در هر حالت یکسان است).



همانطور که از نمودار معلوم است، فشار هر دو نقطه A و B نسبت به قبل افزایش یافته است، اما مقایسه $\Delta P_{AA'}$ و $\Delta P_{BB'}$ وابسته به مقایسه شیب پاره خط AB و پاره خط A'B' است و نمیتوان بین ρ_1 و ρ_2 مخلوط مقایسه دقیقی انجام داد.

۶۵- گزینه ۲ (استاد دیار کجوری)

$P_2 =$ فشار در سطح آزاد جیوه

$$P_2 = \rho \cdot 8 (P_1 + P_{\text{مایع}}) = \rho \cdot 8 (P_1 + 15)$$

$$P_2 = \rho \cdot 8 P_1 + 12 \Rightarrow \rho \cdot 2 P_2 = 12 \Rightarrow P_2 = 6 \text{ cmHg}$$

$$52g BaCl_2 \times \frac{60}{100} \times \frac{1 \text{ mol } BaCl_2}{208g BaCl_2} \times \frac{2 \text{ mol } NaCl}{1 \text{ mol } BaCl_2} = 0.3 \text{ mol } NaCl$$

$$V = \frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \frac{52}{1.04} = 50 \text{ ml} \Leftarrow \text{حجم محلول NaCl همان حجم محلول ابتدایی باریم کلرید است}$$

$$\frac{0.3 \times 10^3}{50} = \frac{300}{50} = 6 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Leftarrow \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Leftarrow \text{مولاریته NaCl}$$

بررسی درستی گزینه ۱: باتوجه به «کاوش کنید» در صفحه ۸ و ۹ کتاب درسی می‌توان مشاهده کرد به ازای استفاده از مقادیر یکسانی از یون‌های منیزیم و کلسیم در آب، ارتفاع کف ایجاد شده در محلول حاوی یون منیزیم کمتر بوده و قدرت پاک‌کنندگی صابون کمتر است. چون در جرم یکسان تعداد مول Mg^{2+} بیشتر از Ca^{2+} خواهد بود.

بررسی نادرستی گزینه ۲: آب دریا و مناطق کویری که حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} می‌باشند، به آب سخت معروف‌اند. بررسی نادرستی گزینه ۳: قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب چشمه بیشتر از آب دریا می‌باشد. صابون در آب چشمه بیشتر کف می‌کند. بررسی نادرستی گزینه ۴: با افزایش دما و قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد اما با افزایش غلظت یون‌های موجود در آب سخت، قدرت پاک‌کنندگی و ارتفاع کف کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی: موارد (ب) و (د) صحیح می‌باشند.

بررسی نادرستی مورد (الف): بخش آنیونی در صابون‌ها $(RCOO^- Na^+)$ ، CO_3^{2-} و در پاک‌کننده‌های غیرصابونی SO_3^{2-} می‌باشد. در نتیجه در صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی یکسان نیست.

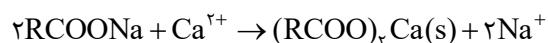
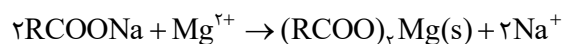
بررسی نادرستی مورد (ج): پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب‌های سخت واکنش نمی‌دهند، در نتیجه نیازی نیست برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی و جلوگیری از واکنش با یون‌های موجود در آب سخت، به آن‌ها نمک فسفات افزوده نشده است.

ابتدا مقدار یون‌ها در آب چاه را محاسبه می‌کنیم:

$$60 \text{ ppm } Mg^{2+} = \frac{X \text{ mg } Mg^{2+}}{1000 \text{ L}} \Rightarrow 600 \text{ g } Mg^{2+} \times \frac{1 \text{ mol}}{24 \text{ mg } Mg^{2+}} = 25 \text{ mol } Mg^{2+}$$

$$1200 \text{ ppm } Ca^{2+} = \frac{X \text{ mg } Ca^{2+}}{1000 \text{ L}} \Rightarrow 1200 \text{ g } Ca^{2+} \times \frac{1 \text{ mol}}{40 \text{ g } Ca^{2+}} = 30 \text{ mol } Ca^{2+}$$

سپس مقدار صابون اتلاف شده را محاسبه می‌کنیم:



$$55 \text{ mol Mg}^{2+}, \text{Ca}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol (soap)}}{1 \text{ mol}} \times \frac{306 \text{ g}}{1 \text{ mol (soap)}} = 33660 \text{ g}$$

$$\text{جرم صابون مصرف شده} = 200 \text{ kg} - 33 / 66 \text{ kg} = 166 / 34 \text{ kg} \Rightarrow \frac{166 / 34}{200} \times 100 \approx 83\%$$

۷۰- گزینه ۳

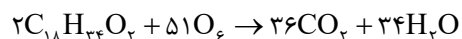
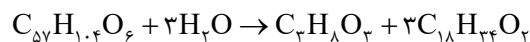
بررسی نادرستی گزینه ۱: سدیم نیتريد دارای فرمول Na_3N و لیتیم هیدروژن فسفات دارای فرمول Li_3HPO_4 است.

بررسی نادرستی گزینه ۲: قدرت پاک‌کنندگی صابون در چشمه نسبت به آب دریا بیشتر است.

بررسی درستی گزینه ۳: لکه‌های چربی به پارچه‌های پلی‌استری بهتر می‌چسبند و از این رو زدودن این لکه‌ها از روی پارچه‌های پلی‌استری سخت‌تر است.

بررسی نادرستی گزینه ۴: لکه‌های سفیدی که پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها برجای می‌ماند، نشان از تشکیل رسوب می‌باشد که این رسوب‌ها به دلیل واکنش صابون با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت حاصل می‌شوند.

۷۱- گزینه ۱



$$70 / 5 \text{ g C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2}{282 \text{ g C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2} \times \frac{36 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol C}_{18}\text{H}_{34}\text{O}_2} \times \frac{22 / 4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 100 / 8 \text{ L CO}_2$$

۷۲- گزینه ۲

موارد (الف) و (ب) نادرست هستند.

بررسی نادرستی مورد (الف): پاک‌کننده‌های خورنده برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، افزون بر برهم کنش بین ذره‌ها، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

بررسی نادرستی مورد (ب): هیدروکلریک اسید، سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها جزو پاک‌کننده‌های خورنده محسوب می‌شوند.

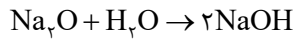
۷۳- گزینه ۲

$$355 \text{ ppm Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ درصد}}{10^4 \text{ ppm}} \times \frac{2 \times 23 \text{ g Na}^+}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4} = 0 / 115 \text{ Na}^+ \text{ درصد جرمی}$$

۷۴- گزینه ۱

$$\text{حجم استخر} = 50 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 3000 \text{ m}^3 = 3 \times 10^6 \text{ L}$$

$$3 \times 10^6 \text{ L آب} \times \frac{1000 \text{ ml}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g آب استخر}}{1 \text{ ml}} \times \frac{2 \text{ g حل‌شونده}}{10^6 \text{ g آب استخر}} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{10 \text{ g حل‌شونده}} \times \frac{1 \text{ Kg}}{10^3 \text{ g محلول}} = 60 \text{ Kg محلول}$$



$$M_{\text{NaOH}} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

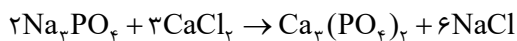
$$M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} \rightarrow 0.4 = \frac{10 \times a \times 1}{40} \xrightarrow{a=1/6\%} \text{ppm} = 1/6 \times 10^4$$

۷۶- گزینه ۲

عنصر M فلزی با بار مثبت ۲+ می‌باشد و عنصر X نافلزی با بار ۳- است. موارد (ت)، (ج) و (چ) نمی‌توانند وجود داشته باشند.

۷۷- گزینه ۳

معادله موازنه شده به شکل زیر است:



ابتدا غلظت اولیه یون Na^+ و غلظت اولیه Na_3PO_4 را محاسبه می‌کنیم.

$$M_{\text{Na}^+} = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 17 / 25 \times 2}{23} = 15 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$M_{\text{Na}_3\text{PO}_4} = 3M_{\text{Na}^+} \Rightarrow M_{\text{Na}_3\text{PO}_4} = 5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

سپس غلظت نهایی محلول را پس از اضافه کردن آب محاسبه می‌کنیم.

$$M \text{ رقیق} V \text{ رقیق} = M \text{ غلیظ} V \text{ غلیظ}$$

$$5 \times 2 = M \text{ رقیق} \times 10 \Rightarrow M \text{ رقیق} = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

در نهایت مقدار CaCl_2 را محاسبه می‌کنیم.

$$1 \text{ L Na}_3\text{PO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ L Na}_3\text{PO}_4} \times \frac{3 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} \times \frac{111 \text{ g}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{50 \text{ g CaCl}_2} = 333 \text{ g CaCl}_2 \text{ محلول}$$

۷۸- گزینه ۲

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

علت نادرستی مورد (پ): اوره دارای گروه عاملی آمیدی است نه گروه عاملی آمین.

علت نادرستی مورد (ت): چون $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ رسوب است و در آب حل می‌شود، پس:

$$\text{قدرت پیوند یونی} + \text{هیدروژنی آب} < \text{جاذبه یونی - دوقطبی}$$

۷۹- گزینه ۴

فقط عبارت (الف) درست است. پاک‌کننده‌ی غیرصابونی دارای ۹ جفت ناپیوندی در ساختار خود و پاک‌کننده‌ی صابونی دارای ۵ جفت ناپیوندی در ساختار خود است.

بررسی نادرستی مورد (ب): اگر مقداری صابون را به مخلوط ناپایدار آب و روغن اضافه کنیم، یک مخلوط کلوئید تشکیل می‌شود که پایدار و ناهمگن است.

بررسی نادرستی مورد (پ): ابعاد ذره‌های سازنده کلوئیدها، بزرگ‌تر از محلول‌ها و کوچک‌تر از سوسپانسیون‌ها می‌باشند.

بررسی نادرستی مورد (ت): پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر آلکیل حاوی ۲۳ اتم هیدروژن دارای فرمول $C_{11}H_{23}C_6H_4SO_3Na$ است که دارای جرم مولی ۳۳۴g است.

۸۰- گزینه ۳

بررسی نادرستی گزینه ۳: باتوجه به نمودار امید به زندگی درمی‌یابیم که در سال‌های اخیر افزایش شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر بوده و این شاخص در این نواحی روند صعودی‌تری داشته است. (شیب نمودار در نواحی کم‌برخوردار بیشتر است). (نمودار صفحه ۳ کتاب)