آزمون آزمایشی آنلاین آلفا



سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۶ / ریاضی دوازدهم / رشته ریاضی

تکنیک تحلیل آزمون	پاسخنامه تستی	پاسخنامه تشریحی	حل ویدیویی آزمون
برای اینکه بدونی بعد از آزمون دقیقاً باید چیکار کنی	برای بررسی سریع و پاسخ‌های درست	برای یادگیری و بررسی کامل سؤالات	برای دیدن روش حل و توضیحات کامل سؤالات

یک قدم جدی‌تر به سمت کنکور

کلیه حقوق سوالات این آزمون متعلق به موسسه اموزش آلفاست و هرگونه تکثیر یا بازنشر بدون مجوز، ممنوع است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامه کلیدی سریع

- اول ببین چندتا درست زدی.
- پاسخ‌های صحیح آزمون رو سریع بررسی کن.
- بعد برای سؤال‌های غلط، نزده یا شک‌دار برو سراغ پاسخنامه تشریحی و حل ویدیویی.

سوال	۱	۲	۳	۴	سوال	۱	۲	۳	۴	سوال	۱	۲	۳	۴	سوال	۱	۲	۳	۴	سوال	۱	۲	۳	۴
۱	○	○	○	○	۲۱	○	○	○	○	۴۱	○	○	○	○	۶۱	○	○	○	○	۸۱	○	○	○	○
۲	○	○	○	○	۲۲	○	○	○	○	۴۲	○	○	○	○	۶۲	○	○	○	○	۸۲	○	○	○	○
۳	○	○	○	○	۲۳	○	○	○	○	۴۳	○	○	○	○	۶۳	○	○	○	○	۸۳	○	○	○	○
۴	○	○	○	○	۲۴	○	○	○	○	۴۴	○	○	○	○	۶۴	○	○	○	○	۸۴	○	○	○	○
۵	○	○	○	○	۲۵	○	○	○	○	۴۵	○	○	○	○	۶۵	○	○	○	○	۸۵	○	○	○	○
۶	○	○	○	○	۲۶	○	○	○	○	۴۶	○	○	○	○	۶۶	○	○	○	○	۸۶	○	○	○	○
۷	○	○	○	○	۲۷	○	○	○	○	۴۷	○	○	○	○	۶۷	○	○	○	○	۸۷	○	○	○	○
۸	○	○	○	○	۲۸	○	○	○	○	۴۸	○	○	○	○	۶۸	○	○	○	○	۸۸	○	○	○	○
۹	○	○	○	○	۲۹	○	○	○	○	۴۹	○	○	○	○	۶۹	○	○	○	○	۸۹	○	○	○	○
۱۰	○	○	○	○	۳۰	○	○	○	○	۵۰	○	○	○	○	۷۰	○	○	○	○	۹۰	○	○	○	○
۱۱	○	○	○	○	۳۱	○	○	○	○	۵۱	○	○	○	○	۷۱	○	○	○	○	۹۱	○	○	○	○
۱۲	○	○	○	○	۳۲	○	○	○	○	۵۲	○	○	○	○	۷۲	○	○	○	○	۹۲	○	○	○	○
۱۳	○	○	○	○	۳۳	○	○	○	○	۵۳	○	○	○	○	۷۳	○	○	○	○	۹۳	○	○	○	○
۱۴	○	○	○	○	۳۴	○	○	○	○	۵۴	○	○	○	○	۷۴	○	○	○	○	۹۴	○	○	○	○
۱۵	○	○	○	○	۳۵	○	○	○	○	۵۵	○	○	○	○	۷۵	○	○	○	○	۹۵	○	○	○	○
۱۶	○	○	○	○	۳۶	○	○	○	○	۵۶	○	○	○	○	۷۶	○	○	○	○	۹۶	○	○	○	○
۱۷	○	○	○	○	۳۷	○	○	○	○	۵۷	○	○	○	○	۷۷	○	○	○	○	۹۷	○	○	○	○
۱۸	○	○	○	○	۳۸	○	○	○	○	۵۸	○	○	○	○	۷۸	○	○	○	○	۹۸	○	○	○	○
۱۹	○	○	○	○	۳۹	○	○	○	○	۵۹	○	○	○	○	۷۹	○	○	○	○	۹۹	○	○	○	○
۲۰	○	○	○	○	۴۰	○	○	○	○	۶۰	○	○	○	○	۸۰	○	○	○	○	۱۰۰	○	○	○	○

.خانه رنگی نشان‌دهنده گزینه صحیح هر سؤال است

یادت نره!
فقط جواب درست مهم نیست؛
مهم‌تر اینه بفهمی چرا اشتباه کردی.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمونت تموم شد؛ تحلیلش تازه شروع شده!

آزمون فقط قرار نیست بهت بگه چند درصد زدی؛ تحلیل درست آزمون باید بهت نشون بده کجا مشکل داشتی، چرا اشتباه کردی و تا آزمون بعدی باید روی چی کار کنی.

قانون آلفا

هر غلطی که دلیلش رو پیدا کنی، میتونه تبدیل به یک درست در آزمون بعدی بشه.

اول سؤال‌هات رو دسته‌بندی کن

علامت	وضعیت سؤال	یعنی چی؟
✓	درست و مطمئن	بلد بودم و تو زمان کمی پاسخ دادم.
?	درست ولی شک‌دار	با شک زدم سؤال رو، اما درست درامد.
✗	غلط علمی	موضوع سؤال رو بلد نبودم یا ناقص یاد گرفتم.
!	غلط بی دقتی	بلد بودم، اما در خواندن سؤال، محاسبات یا وارد کردن گزینه‌ها اشتباه کردم.
◎	نزده به خاطر کمبود زمان	روش حل رو بلد نبودم، اما زمان کافی نداشتم.
−	نزده علمی	جواب ندادم؛ به خاطر بلد نبودن یا کمبود زمان.

عددها بهت چی میگن؟

تعداد غلط علمی: .....

تعداد غلط بی دقتی: .....

تعداد سوال های شک دار: .....

تعداد سوال‌هایی که به خاطر زمان از دست دادم:

.....

تعداد سوال های نزده: .....

حالا فقط به درصدت نگاه نکن؛ ببین بیشترین سؤال رو به چه دلیلی از دست دادی.

سه چیزی که این آزمون بهم گفت

قوی ترین مبحث من:

.....

مبحثی که بیشتر از همه نیاز به مرور داره:

.....

مهم‌ترین اشتباهی که نباید آزمون بعد تکرار کنم:

.....

.....

.....

مأموریت من تا آزمون بعدی

مبحثی که باید دوباره بخونم:

.....

مبحثی که باید بیشتر تست بزنم:

.....

مهارت آزمونی که باید بیشتر تست بزنم:

☐ مدیریت زمان ☐ دقت ☐ کنترل شک ☐ تکنیک تست‌زنی

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir



معرفی تیم علمی و طراحان آزمون

درس	حسابان	هندسه	گسسته	فیزیک	شیمی
مسئول درس	محمدرضا میرجلیلی	محمدجمال صادقی	محمدجمال صادقی	رضا خالو امیرعلی میری	محسن خوشدل
طراحان	محمدرضا میرجلیلی	محمد اسماعیلیان نادر حاجی‌زاده مجید فرهمندپور سپهر فقیهی معین یوسفیان	رسول حاجی‌زاده امیرهوشنگ خمسه مصطفی دیداری سپهر متولی نیلوفر مهدوی	محمدرضا خوش‌سیما وحید کرابی علی کنی علیرضا عبدالهی امیرعلی میری	بابک اسفندی محسن خوشدل
ویراستاران	سروش رنجبر ثنا سعیدی نژاد	سروش رنجبر ثنا سعیدی نژاد	سروش رنجبر ثنا سعیدی نژاد	علی بنانی زکیه لطیفی	علی بنانی محمدمتین امینی
بازبینی علمی	معین کرمی سعید اکبرزاده	آرش عمید صبا مهدوی	آرش عمید	امیرعلی میری نیما نوروزی	محمدرضا طهرانچی محمد مرادی

مسئول آزمون: هانیه توکلیان

مشاور آزمون: مصطفی داداشی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

قدم بعدی چیه؟

۱

کارنامه ت رو ببین

وارد پنل آزمون آلفا شو، کارنامه‌ت رو ببین و عملکردت رو بررسی کن

۲

حالا این مباحث رو از کجا بخونم؟

اشتراک آلفا برای همین مسیره. با اشتراک آلفا به کلاس‌های آنلاین دروس تخصصی و عمومی دسترسی داری و می‌تونی متناسب با بودجه‌بندی آزمون‌ها، مباحث مورد نیازت رو یاد بگیری، مرور کنی و قدم به قدم تا کنکور جلو بری.

با اشتراک آلفا داری

- کلاس‌های تخصصی دهم، یازدهم و دوازدهم
- دسترسی به آزمون‌های آلفا
- مشاهده آنلاین کلاس‌ها

QR رو اسکن کن و ادامه مسیرت رو از همین جا شروع کن.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱. پاسخ: گزینه ۱

طبق تعریف تابع صعودی داریم:

$$x_۱ < x_۲ < x_۳ \Rightarrow f(x_۱) \le f(x_۲) \le f(x_۳)$$

$$m^۲ - ۱ < m^۲ < m^۲ + ۵ \Rightarrow ۴n + ۲ \le ۳n \le ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۴n + ۲ \le ۳n \Rightarrow n \le -۲ \quad (۱) \\ ۳n \le ۱ \Rightarrow n \le \frac{۱}{۳} \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲)} n \le -۲$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، توابع یکنوا؛ صفحه ۱۵ الی ۱۸؛ سطح سؤال: ساده)

۲. پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم فقط تابع ثابت است که هم صعودی و هم نزولی است. لذا برای این‌که تابع f ثابت باشد، داریم:

$$\underbrace{۶ - a = a^۲}_{(*)} = |b| + ۵$$

$$\xrightarrow{(*)} a^۲ + a - ۶ = ۰ \Rightarrow (a-۲)(a+۳) = ۰ \Rightarrow a = ۲ , -۳$$

$$a = ۲ \Rightarrow ۴ = |b| + ۵ \Rightarrow |b| = -۱ \text{ (غ ق ق)}$$

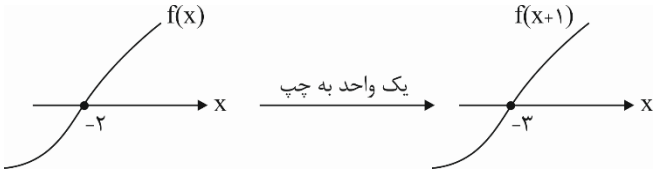
$$a = -۳ \Rightarrow ۹ = |b| + ۵ \Rightarrow |b| = ۴ \Rightarrow b = \pm ۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۳ , b = ۴ \Rightarrow a - b = -۷ \\ a = -۳ , b = -۴ \Rightarrow a - b = ۱ \text{ (ص)} \end{cases}$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، توابع یکنوا؛ صفحه ۱۵ الی ۱۸؛ سطح سؤال: ساده)

۳. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به فرض سؤال، شکل زیر را برای نمودار تابع f درنظر می‌گیریم:



برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع g داریم:

$$\frac{(۹ - x^۲) f(x+۱)}{x^۲ - x + ۱} \ge ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{cases} ۹ - x^۲ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۳ \\ f(x+۱) = ۰ \Rightarrow x = -۳ \\ x^۲ - x + ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta < ۰} \text{ریشه ندارد و همواره مثبت است.} \end{cases}$$

جدول تعیین علامت

x		-۳		۳
$۹ - x^۲$	$-$	$+$	$+$	$-$
$f(x+۱)$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x^۲ - x + ۱$	$+$	$+$	$+$	$+$
عبارت زیر رادیکال	$+$	$+$	$+$	$-$

$$\Rightarrow D_g = (-\infty , ۳]$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

این بازه شامل سه عدد طبیعی است.

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، توابع یکنوا؛ صفحه ۱۵ الی ۱۸؛ سطح سؤال: متوسط)

۴. پاسخ: گزینه ۴

نمودار تابع f در بازهٔ $[۲,۵]$ ثابت است، کافی است این قسمت از نمودار تابع f را منتقل کنیم:

$$\begin{cases} y=f(x) \xrightarrow{x\to ۱-x} f(۱-x) \\ ۲\le x\le ۵ \Rightarrow ۲\le ۱-x\le ۵ \Rightarrow ۱\le -x\le ۴ \Rightarrow -۴\le x\le -۱ \end{cases}$$

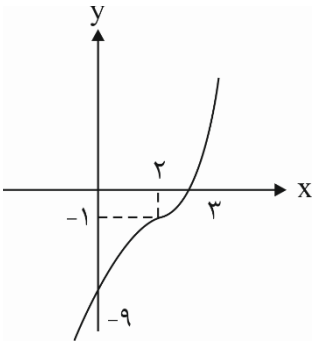
توجه داشته باشید که انتقال‌هایی که در راستای محور yها انجام می‌شود، تأثیری روی ثابت بودن تابع ندارد.

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۱؛ تابع، تبدیل نمودار توابع؛ صفحه ۲ الی ۱۲)

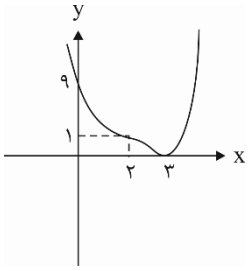
۵. پاسخ: گزینه ۳

با تشکیل اتحاد مکعب کامل، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$y_۱=x^۳-۶x^۲+۱۲x-۹=(x-۲)^۳-۱ \xrightarrow{\text{رسم نمودار}}$$



$$\xrightarrow{\text{اعمال قدرمطلق}}$$



$$y=\left|x^۳-۶x^۲+۱۲x-۹\right|$$

تابع در بازهٔ $[۳,+\infty)$ اکیداً صعودی است، پس حداقل مقدار $x_۰$ برابر ۳ است.

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، تابع درجه سوم و توابع یکنوا؛ صفحه ۱۳ الی ۱۸؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶. پاسخ: گزینه ۲

مرکز تقارن تابع درجه سوم داده‌شده نقطهٔ $w(۱,۲)$ است، بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت زیر است:

$$y=A(x-۱)^۳+۲\xrightarrow[A=-۲]{\text{با توجه به فرض سوال}}y=-۲(x-۱)^۳+۲=-۲(x^۳-۳x^۲+۳x-۱)+۲$$

$$\Rightarrow y=-۲x^۳+۶x^۲-۶x+۴$$

با مقایسهٔ تابع بالا و ضابطهٔ تابع داده شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases}a=۶\\b=-۶\\c=۴\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۴$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، تابع درجه سوم؛ صفحه ۱۳ الی ۱۴؛ سطح سؤال: متوسط)

۷. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$y=۳f(\frac{x}{۲})-۱\xrightarrow{A(a-۱,b+۲)}b+۲=۳f(\frac{a-۱}{۲})-۱\Rightarrow f(\frac{a-۱}{۲})=\frac{b+۳}{۳}\quad(۱)$$

$$y=\frac{۱}{۲}f(۱-ax)-b\xrightarrow{A'(-\frac{۱}{۵},-۲)}-۲=\frac{۱}{۲}f(۱+\frac{۱}{۵}a)-b\Rightarrow f(۱+\frac{۱}{۵}a)=۲b-۴\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه (۱) و (۲)}}\begin{cases}\frac{a-۱}{۲}=۱+\frac{۱}{۵}a\xrightarrow{\times ۱۰}۵a-۵=۱۰+۲a\Rightarrow a=۵\\\frac{b+۳}{۳}=۲b-۴\xrightarrow{\times ۳}b+۳=۶b-۱۲\Rightarrow b=۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow b-a=۳-۵=-۲$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۱؛ تابع، تبدیل نمودار توابع؛ صفحه ۲ الی ۱۲؛ سطح سؤال: دشوار)

۸. پاسخ: گزینه ۲

انتقال‌های گفته شده را به ترتیب انجام می‌دهیم:

$$y=\frac{۱}{x}\xrightarrow[x\to x+۱]{\text{یک واحد به چپ}}y_۱=\frac{۱}{x+۱}\xrightarrow[x\to ۲x]{\text{انقباض با ضریب }\frac{۱}{۲}}y_۲=\frac{۱}{۲x+۱}\xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}}$$

$$y_۳=\frac{۱}{۲x+۱}+۲=\frac{۴x+۳}{۲x+۱}\xrightarrow{\text{تلاقی با تابع اولیه}}\frac{۴x+۳}{۲x+۱}=\frac{۱}{x}\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$۴x^۲+۳x=۲x+۱\Rightarrow ۴x^۲+x-۱=۰\xrightarrow{\Delta>۰}$$ دو تابع در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۱؛ تابع، تبدیل نمودار توابع؛ صفحه ۲ الی ۱۲؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹. پاسخ: گزینه ۱

در انتقال انجام‌شده، yها در ۲- ضرب شده و سپس ۳ واحد به آن‌ها اضافه می‌شود، با توجه به این که برد $f(x)$ و $f(3x-1)$ یکسان است، داریم:

$$-3 < f(3x-1) \le 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \le -2 < 6 \xrightarrow{+3} 1 \le 3-2f(3x-1) < 9$$

بنابراین برد تابع $y=-2f(3x-1)+3$ برابر $[1,9)$ است که این بازه شامل ۸ عدد صحیح است.

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۱؛ تابع، تبدیل نمودار توابع؛ صفحه ۲ الی ۱۲؛ سطح سؤال: ساده)

۱۰. پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} f(1)=0 \Rightarrow 1+a+b=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} f(2)=9 \Rightarrow 8+2a+b=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3+2x-3$$

برای محاسبهٔ باقیماندهٔ تقسیم $f(2x+4)$ بر $x+3$ کافی است در آن به جای x قرار دهیم ۳-، زیرا:

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow f\big(2(-3)+4\big)=f(-2)=-8-4-3=-15$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، بخش‌پذیری و تقسیم؛ صفحه ۱۸ الی ۲۰؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۱. پاسخ: گزینه ۲

با انتخاب $x^3=t$ داریم:

$$(x^3)^7+1=(x^3+1)P(x) \xrightarrow{x^3=t} t^7+1=(t+1)P(x)$$

$$t^7+1=(t+1)(t^6-t^5+t^4-t^3+t^2-t+1) \xrightarrow{t=x^3}$$

$$x^{21}+1=(x^3+1)(x^{18}-x^{15}+x^{12}-x^9+x^6-x^3+1)$$

$$\Rightarrow P(x)=x^{18}-x^{15}+x^{12}-x^9+x^6-x^3+1$$

با تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ داریم:

$$P(x)=(x+1)Q(x)+R \xrightarrow{x=-1} P(-1)=0+R \Rightarrow R=7$$

$$\Rightarrow P(x)=(x+1)Q(x)+7 \xrightarrow{x=1} P(1)=2Q(1)+7 \xrightarrow{P(1)=1}$$

$$1=2Q(1)+7 \Rightarrow Q(1)=-3$$

(حسابان ۲؛ فصل ۱؛ درس ۲؛ تابع، بخش‌پذیری و تقسیم؛ صفحه ۱۸ الی ۲۰؛ سطح سؤال: دشوار)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲. پاسخ: گزینه ۱

طبق ویژگی تابع وارون داریم:

$$g^{-1}(۸)=k \Rightarrow g(k)=۸ \Rightarrow f(\underbrace{۱+۳k}_{t})=۸ \xrightarrow{۱+۳k=t} f(t)=۸$$

$$\Rightarrow ۳t+\sqrt{۲t}=۸ \Rightarrow \sqrt{۲t}=۸-۳t \xrightarrow{\text{توان دو}} ۲t=۶۴-۴۸t+۹t^{۲}$$

$$\Rightarrow ۹t^{۲}-۵۰t+۶۴=۰ \Rightarrow (t-۲)(۹t-۳۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۲ \text{ ص} \\ t=\frac{۳۲}{۹} \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱+۳k=۲ \Rightarrow k=\frac{۱}{۳} \Rightarrow g^{-۱}(۸)=\frac{۱}{۳}$$

(حسابان ۱؛ فصل ۲ – درس ۳ – تابع، وارون تابع؛ صفحه ۵۴ الی ۶۲؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۳. پاسخ: گزینه ۳

$$f(x)=\frac{x+۱-۲\sqrt{x}}{۴}=\frac{(\sqrt{x}-۱)^{۲}}{۴}=y \xrightarrow[x\geq ۱]{\text{تعویض } x \text{ با } y}$$

$$x=\left(\frac{\sqrt{y}-۱}{۲}\right)^{۲} ; y\geq ۱ \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{x}=\underbrace{\left|\frac{\sqrt{y}-۱}{۲}\right|}_{\text{مثبت}} \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{\sqrt{y}-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{y}=۲\sqrt{x}+۱ \Rightarrow y=(۲\sqrt{x}+۱)^{۲} \Rightarrow y=f^{-۱}(x)=(۲\sqrt{x}+۱)^{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۲ \\ b=۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=۳$$

(حسابان ۱؛ فصل ۲؛ درس ۳؛ تابع، وارون تابع؛ صفحه ۵۴ الی ۶۲؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۴. پاسخ: گزینه ۴

تابع f را به صورت $f(x)=ax+b$ درنظر می‌گیریم. با حل نامعادلات داده شده داریم:

$$\begin{cases} |x+۱|\leq ۲ \Rightarrow -۲\leq x+۱\leq ۲ \Rightarrow -۳\leq x\leq ۱ \\ |x+۱|\geq ۲ \Rightarrow x\leq -۳ \text{ یا } x\geq ۱ \end{cases} \Rightarrow g(x)=\begin{cases} ax+b & -۳\leq x\leq ۱ \\ x^{۲}-x & x\leq -۳ \text{ یا } x\geq ۱ \end{cases}$$

با توجه به تعریف تابع داریم:

$$\begin{cases} g(-۳)=-۳a+b \\ g(-۳)=(-۳)^{۲}-(-۳)=۱۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} -۳a+b=۱۲ \quad (۱)$$

$$\begin{cases} g(۱)=a+b \\ g(۱)=۱-۱=۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} a+b=۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \begin{cases} -۳a+b=۱۲ \\ b=-a \end{cases} \Rightarrow -۴a=۱۲ \Rightarrow a=-۳ \Rightarrow b=۳$$

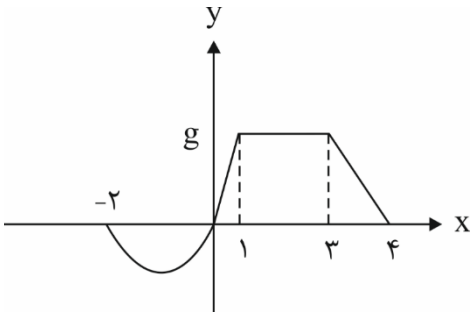
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow f(x)=-۳x+۳ \xrightarrow[x=۰]{\text{عرض از مبدا خط}} y=۳$$

(ریاضی ۱؛ فصل ۵؛ درس ۳؛ تابع، انواع تابع (تابع خطی)؛ صفحه ۱۰۹ الی ۱۱۷؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۵. پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع $g(x)=f(۱-x)$ را رسم می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} D_g=[-۲,۴] \\ g(x)=۰ \Rightarrow x=-۲,۰,۴ \end{cases}$$

$$D_f=[-۳,۳] \Rightarrow D_f \cap D_g=[-۲,۳]$$

طبق تعریف دامنهٔ تابع $\frac{f}{g}$ داریم:

$$D_h=D_f \cap D_g-\{x \mid g(x)=۰\}=[-۲,۳]-\{-۲,۰,۴\}=(-۲,۳]-\{۰\}$$

$$\xrightarrow{\text{اعداد صحیح بازه}} \{-۱,۱,۲,۳\}$$

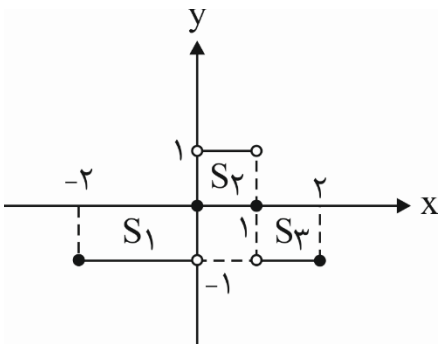
(حسابان ۱؛ فصل ۲؛ درس ۴؛ تابع، اعمال روی توابع؛ صفحه ۶۳ الی ۷۰؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۶. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا ضابطهٔ تابع fog را می‌یابیم:

$$(fog)(x)=f(g(x))=\begin{cases} ۱ & x-x^۲>۰ \\ ۰ & x-x^۲=۰ \\ -۱ & x-x^۲<۰ \end{cases} \Rightarrow (fog)(x)=\begin{cases} ۱ & ۰<x<۱ \\ ۰ & x=۰,۱ \\ -۱ & x<۰ \text{ یا } x>۱ \end{cases}$$

حالا نمودار تابع fog را در بازهٔ $[-۲,۲]$ رسم می‌کنیم:



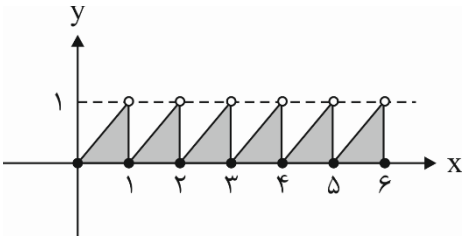
$$\Rightarrow S=S_۱+S_۲+S_۳=۲+۱+۱=۴$$

(حسابان ۱؛ فصل ۲؛ درس ۴؛ تابع، اعمال روی توابع؛ صفحه ۶۳ الی ۷۰؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۷. پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع $y=x-[x]$ به صورت زیر است:

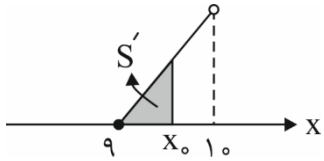
با توجه به شکل، مساحت هریک از مثلث‌ها برابر $\frac{۱}{۲}$ است، بنابراین داریم:



$$\frac{۱۴۵}{۳۲}=\frac{۱۴۴+۱}{۳۲}=\frac{۹}{۲}+\frac{۱}{۳۲}=۹\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

یعنی ۹ مثلث کامل داریم و مساحت قسمت آخر باید برابر $\frac{۱}{۳۲}$ باشد، لذا داریم:



$$\xrightarrow{\text{معادله خط}} y = x - ۹ \xrightarrow{x=x_۰} y = x_۰ - ۹$$

$$\begin{cases} S' \text{ قاعده مثلث با مساحت} = x_۰ - ۹ \\ S' \text{ ارتفاع مثلث با مساحت} = x_۰ - ۹ \end{cases} \Rightarrow S' = \frac{۱}{۲}(x_۰ - ۹)^۲ = \frac{۱}{۳۲}$$

$$\Rightarrow (x_۰ - ۹)^۲ = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow x_۰ - ۹ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow x_۰ = ۹ + \frac{۱}{۴} = \frac{۳۷}{۴}$$

$$\Rightarrow a = \frac{۳۷}{۴}$$

(حسابان ۱؛ فصل ۲؛ درس ۲؛ تابع، انواع تابع (جزء صحیح)؛ صفحه ۳۸ الی ۴۳؛ سطح سؤال: دشوار)

۱۸. پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم برای تساوی دو تابع باید دامنهٔ آن‌ها یکسان باشد: $f(x) = \sqrt{-(x-۳)^۲} + a \xrightarrow{\text{دامنه } f} -(x-۳)^۲ \geq ۰ \Rightarrow x = ۳$

$$\Rightarrow D_f = \{۳\} \Rightarrow f(x) = a$$

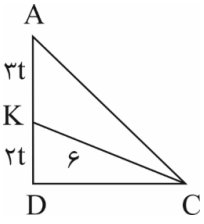
بنابراین دامنهٔ تابع g هم باید برابر $\{۳\}$ باشد:

$$\begin{cases} \sqrt{x-۳} : x - ۳ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۳ \\ \sqrt{b-x} : b - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq b \end{cases} \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow g(x) = \frac{x}{۶} + \sqrt{x-۳} + \sqrt{۳-x}$$

$$\xrightarrow{D_g = \{۳\}} g(۳) = \frac{۳}{۶} + ۰ + ۰ = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{تساوی دو تابع}} a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a \times b = \frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۱؛ فصل ۲؛ درس ۱؛ تابع، تساوی دو تابع؛ صفحه ۳۸ الی ۴۳؛ سطح سؤال: دشوار)

۱۹. پاسخ: گزینه ۳

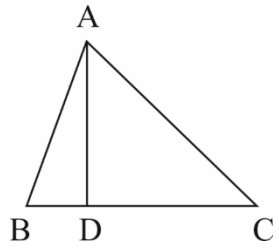


$$\overset{\Delta}{ADC}: \frac{AK}{AD} = \frac{۳}{۵} \rightarrow AK = ۳t \,,\, AD = ۵t$$

$$\rightarrow KD = AD - AK = ۵t - ۳t = ۲t$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AKC}}}{S_{\overset{\Delta}{DKC}}} = \frac{AK}{KD} \rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{AKC}}}{۶} = \frac{۳}{۲} \rightarrow S_{\overset{\Delta}{AKC}} = ۹$$

$$S_{\overset{\Delta}{ADC}} = S_{\overset{\Delta}{AKC}} + S_{\overset{\Delta}{KDC}} = ۹ + ۶ = ۱۵$$



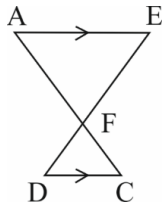
$$\overset{\Delta}{ABC}: \frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{KDC}}} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABD}} = ۱۰$$

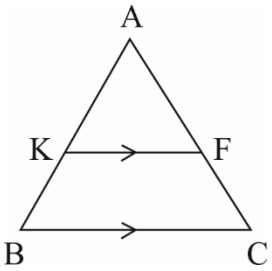
(هندسه ۱؛ فصل ۲ – درس ۱ ص ۳۱ و ۳۲؛ نسبت مساحت‌ها؛ سطح سؤال: آسان)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰. پاسخ: گزینه ۲



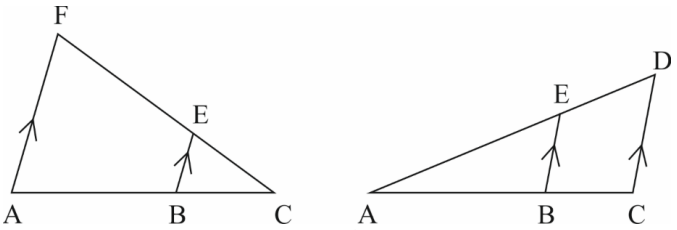
$$AE \parallel DC \rightarrow \frac{AE}{DC} = \frac{AF}{FC} \rightarrow \frac{۳}{۲} = \frac{AF}{FC}$$
$$\rightarrow AF = ۳t \, , \, FC = ۲t$$
$$\rightarrow AC = AF + FC = ۵t$$



$$\overset{\Delta}{ABC} : KF \parallel BC \rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{KF}{BC} \rightarrow \frac{KF}{BC} = \frac{۳t}{۵t} = \frac{۳}{۵}$$

(هندسه ۱؛ فصل ۲ – درس ۲ – ص ۳۴ و ۳۵؛ تالس؛ سطح سؤال: آسان)

۲۱. پاسخ: گزینه ۴



$$\overset{\Delta}{AFC} : AF \parallel BE \rightarrow \frac{BE}{AF} = \frac{CB}{CA} \rightarrow \frac{۲}{۶} = \frac{CB}{CA} \rightarrow \left.\begin{matrix} CB = K \\ CA = ۳K \end{matrix}\right\} \rightarrow$$

$$AB = CA - CB \rightarrow AB = ۲K$$

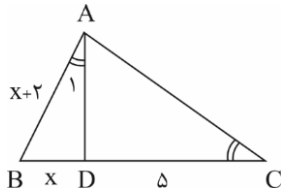
$$\overset{\Delta}{ACD} : BE \parallel CD \rightarrow \frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{۲}{CD} = \frac{۲K}{۳K} \rightarrow CD = ۳$$

$$\frac{۱}{BE} = \frac{۱}{AF} + \frac{۱}{CD}$$

☺ نکته:

(هندسه ۱؛ فصل ۲؛ درس ۲ – ص ۳۴ و ۳۵، تالس؛ سطح سؤال: متوسط)

۲۲. پاسخ: گزینه ۳

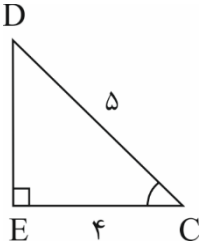


$$\left.\begin{matrix} A_۱ = C \\ B = B \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{CBA} \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{x+۲}{x} = \frac{x+۵}{x+۲} \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{x+۲}{x} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

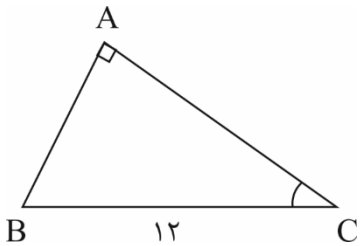
(هندسه ۱ – فصل ۲ – درس ۳ – ص ۳۹ و ۴۳، تشابه؛ سطح سؤال: آسان)

۲۳. پاسخ: گزینه ۳



$$\overset{\Delta}{DEC} : E = ۹۰^\circ \rightarrow DE^۲ + EC^۲ = DC^۲$$
$$\rightarrow DE^۲ + ۴^۲ = ۵^۲ \rightarrow DE = ۳cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



$$\left.\begin{matrix}E=A\\C=C\end{matrix}\right\}\xrightarrow{zz}\overset{\Delta}{DEC}\sim\overset{\Delta}{BAC}$$

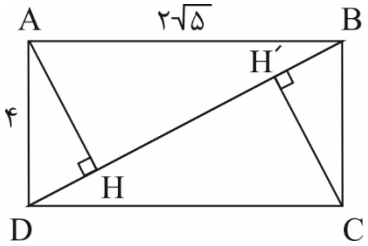
$$\rightarrow\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{AC}=\frac{DC}{BC}$$

$$\rightarrow\frac{۳}{AB}=\frac{۴}{AC}=\frac{۵}{۱۲}\rightarrow AB=\frac{۱۲\times۳}{۵}=\frac{۳۶}{۵}=۷/۲cm$$

(هندسه ۱؛ فصل ۲ - درس ۳ – ص ۳۹؛ تشابه؛ سطح سؤال: آسان)

۲۴. پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم اگر قطرهای یک متوازی الاضلاع با هم برابر باشند، آن متوازی الاضلاع یک مستطیل خواهد بود، اکنون مستطیل $ABCD$ را درنظر گرفته و ارتفاع‌های AH و CH' را بر قطر BD وارد می‌کنیم. بنابر روابط طولی در $\overset{\Delta}{ABD}$ داریم:



$$BD^۲=AD^۲+AB^۲=۱۶+۲۰=۳۶\Rightarrow BD=۶$$

$$AD^۲=DH\times DB\Rightarrow ۱۶=۱۶DH\Rightarrow DH=\frac{۸}{۳}$$

از طرفی دو مثلث $\overset{\Delta}{ADH}$ و $\overset{\Delta}{CBH'}$ همنهشت‌اند. لذا $BH'=DH=\frac{۸}{۳}$. پس:

$$HH'=BD-(DH+BH')=۶-\frac{۱۶}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۱ – فصل ۲ – درس ۳- ص ۴۱ و ۴۲، روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه؛ سطح سؤال: متوسط)

۲۵. پاسخ: گزینه ۴

$$A=\begin{bmatrix}۲m-۱ & n+۱\\ k-۲ & ۳\end{bmatrix}$$

$$\text{ماتریس اسکالر}\Rightarrow\begin{cases}n+۱=۰\Rightarrow n=-۱\\ k-۲=۰\Rightarrow k=۲\\ ۲m-۱=۳\Rightarrow ۲m=۴\Rightarrow m=۲\end{cases}$$

$$b_{ij}=\begin{cases}۲-j & j>i\\ -۱+i & i=j\\ -۲ & i>j\end{cases}$$

$$\Rightarrow B=\begin{bmatrix}b_{۱۱} & b_{۱۲} & b_{۱۳}\\ b_{۲۱} & b_{۲۲} & b_{۲۳}\\ b_{۳۱} & b_{۳۲} & b_{۳۳}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & -۱\\ -۲ & ۱ & -۱\\ -۲ & -۲ & ۲\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس B برابر ۵- خواهد بود.

(هندسه ۳؛ فصل ۱ – درس ۱ – ص ۱۲ انواع ماتریس؛ سطح سؤال: آسان)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶. پاسخ: گزینه ۱

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۳ & -۱ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۵ & -۵\end{bmatrix}$$

$$A^{۳}=A^{۲}\times A=\begin{bmatrix}-۲ & ۵ & -۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۲ & -۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۳ & -۱ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۷ & ۶ & -۱۸\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳؛ فصل ۱ – درس ۱ – ص ۲۰ ماتریس؛ توان ماتریس‌ها؛ سطح سؤال: متوسط)

۲۷. پاسخ: گزینه ۱

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۲^{۲} & ۲^{۳}\\ ۰ & ۰ & ۲^{۶}\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۸\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۸\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۸\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۲۵۶\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$$

$$A^{۳}=A^{۲}\times A=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۲۵۶\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۸\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\overline{O}$$

پس:

$$A^{۳}=A^{۴}=\ldots=A^{۱۴۰۵}=\overline{O}$$

درنتیجه:

$$A+A^{۲}\rightarrow A^{۳}+\ldots+A^{۱۴۰۵}=\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۸\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۲۵۶\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}+\overline{O}+\overline{O}+\ldots+\overline{O}=\begin{bmatrix}۰ & ۴ & ۲۶۴\\ ۰ & ۰ & ۶۴\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه ها}=۴+۲۶۴+۶۴=۳۳۲=۴\times ۸۳$$

پس بر ۸۳ بخش‌پذیر است.

(هندسه ۳؛فصل ۱ – درس ۱ – ص ۲۰؛ توان ماتریس‌ها؛ سطح سؤال: متوسط)

۲۸. پاسخ: گزینه ۱

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۸\\ ۸ & ۸\end{bmatrix}=۴A$$

$$\Rightarrow A^{۳}=۴A^{۲}=۴(۴A)=۴^{۲}A\Rightarrow\ldots\Rightarrow A^{۷۰}=۴^{۶۹}A$$

$$\Rightarrow A^{۷۰}=۴^{۶۹}\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲^{۱۳۹} & ۲^{۱۳۹}\\ ۲^{۱۳۹} & ۲^{۱۳۹}\end{bmatrix}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$\Rightarrow$ حاصل‌ضرب درایه‌ها $= (۲^{۱۳۹})^{۴} = ۲^{۵۵۶}$

(هندسه ۳ - فصل ۱، درس ۱، ص ۲۰، توان ماتریس‌ها؛ سطح سؤال: دشوار)

۲۹. پاسخ: گزینه ۴

طبق فرض مسئله $۴A + ۳B = ۳I$ است.

$$۱۶A^{۲} + ۱۲AB + ۹B = ۴A\underbrace{(۴A + ۳B)}_{۳I} + ۹B = ۱۲A + ۹B =$$

$$۳(۴A + ۳B) = ۳(۳I) = ۹I = \begin{bmatrix} ۹ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۹ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۹ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها $= ۳(۹) = ۲۷$

(هندسه ۳؛ فصل ۱ – درس ۱ – توان ماتریس‌ها – ص ۱۶، ۱۹ و ۲۰؛ سطح سؤال: متوسط)

۳۰. پاسخ: گزینه ۲

$$A^{۲} + A + I = \overline{O} \xrightarrow{\times(A-I)} (A^{۲} + A + I) \times (A - I) = \overline{O} \Rightarrow$$

$$A^{۳} - I^{۳} = \overline{O} \rightarrow A^{۳} = I \xrightarrow{\text{توان دو}} A^{۶} = I \xrightarrow{\times A} A^{۷} = A \xrightarrow{\times A}$$

$$A^{۸} = A^{۲} = -A - I \Rightarrow ۲A^{۸} + ۳A^{۷} = -۲A - ۲I + ۳A = A - ۲I$$

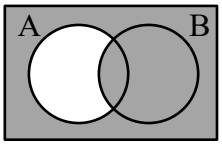
(هندسه ۳؛ فصل ۱ – درس ۱ – ص ۲۰؛ توان ماتریس‌ها؛ سطح سؤال: متوسط)

۳۱. پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قوانین مجموعه‌ها، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(A \cap B') \cup \big([(B - A) \cup A'] \cap (A \cap B')\big) \overset{\text{جذب}}{=} A \cap B'$$

متمم مجموعه: $(A \cap B')' = B \cup A'$



(آمار و احتمال؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۲۳ و ۲۵؛ اعمال مجموعه‌ها؛ سطح سؤال: آسان)

۳۲. پاسخ: گزینه ۲

اولاً $C - B = (۰, ۲)$ و $A - B = (-۱, ۲)$

ثانیاً برای محاسبهٔ ناحیهٔ $\big[[(-۱, ۳] \times (۰, ۲)\big] \cap \big[(-۱, ۲) \times (۰, ۴)\big]$، کافی است دو مستطیل را رسم کرده و اشتراک بگیریم یا با استفاده از نکته: $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$ یک مستطیل نهایی را رسم کنیم.

با استفاده از نکته داریم: $(۰, ۲) \times (-۱, ۲)$

در نتیجه مستطیلی به ابعاد ۲ و ۳ داریم: $S = ۲ \times ۳ = ۶$

(آمار و احتمال؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۳۲؛ ضرب دکارتی؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳. پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

نکته: اگر A_1 و A_2 دو پیشامد و A_1 زیرمجموعهٔ A_2 باشد، رخ دادن A_1، رخ دادن A_2 را نتیجه می‌دهد.

پس اگر $\{1\}$ رخ دهد یا $\{2\}$ رخ دهد یا هر دو رخ دهند، A رخ داده است.

تعداد حالاتی که پیشامد $\{1\}$ رخ دهد برابر 2^5 است به عبارتی در پیشامد موردنظر ۱ حتماً وجود دارد (۱ حالت) و اعداد $2,3,...,6$ می‌توانند وجود داشته باشند یا نباشند. (۲ حالت هر کدام دارند)

$$n(\{1\}\cup\{2\}) = n(\{1\}) + n(\{2\}) - n(\{1,2\}) = 2^5 + 2^5 - 2^4 = 48$$

روش دوم:

$$\text{پیشامدهایی که ۱ یا ۲ ندارند} - \text{کل پیشامدها} = 2^6 - 2^4 = 48$$

(آمار و احتمال؛ فصل ۲ – درس ۱ – ص ۳۹؛ مبانی احتمال؛ سطح سؤال: متوسط)

۳۴. پاسخ: گزینه ۴

اگر احتمال پشت آمدن x باشد:

$$\left.\begin{array}{l} x + k^2x = 1 \Rightarrow x = \dfrac{1}{k^2+1} \\ P(A) = 1 - x^3 = \dfrac{124}{125} \Rightarrow x = \dfrac{1}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{k^2+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow k = 2$$

(آمار و احتمال؛ فصل ۲ – درس ۲ – ص ۴۷؛ احتمال غیرهم‌شانس؛ سطح سؤال: آسان)

۳۵. پاسخ: گزینه ۳

اگر دو عدد نامنفی را a و b در نظر بگیریم، گزارهٔ داده‌شده به صورت زیر است:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$ (بدیهی و همواره درست)

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۱ – ص ۷؛ اثبات‌های بازگشتی؛ سطح سؤال: آسان)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶. پاسخ: گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l} b\mid b+c \\ b\mid b \end{array}\right\}\xrightarrow{-} b\mid c \qquad \left.\begin{array}{l} b\mid c \\ b\mid a+c \end{array}\right\}\xrightarrow{-} b\mid a$$

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۱۱؛ عاد؛ سطح سؤال: آسان)

۳۷. پاسخ: گزینه ۲

داریم:

$$\begin{cases} a\mid n(n+1)+1 \xrightarrow{\times 4} a\mid 4n^2+4n+4 \\ a\mid 4n+2 \xrightarrow{\times(-n)} a\mid -4n^2-2n \end{cases} \xrightarrow{+} a\mid 2n+4$$

دوباره داریم:

$$\begin{cases} a\mid 4n+2 \\ a\mid 2n+4 \xrightarrow{\times(-2)} a\mid -4n-8 \end{cases} \xrightarrow{+} a\mid 6 \Rightarrow a=1,2,3,6$$

☺**دقت کنید** که ممکن است همهٔ مقادیر به دست آمده برای a قابل قبول نباشند.

عدد $n(n+1)+1$ زوج است پس $n(n+1)$ عددی فرد است، پس a نیز باید فرد باشد پس فقط $a=1,3$ (یعنی دو مقدار) می‌تواند باشد.

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۱۰ و ۱۱؛ عاد؛ سطح سؤال: دشوار)

۳۸. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تمرین کتاب درسی هر دو عدد صحیح و فرد متوالی نسبت به هم اول هستند، پس $(6k+1405,6k+1407)=1$، بنابراین $d=1$ است.

$$[n,1365n] \overset{n\mid 1365n}{=\!=} \mid 1365n\mid = 1365\mid n\mid$$

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۱۳ و ۱۶؛ ب م م و ک م م؛ سطح سؤال: متوسط)

۳۹. پاسخ: گزینه ۱

$$a=20q+\frac{q^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{2}<20 \Rightarrow q^2<40 \xrightarrow{q\ \text{زوج}} q=2,4,6$$

بنابراین ۳ مقدار برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۱۴ - قضیهٔ تقسیم؛ سطح سؤال: آسان)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰. پاسخ: گزینه ۲

d ب‌م‌م دو عدد $۵k+۳$ و $۹k+۴$ است پس هر دو عدد را عاد می‌کند:

$$\begin{matrix} d \mid ۵k+۳ \xrightarrow{\times ۹} d \mid ۴۵k+۲۷ \\ d \mid ۹k+۴ \xrightarrow{\times(-۵)} d \mid -۴۵k-۲۰ \end{matrix} \xrightarrow{\oplus} d \mid ۷ \xrightarrow{d>۱} d=۷$$

حالا گزینه‌ها را به ازای $d=۷$ بررسی می‌کنیم:

(۱) گزینهٔ : $۶k+۳=۳(۲k+۱) \xrightarrow{\text{مضرب ۳}}$ غیر اول

(۲) گزینهٔ : $۶k+۷=۶k+۶+۱=۶(k+۱)+۱ \rightarrow$ می‌تواند اول باشد

(۳) گزینهٔ : $۹k+۳=۳(۳k+۱) \xrightarrow{\text{مضرب ۳}}$ غیر اول

(۴) گزینهٔ : $۵k+۵=۵(k+۱) \xrightarrow{\text{مضرب ۵}}$ غیر اول

(ریاضیات گسسته؛ فصل ۱ – درس ۲ – ص ۱۳ و ۱۵؛ افزار اعداد صحیح؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱. پاسخ: گزینه ۲

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶-۱۰}{۴-۰}=-۱\,m/s \Rightarrow \frac{v}{|v_{av}|}=\frac{۲}{۱}=۲$$
$$v=\text{شیب خط مماس}=\frac{۶}{۴-۱}=۲\,m/s$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – نمودار x-t؛ سطح سؤال: متوسط)

۴۲. پاسخ: گزینه ۴

گزینهٔ (۱) نادرست است. علامت x یکبار در $t=۲s$ عوض شده است.

گزینهٔ (۲) نادرست است. $۰<t<۳$ و $۷<t<۸$ متحرک در جهت محور x حرکت کرده است.

گزینهٔ (۳) نادرست است. در $t=۳$ و $t=۷$ متحرک تغییر جهت داده است.

گزینهٔ (۴) درست است. در $۰<t<۲$، $x<۰$ است و متحرک تغییر جهت حرکت ندارد.

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – ص ۹ نمودار x-t؛ سطح سؤال: متوسط)

۴۳. پاسخ: گزینه ۱

گزاره‌های الف و ب درست است. علاوه‌بر صفر شدن سرعت شرط تغییر جهت حرکت، تغییر علامت سرعت است.

مسافت همواره از جابه‌جایی بزرگتر یا مساوی است. بنابراین $S_{av}\geq v_{av}$ است و گزارهٔ «پ» نادرست است.

لحظهٔ تغییر جهت لحظهٔ تغییر جهت بردار سرعت است و ارتباطی به تغییر جهت بردار مکان ندارد. گزارهٔ «ت» نادرست است.

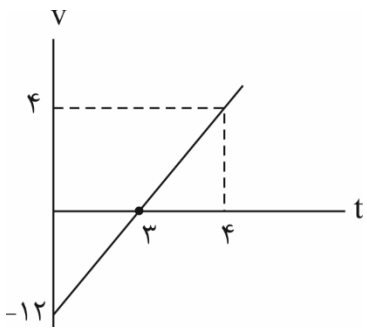
(فیزیک ۳ – فصل ۱ – شناخت حرکت؛ سطح سؤال: متوسط)

۴۴. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به معادله $x-t$، معادلهٔ سرعت – زمان را می‌نویسیم:

$$x=۲t^۲-۱۲t+۱۸\rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}, v_۰=-۱۲\frac{m}{s}$$
$$v=at+v_۰\rightarrow v=۴t-۱۲$$

نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:



$$\ell=S_۱+S_۲=۱۸+۲=۲۰m$$
$$S_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۴}=۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – نمودار x-t؛ سطح سؤال: دشوار)

۴۵. پاسخ: گزینه ۴

نمودار مکان – زمان باید پیوسته باشد. گزینهٔ (۱) نادرست است.

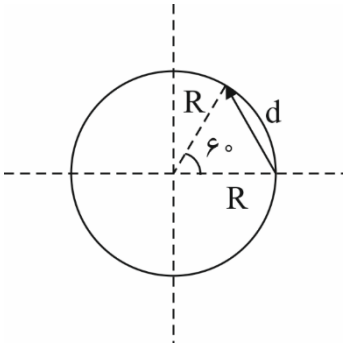
در نمودار مکان – زمان در یک لحظه نمی‌توان ۲ مکان وجود داشته باشد. گزینهٔ (۲) نادرست است.

در نمودار مکان – زمان شیب عمودی یعنی تندی بی‌نهایت. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – نمودار x-t؛ سطح سؤال: آسان)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۶. پاسخ: گزینه ۴



در مدت ۲۴s، متحرک کمان ۳۶۰° را طی می‌کند. به کمک یک تناسب ساده زاویه دوران را پیدا کنیم.

$$\begin{array}{c|c} ۲۴s & ۳۶۰^\circ \\ \hline ۴s & \theta=? \end{array} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

$$d = R$$

$$\ell = \frac{۱}{۶}(۲\pi R) = \frac{\pi R}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{av}}{V_{av}} = \frac{\ell}{d} = \frac{\frac{\pi R}{۳}}{R} = \frac{\pi}{۳}$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – شناخت حرکت؛ سطح سؤال: دشوار)

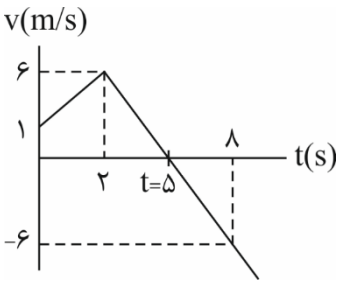
۴۷. پاسخ: گزینه ۳

در نمودار سرعت زمان هرگاه از محور زمان دور می‌شویم تندی در حال افزایش و درنتیجه حرکت تندشونده است (گزینهٔ ۲ و ۴ نادرست است) همچنین در این نمودار زیر محور t سرعت منفی است درنتیجه متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. (گزینهٔ ۱ نادرست است) و درنهایت شیب نمودار سرعت زمان بیانگر شتاب است و با توجه به اینکه شیب خط مماس بر این نمودار در حال کاهش است اندازه شتاب نیز در حال کاهش می‌باشد.

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – شناخت حرکت؛ سطح سؤال: آسان)

۴۸. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا لحظهٔ t را از تشابه دو مثلث به دست می‌آوریم:



$$\frac{۶}{۶} = \frac{t-۲}{۸-t} \rightarrow t-۲ = ۸-t \rightarrow ۲t = ۱۰ \rightarrow t = ۵s$$

در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۵s$ حرکت کندشونده است شتاب متوسط در این بازه را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow |a_{av}| = \left|\frac{-۶}{۳}\right| = ۲m/s^۲$$

در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۵s$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow |a_{av}| = \left|\frac{-۱}{۵}\right| = ۰/۲m/s^۲$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – نمودار v-t؛ سطح سؤال: متوسط)

۴۹. پاسخ: گزینه ۱

تنها در $t_۵$ تندی در حال افزایش بوده و حرکت تندشونده است.

در لحظه‌های $t_۱$، $t_۲$ و $t_۴$ شتاب حرکت صفر است و حرکت نه کندشونده و نه تندشونده است.

(فیزیک ۱۲؛ صفحه ۱۰ و ۱۱؛ حرکت‌شناسی؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

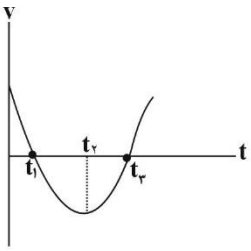
۵۰. پاسخ: گزینه ۱

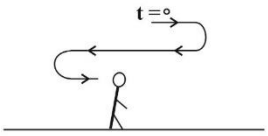
در لحظهٔ $t_۲$ متحرک تغییر جهت داده پس سرعت صفر شده و نمودار $v-t$ متحرک رسم شده است. برای آنکه متحرک در جهت محور x در حال حرکت باشد باید سرعت مثبت باشد. در بازهٔ ۰ تا $t_۲$ سرعت مثبت است.

(فیزیک ۱۲؛ صفحه ۱۰ و ۱۱؛ حرکت‌شناسی؛ سطح سؤال: متوسط)

۵۱. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار متحرک در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ تغییر جهت می‌دهد و در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند پس گزینهٔ (۴) می‌تواند درست باشد.





(فیزیک ۱۲؛ صفحه ۱۰ و ۱۱؛ حرکت‌شناسی؛ سطح سؤال: متوسط)

۵۲. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ هنگامی که شتاب متوسط صفر است یعنی سرعت در لحظهٔ $t=۳s$ و t' برابر است:

$$t=۳\rightarrow v=(۳)^۲-۱۰(۳)+۲۵\rightarrow v=۴m/s$$

بنابراین سرعت در لحظهٔ t' نیز باید برابر $۴m/s$ باشد تا $\Delta v=۰$ و در نهایت $a_{av}=۰$ شود.

۵۳. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اینکه دو متحرک شروع به حرکت می‌کنند سرعت اولیهٔ آن‌ها برابر با صفر است بنابراین داریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\begin{cases}a=\frac{۱۵-۰}{t}\\ a+۲=\frac{۴۰-۰}{t}\end{cases}\Rightarrow\frac{a+۲}{a}=\frac{۴۰}{۱۵}\rightarrow\frac{a+۲}{a}=\frac{۸}{۳}$$

$$\rightarrow ۳a+۶=۸a\rightarrow ۵a=۶\rightarrow a=\frac{۶}{۵}m/s^۲$$

سپس با جایگذاری در یکی از معادله‌ها t را به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\frac{۶}{۵}=\frac{۱۵}{t}=t=۱۲/۵s$$

۵۴. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا کل مسافت طی شده را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=v.\Delta t\rightarrow\Delta x=۵v\times۲۰=۱۰۰v$$

حال مسافت طی شده را در حالت دوم حساب کرده و برابر با مسافت حالت اول قرار می‌دهیم:

$$\Delta x=۱۰۰v=(۵v+۶)۱۲\rightarrow۱۰۰v=۶۰v+۷۲\rightarrow۴۰v=۷۲$$

$$v=\frac{۷۲}{۴۰}=\frac{۹}{۵}=۱/۸m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – حرکت با سرعت ثابت؛ سطح سؤال: متوسط)

۵۵. پاسخ: گزینه ۳

سرعت و تندی متحرک ثابت است درنتیجه گزینه‌های ۱ و ۴ کاملاً نادرست بوده زیرا در آن‌ها سرعت در حال تغییر است. در ادامه مدت زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{۱۸}{۶} = ۳s$$

بنابراین گزینهٔ ۳ صحیح است.

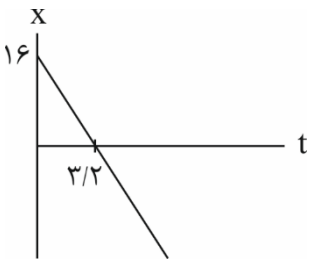
(فیزیک ۳ – فصل ۱ – حرکت با سرعت ثابت؛ سطح سؤال: آسان)

۵۶. پاسخ: گزینه ۴

تک تک عبارات را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست – این متحرک در لحظه $t = ۳/۲s$ از مبدأ عبور می‌کند یعنی قبل آن به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

ب) درست – هرگاه $x = ۰$ شود و متحرک از مبدأ عبور کند بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.



$$-۵t + ۱۶ = ۰ \rightarrow t = ۳/۲s$$

پ) نادرست – مکان متحرک پس از ۲s برابر با $x = ۶m$ است و مسافت آن $\Delta x = ۲۲m$ می‌باشد.

ت) درست – چون حرکت سرعت ثابت است سرعت متحرک در همه لحظه‌ها برابر با $-۵m/s$ می‌باشد.

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – سرعت ثابت؛ سطح سؤال: متوسط)

۵۷. پاسخ: گزینه ۴

سرعت اولیه متحرک برابر است با:

$$v_۱ = ۱۸ \div ۳/۶ = ۵\frac{m}{s}$$

به کمک رابطهٔ مستقل از زمان شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow ۱۰۰ - ۲۵ = ۲a(۲۰ - ۱۰)$$

$$۷۵ = ۲۰a \rightarrow a = ۳/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – سرعت ثابت؛ سطح سؤال: آسان)

۵۸. پاسخ: گزینه ۱

در لحظه $t = ۵$ دو متحرک به هم می‌رسند: $x_A = x_B$

$$x = vt + x_۰$$

$$\begin{matrix} x_A = ۵v_A + ۱۰ \\ x_B = ۵v_B - ۱۵ \end{matrix} \rightarrow ۵v_A + ۱۰ = ۵v_B - ۱۵ \rightarrow ۵(v_B - v_A) = ۲۵ \rightarrow v_B - v_A = ۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در لحظه t فاصله دو متحرک برابر ۴۵m است:

$$x_A = -۱۵ \rightarrow -۱۵ = v_A t + ۱۰ \rightarrow v_A t = -۲۵$$
$$x_B = ۷۵ - ۱۵ \rightarrow ۶۰ = v_B t - ۱۵ \rightarrow v_B t = ۷۵$$
$$\rightarrow \frac{v_B}{v_A} = -۳$$

حال v_A و v_B را به دست می‌آوریم:

$$v_B - v_A = ۵ \xrightarrow{v_B = -۳v_A} -۴v_A = ۵ \rightarrow v_A = -۱/۲۵$$
$$v_B = +۳/۷۵ m/s$$

برای به دست آوردن لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ عبور می‌کند داریم:

$$x_A = -\frac{۵}{۴}t + ۱۰ = ۰ \rightarrow \frac{۵}{۴}t = ۱۰ \rightarrow t = ۸s$$

مکان متحرک B در این لحظه برابر است با:

$$x_B = ۳/۷۵(۸) - ۱۵ = ۱۵m$$

(فیزیک ۳ – فصل ۱ – سرعت ثابت؛ سطح سؤال: دشوار)

۵۹. پاسخ: گزینه ۴

الف) نادرست ← شیشه جزو جامدهای بی شکل است.

ب) نادرست ← فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان است.

پ) درست

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – حالت‌های ماده؛ سطح سؤال: آسان)

۶۰. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل درمی‌یابیم قطرات مایع در شکل (۲) ریزتر می‌باشد بنابراین نیروی هم‌چسبی در شکل (۲) کمتر از شکل (۱) است پس دمای شکل (۱) کمتر می‌باشد و می‌دانیم هرچه دما کمتر باشد نیروی دگرچسبی نیز همانند نیروی هم‌چسبی بیشتر خواهد بود.

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – حالت‌های ماده؛ سطح سؤال: آسان)

۶۱. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا به کمک حجم ارتفاع آب را به دست می‌آوریم:

$$v = \pi r^۲ h \rightarrow ۳۰۰۰ = ۳ \times ۱۰۰ \times h$$
$$\rightarrow h = ۱۰cm = ۰/۱m$$

سپس فشار را برحسب cmHg به دست آورده و با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل وارد بر کف ظرف را محاسبه کنیم:

$$\rho g h_{\text{آب}} = \rho g h_{\text{جیوه}} \rightarrow ۶۸۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۱} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times h \rightarrow h = \frac{۶۸}{۱۳۶۰۰} = ۵ \times ۱۰^{-۳} m$$
$$\rightarrow h = ۰/۵cm$$
$$p_{\text{کف ظرف}} = p_{\text{مایع}} + p_{۰} \rightarrow p_{\text{کف ظرف}} = ۰/۵ + ۷۵ = ۷۵/۵cmHg$$

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره؛ سطح سؤال: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا چگالی مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{v_1 + v_2} = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{v_1 + v_2}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1/8 \times 500 + 2 \times 1500}{500 + 1500} = \frac{3900}{2000} = 1/95 \frac{g}{cm^3}$$

سپس به کمک سطح مقطع مکعب ضلع یا همان ارتفاع مکعب را محاسبه می‌کنیم:

$$A = a^2 \rightarrow a^2 = 25cm^2 \rightarrow a = 5cm = 0/05m$$

در نهایت داریم:

$$p = \rho g h_{\text{مخلوط}} \rightarrow p = 1/95 \times 10^3 \times 10 \times 0/05 = 975pa \Rightarrow p = 0/975kpa$$

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره؛ سطح سؤال: متوسط)

۶۳. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فشار وارد بر پردهٔ گوش دانش‌آموز را حساب می‌کنیم:

$$p = p_0 + \rho g h_{\text{مخلوط}} \rightarrow p = 10^5 + 1000 \times 10 \times 3 = 130 \times 10^3 pa$$

سپس بزرگی نیروی وارد بر پردهٔ گوش را محاسبه می‌کنیم:

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \times A \rightarrow F = 130 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-4} = 13N$$

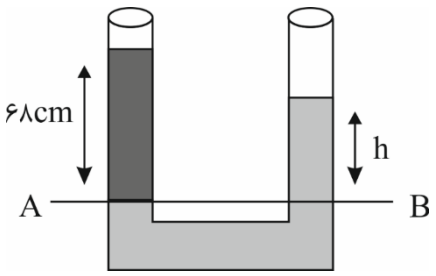
(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره؛ سطح سؤال: آسان)

۶۴. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ارتفاع آب در شاخهٔ سمت چپ را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow v = \frac{204}{1} = 204cm^3$$

$$v = Ah \rightarrow 204 = 3 \times h \rightarrow h = 68cm$$



سپس ارتفاع جیوه در شاخهٔ سمت راست را محاسبه می‌کنیم:

$$p_A = p_B \rightarrow \rho g h_{\text{آب}} = \rho g h_{\text{جیوه}} \rightarrow 1 \times 68 = 13/6 \times h \rightarrow h = 5cm$$

می‌دانیم با توجه به اینکه سطح مقطع‌ها برابر است با ریختن آب در شاخه‌های سم چپ ارتفاع جیوه در شاخه سمت چپ x متر پایین آمده و در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x متر بالا رفته است:

$$h = 2x \rightarrow x = 2/5cm$$

بنابراین فشار در نقطهٔ A به اندازهٔ $2/5cm$ افزایش یافته است.

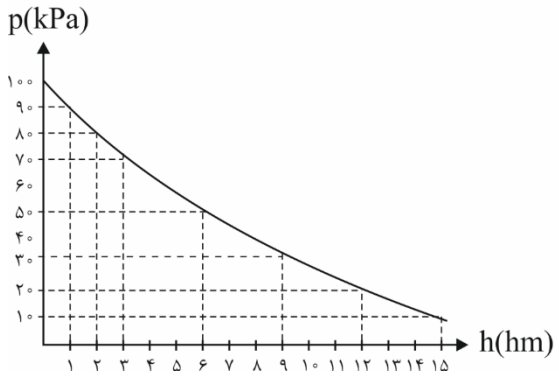
(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره سطح سؤال: دشوار)

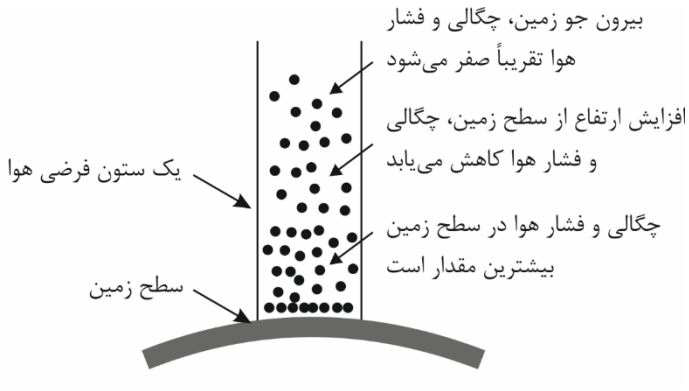
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵. پاسخ: گزینه ۳

با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا کاهش می‌یابد. نیروی جاذبهٔ زمین سبب می‌شود که لایه‌های زیرین هوا نسبت به لایه‌های بالایی متراکم‌تر شوند. درنتیجه هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی و فشار هوا بیشتر می‌شود.

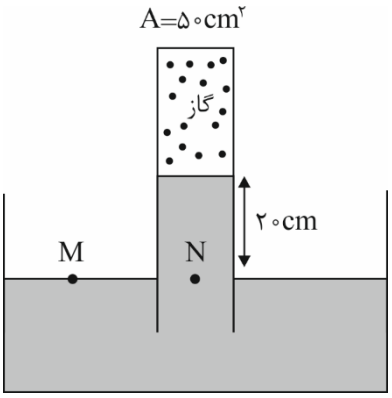
درنتیجه پاسخ گزینهٔ (۳) می‌باشد.





(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره؛ سطح سؤال: آسان)

۶۶. پاسخ: گزینه ۲



با برابر قرار دادن فشار در نقاط M و N داریم:

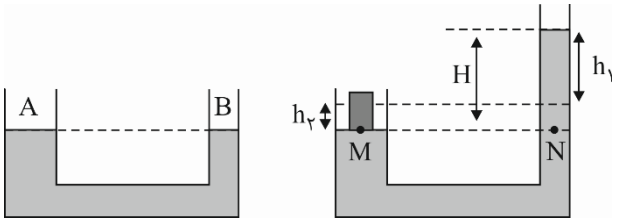
$$P_M = P_N = P_. = \rho gh + P_{gas} \Rightarrow ۱۰^۵ = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} + P_{gas}$$

$$\Rightarrow P_{gas} = ۹۸۰۰۰Pa$$

☺تذکر: توجه داشته باشید مساحت سطح مقطع استوانه در این مسئله نقشی ندارد؛ زیرا فشار به مساحت بستگی ندارد و بلکه به ارتفاع ستون شاره و چگالی آن وابسته است.

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار در شاره؛ سطح سؤال: متوسط)

۶۷. پاسخ: گزینه ۴



وقتی جرمی روی پیستون سمت چپ قرار دهیم، مایع به شکل زیر در دو لوله جابه‌جا خواهد شد:

مرحله (۱): حجم مایع جابه‌جا شده در دو طرف یکسان است؛ پس:

$$A_۱h_۱ = A_۲h_۲ \xrightarrow{A_۱ = ۴A_۲} h_۲ = ۴h_۱$$

مرحله (۲):

$$P_M = P_N \Rightarrow \frac{mg}{A_۱} + P_. = \rho gH + P_.$$

$$\Rightarrow \frac{۴۸۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۸۰۰ \times ۱۰ \times H \Rightarrow H = \frac{۳}{۱۰۰}m = ۳cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مرحلهٔ (۳): طبق شکل $H = h_۱ + h_۲$ و از طرفی طبق مرحله اول $h_۲ = ۴h_۱$ شد؛ پس:

$$\begin{matrix} h_۱ + h_۲ = ۳ \\ h_۲ = ۴h_۱ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} h_۱ = ۰/۶cm \\ h_۲ = ۲/۴cm \end{matrix} \Rightarrow B \text{ مقدار بالارفتن پیستون} = h_۲ = ۲/۴cm \text{ یا } ۲۴mm$$

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – فشار شاره سطح سؤال: دشوار)

۶۸. پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم هرگاه جسم درون مایع به وضعیت شناوری و غوطه‌وری برسد، بزرگی نیروی شناوری $(F_۱)$ از طرف مایع به جسم هم اندازهٔ نیروی وزن جسم خواهد بود؛ پس:

$$F_۱ = F_۲ = mg$$

همچنین چون جسم درون مایع (۱) شناور شده است، $\rho_{جسم} < \rho_۱$ بوده و همچنین چون جسم درون مایع (۲) غوطه‌ور است، $\rho_{جسم} = \rho_۲$ می‌باشد؛ درنتیجه: $\rho_۱ > \rho_۲$

(فیزیک ۱ – فصل ۲ – نیروی شناوری؛ سطح سؤال: متوسط)

۶۹. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطهٔ $p = p_۰ + \rho gh$

شیب نمودار برابر ρg است:

$$\rho g = \frac{(۱۰۷/۲ - ۱۰۰) \times ۱۰۰۰}{۰/۳} = ۲۴۰۰۰$$

حجم مایع برابر است با:

$$V = Ah \rightarrow V = ۶۰۰cm^۳ = ۶ \times ۱۰^{-۴} m^۳$$

$$W = mgw = \rho vg = ۲۴۰۰۰ \times ۶ \times ۱۰^{-۴} = ۱۴/۴N$$

وزن مایع برابر mg است:

۷۰. پاسخ: گزینه ۳

آهنگ شارش مایع ثابت و برابر Av است:

$$\text{آهنگ شارش} = Av \rightarrow ۳۰۰۰ \frac{cm^۳}{s} = (\pi r^۲) v \rightarrow v = \frac{۳۰۰۰}{۱۲} = ۲۵۰ \frac{cm}{s} = ۲/۵ \frac{m}{s}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۱. پاسخ: گزینه ۲

طیف نشری اتم هیدروژن به صورت خطی و گسسته است زیرا الکترون اتم هیدروژن هنگام انتقال از یک لایه به لایه دیگر، انرژی را به صورت پیمانه‌ای یا بسته‌های معین، جذب و نشر می‌کند که نشان دهنده کوانتومی بودن دادوستد انرژی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اتم هیدروژن به عنوان ساده‌ترین اتم تنها دارای یک پروتون در هسته و یک الکترون پیرامون آن است.

گزینه «۳»: خطوط طیفی دارای طوج موج مشخص هستند.

گزینه «۴»: اگرچه مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توصیه کند اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

۷۲. پاسخ: گزینه ۴

بازگشت الکترون به حالت پایدارتر با از دست دادن انرژی همراه است، نه با دریافت انرژی!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: الکترون با دریافت انرژی می‌تواند به لایه بالاتر منتقل شود.

گزینه «۲»: بازگشت الکترون از لایه بالاتر به لایه پایین‌تر با آزاد شدن انرژی همراه است.

گزینه «۳»: الکترونی که با دریافت انرژی به لایه‌ای بالاتر منتقل می‌شود در حالت برانگیخته قرار می‌گیرد.

۷۳. پاسخ: گزینه ۱

بین خطوط طیف نشری خطی و تعداد الکترون‌های یک عنصر رابطه مستقیم وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: هر چه الکترون از هسته دورتر باشد، انرژی آن بیشتر خواهد بود و برعکس.

گزینه «۳»: دلیل وجود طیف نشری منحصر به فرد عناصر، تفاوت انرژی لایه‌های اتمی آن‌ها است. انرژی لایه‌های هر اتم به عدد اتمی آن وابسته است.

گزینه «۴»: الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته می‌تواند حضور داشته باشد.

۷۴. پاسخ: گزینه ۱

برای X، هفت زیرلایه پُر شده یعنی: $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d$

پس: $2p^6 + 3p^6 = 12e^-$:الکترون‌های زیرلایه‌های p

$12 - 2 = 10$:الکترون‌های زیرلایه d

بنابراین: $X = 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^{10}, 4s^2$

پس عدد اتمی X برابر ۳۰ است.

برای Y، پنج زیرلایه اشغال شده یعنی: $1s, 2s, 2p, 3s, 3p$

طبق شرط الکترون‌های زیرلایه p دو برابر الکترون‌های $l = 0$ (زیرلایه s) است.

$2 + 2 + 2 = 6$:الکترون‌های $l = 0$

$2 \times 6 = 12$:الکترون‌های زیرلایه‌های p

بنابراین: $Y = 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پس عدد اتمی Y برابر ۱۸ است.

اختلاف عدد اتمی X و Y: $۳۰-۱۸=۱۲$

۷۵. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ترتیب پر شدن زیرلایه‌های اطراف ۳d را می‌نویسیم: $...۴s \rightarrow ۳d \rightarrow ۴p \rightarrow ۵s \rightarrow ۴d \rightarrow ۵p \rightarrow ۶s...$

بنابراین زیرلایه موردنظر 5p است.

برای زیرلایه 5p، $a=n=۵$ و $b=l=۱$، پس: $a+b=۶$

۷۶. پاسخ: گزینه ۲

برای پر شدن زیرلایه‌ها، ترتیب پر شدن براساس انرژی زیرلایه‌ها ($n+l$ و n زیرلایه‌ها) است، نه صرفاً شمارهٔ لایه اصلی به عنوان مثال زیرلایه ۴s متعلق به لایه چهارم و زیرلایه ۳d متعلق به لایه سوم است اما ۴s زودتر از ۳d پر می‌شود. پس یک زیرلایه با شمارهٔ لایهٔ بزرگ‌تر می‌تواند قبل از زیرلایه‌ای با شمارهٔ لایه کوچک‌تر پر شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر دو اتم در لایه ظرفیت خود تعداد الکترون‌های برابری داشته باشند، الزاماً در یک گروه قرار ندارند، مثلاً تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت $_{۱۳}Al$ و $_{۲۱}Sc$ برابر ۳ است اما Al در گروه سیزدهم و $_{۲۱}Sc$ در گروه سوم قرار دارد.

گزینه «۳»: داشتن الکترون در یک لایه، به معنی پر شدن تمام زیرلایه‌های آن لایه نیست. مثلاً در آرایش الکترونی $_{۲۰}Ca$ زیرلایه ۴s پر شده است، در حالی‌که دیگر زیرلایه‌های لایه چهارم پر نشده‌اند.

$$۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, ۳s^۲ ۳p^۶, ۴s^۲$$

گزینه «۴»: ظرفیت (گنجایش) یک لایه برابر $۲n^۲$ است که از مجموع گنجایش تمام زیرلایه‌های آن لایه به دست می‌آید مثلاً ظرفیت لایه سوم $(n=۳)$ برابر ۱۸ است که حاصل جمع $۲(s)+۶(p)+۱۰(d)$ است نه صرفاً گنجایش آخرین زیرلایه (d) آن

۷۷. پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\text{لایه سوم } e^-}{\text{لایه دوم } e^-}=۱/۶۲۵ \xrightarrow{\text{لایه دوم } e^-=۸} \frac{\text{لایه سوم } e^-}{۸}=۱/۶۲۵ \Rightarrow \text{لایه سوم } e^-=۱۳$$

پس عنصر موردنظر $_{۲۵}Mn$ است که در لایه سوم آن ۱۳ الکترون و در لایه چهارم آن ۲ الکترون وجود دارد:

$$۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۵, ۴s^۲$$

تعداد الکترون‌های لایه ظرفلیت $(۳d^۵, ۴s^۲)$ ۵ واحد بیشتر از تعداد الکترون‌های لایه آخر $(۴s^۲)$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به آرایش الکترونی $_{۲۵}Mn$، ۷ زیرلایه الکترون اشغال شده است، زیرا لایه ۳d با ۵ الکترون نیمه‌پر است، پس ۶ زیرلایه از الکترون پر می‌باشد.

گزینه «۲»: حداکثر گنجایش لایه سوم ۱۸ است در حالی‌که در $_{۲۵}Mn$، ۱۳ الکترون در لایه سوم جای دارد.

گزینه «۴»: تعداد الکترون‌ها با $l=۲$ یعنی الکترون‌های زیرلایه d برابر ۵ است در حالی‌که در آخرین لایه (۴s) ۲ الکترون جای دارد.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۸. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا عدد اتمی عنصر X را به دست می‌آوریم:

$$n-e=۹$$

$$\xrightarrow{e=p+۲} n-p-۲=۹ \Rightarrow n-p=۱۱$$

$$n+p=۷۹$$

$$\underline{n-p=۱۱}$$

$$۲n=۹۰ \Rightarrow n=۴۵$$

$$Z=۷۹-۴۵=۳۴$$

پس عنصر X دارای ۳۴ الکترون است: $۱s^۲,۲s^۲۲p^۶,۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰},۴s^۲۴p^۴$

اختلاف تعداد الکترون‌های زیرلایه ۳d با ۴p(۶) ($۱۰-۴=۶$) برابر تعداد الکترون‌های زیرلایه ۲p(۶) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $n+l=۴$ برای دو زیرلایه ۳p و ۴s صادق است پس مجموع الکترون‌های این دو زیرلایه ۸ است، نه ۶

$$\left.\begin{matrix}۳p:۳+۱=۴\\ ۴s:۴+۰=۴\end{matrix}\right\} \Rightarrow ۶+۲=۸e$$

گزینه «۲»: عدد کوانتومی $l=۱$ مربوط به زیرلایه‌های p است $(۲p^۶,۳p^۶,۴p^۴)$، بنابراین تعداد کل الکترون‌های دارای $l=۱$ برابر ۱۶ (۱۶=۴+۶+۶) است نه ۱۴

گزینه «۴»: اعداد کوانتومی $l=۲$ و $n=۳$ نشان‌دهنده زیرلایه ۳d با ۱۰ الکترون هستند نه با ۶ الکترون

۷۹. پاسخ: گزینه ۳

هر عبارت را جداگانه بررسی می‌کنیم:

آ) درست، برای هر مقدار مشخص از عدد کوانتومی اصلی n، عدد کوانتومی فرعی l می‌تواند مقادیر زیر را داشته باشد:

$$l=۰,۱,۲,...,n-۱$$

ب) درست، عدد کوانتومی فرعی (l) برای زیرلایه‌ها به صورت زیر است:

$l=۰ \rightarrow$ زیرلایه s

$l=۱ \rightarrow$ زیرلایه p

$l=۲ \rightarrow$ زیرلایه d

$l=۳ \rightarrow$ زیرلایه f

در هر لایه اصلی، کوچک‌ترین عدد کوانتومی فرعی که وجود دارد $l=۰$ است که همان زیرلایه s است.

پ) نادرست، اگر دو زیرلایه مقدار یکسانی برای $n+l$ داشته باشند، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، انرژی کمتری خواهد داشت.

ت) نادرست، در دوره چهارم، سه عنصر $_{۱۹}K$, $_{۲۴}Cr$, $_{۲۹}Cu$ دارای ۷ الکترون با $l=۰$ هستند در حالی‌که تعداد عناصری که دارای زیرلایه $۴s^۲$ هستند برابر ۱۵ (تمامی عناصر دوره ۴ به جز ۳ عنصر گفته شده) است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰. پاسخ: گزینه ۴

فقط عبارت «دوم» درست می‌باشد. رفتار شیمیایی هر اتم به شمار الکترون‌های ظرفیتی آن بستگی دارد.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت «اول»: در لایه ظرفیت اتم گازهای نجیب بجز هلیم، هشت الکترون وجود دارد. هلیم در تنها لایه الکترونی خود دو الکترون دارد.

عبارت «سوم»: اتم‌های فلزی الکترون از دست می‌دهند و اتم‌های نافلزی الکترون دریافت می‌کنند.

عبارت «چهارم»: $_{13}X$ همان Al از گروه سیزدهم است که کاتیون آن به صورت X^{3+} است و $_{9}Y$ همان F از گروه هفدهم با آنیون Y^{-} می‌باشد ترکیب حاصل از این دو عنصر به صورت XY_3 می‌باشد.

۸۱. پاسخ: گزینه ۳

گزینه «۳»: درست و سایر گزینه‌ها نادرست می‌باشند.

طی واکنش اتم‌های سدیم با کلر، اتم‌های سدیم با از دست دادن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب پیش از خود (نئون) و اتم‌های کلر با گرفتن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب هم دوره خود (بعد از خود) (آرگون) می‌رسند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، آن اتم تمایل دارد که در شرایط مناسب همه الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست بدهد و به کاتیون تبدیل شود.

گزینه «۲»: آرایش الکترون- نقطه‌ای اتم کلسیم به صورت $\dot{\underset{\bullet}{Ca}}\bullet$ است. (الکترون‌ها نباید جفت باشند!)

گزینه «۴»: به فرمول شیمیایی که افزون بر نوع عنصرهای سازنده، شمار اتم‌های هر عنصر را در مولکول نشان می‌دهد، فرمول مولکولی می‌گویند.

۸۲. پاسخ: گزینه ۳

مجموع بار الکتریکی در ترکیب یونی (نه مولکول) حاصل برابر صفر است. هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع بار مثبت کاتیون‌ها با مجموع بار منفی آنیون‌ها برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

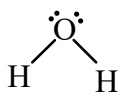
گزینه «۱» و «۲»: شکل چگونگی تشکیل ترکیب یونی پتاسیم‌سولفید (K_2S) را نشان می‌دهد که طی این فرایند الکترون‌ها از اتم‌های پتاسیم به اتم گوگرد منتقل می‌شود.

گزینه «۴»: نسبت کاتیون به آنیون در ترکیب پتاسیم‌سولفید (K_2S) برابر $\frac{2}{1}=2$ است که این مقدار با نسبت آنیون به کاتیون در ترکیب کلسیم‌فلوئورید (CaF_2) برابر است.

۸۳. پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

آ) درست

H_2O:  و HCl: $H-\ddot{\underset{\cdot\cdot}{Cl}}:$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\frac{\text{جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{جفت الکترون پیوندی}}: \frac{۲}{۲}=۱ \quad , \quad \frac{۳}{۱}=۳$$

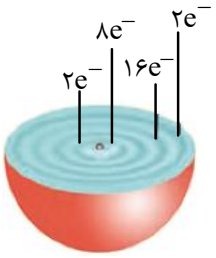
مجموع نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در مولکول آب و هیدروژن‌کلرید برابر ۴ است که این مقدار نصف مجموع الکترون‌های ظرفیتی متان است. $CH_۴ : ۱(۴)+۴(۱)=۸$

ب) درست، گاز کلر مولکولی است که خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد. به مواد خالصی که در ساختار خود مولکولی دارند ماده مولکولی می‌گویند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

پ) نادرست، شکل داده شده مربوط به اتم عنصری با ۲۸ الکترون است که دارای ۸ الکترون در زیرلایه $d\ (l=۲)$ است.

$$۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, \underbrace{۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۸}_{۱۶e}, ۴s^۲$$



ت) نادرست، هر دو ترکیب، فقط از دو نوع عنصر تشکیل شده‌اند پس هر دو ترکیب یونی دوتایی هستند. در تشخیص چندتایی بودن ترکیب‌های یونی، تنها نوع عنصرها مهم است.

۸۴. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، عنصر موردنظر $_{۱۵}P$ است: (اشتراک و گرفتن الکترون، رفتار شیمیایی نافلزها را نشان می‌دهد.)

$$_{۱۵}P : ۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, ۳s^۲ ۳p^۳$$

$$_{۱۵}P^{۳-} : ۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, ۳s^۲ ۳p^۶$$

بررسی گزینه «۳»: در اتم Z، مجموع اعداد کوانتومی اصلی برای الکترون‌های ظرفیت برابر ۱۵ است. $۵\times ۳=۱۵$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در آرایش الکترونی اتم $Z\ (_{۱۵}P)$، تعداد الکترون‌های زیرلایه $۳p$، یک واحد بیشتر از الکترون‌های $۳s$ است. $(۳p^۳, ۳s^۲)$

گزینه «۲»: $_{۱۵}P^{۳-} : ۱s^۲, ۲s^۲ ۲p^۶, ۳s^۲ ۳p^۶$

$$\begin{matrix} \text{کل الکترون‌های } s : ۱s^۲ + ۲s^۲ + ۳s^۲ = ۶e^- \\ \text{کل الکترون‌های } p : ۲p^۶ + ۳p^۶ = ۱۲e^- \end{matrix} \Rightarrow \frac{۶}{۱۲}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

گزینه «۴»: لایه سوم در اتم Z دارای ۵ الکترون است: $۳s^۲ + ۳p^۳ = ۵e^-$

و در $Z^{۳-}$ لایه سوم دارای ۸ الکترون است: $۳s^۲ + ۳p^۶ = ۸e^-$

$$\frac{۸}{۵}=۱/۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵. پاسخ: گزینه ۳

A^{3+}, B^{2-}

چون تعداد الکترون‌های دو یون برابر است: $z_A - 3 = z_B + 2 \Rightarrow z_A = z_B + 5$

از طرفی مجموع کل الکترون‌ها برابر ۵۰ است، پس: $2(z_A - 3) + 3(z_B + 2) = 50$

جایگذاری: $2z_A + 3z_B = 50$

$2(z_B + 5) + 3z_B = 50 \Rightarrow z_B = 8,\ z_A = 13$

بنابراین: $_{13}A : 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^1$

برای الکترون‌های لایه ظرفیت $_{13}A$: $n + l$

لایه ظرفیت $_{13}A$: $3s^2 3p^1$

$2(3 + 0) + 1(3 + 1) = 10$

۸۶. پاسخ: گزینه ۳

شوینده‌ها (نه آلاینده‌ها!) براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند.

۸۷. پاسخ: گزینه ۴

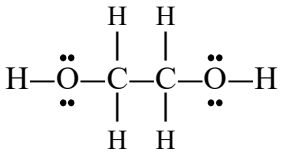
هگزان یک حلال ناقطبی است که مواد ناقطبی مانند روغن زیتون در آن حل می‌شوند.

۸۸. پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت سوم درست است، وازلین با فرمول مولکولی $C_{25}H_{52}$ یک هیدروکربن از دسته آلکان‌ها بوده، ناقطبی و محلول در هگزان است پس میانگین نیروهای جاذبه میان مولکول‌های آن با هگزان بیشتر از آب است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اتیلن گلیکول به دلیل داشتن دو گروه هیدروکسیل (نه هیدورکسید) قطبی بوده و قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی دارد، پس محلول در آب است.

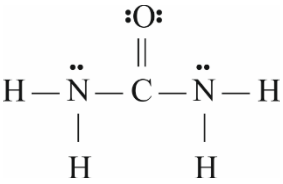


گزینه «۲»: روغن زیتون با فرمول شیمیایی $C_{57}H_{104}O_6$ یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار و ناقطبی است، اما بنزین با فرمول شیمیایی C_8H_{18} ترکیب آلی فاقد اکسیژن است و یک هیدروکربن است که ناقطبی بوده و همانند روغن زیتون محلول در هگزان است.

عسل نیز حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل دارند که با تشکیل پیوند هیدروژنی با آب در آن محلول می‌باشند.

گزینه «۴»: اوره با فرمول مول $CO(NH_2)_2$ از دسته آمیدها (دی‌آمید) بوده که در آن هر اتم نیتروژن به یک کربن متصل هستند و تنها اتم کربن آن به دو اتم نیتروژن متصل است. اوره به دلیل داشتن پیوند $N-H$ قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی داشته و محلول در آب است و مطابق ساختار زیر دارای ۸ پیوند اشتراکی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۸۹. پاسخ: گزینه ۱

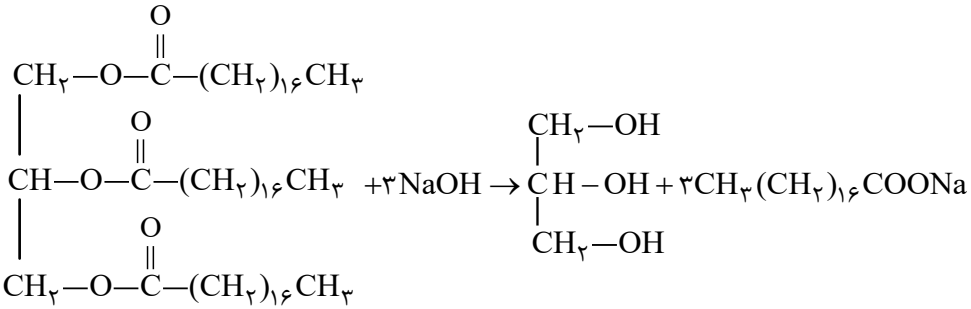
ساختار داده شده یک استر بلند زنجیر با فرمول مولکول $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ است که واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:

$$C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶ + ۸۱/۵O_۲ \rightarrow ۵۷CO_۲ + ۵۵H_۲O$$

به ازای سوختن ۱ مول از این ماده، ۸۱/۵ مول $O_۲$ مصرف و ۵۷ مول $CO_۲$ تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: ساختار داده شده یک استر بلند زنجیر سه عاملی است که طی واکنش با سه مول NaOH، یک مول الکل سه عاملی و سه مول صابون (نه اسید چرب!) تولید می‌شود.



گزینه «۳»: چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از استرهای بلند زنجیر و اسیدهای چرب (با جرم مولی زیاد) دانست، اسیدهای چرب کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیره بلند کربنی هستند، $CH_۳(CH_۲)_۲COOH$ فاقد زنجیر بلند کربنی است.

گزینه «۴»: در هر رشته از ساختار موردنظر ۲ اتم O و هر اتم O، ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد: $۲\times۲=۴$

ماده به کار رفته در ضد یخ اتیلن‌گلیکول با فرمول $HOCH_۲CH_۲OH$ است که دارای ۲ اتم O و ۴ جفت الکترون ناپیوندی است پس تعداد جفت الکترون‌های هر رشته از ساختار موردنظر با تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی اتیلن‌گلیکول برابر است.

۹۰. پاسخ: گزینه ۲

روش اول: واکنش اسید چرب با سدیم‌هیدروکسید به صورت زیر است:

$$RCOOH + NaOH \rightarrow RCOONa + H_۲O$$

در این واکنش، H موجود در گروه کربوکسیل، اسید چرب با Na جایگزین می‌شود، بنابراین جرم مولی صابون نسبت به اسید چرب به اندازه $(۲۳-۱=۲۲)\,۲۲\,g.mol^{-۱}$ بیشتر است. از آن‌جایی که نسبت مولی اسید چرب و صابون برابر است، اختلاف جرم‌های داده شده نیز برابر ۲۲ است. $۲۷۸-۲۵۶=۲۲$

پس جرم مولی اسید چرب $۲۵۶\,g.mol^{-۱}$ است.

$$C_nH_{۲n}O_۲$$

$$۱۴n+۳۲=۲۵۶ \Rightarrow n=۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اسید چرب در مجموع ۱۶ اتم کربن دارد. از این تعداد یک اتم کربن مربوط به گروه کربوکسیل (−COOH) است، بنابراین تعداد اتم‌ها در زنجیره هیدروکربنی ۱۵ است.

روش دوم:

$$RCOOH + NaOH \rightarrow RCOONa + H_2O$$

اختلاف جرم یک مول صابون با یک مول اسید چرب برابر است با: $۲۳ - ۱ = ۲۲\ g.mol^{-1}$

با فرض این‌که جرم مولی اسید چرب برابر M باشد، تعداد مول اسید چرب و صابون برابر است.

$$\frac{۲۵۶}{M} = \frac{۲۷۸}{M+۲۲} \Rightarrow ۲۵۶(M+۲۲) = ۲۷۸M \Rightarrow ۲۵۶M - ۲۷۸M = ۵۶۳۲ \Rightarrow M = ۲۵۶\ g.mol^{-1}$$

$$C_nH_{۲n}O_۲ \Rightarrow ۱۴n + ۳۲\ \ g.mol^{-1}$$

تعداد کل کربن‌های اسید چرب: $۱۴n + ۳۲ = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۱۶$

تعداد اتم‌های کربن در زنجیره هیدروکربنی: $۱۶ - ۱ = ۱۵$

۹۱. پاسخ: گزینه ۴

عبارت اول: نادرست، سس مایونز نوعی کلوئید است که مخلوطی حاوی توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت است.

عبارت دوم: نادرست، صابون پارچه‌های نخی را بهتر از پارچه‌های پلی‌استری پاک می‌کند.

عبارت سوم: نادرست، به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می کنند.

عبارت چهارم: درست، نحوه پاک‌کنندگی لکه چربی توسط صابون براساس برهم‌کنش بین ذره‌ها است که یک فرایند فیزیکی است و واکنش شیمیای رخ نمی‌دهد.

۹۲. پاسخ: گزینه ۳

حلقه بنزن پلی بین بخش قطبی و ناقطبی نیست بلکه خودش بخشی از سرناقطبی و آب‌گریز مولکول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بخش هیدروکربن (R) با ۲۵ اتم هیدروژن دارای فرمول $C_{۱۲}H_{۲۵}$ است. با احتساب حلقه بنزنی $(C_۶H_۴)$ و گروه $SO_۳Na$، فرمول مولکولی کل این پاک‌کننده به صورت $C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na$ و با جرم مولی $۳۴۸\ g.mol^{-1}$ است.

صابون مایع نیتروژن‌دار با ۱۸ اتم کربن دارای فرمول مولکولی $C_{۱۷}H_{۳۵}COONH_۴$ یا $C_{۱۸}H_{۳۹}NO_۲$ و جرم مولی $۳۰۱ g.mol^{-1}$ است که اختلاف جرم مولی‌ها برابر $۴۷\ g.mol^{-1}$ می‌باشد. $۳۴۸ - ۳۰۱ = ۴۷\ g.mol^{-1}$

گزینه «۲»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی مثل صابون مراغه با یون‌های آب سخت تشکیل رسوب نمی‌دهند.

گزینه «۴»: کربن متصل به R و کربنی متصل به گروه $-SO_۳^-$ فاقد پیوند با هیدروژن هستند.

۹۳. پاسخ: گزینه ۴

در واکنش دو قطعه نوار منیزم کاملاً یکسان با حجم برابری از دو محلول اسید تک پروتون‌دار متفاوت در دما و غلظت یکسان حجم گاز هیدروژن تولید شده (در پایان واکنش‌ها) در دو ظرف فارغ از قدرت اسیدی، برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ورود فاضلاب صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH می‌شود. (نه کاهش pH)

گزینه «۲»: براساس مدل آرنیوس، تشخیص میزان اسیدی یا بازی محلول‌ها، امکان‌پذیر نیست.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گزینه «۳»: BaO یک اکسید فلزی است که انحلال آن در آب سبب افزایش غلظت یون OH^- شده و باز آرنیوس محسوب می‌شود.

۹۴. پاسخ: گزینه ۴

ترکیباتی همچون استون، اتانول، گلوکز و ... به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و غیرالکترولیت هستند. محلول این موارد در آب، از نظر اسیدی و بازی بودن، خنثی بوده و در محلول‌های آبی خنثی، همواره $\left[H^+\right]=\left[OH^-\right]$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اسیدهای قوی به طور کامل یونیده می‌شوند و بر اثر انحلال در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شوند. اسیدها از یون ساخته نشده‌اند. (ترکیب مولکولی هستند نه یونی).

۲) اسیدها را بر مبنای میزان یونش آن‌ها به دو دسته قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.

۳) K_a تنها به دما بستگی دارد و با تغییر غلظت محلول در دمای ثابت مقدار آن تغییر نمی‌کند.

۹۵. پاسخ: گزینه ۳

شکل تعداد ذرات حاضر در محلول را پس از یونش (مقادیر تعادلی) نشان می‌دهد. ابتدا غلظت هر گونه را محاسبه می‌نماییم و سپس α را به دست می‌آوریم

$$\left.\begin{array}{l}\left[H^+\right]=\left[B^-\right]=\dfrac{۲\times ۰/۱\,mol}{۰/۵\,L}=۰/۴\dfrac{mol}{L}=M\alpha \\ \left[HB\right]=\dfrac{۳\times ۰/۱\,mol}{۰/۵\,L}=۰/۶\dfrac{mol}{L}=M-M\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow M-۰/۴=۰/۶\Rightarrow M=۱$$

$$\alpha=\frac{\left[H^+\right]}{M}=\frac{۰/۴}{۱}=۰/۴$$

البته می‌توان α را از روی تعداد ذرات نیز محاسبه کرد و لزومی ندارد که حتماً غلظت ذرات را به دست بیاوریم.

۹۶. پاسخ: گزینه ۳

فرایند یونش اسیدهای ضعیف و غلظت‌های تعادلی ذرات به این شکل است:

$$HA_{(aq)}\rightleftharpoons H^+_{(aq)}+A^-_{(aq)}$$

غلظت تعادلی $\quad M-M\alpha \qquad M\alpha \qquad M\alpha$

پس می‌توان نوشت: $\dfrac{\left[HA\right]}{\left[H^+\right]+\left[A^-\right]}=\dfrac{M-M\alpha}{M\alpha+M\alpha}=\dfrac{۱-\alpha}{۲\alpha}=۲\Rightarrow ۱-\alpha=۴\alpha\Rightarrow ۵\alpha=۱\Rightarrow\alpha=\dfrac{۱}{۵}$

اکنون با داشتن α و M می‌توان K_a را محاسبه کرد.

$$K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}=\frac{۰/۱\times(\frac{۱}{۵})^۲}{۱-\frac{۱}{۵}}=\frac{\frac{۱}{۲۵۰}}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۱}{۲۰۰}=۵\times۱۰^{-۳}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۷. پاسخ: گزینه ۱

اسید HB به دلیل K_a بزرگتر، یونش کامل‌تری داشته و اسید قوی‌تری از HA است. اما رسانایی الکتریکی محلول‌ها به غلظت یون‌ها یا همان $[H^+]$ و خاصیت اسیدی بستگی دارد. پس محلول HA با وجود Ka و قدرت اسیدی کمتر به دلیل غلظت بیشتر یون‌ها رسانایی الکتریکی بالاتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: چون اسید HA بسیار ضعیف است، می‌توان K_a را به طور تقریبی محاسبه کرد:

$$K_a \approx M\alpha^2 = (M\alpha)\times\alpha = [H^+]\times\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{Ka}{[H^+]} = \frac{۳\times۱۰^{-۵}}{۱۰^{-۳}} = ۳\times۱۰^{-۲} = ۰/۰۳$$

گزینه «۳»: محلول HA به دلیل غلظت هیدرونیوم کمتر، خاصیت اسیدی بیشتری دارد، اما اسید HB به دلیل داشتن K_a بزرگ‌تر اسید قوی‌تری است.

گزینه «۴»: با رقیق کردن اسیدهای ضعیف (افزودن آب مقطر)، درجه یونش (α) افزایش می‌یابد، اما مقدار ثابت یونش (K_a) فقط به دما بستگی دارد و ثابت می‌ماند.

۹۸. پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت «ت» نادرست است، CH_3OH به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و یک ماده غیرالکترولیت است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت «الف»: غلظت یون هیدرونیوم افزایش یافته پس ترکیب یک اسید است اما غلظت یون هیدرونیوم از غلظت اولیه اسید کمتر بوده و اسید ضعیفی مثل CH_3COOH است، یعنی:

$$[H^+] = M\alpha < M \Rightarrow \alpha < ۱$$

عبارت «ب»: مخلوط سدیم‌هیدروکسید و پودر آلومینیم برای باز کردن لوله‌های دستگاه‌های صنعتی که بر اثر تجمع چربی مسدود شده‌اند، کاربرد دارد.

عبارت «پ»: HBr یک اسید قوی است که به طور کامل در آب یونیده می‌شود، بنابراین غلظت یون هیدرونیوم حاصل از یونش آن برابر غلظت اولیه اسید است.

۹۹. پاسخ: گزینه ۳

چون این ۲ نمودار مربوط به یک اسید یکسان و در دمای ثابت هستند، می‌دانیم:

- K_a برای هر دو نمودار یکسان است، چون K_a تنها به دما وابسته بوده و به غلظت محلول بستگی ندارد.
- درجه یونش افزون بر دما، به غلظت اسید نیز بستگی دارد. α با غلظت محلول رابطه وارونه دارد و همانگونه که از روی نمودارها نیز قابل محاسبه است، α در محلول (۲) (به دلیل غلظت کمتر اسید) بیشتر است.

اکنون به بررسی موارد مطرح شده می‌پردازیم:

الف) رسانایی الکتریکی محلول به غلظت یون‌ها بستگی دارد، که در محلول (۱) بالاتر است، پس رسانایی محلول یک (با وجود α کوچک‌تر) بالاتر است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ب) سرعت تولید گاز هیدروژن به $\left[H^+\right]$ بستگی دارد و در محلول (۱) بیشتر است.

پ) اسید موجود در باران معمولی H_2CO_3 است که یک اسید ضعیف اما دو پروتون‌دار است، در حالی‌که HA یک اسید ضعیف تک پروتون‌دار را نشان می‌دهد.

ت) K_a تنها به دما بستگی دارد و برای هر دو محلول با هم برابر است.

۱۰۰. پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم درجه یونش افزون بر دما، به غلظت اسید نیز بستگی دارد، پس با تغییر غلظت اسید، باید دوباره α را محاسبه کرد. با توجه به ثابت بودن دما، K_a ثابت بوده و می‌توان برای محاسبهٔ α در محلول ۰/۰۳مولار، از همان K_a (که برای محلول ۰/۰۲مولار به دست می‌آید) استفاده کرد.

$$\left[H^+\right]=۰/۰۲=M\alpha \xrightarrow{M=۰/۱} \alpha=\frac{\left[H^+\right]}{M}=\frac{۰/۰۲}{۰/۱}=۰/۲$$

$$K_a=\frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \Rightarrow K_a=\frac{۰/۱\times(۰/۲)^۲}{۱-۰/۲}=\frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۸\times۱۰^{-۱}}=۵\times۱۰^{-۳}$$

حالا، α را در محلول ۰/۰۳مولار محاسبه می‌کنیم:

$$K_a=۵\times۱۰^{-۳}=\frac{۰/۰۳\times(\alpha')^۲}{۱-\alpha'} \Rightarrow ۶(\alpha')^۲=۱-\alpha'$$

$$\Rightarrow ۶(\alpha')^۲+\alpha'-۱=۰ \Rightarrow \alpha'=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \%\alpha'=\frac{۱۰۰}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir