



آزمون جامع (شبيه ساز کنکور) آلفا دفترچه شماره (۱)

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۵/۰۲/۰۹

دوازدهم ریاضی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۷۰	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخ نامه را بررسی نمایید.

هرگونه کپی برداری، بازنشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۱. در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر ۳۰ و جمله چهارم واسطه هندسی بین جملات دوم و دوازدهم است. مجموع بیست جمله نخست این دنباله حسابی کدام است؟

۲۷۰۰ (۱) ۲۷۵۰ (۲) ۲۸۰۰ (۳) ۲۸۴۰ (۴)

۲. اگر $x = \sqrt{2\sqrt{2}} - 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{6+4\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{\frac{y}{x^3}} \sqrt[3]{x^5}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۳. نمودار سهمی $f(x) = (x-a)^2 + 4x + b$ در نقطه $x = 3$ بر محور x مماس است. بیشترین مقدار عبارت $P = 4x - f(x) - b$ کدام است؟

۱۶ (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۸ (۴)

۴. اگر $\alpha + 2$ و $\beta - 2$ ریشه‌های معادله $3x^2 - x - 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله $\alpha - 1$ و $\beta - 5$ است؟

$3x^2 + 17x - 23 = 0$ (۱) $3x^2 - 17x - 23 = 0$ (۲)

$3x^2 - 17x + 23 = 0$ (۳) $3x^2 + 17x + 23 = 0$ (۴)

۵. اگر انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = (1 + \sin \alpha) \left(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha} \right)$ کدام است؟

$\sin \alpha$ (۱) $\cos \alpha$ (۲) $-\sin \alpha$ (۳) $-\cos \alpha$ (۴)

محل محاسبات:

۶. نمودار تابع $f(x) = \frac{\sin^2 x + k \cos x - k}{\cos x - 1}$ و خط $y = k - 2$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند نقطه مشترک دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷. مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan 2x \cdot \tan(\frac{\pi}{4} - 3x) = -1$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13\pi}{4}$ (۲) $\frac{9\pi}{4}$ (۳) $\frac{7\pi}{4}$ (۴) $\frac{11\pi}{4}$

۸. باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای‌ها $f(x)$ و $g(x)$ بر $x^2 - x + 2$ به ترتیب $2x + 1$ و $3x + 2$ است. اگر باقی‌مانده تقسیم $(f \cdot g)(x)$ بر

$x^2 - x + 2$ برابر $R(x)$ باشد، $R(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۹. اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\tan x - \cot x} = a$ باشد، مقدار $[\Delta a]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) -۲ (۴) ۱

۱۰. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2a - [x] & ; x < 0 \\ b & ; x = 0 \\ \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x^3} & ; x > 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

محل محاسبات:

۱۱. اگر $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x}$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۲. اگر مجموع جواب‌های معادله $\log_3(9^x + 18) = x + 2$ باشد، حاصل 3^α کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۳. هرگاه $f(x) = \frac{ax+1}{3x-4}$ و $(f \circ f)(x) = x$ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۴. هرگاه $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$ و $g(x) = \sqrt{x-3}$ ، آن گاه دامنه تابع $f^{-1} \circ g$ شامل چند عدد طبیعی نیست؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۵. اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ ، آن گاه حاصل $f''(x) \cdot f(x) + (f'(x))^2$ کدام است؟

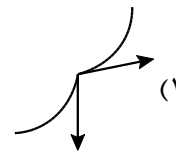
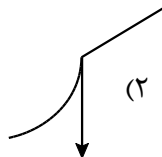
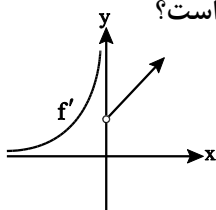
(۱) ۱ (۲) $x+1$ (۳) $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ (۴) $\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x^2+2x}$

محل محاسبات:

۱۶. اگر $f(x + \sqrt{x}) = \frac{5}{8}x^2$ باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = 6$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۷. اگر نمودار تابع f' در همسایگی $x = 0$ به صورت مقابل باشد نمودار تابع پیوسته f در همسایگی $x = 0$ کدام است؟



۱۸. نقطه $A(1, 3)$ اکسترمم تابع $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ است، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $-\frac{12}{5}$ (۳) $-\frac{14}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

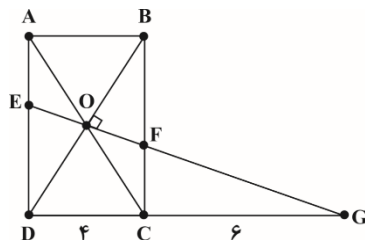
۱۹. اگر بیشترین مساحت مستطیلی که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس آن روی منحنی $y = \sqrt{a-x^2}$ قرار دارند، برابر ۸ واحد مربع باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲۰. اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$ برابر T باشد، تعداد نقاط عطف تابع f در بازه $(\pi, \pi + 2T)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

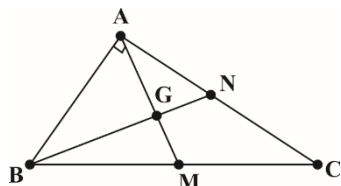
محل محاسبات:



۲۱. مطابق شکل در محل تقاطع اقطار مستطیل، EG عمود بر BD است. اگر $CG = 6$ و $CD = 4$ باشد، طول FC کدام است؟

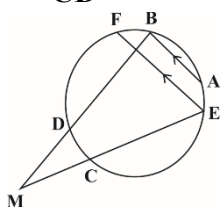
- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{3}{6}$
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{3}{4}$

۲۲. در شکل زیر، M و N به ترتیب وسط اضلاع BC و AC می‌باشند. اگر AM بر AB عمود، $AB = 4$ و $BC = 10$ باشد، نسبت مساحت چهارضلعی $GNCM$ به طول AG کدام است؟



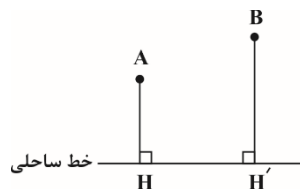
- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۵
- (۴) $\frac{2}{5}$

۲۳. در دایره مقابل، وترهای AB و EF موازیند. اگر $AE = 20^\circ$ ، $EC = 80^\circ$ ، $FD = 100^\circ$ و $M = 15^\circ$ باشد، حاصل $\frac{AB}{CD}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{9}{7}$
- (۲) $\frac{15}{13}$
- (۳) $\frac{13}{11}$
- (۴) $\frac{11}{9}$

۲۴. در شکل زیر، $HH' = 3BH' = 6AH$. اگر طول کوتاهترین مسیر بین شهرهای A و B برابر ۲۱ کیلومتر باشد به طوری که ۶ کیلومتر آن در خط ساحلی باشد، طول BH' کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۴
- (۴) ۶

محل محاسبات:

۲۵. در مثلثی به طول ۵، ۷ و ۸، عمود منصف کوچکترین ضلع مثلث، بزرگترین ضلع آن را به دو قطعه تقسیم کرده است. نسبت این دو قطعه چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{65}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{75}$

۲۶. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & | & A & -3 & 0 \\ -2 & | & A & -2 & 1 \\ 0 & | & A & -3 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه درایه واقع در سطر سوم ستون اول ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۵۸ (۳) -۶۲ (۴) -۶۸

۲۷. اگر $(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A(A - I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{75}$ (۴) $\frac{3}{25}$

۲۸. فاصله هر کانون بیضی از هر رأس ناکانونی آن برابر ۱۳ و طول قطر کوچک آن ۱۰ است. دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۱۲، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله M از قطر کانونی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{15}{8}$ (۳) $\frac{25}{12}$ (۴) $\frac{15}{4}$

۲۹. سهمی به معادله $y^2 - 6y + 8x = -1$ مفروض است. دایره‌ای به مرکز $O(-1, \beta)$ روی سهمی، از کانون سهمی می‌گذرد. قطر این دایره کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۰. با سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و $\vec{c} = (4, 1, 0)$ متوازی السطوحی به حجم ۸ واحد مکعب ساخته‌ایم. اگر بردار $\vec{u} = (2, -2, 1)$ بر صفحه دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود و $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ باشد، کسینوس زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\frac{-2}{\sqrt{7}}$ (۲) $\frac{-1}{\sqrt{7}}$ (۳) $\frac{-2}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$

محل محاسبات:

۳۱. اگر برای سه مجموعه A ، B و C از مجموعه مرجع U تساوی $(A \cup B) \cap (C \cup A') = (A - B) \cup (A - C)$ برقرار باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

$$(A \times C) \cap (C \times A) = A^2 \quad (۲) \qquad (A \cup C) \subseteq B \quad (۱)$$

$$A \times C = \emptyset \quad (۴) \qquad (B \cup C) \subseteq A \quad (۳)$$

۳۲. نقیض گزاره $p \Rightarrow \sim p$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

$$p \wedge \sim q \quad (۴) \qquad q \wedge \sim p \quad (۳) \qquad q \Rightarrow p \quad (۲) \qquad p \Rightarrow q \quad (۱)$$

۳۳. تاس همگنی را پرتاب می‌کنیم و سپس به تعداد عدد ظاهر شده در تاس، سکه می‌ریزیم. اگر در پرتاب سکه‌ها مشاهده کنیم که تعداد «رو»ها با تعداد «پشت»ها برابر است، احتمال این که در پرتاب تاس عدد ۴ ظاهر شده باشد، چقدر است؟

$$\frac{7}{19} \quad (۴) \qquad \frac{8}{19} \quad (۳) \qquad \frac{5}{19} \quad (۲) \qquad \frac{6}{19} \quad (۱)$$

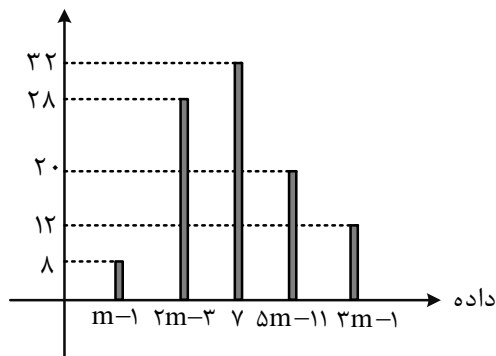
۳۴. برای دو پیشامد غیر تهی A و B از فضای نمونه‌ای S داریم $P(A|B) = P(A)$. احتمال آن که فقط پیشامد A رخ دهد برابر $\frac{1}{3}$

و احتمال آن که فقط پیشامد B رخ دهد برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر $P(A \cup B) > \frac{7}{8}$ باشد، مقدار $P(A' \cup B')$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \qquad \frac{3}{4} \quad (۳) \qquad \frac{2}{3} \quad (۲) \qquad \frac{5}{6} \quad (۱)$$

محل محاسبات:

۳۵. داده‌های ۹، ۵، ۶، ۸، ۲، ۱۲ موجود است. m تا داده یکسان به داده‌های اولیه اضافه می‌کنیم به طوری که میانگین تغییری نمی‌کند. اگر واریانس داده‌ها ۴ واحد کاهش یابد، با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، میانگین کل داده‌های این نمودار کدام است؟ درصد فراوانی نسبی



- (۱) ۶/۸
- (۲) ۶/۹
- (۳) ۷/۱
- (۴) ۷

۳۶. چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی $x^3 - x^2y - 3y + 7 = 0$ قرار دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۷. چند عدد طبیعی سه رقمی برای x وجود دارد که در هر دو معادله $17x \equiv 6 \pmod{21}$ و $13x \equiv 5 \pmod{17}$ صدق کند؟

- (۱) ۵
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۳۸. در گراف کامل مرتبه ۶ با مجموعه رئوس $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند زیرگراف G از مرتبه ۶ و اندازه ۶ می‌توان رسم کرد به طوری که $\deg(b) = 4$ و $N_a[a] = \{a\}$ باشد؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۱
- (۴) ۲۸

۳۹. تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $\sqrt{x_3} + x_4 = 7$ و $x_1 + [x_2] + \sqrt{x_3} + x_4 = 7$ کدام است؟

- (۱) ۵۱
- (۲) ۵۴
- (۳) ۵۷
- (۴) ۴۸

۴۰. در کیسه‌ای ۷۰ کارت وجود دارد که روی هر کارت یک عدد متمایز از ۱ تا ۷۰ نوشته‌ایم. حداقل چند کارت خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۲ کارت در میان آن‌ها وجود دارد که حاصل ضرب اعداد روی آن‌ها مضرب ۱۵ است؟

- (۱) ۵۵
- (۲) ۵۶
- (۳) ۵۷
- (۴) ۵۸

محل محاسبات:



آزمون جامع (شبيهه ساز کنکور) آلفا دفترچه شماره (۲)

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۵/۰۲/۰۹

دوازدهم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخنامه را بررسی نمایید.

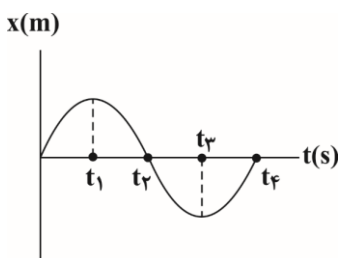
هرگونه کپی برداری، بازنشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۴۱. متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند. تندی متحرک در لحظه های $t_1 = 0$ و $t_2 = 4s$ برابر $\frac{m}{s}$ است.

جابه جایی متحرک در ثانیه چهارم چند برابر جابه جایی در ثانیه دوم است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲- (۴) ۳-

۴۲. شکل روبرو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می دهد که روی خط راست در حرکت است، کدام گزینه گزاره یا گزاره های صحیح را مشخص می کند؟



(الف) سرعت متحرک در لحظه t_2 برابر صفر است.

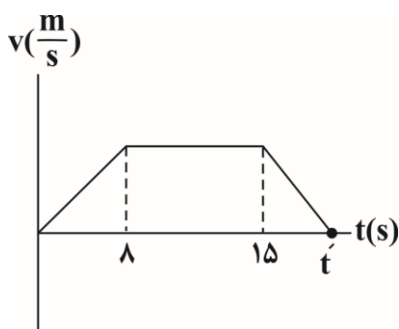
(ب) سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه t_2 تا t_4 برابر صفر است.

(پ) در بازه زمانی صفر تا t_1 علامت شتاب متحرک مثبت است.

(ت) در بازه زمانی t_1 تا t_2 نوع حرکت متحرک کندشونده است.

- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) فقط ب

۴۳. نمودار $v-t$ متحرکی که روی خط راست حرکت می کند مطابق شکل روبرو است.



اگر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۱۵ ثانیه اول حرکت برابر $\frac{11m}{3s}$ باشد،

بیشترین مقدار سرعت آن در طول مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{21}{4}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{27}{4}$

۴۴. گلوله ای را در شرایط خلا از ارتفاع $2/16m$ رها می کنیم. تندی این سنگ $8/0$ ثانیه قبل از رسیدن به زمین چند متر بر

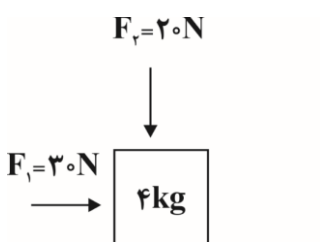
ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $8/1$ (۲) $9/6$ (۳) ۱۰ (۴) $11/2$

۴۵. در شکل زیر هنگامی که نیروی $F_1 = 30N$ به جعبه وارد می شود، جعبه ساکن می ماند.

حال اگر نیروی $F_1 = 20N$ را به جعبه وارد کنیم، نیروی وارد شده از طرف سطح افقی به

جسم چند برابر می شود؟

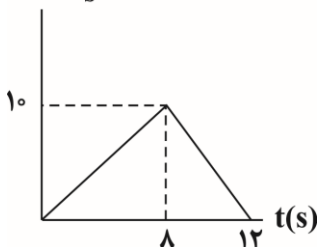


- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

محل محاسبات:

۴۶. نمودار تکانه - زمان جسمی به جرم ۵۰۰ گرم که بر مسیر مستقیمی حرکت می کند مطابق شکل مقابل است. اگر نیروی ثابت و افقی F در ۸ ثانیه اول حرکت به جسم وارد شود و سپس این نیرو قطع شده باشد، ضریب اصطکاک جنبشی کدام

 $p(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}})$

 است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)


(۲) ۰/۴

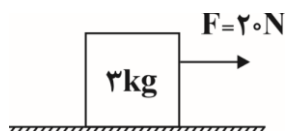
(۱) ۰/۵

(۴) ۰/۱۵

(۳) ۰/۲۵

۴۷. در شکل زیر، به جسم ساکنی نیروی ثابت و افقی F وارد می شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و

سطح به ترتیب ۰/۷ و ۰/۴ باشد، شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)


 (۲) $\frac{20}{3}$

 (۱) $\frac{8}{3}$

(۴) صفر

 (۳) $\frac{10}{3}$

۴۸. پروتونی با تندی $16 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور عمود وارد میدان مغناطیسی 17 T شده و مسیر دایره ای به شعاع r را می پیماید.

r چند سانتی متر است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1/7 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

(۴) ۱۰

(۳) ۱

 (۲) 10^{-1}

 (۱) 10^{-2}

۴۹. معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = \frac{\sqrt{3}}{100} \cos(10\pi t)$ است. در لحظه ای که انرژی مکانیکی

نوسانگر ۵۰ درصد بیشتر از انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

 (۴) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

 (۳) $\sqrt{2}\pi$

 (۲) $\frac{8}{5}$

 (۱) $\frac{\sqrt{2}\pi}{10}$

۵۰. در سیمی با چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ و سطح مقطع 1 mm^2 یک موج عرضی ایجاد کرده ایم. اگر مسافتی که این موج در هر دو ثانیه

طی می کند برابر ۳۰ متر باشد، نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

(۴) ۱۳/۵

(۳) ۹

(۲) ۱/۳۵

(۱) ۰/۹

محل محاسبات:

۵۱. اگر در یک فضای باز بخواهیم تراز شدت صورت ۶ دسی بل کاهش یابد، فاصله شنونده از چشمه صوت باید چند برابر شود؟

(از جذب انرژی صوتی توسط محیط صرف نظر شود و $\log 2 = 0.3$)

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۵۲. شخصی سوار بر اتومبیل با سرعت $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حال نزدیک شدن به صخره‌ای در فاصله ۳۵۰ متری از خود بوق می‌زند و

پژواک صدای بوق را ۲ ثانیه بعد می‌شنود. تندی صوت در هوای محیط چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۳۳۰ (۲) ۳۴۰ (۳) ۳۴۵ (۴) ۳۵۰

۵۳. نسبت ضریب شکست دو محیط شفاف $\frac{5}{4}$ و اختلاف تندی انتشار نور در آن‌ها $2 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. تندی انتشار نور در محیطی

که ضریب شکست بزرگتری دارد، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 4×10^7 (۲) 6×10^7

- (۳) 8×10^7 (۴) 10^8

۵۴. تار به طول ۴۰ cm و جرم ۲ گرم بین دو نقطه با نیروی کشش ۲ N بسته شده است. اختلاف بسامد هماهنگ پنجم و سوم

تار چند هرتز است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۵۵. اگر λ_1 کوتاهترین طول موج در رشته براکت ($n' = 4$) و λ_2 کوتاهترین طول موج در رشته پاشن ($n' = 3$) در اتم

هیدروژن باشند، نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{324}{700}$ (۴) $\frac{700}{324}$

۵۶. نسبت انرژی فوتون A با طول موج ۵۵۰ nm به انرژی فوتون B با طول موج λ_B برابر $1/2$ می‌باشد. λ_B چند نانومتر است؟

- (۱) ۶۶۰ (۲) ۵۵۰ (۳) ۴۴۰ (۴) ۱۲۰

محل محاسبات:

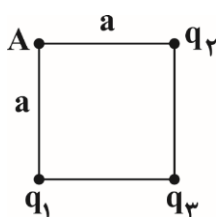
۵۷. در واپاشی ${}_{94}^{242}\text{Pu} \rightarrow (\text{هسته دختر}) + 2\beta^-$ هسته دختر چند نوترون دارد؟

- ۱۴۴ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۵۰ (۴)

۵۸. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ‌های اورانیوم ۲۳۸ در یک نمونه غنی‌سازی گفته می‌شود.
 (۲) در واکنش شکافت هسته‌ای از آب معمولی (H_2O) به عنوان کندساز نوترون استفاده می‌شود.
 (۳) در واکنش شکافت هسته‌ای از آب سنگین (D_2O) به عنوان کندساز نوترون استفاده می‌شود.
 (۴) در واکنش شکافت هسته‌ای از گرافیت (اتم‌های کربن) به عنوان کندساز نوترون استفاده می‌شود.

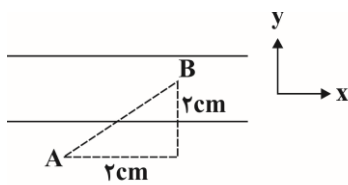
۵۹. در شکل روبرو میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار هم اندازه و مثبت q_1 و q_2 در رأس A مربع



برابر E است. نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام باشد تا اندازه میدان خالص در نقطه A برابر E بماند؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$
 (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

۶۰. مطابق شکل ذره باردار را از A تا B جابه‌جا می‌کنیم، اگر پتانسیل الکتریکی در نقطه B، $5v$ بیشتر از پتانسیل الکتریکی

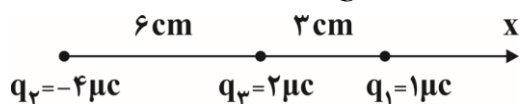


در نقطه A باشد، بردار میدان الکتریکی در SI بر حسب بردارهای یکه کدام است؟

- (۱) $25\vec{j}$
 (۲) $-25\vec{i}$
 (۳) $25\sqrt{2}\vec{i}$
 (۴) $-25\sqrt{2}\vec{i}$

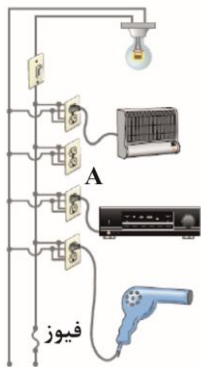
متوسط - پتانسیل الکتریکی

۶۱. در شکل روبرو برآیند نیروی وارد بر بار q_3 بر حسب بردارهای یکه در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$)



- (۱) صفر
 (۲) $4\vec{i}$
 (۳) $-4\vec{i}$
 (۴) $-6\vec{i}$

محل محاسبات:



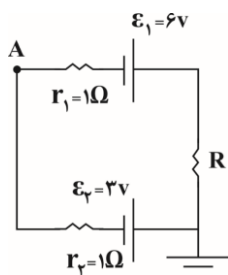
۶۲. یک لامپ رشته‌ای 220W ، یک بخاری برقی 2200W ، یک دستگاه پخش صوت 220W و یک سشوار 440W مطابق شکل به یک مدار با پریز برق 220V وصل است. اگر فیوز این مدار 16A باشد، وسیله دیگری به پریز A وصل می‌کنیم، بیشینه توان ورودی به این وسیله چند وات باشد تا فیوز نپرد؟

- (۱) 220
 (۲) 440
 (۳) 660
 (۴) 880

۶۳. باتری با نیرو محرکه 10V و مقاومت درونی 2Ω را به مقاومت R وصل می‌کنیم، توان خروجی باتری P وات می‌شود. حال همان مقاومت را به باتری با نیرو محرکه 12V و مقاومت درونی 3Ω وصل می‌کنیم و مجدد توان خروجی باتری P وات می‌شود. R چند اهم است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

۶۴. در مدار شکل روبرو پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر -4V است. توان ورودی به باتری (۲) چند وات است؟

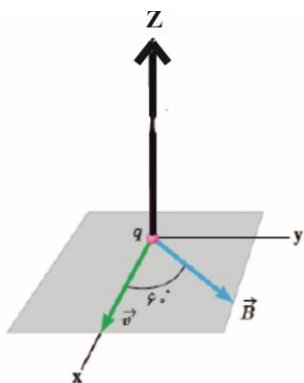


- (۱) 4
 (۲) 3
 (۳) 8
 (۴) 6

۶۵. در شکل روبه‌رو ذره‌ای با بار $q = +4\text{nC}$ و با تندی $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهتی حرکت می‌کند که با میدان

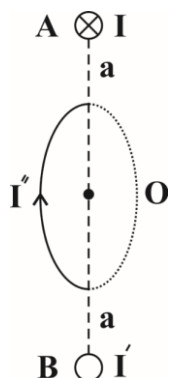
مغناطیسی یکنواخت $B = 120\text{G}$ زاویه $\theta = 60^\circ$ می‌سازد. جهت و اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره SI کدام است؟

- (۱) $4/8\sqrt{3} \times 10^{-11}$ ، در جهت محور Z
 (۲) $4/8\sqrt{3} \times 10^{-11}$ ، در جهت محور y
 (۳) $9/6 \times 10^{-11}$ ، در جهت محور Z
 (۴) $9/6 \times 10^{-11}$ ، در جهت محور y



محل محاسبات:

۶۶. در شکل روبرو دو سیم افقی A و B با جریان‌های I و I' به فاصله یکسان از مرکز یک حلقه قرار دارند. اگر میدان



مغناطیسی در مرکز حلقه صفر باشد، کدام گزینه در مورد جهت جریان I' و مقایسه بزرگی است؟

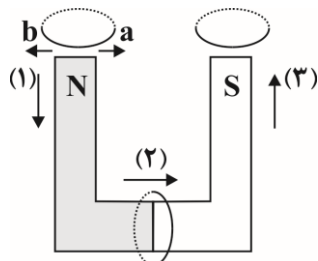
(۱) $I' > I - \odot$

(۲) $I' < I - \odot$

(۳) $I' > I - \otimes$

(۴) $I' < I - \otimes$

۶۷. مطابق شکل روبرو یک حلقه مسی را از داخل یک آهنربای نعلی شکل عبور می‌دهیم. کدام گزینه گزاره‌های درست در



مورد جریان القایی در حلقه در وضعیت‌های ۱، ۲ و ۳ را مشخص می‌کند؟

الف) جهت جریان القایی در وضعیت (۱) در جهت a است.

ب) در وضعیت (۲) جریان القایی نمی‌شود.

پ) جهت جریان القایی در وضعیت ۱ و ۳ یکسان است.

(۱) الف - ب

(۲) ب - پ

(۳) الف - پ

(۴) الف - ب - پ

۶۸. مطابق شکل روبرو یک غواص به وسیله لوله‌ای که خارج از آب است تنفس می‌کند. اگر این غواص در عمق ۶ m در حال

شنا باشد، اختلاف فشار درون ریه غواص با فشار وارد بر قفسه سینه او چند پاسکال است؟

($P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{air}} = 1 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ N/kg}$)

(۱) ۹۰۰۰۰

(۲) ۶۰۰۰۰

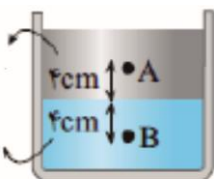
(۳) ۷۵۰۰۰

(۴) ۵۰۰۰۰



۶۹. در شکل روبرو اختلاف فشار بین دو نقطه A و B چند سانتی‌متر جیوه است؟

$\rho_1 = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
 $\rho_2 = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$



($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{Hg}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

(۱) ۵

(۲) ۱۲

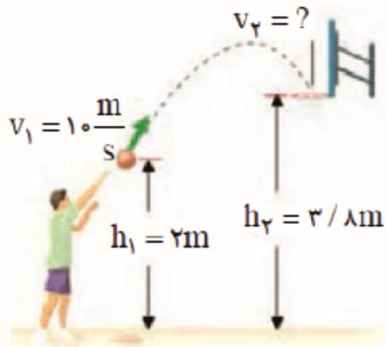
(۳) ۲/۵

(۴) ۰/۷۵

محل محاسبات:

۷۰. توپ فوتبالی به جرم ۴۰۰ گرم با تندی $\frac{30}{s} m$ از نقطه پناستی شلیک می شود و با تندی $\frac{20}{s} m$ به دست دروازه بان برخورد می کند. کار کل نیروهای وارد بر توپ که باعث کاهش تندی توپ شده چند ژول است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰ (۳) -۲۰ (۴) -۱۰۰



۷۱. در شکل روبرو، ورزشکاری توپ را با تندی $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ به طرف سبد پرتاب می کند. تندی توپ در لحظه رسیدن به سبد چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت

هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۲. دمای یک میله فلزی را از $20^\circ C$ تا $420^\circ C$ بالا می بریم، طول آن $8 mm$ افزایش می یابد. طول اولیه میله چند متر است؟

$$\left(\alpha = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C} \right)$$

- (۱) ۰/۲ (۲) ۲ (۳) ۲۰ (۴) ۲۰۰

۷۳. از موارد زیر چند مورد درست بیان شده اند؟

- (الف) آهنگ رخ دادن تبخیر سطحی به دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد.
- (ب) در جوشیدن یک مایع، کل مایع در فرایند تبخیر شرکت می کند.
- (پ) گرمای نهان تبخیر هر مایع (L_v) به جنس و دمای آن بستگی دارد.
- (ت) افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالا رفتن نقطه جوش آن می شود.

- (۱) ۱ مورد (۲) ۲ مورد (۳) ۳ مورد (۴) ۴ مورد

۷۴. کار فرایند هم حجم و گرمای فرایند بی دررو است. جاهای خالی به ترتیب از راست به چپ با کدام گزینه به درستی کامل می شود؟

- (۱) صفر - مخالف صفر (۲) صفر - صفر
(۳) مخالف صفر - صفر (۴) مخالف صفر - مخالف صفر

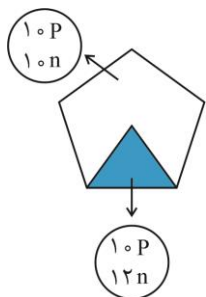
۷۵. یک ماشین گرمایی در هر چرخه $200 J$ گرما از منبع دما بالا می گیرد و $160 J$ گرما به منبع دما پایین می دهد. بازده این ماشین چند درصد است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۱

محل محاسبات:

۷۶. کدام گزینه درباره مقایسه هشت عنصر فراوان موجود در زمین و مشتری نادرست است؟

- (۱) دو عنصر مشترک بین زمین و مشتری اکسیژن و گوگرد است.
 - (۲) در بین ۸ عنصر فراوان زمین برخلاف مشتری، گاز نجیب وجود ندارد.
 - (۳) نسبت تعداد عنصرهای نافلزی به فلزی در سیاره سنگی، برابر ۰/۴ است.
 - (۴) نسبت تعداد عنصرهای فلزی به نافلزی در سیاره‌ای که فراوان‌ترین عنصر آن هیدروژن است، برابر ۲/۵ است.
۷۷. با توجه به شکل زیر که درصد فراوانی ایزوتوپ‌های عنصر فرضی X را نشان می‌دهد، جرم اتمی میانگین X چند amu است؟



- (۱) ۲۰/۸
- (۲) ۲۰/۶
- (۳) ۲۰/۴
- (۴) ۲۰/۲

۷۸. اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون $^{79}\text{X}^{2-}$ برابر ۹ واحد باشد، این عنصر با کدام یک از عناصر داده شده در یک

گروه مشابه قرار داشته و شمار الکترون‌ها با $l = 2$ در اتم آن، چند برابر شمار این الکترون‌ها در هر اتم مس خواهد بود؟

- (۱) ^{52}Te - ۲ (۲) ^{84}Po - ۱ (۳) ^{82}Pb - ۲ (۴) ^{50}Sn - ۱

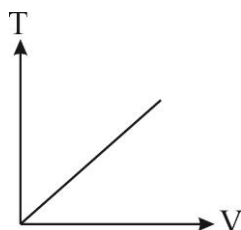
۷۹. با توجه به رابطه دما بر حسب کلوین و حجم یک نمونه گاز در فشار ثابت، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) حاصل ضرب دما و حجم یک گاز مقدار ثابتی است.

(ب) رابطه بین دما و حجم گاز حین یک تغییر را می‌توان به صورت $V_1 T_1 = V_2 T_2$ نوشت.

(پ) نمودار $(T - V)$ برای یک گاز در فشار ثابت به صورت مقابل است.

(ت) رابطه دما و حجم یک گاز در فشار ثابت، مستقیم است.



- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل محاسبات:

۸۰. درباره گازخانه‌های گلخانه‌ای و اثر گلخانه‌ای کدام دو عبارت نادرست است؟

(آ) نقش لایه اوزون برای زمین، همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است.

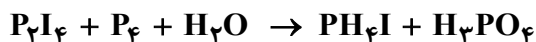
(ب) هرچه مقدار گازهای گلخانه‌ای در هواکره بیشتر باشد، دمای زمین بالاتر خواهد رفت.

(پ) مقداری از پرتوهای خورشیدی که به وسیله زمین جذب می‌شود، از بخشی که به وسیله هواکره جذب می‌شود، بیشتر است.

(ت) گازهای گلخانه‌ای، بیشتر تابش‌های فروسرخ بازتابیده شده از زمین را، مجدداً به زمین باز می‌گردانند.

(۱) آ - پ (۲) ب - پ (۳) آ - ت (۴) ب - ت

۸۱. تفاوت ضرایب دو ماده فراورده، پس از موازنه واکنش کدام است؟



(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۸۲. در واکنش شیمیایی اکسیدشدن یک فلز واسطه با عدد اتمی ۲۵ و عدد جرمی ۵۵، اگر کاتیون به دست آمده در شرایط خاص

این واکنش در آزمایشگاه، آرایش الکترونی مشابه گاز نجیب پیش از خود را داشته باشد، به ازای مصرف ۱/۱ گرم از فلز مربوط، به

تقریب چند لیتر گاز اکسیژن با خلوص ۷۵٪ لازم است؟ (در شرایط آزمایش، حجم مولی گازها ۲۴ لیتر است.)



(۱) ۰/۵۶ (۲) ۰/۶۲ (۳) ۱/۱۲ (۴) ۱/۲۴

۸۳. کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(آ) گاز آرگون به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

(ب) هنگام تهیه هوای مایع، گاز CO_2 در دمای $-۸۷^\circ C$ به صورت جامد از هوا، جدا می‌شود.

(پ) تهیه اکسیژن صددرصد خالص در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، غیرممکن است.

(ت) در برج تقطیر هوای مایع، ابتدا نیتروژن، سپس آرگون و بعد از آن، اکسیژن جدا می‌شود.

(ث) گاز نیتروژن به‌طور مستقیم از هواکره، توسط گیاهان جذب می‌شود.

(۱) ب و ث (۲) آ، پ و ث (۳) آ، ب و ث (۴) ب، پ و ث

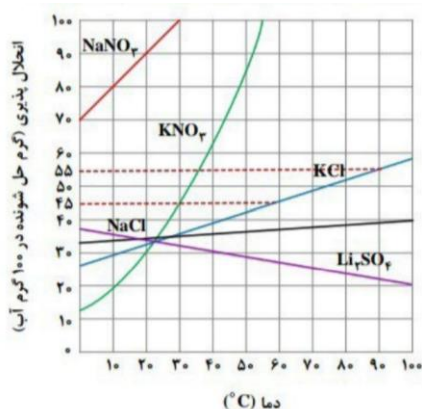
محل محاسبات:

۸۴. انحلال پذیری یک نمک مفروض در آب از رابطه $S = 0.75\theta + 27$ به دست می آید، که در آن S انحلال پذیری بر حسب گرم ماده حل شونده در ۵۰ گرم آب و θ بر حسب درجه سلسیوس است. بر این اساس مولاریته این نمک در دمای 6°C کدام است؟

[جرم مولی نمک برابر $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ و چگالی محلول حاصل نیز برابر 1.220 g.L^{-1} است.]

- (۱) ۴۰ (۲) ۴ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۰۴

۸۵. با توجه به نمودار زیر اگر ۹۳ گرم محلول سیر شده KCl که در دمای 9°C قرار دارد را به سرعت سرد کنیم تا به دمای



6°C برسد. چند گرم رسوب تشکیل می شود؟

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۹
(۴) ۱۲

۸۶. کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

(آ) از فراورده مذاب حاصل از واکنش ترمیت، برای جوش دادن خطوط راه آهن استفاده می شود.

(ب) از اکسید موجود در زنگ آهن، می توان به عنوان رنگ قرمز در نقاشی استفاده کرد.

(پ) اگر فقط هزینه های اقتصادی بهره برداری از یک معدن کمترین مقدار ممکن باشد، در آن صورت بهره برداری از این معدن در راستای توسعه پایدار است.

(ت) تأمین شرایط نگهداری فلز Mg از فلز Fe دشوارتر است.

- (۱) آ - ب - پ (۲) آ - پ - ت (۳) آ - ب - ت (۴) ب - پ - ت

۸۷. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می یابد.

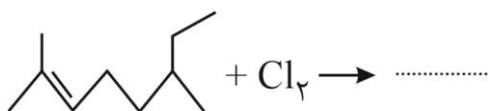
(۲) خصلت نافلزی در یک دوره از جدول تناوبی، از راست به چپ، کاهش می یابد.

(۳) خصلت فلزی در یک گروه از جدول تناوبی، از بالا به پایین، افزایش می یابد.

(۴) خصلت نافلزی همانند شعاع اتمی، در هر دوره و گروه جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، کاهش می یابد.

محل محاسبات:

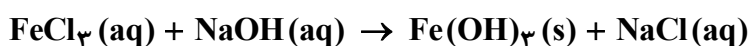
۸۸. نام فراورده واکنش زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱) ۲، ۳-دی کلرو - ۴-اتیل - ۲-متیل اوکتان
 (۲) ۲، ۳-دی کلرو - ۶، ۲-دی متیل اوکتان
 (۳) ۶، ۷-دی کلرو - ۳، ۷-دی متیل اوکتان
 (۴) ۶، ۷-دی کلرو - ۴-اتیل - ۲-اوکتان

۸۹. به منظور تهیه ۲۵۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۲ مولار، چند گرم سدیم هیدروکسید با خلوص ۸۰٪ لازم است و از واکنش ۱۰۰ میلی لیتر از این محلول با مقدار کافی آهن (III) کلرید، تقریباً چند گرم رسوب، در صورتی که بازده واکنش ۸۷٪ باشد، به دست می آید؟ (ناخالصی ها در آب حل می شوند اما در واکنش شرکت نمی کنند.)

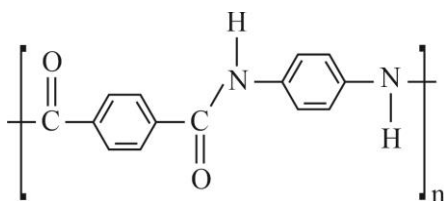
($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۲۵ - ۷/۱
 (۲) ۱۶ - ۶/۲
 (۳) ۱۶ - ۷/۱
 (۴) ۲۵ - ۶/۲

۹۰. با توجه به ساختار پلیمر داده شده، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)



(آ) فرمول پلیمر داده شده به صورت $[\text{C}_{14}\text{H}_{12}\text{N}_2\text{O}_2]_n$ است.

(ب) تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده آن، برابر ۴۸ گرم است.

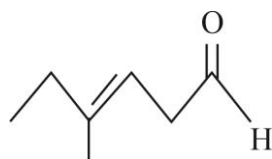
(پ) هر دو مونومر سازنده آن، ترکیب های آروماتیک هستند و در نفت خام یافت نمی شوند.

(ت) یک مول از دو مونومر سازنده، توانایی از بین بردن رنگ قرمز سه مول مولکول بخار برم را دارند.

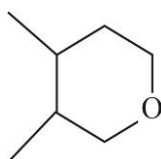
- (۱) آ، ب
 (۲) آ، ت
 (۳) ب، پ
 (۴) پ، ت

محل محاسبات:

۹۱. از میان ترکیب‌های زیر دو ماده و با یکدیگر ایزومر بوده و شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار ترکیب $\frac{3}{5}$ برابر شمار این پیوندها در مولکول اتن است.



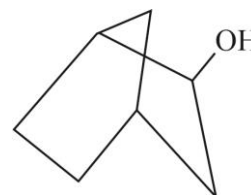
(a)



(b)



(c)



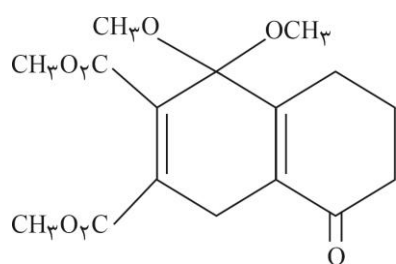
(d)

b - d - b (۴)

c - c - b (۳)

a - d - a (۲)

d - c - a (۱)



ت - ب (۴)

پ - ب (۳)

آ - ت (۲)

آ - ب (۱)

۹۲. درباره ترکیب داده شده با ساختار زیر، کدام مورد از مطالب زیر درست است؟
 (آ) دارای ۲ گروه عاملی اتری، ۲ گروه عاملی استری و ۱ گروه عاملی کتونی است.
 (ب) هشت پیوند یگانه C - O در ساختار آن شرکت دارد.
 (پ) بالاترین عدد اکسایش کربن در آن +۲ است.
 (ت) دوازده جفت الکترون ناپیوندی در ساختار آن وجود دارد.

۹۳. نام ترکیب زیر کدام است؟

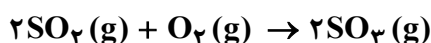


(۱) ۳، ۴ - دی اتیل - ۳، ۵ - دی متیل هپتان

(۳) ۲، ۳، ۴، ۴ - تترا اتیل پنتان

(۴) ۴، ۵ - دی اتیل - ۳، ۵ - دی متیل هپتان

۹۴. در جدول زیر، تغییرات غلظت گاز اکسیژن در واکنش داده شده ارائه شده است:



$[O_2]$	۰/۵	۰/۳	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱	۰/۰۶	۰/۰۳	۰/۰۱	۰
زمان (s)	۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰

در کدام گزینه به ترتیب سرعت تولید SO_3 در طول انجام واکنش بر حسب $mol.L^{-1}.s^{-1}$ و غلظت SO_3 تولیدی طی ۳۰۰ ثانیه از شروع واکنش به درستی آمده است؟

(۱) $0.7, 1/25 \times 10^{-3}$ (۲) $0.7, 6/25 \times 10^{-4}$ (۳) $0.35, 1/25 \times 10^{-3}$ (۴) $0.35, 6/25 \times 10^{-4}$

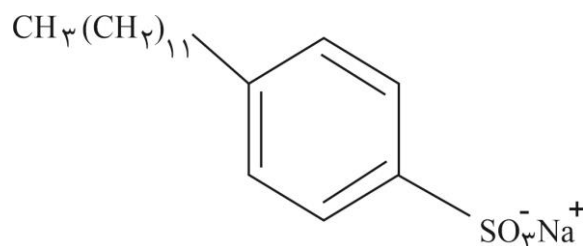
محل محاسبات:

۹۵. یک نمونه مخلوط گازی شامل دو هیدروکربن پروپان و بوتان موجود است. اگر از سوختن $33/6$ لیتر از این مخلوط در شرایط STP، 3600 کیلوژول گرما آزاد شود، چند درصد حجمی مخلوط اولیه را گازی با نقطه جوش بالاتر تشکیل داده است؟ (آنتالپی سوختن پروپان و بوتان را به ترتیب 2200 و 2800 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

(۱) $66/7$ (۲) 50 (۳) $33/3$ (۴) 25

۹۶. کدام موارد از مطالب داده شده، در رابطه با ساختار ترکیب زیر، درست است؟

($S=32, Na=23, O=16, C=12, H=1g.mol^{-1}$)



(آ) در این مولکول چهار اتم کربن می توان یافت که به هیچ اتم هیدروژنی، متصل نیستند.

(ب) این ترکیب در حضور یون های منیزیم و کلسیم موجود در آب سخت، رسوب تشکیل نمی دهد.

(پ) این ترکیب، نوعی پاک کننده ای غیرصابونی است و فرمول آن $C_{18}H_{29}SO_3^- Na^+$ است.

(ث) این ترکیب دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی است و با سه مولکول H_2 سیر می شود.

(۱) آ - ب (۲) آ - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ث

۹۷. نسبت درجه یونش محلول HA به محلول HB، برابر ۴ است. اگر غلظت اولیه محلول HA نسبت به محلول HB برابر $0/2$ باشد،

باشد، pH این دو محلول در دمای یکسان، چند واحد اختلاف دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $0/2$ (۴) $0/1$

۹۸. کدام گزینه در رابطه با فرایند هال نادرست است؟

(۱) تفاوت انرژی لازم برای تولید قوطی آلومینیوم از فرایند هال، با تولید آن از قوطی های کهنه برابر ۹۳ درصد است.

(۲) یکی از معایب فرایند هال، انتشار گاز گلخانه ای است.

(۳) در فرایند هال، در کاتد فلز به حالت مایع به دست می آید و در آند، گاز حاصل، ترکیبی سه تایی است.

(۴) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش موازنه شده آن، با تعداد مول الکترون های مبادله شده در آن برابر است.

محل محاسبات:

۹۹. در مورد سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب، کدام گزینه درست است؟

(۱) واکنش کلی آن به صورت $2\text{NaCl}(l) \rightarrow 2\text{Na}(l) + \text{Cl}_2(g)$ است.

(۲) در کاتد آن، نیم‌واکنش $\text{Na}^+(aq) + e^- \rightarrow \text{Na}(l)$ رخ می‌دهد.

(۳) فقط یک نوع عنصر در آن تولید می‌شود.

(۴) یون‌های سدیم در کاتد کاهش می‌یابند و شعاع آنها کوچک‌تر می‌شود.

۱۰۰. در سلول گالوانی استاندارد (M - Cu)، اگر به‌ازای کاهش ۲/۲۵ گرم از جرم تیغه آند، ۸ گرم به جرم تیغه کاتد افزوده شود، جرم مولی فلز M کدام است؟

$(\text{Cu} = 64 \text{ g.mol}^{-1}) (E^\circ (\text{M}^{3+} / \text{M}) = -0.2 \text{ V}, E^\circ (\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = +0.34 \text{ V})$

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

۱۸ (۲)

۹ (۱)

۱۰۱. کدام گزینه درست است؟

(۱) سبک‌ترین شبه‌فلز گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، یک جامد کووالانسی محسوب شده و در ساخت منشورها و عدسی‌ها کاربرد دارد.

(۲) میانگین آنتالپی پیوندهای اشتراکی الماس از سیلیسیم کمتر و از سیلیسیم کربید، بیشتر است.

(۳) از واکنش فراوان‌ترین اکسید موجود در پوسته زمین با کربن در دمای معین، عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی و کربن مونوکسید تولید می‌شود.

(۴) تعداد اتم‌های کربن در دو نمونه جداگانه یک سانتی‌متر مکعبی از گرافیت و الماس، با هم برابر است.

۱۰۲. درصد جرمی سیلیس، آب و آلومینیم اکسید در جرم معینی از یک نمونه خاک رس به ترتیب برابر ۴۸، ۱۳/۶ و ۴/۷۲ درصد است. بر اثر حرارت دیدن این نمونه خاک رس، اگر نیمی از آب نمونه تبخیر شود، در نمونه جدید، درصد جرمی آلومینیم اکسید به تقریب کدام است؟

۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۱۰۳. در شرایط مناسب در ظرفی در بسته به حجم ۱ لیتر و دمای ثابت، ۱/۰۵ مول گاز نیتروژن به همراه ۲/۸۵ مول گاز هیدروژن را وارد واکنش تعادل گازی $\text{N}_2(g) + 3\text{H}_2(g) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(g)$ کرده و گرم می‌کنیم. اگر پس از برقراری تعادل، مجموع

شمار مول‌های موجود در ظرف برابر ۳ مول باشد، ثابت تعادل (K) بر حسب $\text{mol}^{-2} \cdot \text{L}^2$ کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

محل محاسبات:

۱۰۴. دو ظرف جداگانه از دو اسید هیدروسیانیک اسید و استیک اسید با غلظت و دمای برابر، موجود است، کدام مقایسه‌های

زیر پیرامون این دو اسید درست است؟

آ) شمار مولکول‌های یونیده شده: $\text{HCN} < \text{CH}_3\text{COOH}$

ب) K_a محلول: $\text{CH}_3\text{COOH} < \text{HCN}$

پ) $[\text{OH}^-]$: $\text{CH}_3\text{COOH} < \text{HCN}$

ت) pH محلول: $\text{HCN} < \text{CH}_3\text{COOH}$

۱) آ - ت ۲) آ - پ ۳) پ - ت ۴) ب - پ

۱۰۵. تعادل $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در دمای ثابت و ظرفی سر بسته برقرار است. با افزودن مقداری گاز آمونیاک و

خارج کردن مقداری گاز هیدروژن، غلظت گاز نیتروژن در تعادل جدید به ترتیب و از تعادل

اولیه خواهد بود.

۱) بیشتر - کمتر ۲) کمتر - بیشتر ۳) بیشتر - بیشتر ۴) کمتر - کمتر

محل محاسبات:

۱۴۰۵ - ۱۴۰۴



آزمون جامع (شبیه ساز کنکور) آلفا

رشته ریاضی دوازدهم

alphaschool.ir

مدرسه آنلاین کنکور



نام درس	مسئول درس	ناظر علمی - ویراستار	طراحان سوال
هندسه	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
آمار و احتمال	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
حسابان	معین گرمی محمد رضا میرجلیلی	ناظر علمی: محمد رضا میرجلیلی ویراستاران: مینا نظری - یاسمین میرزایی	امیرحسین آجرو - عباس اشرفی میثم حمزه لویی - مهدی مرادی محمد رضا میرجلیلی
فیزیک	رضا خالو امیرعلی میری نیما نوروزی	ناظرین علمی: رضا خالو امیرعلی میری ویراستار: ارشیا شکوری	وحید کرابی امیرعلی میری
شیمی	مهدی جبرئیلی	ناظر علمی: مهدی طاهری ویراستاران: یاسین سلیمی بنی - محمد معروفی	مهدی جبرئیلی - علی جعفری

مدیر واحد آزمون

هانیه توکلیان نیاسری - محمد محمدیان

گروه فنی و تولید

تایپیست	هاجر زارع - مژگان حسن زاده
صفحه بندی	مهتا محمدی
رسام	مهتا محمدی

۱. پاسخ: گزینه ۲

فرض کنیم جمله اول این دنباله حسابی برابر a و قدرنسبت آن d باشد، از فرض اول سؤال، داریم:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 30 \Rightarrow a + (a+d) + (a+2d) = 30 \Rightarrow 3a + 3d = 30 \Rightarrow a + d = 10 \quad (1)$$

از فرض دوم هم داریم:

$$a_4^2 = a_2 \times a_6 \Rightarrow (a+3d)^2 = (a+d)(a+5d) \Rightarrow a^2 + 6ad + 9d^2 = a^2 + 6ad + 5d^2 \Rightarrow 4d^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2d(2a+d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2d=0 \Rightarrow d=0 \text{ (غ ق ق)} \\ 2a+d=0 \Rightarrow d=-2a \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a - 2a = 10 \Rightarrow -a = 10 \Rightarrow a = -10 \xrightarrow{(2)} d = 20$$

و در نتیجه مجموع ۲۰ جمله نخست این دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(2 \times (-10) + (20-1) \times 20) = 10 \times (-10 + 380) = 3700$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۱ / صفحه‌های ۲ تا ۵ / متوسط)

۲. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مقدار x را ساده تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{2 \times 2^2} - 1 = \sqrt[3]{2^3} - 1 = \sqrt[3]{8} - 1 = 2 - 1 = 1 \\ \left\{ \sqrt[4]{\frac{y}{x^3} \sqrt{x^5}} = \sqrt[4]{\frac{y}{x^3} \times x^{\frac{5}{2}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{5}{2}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{5}{2}}} = |x|^{\frac{5}{8}} \right. \\ \left. \sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{2(3+2\sqrt{2})} = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2} \times (\sqrt{2}+1) \right. \\ \Rightarrow A = |\sqrt[3]{2} - 1| \times \sqrt{2} \times (\sqrt{2}+1) = (2-1) \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

مثبت

(ریاضی / فصل ۳ / درس ۳ / صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ / متوسط)

۳. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 - 2ax + a^2 + 4x + b \Rightarrow f(x) = x^2 + (4-2a)x + a^2 + b \quad (1)$$

طبق فرض سؤال ضابطه تابع f باید به صورت زیر باشد، بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{\text{ضابطه } f} f(x) = k(x-3)^2 \xrightarrow{\text{با توجه به (1)}} k=1 \Rightarrow f(x) = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 \quad (2)$$

از مقایسه رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 4-2a = -6 \Rightarrow a = 5 \\ a^2 + b = 9 \Rightarrow 25 + b = 9 \Rightarrow b = -16 \end{cases} \Rightarrow P = 4x - (x^2 - 6x + 9) - (-16) \\ \Rightarrow P = -x^2 + 10x + 7 \Rightarrow \max(P) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(100 - 4(-1)(7))}{4(-1)} = \frac{100 + 28}{-4} = \frac{128}{-4} = -32$$

(ریاضی / فصل ۴ / درس ۲ / صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ / متوسط)

۴. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه بین ریشه‌ها در معادله درجه دوم داریم:

$$3x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow (\alpha + 2) + (\beta - 2) = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{3} \quad (1) \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (\alpha + 2)(\beta - 2) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha\beta - 2\alpha + 2\beta - 4 = -\frac{1}{3} \\ \Rightarrow \alpha\beta = 2\alpha - 2\beta + \frac{11}{3} \quad (2) \end{cases}$$

 اگر معادله خواسته شده را به صورت $x^2 - S'x + P' = 0$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} S' = x' + x'' = (\alpha - 1) + (\beta - 5) = \alpha + \beta - 6 \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{3} - 6 = -\frac{17}{3} \\ P' = x'x'' = (\alpha - 1)(\beta - 5) = \alpha\beta - 5\alpha - \beta + 5 \stackrel{(2)}{=} (2\alpha - 2\beta + \frac{11}{3}) - 5\alpha - \beta + 5 = -3\alpha - 3\beta + \frac{26}{3} \\ -3(\alpha + \beta) + \frac{26}{3} = -3(\frac{1}{3}) + \frac{26}{3} = \frac{23}{3} \end{cases}$$

با جای گذاری در معادله داریم:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{17}{3}x + \frac{23}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 + 17x + 23 = 0$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۲ / صفحه‌های ۷ تا ۱۶ / متوسط)

۵. پاسخ: گزینه ۴

$$A = (1 + \sin \alpha) \left(\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} + \tan \alpha \right) = (1 + \sin \alpha) \left(\frac{1}{|\cos \alpha|} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

منفی

$$A = (1 + \sin \alpha) \left(\frac{-1}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = (1 + \sin \alpha) \left(\frac{\sin \alpha - 1}{\cos \alpha} \right) = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos \alpha} = \frac{-\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = -\cos \alpha$$

(ریاضی / فصل ۲ / درس ۳ / صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ / ساده)

۶. پاسخ: گزینه ۱

 ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{\sin^2 x + k(\cos x - 1)}{\cos x - 1} = \frac{\sin^2 x}{\cos x - 1} + k$$

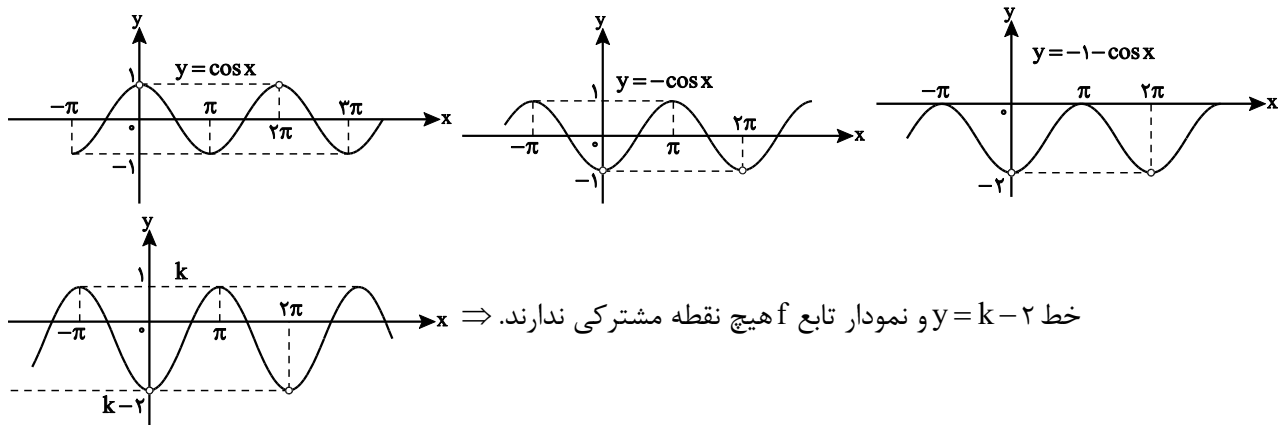
 حالا با کمک رابطه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ داریم:

$$f(x) = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x - 1} + k = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\cos x - 1} + k$$

 با شرط $\cos x \neq 1$ داریم:

$$f(x) = -1 - \cos x + k (\cos x \neq 1 \Rightarrow x \neq \dots, -2\pi, 0, 2\pi, \dots)$$

با فرض یک مقدار دلخواه k ، نمودار تابع f به صورت زیر رسم می شود:



(حسابان / ۱ فصل / ۴ درس / ۳ صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۹ / سخت)

۷. پاسخ: گزینه ۴

دو طرف معادله را بر $\tan 2x$ تقسیم می کنیم.

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \frac{-1}{\tan 2x} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = -\cot 2x \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\xrightarrow{x=k\pi+\alpha} \frac{\pi}{4} - 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow \Delta x = -k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta x = \frac{-4k\pi - \pi}{4} \Rightarrow x = \frac{-4k\pi - \pi}{2}$$

k	۰	-۱	-۲	-۳	-۴	-۵	-۶
x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{15\pi}{2}$	$\frac{19\pi}{2}$	$\frac{23\pi}{2} > \pi$
	x	✓	✓	✓	✓	✓	x

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{3\pi + 7\pi + 11\pi + 15\pi + 19\pi}{2} = \frac{55\pi}{2} = \frac{11\pi}{4}$$

(حسابان / ۲ فصل / ۲ درس / ۲ صفحه های ۳۵ تا ۴۴ / متوسط)

۸. پاسخ: گزینه ۳

رابطه تقسیم را برای هر یک از چندجمله ای ها $f(x)$ و $g(x)$ می نویسیم:

$$(1) f(x) = (x^2 - x + 2)Q(x) + 2x + 1$$

$$(2) g(x) = (x^2 - x + 2)Q'(x) + 3x + 2$$

حالا طرفین تساوی های (۱) و (۲) را در هم ضرب می کنیم:

$$f(x)g(x) = (x^2 - x + 2)(Q(x)Q'(x)(x^2 - x + 2) + Q(x)(3x + 2) + Q'(x)(2x + 1)) + (2x + 1)(3x + 2)$$

$$\Rightarrow f(x) \cdot g(x) = (x^2 - x + 2)Q''(x) + 6x^2 + 7x + 2$$

خب آیا می توانیم $6x^2 + 7x + 2$ را به عنوان باقی مانده تقسیم $f \cdot g$ بر $x^2 - x + 2$ در نظر بگیریم؟ قطعاً نه! چرا؟ چون درجه باقی مانده باید از درجه مقسوم علیه، یعنی $x^2 - x + 2$ ، کمتر باشد. پس به صورت زیر ادامه می دهیم:

$$\frac{6x^2 + 7x + 2}{-6x^2 + 6x - 12} \Big| \frac{x^2 - x + 2}{6}$$

$$13x - 10 \Rightarrow \text{باقیمانده} = R(x) = 13x - 10 \Rightarrow R(2) = 16$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۲ / صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲ / سخت)

۹. پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم $\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{-2 \cot 2x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sin(x + \frac{\pi}{4})}{-2(-2(1 + \cot^2 2x))} = \frac{-\sin(\frac{\pi}{2})}{4(1 + \cot^2(\frac{\pi}{4}))} = \frac{-1}{4(1+0)} = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow [\Delta a] = [-\frac{5}{4}] = -2$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۵ / صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴ / متوسط)

۱۰. پاسخ: گزینه ۳

تابع f در نقطه $x=0$ پیوسته است؛ پس حد تابع f در این نقطه با مقدار تابع f در این نقطه برابر است؛ پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2a - [x]) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2a + 1) = 2a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin x (\cos x - 1)}{x^3} \simeq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \times x \times \frac{-x^2}{2}}{x^3} = -1$$

$$f(0) = b$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow 2a + 1 = -1 = b \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$$

نکته:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \simeq \lim_{x \rightarrow 0} x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1) \simeq \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۵ / صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱ / متوسط)

۱۱. پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

از $\frac{1}{x}$ شروع می‌کنیم:

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x} = 2$$

حالا باید تعیین کنیم که وقتی $x \rightarrow -\infty$ تابع f با مقادیر بیشتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود یا کمتر از آن برای این کار تعیین می‌کنیم که وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $f(x) - \ell$ از صفر بیشتر است یا کمتر:

$$f(x) - 2 = \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x} - 2 = \frac{2x^2 + x - 3 - 2x^2 + 4x}{x^2 - 2x} = \frac{5x - 3}{x^2 - 2x}$$

وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، صورت هم‌ارز است با $5x$ و مخرج هم‌ارز است با x^2 پس:

$$\sim \frac{5x}{x^2} = \frac{5}{x}$$

پس وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $\frac{5}{x} \rightarrow 0^-$. در نتیجه وقتی $x \rightarrow -\infty$ تابع f با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{f}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{f}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$

(حسابان / فصل ۲ / درس ۳ و ۱ / صفحه‌های ۴۵ تا ۷۰ / سخت)

۱۲. پاسخ: گزینه ۳

$$\log_3(9^x + 18) = x + 2 \Rightarrow 9^x + 18 = 3^{x+2} \Rightarrow (3^x)^2 + 18 = 3^x \times 3^2 \xrightarrow{3^x=t} t^2 + 18 = t \times 9$$

$$\Rightarrow t^2 - 9t + 18 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=3 \Rightarrow 3^x=3 \Rightarrow x_1=1 = \log_3 3 \\ t=6 \Rightarrow 3^x=6 \Rightarrow x_2 = \log_3 6 \end{cases} \Rightarrow \alpha = x_1 + x_2 = \log_3 3 + \log_3 6$$

$$\Rightarrow \alpha = \log_3 18 \Rightarrow 3^\alpha = 3^{\log_3 18} = 18$$

(حسابان / فصل ۱ / درس ۳ / صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰ / ساده)

۱۳. پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $x = (f^{-1} \circ f)(x)$ است، پس با توجه به فرض سؤال متوجه می‌شویم که $f^{-1}(x) = f(x)$ است، بنابراین داریم:

$$f(x) = \frac{ax+1}{3x-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{3x-a} \xrightarrow{f(x)=f^{-1}(x)} a=4 \Rightarrow f(x) = \frac{4x+1}{3x-4} \Rightarrow f(2) = \frac{8+1}{6-4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

(حسابان / فصل ۲ / درس ۳ و ۴ / صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰ / ساده)

۱۴. پاسخ: گزینه ۲

طبق تعریف دامنه ترکیب دو تابع داریم:

$$D_{f^{-1} \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_{f^{-1}}\}$$

$$\begin{cases} D_g : x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ D_{f^{-1}} = R_f = [3, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_{f^{-1} \circ g} = \underbrace{\{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \geq 3\}}_{(1)}$$

$$\sqrt{x-3} \geq 3 \Rightarrow x-3 \geq 9 \Rightarrow x \geq 12 \quad (2)$$

$$D_{f^{-1} \circ g} = (1) \cap (2) = [12, +\infty)$$

پس دامنه تابع $f^{-1} \circ g$ ، شامل ۱۱ عدد طبیعی نیست.

(حسابان / فصل ۲ / درس ۳ و ۴ / صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰ / ساده)

۱۵. پاسخ: گزینه ۱

عبارت خواسته شده را به کمک فرمول‌های مشتق گیری ساده می‌کنیم.

$$f''(x)f(x) + (f'(x))^2 = (f'(x) \cdot f(x))'$$

اکنون از تابع مشتق می‌گیریم.

$$f'(x) = \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{x+1}{f(x)} \Rightarrow f'(x) \cdot f(x) = x+1$$

با مشتق گرفتن از طرفین به خواسته تست می‌رسیم:

$$(f'(x) \cdot f(x))' = 1$$

(حسابان ۲ / فصل ۴ / درس ۲ / صفحه‌های ۸۴ تا ۱۰۱ / متوسط)

۱۶. پاسخ: گزینه ۳

$$f(x + \sqrt{x}) = \frac{5}{8}x^2 \xrightarrow{\text{از دو طرف تساوی مشتق می‌گیریم}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)f'(x + \sqrt{x}) = 2\left(\frac{5}{8}\right)x$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)f'(x + \sqrt{x}) = \frac{5}{4}x$$

برای به دست آوردن مقدار $f'(6)$ کافی است در رابطه بالا $x=4$ را جای گذاری کنیم.

$$x=4 \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{4}}\right)f'(4 + \sqrt{4}) = \frac{5}{4}(4)$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{4}\right)f'(6) = 5 \Rightarrow \frac{5}{4}f'(6) = 5 \Rightarrow f'(6) = 4$$

(حسابان ۲ / فصل ۴ / درس ۳ / صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰ / ساده)

۱۷. پاسخ: گزینه ۱

در همسایگی راست صفر، مقدار مشتق مثبت است (بالای محور x هاست): $f' > 0$ ، پس تابع f صعودی است.

هم‌چنین چون f' صعودی است، مشتق آن یعنی f'' مثبت است: $f'' > 0$



در نتیجه جهت تقعر تابع f رو به بالا است. پس نمودار تابع f در همسایگی راست صفر به صورت مقابل است:

در همسایگی چپ صفر، مشتق تابع f مثبت است (بالای محور x هاست): $f' > 0$

در نتیجه تابع f صعودی است. از طرفی چون f' صعودی است مشتق آن یعنی f'' مثبت است: $f'' > 0$

در نتیجه جهت تقعر f رو به بالاست. از طرفی با توجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت که مشتق چپ بی‌نهایت است، پس



خط مماس عمودی است. بنابراین نمودار تابع در همسایگی چپ به صورت مقابل است:

با کنار هم قرار دادن شکل‌ها، نمودار تابع f در همسایگی $x=0$ به صورت گزینه «۱» خواهد بود.

(حسابان ۲ / فصل ۴ / درس ۲ / صفحه‌های ۸۴ تا ۱۰۱ / متوسط)

۱۸. پاسخ: گزینه ۲

$$3 = \frac{a(1)+b}{1^2+1} \Rightarrow a+b=6$$

نقطه $A(1, 3)$ هم در ضابطه خود تابع f و هم در هوپیتال آن صادق است.

$$y \stackrel{\text{HoP}}{=} \frac{a}{2x} \Rightarrow 3 = \frac{a}{2(1)} \Rightarrow a = 6 \Rightarrow b = 0$$

ضابطه تابع $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$ و مقدار $f(-2)$ برابر است با:

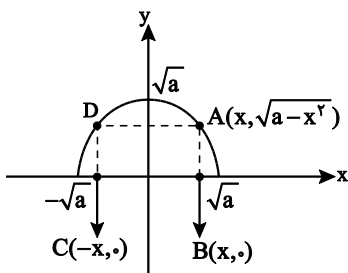
$$f(-2) = \frac{6(-2)}{(-2)^2 + 1} = \frac{-12}{5}$$

(حسابان ۲ / فصل ۵ / درس ۱ / صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۶ / ساده)

۱۹. پاسخ: گزینه ۳

نمودار تابع $y = \sqrt{a - x^2}$ به صورت زیر است:

$$a - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq a \Rightarrow -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$$



حال تابع مساحت مستطیل ABCD را بر حسب x می‌سازیم:

$$S_{ABCD} = AB \times BC = (2x)(\sqrt{a - x^2}) : 0 < x < \sqrt{a} \xrightarrow{\text{مشتق می‌گیریم}} S' = (2)(\sqrt{a - x^2}) + \left(\frac{-2x}{2\sqrt{a - x^2}}\right)(2x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2(a - x^2) - 2x^2}{\sqrt{a - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 2a = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{a}{2} \xrightarrow{0 < x < \sqrt{a}} x = \sqrt{\frac{a}{2}}$$

حال مقدار مساحت را به ازای $x = \sqrt{\frac{a}{2}}$ برابر ۸ قرار می‌دهیم.

$$S = (2x)(\sqrt{a - x^2}) \xrightarrow{x = \sqrt{\frac{a}{2}}} S = \left(2\sqrt{\frac{a}{2}}\right)\left(\sqrt{a - \frac{a}{2}}\right) = 2\sqrt{\frac{a}{2}}\sqrt{\frac{a}{2}} = 2\left(\frac{a}{2}\right) = a \xrightarrow{S=8} a = 8$$

(حسابان ۲ / فصل ۵ / درس ۱ / صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۶ / متوسط)

۲۰. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = \tan x \Rightarrow T = \pi$$

بنابراین بازه داده شده به صورت $(\pi, 3\pi)$ ساده می‌شود.

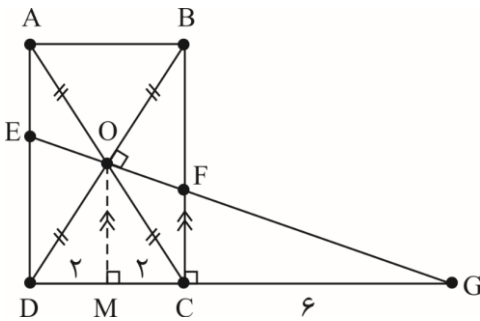
$$f'(x) = (1 + \tan^2 x) \Rightarrow f''(x) = 2 \tan x (1 + \tan^2 x) = 0 \Rightarrow \tan x = 0 \xrightarrow{x \in (\pi, 3\pi)} x = 2\pi$$

x	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
f''	+	+	-	+	-
f					

پس تابع در این بازه، فقط در $x = 2\pi$ دارای عطف است.

(حسابان ۲ / فصل ۵ / درس ۲ / صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۶ / متوسط)

۲۱. پاسخ: گزینه ۳



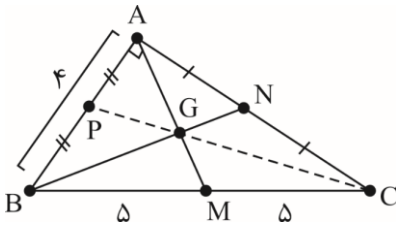
در مستطیل قطرهای منصف یکدیگرند پس مثلث OCD متساوی الساقین است. بنابراین در این مثلث OM هم میانه، هم نیمساز و هم ارتفاع وارد بر CD می‌باشد. مثلث ODG قائم‌الزاویه است، داریم:

$$OM^2 = DM \times MG = 2 \times 8 \rightarrow OM = 4$$

$$FC \parallel OM \Rightarrow \frac{FC}{OM} = \frac{CG}{MG} \rightarrow \frac{FC}{4} = \frac{6}{8} \Rightarrow FC = 3$$

۲۲. پاسخ: گزینه ۲

$$AM = \sqrt{BM^2 - AB^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$



می‌دانیم میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند. داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM = 2$$

میانه، مثلث را به دو قسمت هم مساحت تقسیم می‌کند.

$$S_{\triangle ABM} = \frac{AB \times AM}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 12$$

از طرفی با رسم میانه‌ها، مثلث به ۶ قسمت هم مساحت تقسیم می‌شود.

$$S_{GNCM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = 4$$

$$\text{پس } \frac{S_{GNCM}}{AG} = \frac{4}{2} = 2 \text{ می‌باشد.}$$

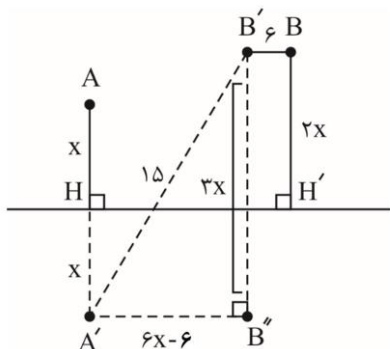
۲۳. پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم اندازه کمان‌های بین دو وتر موازی برابرند. پس $\angle BAE = \angle BCF = 20^\circ$. اگر $AB = x$ و $CD = y$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} x + 20^\circ + 100^\circ + y + 80^\circ + 20^\circ = 360^\circ \Rightarrow x + y = 140^\circ \\ M = \frac{BAE - CD}{2} \Rightarrow 15^\circ = \frac{x + 20^\circ - y}{2} \Rightarrow x - y = 10^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 75^\circ, y = 65^\circ$$

$$\text{بنابراین } \frac{AB}{CD} = \frac{x}{y} = \frac{75}{65} = \frac{15}{13} \text{ می‌باشد.}$$

۲۴. پاسخ: گزینه ۴



نقطه B را با برداری به طول ۶ کیلومتر به نقطه B' انتقال می‌دهیم. اگر $AH = x$ داریم $BH' = 2x$ و $HH' = 6x$ طول کوتاهترین مسیر $(A'B')$ برابر ۲۱ کیلومتر است پس $A'B' = 15$ کیلومتر می‌باشد.

$$\Delta A'B'B'' \text{ در فیثاغورس در } (6x-6)^2 + 9x^2 = 225 \Rightarrow 36(x-1)^2 + 9x^2 = 225$$

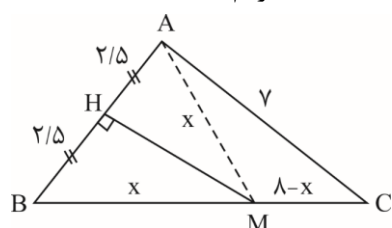
$$\Rightarrow 4(x-1)^2 + x^2 = 25 \Rightarrow 5x^2 - 8x - 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{5} = 3 \\ x = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

بنابراین $BH' = 2x = 6$ می‌باشد.

۲۵. پاسخ: گزینه ۳

فرض کنید $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ باشد، عمود منصف ضلع AB را رسم می‌کنیم تا BC را در نقطه M قطع کند.

M روی عمود منصف AB قرار دارد پس $AM = BM$. طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:



$$MC \times AB^2 + BM \times AC^2 = BC \times AM^2 + BM \times MC \times BC$$

$$\Rightarrow 25(8-x) + 49x = 8x^2 + 8x(8-x) \Rightarrow 40x = 200 \Rightarrow x = 5$$

پس قطعات ایجاد شده روی بزرگترین ضلع برابر $BM = 5$ و $MC = 3$ است که نسبت آن‌ها برابر $5/6$ می‌باشد.

۲۶. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا طبق روش ساروس دترمینال ماتریس A را محاسبه می‌کنیم.

$$|A| = (|A| - 2 + 0 + 0) - (0 + |A| - 3 - 2|A| + 6) \Rightarrow |A| = 2|A| - 5 \Rightarrow |A| = 5$$

اکنون با توجه به ماتریس A ، ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -3 & 8 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ -4 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم $A^4 = A^2 \times A^2$ ، بنابراین برای به دست آوردن درایه واقع در سطر سوم ستون اول ماتریس A^4 ، از ضرب سطر سوم A^2 در ستون اول A^2 استفاده می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} -4 & 8 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix} = 12 - 64 - 12 = -64$$

۲۷. پاسخ: گزینه ۱

$$(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \rightarrow A - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

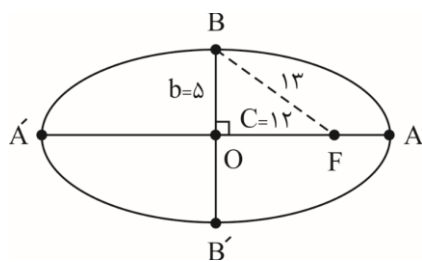
$$A = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} + 2I = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A - I = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A - I)^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های $A(A - I)^{-1}$ برابر $\frac{7}{2}$ می‌باشد.

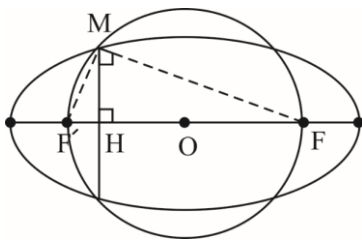
۲۸. پاسخ: گزینه ۳



$$\begin{cases} 2b = 10 \rightarrow b = 5 \\ BF = OA = a = 12 \end{cases} \Rightarrow c = 12$$

زاویه $\angle FMF' = 90^\circ$ است و $MF + MF' = 2a = 26$. از طرفی $FF' = 2c$ و طبق

فیتاغورس داریم $MF^2 + MF'^2 = 576$.



$$MF + MF' = 26 \xrightarrow{\text{ج. H}^2 \text{ و } \text{U}} \underbrace{MF^2 + MF'^2}_{576} + 2MF \cdot MF' = 676 \Rightarrow MF \cdot MF' = \frac{100}{2} = 50.$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$MH \times FF' = MF \times MF' \Rightarrow MH \times 24 = 50 \Rightarrow MH = \frac{25}{12}$$

۲۹. پاسخ: گزینه ۳

$$y^2 - 6y + 9 = -8x + 8 \Rightarrow (y - 3)^2 = -8(x - 1)$$

رأس این سهمی $S(1, 3)$ و کانون آن $F(-1, 3)$ می‌باشد. مرکز دایره روی سهمی قرار دارد. داریم:

$$\beta^2 - 6\beta - 8 = -1 \Rightarrow \beta^2 - 6\beta - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \Rightarrow O(-1, -1) \\ \beta = 7 \Rightarrow O(-1, 7) \end{cases}$$

این دایره از کانون سهمی می‌گذرد. داریم:

$$O(-1, -1): r = OF = \sqrt{(-1+1)^2 + (-1-3)^2} = 4$$

$$O(-1, 7): r = OF = \sqrt{(-1+1)^2 + (7-3)^2} = 4$$

در هر صورت قطر این دایره برابر ۸ می‌باشد.

۳۰. پاسخ: گزینه ۴

باید $|\vec{a} \times \vec{b}|$ را به دست آوریم. در این متوازی السطوح اندازه ارتفاع وارد قاعده ساخته شده به وسیله بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر با اندازه تصویر بردار \vec{c} روی بردار \vec{u} می باشد.

$$h = \frac{\vec{u} \cdot \vec{c}}{|\vec{u}|} = \frac{8 - 2 + 0}{\sqrt{9}} = 2$$

$$V = S \cdot h \Rightarrow S = \frac{V}{h} = \frac{8}{2} = 4$$

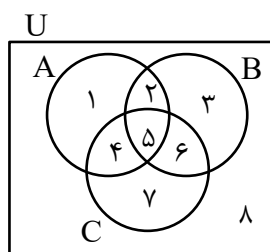
$$\tan \theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{-2} = -2$$

توجه داشته باشید $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ، بنابراین $\cos \theta < 0$ داریم:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 5 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

۳۱. پاسخ: گزینه ۲

برای حل سوالات جبر مجموعه‌ها بهتر است از نمودار ون با نواحی شماره گذاری شده استفاده کرد.



$$(A \cup B) \cap (C \cup A') = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$(A - B) \cup (A - C) = \{1, 2, 4\}$$

تساوی این دو مجموعه نشان می دهد نواحی غیرمشترک فاقد عضو هستند، بنابراین در نمودار ون نواحی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ هیچ عضوی ندارند و تمامی اعضای مجموعه مرجع در نواحی ۴، ۷، ۸ قرار دارند، پس $B = \emptyset$ و $A \subseteq C$ نتیجه می شود و پاسخ گزینه ۲ می باشد.

$$(A \times C) \cap (C \times A) = (A \cap C) \times (C \cap A) = A \times A = A^2$$

۳۲. پاسخ: گزینه ۴

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

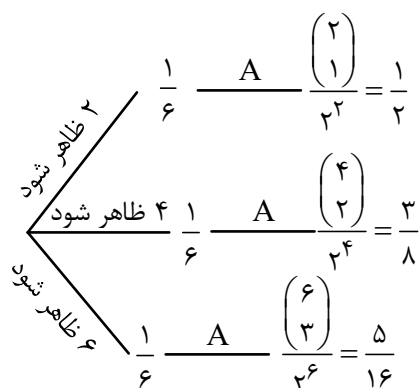
$$[p \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p \equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p \equiv \underbrace{[\sim p \vee p]}_T \wedge (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv \sim (\sim p \vee \sim q) \vee \sim p \equiv (p \wedge q) \vee \sim p \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \wedge (q \vee \sim p) \equiv q \vee \sim p \equiv p \Rightarrow q$$

نقیض این گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ می باشد.

۳۳. پاسخ: گزینه ۱

با توجه به صورت سوال واضح است که در پرتاب تاس، فقط عدد زوج می تواند ظاهر شود. مسئله را به کمک نمودار درختی بررسی می کنیم. پیشامد برابر بودن تعداد «رو»ها و تعداد «پشت»ها را A در نظر می گیریم.



$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{16}} = \frac{6}{19}$$

۳۴. پاسخ: گزینه ۲

از $P(A|B) = P(A)$ درمی یابیم که $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ پس A و B دو پیشامد مستقل اند.

از صورت سوال داریم $P(A - B) = \frac{1}{3}$ و $P(B - A) = \frac{1}{6}$. اگر $P(A \cap B) = x$ را در نظر بگیریم، $P(A) = x + \frac{1}{3}$ و $P(B) = x + \frac{1}{6}$ می باشند.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow x = \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow x = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow 18x^2 - 9x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$$

از آن جایی که $x > 0$ / 8 ، پس $x = \frac{1}{3}$ است.

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۳۵. پاسخ: گزینه ۴

میانگین داده های ۹، ۵، ۶، ۸، ۲، ۱۲ برابر $\bar{x} = 7$ است، بنابراین m تا داده 7 به داده ها اضافه شده است زیرا میانگین دچار تغییر نشده است. واریانس داده های اولیه را به دست می آوریم.

$$\bar{x} = 7 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(12-7)^2 + (2-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{6} = 10$$

داده‌های جدید به صورت $7, \dots, 7, 9, 5, 6, 8, 2, 12$ می‌باشد و واریانس و میانگین آن‌ها به ترتیب ۶ و ۷ است.

$$6 = \frac{(12-7)^2 + (2-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{6+m} \Rightarrow m = 4$$

جدول داده‌های نمودار میله‌ای به صورت زیر است.

داده	۳	۵	۷	۹	۱۱
فراوانی نسبی	۰/۰۸	۰/۲۸	۰/۳۲	۰/۲	۰/۱۲

$$\bar{x} = (3 \times 0.08) + (5 \times 0.28) + (7 \times 0.32) + (9 \times 0.2) + (11 \times 0.12) = 7$$

۳۶. پاسخ: گزینه ۱

$$x^3 + 7 - y(x^2 + 3) = 0 \Rightarrow y = \frac{x^3 + 7}{x^2 + 3}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3 \mid x^3 + 7 \\ x^2 + 3 \mid 3x - 7 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 3 \mid 3x - 7$$

$$\begin{cases} x^2 + 3 \mid 3x - 7 \Rightarrow x^2 + 3 \mid 9x^2 - 49 \\ x^2 + 3 \mid 3x - 7 \Rightarrow x^2 + 3 \mid 76 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3 = 4, 19, 38, 76 \Rightarrow x^2 = 1, 16, 35, 73 \Rightarrow x = \pm 1, \pm 4$$

در بین این چهار عدد فقط به ازای $x = 1$ مختصات طبیعی خواهیم داشت.

۳۷. پاسخ: گزینه ۴

$$13x \equiv 5 \pmod{17} \Rightarrow -4x \equiv -12 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{17} \Rightarrow x = 17k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

$$17x \equiv 6 \pmod{21} \Rightarrow -4x \equiv -36 \pmod{21} \Rightarrow x \equiv 9 \pmod{21} \xrightarrow{(1)} 17k + 3 \equiv 9 \pmod{21} \Rightarrow 17k \equiv 6 \pmod{21}$$

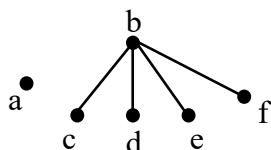
$$\Rightarrow -4k \equiv -36 \pmod{21} \Rightarrow k \equiv 9 \pmod{21} \Rightarrow k = 21q + 9 \quad (q \in \mathbb{Z})$$

از (۱) داریم $x = 17(21q + 9) + 3 = 357q + 156$ برای x سه عدد طبیعی سه رقمی $156, 513, 870$ قابل قبول می‌باشند.

۳۸. پاسخ: گزینه ۲

از آن جایی که همسایه‌های بسته رأس a فقط خود رأس a می‌باشد پس این رأس ایزوله (درجه صفر) است.

با توجه به درجه رأس b یال‌های bf, be, bd, bc همواره در گراف G وجود دارند. در این گراف یال‌های ef, df, de, cf, ce, cd نیز می‌توانند حضور داشته باشند و برای آن که اندازه گراف G ، ۶ شود باید ۲ یال از این یال‌ها به گراف G اضافه شوند که به $\binom{6}{2} = 15$ حالت می‌توان این دو یال را انتخاب کرد.



۳۹. پاسخ: گزینه ۲

از آن جایی که x_2 و x_3 اعدادی حسابی هستند، داریم $\sqrt{x_3} = k_3$ و $x_2 = [x_2]$.
 k_3 نیز عددی حسابی می‌باشد، داریم:

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + k_3 + x_4 = 7 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{9}{2} = 36$$

$$x_1 = 5 \Rightarrow x_2 + k_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6}{2} = 15$$

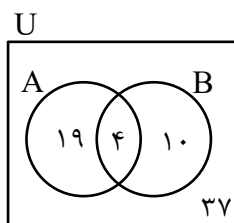
$$x_1 = 10 \Rightarrow x_2 + k_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{3}{2} = 3$$

تعداد کل جواب‌های مطلوب برابر $36 + 15 + 3 = 54$ می‌باشد.

۴۰. پاسخ: گزینه ۳

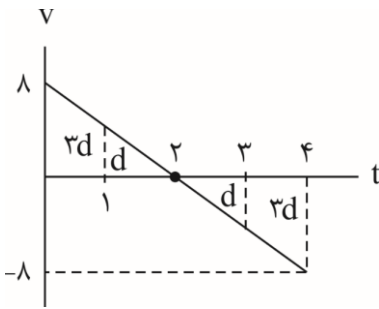
حاصل ضرب دو عدد در صورتی که مضرب ۱۵ است که حداقل یکی از اعداد مضرب ۳ و حداقل یکی از اعداد مضرب ۵ باشد. A و B را به ترتیب مجموعه اعدادی از ۱ تا ۷۰ در نظر می‌گیریم که بر ۳ و بر ۵ بخش پذیرند.

$$n(A) = \left\lfloor \frac{70}{3} \right\rfloor = 23, \quad n(B) = \left\lfloor \frac{70}{5} \right\rfloor = 14, \quad n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{70}{15} \right\rfloor = 4$$



در بدترین حالت ابتدا ۳۷ عددی که هیچ کدام بر ۳ یا بر ۵ بخش پذیر نیستند را خارج می‌کنیم، سپس ۱۹ عددی که فقط بر ۳ بخش پذیرند را خارج کرده و در آخر از بین ۱۴ عدد باقی‌مانده یکی را خارج می‌کنیم، پس حداقل به $57 = 37 + 19 + 1$ کارت احتیاج داریم تا مطمئن شویم به هدف مطلوب دست یافته‌ایم.

۴۱. پاسخ: گزینه ۴



طبق تقارن حرکت با شتاب ثابت، سرعت در $t_1 = 0$ و $t = 4s$ قرینه یکدیگرند بنابراین شتاب حرکت را به دست آورده و نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{-8 - 8}{4 - 0} = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = -4t + 8 \rightarrow t = 2s$$

با توجه به نمودار برای جابه‌جایی در ثانیه چهارم (زیر محور t) $\Delta x = -3d$ و برای

$$\frac{-3d}{d} = -3 \text{ داریم: } \Delta x = +d \text{ دوم ثانیه}$$

۴۲. پاسخ: گزینه ۴

ب) در لحظه‌های t_1 و t_4 مکان‌ها یکسان است پس سرعت متوسط در این بازه صفر است و این گزاره درست است. علت نادرستی گزینه‌ها:

الف) متحرک در t_4 ساکن نیست و با توجه به شیب خط علامت سرعت آن مثبت است.

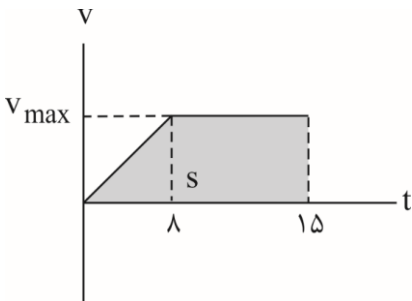
پ) با توجه به تقعر نمودار در بازه زمانی صفر تا t_4 علامت شتاب منفی است.

ت) در بازه زمانی t_1 تا t_4 شتاب و سرعت هر دو منفی هستند بنابراین حرکت تندشونده است.

۴۳. پاسخ: گزینه ۳

جابجایی را به کمک سرعت متوسط به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{11}{3} \times 15 \Rightarrow \Delta x = 55m$$



می‌دانیم مساحت محصور در نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی است همچنین طبق

$$\text{رابطه } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ و } \Delta x = v \Delta t \text{ می‌باشد.}$$

$$\Delta x = S$$

$$55 = \frac{(15 + 7)v_{max}}{2}$$

$$\rightarrow 11v_{max} = 55 \rightarrow v_{max} = 5 \frac{m}{s}$$

۴۴. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد گلوله به زمین برسد را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-16/2 = -\frac{1}{2}(10)t^2 \rightarrow t = 1/8s$$

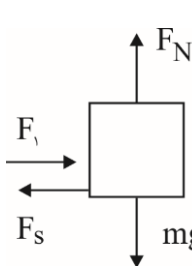
بنابراین $0/8$ ثانیه قبل از رسیدن به زمین یعنی گلوله یک ثانیه در حرکت بوده است:

$$v = -gt = -10 \cdot (1) = -10 \frac{m}{s}$$

$$|v| = 10 \frac{m}{s}$$

۴۵. پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول رسم کرده و نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود را حساب می‌کنیم:

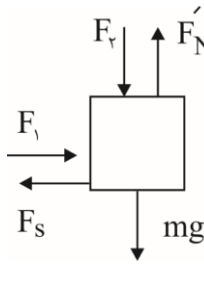


$$f_s = F_1 \rightarrow f_s = 30 \text{ N}$$

$$F_N = mg \rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ N}$$

در حالت دوم داریم:



$$f_s = F_1 = 30 \text{ N}$$

$$F_N' = F_2 + mg = 60 \text{ N}$$

$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N'^2} \rightarrow R' = \sqrt{30^2 + 60^2} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{30\sqrt{5}}{50} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

۴۶. پاسخ: گزینه ۱

بعد از حذف نیروی F به جسم در بازه زمانی $8s$ تا $12s$ نیروی اصطکاک وارد شده و جسم متوقف می‌شود، شیب نمودار در این بازه برابر است با:

$$F_{\text{net}_y} = -f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{12 - 8} = \frac{-10}{4} \Rightarrow f_k = 2/5 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \rightarrow 2/5 = \mu_k mg \rightarrow 2/5 = \mu_k \times 5 \rightarrow \mu_k = 0/5$$

۴۷. پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با به دست آوردن $F_{s\text{max}}$ باید بینیم جسم حرکت می‌کند یا خیر:

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s\text{max}} = \frac{7}{10} \times 30 = 21 \text{ N} \Rightarrow f_{s\text{max}} > F$$

جسم ساکن می‌ماند پس $a = 0$ است.

۴۸. پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار نقش نیروی مرکزگرا را دارد:

$$F_{\text{مرکزگرا}} = F_B$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \sin \theta \rightarrow r = \frac{mv}{qB \sin \theta} \rightarrow r = \frac{1/7 \times 10^{-27} \times 16 \times 10^5}{1/6 \times 10^{-19} \times 17 \times 10^{-2} \times 1} = 10^{-1} \text{ m}$$

$$\rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

۴۹. پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم انرژی مکانیکی با انرژی جنبشی در حالت بیشینه برابر است:

$$E = 1/2 k \rightarrow k = \frac{2}{3} E \xrightarrow{E = k_{\text{max}}} k = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} mv_{\text{max}}^2$$

$$\xrightarrow{v_{\text{max}} = A\omega} \frac{1}{2} mv^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times A\omega \rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{100} \times 10 \pi$$

$$\rightarrow v = \frac{\sqrt{2}\pi}{10} \text{ m/s}$$

۵۰. پاسخ: گزینه ۲

مسافتی که موج در مدت دو ثانیه طی می‌کند، همان تندی انتشار موج می‌باشد:

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{30}{2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} \end{aligned} \right\} \rightarrow 15 = \sqrt{\frac{F}{6000 \times 10^{-6}}} \rightarrow F = 15 \times 15 \times 6 \times 10^{-3} \rightarrow F = 1/35 \text{ N}$$

۵۱. پاسخ: گزینه ۲

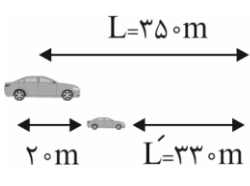
ابتدا نسبت شدت صوت را محاسبه کرده و سپس نسبت فاصله را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \beta = -6 \text{ dB} \rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 6 \text{ dB} \rightarrow 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_2} = 6 \rightarrow \log \frac{I_1}{I_2} = 0.6 = 2 \times 0.3 \Rightarrow \log \frac{I_1}{I_2} = 2 \log 2 = \log 2^2$$

$$\xrightarrow{\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 2^2 \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 2 \rightarrow r_2 = 2r_1$$

۵۲. پاسخ: گزینه ۲

باید فاصله ماشین تا صخره را بعد از دو ثانیه به دست آوریم:



$$v_{\text{خودرو}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3.6 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow \Delta x = 10 \times 2 = 20 \text{ m}$$

$$v = \frac{L+L'}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{350+330}{2} = 340 \frac{m}{s}$$

حال تندی انتشار صوت را به دست می آوریم:

۵۳. پاسخ: گزینه ۳

تندی و ضریب شکست نسبت وارون دارند بنابراین سؤال تندی کمتر را می خواهد:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ v_1 > v_2 \rightarrow v_1 = v_2 + 2 \times 10^7 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{v_2 + 2 \times 10^7}{v_2} = \frac{5}{4} \rightarrow 4v_2 = 5v_2 + 8 \times 10^7 \rightarrow v_2 = 8 \times 10^7 \frac{m}{s}$$

۵۴. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F.L}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 40 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}}} = 20 \frac{m}{s}$$

بسامد اصلی را حساب می کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow f_1 = \frac{1 \times 20}{2 \times 40 \times 10^{-2}} = 25 \text{ Hz}$$

در نهایت داریم:

$$f_5 - f_3 = 5f_1 - 3f_1 = 2f_1 = 2 \times 25 = 50 \text{ Hz}$$

۵۵. پاسخ: گزینه ۱

می دانیم کوتاهترین طول موج مربوط به گذار از تراز بی نهایت به n' است:

$$\text{براکت} \rightarrow n' = 4 \rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{R}{16} \rightarrow \lambda_1 = \frac{16}{R}$$

$$\text{پاشن} \rightarrow n' = 3 \rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = \frac{R}{9} \rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{R}$$

$$\rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{9}{R}}{\frac{16}{R}} = \frac{9}{16}$$

۵۶. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نسبت انرژی را نوشته سپس λ_B را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} E = hf \rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} \\ \frac{E_A}{E_B} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{6}{5} \rightarrow \frac{\lambda_B}{550} = \frac{6}{5} \rightarrow \lambda_B = 660 \text{ nm}$$

۵۷. پاسخ: گزینه ۳

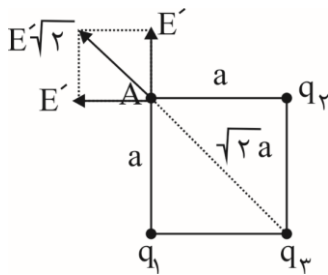
معادله واپاشی را می نویسیم:

$$\begin{aligned} {}_{94}^{242}\text{Pu} &\rightarrow {}_Z^AX + {}_{-1}^0e \\ 242 &= A \\ 94 = Z - 2 &\rightarrow Z = 96 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} {}_{94}^{242}\text{Pu} &\rightarrow {}_Z^AX + {}_{-1}^0e \\ 242 &= A \\ 94 = Z - 2 &\rightarrow Z = 96 \end{aligned}} \right\} \rightarrow N = 242 - 96 = 146$$

۵۸. پاسخ: گزینه ۱

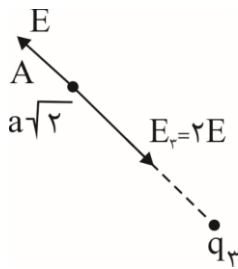
افزایش درصد ایزوتوپ‌های اورانیوم ۲۳۵ را در یک نمونه غنی سازی می نامند.

۵۹. پاسخ: گزینه ۴


 فاصله دو بار q_1 و q_2 از نقطه A یکسان و اندازه دو بار با هم برابر است بنابراین میدان حاصل از این دو بار یکسان و برابر E' می گیریم:

$$E' = k \frac{|q_1|}{a^2}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E'^2 + E'^2} = E'\sqrt{2} \rightarrow E = E'\sqrt{2}$$

 برای آن که میدان خالص در نقطه A برابر E بماند باید میدان حاصل از بار q_3 برابر $2E$ و خلاف جهت میدان E باشد:


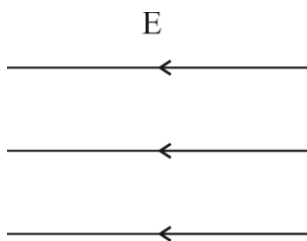
$$2E = \frac{k|q_3|}{a(\sqrt{2})^2} \rightarrow 2E'\sqrt{2} = \frac{k|q_3|}{2a^2} \rightarrow$$

$$\frac{2k|q_1|}{a^2} \sqrt{2} = \frac{k|q_3|}{2a^2} \rightarrow \left| \frac{q_3}{q_1} \right| = 4\sqrt{2}$$

 میدان حاصل از بار q_3 خلاف جهت میدان شد پس q_3 منفی است:

$$\frac{q_3}{q_1} = -4\sqrt{2}$$

۶۰. پاسخ: گزینه ۲

 جابه جایی بار در راستای خطوط میدان 2cm است:


$$|\Delta V| = Ed \rightarrow 5 \times E \times \frac{2}{100} \rightarrow E = 250 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

 از A تا B پتانسیل الکتریکی افزایش یافته پس خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی بار را جابه جا کرده ایم، یعنی میدان در خلاف جهت محور x هاست.

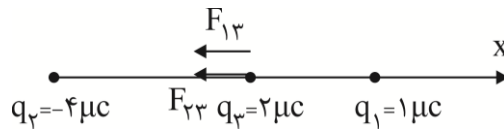
$$\vec{E} = -250 \vec{i}$$

۶۱. پاسخ: گزینه ۳

 اندازه و جهت نیروهای وارد بر بار q_3 را حساب می‌کنیم:

$$F_1 = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \rightarrow F_{13} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow F_{23} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$



دو بردار نیرو خلاف X جهت محور هستند:

$$\vec{F}_3 = -F_{13} \vec{i} + (-F_{23} \vec{i}) = -40 \vec{i}$$

۶۲. پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جریان عبوری از هر یک از وسایل را به دست می‌آوریم:

$$P_1 = V_1 I_1 \rightarrow 220 = 220 \times I_1 \rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

$$P_2 = V_2 I_2 \rightarrow 2200 = 220 \times I_2 \rightarrow I_2 = 10 \text{ A}$$

$$P_3 = V_3 I_3 \rightarrow 220 = 220 \times I_3 \rightarrow I_3 = 1 \text{ A}$$

$$P_4 = V_4 I_4 \rightarrow 440 = 220 \times I_4 \rightarrow I_4 = 2 \text{ A}$$

فیوز حداکثر جریان ۱۶ A را می‌تواند تحمل کند:

$$I_{\text{فیوز}} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_A \rightarrow I_A = 2 \text{ A}$$

$$P_A = V_A I_A \rightarrow P_A = 220 \times 2 = 440 \text{ W}$$

۶۳. پاسخ: گزینه ۲

در یک مدار ساده، توان خروجی باتری برابر توان مصرفی در مقاومت خارجی است:

$$P_1 = P_2 \rightarrow R I_1^2 = R I_2^2 \rightarrow \left(\frac{\varepsilon_1}{R_1 + r_1}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon_2}{R_2 + r_2}\right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{5}{2+R} = \frac{6}{3+R} \rightarrow 15 + 5R = 12 + 6R \rightarrow R = 3 \Omega$$

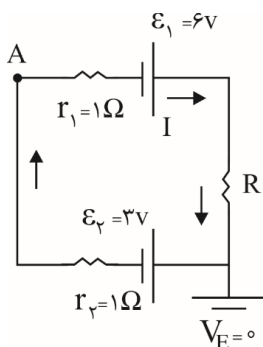
۶۴. پاسخ: گزینه ۱

 با توجه به این که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است پس جریان ساعتگرد است خلاف جهت جریان از A تا نقطه اتصال به زمین قدم می‌زنیم:

$$V_A + r_1 I + \varepsilon_2 = 0 \rightarrow -4 + I + 3 = 0 \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

توان ورودی به باتری (۲) برابر است با:

$$P_2 = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 \rightarrow P_2 = 3 + 1 = 4 \text{ W}$$



۶۵. پاسخ: گزینه ۱

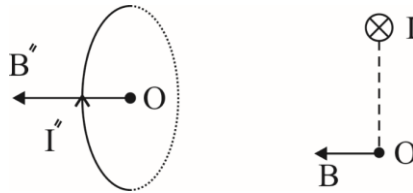
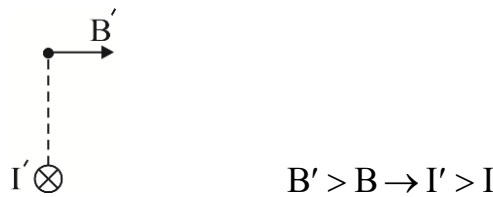
نیروی مغناطیسی برابر است با:

$$F = qvB \sin \theta \rightarrow F = 4 \times 10^{-9} \times 20 \times 120 \times 10^{-4} \times \sin 60 = 96 \times 10^{-11} \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ N} = 4 / 8 \sqrt{3} \times 10^{-10} \text{ N}$$

با توجه به قاعده دست راست، نیرو در جهت محور Z است.

۶۶. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I و حلقه حامل جریان I'' را مشخص می‌کنیم:


 B و B'' به سمت چپ است پس باید میدان حاصل از سیم، I' به سمت راست باشد یعنی I' باید درون سیم باشد و اندازه آن از B و B'' بزرگتر است. ($B' = B'' + B$)


۶۷. پاسخ: گزینه ۲

در وضعیت (۱) میدان مغناطیسی در حال افزایش است پس طبق قانون لنز جهت میدان مغناطیسی القایی خلاف جهت میدان مغناطیسی آهنربا است. با توجه به قاعده دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی را مشخص می‌کنیم: گزاره الف نادرست است.

در وضعیت (۲) میدان مغناطیسی ضعیف است و تغییر نمی‌کند پس جریانی در حلقه القا نمی‌شود و گزاره ب درست است. در وضعیت (۳) میدان مغناطیسی در حال کاهش است، پس جهت میدان مغناطیسی القایی و جهت میدان مغناطیسی یکسان است و گزاره ب درست است.

۶۸. پاسخ: گزینه ۱

 اختلاف فشار درون ریه غواص با فشار وارد بر قفسه سینه غواص برابر ρgh است:

$$\Delta P = \rho gh = 10000 \times 10 \times 6 = 600000 \text{ Pa}$$

۶۹. پاسخ: گزینه ۳

اختلاف فشار بین نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta P_{AB} = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 \rightarrow \Delta P_{AB} = 17000 \times 10 \times \frac{4}{100} + 68000 \times 10 \times \frac{4}{100}$$

$$\rightarrow \Delta P_{AB} = 3400 \text{ Pa}$$

برای تبدیل پاسکال به سانتی متر جیوه با توجه به این که چگالی جیوه برابر $\frac{13}{6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است باید مقدار فشار بر حسب

$$\Delta P_{AB} = 3400 \div 1360 = 2/5 \text{ cmHg}$$

پاسکال را بر ۱۳۶۰ تقسیم کرد:

۷۰. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$w_t = \Delta k$$

$$w_t = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$w_t = \frac{1}{2} \times 0.4 / 4 (20^2 - 30^2) = -100 \text{ J}$$

۷۱. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

اگر سطح زمین را مبدا پتانسیل فرض کنیم می توان نوشت:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 10^2 + m \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times m \times v_2^2 + m \times 10 \times 3/8$$

$$70 = \frac{1}{2} \times v_2^2 + 38 \Rightarrow v_2^2 = 64 \Rightarrow v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۲. پاسخ: گزینه ۲

تغییر طول میله برابر است با:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$$

$$0.008 = L_1 \times 10 \times 10^{-6} \times (420 - 20)$$

$$L_1 = \frac{0.008}{10 \times 10^{-6} \times 400} = 2 \text{ m}$$

۷۳. پاسخ: گزینه ۴

همه موارد درست بیان شده اند.

۷۴. پاسخ: گزینه ۲

در فرایند هم حجم کار صفر است. در فرایند بی دررو گرما مبادله نمی شود.

۷۵. پاسخ: گزینه ۲

$$Q_H = 200 \text{ J}$$

$$|Q_L| = 160 \text{ J}$$

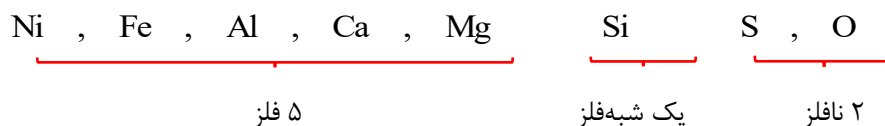
$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \rightarrow \eta = \frac{40}{200} = 0.2 \Rightarrow \eta = 20\% \quad Q_H = |W| + |Q_L| \rightarrow 200 = |W| + 160 \rightarrow |W| = 40 \text{ J}$$

۷۶. پاسخ: گزینه ۴

در بین هشت عنصر فراوان مشتری، خبری از فلزها نیست.

بررسی عبارت‌ها:

- ۱- اکسیژن و گوگرد در دو سیاره مشتری و زمین به‌طور مشترک یافت می‌شوند.
- ۲- همهٔ ۸ عنصر سیاره مشتری نافلزی هستند و بین هشت عنصر فراوان زمین خبری از گازهای نجیب نیست.
- ۳- عناصر فراوان سیاره سنگی (زمین) عبارتند از:



$$\frac{\text{تعداد عناصر نافلزی در زمین}}{\text{تعداد عناصر فلزی در زمین}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

- ۴- منظور از سیاره‌ای که فراوان‌ترین عنصر آن هیدروژن است، مشتری است و مشتری فاقد عنصر فلزی است. (عنصرها چگونه پدید آمدند، ص ۲ و ۳ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: دشوار)

۷۷. پاسخ: گزینه ۳

$$\bar{M} = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{f_1 + f_2} \quad m_1 = 10p + 10n = 20$$

$$m_2 = 10p + 12n = 22$$

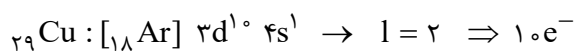
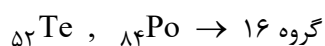
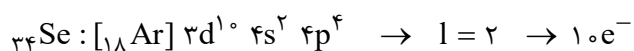
$$\bar{M} = \frac{20 \times 80 + 22 \times 20}{100} = 20.4 \text{ amu} \quad f_1 = \frac{4}{5} = 80\%$$

$$f_2 = \frac{1}{5} = 20\%$$

(جرم اتمی میانگین، ص ۱۵ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: متوسط)

۷۸. پاسخ: گزینه ۲

$$n+p=79 \text{ و } n-e=9 \text{ و } e=p+2 \Rightarrow n-(p+2)=9 \Rightarrow n-p=11 \Rightarrow p=34 \rightarrow {}_{34}\text{Se} \quad \text{گروه ۱۶}$$



(محاسبه ذرات زیر اتمی و آرایش الکترونی، ص ۲۷ تا ۳۴ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: متوسط)

۷۹. پاسخ: گزینه ۳

دو عبارت (ب) و (ت) درست هستند.

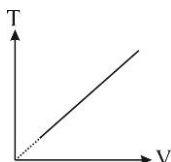
بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست. در فشار ثابت، دما و حجم یک گاز، رابطه مستقیم دارند. این عبارت به قانون شارل معروف است. با توجه به رابطه مستقیم V و T در فشار ثابت حاصل $\frac{V}{T}$ برای یک گاز مقدار ثابتی است نه $(V \times T)$.

ب) درست. رابطه حجم و دمای یک گاز در فشار ثابت (قانون شارل) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{یا} \quad V_1 T_2 = V_2 T_1$$

پ) نادرست. شیب مثبت نمودار (نشان‌دهنده رابطه مستقیم T و V) کاملاً قابل قبول است؛ اما ایراد بزرگ نمودار در سؤال این است که این خط از مبدأ مختصات آغاز شده که نشان‌دهنده $T = 0$ و $V = 0$ است. درحالی‌که طبق قوانین ترمودینامیکی به صفر مطلق (صفر کلوین) نمی‌توان رسید و یا حجم هیچ گازی صفر نیست. (به عبارت دیگر نامفهوم است). بنابراین نمودار $(T - V)$ را از مبدأ مختصات شروع نمی‌کنند.



(رفتار گازها، ص ۸۱ تا ۸۴ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: دشوار)

۸۰. پاسخ: گزینه ۳

دو عبارت (ب) و (پ) درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

(آ) نادرست. نقش هواکره برای زمین، همانند یک لایه پلاستیکی برای گلخانه است.

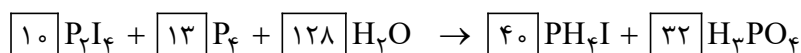
(ب) درست

(پ) درست. به شکل صفحه ۷۳ کتاب درسی و قطر فلش‌ها توجه کنید!!

(ت) نادرست. از قطر فلش شکل کتاب درسی پیداست که گازهای گلخانه‌ای فقط بخش کوچکی از پرتوهای فروسرخ بازتابیده شده را به زمین باز می‌گردانند و مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

(گازهای گلخانه‌ای، ص ۷۲ تا ۷۳ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: آسان)

۸۱. پاسخ: گزینه ۱



$$40 - 32 = 8$$

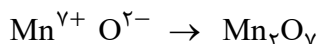
(موازنه، ص ۶۴ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: متوسط)

۸۲. پاسخ: گزینه ۳

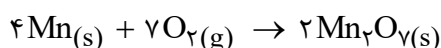
منظور از عنصر فلز واسطه با عدد اتمی ۲۵، فلز منگنز می‌باشد.



کاتیون منگنز با آرایش الکترونی گاز نجیب قبل خود Mn^{2+} است و در ترکیب با اکسیژن به این ترتیب فرمول نویسی می‌شود:



بنابراین معادله واکنش را می‌نویسیم و موازنه می‌کنیم:



$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{حجم مولی}} = \frac{\text{لیتر}}{\text{ضریب} \times \text{ضریب}} \times \frac{P}{100} \Rightarrow \frac{1/1}{4 \times 55} = \frac{x}{7 \times 24} \times \frac{75}{100}$$

$$x = \frac{1/1 \times 7 \times 24 \times 4}{4 \times 55 \times 3} \rightarrow \frac{5/6}{5} \rightarrow \boxed{1/12 \text{ L O}_2}$$

(استوکیومتری، درصد خلوص، آرایش الکترونی و فرمول نویسی، سؤال ترکیبی کتاب درسی، شیمی ۱۰ و ۱۱، سطح سؤال: دشوار)

۸۳. پاسخ: گزینه ۴

عبارت (ب) نادرست؛ هنگام تهیه هوای مایع، گاز CO_2 در دمای -78°C به صورت جامد در می آید و جدا می شود، نه در دمای -87°C !!

عبارت (پ) نادرست؛ تهیه اکسیژن صددرصد خالص در فرایند تقطیر جزء به جزء دشوار است نه غیرممکن!
عبارت (ث) نادرست؛ گیاهان نمی توانند گاز نیتروژن را به طور مستقیم، از هواکره جذب کنند. جانداران ذره بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می کنند.

(ردپای گازها در زندگی، ص ۴۸ تا ۵۱ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: آسان)

۸۴. پاسخ: گزینه ۱

با توجه به معادله داده شده انحلال پذیری نمک ذکر شده در آب در دمای 6°C را به دست می آوریم:

$$S = 0/75\theta + 27 \Rightarrow S = 72 \text{ g}$$

$$\text{نمک حل شونده } 4 \text{ mol} = \frac{\text{نمک } 1 \text{ mol}}{18 \text{ g نمک}} \times 72 \text{ g نمک} = \text{نمک حل شونده } 4 \text{ mol}$$

جرم محلول $122 = 72 + 50 = \text{جرم حل شونده} + \text{جرم حلال} = \text{جرم محلول}$

$$\text{محلول } 0/1 \text{ L} = \frac{\text{محلول } 1 \text{ L}}{122 \text{ g محلول}} \times 122 \text{ g محلول} \Rightarrow \text{محلول } 1 \text{ L} ?$$

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{حل شونده } 4 \text{ mol}}{\text{محلول } 0/1 \text{ L}} = 40 \text{ mol.L}^{-1}$$

(مشابه سؤال ۴۱۸ کنکور تجربی خارج ۱۴۰۲، سطح سؤال: دشوار)

۸۵. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار در دمای 90°C انحلال پذیری KCl برابر با ۵۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ یعنی مجموعاً ۱۵۵ گرم محلول سیر شده خواهیم داشت. همچنین انحلال پذیری KCl در دمای 60°C برابر ۴۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ یعنی ۱۴۵ گرم محلول سیر شده داریم. بنابراین:

۱۰ گرم رسوب \rightarrow ۱۵۵ گرم محلول

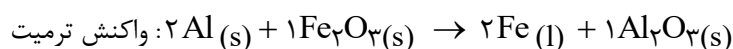
X گرم رسوب \rightarrow ۹۳ گرم محلول

$$x = \frac{93 \times 10}{155} = 6 \text{ g رسوب}$$

(انحلال پذیری نمکها در آب، ص ۱۰۲ کتاب درسی، شیمی ۱۰، سطح سؤال: آسان)

۸۶. پاسخ: گزینه ۳

عبارت (أ)، (ب) و (ت) درست هستند.



پ) بر اساس توسعه پایدار باید در تولید یک ماده یا عرضه خدمات، همه هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی را در نظر گرفت.

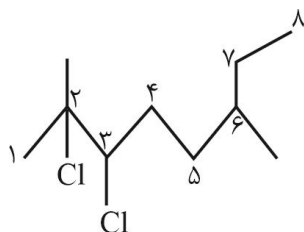
(مشابه سؤال ۴۲۵ کنکور تجربی خراج ۱۴۰۲، سطح سؤال: آسان)

۸۷. پاسخ: گزینه ۴

(خواص تناوبی، ص ۹ تا ۱۱ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: آسان)

۸۸. پاسخ: گزینه ۲

محصول واکنش مولکول کلر (Cl_۲)، با کربن‌های پیوند دوگانه را می‌نویسیم.



۲، ۳ - دی‌کلرو - ۲، ۳ - دی‌متیل اوکتان

(آلکن‌ها با پیوند دوگانه، ص ۴۰ و ۴۲ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: متوسط)

۸۹. پاسخ: گزینه ۴

$$? \text{ g NaOH ناخالص} \Rightarrow ۲۵۰ \text{ ml محلول} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰۰۰ \text{ ml}} \times \frac{۲ \text{ mol NaOH}}{۱ \text{ L}} \times \frac{۴۰ \text{ g NaOH}}{۱ \text{ mol NaOH}} \times \frac{۱۰۰ \text{ g NaOH}}{۸۰ \text{ g NaOH}} = ۲۵ \text{ g NaOH ناخالص}$$

سپس جرم Fe(OH)_۳ حاصل را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g Fe(OH)}_۳ \Rightarrow ۱۰۰ \text{ ml محلول} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰۰۰ \text{ ml}} \times \frac{۲ \text{ mol NaOH}}{۱ \text{ L}} \times \frac{۱ \text{ mol Fe(OH)}_۳}{۳ \text{ mol NaOH}} \times \frac{۱۰۷ \text{ g Fe(OH)}_۳}{۱ \text{ mol Fe(OH)}_۳} \times \frac{۸۷}{۱۰۰} = ۶/۲ \text{ g Fe(OH)}_۳$$

(درصد خلوص و بازده درصدی، ص ۲۲ تا ۲۴ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: دشوار)

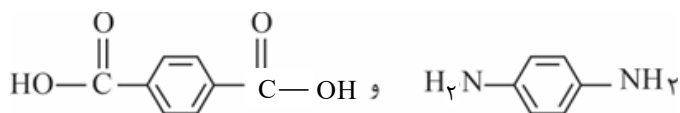
۹۰. پاسخ: گزینه ۴

عبارت (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) فرمول پلیمر داده شده $[C_{۱۴}H_{۱۰}N_۲O_۲]_n$ است.

(ب) تفاوت جرم مولی مونومر سازنده آن برابر ۵۸ گرم است.



$$C_8H_{10}O_4 - C_2H_6N_2 = ۱۶۶ - ۱۰۸ = ۵۸ \text{ g.mol}^{-1}$$

(واکنش‌های تولید پلی‌استر و آبکافت آن، ص ۱۱۴ تا ۱۲۰ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: متوسط)

۹۱. پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی ترکیب‌های a, b, c و d به ترتیب $C_7H_{12}O$, $C_7H_{14}O$, $C_7H_{14}O$, $C_7H_{12}O$ می‌باشد. (رد گزینه ۱ و ۴) تعداد پیوند اشتراکی در اتن (C_2H_4) برابر ۶ پیوند می‌باشد:

$$C_2H_4 = \frac{2 \times 4 + 4}{1} = 6 \text{ پیوند اشتراکی}$$

$$C_7H_{12}O : \text{تعداد پیوند (ترکیب a)} : \frac{4 \times 7 + 12 + 2}{2} = 21$$

$$C_7H_{14}O : \text{تعداد پیوند (ترکیب c)} : \frac{4 \times 7 + 14 + 2}{2} = 22$$

پس بنابراین شمار پیوند موجود در ترکیب (۲۱ پیوند)، $\frac{3}{5}$ برابر شمار پیوند در مولکول اتن (۶ پیوند) است.

(شیمی آلی، ص ۷۱ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: متوسط)

۹۲. پاسخ: گزینه ۱

عبارت (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

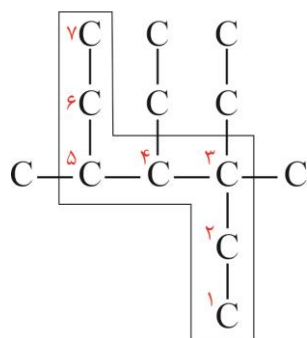
(پ) بالاترین عدد اکسایش کربن در آن +۳ است.

(ث) چهارده جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود دارد.

(شیمی آلی ترکیبی، شیمی ۱۱ و ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

۹۳. پاسخ: گزینه ۱

ساختار کربن را بدون اتم‌های هیدروژن رسم می‌کنیم:



۳، ۴ - دی اتیل - ۳، ۵ - دی متیل هپتان

(نام‌گذاری آلکان‌ها، ص ۳۷ تا ۴۰ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: متوسط)

۹۴. پاسخ: گزینه ۱

$$\bar{R}_{O_2} = -\frac{\Delta[O_2]}{\Delta t} = -\frac{0 - 0.5}{800} = 6.25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\bar{R}[SO_3]}{2} \Rightarrow \bar{R}(SO_3) = 2 \times 6.25 \times 10^{-4} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$$

غلظت SO_3 را در زمان ۳۰۰s با استفاده از تغییر غلظت O_2 به دست می‌آوریم:

$$-\frac{\Delta[O_2]}{1} = \frac{\Delta[SO_3]}{2} \Rightarrow -\frac{0.15 - 0.5}{1} = \frac{[SO_3]}{2} \Rightarrow [SO_3] = 0.7 \text{ mol.L}^{-1}$$

(مشابه سؤال ۲۴۴ کنکور ریاضی خارج ۱۴۰۱، در پی غذای سالم، ص ۸۴ تا ۸۸ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: آسان)

۹۵. پاسخ: گزینه ۳

درصد حجمی گازها در یک مخلوط گازی در دما و فشار معین، با درصد مولی آن‌ها برابر است. بنابراین فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه، x مول پروپان (C_3H_8) و y مول بوتان (C_4H_{10}) وجود دارد.

$$\text{تعداد کل مول گازها} = 33/6L \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4L} = 1/5 \text{ mol} \Rightarrow x + y = 1/5$$

$$\text{کل گرمای آزاد شده} = 3600 \text{ kJ} \Rightarrow 2200x + 2800y = 3600 \Rightarrow 22x + 28y = 36 \xrightarrow{\div 2} 11x + 14y = 18$$

با حل دو معادله - دو مجهول، x و y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 11x + 14y = 18 \\ x + y = 1/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x + 14y = 18 \\ -11x - 11y = -16/5 \end{cases} \Rightarrow 3y = 1/5 \rightarrow y = 1/15, x = 1/10$$

بوتان جرم مولی بیشتری نسبت به پروپان دارد و نقطه جوش آن بیشتر است.

$$\text{درصد مولی بوتان} = \frac{\text{مول بوتان}}{\text{مول کل}} \times 100 = \frac{1/15}{1/5} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 = 33.3\%$$

(آنتالپی سوختن و استوکیومتری (درصد جرمی - حجمی)، ص ۷۳ کتاب درسی، شیمی ۱۱، سطح سؤال: دشوار)

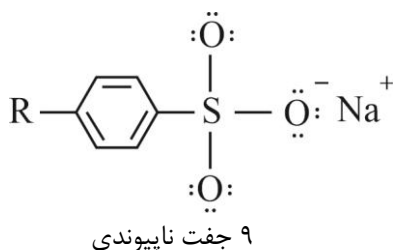
۹۶. پاسخ: گزینه ۳

عبارت (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (آ): در این مولکول فقط دو اتم کربن می‌توان یافت که به اتم هیدروژن متصل نیستند یا دو اتم کربن از حلقه بنزنی که یکی به گروه SO_3^- و دیگری به زنجیره هیدروکربن متصل است.

عبارت (ث): این ترکیب دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی در بخش سولفونات است و چون ۳ پیوند دوگانه دارد با سه مول مولکول H_2 سیر می‌شود.



(انواع پاک‌کننده‌ها، ص ۱ تا ۱۳ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: دشوار)

۹۷. پاسخ: گزینه ۴

برای محاسبه اختلاف pH دو محلول، از نسبت غلظت H^+ ها لگاریتم می‌گیریم:

$$\frac{[H^+]_A}{[H^+]_B} = x$$

$$\begin{cases} [H^+]_A = M_A \cdot \alpha_A \rightarrow 0.2 M_B \cdot 4 \alpha_B \\ [H^+]_B = M_B \cdot \alpha_B \rightarrow M_B \cdot \alpha_B \end{cases} \Rightarrow \frac{[H^+]_A}{[H^+]_B} = 0.8 \Rightarrow \log[H^+]_A - \log[H^+]_B = \log 0.8$$

$$\times - \rightarrow -\log[H^+]_A - (-\log[H^+]_B) = -\log \frac{1}{8}$$

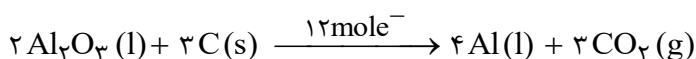
$$\rightarrow pH_A - pH_B = 1 - \log 8$$

$$\rightarrow pH_A - pH_B = 1 - 0.9 = 0.1$$

(مسائل pH و برعکس pH، ص ۲۴ تا ۳۲ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: دشوار)

۹۸. پاسخ: گزینه ۳

واکنش کلی فرایند حال به صورت زیر است:



مطابق واکنش گاز CO_2 تولید می‌شود که مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای است و یک ترکیب دوتایی است که ۳ اتم دارد و همچنین تولید قوطی‌های آلومینیومی از قوطی‌های کهنه فقط به ۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان قوطی‌ها از فرایند حال نیاز دارد. پس تفاوت انرژی میان آنها برابر ۹۳ درصد است.

همچنین مجموع ضرایب مواد در واکنش برابر ۱۲ است که این عدد برابر تعداد مول e^- مبادله شده است.

(فرایند حال، ص ۶۱ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

۹۹. پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: Na^+ به حالت مایع (l) است نه محلول (aq)!!

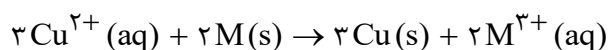
گزینه ۳: دو نوع عنصر در آن تولید می‌شود. (سدیم مذاب Na در کاتد و گاز کلر Cl_2 در آند)

گزینه ۴: یون‌های سدیم در کاتد کاهش می‌یابند و شعاع آن‌ها بزرگ‌تر می‌شود.

$Na > Na^+$: مقایسه شعاع

(برقکافت NaCl و تهیه فلز سدیم، ص ۵۶ و ۵۵ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

۱۰۰. پاسخ: گزینه ۳



واکنش انجام شده به صورت مقابل است:

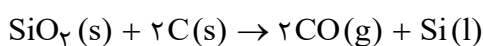
در این سلول، الکتروود مس کاتد و الکتروود فلز M آند است.

$$8gCu \times \frac{1\text{molCu}}{64gCu} \times \frac{2\text{molM}}{3\text{molCu}} \times \frac{xgM}{1\text{molM}} = 2/25g \rightarrow x = 27g.mol^{-1}$$

(سلول گالوانی و E° ، ص ۴۴ تا ۵۰ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

۱۰۱. پاسخ: گزینه ۳

فراوان‌ترین اکسید در پوسته زمین سیلیس است و واکنش سیلیس با کربن به صورت زیر انجام می‌شود:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) سیلیسیم سبک‌ترین شبه‌فلز گروه ۱۴ است که یک جامد کووالانسی می‌باشد؛ اما از سیلیس (SiO_2) در ساخت منشورها و عدسی‌ها استفاده می‌شود.

(۲) $C - C > Si - C > Si - Si$: مقایسه میانگین آنتالپی پیوند

سیلیسیم سیلیسیم کرید الماس

(۴) گرافیت > الماس : چگالی

(جامدهای کووالانسی، ص ۶۵ تا ۷۱ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

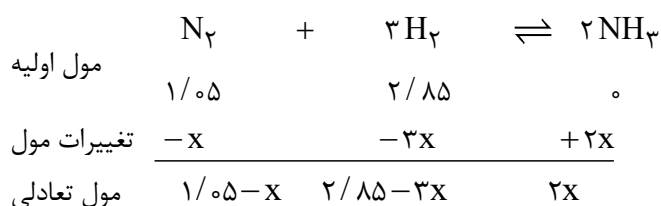
۱۰۲. پاسخ: گزینه ۴

فرض می‌کنیم جرم نمونه اولیه ۱۰۰ گرم می‌باشد؛ پس با حرارت نمونه، جرم آب از ۱۳/۶ گرم به ۶/۸ گرم و جرم نمونه از ۱۰۰ به ۹۳/۲ می‌رسد. بر این اساس داریم:

$$\text{جرم } ۹۳/۲ = ۱۰۰ - ۶/۸$$

$$\text{درصد جرمی } Al_2O_3 = \frac{\text{جرم } Al_2O_3}{\text{جرم خاک رس}} \times 100 = \frac{۴/۷۲}{۹۳/۲} \times 100 = ۵/۰۶$$

(خاک رس، ص ۶۹ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: متوسط)

۱۰۳. پاسخ: گزینه ۲


$$1/0.5 - x + 2/85 - 3x + 2x = 3 \Rightarrow 3/9 - 2x = 3 \Rightarrow 2x = 0/9 \Rightarrow x = 0/45$$

در لحظه تعادل $[N_2] = 0/6$, $[H_2] = 1/5$, $[NH_3] = 0/9$

$$\rightarrow K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \Rightarrow \frac{(0/9)^2}{(0/6)(1/5)^3} \Rightarrow 0/4 \text{ mol}^{-2} \cdot L^{+2}$$

(مشابه سؤال ۲۵۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۱ خارج، شیمی ۱۲، سطح سؤال: دشوار)

۱۰۴. پاسخ: گزینه ۲

K_a استیک اسید در دمای اتاق و غلظت برابر، بیشتر از هیدروسیانیک اسید است و بیشتر یونیده می‌شود، بنابراین غلظت‌های یون‌های موجود در محلول آن، بیشتر می‌باشد. از طرفی چون غلظت یون هیدرونیوم در HCN کمتر از CH_3COOH است، بنابراین pH بیشتری دارد و غلظت یون هیدروکسید آن نیز بیشتر خواهد بود.

(مقایسه قدرت اسیدها، مشابه سؤال ۴۳۶ کنکور تجربی خارج ۱۴۰۲، شیمی ۱۲، سطح سؤال: آسان)

۱۰۵. پاسخ: گزینه ۳

افزودن یک ماده، تعادل را در جهت مصرف آن جابه‌جا می‌کند، بنابراین با افزودن مقداری NH_3 ، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و غلظت گاز N_2 افزایش می‌یابد.

خارج کردن یک ماده، تعادل را در جهت تولید آن جابه‌جا می‌کند. بنابراین با خارج کردن مقداری گاز هیدروژن، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و غلظت گاز N_2 در تعادل جدید، بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

(اصل لوشاتلیه [غلظت]، ص ۱۰۳ و ۱۰۴ کتاب درسی، شیمی ۱۲، سطح سؤال: آسان)