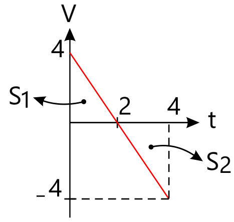
پاسخنامه تشریحی

۱ . گزینه ۴ با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان، نمودار آن را رسم کرده و قدر مطلق مساحت را با هم جمع می‌کنیم.



$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} = -t^{۲} + ۴t - ۴$$
$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^{۲}}\,,\ v_{\circ} = ۴\frac{m}{s}$$
$$\Rightarrow v = at + v_{\circ} = -۲t + ۴$$
$$d = |S_{۱}| + |S_{۲}| = \left|\frac{۴ \times ۲}{۲}\right| + \left|\frac{۲ \times (-۴)}{۲}\right| = ۸m$$

۲ . گزینه ۲ روش اول: برای یافتن جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول با داشتن معادلهٔ حرکت کافی است با جایگزینی $t = \circ$ و $t = ۲s$، $x_{\circ}$ و $x_{۲}$ را به‌دست آوریم و از رابطهٔ $\Delta x = x_{۲} - x_{\circ}$، جابه‌جایی را حساب کنیم، بنابراین داریم:

$$x = ۲t^{۳} + ۶t - ۲ \rightarrow \begin{cases} t = \circ \Rightarrow x_{\circ} = -۲m \\ t = ۲s \rightarrow x_{۲} = ۲ \times (۲)^{۳} + ۶ \times (۲) - ۲ = ۲۶m \end{cases}$$
$$\Delta x = x_{۲} - x_{\circ} = ۲۶ - (-۲) = ۲۸m$$

روش دوم: در تابع $x = ۲t^{۳} + ۶t - ۲$، مقدار ثابت تابع یعنی -۲ همان $x_{\circ}$ است و جابه‌جایی در t ثانیهٔ اول از رابطهٔ $\Delta x = ۲t^{۳} + ۶t$ قابل محاسبه خواهد بود.

$$\Delta x = ۲t^{۳} + ۶t \xrightarrow{t=۲s} \Delta x = ۲ \times (۲)^{۳} + ۶ \times (۲) = ۲۸m$$

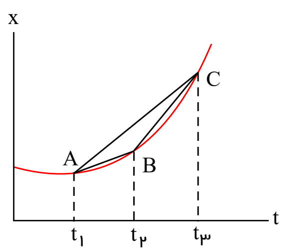
دقت کنید اگر صرفاً مقدار تابع را به‌ازای $t = ۲s$ به‌دست آورده باشید درواقع شما مکان متحرک در $t = ۲s$ یعنی $x = ۲۶m$ را حساب کردید نه جابه‌جایی را. در این صورت به گزینهٔ اشتباه «۳» می‌رسید.

۳ . گزینه ۲

با توجه به نمودار در لحظه‌های $t_{۱} = ۱s$ و $t_{۲} = ۴s$ مکان متحرک در $X_{۱} = \circ$ و $X_{۲} = -۶$ است.

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۲} - x_{۱}}{t_{۱} - t_{۲}} = \frac{-۶ - \circ}{۴ - ۱} = -۲\,\frac{m}{s}$$

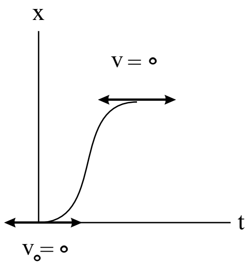
۴ . گزینه ۳ می‌دانیم:



$$AB \text{ شیب} = \bar{v}_{t_{۲} \rightarrow t_{۱}}$$
$$BC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_{۳} \rightarrow t_{۲}}$$
$$AC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_{۳} \rightarrow t_{۱}}$$

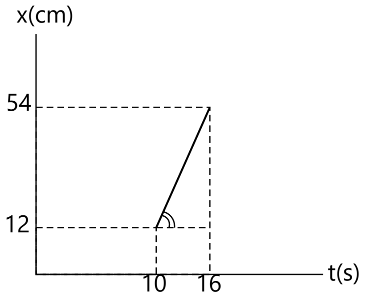
شیب پاره خط BC از شیب دو پاره خط دیگر بیشتر است.

۵ . گزینه ۲ می‌خواهیم نمودار مکان - زمان متحرکی را رسم کنیم که سرعت آن در آغاز و پایان حرکت صفر باشد.



بنابراین باید به دنبال نموداری باشیم که شیب مماس در آغاز و پایان حرکت صفر باشد (خط مماس افقی باشد) که این وضعیت فقط در گزینهٔ «۲» برقرار است.

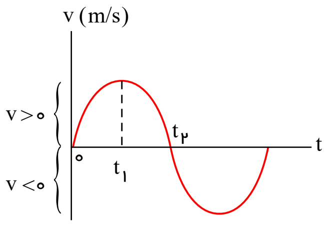
۶ . گزینه ۳ شیب نمودار مکان - زمان سرعت متحرک است، بنابراین بیشینه سرعت برابر بیشترین شیب‌خط مماس بر نمودار است که با توجه به نمودار بیشترین شیب خط راست بین $t_{۱} = ۱\circ(s)$ تا $t_{۲} = ۱۶(s)$ است، بنابراین داریم:



$$\text{شیب بیشینه} = v_{\max} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰} = \frac{۴۲}{۶} = ۷\frac{m}{s}$$

۷ . گزینه ۱ در حرکت تندشونده همواره قدرمطلق (اندازه‌ی) سرعت زیاد می‌شود که تنها در گزینهٔ (۱) این‌گونه است. به عبارتی در حرکت تندشونده، همواره نمودار $v-t$ از محر زمان دور می‌شود.

۸ . گزینه ۱



از لحظه‌ی $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت مثبت می‌باشد، بنابراین حرکت در جهت مثبت محور xها است و چون شیب خط مماس بر نمودار که نشان‌دهنده شتاب است، منفی می‌باشد بنابراین $aV < ۰$ یعنی حرکت کندشونده است. به عبارت دیگر چون قدر مطلق سرعت کم می‌شود بنابراین حرکت کندشونده است.

۹ . گزینه ۱ می‌دانیم شیبِ خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه برابر شتاب حرکت در همان لحظه می‌باشد و هنگامی که شیب خط مماس مثبت است، شتاب نیز مثبت (در جهت مثبت محور) می‌باشد که در بازه‌های (۰ تا $t_۱$) و ($t_۳$ تا $t_۴$) اینچنین است.

۱۰ . گزینه ۲ از لحظهٔ $t=۰$ تا لحظهٔ $t=۶$ نمودار v-t خطی راست با شیب ثابت است، پس در این حالت، شتاب متحرک در هر لحظه با شتاب متوسط متحرک در هر بازه‌ای بین $t=۰$ و $t=۶s$ یکسان و برابر شیب خط است یعنی:

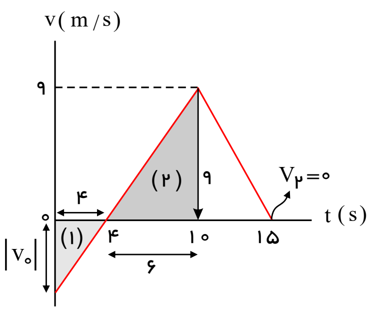
$$a_{av(۳-۶)} = a_{av(۰-۴)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-۱۲}{۴-۰} = -۳ \Rightarrow |a_{av}| = ۳\frac{m}{s^۲}$$

۱۱ . گزینه ۱ در ابتدا با توجه به شیب هر خط، معادلهٔ مربوط به آن خط را نوشته، با قرار دادن t در هر معادلهٔ v مربوط به آن لحظه را یافته و درنهایت شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$a_{av} = \frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=۰\ -\ t=۵} v=۲t \xrightarrow{t=۲} v_۱=۴ \\ \xrightarrow{t=۱۰\ -\ t=۱۴} v-۱۰=-\frac{۱۰}{۴}(t-۱۰) \xrightarrow{t=۱۲} v_۲=۵ \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{۵-۴}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

۱۲ . گزینه ۱



برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت – زمان، از رابطه‌ی $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t=۰$ را به‌دست آوریم:

$$\text{تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)} : \frac{۴}{۱۰-۴} = \frac{|v_۰|}{۹} \Rightarrow |v_۰| = ۶\frac{m}{s}$$

همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، $v_۰$ عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{۰-(-۶)}{۱۵-۰} = ۰/۴\frac{m}{s^۲} \Rightarrow \begin{cases} t_۱=۰ \Rightarrow v_۰=-۶\frac{m}{s} \\ t_۲=۱۵s \Rightarrow v_۲=۰ \end{cases}$$

۱۳ . گزینه ۴ قدر مطلق سرعت در حال افزایش است (حرکت تندشونده است). همچنین شیب خط مماس بر منحنی (شتاب) ثابت نیست و در حال کاهش است.

۱۴ . گزینه ۳ با توجه به اینکه نمودار $x-t$ ، دو متحرک خط راست می‌باشد درنتیجه هر دو حرکت با سرعت ثابت انجام می‌دهند. پس ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و مختصات نقاط داده شده را درآنها جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \\ x_B = v_B t + x_{۰B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶۵۰ = v_A \times ۳۰ + x_{۰A} \\ ۶۰۰ = v_B \times ۳۰ + x_{۰A} + ۴۳۰ \end{cases}$$

با کم کردن دو معادله ازیکدیگرداریم:

$$50 = 30(v_A - v_B) - 430 \Rightarrow 480 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = 16\frac{m}{s}$$

۱۵ . گزینه ۱ ابتدا معادلهٔ سرعت و شتاب متحرک را محاسبه کرده و سپس به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 6t \Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 12t + 6 \Rightarrow a = \frac{dV}{dt} = 12t - 12$$

گزینهٔ (۱):

$$\begin{cases} t_1 = 0 \to V_1 = 6 \\ t_2 = 2 \to V_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{6-6}{2-0} = 0$$

گزینهٔ (۲):

شرط تغییر جهت حرکت: $V = 0 \Rightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$

$$\Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

لحظهٔ $t = 1(s)$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ سرعت است، بنابراین در این لحظه سرعت صفر می‌شود اما تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینهٔ (۳): برای بررسی تندشونده یا کندشونده بودن حرکت، معادلهٔ سرعت و شتاب را تعیین علامت می‌کنیم:

$V = 0 \Rightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Rightarrow 6(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$ ریشهٔ مضاعف

$a = 0 \Rightarrow 12t - 12 = 0 \Rightarrow t = 1$ ریشهٔ ساده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

	t=1	
V	+	+
a	−	+
	کندشونده	تندشونده

گزینهٔ (۴): باتوجه به تعیین علامت سرعت و مضاعف بودن ریشهٔ $t = 1(s)$ می‌توان نتیجه گرفت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و سرعت همواره مثبت است یعنی حرکت همواره در جهت محور x است.

۱۶ . گزینه ۲ این سوال را به سه روش حل می‌کنیم. می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط معادل میانگین سرعتهاست.

روش اول:

$$v = at + v_0 = 4t + 6$$

$$\begin{cases} t = 0s \to v_0 = 6\frac{m}{s} \\ t = 2s \to v_2 = 14\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_0 + v_2}{2} = 10\frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 معادل سرعت در لحظهٔ $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ است.

در اینجا سرعت متوسط در دو ثانیهٔ اول معادل با سرعت در لحظهٔ $t = 1s$ است. ($t = \frac{0+2}{2} = 1s$)، بنابراین داریم:

$$v_{av} = v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=6]{t=1s, a=4\frac{m}{s^2}} v_{av} = 4 \times 1 + 6 = 10\frac{m}{s^2}$$

روش سوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در t' ثانیه اول، از رابطهٔ زیر نیز محاسبه می‌شود.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at' + v_0 \xrightarrow[a=4\frac{a=\frac{4}{5}\frac{m}{s},v_0=6\frac{m}{s}}{s^2,v_0=6\frac{m}{s}}]{t'=2 \text{ دو ثانیهٔ اول حرکت}} v_{av} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + 6 \to v_{av} = 10\frac{m}{s}$$

۱۷ . گزینه ۱ با توجه به اینکه ضریب t^2 و ضریب t هم‌علامت نیستند، تا قبل از توقف حرکت کندشونده و سپس از آن تندشونده است. پس در ابتدا لحظهٔ توقف را می‌یابیم.

$$x = -t^2 + 4t + 20 \ \Rightarrow \ a = -2\frac{m}{s^2}, \ v_0 = 4\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = -2t + 4 = 0 \ \Rightarrow \ t = 2s$$

در ابتدای حرکت a , v_0 علامت مخالف دارند و حرکت کندشونده است و در ادامه در لحظهٔ $t = 2s$ سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد و بعد از آن سرعت منفی و حرکت تندشونده می‌شود.

۱۸ . گزینه ۲ به‌طور کلی در حرکت با شتاب ثابت، اگر ضرایب t^2 و t هم‌علامت باشند، حرکت همواره تندشونده و در جهت علامت ضریب t است.

ولی اگر ضرایب t^2 و t هم‌علامت نباشند، حرکت در ابتدا کندشونده (قبل از لحظهٔ توقف $t_s = |\frac{v_0}{a}|$) در جهت علامت ضریب t و بعد از آن تندشونده (در خلاف علامت ضریب t) است.

$$x = -5t^2 + 5t + 12 \ \Rightarrow \ a = -10\frac{m}{s^2}, \ v_0 = 5\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = -10t + 5 = 0 \ \Rightarrow \ t = 0/5s$$

در ابتدای حرکت سرعت مثبت (هم‌علامت با ضریب t) و حرکت در جهت محور است و شتاب منفی و حرکت کندشونده است و در لحظهٔ $t = 0/5s$ سرعت صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند.

۱۹ . گزینه ۲

سرعت اولیه و شتاب مثبت هستند و حرکت پیوسته تندشونده است و تغییر جهت وجود ندارد و مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است.

$$v = at = ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v_۳ = ۱۰\ \frac{m}{s} \\ t = ۴s \Rightarrow v_۴ = ۱۲\ \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_۳ + v_۴}{۲}\Delta t = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} \times ۱ = ۱۱m$$

۲۰ . گزینه ۴

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۵ + v_۰}{۲} \times ۸ \Rightarrow v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۵ = a \times ۸ + ۵ \Rightarrow a = \frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۲۱ . گزینه ۱ دو ثانیه سوم یعنی از ۴ تا ۶ ثانیه، پس در این دو لحظه، سرعت متحرک را یافته و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

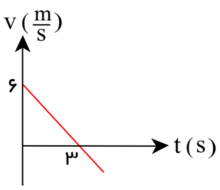
$$t_۱ = ۴s \Rightarrow v_۱ = -۲ \times ۴ + ۴ = -۴\frac{m}{s}$$

$$t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = -۲ \times ۶ + ۴ = -۸\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v_{av}\Delta t \Rightarrow \Delta x = (\frac{-۴ + (-۸)}{۲}) \times ۲ = -۱۲m \Rightarrow |\Delta x| = ۱۲m$$

۲۲ . گزینه ۱ حرکت متحرک کندشونده بوده است و در $t = ۴s$ تغییر جهت داده است. با توجه به تقارن حرکت با شتاب ثابت قبل و بعد از تغییر جهت، متحرک در $t = ۸s$ در مکان اولیه‌اش $x = ۴m$ قرار می‌گیرد.

۲۳ . گزینه ۱ بدیهی است که تا قبل از لحظهٔ توقف یعنی $t_s = |\frac{v_۰}{a}|$، حرکت کندشونده است.



$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = -t^۲ + ۶t + ۲۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ = -۲t + ۶$$

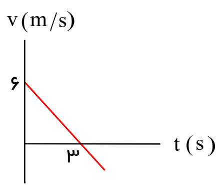
با توجه به نمودار سرعت – زمان حرکت متحرک قبل از $t = ۳s$ کندشونده است.

۲۴ . گزینه ۱

معادلهٔ مکان مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است.

با توجه به آن معادل، سرعت ـ زمان را مشخص کرده و نمودار مربوط به آن را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار مشخص می‌شود در لحظه‌های $t < ۳$ حرکت به‌صورت کندشونده انجام می‌شود.



$$x = -t^۲ + ۶t + ۲۰ \xrightarrow[v_۰ = ۶\frac{m}{s}]{a = -۲\frac{m}{s^۲}} v = -۲t + ۶$$

۲۵ . گزینه ۴ با استفاده از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \rightarrow a = -۴\ ,\ v_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را به‌دست بیاوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow[\text{شرط توقف}]{v=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$$

حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow x_۱ = -۴۰\ (۱) \\ t_۲ = ۳ \rightarrow x_۲ = -۲۲\ (۲) \\ t_۳ = ۵ \rightarrow x_۳ = -۳۰\ (۳) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x_۱ = -۲۲ - (-۴۰) = ۱۸ \\ \xrightarrow{(۲),(۳)} \Delta x_۲ = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۲۶$$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابه‌جایی‌های دو مرحلهٔ می‌باشد.

۲۶ . گزینه ۳ با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۰$ برابر صفر است، پس $v_۰ = ۰$ است.

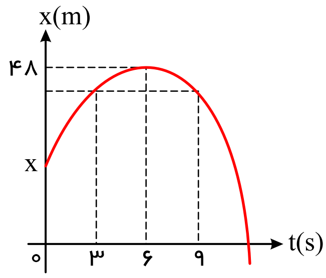
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t + x_\circ \Rightarrow ۱۰ = \frac{1}{2}a(۶)^2 + ۰ - ۸ \Rightarrow a = ۱$$

لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند. $x = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t + x_\circ \Rightarrow ۰ = \frac{1}{2} \times t^2 - ۸ \Rightarrow t^2 = ۱۶ \Rightarrow t = ۴$

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۱ \times ۴ + ۰ = ۴\frac{m}{s}$$

۲۷ . گزینه ۱ منحنی به‌صورت سهمی است، بنابراین نسبت به رأس سهمی ($t = ۶s$) تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t = ۳$ و $t = ۹$ یکسان می‌باشند و جابه‌جایی متحرک در این بازه صفر است.

$$\Delta x_{(۳\to۹)} = ۰$$



۲۸ . گزینه ۴ روش اول: ابتدا شتاب حرکت را با بررسی جابه‌جایی بین $t = ۰$ و $t = ۲$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t \Rightarrow ۸ = \frac{1}{2} \times a \times ۲^2 \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۴t + ۰ \xrightarrow{t=۲} v = ۸\frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow ۸ = \frac{۰ + v_2}{۲} \times ۲ \Rightarrow v_2 = ۸\frac{m}{s}$$

۲۹ . گزینه ۱ ابتدا سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{۱۶ - ۱۶}{۸ - ۰} = ۰$$

نمودار مکان – زمان متحرک سهمی است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت حرکت شتاب ثابت است $(a = \bar{a})$، اکنون با توجه به اطلاعات روی نمودار بین لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴$ و به کمک رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه داریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + Vt \Rightarrow ۸ = -\frac{1}{2}a \times ۴^2 + ۰ \times ۴ \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^2}$$

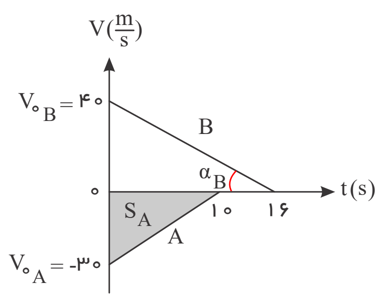
توجه: شیب نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۴$ برابر صفر است، یعنی در این لحظه $V = ۰$ است.

۳۰ . گزینه ۳ حرکت نسبت به لحظه تغییر جهت تقارن دارد (لحظهٔ $t = ۴s$). بنابراین در لحظهٔ $t = ۸s$ بزرگی سرعت برابر سرعت اولیه می‌شود.

۳۱ . گزینه ۴ به کمک نمودار شتاب – زمان نمی‌توانیم نوع حرکت را از نظر تند شونده یا کند شونده بودن را تعیین کنیم؛ زیرا نمودار شتاب– زمان فقط علامت شتاب را به ما می‌دهد و علامت سرعت مشخص نیست. اما در صورتی که سرعت اولیه ($v_\circ$) مشخص باشد، می‌توانیم تغییرات سرعت را با محاسبهٔ سطح زیر نمودار به‌دست آوریم و به کمک این دو کمیت علامت سرعت و درنتیجه نوع حرکت را مشخص کنیم.

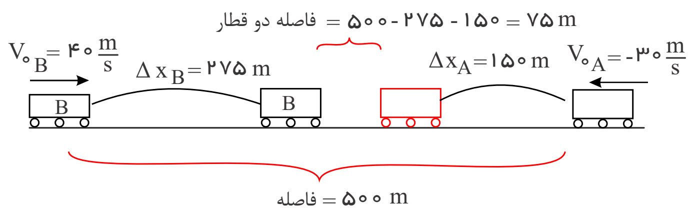
۳۲ . گزینه ۲ در لحظهٔ $t = ۱۰s$ قطار A می‌ایستد درنتیجه ابتدا باید جابه‌جایی قطار B را تا این لحظه پیدا کنیم:

$$\begin{cases} \text{شیب خط } B = a_B = -\frac{۴۰}{۱۶} = -۲/۵\frac{m}{s^2} \\ \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + V_{\circ B}t \\ \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}(-۲/۵)۱۰^2 + ۴ \times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_B = ۲۷۵m \end{cases}$$



جابه‌جایی متحرک A را با استفاده از سطح زیر نمودار A به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A = S_A = \frac{۳ \times ۱۰}{۲} = ۱۵۰m$$



۳۳ . گزینه ۴ در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کمتر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t = 11s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta x_A = \dfrac{2+12}{2} \times 5 + 12 \times (11-5) = 35 + 72 = 107m \\ \Delta x_B = 10 \times 11 = 110m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = 11s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $3m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت t_0 بعد از لحظهٔ $t = 11s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B = \frac{0-10}{16-11} = -2\ \frac{m}{s^2}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = \dfrac{1}{2} a_B t_0^2 + v_{0B} t = -t_0^2 + 10 t_0 \\ \Delta x_A = v_A t_0 = 12 t_0 \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + 3 \Rightarrow 12t_0 = (-t_0^2 + 10t_0) + 3$$

$$\Rightarrow t_0^2 + 2t_0 - 3 = 0 \Rightarrow t_0 = 1s$$

بنابراین A در لحظه $t' = t_0 + 11s$، یعنی در لحظهٔ $t' = 12s$ به B می‌رسد.

۳۴ . گزینه ۲ ابتدا لحظه‌ای (t) را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8-16}{18} = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3}\ \frac{m}{s^2}$$

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{v_t = 0} 0 = -\frac{4}{3} t + 16 \rightarrow t = 12s$$

اکنون جابه‌جایی متحرک B را در مدت $12s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8-(-20)}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\ \frac{m}{s^2}$$

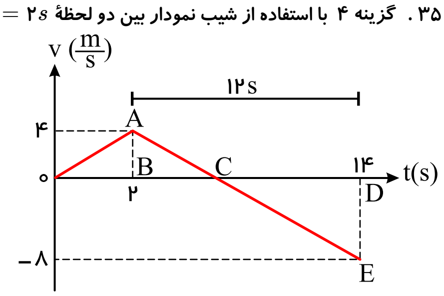
$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \xrightarrow{t' = 12s} \Delta x_B = (\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 12^2) + (-20 \times 12) = 48 - 240 = -192m$$

$$|\Delta x_B| = 192m$$

۳۵ . گزینه ۴ با استفاده از شیب نمودار بین دو لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 14s$ با استفاده از تشابه مثلثها، لحظهٔ تلاقی نمودار با محور زمان که همان لحظهٔ تغییر جهت است را می‌یابیم.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{CD} \Rightarrow \frac{4}{12 - CD} = \frac{8}{CD}$$

$$\Rightarrow CD = 24 - 2CD \Rightarrow CD = 8s$$



درنتیجه متحرک ۸ ثانیه دارای سرعت منفی بوده و در سوی خلاف محور xها حرکت کرده است.

۳۶ . گزینه ۱ سرعت اولیه منفی است و حرکت در ابتدا کندشونده در جهت منفی و سپس تندشونده در جهت مثبت است.

۳۷ . گزینه ۳ سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را v_0 فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 10s$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب – زمان متحرک داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0 \\ v_{10} = -4 \times 6 + v_4 = -24 + 16 + v_0 = -8 + v_0 \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 + \frac{-8 + v_0 + 16 + v_0}{2} \times 6 = 56 + 10v_0$$

$$\Rightarrow 156 = 56 + 10v_0 \Rightarrow 100 = 10v_0 \Rightarrow v_0 = 10\frac{m}{s}$$

۳۸ . گزینه ۱

سطح زیر نمودار، سرعت – زمان برابر جابه‌جایی می‌باشد؛ بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\dfrac{-8 \times 3}{2} + (5+2) \times \dfrac{8}{2}}{8} = \frac{-12 + 28}{8} = \frac{16}{8} = 2\frac{m}{s}$$

۳۹ . گزینه ۲

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. در اینجا با توجه به تقارن نمودار داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-10-10}{3-1}=\frac{-20}{2}=-10\frac{m}{s^2}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t}=\frac{0}{\Delta t}=0$$

سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۱ تا ۳ ثانیه از دو قسمت با مساحت‌های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها بالای محور افقی و مثبت است و دیگری در پایین محور افقی و منفی می‌باشد و بنابراین جمع جبری مساحت‌های آنها برابر صفر می‌شود.

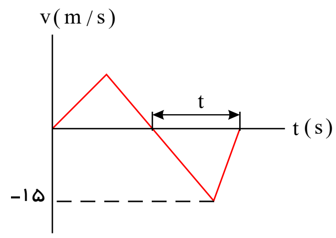
۴۰ . گزینه ۳

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-10\times 5}{2}+\frac{15\times 30}{2}}{20}=\frac{-25+225}{20}=\frac{200}{20}\Rightarrow v_{av}=10\frac{m}{s}$$

۴۱ . گزینه ۲ با توجه به نمودار اگر به اندازهٔ t ثانیه جسم در خلاف جهت محور x حرکت کند، داریم:

$$|\Delta x|=S=\frac{15\times t}{2}\Rightarrow |v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{\frac{15\times t}{2}}{t}=7{,}5\frac{m}{s}$$



۴۲ . گزینه ۲ در ۲ ثانیهٔ آخر ۴ متر جابه‌جا شده و سرعت آن به صفر رسیده پس:

$$\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow 4=-\frac{1}{2}a\times 2^2\Rightarrow a=-2\frac{m}{s^2}$$

در ۲ ثانیهٔ اول ۳۶ متر جابه‌جا شده است پس:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow 36=\frac{1}{2}\times -2\times 4+v_0\times 2\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

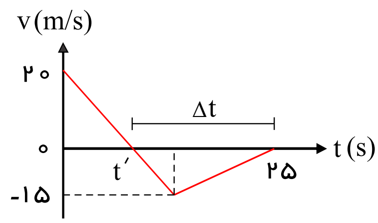
در کل حرکت

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-2\times t_1+20\Rightarrow t_1=10s$$

۴۳ . گزینه ۳ سرعت متحرک از لحظه‌ی t' تا $t=25s$ منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. برای محاسبه‌ی سرعت متوسط به روش زیرعمل می‌کنیم.

$$\Delta x=-S=-\frac{15\times \Delta t}{2}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-15\Delta t}{2}}{\Delta t}=-\frac{15}{2}=-7{,}5\frac{m}{s}\Rightarrow |v_{av}|=7{,}5\frac{m}{s}$$



۴۴ . گزینه ۲

با توجه به اینکه نمودار v-t یک خط با شیب ثابت است، حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. پس شیب خط برابر شتاب حرکت متحرک است. بنابراین با پیدا کردن شتاب، معادلهٔ سرعت را نوشته و داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-9-12}{21-0}=-1\frac{m}{s^2}$$

$$v=at+v_0\xrightarrow[v_0=12]{a=-1}v=-t+12$$

$$\begin{cases}t_1=6\to v_1=-(6)+12=6\frac{m}{s}\\ t_2=12\to v_2=-12+12=0\end{cases}\Rightarrow \Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\Delta t=\frac{6+0}{2}\times(12-6)=18m$$

۴۵ . گزینه ۴ نکته: سطح زیر نمودار $a-t$ برابر Δv می‌باشد.

با توجه به نمودار ارائه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به‌دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله ی زمانی نشان داده شده به‌دست می‌آوریم.

$$S_{(0-5)}=\Delta v=\frac{4\times 5}{2}=10\frac{m}{s}$$

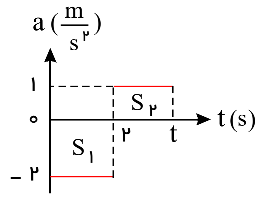
$$\Delta v=10\Rightarrow v_5-v_0=10\Rightarrow v_5-(-6)=10\Rightarrow v_5=4\frac{m}{s}$$

اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

لحظه‌ی شروع بازه زمانی $\begin{cases} a_0 = 4 > 0 \\ v_0 = -6 < 0 \end{cases} \to a \cdot v < 0$ کندشونده

لحظه‌ی پایان بازه زمانی $(t = 5)\begin{cases} a > 0 \\ v_5 = 4 \end{cases} \to a \cdot v > 0$ تندشونده

۴۶ . **گزینه ۳** **روش اول: چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ تغییر جهت هم $v = 0$ می‌شود، پس باید در اینجا Δv یعنی سطح زیر نمودار صفر شود، یعنی:**



$$S_1 = \Delta v_1 = -2 \times 2 = -4\frac{m}{s}$$

$$v_2 - v_0 = -4\frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = -4\frac{m}{s}$$

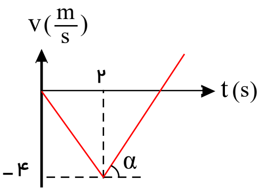
$$\Delta v_2 = v_t - v_2 = S_2 \Rightarrow 0 - (-4) = 1 \times (t - 2) \Rightarrow t = 6s$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر می‌شود جهت آن تغییر می‌کند.

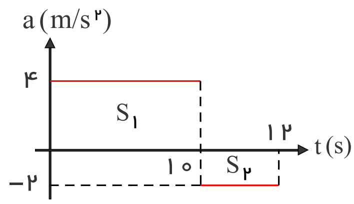
روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$: $a = +2$ $= \tan\alpha =$ **شیب نمودار درقسمت دوم**

شیب نمودار در مرحله‌ی دوم همان شتاب متحرک است، بنابراین نمودار پس از ۴ ثانیه مجدداً از سرعت

-4 به صفر می‌رسد ⇐ لحظه‌ی تغییر جهت $t = 6$ می‌باشد.

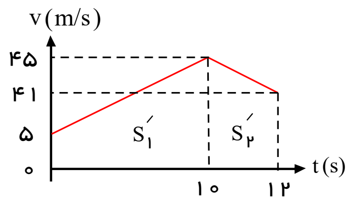


۴۷ . **گزینه ۴** **برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان می‌باشد.**



$$S_1 = \underset{(0-10)}{\Delta v} = v_{10} - v_0 \Rightarrow 40 = v_{10} - 5 \Rightarrow v_{10} = 45$$

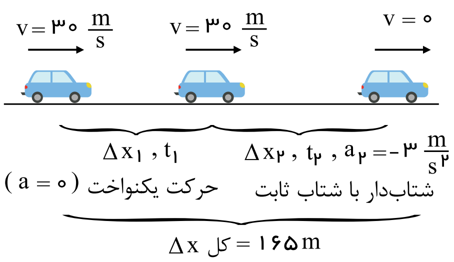
$$S_2 = \underset{(10-12)}{\Delta v} = v_{12} - v_{10} \Rightarrow -4 = v_{12} - 45 \Rightarrow v_{12} = 41$$



$$\Delta x = S'_1 + S'_2 = \frac{(5 + 45) \times 10}{2} + \frac{(45 + 41) \times 2}{2} = 336m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\frac{m}{s}$$

۴۸ . **گزینه ۴** **در مدت زمان واکنش راننده (t_1) متحرک با سرعت ثابت ($v = 108\frac{km}{h} = 30\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز (t_2) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.**



ابتدا جابه‌جایی متحرک در مرحلهٔ دوم را با استفاده از رابطهٔ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2(-3)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 165m \Rightarrow \Delta x_1 + 150 = 165 \Rightarrow \Delta x_1 = 15m$$

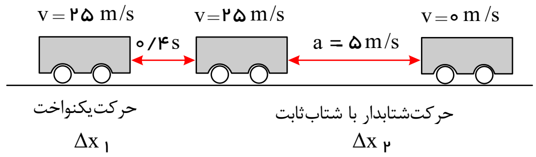
$$\Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow 15 = 30t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2}s$$

برای محاسبهٔ زمان حرکت متحرک در مرحلهٔ دوم از معادلهٔ $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم.

$$v = a_2t_2 + v_0 \xrightarrow[\substack{v_0 = 30 \\ a = -3}]{v = 0} 0 = (-3)t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10s$$

$\frac{t_2}{t_1}$ برابر است با: $\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$

۴۹ . **گزینه ۱** **در مدت $0/4s$ اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.**



$v_\circ = ۹۰ \div ۳/۶ = ۲۵ m/s$

$\Delta x_۱ = v_\circ \Delta t_۱ = ۲۵ \times ۰/۴ = ۱۰ m$

$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۵^۲ = ۲(-۵)\Delta x_۲$

$\Rightarrow \Delta x_۲ = ۶۲/۵ m$

بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بیند تا توقف کامل $۷۲/۵m$ جابه‌جا می‌شود، درنتیجه اتومبیل در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.

۵۰ . گزینه ۲ در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین B و A (معلوم: v_A، مجهول: x)، پس برای حل معادله بین A و B به a و v_B نیاز داریم که می‌توان از قسمت اول (BC) به‌دست آورد.

BC مستقل از شتاب : $\Delta x = \dfrac{v_B + v_C}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۱۲۰ = \dfrac{v_B + ۲۰}{۲} \times ۱۰ \Rightarrow v_B = ۴\dfrac{m}{s}$

BC مستقل از مکان : $v_C = at + v_B \Rightarrow ۲۰ = a \times ۱۰ + ۴ \Rightarrow a = ۱/۶\dfrac{m}{s^۲}$

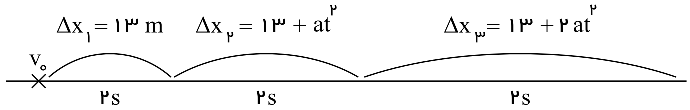
حال بین نقاط A و B می‌توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

AB مستقل از زمان : $v_B^۲ - v_A^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۶ - ۰ = ۲ \times ۱/۶ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵m$

۵۱ . گزینه ۱

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^۲$ می‌دهند. به عبارتی داریم:



$\Delta x_۳ = ۱۳ + ۲at^۲ \xrightarrow[t=۲s]{\Delta x_۳ = ۲۵m} ۲۵ = ۱۳ + ۸a \to a = ۱/۵\dfrac{m}{s^۲}$

روش دوم:

$\Delta x = \dfrac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t$

$t = ۲s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول}) = ۲a + ۲v_\circ = ۱۳ \Rightarrow a + v_\circ = ۶/۵(I)$

$\begin{cases} t = ۴s \Rightarrow \Delta x_۴ = ۸a + ۴v_\circ \\ t = ۶s \Rightarrow \Delta x_۶ = ۱۸a + ۶v_\circ \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم}) = \Delta x_۶ - \Delta x_۴ = ۱۰a + ۲v_\circ = ۲۵ \Rightarrow ۵a + v_\circ = ۱۲/۵(II)$

$I, II \Rightarrow ۴a = ۱۲/۵ - ۶/۵ \Rightarrow a = ۱/۵\dfrac{m}{s^۲}$

۵۲ . گزینه ۲ روش اول: سرعت اولیهٔ متحرک را $v_\circ$ در نظر می‌گیریم.

$\Delta x = \dfrac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow \Delta x_۱ = \dfrac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲ + v_\circ \times ۲ = ۴ + ۲v_\circ$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + v_\circ = ۴ + v_\circ$

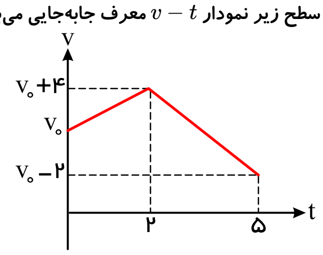
$\Delta x_۲ = \dfrac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t = \dfrac{۱}{۲} \times (-۲)(۳)^۲ + (۴ + v_\circ) \times ۳ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۹ + ۱۲ + ۳v_\circ = ۳ + ۳v_\circ$

$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴ + ۲v_\circ + ۳ + ۳v_\circ = ۷ + ۵v_\circ$

$V_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \dfrac{۷ + ۵v_\circ}{۵} \Rightarrow ۵v_\circ + ۷ = ۳۲ \Rightarrow ۵v_\circ = ۲۵ \Rightarrow v_\circ = ۵m/s$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$:

سطح زیر نمودار $v - t$ معرف جابه‌جایی می‌باشد:

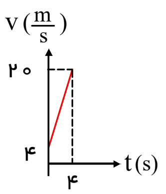


$V_{av} = \dfrac{S}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \dfrac{\dfrac{(v_\circ + v_\circ + ۴) \times ۲}{۲} + \dfrac{(v_\circ + ۴ + v_\circ - ۲) \times ۳}{۲}}{۵}$

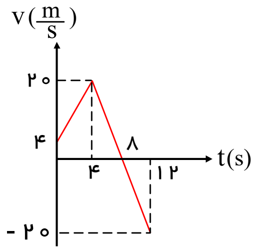
$\Rightarrow v_\circ = ۵m/s$

۵۳ . گزینه ۳ برای حل این تست، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول (رسم نمودار سرعت - زمان):

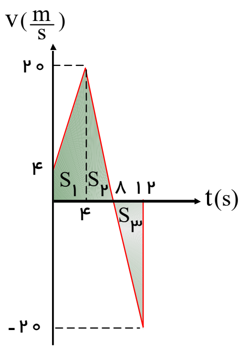


بازه‌ی زمانی $۰ < t < ۴s$: در این قسمت سرعت اولیهٔ متحرک $۴\frac{m}{s}$ است. از طرفی با توجه به آنکه اندازهٔ شتاب متحرک برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ بر سرعت آن افزوده می‌شود و سرعت در پایان ثانیهٔ چهارم به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. ($۴ + ۴ \times ۴ = ۲۰\frac{m}{s}$).



بازهٔ زمانی $۴s < t < ۱۲s$: در این قسمت با توجه به نمودار فوق، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ (یعنی شروع بازه) برابر $۲۰\frac{m}{s}$ می‌باشد. از طرفی با توجه به آنکه اندازهٔ شتاب برابر $-۵\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، سرعت متحرک در هر ثانیه $۵\frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد و در $t = ۸s$ به صفر می‌رسد و در $t = ۱۲s$ به $-۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد.

با توجه به این موضوع نمودار کلی سرعت – زمان متحرک عبارت است از:

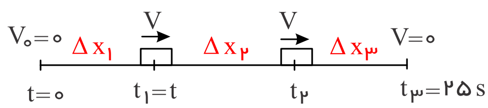


گام دوم (محاسبهٔ مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $۰ \leq t \leq ۱۲s$):

می‌دانیم که مسافت طی شده برابر قدر مطلق سطح زیر نمودار سرعت – زمان است؛ بنابراین با توجه به نمودار سرعت – زمان مقابل داریم:

$$\text{مسافت طی‌شده} = |S_۱| + |S_۲| + |S_۳| = \frac{(۲۰ + ۴) \times ۴}{۲} + \frac{۴ \times ۲۰}{۲} + \frac{۴ \times ۲۰}{۲} = ۱۲۸m$$

۵۴ . گزینه ۳ می‌دانیم اگر در حرکت شتاب‌دار ثابت سرعت متحرکی پس از t ثانیه از $V_۰$ به V برسد و سپس در مرحلهٔ بعد، سرعتش را با همان شتاب کاهش داده به‌طوری که پس از t' ثانیه از V مجدداً به $V_۰$ برسد، در این‌صورت $(\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \ , \ t = t')$ خواهد بود و داریم:



$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰ = \frac{\Delta x}{۲۵} \Rightarrow \Delta x = ۵۰۰m$$

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{V + ۰}{۲} \times t + V(۲۵ - ۲t) + \frac{V + ۰}{۲} \times t$$

$$\xrightarrow{V=at} ۵۰۰ = \frac{۵t^۲}{۲} + ۱۲۵t - ۱۰t^۲ + \frac{۵t^۲}{۲} = -۵t^۲ + ۱۲۵t \Rightarrow t^۲ - ۲۵t + ۱۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (t - ۲۰)(t - ۵) = ۰ \Rightarrow t = ۲۰s \text{ غ ق ق } , \ t = ۵ \text{ ق ق}$$

حال با داشتن مدت زمان t برای محاسبهٔ مدت زمان حرکت یکنواخت متحرک داریم:

$$\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳ = ۲۵s \Rightarrow t + \Delta t_۲ + t = ۲۵ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۲۵ - ۲t = ۲۵ - ۱۰$$
$$= ۱۵s \Rightarrow \Delta t_{\text{یکنواخت}} = ۱۵s$$

۵۵ . گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان (سرعت – جابه‌جایی) می‌توان نوشت:

مرحلهٔ اول: $V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow V^۲ - ۱۰۰ = ۲(-۲) \times ۲۵ \Rightarrow V = ۰$

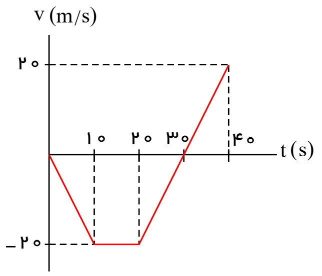
پس سرعت متحرک در مکان $x = ۲۵m$ برابر صفر است. اکنون برای محاسبهٔ سرعت آن در مکان $x = ۶۱m$ خواهیم داشت:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow V^۲ - ۰ = ۲ \times ۲ \times (۶۱ - ۲۵) \Rightarrow V^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow V = ۱۲\frac{m}{s}$$

۵۶ . گزینه ۳

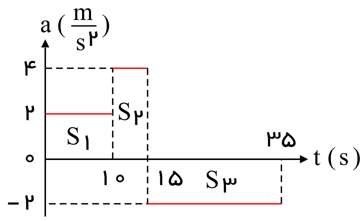
$$\begin{cases} \Delta v(\text{۱۰ ثانیهٔ اول}) = -۲ \times ۱۰ = -۲۰ \ \frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{۱۰ ثانیهٔ دوم}) = ۰ \\ \Delta v(\text{۲۰ ثانیهٔ آخر}) = ۲ \times (۴۰ - ۲۰) = +۴۰ \ \frac{m}{s} \end{cases}$$

در بازهٔ زمانی $20s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

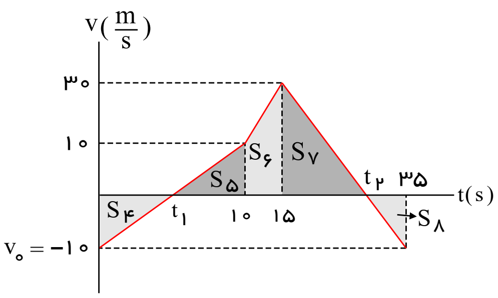


۵۷ . گزینه ۳ با رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت - زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.



$$S_1 = v_{10} - v_0 \Rightarrow 20 = v_{10} - (-10) \Rightarrow v_{10} = 10\frac{m}{s}$$
$$S_2 = v_{15} - v_{10} \Rightarrow 20 = v_{15} - 10 \Rightarrow v_{15} = 30\frac{m}{s}$$
$$S_3 = v_{35} - v_{15} \Rightarrow -40 = v_{35} - 30 \Rightarrow v_{35} = -10\frac{m}{s}$$



$$\frac{30}{t_2 - 15} = \frac{10}{35 - t_2} \Rightarrow t_2 = 30s$$

در لحظهٔ $t_2 = 30s$ متحرک در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

$$d_{max} = -\cancel{S_4} + \cancel{S_5} + S_6 + S_7 = \frac{10+30}{2} \times (15-10) + \frac{30 \times (30-15)}{2} = 325m$$

۵۸ . گزینه ۲ اتومبیل از حالت سکون $(v_0 = 0)$ با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می‌رسد؛ پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت a_2 حرکت خود را کند می‌کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

مرحلهٔ اول حرکت : $v^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta x_1 \Rightarrow v^2 - 0 = 2a_1\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{2a_1}$

مرحلهٔ دوم حرکت : $v_1^2 - v^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow 0 - v^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{-v^2}{2a_2}$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \frac{v^2}{2a_1} = -4\frac{v^2}{2a_2} \Rightarrow |a_2| = 4|a_1|$$

۵۹ . گزینه ۲ سطح زیر نمودار در بازهٔ $0 < t < 4s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$S = \frac{4+2}{2} \times 8 = 24m = x_4 - x_0 = x_4 - (-36) \Rightarrow x_4 = -12m$$

بنابراین متحرک $12m$ دیگر باید جابه‌جا شود تا به مبداء مکان برسد.

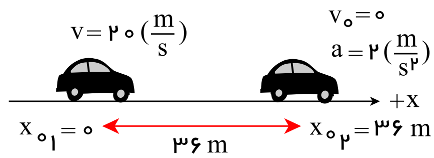
در $t > 4s$ داریم:

$$a = \frac{v_9 - v_4}{9 - 4} = \frac{(-2) - 8}{5} = -2\frac{m}{s^2}$$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = -t^2 + 8t = +12 \Rightarrow (t-6)(t-2) = 0 \Rightarrow t = 2$ یا $t = 6 \Rightarrow t = 2$ ق ق

$$\Rightarrow t_{\text{رسیدن}} = 6s$$

۶۰ . گزینه ۳



$$x_1 = vt + x_{0_1} = 20t$$

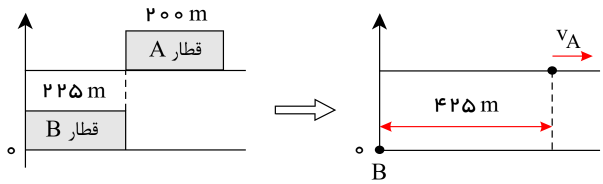
$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_{0_2} = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 36 = t^2 + 36$$

$$x_2 = x_1 \Rightarrow t^2 + 36 = 20t \Rightarrow t^2 - 20t + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-18) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s\,,\ t_2 = 18s \Rightarrow \Delta t = 16s$$

۶۱ . گزینه ۴ انتهای قطار B در حالت سکون را به‌عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت گرفته است، بنابراین معادلهٔ حرکت قطار B را نسبت به نقطهٔ انتهایی آن و معادلهٔ حرکت قطار A را نسبت به نقطهٔ ابتدایی آن می‌نویسیم. در این صورت در لحظه‌ای که قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می‌شوند.



$$x_A = 40t + 425 \quad (I)$$

حرکت قطار B از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $2\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $50\frac{m}{s}$ برسد. قطار B این کار را در مدت $t = \frac{v}{a} = \frac{50}{2} = 25s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x = \frac{v^2}{2a} = \frac{50^2}{2 \times 2} = 625m$ را طی می‌کند. سپس با سرعت $50\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $25s$ ابتدایی حرکت، قطار B از قطار A سبقت نمی‌گیرد؛ بنابراین:

$$x_B = 50(t - 25) + 625 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow 40t + 425 = 50(t-25) + 625 \Rightarrow 10t = 1050 \Rightarrow t = 105s$$

۶۲ . گزینه ۱ متحرکی که با شتاب کمتر شروع به حرکت می‌کند، دیرتر به نقطه‌ی B می‌رسد و بنابراین ۳ ثانیه بیشتر در راه است، بنابراین داریم:

$$\frac{1}{2}a(t+3)^2 = \frac{1}{2}a'(t)^2 \xrightarrow[a'=8\frac{m}{s^2}]{a=2\frac{m}{s^2}} \frac{1}{2} \times 2 \times (t+3)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times t^2 \Rightarrow t + 3 = 2t \Rightarrow t = 3\,s$$

بنابراین متحرکی که با شتاب کمتر شروع به حرکت کرده، $6\,s$ در راه بوده است و داریم:

$$AB = \frac{1}{2}a(t+3)^2 \Rightarrow AB = \frac{1}{2} \times 2 \times (3+3)^2 = 36\,m$$

۶۳ . گزینه ۱ جهت مثبت را برای هر متحرک به‌طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_{0_1} t = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 10t = t^2 + 10t$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 + v_{0_2} t = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 20t = 2t^2 + 20t$$

$$|\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 1125 \Rightarrow 3t^2 + 30t = 1125$$

$$\Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0 \Rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 375}}{1}$$

$$\Rightarrow t_1 = 15s\,,\ t_2 = -25s \Rightarrow t = 15s$$

۶۴ . گزینه ۲

$$v = at + \cancel{v_0} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = a_1 t \Rightarrow 10 = at \quad (1) \\ v_2 = a_2 t \Rightarrow 22 = (a + 1/5)t \end{cases} \Rightarrow 12 = 1/5t \Rightarrow t = 8s$$

۶۵ . گزینه ۲

$$\bar{v}_A = \frac{\Delta x}{\Delta t_A}\,,\ \bar{v}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_B} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \Rightarrow (\frac{t_B}{t_A})^2 = \frac{a_A}{a_B} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{t_B}{t_A} = 2 \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_B} = 2$$

۶۶ . گزینه ۳ در آزمایش اول که نخ را به آرامی می‌کشیم، اثر نیروی وارده بر نخ فرصت انتقال پیدا می‌کند و از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود چون نیروی کشش نخ در قسمت بالا بیشتر است.
درآزمایش دوم که نخ را به صورت ضربه ای و آنی می‌کشیم ، اثر نیرو فرصت انتقال پیدا نمی‌کند و از قسمت پایین پاره می‌شود.

۶۷ . گزینه ۳

اگر برآیند چند نیرو صفر شود، در صورتی که یکی از نیروها حذف شود، بزرگی برآیند نیروهای باقی‌مانده به همان اندازهٔ بزرگیِ نیروی حذف شده است.

$$\vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۳+\vec F_۴=۰\Rightarrow \vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۴=-\vec F_۳$$

پس اگر $\vec F_۳$ حذف شود اندازهٔ برآیند بقیهٔ نیروها برابر با اندازهٔ نیروی $F_۳$ است پس:

$$F_۳=ma\Rightarrow ۱۵=۲a\Rightarrow a=۷٫۵\frac{m}{s}\Rightarrow \Delta v=a\Delta t=۱۵\frac{m}{s}$$

۶۸ . گزینه ۳ در ابتدا نیروی خالص سپس بزرگی نیروی خالص و در نهایت بزرگی شتاب جسم را می‌یابیم.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{F_۱}=۳\vec i-۴\vec j\\ \overrightarrow{F_۲}=-۶\vec i+۸\vec j\end{array}\right.\Rightarrow \vec F=\overrightarrow{F_۲}+\overrightarrow{F_۱}=-۳\vec i+۴\vec j\Rightarrow F_{net}=\sqrt{(-۳)^۲+(۴)^۲}=۵N$$

$$a=\frac{F_{net}}{m}=\frac{۵}{۰٫۵}=۱۰\frac{m}{s^۲}$$

۶۹ . گزینه ۴ ذره با سرعت ثابت حرکت می کند، پس شتاب آن و در نتیجه برایند نیروهای وارد بر آن صفر می باشد.

$$\vec F_{net}=۰\Rightarrow \overrightarrow{F_۱}+\overrightarrow{F_۲}=۰\Rightarrow \overrightarrow{F_۲}=-\overrightarrow{F_۱}=-(۲\vec i-۶\vec j)=-۲\vec i+۶\vec j$$

۷۰ . گزینه ۲ با توجه به قانون دوم نیوتون، در ابتدا برایند نیروهای وارد بر جسم را یافته و سپس از آن با استفاده از جمع برداری نیروها، نیروی $\overrightarrow{f_۳}$ و در نهایت بزرگی آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\vec F_{net}=m\vec a\Rightarrow \vec F_{net}=۵(-۴\vec i+۳\vec j)\Rightarrow \vec F_{net}=-۲۰\vec i+۱۵\vec j$$

$$\vec F_{net}=\overrightarrow{F_۱}+\overrightarrow{F_۲}+\overrightarrow{F_۳}\Rightarrow -۲۰\vec i+۱۵\vec j=-۱۵\vec i+۸\vec j-۲۱\vec i+۱۹\vec j+\overrightarrow{F_۳}$$

$$\overrightarrow{F_۳}=-۲۰\vec i+۱۵\vec j+۱۵\vec i-۸\vec j+۲۱\vec i-۱۹\vec j\Rightarrow \overrightarrow{F_۳}=۱۶\vec i-۱۲\vec j$$

$$\Rightarrow F_۳=\sqrt{(۱۶)^۲+(-۱۲)^۲}=۲۰N$$

۷۱ . گزینه ۳

باتوجه به قانون دوم نیوتون داریم: $\vec F_۱=۲۰\vec i-۵۰\vec j\ ,\ \vec F_۲=۱۰\vec i+۲۰\vec j\ ,\ \vec F_۳=-۱۰\vec j$

$$\vec F_{net}=m\vec a\Rightarrow \vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۳=m\vec a\Rightarrow (۲۰+۱۰)\vec i+(-۵۰+۲۰-۱۰)\vec j=۵\vec a$$

$$۵\vec a=۳۰\vec i-۴۰\vec j\Rightarrow \vec a=۶\vec i-۸\vec j\Rightarrow |\vec a|=\sqrt{۶^۲+(-۸)^۲}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰\frac{m}{s}$$

۷۲ . گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ مربوط به قانون دوم نیوتون، نیروهای خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از جمع‌برداری دو نیروی $\vec F_i,\vec F_j$ ، $\vec F_۲$ را می‌یابیم.

$$\vec a=\frac{\vec F_{net}}{m}\Rightarrow ۲\vec i-۴\vec j=\frac{\vec F_{net}}{۱٫۵}\Rightarrow \vec F_{net}=۳\vec i-۶\vec j$$

$$\Rightarrow \vec F_{net}=\overrightarrow{F_۱}+\overrightarrow{F_۲}\Rightarrow ۳\vec i-۶\vec j=۲\vec i-۵\vec j+\overrightarrow{F_۲}\Rightarrow \overrightarrow{F_۲}=\vec i-\vec j$$

۷۳ . گزینه ۲ شتاب متوسط حرکت اتومبیل در بازهٔ زمانی $۰٫۳s$ عبارت است از:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$$

$$v_۱=۵۴\frac{km}{h}=۱۵\frac{m}{s}\Rightarrow \bar a=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۱۵}{۰٫۳}=-۵۰\frac{m}{s^۲}\Rightarrow |\bar a|=۵۰\frac{m}{s^۲}$$

$v_۲=۰$ سرعت اتومبیل به صفر می رسد.

در ادامهٔ بزرگی نیروی متوسطی که کمربند بر شخص وارد می کند، عبارت است از:

$$F=m\bar a=۶۰\times ۵۰=۳۰۰۰N$$

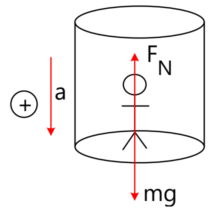
۷۴ . گزینه ۱ عددی که ترازو نشان می‌دهد ثابت و کوچک‌تر از وزن شخص است، در نتیجه حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود و این حرکت می‌تواند کند شونده به بالا و یا تندشونده به پایین باشد که در هر دو حالت جهت شتاب به سمت پایین خواهد بود.

$$N=m(g-a)\Rightarrow ۴۸۰=۶۰(۱۰-a)\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

۷۵ . گزینه ۴ آسانسورحرکت تند شونده به پایین دارد بنابراین، شتاب حرکت روبه پایین است و داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F_N=ma\Rightarrow F_N=m(g-a)$$

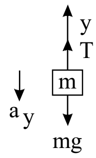
$$F_N=۸۰(۱۰-۲)\Rightarrow F_N=۶۴۰N$$



۷۶ . گزینه ۲ می‌دانیم نیروی فنر، همان نقش وزن ظاهری جسم را بر عهده درد. یعنی $(F_e=F_N)$ پس با نوشتن قانون دوم نیوتون و جهت شتاب در هر مرحله داریم:

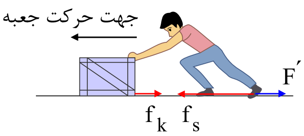
$$\left.\begin{array}{l}\text{آسانسور تند شونده بالا میرود}:\ F_۱=m(g+a)=m(۱۰+۲)=۱۲m\\ \text{آسانسور تند شونده پایین میرود}:\ F_۲=m(g-a)=m(۱۰-۲)=۸m\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=\frac{۸m}{۱۲m}=\frac{۲}{۳}$$

۷۷ . گزینه ۳ چون نیروی کششی کمتر از نیروی وزن جسم است، شتاب جسم به طرف پایین است. بنابراین داریم:



$$F_{net} = ma$$
$$mg - T = ma$$
$$mg - \frac{۱}{۳}mg = ma$$
$$\boxed{a = \frac{۲}{۳}g}$$

۷۸ . گزینه ۱



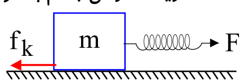
نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت واقعی یا احتمالی جسم به جسم اثر می‌کند. مطابق شکل نیروی f' نیرویی است که از طرف کف کفش شخص به سطح زمین وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو، همان نیروی f_s است که از طرف سطح زمین به پای شخص وارد می‌شود. که جهت آن به طرف غرب خواهد بود. اما به راستی چرا نیروی اصطکاک وارد بر شخص از نوع ایستایی است؟

از طرفی جعبه به سمت غرب حرکت می‌کند. پس نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه در خلاف جهت حرکت آن یعنی در جهت شرق به جعبه وارد می‌شود.

۷۹ . گزینه ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow ۲۴ - \mu_k \times ۶ \times ۱۰ = ۶ \times ۳ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

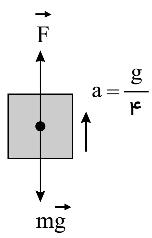
۸۰ . گزینه ۱ وقتی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب حرکت صفر، یعنی نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. یعنی:



$$F_{net} = ma$$
$$F_e - f_k = ۰ \Rightarrow F_e = f_k$$

$$k\Delta x = \mu mg \Rightarrow ۵۰ \times ۰/۱ = \mu \times ۵۰ \Rightarrow \mu = ۰/۱$$

۸۱ . گزینه ۲ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی پتانسیل جسم در ارتفاع h نسبت به زمین به صورت $U = mgh$ محاسبه می‌شود. در اینجا به جسم دو نیرو، یکی نیروی شخص $(\vec{F})$ به طرف بالا در جهت حرکت جسم و دیگری وزن جسم $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون به محاسبهٔ اندازهٔ این نیرو $(\vec{F})$ بر حسب وزن جسم می‌پردازیم:



$$F_{net} = m\vec{a}$$
$$F - mg = ma \xrightarrow{a=\frac{g}{۴}} F = mg + \frac{mg}{۴} = \frac{۵}{۴}mg$$

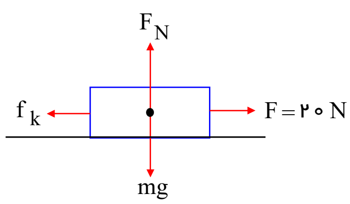
کار این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم به اندازهٔ h برابر است با:

$$W_F = (F\cos\theta)d \xrightarrow[F=\frac{۵}{۴}mg]{d=h\ ,\ \theta=۰^{\circ}} W_F = \frac{۵}{۴}mgh \xrightarrow{U=mgh} W_F = \frac{۵}{۴}U$$

۸۲ . گزینه ۳ اگر نیروی افقی به تدریج کاهش یابد تا لحظه ای که شتاب جسم صفر شود، شتاب مثبت و سرعت متحرک در حال افزایش است. تا زمانی که شتاب مثبت است، سرعت جسم کاهش نمی‌یابد. در حالت حدی اگر $a = ۰$ شود، سرعت ثابت می‌ماند. اندازه ی نیروی افقی در لحظه ای که شتاب متحرک صفر می شود برابر است با:

$$F' - \mu_k mg = m \times ۰ \Rightarrow F' - \frac{۱}{۴} \times ۴ \times ۱۰ = ۰ \Rightarrow F' = ۱۰N$$
$$\Delta F = \text{حداکثر کاهش نیرو} = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰N$$

۸۳ . گزینه ۳ ابتدابا توجه به شکل روبه‌رو شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma_۱$$

$$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma_۱ \Rightarrow ۲۰ - ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰ = ۴ \times a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}$$

سپس سرعت جسم در لحظهٔ قطع نیروی F یعنی $t = ۳s$ را محاسبه می‌کنیم.

$$v_۱ = a_۱ t + v_۰ \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۳ + ۰ = ۶\frac{m}{s}$$

درنتیجه جابه‌جایی جسم بعد از $۳s$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0+6}{2} \times 3 = 9m$$

اگر در این لحظه $(t = 3s)$ نیروی F قطع شود، جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می‌شود که می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma_2 \Rightarrow -\mu_k mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = -0/3 \times 10 = -3\frac{m}{s^2}$$

بنابراین جابه‌جایی جسم از لحظهٔ $t = 3s$ تا توقف کامل برابر است با:

$$v_2{}^2 - v_1{}^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2(-3) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 6m$$

درنتیجه کل جابه‌جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

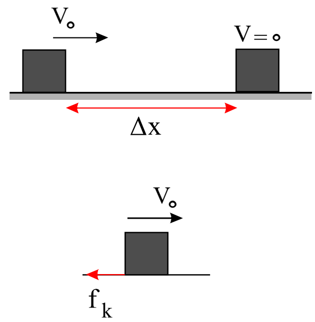
$$\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 9 + 6 = 15m$$

۸۴ . گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظهٔ ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$$v = 54 \div 3/6 = 15$$
$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0/2 \times 10 = -2\frac{m}{s^2}$$
$$x_{توقف} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 2} = \frac{225}{4} \simeq 56m$$

۸۵ . گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسم‌ها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسم‌ها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می‌شوند.

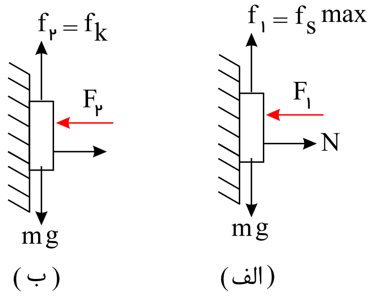
$$F_{net} = ma \to -f_k = ma \to -\mu_k mg = ma \to a = -\mu_k g$$
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_{توقف} \xrightarrow{v=0} \Delta x_{توقف} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$
$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{0A}^2}{v_{0B}^2} \times \frac{\mu_{k_B}}{\mu_{k_A}} \xrightarrow[\mu_{kA}=2\mu_{kB}]{v_{0A}=v_{0B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{1}{2}$$



توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۸۶ . گزینه ۳ چون در هر دو حالت شتاب صفر است پس برایند نیروهای وارد بر جسم نیز صفر خواهد بود. در این صورت نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است. حذف گزینه ۱ و ۲ در همان ابتدا و داریم:

$$F_{net} = 0 \to mg - f = 0 \to f = mg \xrightarrow{\text{الف و ب}} f_1 = f_2 = mg$$
$$\begin{cases} f_1 = f_{s_{max}} = mg \to \mu_s F_N = mg \xrightarrow{F_N = F_1} \mu_s F_1 = mg \to F_1 = \dfrac{mg}{\mu_s} \\ f_2 = f_k = mg \to \mu_k F_N = mg \xrightarrow{F_N = F_2} \mu_k F_2 = mg \to F_2 = \dfrac{mg}{\mu_k} \\ \to \dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{\mu_k}{\mu_s} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2 \end{cases}$$



بنابراین $f_1 = f_2,\ \ F_1 < F_2$

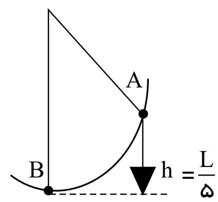
۸۷ . گزینه ۳

با توجه به نعریف تکانه $P = mv$ چون جرم گلوله ثابت اما سرعت گلوله از لحظه رها شدن مرتب افزایش می‌یابد پس تکانه‌ی گلوله نمی‌تواند پایسته باشد.

$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + \cancel{U_2}^{\,0} = \cancel{K_1}^{\,0} + U_1 \Rightarrow K_2 = mgh \Rightarrow \begin{cases} K_2 \propto h \\ K_2 \propto m \\ v_2 \propto \sqrt{h} \end{cases}$$

۸۸ . گزینه ۴ با توجه به قضیه کارو انرژی، می دانیم انرژی پتانسیل در نقطه A با انرژی جنبشی در نقطه B برابر است، بنابراین:

$$E_A = E_B \to mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh = 2g \times \frac{L}{5} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gL}{5}}$$
$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow p = m \times \sqrt{\frac{2gL}{5}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{2gLM^2}{5}}$$



راه دوم: چون $K = \frac{p^2}{2m}$ است . بنابراین:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U = K \Rightarrow mg\frac{L}{۵} = \frac{p^۲}{۲M} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{۲M^۲gL}{۵}}$$

۸۹ . گزینه ۳

با توجه به مفهوم ضربه (نیرو) و تغییرات سرعت داریم:

$$|\vec{F}| \cdot \Delta t = m|\overrightarrow{\Delta v}| \Rightarrow ۳ \times ۴ = ۲(v - ۵) \Rightarrow v - ۵ = ۶ \Rightarrow v = ۱۱\frac{m}{s}$$

$$|\overrightarrow{p_۲}| = m|\vec{v}| \Rightarrow |\overrightarrow{P_۲}| = ۲ \times ۱۱ = ۲۲\frac{kg \cdot m}{s}$$

۹۰ . گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ p = mv \end{matrix}\right\} \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}mv(v) \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}mv(v) \times \frac{m}{m}$$

$$\Rightarrow K = \frac{۱}{۲}\frac{m^۲v^۲}{m} \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}\frac{p^۲}{m}$$

۹۱ . گزینه ۱ در هر دو حالت جهت سرعت رو به پایین است، بنابراین تعیین تغییر تکانه داریم:

$$\overrightarrow{\Delta p} = m\overrightarrow{\Delta v} \Rightarrow |\overrightarrow{\Delta p}| = m(v_۲ - v_۱) = ۵۰ \times ۱۰^{-۳}(۲۳ - ۱۴) \Rightarrow \Delta p = ۰/۴۵ = \frac{۹}{۲۰}\frac{kg \cdot m}{s}$$

۹۲ . گزینه ۲ ابتدا سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_\circ^۲ = -۲gh \xrightarrow[h=۴۵]{v_\circ=۰} v^۲ = -۲ \times ۱۰ \times (-۴۵) \Rightarrow v = ۳۰\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ بزرگی نیروی متوسطی که به گلوله وارد می‌شود تا متوقف شود از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم.

$$F_{av} = m\bar{a} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = m\frac{(v_۲ - v_۱)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = m(\frac{۰ - (-۳۰)}{۰/۳})$$

$$\Rightarrow F_{av} = ۱۰۰m \xrightarrow{g=۱۰} F = ۱۰mg$$

۹۳ . گزینه ۴

$$p_k = p_o \Rightarrow m_kv_k = m_ov_o \Rightarrow ۵m_ov_k = m_ov_o \Rightarrow v_o = ۵v_k$$

$$\frac{K_k}{K_o} = \frac{m_k}{m_o} \times (\frac{v_k}{v_o})^۲ = ۵ \times (\frac{۱}{۵})^۲ = \frac{۱}{۵}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \xrightarrow{P_T=P_S} \frac{K_T}{K_A} = \frac{m_A}{m_T} = \frac{۱}{۵}$$

۹۴ . گزینه ۳

$$p_A = p_B \Rightarrow m_Av_A = m_Bv_B \Rightarrow ۲m_Bv_A = m_Bv_B \Rightarrow v_B = ۲v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{۱}{۲}m_Av^۲{}_A}{\frac{۱}{۲}m_Bv^۲{}_B} = \frac{(۲m_B)\,v^۲{}_A}{m_B(۲v_A)^۲} = \frac{۲v_A^۲}{۴v_A^۲} = \frac{۱}{۲}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{m_B}{m_A}) \times (\frac{p_A}{p_B})^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{m_B}{۲m_B}) \times ۱ = \frac{۱}{۲}$$

۹۵ . گزینه ۲

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲v_۱^۲ = v_۱^۲$$

$$K_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲(v_۱ + ۸)^۲ \Rightarrow ۴v_۱^۲ = (v_۱ + ۸)^۲$$

$$\Rightarrow ۲v_۱ = v_۱ + ۸ \Rightarrow v_۱ = ۸m/s \Rightarrow p_۱ = mv_۱ = ۲ \times ۸ = ۱۶kgm/s$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{p_۲}{p_۱})^۲ \to ۴ = (\frac{p_۲}{p_۱})^۲ \to p_۲ = ۲p_۱m(۸ + v_۱) = ۲mv_۱ \to v_۱ = ۸\frac{m}{s}p_۱ = m_۱v_۱ = ۲ \times ۸ = ۱۶kg\frac{m}{s}$$

۹۶ . گزینه ۲ انرژی جنبشی جسم در حالت دوم ۹ برابر شده است، با توجه به رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ به سادگی می توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در حالت دوم ۳ برابر شده و به $۳۰\frac{m}{s}$ رسیده است (چرا؟).

$$m = ۴kg\,,\ v_۱ = ۱۰\frac{m}{s},\ v_۲ = ۳v_۱ = ۳۰\frac{m}{s} \Rightarrow p_۲ - p_۱ = ?$$

تکانه در دو حالت: $\begin{cases} p_1 = mv_1 = ۴ \times ۱۰ = ۴۰ \frac{kgm}{s} \\ p_2 = mv_2 = ۴ \times ۳۰ = ۱۲۰ \frac{kgm}{s} \end{cases} \Rightarrow p_2 - p_1 = ۸۰ \frac{kgm}{s}$

۹۷ . گزینه ۴ روش اول: در صورتی که سرعت دونده را برابر v و سرعت گلوله را برابر v' در نظر بگیریم، داریم:

جرم دونده: $m = ۴۰kg$ ، جرم گلوله: $m' = ۱۰۰g = ۰/۱kg$, $K = K' \Rightarrow \frac{p}{p'} = ?$

انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K=K'} \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m'v'^2$

$$\Rightarrow (\frac{v}{v'})^2 = \frac{m'}{m} = \frac{۰/۱}{۴۰} = \frac{1}{۴۰۰} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{1}{۲۰}$$

تکانه: $p = mv \Rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{m}{m'} \times \frac{v}{v'} = \frac{۴۰}{۰/۱} \times \frac{1}{۲۰} = ۲۰$

با کمک رابطه‌ی بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{1}{2}m(\frac{p}{m})^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K}{K'} = (\frac{p}{p'})^2 \times (\frac{m'}{m}) \xrightarrow{K=K'} 1 = (\frac{p}{p'})^2 \times (\frac{۰/۱}{۴۰}) \Rightarrow (\frac{p}{p'})^2 = ۴۰۰ \Rightarrow \frac{p}{p'} = ۲۰$$

۹۸ . گزینه ۲

$$p_A = p_B , m_B = ۳m_A , K_A = ۱۸J , K_B = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{K_B}{K_A} = (\frac{P_B}{p_A})^2 \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{K_B}{۱۸} = (1)^2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow K_B = ۶J$$

۹۹ . گزینه ۳ با کاهش ۷۵ درصدی انرژی جنبشی، ۲۵ درصد از انرژی جنبشی باقی مانده، یعنی انرژی جنبش $\frac{1}{4}$ برابر شده، پس تندی آن نصف شده یعنی، ۵۰ درصد کاهش یافته، به عبارتی:

$$K_2 = K_1 - \frac{۷۵}{۱۰۰}K_1 = K_1 - \frac{3}{4}K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4}K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2}{v_1})^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = (\frac{v_2}{v_1})^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$$

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2}p_1 = \frac{۵۰}{۱۰۰}p_1$$

روش دوم:

با توجه رابطه K و p داریم:

$$\left.\begin{array}{l} K = \frac{p^2}{2M} \\ K_2 = K_1 - \frac{3}{4}K_1 = \frac{1}{4}K_1 \\ m_1 = m_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{p_2}{p_1})^2 \times \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}K_1}{K_1} = (\frac{p_2}{p_1})^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2}p_1 = \frac{۵۰}{۱۰۰}p_1$$

۱۰۰ . گزینه ۳ با استفاده از رابطهٔ تکانه، سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$p = mv \rightarrow ۶ = ۲v \rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

سپس با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 = ۹J$$

۱۰۱ . گزینه ۳ K باید برحسب ژول باشد.پس بصورت زیر عمل می‌کنیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow ۱/۸ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = \frac{p^2}{۲ \times ۹ \times ۱۰^{-۳۱}}$$

$$p^2 = ۱۸ \times ۱۰^{-۳۱} \times ۱۸ \times ۱۰^{-۲۰} \times ۱۶ \times ۱۰^{-۱} = ۱۸^2 \times ۱۶ \times ۱۰^{-۵۲}$$

$$p = ۱۸ \times ۴ \times ۱۰^{-۲۶} \Rightarrow p = ۷۲ \times ۱۰^{-۲۶} = ۷/۲ \times ۱۰^{-۲۵} kg\frac{m}{s}$$

۱۰۲ . گزینه ۳ ماهواره A از یک مکان معین هر ۲۴ ساعت یک بار توسط ناظری روی زمین که خود می‌چرخد (حرکت وضعی زمین) دیده می‌شود و می‌دانیم دوره حرکت وضعی زمین ۲۴

ساعت است، پس دوره حرکت ماهواره A نصف دوره حرکت زمین (ناظر ساکن روی آن) است، پس: $T_A = ۱۲$ ساعت

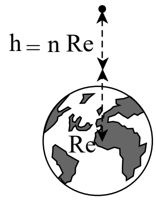
و در مورد ارتباط دوره ماهواره‌ها و شعاع مدار گردش می‌دانیم:

$$T \propto r\sqrt{r} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{r_B\sqrt{r_B}}{r_A\sqrt{r_A}} \Rightarrow \frac{T_B}{۱۲\,\text{ساعت}} = ۹ \times \sqrt{۹} = ۲۷ \Rightarrow T_B = ۳۲۴\ \text{ساعت}$$

۱۰۳ . گزینه ۱ شتاب گرانشی با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطهٔ معکوس دارد ($g' \propto \frac{۱}{r^۲}$). در صورتی که شعاع کرهٔ زمین را برابر R_e فرض کنیم، فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از مرکز زمین برابر است با:

$$r = R_e + h = R_e + nR_e = (n+۱)R_e$$

اگر شتاب گرانش در سطح زمین برابر g باشد. و برای محاسبه‌ی محلی که شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ سطح زمین است داریم:



$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GMe}{r^۲}}{\frac{GMe}{R_e^۲}} = (\frac{R_e}{r})^۲ = (\frac{R_e}{(n+۱)R_e})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

$$\text{جذر گرفتن از طرفین رابطه} \Rightarrow \frac{۱}{n+۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow n = ۱$$

تذکر: به طور ذهنی نیز می‌توان گفت اگر فاصله از مرکز زمین از R_e به $۲R_e$ برسد، شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر می شود.

$$g = \frac{GM_e}{r^۲} \Rightarrow r \text{ دو برابر می شود} \Rightarrow g \text{ شتاب } ، \frac{۱}{۴} \text{ برابر می شود}$$

$$\begin{cases} r = ۲R_e \\ r = h + R_e \end{cases} \Rightarrow h = R_e$$

۱۰۴ . گزینه ۳

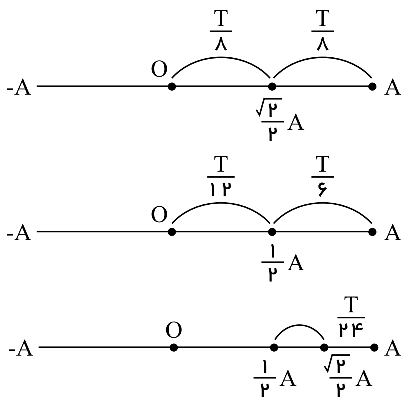
در هر نوسان کامل (در یک دوره) دو بار شتاب صفر می شود

تعداد صفر شدن شتاب	تعداد نوسان کامل
۲	۱
۸	n

$$\Rightarrow n = ۴ \quad , \quad T = \frac{t}{n} = \frac{۱}{۴}$$

۱۰۵ . گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، v_{av} زمانی بیشینه می‌شود که در یک جابه‌جایی مشخص، Δt کمینه شود. بنابراین:



$$x = A\cos\omega t \to \begin{cases} t_۱ \ \text{در لحظه}: \ x_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A \to \frac{\sqrt{۲}}{۲}A = A\cos\frac{۲\pi}{T}t_۱ \\ \to t_۱ = \frac{T}{۸} \qquad \text{برای اولین بار} \\ t_۲ \ \text{در لحظه}: \ x_۲ = \frac{A}{۲} \to \frac{A}{۲} = A\cos\frac{۲\pi}{T}t_۲ \\ \to t_۲ = \frac{T}{۶} \qquad \text{برای اولین بار} \end{cases}$$

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۶} - \frac{T}{۸} = \frac{T}{۲۴}$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = \frac{A}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲}A = (۱ - \sqrt{۲})\frac{A}{۲}$$

$$\bar{v}_{max} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \to \bar{v}_{max} = ۱۲(۱ - \sqrt{۲})\frac{A}{T}$$

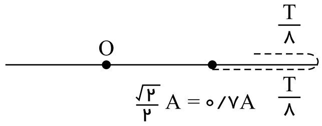
با توجه به گزینه‌ها و این‌که در صورت تست کلمه اندازهٔ سرعت متوسط ذکر شده، باید بنویسیم:

$$|\bar{v}_{max}| = ۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$$

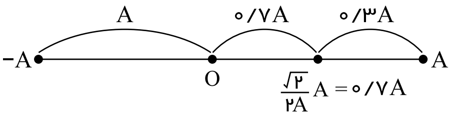
به طور کلی در سؤالهایی که بیشینهٔ جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکیهای مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:

$$\begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۶} \\ |\Delta x_{max}| = A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۴} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۲}A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۳} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۳}A\end{cases}$$

۱۰۶ . گزینه ۲ هرچه نوسانگر به انتهای مسیر نزدیک‌تر باشد، سرعت حرکت آن کمتر بوده و مسافت کمتری را طی می‌کند. با توجه به این موضوع می‌توان گفت که زمانی نوسانگر کمترین مسافت را در مدت زمان $\frac{۱}{۴}T$ (معادل با تغییر فاز $\frac{\pi}{۲}$) طی می‌کند که تا حد امکان به انتهای مسیر نزدیک باشد، به همین منظور باید مطابق شکل زیراز $\frac{\pi}{۴}$ تا $\frac{۳\pi}{۴}$ تغییر فاز بدهد:

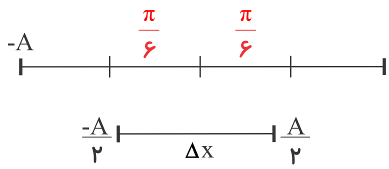


بنابراین نوسانگر برروی محور قائم از مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ به $x = A$ رفته و دوباره به این مکان باز می‌گردد و برای محاسبه‌ی مسافت طی شده برای آن داریم:



$$\text{مسافت طی شده} = ۲(A - \frac{\sqrt{۲}}{۲}A) = ۲(۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲})A = (۲-\sqrt{۲})A \xrightarrow{\sqrt{۲}\simeq ۱/۴} \text{مسافت طی شده} = ۰/۶A$$

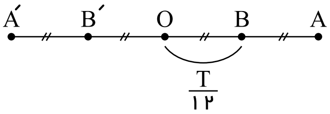
۱۰۷ . گزینه ۲ بیشترین سرعت متوسط زمانی حاصل می‌شود که جابه‌جایی بیشینه باشد (در دو طرف مرکز تعادل). با توجه به این که تغییر شناسهٔ نوسانگر در مدت $۰/۰۲s$ برابر $\Delta\phi = \omega\Delta t = \frac{۵۰\pi}{۳} \times ۰/۰۲ = \frac{\pi}{۳}rad$ است، بیشترین سرعت متوسط ذره زمانی حاصل می‌شود که مثلاً ذره از فاز $-\frac{\pi}{۶}rad$ به فاز $\frac{\pi}{۶}rad$ برسد. در این صورت خواهیم داشت:



$$\Delta x_{\max} = \frac{A}{۲} + \frac{A}{۲} = A = ۰/۰۶\,m$$

$$V_{avmax} = \frac{\Delta x_{\max}}{\Delta t} = \frac{۰/۰۶}{۰/۰۲} = ۳\left(\frac{m}{s}\right)$$

۱۰۸ . گزینه ۱ به طور کلی در سؤال‌هایی که بیشینهٔ جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکیهای مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:



$$\begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۶} \\ |\Delta x_{max}| = A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۴} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۲}A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۳} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۳}A\end{cases}$$

$$\Delta t_{OB} = \frac{T}{۱۲} \Rightarrow \frac{۱}{۳۰۰} = \frac{T}{۱۲} \to T = ۰/۰۴s \xrightarrow{f=\frac{۱}{T}} f = \frac{۱}{۰/۰۴} \to f = ۲۵HZ$$

۱۰۹ . گزینه ۱ می‌دانیم هنگامی‌که نوسانگر از یکی از دو انتهای مسیر عبور می‌کند، شتاب آن بیشینه و سرعت نوسانگر صفر است و هنگامی‌که نوسانگر از مرکز نوسان عبور می‌کند شتاب آن صفر و سرعت آن بیشینه است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} a_{\max} &= ۸۰\frac{m}{s^۲} \\ v_{\max} &= ۲\frac{m}{s}\end{aligned}\right\} \Rightarrow a_{\max} = A\omega^۲ = v_{\max}\times\omega \Rightarrow ۸۰ = ۲\times\omega \Rightarrow \omega = ۴۰\frac{rad}{s}$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow ۲ = A\times ۴۰ \Rightarrow A = \frac{۲}{۴۰} = \frac{۱}{۲۰}m = ۵cm$$

$$x(t) = A\cos\omega t = ۰/۰۵\cos ۴۰t$$

۱۱۰ . گزینه ۴ به طور کلی در سؤالهایی که بیشینهٔ جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکیهای مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:

$$\begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۶} \\ |\Delta x_{max}| = A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۴} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۲}A\end{cases} \quad \begin{cases}\Delta t = \frac{T}{۳} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{۳}A\end{cases}$$

حال با توجه به اینکه طول پاره‌خط $۸cm$ است، دامنهٔ نوسان $۴cm$، بنابراین:

$$\Delta x_{max} = A\sqrt{۲} = ۴\sqrt{۲}cm$$

۱۱۱ . گزینه ۴

در مرکز نوسان، سرعت بیشینه و در نقاط بازگشت، سرعت صفر است.

$$\begin{cases} x = ۰ \\ v = \pm v_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max}^{۲} = ۰٫۴ \to v_{max} = \sqrt{۰٫۴}$$

$$\begin{cases} v = ۰ \\ x = \pm A \end{cases} \Rightarrow ۰ = ۰٫۴ - ۴۰۰۰x^{۲} \Rightarrow A = ۱۰^{-۲}m$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow \sqrt{۰٫۴} = ۱۰^{-۲}\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{۰٫۴} \times ۱۰۰ \Rightarrow a_{max} = A\omega^{۲} = ۱۰^{-۲} \times (۰٫۴ \times ۱۰^{۴}) = ۴۰\frac{m}{s^{۲}}$$

۱۱۲ . گزینه ۲ در انتهای سمت راست (نقطهٔ بازگشت $x = +A$) سرعت متحرک از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد با توجه به رابطهٔ $F = -kx$ در سوی مثبت پاره‌خط نوسان نیروی وارد شده به نوسانگر همواره منفی و در نتیجه شتاب حرکت همواره منفی است.

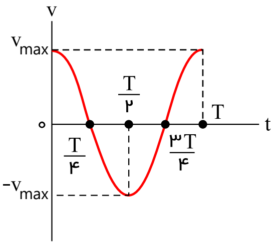
۱۱۳ . گزینه ۲ در حرکت نوسانی شتاب متناسب با مکان نوسانگر (بُعد حرکت) ولی در خلاف جهت آن است.

$$a = -\omega^{۲}x \xrightarrow{x<۰} a > ۰$$

۱۱۴ . گزینه ۲ به طور کلی، برای یک نوسانگر، با توجه به رابطهٔ $a = -\omega^{۲}x$، در صورتی علامت شتاب منفی است که $x > ۰$ باشد. از طرفی، انرژی پتانسیل در صورتی در حال افزایش خواهد بود که نوسانگر از مرکز نوسان دور شود. بنابراین در گزینهٔ «۲»

۱۱۵ . گزینه ۴

با استفاده از تعریف شتاب متوسط و نمودار داده شده هر یک از گزینه‌ها را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم:



شتاب متوسط در یک بازهٔ زمانی تنها به سرعت در ابتدا و انتهای آن بازه بستگی دارد. با استفاده از تعریف شتاب متوسط می‌توان نوشت:

گزینهٔ (۱):

$$(\frac{T}{۲} \text{ تا } \frac{T}{۴})a_{av} = \frac{-v_{\max} - ۰}{\frac{T}{۴}} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

$$(\frac{۳T}{۴} \text{ تا } \frac{T}{۲})a_{av} = \frac{۰ - (-v_{\max})}{\frac{T}{۴}} \Rightarrow a_{av} = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

گزینهٔ (۲):

$$(\frac{۳T}{۴} \text{ تا } \frac{T}{۴})a_{av} = \frac{۰ - ۰}{\frac{T}{۲}} = ۰$$

$$(T \text{ تا } ۰)a_{av} = \frac{v_{\max} - v_{\max}}{T} = ۰$$

گزینهٔ (۳):

$$(\frac{T}{۲} \text{ تا } ۰)a_{av} = \frac{-v_{\max} - v_{\max}}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

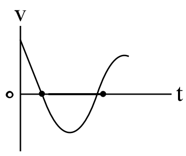
$$(T \text{ تا } \frac{T}{۲})a_{av} = \frac{v_{\max} - (-v_{\max})}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow a_{av} = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

گزینهٔ (۴):

$$(\frac{T}{۲} \text{ تا } ۰)a_{av} = \frac{-v_{\max} - v_{\max}}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

$$(\frac{۳T}{۴} \text{ تا } \frac{T}{۴})a_{av} = \frac{۰ - ۰}{\frac{T}{۲}} = ۰$$

می‌دانیم که برای پیدا کردن شتاب متوسط در نمودار $v - t$، کافی است که شیب خطی که دو نقطه از نمودار را به هم متصل می‌کند، بیابیم. به راحتی می‌توان دریافت که در گزینهٔ «۴» شیب خط‌های رسم شده هم‌اندازه نیستند.



۱۱۶ . گزینه ۳ مقداری که وزنه را از نقطهٔ تعادل خارج می‌کنیم برابر دامنه حرکت می‌شود. $A = ۱۰cm$

سرعت وزنه هنگام عبور از نقطهٔ تعادل = بیشترین سرعت = v_{max}

$$v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} = ۰٫۱ \times \frac{\sqrt{۱۰۰}}{۱} = ۱\frac{m}{s}$$

۱۱۷ . گزینه ۴ برای پیدا کردن بیشینهٔ سرعت نوسانگر، باید بسامد زاویه‌ای را محاسبه کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = ۰٫۰۴ \times \sqrt{\frac{k}{m}} = ۰٫۰۴ \times \sqrt{\frac{۳۲}{۲۰ \times ۱۰^{-۳}}} = ۱٫۶\frac{m}{s}$$

۱۱۸ . گزینه ۴

$$\begin{cases} F = -m\omega^{۲}y \\ F = -\pi^{۲}y \end{cases} \Rightarrow m\omega^{۲} = \pi^{۲} \xrightarrow{m=۰٫۰۱} ۰٫۰۱\omega^{۲} = \pi^{۲} \Rightarrow \omega = ۱۰\pi$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۱۰\pi=\frac{۲\pi}{T}\to T=۰/۲\ ,\ T=\frac{t}{N}\to\frac{۲}{۱۰}=\frac{۶۰}{N}\Rightarrow N=۳۰۰$$

۱۱۹ . گزینه ۲ برای پیدا کردن نیروی بیشینه، باید علاوه بر جرم، بسامد زاویه‌ای و دامنهٔ نوسان نیز معلوم باشند. بنابراین داریم:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۱۲۰}=\frac{۱}{۲}\ ,\ \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$$

در هر دوره مسافت طی شده متحرک ۴ برابر دامنه نوسان را طی می‌کند.

$$d=۴A\Rightarrow ۱۶=۴A\Rightarrow A=۴cm$$

$$F_{\max}=mA\omega^۲=\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۴}{۱۰۰}\times ۱۶\pi^۲=۰/۱۲۸N$$

۱۲۰ . گزینه ۳ ابتدا دورهٔ نوسان را به‌دست می‌آوریم:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow T=\frac{۰/۴}{۲}=۰/۲(s)$$

با داشتن دورهٔ نوسان و بیشینهٔ شتاب می‌توان گفت:

$$\begin{cases}a_{\max}=A\omega^۲\Rightarrow A\omega^۲=۲۰\dfrac{m}{s}\\ \omega=\dfrac{۲\pi}{T}=\dfrac{۲\pi}{۰/۲}=۱۰\pi\dfrac{rad}{s}\end{cases}\Rightarrow A=\frac{A\omega^۲}{\omega^۲}=\frac{۲۰}{(۱۰\pi)^۲}\Rightarrow A=۰/۰۲m=۲cm$$

طول مسیر نوسان (MN) برابر است با:

$$MN=۲A\Rightarrow MN=۴cm$$

۱۲۱ . گزینه ۳ با توجه به رابطهٔ $a=-\omega^۲x$ و رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۲۰۰}{۸۰\times ۱۰^{-۳}}}=۵۰\frac{rad}{s}$$

$$a=-\omega^۲x\xrightarrow[x=-۰/۰۲]{\omega=۵۰}a=-(۵۰)^۲\times(-\frac{۲}{۱۰۰})=۵۰\frac{m}{s^۲}$$

۱۲۲ . گزینه ۱ برای محاسبهٔ بیشینهٔ نیروی وارد برنوسانگر داریم:

$$\begin{cases}\text{طول پارەخط}=۱۰\,cm\Rightarrow A=۵\,cm=۰/۰۵\,m\\ m=۵۰۰\,g\Rightarrow m=۰/۵\,kg\\ T=\frac{۱}{۲}\,s\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{T}=۴\pi\,\dfrac{rad}{s}\end{cases}\Rightarrow F_{max}=mA\omega^۲=۰/۵\times ۰/۰۵\times ۱۶\pi^۲=۴N$$

۱۲۳ . گزینه ۲

ابتدا بسامد زاویه‌ای را با استفاده از مشخص بودن ثابت فنر وجرم تعیین می‌کنیم.

$$\omega=\sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}=\sqrt{\frac{۲۰۰}{2}}=۱۰\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

برای تعیین شتاب ازرابطهٔ $a=-\omega^۲x$ استفاده می‌کنیم دراین رابطه، x، فاصله از مرکز نوسان و برابر است با:

$$\begin{cases}x=۵-۳=۲cm\\ |\mathrm{a}|=\omega^۲x=۱۰۰\times\dfrac{۲}{۱۰۰}=۲\dfrac{m}{s^۲}\end{cases}$$

۱۲۴ . گزینه ۱ در دو انتهای مسیر چون جابه‌جایی از وضع تعادل (x) بیشینه است، پس نیرو $(F=kx)$ ، شتاب $(a=-\omega^۲x)$ و انرژی پتانسیل $(U=\frac{۱}{۲}kx^۲)$ هر سه بیشینه هستند.

۱۲۵ . گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر می‌توان نوشت: (دقت کنید که دامنهٔ نوسان ۵ سانتی‌متر است.)

$$E=\frac{۱}{۲}kA^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲۰\times(۰/۰۵)^۲\to E=۲۵\times ۱۰^{-۳}J=۲۵mJ$$

حال برای پیدا کردن انرژی جنبشی در لحظهٔ مورد نظر داریم:

$$E=U+K\to K=E-U=۲۵-۴\to K=۲۱mJ$$

۱۲۶ . گزینه ۱ برای محاسبهٔ سرعت متحرک ابتدا با استفاده از رابطهٔ $E=U+K$، انرژی جنبشی (K) نوسانگر را به‌دست می‌آوریم سپس با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ سرعت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$E=U+K\xrightarrow[U=۱۵mJ]{E=۲۰mJ}۲۰=۱۵+K\Rightarrow K=۵mJ$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۵\times ۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\times v^۲\Rightarrow v^۲=۰/۱\Rightarrow v=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\times 100} v = \frac{100}{\sqrt{10}}(\frac{cm}{s}) = 10\sqrt{10}\frac{cm}{s}$$

۱۲۷ . گزینه ۴ راه‌حل اول:

ابتدا با توجه به نمودار سرعت - زمان بسامد زاویه‌ای و دامنهٔ نوسان را به‌دست می‌آوریم، بنابراین داریم:

$$T + \frac{T}{4} = 1/25 \Rightarrow 5\frac{T}{4} = 1/25 \Rightarrow T = 1s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\frac{rad}{s}$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 4\pi = A \times 2\pi \Rightarrow A = 2cm$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0/1 \times 4\pi^2 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 0/8\pi^2 \times 10^{-4}J = 0/08\pi^2 mJ$$

راه‌حل دوم:

می‌دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطهٔ $E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ به‌دست می‌آید بنابراین داریم:

$$E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 0/1 \times (4\pi \times 10^{-2})^2 = 0/8\pi^2 \times 10^{-4}J = 0/08\pi^2 mJ$$

۱۲۸ . گزینه ۱ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی جنبشی بیشینهٔ نوسانگر با انرژی مکانیکی آن برابر است. بنابراین برای تعیین دامنه و بسامد زاویه‌ای و پس از آن معادلهٔ حرکت به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$F = -180x \Rightarrow F = -m\omega^2 x \Rightarrow m\omega^2 = 180$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow 225 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 180 \times A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{\overset{5}{\cancel{45}}0}{\underset{2}{\cancel{18}}0} \times 10^{-3} = 25 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 5 \times 10^{-2}m$$

از طرفی $m\omega^2 = 180 \Rightarrow 0/2\omega^2 = 180 \Rightarrow \omega^2 = 900 \Rightarrow \omega = 30\frac{rad}{s}$

$$x(t) = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = 0/05\cos 30t$$

۱۲۹ . گزینه ۴ می‌دانیم که در مرکز تعادل، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی مکانیکی آن برابر است یعنی:

$$E = K_{max} = \frac{1}{2}V_{max}^2$$

حال با استفاده از رابطهٔ انرژی مکانیکی با انرژی‌های جنبشی و پتانسیل داریم:

$$E = U + K \xrightarrow{U=\frac{1}{3}K} E = \frac{1}{3}K + K = \frac{4}{3}K \rightarrow \frac{1}{2}V_{max}^2 = \frac{4}{3}(\frac{1}{2}mv^2) \rightarrow V_{max}^2 = \frac{4}{3}V^2 \rightarrow \frac{V}{V_{max}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۳۰ . گزینه ۱

$$\left.\begin{aligned} &E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \\ &\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega^2 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (0/05)^2 = 0/25J$$

۱۳۱ . گزینه ۱ هنگامی که نوسانگر از وضع تعادل (مرکز نوسان) عبور می‌کند، سرعت و انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه و انرژی پتانسیل آن صفر می‌باشد پس انرژی جنبشی آن با انرژی مکانیکی‌اش برابر است.

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2E}{m}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow v_{\max} = (\frac{2E}{m})^{\frac{1}{2}}$$

۱۳۲ . گزینه ۲ در لحظهٔ عبور از مبدأ نوسان سرعت ماکزیمم می‌باشد. در نتیجه انرژی جنبشی نیز ماکزیمم خواهد بود. در این صورت، انرژی مکانیکی با انرژی جنبشی در لحظهٔ عبور از مرکز تعادل، برابر است.

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times kA^2 = \frac{1}{2} \times 100(0/04)^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 0/0016$$

$$E = 0/08J$$

۱۳۳ . گزینه ۳

هرگاه U و K همزمان دادند نیم نگاهی به رابطهٔ انرژی مکانیکی داشته باشید.

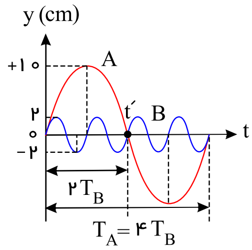
$$E = U + K = ۰/۱۲ + ۰/۰۶ = ۰/۱۸$$
$$E = \frac{۱}{۲} m\omega^۲ A^۲ \Rightarrow ۰/۱۸ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰}{۱۰۰۰} \times \omega^۲ (۰/۰۴)^۲$$
$$۰/۱۸ = \frac{۱}{۲۰۰} \times \omega^۲ \times ۱۶ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \omega = ۱۵۰ \frac{rad}{s} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = ۱۵۰ \Rightarrow T = \frac{\pi}{۷۵}$$

۱۳۴ . گزینه ۲ سطح بدون اصطکاک است بنابراین دامنهٔ نوسان در کل مسیر ثابت است.

$\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه کنده شده بنابراین $\frac{۱}{۴}$ جرم آن باقی می‌ماند.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f = \frac{۱}{۲\pi} \times \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}}$$
$$\Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{m_۱}{\frac{۱}{۴} m_۱}} \Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = ۲$$

۱۳۵ . گزینه ۱



$$\frac{T_A}{۲} = ۲T_B \Rightarrow T_A = ۴T_B \xrightarrow{\omega \propto \frac{۱}{T}} \omega_A = \frac{۱}{۴}\omega_B$$
$$\begin{cases} A_A = ۱۰cm \\ A_B = ۲cm \end{cases}$$
$$E = \frac{۱}{۲} m\omega^۲ A^۲ \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{A_A}{A_B})^۲ \times (\frac{\omega_A}{\omega_B})^۲ = \frac{m_A}{۵m_A} \times ۵^۲ \times (\frac{۱}{۴})^۲ = \frac{۵}{۱۶}$$

۱۳۶ . گزینه ۱

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{\pi^۲}} = ۲s \Rightarrow T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰$$

۱۳۷ . گزینه ۱ دورهٔ تناوب یک آونگ ساده از رابطهٔ زیر به‌دست می آید:

دورهٔ نوسان آونگ: $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$L = ۲۴/۵cm = ۰/۲۴۵m \ , \ g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}, \ \pi^۲ = ۱۰$$

دورهٔتناوب : $T = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۲۴۵}{۹/۸}} = \sqrt{\frac{۴\pi^۲ \times ۰/۲۴۵}{۹/۸}} = \sqrt{\frac{۱۰ \times ۰/۹۸}{۹/۸}} = ۱s$

۱۳۸ . گزینه ۲

ابتدا n را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow t = nT \rightarrow ۲/۶ \times ۶۰ = n \times ۲ \rightarrow n = ۷۸$$

به این ترتیب، تعداد نوسان‌ها در حالت دوم برابر $۷۸ - ۱۸ = ۶۰$ نوسان است و می‌توان دوره را در این حالت به‌دست آورد:

$$t = nT' \rightarrow ۲/۶ \times ۶۰ = ۶۰T' \rightarrow T' = ۲/۶s$$

طبق رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، خواهیم داشت:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \rightarrow \frac{۲/۶}{۲} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \rightarrow (۱/۳)^۲ = \frac{L'}{L} \rightarrow L' = ۱/۶۹L$$

$\Delta L = ۰/۶۹L$ ۶۹ درصد افزایش یافته است

۱۳۹ . گزینه ۲

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۲۰}{f} \Rightarrow f = ۲۵Hz$$
$$\omega = ۲\pi f = ۲\pi \times ۲۵ = ۵۰\pi(\frac{rad}{s})$$

۱۴۰ . گزینه ۲

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{۰/۵}{۲/۵} = \frac{۱}{۵}m = ۲۰cm$$

فاصلهٔ بین دو قله‌ی متوالی موج، برابر طول موج است.

۱۴۱ . گزینه ۳

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{v}{۱۰۰} \Rightarrow v = ۵۰m/s \ , \ \Delta x = vt \Rightarrow ۱۰ = ۵۰t \Rightarrow t = \frac{۱}{۵}s$$

۱۴۲ . گزینه ۱ چون هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند، تندی انتشار آن‌ها یکسان است.

$$v_A = v_B$$

از طرفی طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = ۱ \times \frac{f_B}{۴f_B} = \frac{۱}{۴}$$

۱۴۳ . گزینه ۲

فاصلهٔ بین دو قلهٔ متوالی : $\lambda = ۱۰cm \Rightarrow \lambda = ۰٫۱m$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰٫۱ = \frac{۵}{f} \Rightarrow f = ۵۰\,Hz$$

۱۴۴ . گزینه ۴ ابتدا با توجه به نمودار نقش موج، طول موج و دورهٔ موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳\lambda}{۴} = ۲٫۲۵cm \Rightarrow ۳\lambda = ۹cm \Rightarrow \lambda = ۳cm = ۰٫۰۳m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow ۰٫۰۳ = ۱۲T \Rightarrow T = \frac{۱}{۴۰۰}s$$

چون هر ذره از محیط انتشار موج همواره حرکت ذرهٔ ماقبل خود را تکرار می‌کند، پس می‌توان گفت در لحظهٔ $t = ۰$ ذرهٔ M در مکان $y = ۰$ و به طرف بالا حرکت می‌کند و ذرهٔ N در مکان $y = +A$ و به طرف پایین حرکت می‌کند. حال باید ببینیم بعد از $\frac{۱}{۸۰۰}$ ثانیه این دو ذره در چه مکان‌هایی خواهند بود و داریم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۸۰۰}}{\frac{۱}{۴۰۰}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۲}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بعد از $\Delta t = \frac{T}{۲} = \frac{۱}{۸۰۰}s$ ذرهٔ M مجدداً در مکان $y = ۰$ قرار گرفته و به طرف پایین حرکت می‌کند و ذرهٔ N در مکان $y = -A$ قرار داشته و به طرف بالا حرکت می‌کند

۱۴۵ . گزینه ۴ می‌دانیم که تندی انتشار موج عرضی در یک تار با جذر نیروی کشش تار متناسب است. یعنی:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{۱۱۰}{۱۰۰} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = ۱٫۲۱$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = ۱٫۲۱F - F = ۰٫۲۱F = \%۲۱F$$

۱۴۶ . گزینه ۱

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{۰٫۱۶}{۰٫۸} = \frac{۱}{۵}(kg/m)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۲۰}{\frac{۱}{۵}}} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰m/s$$

۱۴۷ . گزینه ۱

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{۴}{۶٫۴ \times ۱۰^{۳} \times ۱۰^{-۶}}} = ۲۵m/s$$

۱۴۸ . گزینه ۲

$$\Delta x = vt \Rightarrow ۰٫۸ = v \times ۰٫۰۲ \Rightarrow v = ۴۰\,m/s$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A = \rho\pi\frac{D^{۲}}{۴} \quad , \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho\pi\frac{D^{۲}}{۴}}} \Rightarrow v = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

$$\Rightarrow ۴۰ = \frac{۲}{۱ \times ۱۰^{-۳}}\sqrt{\frac{F}{۸۰۰۰\pi}} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۲} = ۲\sqrt{\frac{F}{۲۴۰۰۰}}$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۲} = \sqrt{\frac{F}{۲۴۰۰۰}} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۴} = \frac{F}{۲۴۰۰۰} \Rightarrow F = ۹٫۶N$$

۱۴۹ . گزینه ۱

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A = ۸۰۰۰ \times ۱۰^{-۶} = ۸ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۸۰}{۸ \times ۱۰^{-۳}}} = ۱۰۰\,m/s$$

۱۵۰ . گزینه ۴

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{200}{\frac{5}{1000}}}=\sqrt{40000}=200\,\frac{m}{s}$$

۱۵۱ . گزینه ۴ با توجه به فرمول سرعت انتشار عرضی در سیستم، داریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow[\mu=4g/m=4\times10^{-3}kg/m]{F=10N}v=\sqrt{\frac{10}{4\times10^{-3}}}=\sqrt{\frac{10^4}{4}}=\frac{10^2}{2}=50\,m/s$$

۱۵۲ . گزینه ۲

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}\Rightarrow\frac{200}{160}=\sqrt{\frac{F_2}{128}}$$

$$\frac{25}{16}=\frac{F_2}{128}\Rightarrow F_2=8\times25=200N\Rightarrow200-128=72N$$

۱۵۳ . گزینه ۱ ابتدا دورهٔ موج را می‌یابیم تا تعیین کنیم که $\frac{1}{400}s$ چه کسری از دورهٔ موج است. بنابراین:

با توجه به شکل: $\frac{3\lambda}{2}=15\Rightarrow\lambda=10cm=0{,}1m$

$$\lambda=vT\Rightarrow0{,}1=10T\Rightarrow T=\frac{1}{100}s\Rightarrow t=\frac{1}{400}=\frac{T}{4}$$

می‌دانیم در بازهٔ $\frac{T}{4}$ جابجایی نوسانگری که در مرکز نوسان است، به اندازهٔ A است. بنابراین نقطهٔ $x=0$ با توجه به جهت حرکتش که رو به پایین است در لحظهٔ t به $-A$ می‌رسد که مطابق با گزینهٔ ۱ است.

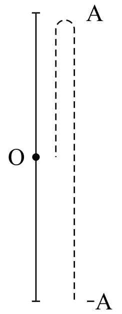
۱۵۴ . گزینه ۱ چون بزرگی شتاب با بزرگی مکان ذرات نوسان‌کننده شتاب است $a=-\omega^2x\to|a|=\omega^2|x|$. بنابراین اندازهٔ شتاب آنها نیز با هم برابر است، از این رو نسبت شتاب‌ها نیز برابر یک است.

۱۵۵ . گزینه ۱

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\xrightarrow{L_2=\frac{1}{2}L_1}\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}L_1}{L_1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۵۶ . گزینه ۴

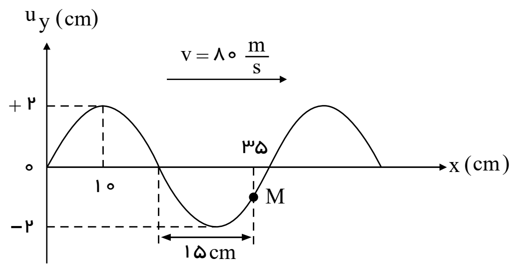
با گذشت زمان و پیش روی موج نقطهٔ M به طرف بالا حرکت می‌کند. پس برای محاسبهٔ جابه‌جایی ذرهٔ M در مدت صفر تا $t=\frac{3T}{4}$ داریم:



بنابراین جابه‌جایی نقطهٔ M در این مدت $-A$ می‌باشد.

همچنین با توجه به تعریف طول موج که میزان پیش روی موج در یک دورهٔ (T) است، موج در مدت زمان $\frac{3T}{4}$ به اندازهٔ $\frac{3\lambda}{4}$ پیش‌روی می‌کند. $(T\propto\lambda)$ $(\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta t}{T})$

۱۵۷ . گزینه ۱ ابتدا با استفاده از نمودار نقش موج طول موج و دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:



$$\frac{\lambda}{4}=10\,cm\Rightarrow\lambda=40\,cm=0{,}4m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow0{,}4=80\times T\Rightarrow T=\frac{1}{200}s$$

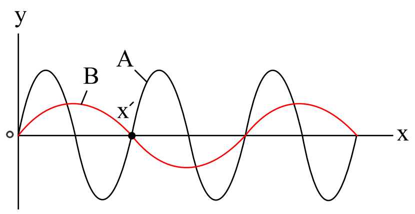
$$v_{\max}=A\omega=A\frac{2\pi}{T}=2\times10^{-2}\times\frac{2\pi}{\frac{1}{200}}=8\pi\,\frac{m}{s}$$

پس سرعت خواسته شده همان سرعت متحرک در مرکز نوسان است، ذره باید به مرکز نوسان برود. داریم:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow0{,}15m=80m/s\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{0{,}15}{80}s=\frac{3}{1600}s$$

۱۵۸ . گزینه ۲

سرعت انتشار دو موج چون هر دو در یک محیط منتشر می‌شوند با هم برابر است ($v_A = v_B$) با توجه به نقش موج $x' = \lambda_A = \frac{\lambda_B}{۲}$



$$\lambda = VT \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{۱}{۲}$$

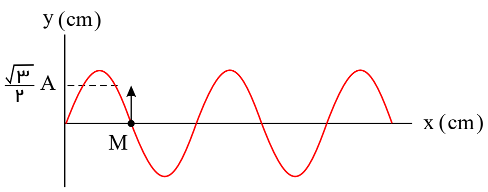
۱۵۹ . گزینه ۱ ابتدابا استفاده از نمودار نقش موج، دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{۲} = ۴۰cm \Rightarrow \lambda = ۸۰cm = ۰/۸m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۸ = ۱۰T \Rightarrow T = \frac{۸}{۱۰۰}s \Rightarrow \begin{cases} \Delta t = \frac{۱}{۷۵}s \\ T = \frac{۸}{۱۰۰}s \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۷۵}}{\frac{۸}{۱۰۰}} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۸}{۴}} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۶}$$

کافی است ببینیم ذرهٔ M از $t = ۰$ تا $t = \frac{\pi}{۶}$ چگونه حرکت می‌کند: $(\frac{T}{۶} < \frac{T}{۴})$

ذرهٔ M از $y = ۰$ تا $y = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ جابه‌جا می‌شود که حرکت آن کندشونده است.



۱۶۰ . گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

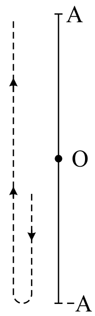
گزینهٔ «۱»: نادرست – باتوجه به آن‌که نقطهٔ ماقبل M بالاتر و نقطهٔ ماقبل N پایین‌تر است. پس مکان هر دو $y = ۰$ بوده و M به طرف بالا و N به طرف پایین در حرکت است. چون هردو به سمت نقطه‌های برگشت، حرکت می‌کنند، حرکت هردو کندشونده است.

گزینهٔ «۲»: درست است– زیرا دو قطهٔ M و N در لحظهٔ $t = ۰$ در نقطهٔ تعادلند و سرعت آن‌ها بیشینه و با هم برابر است. $(v_{max} = A\omega)$

گزینهٔ «۳»: نادرست – زیرا در لحظهٔ نشان داده شده نقطهٔ ماقبل P بالاتر است و نقطهٔ ماقبل N پایین‌تر می‌باشد. یعنی نقطهٔ P به طرف بالا و نقطهٔ N به طرف پایین حرکت می‌کند.

گزینهٔ «۴»: نادرست است – طبق توضیحات فوق در لحظهٔ $t = ۰$ ذرهٔ P در مکان $y = -A$ و جهت حرکت آن نیز رو به بالاست (ربع چهارم) و ذرهٔ M در مکان $y = ۰$ و جهت حرکت آن هم رو به بالا است، بنابراین تنها $\frac{T}{۴}$ ثانیه بعد از لحظهٔ نشان داده شده، وضعیت ذره P مشابه وضعیت ذرهٔ M در لحظهٔ مربوط به این شکل است.

۱۶۱ . گزینه ۲ با توجه به آن‌که هر ذره از محیط انتشار موج دقیقاً حرکت نوسانی ذرهٔ ما قبل خود را تکرار می‌کند، پس در لحظهٔ $t = ۰$ چون نقطهٔ ماقبل M و N پایین‌تر است، پس هر دو در این لحظه به طرف پایین حرکت می‌کنند و وضعیت آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ مطابق شکل زیر است. حال برای آن‌که ذرهٔ M به وضعیت ذرهٔ N در لحظهٔ $t = ۰$ برسد، به اندازهٔ $\frac{۳T}{۴}$ زمان لازم دارد و داریم:



$$\frac{۳T}{۴} = \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۳۰۰}$$

حال با استفاده از نمودار نقش موج می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{۵\lambda}{۴}$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = \frac{۵\lambda}{۴} \Rightarrow x_۱ + ۵۰ - x_۱ = \frac{۵\lambda}{۴} \Rightarrow \lambda = ۴۰cm = ۰/۴m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۴ = v \times \frac{۱}{۳۰۰} \Rightarrow v = ۱۲۰m/s$$

دیدیم در مدت $\frac{۱}{۴۰۰}$ ثانیه ($\frac{۳T}{۴}$) وضعیت نقطهٔ M به وضعیت نقطهٔ N در لحظهٔ $t = ۰$ می‌رسد. درنتیجه سرعت ذرهٔ M در این لحظه برابر صفر می‌شود.

۱۶۲ . گزینه ۴ ابتدا با استفاده از نمودار نقش موج دورهٔ تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{۴}+\lambda=۱۲/۵\Rightarrow\frac{۵\lambda}{۴}=۱۲/۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm=۰/۱m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow ۰/۱=۱۰\times T\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰۰}S$$

از آن‌جایی که هر ذره از محیط انتشار موج حرکت نوسانی ذرهٔ ماقبل خود را تکرار می‌کند، پس می‌توان گفت در لحظهٔ $t=۰$ ذرهٔ M در مکان $y=۰$ بوده و به سمت بالا در حرکت است. حال باید ببینیم پس از $\frac{۱}{۲۰۰}s$ مکان ذرهٔ M کجاست.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۲۰۰}}{\frac{۱}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{۲}$$

یعنی در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۰۰}s$ ذرهٔ M در مکان $y=۰$ بوده و به طرف پایین در حرکت است. لذا با توجه به آن‌که سرعت ذره در مرکز نوسان بیشینه است، می‌توان نوشت:

$$|v_{max}|=A\omega=A\times\frac{۲\pi}{T}=۶\times۱۰^{-۲}\times\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۱۰۰}}=۱۲\pi m/s\Rightarrow v_M=-۱۲\pi m/s$$

۱۶۳ . گزینه ۳ ابتدا با توجه به نمودار نقش موج دورهٔ تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

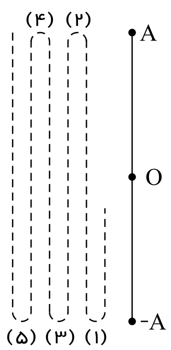
$$\lambda+\frac{\lambda}{۴}=۱۲/۵\Rightarrow\frac{۵\lambda}{۴}=۱۲/۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm=۰/۱m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow ۰/۱=۴۰T\Rightarrow T=\frac{۱}{۴۰۰}S$$

مطابق نمودار جابجایی - مکان، در لحظهٔ $t=۰$ نقطهٔ A در مکان $y=۰$ بوده و جهت نوسان آن به طرف پایین است. حال باید ببینیم پس از $\frac{۱۱}{۱۶۰۰}$ ثانیه مکان ذره A کجاست.

$$\frac{t}{T}=\frac{\frac{۱۱}{۱۶۰۰}}{\frac{۱}{۴۰۰}}=\frac{۱۱}{۴}\Rightarrow t=\frac{۱۱T}{۴}$$

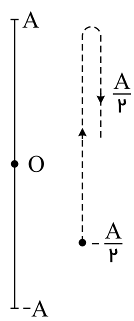
به ازای هر دوره تنها دو بار جهت بردار سرعت ذرهٔ A عوض می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای $\left(\frac{۱۱T}{۴}=\frac{۳T}{۴}+۲T\right)$ پنج بار جهت بردار سرعت ذرهٔ A تغییر می‌کند.



۱۶۴ . گزینه ۴ می‌دانیم هر نقطه از محیط انتشار موج حرکت نوسانی ذرهٔ ماقبل خود را تکرار می‌کند. چون نقطهٔ M در حال بالا رفتن است، پس موج در خلاف جهت محور x در حال انتشار است. و در لحظهٔ نشان داده شده مطابق شکل در مکان $y=-\frac{A}{۲}$ بوده و به طرف بالا در حرکت است. حال برای این‌که نقطهٔ M برای دومین بار به مکان $y=+\frac{A}{۲}$ برسد، به وضعیتی کاملاً قرینه با لحظهٔ نمایش داده شده می‌رسد. یعنی:

از طرفی می‌دانیم، حداقل زمان لازم برای اینکه نوسانگر از یک وضعیت به وضعیتی کاملاً قرینه برسد، (x و v قرینه) $\frac{T}{۲}$ (نصف دوره) طول می‌کشد.

$$\Delta t=\frac{T}{۲}\Rightarrow ۰/۰۲=\frac{T}{۲}\Rightarrow T=۰/۰۴s$$



با توجه به نمودار نقش موج برای محاسبهٔ طول موج داریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۲} = ۱۳۲ \Rightarrow \frac{۳\lambda}{۲} = ۱۳۲ \Rightarrow \lambda = ۸۸cm = ۰/۸۸m$$
$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۸۸ = v \times ۰/۰۴ \Rightarrow v = ۲۲m/s$$

۱۶۵ . گزینه ۳ ابتدا با توجه به تعداد نوسان ذرهٔ A، دورهٔ تناوب ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{۱}{۱۲۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۱۲۰}s$$

با توجه به نمودار نقش موج فاصلهٔ AB برحسب طول موج برابر $\frac{۵\lambda}{۴}$ است. چون بنا به تعریف طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دورهٔ تناوب طی می‌کند. پس $\lambda \propto T$ بوده و در نتیجه مدت $\Delta t = \frac{۵T}{۴}s$ طول می‌کشد تا موج از A به B برسد. یعنی:

$$\begin{cases} \Delta x = v \cdot \Delta t \\ \lambda = v \cdot T \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} \rightarrow \frac{\frac{۵\lambda}{۴}}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T}$$

$$\Delta t = \frac{۵T}{۴} = \frac{۵ \times \frac{۱}{۱۲۰}}{۴} = \frac{۵}{۴ \times ۱۲۰} = \frac{۱}{۹۶}s$$

۱۶۶ . گزینه ۳ ۱) ابتدا با توجه به نمودار نقش موج، دورهٔ تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

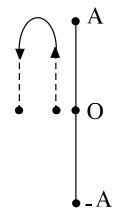
$$\frac{\lambda}{۲} = ۲۰ \Rightarrow \lambda = ۴۰cm = ۰/۴m$$
$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۴ = ۱۰ \times T \Rightarrow T = ۰/۰۴s$$

۲) در لحظهٔ $t = ۰$ نقطهٔ A در مکان $y = ۰$ بوده به طرف بالا حرکت می‌کند. اکنون باید ببینیم بعد از $\frac{۱}{۵۰}$ ثانیه نقطهٔ A در چه مکانی خواهد بود؟

$$\frac{t}{T} = \frac{\frac{۱}{۵۰}}{\frac{۴}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = \frac{T}{۲}$$

یعنی مطابق شکل در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۵۰}s$ مکان نقطهٔ A برابر $y = ۰$ و جهت نوسان آن به طرف پایین خواهد بود بنابراین مسافت طی شده در این مدت توسط ذرهٔ A دو برابر دامنهٔ نوسان خواهد بود. یعنی:

مسافت طی شده : $d = ۲A = ۲ \times ۲ = ۴cm$



۱۶۷ . گزینه ۲

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \xrightarrow{\omega = ۲\pi f} E = ۲m\pi^۲f^۲A^۲ \Rightarrow \begin{cases} E \propto A^۲ \\ E \propto f^۲ \end{cases}$$

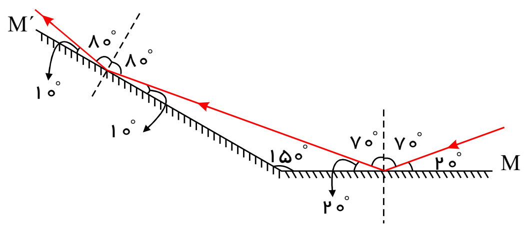
۱۶۸ . گزینه ۴

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} = \frac{۸۰۰}{۶۰۰} = \frac{۴}{۳}$$

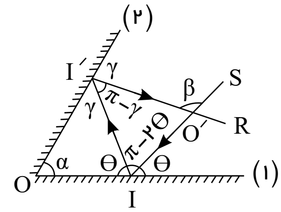
سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های محیط بستگی دارد و چون هر دو صوت A و B در یک محیط منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار آنها یکسان است و بنا به رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، طول موج صوت A، $\frac{۴}{۳}$ طول موج صوت B است.

۱۶۹ . گزینه ۴

زاویهٔ تابش به آینه‌ی M' برابر ۸۰ درجه است.



۱۷۰ . گزینه ۲ با توجه به زاویهٔ تابش و بازتاب از هر سطحی و با کمک شکل زیر می‌توان نوشت:



$$O\overset{\Delta}{I}I' \Rightarrow \widehat{\alpha}+\widehat{\theta}+\widehat{\gamma}=\pi \Rightarrow \alpha=\pi-\widehat{\theta}-\widehat{\gamma} \qquad (I)$$

زاویهٔ $\widehat{\beta}$ در مثلث $O\overset{\Delta}{I}I'$ زاویهٔ خارجی است و برابر با مجموع دو زاویهٔ غیرمجاورش می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\widehat{\beta}=(\pi-۲\widehat{\theta})+(\pi-۲\widehat{\gamma})=۲(\pi-\widehat{\theta}-\widehat{\gamma}) \xrightarrow{(I)} \widehat{\beta}=۲\widehat{\alpha}$$

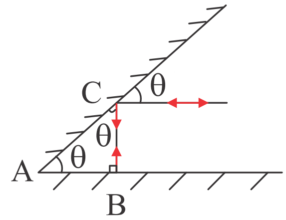
روش دوم:

زاویهٔ مشخص شده روی شکل همان زاویهٔ انحراف پرتو در برخورد با آینه‌های متقاطع است، بنابراین می‌توان گفت:

$$\beta=D=۱۸۰-۲|۹۰-\alpha|=۱۸۰-۲(۹۰-\alpha)=۱۸۰-۲\times ۹۰+۲\alpha \Rightarrow \beta=۲\alpha$$

۱۷۱ . گزینه ۳ مطابق قانون بازتاب عمومی و باتوجه به آن‌که مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر ۱۸۰° است، داریم:

$$\theta+\theta+۹۰^\circ=۱۸۰^\circ \Rightarrow \theta=۴۵^\circ$$

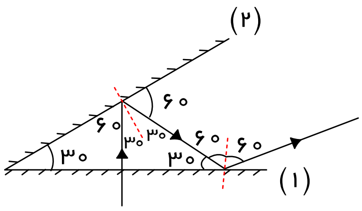


۱۷۲ . گزینه ۲ باتوجه به قانون بازتاب عمومی مشخص است پس از دومین بازتاب زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش روی آینهٔ (۱)، ۱۲۰° است و چون زاویهٔ پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) با سطح آن آینه برابر، ۶۰° است می‌توان نتیجه گرفت که امکان ندارد مثلثی بین پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) و(۱) و آینهٔ (۲) ایجاد شود، درنتیجه می‌توان گفت پرتو فقط دو بار با آینه‌ها برخورد می‌کند.

روش دوم: در این شکل اگر زاویهٔ بین پرتو تابش و سطح آینه در اولین برخورد α و زاویهٔ بین دو آینه θ باشد در آخرین یا n امین برخورد که پرتو باز تابیده موازی یکی از آینه ها نمی‌شود، داریم:

$$\theta=\alpha-(n-۱)\theta \xrightarrow[\theta=۳۰^\circ]{\alpha=۶۰^\circ} ۳۰=۶۰-(n-۱)(۳۰) \rightarrow n-۱=۱ \rightarrow n=۲$$

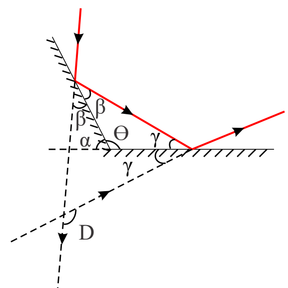
(دقت کنید که رابطه فوق در همه جا کاربرد ندارد.)



۱۷۳ . گزینه ۲

مطابق قانون بازتاب عمومی ثابت می‌شود که در آینه‌های تخت، هنگامی که زاویهٔ بین دو آینه بزرگتر از ۹۰° باشد، زاویهٔ انحراف (زاویهٔ بین پرتو تابش به آینه (۱) با پرتو بازتابش از آینهٔ (۲)) از رابطهٔ $D=۲\pi-۲\theta$ یا $D=۲\alpha$ به دست می‌آید.

از آن جایی که در یک مثلث اندازه‌ی زاویهٔ خارجی برابر مجموع اندازه‌های زاویه‌های داخلی غیر مجاور آن است، می‌توان نوشت:

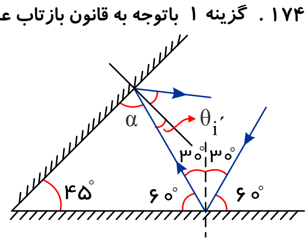


$$\begin{cases} D=۲\beta+۲\gamma=۲(\beta+\gamma) \\ \theta+\beta+\gamma=\pi \Rightarrow \beta+\gamma=\pi-\theta \end{cases} \Rightarrow D=۲(\pi-\theta) \xrightarrow{\theta=\pi-\alpha} D=۲\pi-۲(\pi-\alpha)=۲\alpha$$

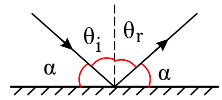
۱۷۴ . گزینه ۱ باتوجه به قانون بازتاب عمومی در آینه‌های متقاطع، مطابق شکل خواهیم داشت:

$$۴۵+۶۰+\alpha=۱۸۰^\circ \rightarrow \alpha=۷۵^\circ$$

$$\alpha+\theta_i'=۹۰ \rightarrow ۷۵^\circ+\theta_i'=۹۰^\circ \rightarrow \theta_i'=۱۵^\circ \xrightarrow{\theta_i'=\theta_r'} \theta_r'=۱۵^\circ$$



۱۷۵ . گزینه ۳ $=۲\theta_i$ زاویهٔ بین پرتو تابش و پرتو بازتابش، $\alpha=$ زاویهٔ بین پرتو تابش با آینه

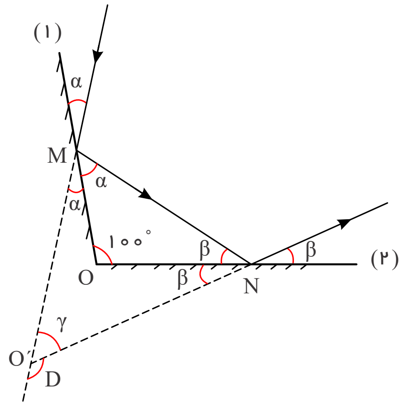


$$2\theta_i = 4\alpha \Rightarrow \theta_i = 2\alpha$$

$$\theta_i + \alpha = 90 \Rightarrow 2\alpha + \alpha = 90$$

$$\alpha = 30 \quad , \quad \theta_i = 60^\circ$$

۱۷۶ . گزینه ۳ زاویهٔ انحراف همان زاویهٔ بین پرتو بازتابیده از آینه (۲) نسبت به پرتو تابیده به آینه (۱) است. بنابراین داریم:



در مثلث $\overset{\Delta}{OMN}$: $\alpha + \beta + 100 = 180^\circ$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 80^\circ$$

در مثلث $\overset{\Delta}{O'MN}$: $2\alpha + 2\beta + \gamma = 180^\circ$

$$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) + \gamma = 180^\circ$$

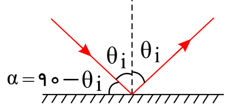
$$\Rightarrow 2 \times 80 + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \gamma = 20^\circ$$

$$D = 180^\circ - \gamma = 180 - 20 = 160^\circ$$

روش دوم: اگر زاویهٔ بین دو آینه متقاطع بیشتر از 90° باشد، در این صورت زاویهٔ انحراف برابر است با:

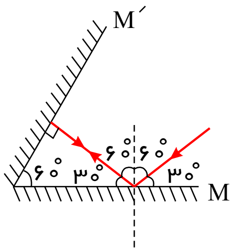
$$D = 360 - 2\theta = 360 - (2 \times 100) = 160^\circ$$

۱۷۷ . گزینه ۱ طبق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتاب برابر است. بنابراین داریم:

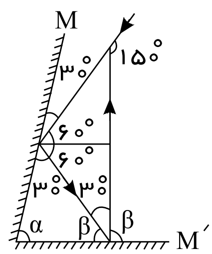


$$2\theta_i = \frac{1}{4}(90^\circ - \theta_i) \Rightarrow 9\theta_i = 90 \Rightarrow \theta_i = 10^\circ$$

۱۷۸ . گزینه ۱ مطابق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتاب در سطح یک آینهٔ تخت با هم برابرند و با توجه به این‌که مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است، داریم:



۱۷۹ . گزینه ۳ روش اول) با توجه به تساوی زاویهٔ تابش و بازتابش مطابق قانون بازتاب عمومی و جمع زوایای داخلی مثلث می‌توان نوشت:



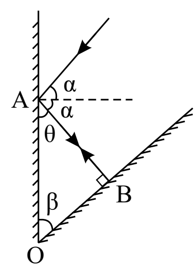
$$2\beta + 30 = 180 \Rightarrow 2\beta = 150 \Rightarrow \beta = 75^\circ$$

$$\alpha = 180 - 30 - \beta \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

روش دوم) زاویهٔ مشخص شده در شکل همان زاویهٔ انحراف پرتو بازتاب از آینهٔ M' نسبت به پرتو فرودی به آینهٔ M است و می‌دانیم هرگاه $\alpha < 90^\circ$ باشد آنگاه زاویهٔ انحراف $D = 2\alpha$ است و داریم:

$$D = 2\alpha \Rightarrow 150 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

۱۸۰ . گزینه ۱ طبق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتاب برابر است. از طرفی می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر 180° است. بنابراین داریم:

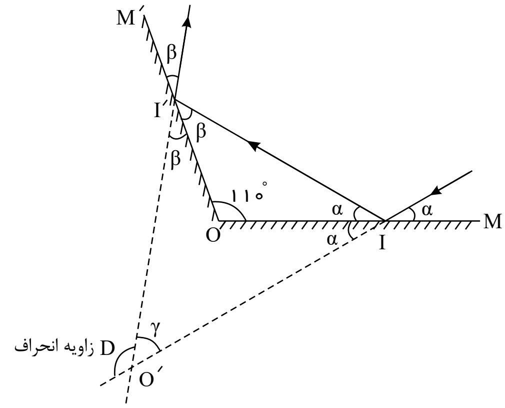


$$\theta + \alpha = 90 \Rightarrow \theta = 90 - \alpha$$

در مثلث OAB : $\theta + 90 + \beta = 180 \Rightarrow 90 - \alpha + 90 + \beta = 180$

$$\Rightarrow -\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = \alpha$$

۱۸۱ . گزینه ۴ طبق قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ پرتو تابش به آینهٔ M نسبت به پرتو بازتاب از آینه M' است. بنابراین مطابق شکل داریم:



در مثلث $II'O$: $\alpha+\beta+۱۱۰=۱۸۰ \Rightarrow \alpha+\beta=۷۰$

در مثلث $II'O'$: $۲\alpha+۲\beta+\gamma=۱۸۰ \Rightarrow ۲(\alpha+\beta)+\gamma=۱۸۰$

$\Rightarrow ۲\times ۷۰+\gamma=۱۸۰ \Rightarrow \gamma=۴۰^\circ$

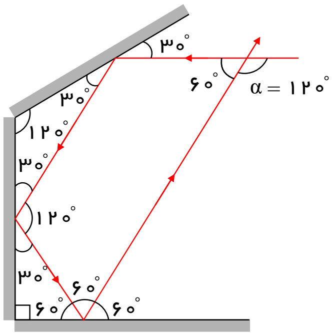
زاویهٔ انحراف : $D=۱۸۰-\gamma=۱۸۰-۴۰=۱۴۰^\circ$

روش دوم) هرگاه زاویهٔ بین دو آینهٔ متقاطع مطابق شکل، بزرگتر از ۹۰° باشد، آنگاه زاویهٔ انحراف از رابطهٔ $D=۳۶۰-۲\theta$ به‌دست‌می‌آید.

زاویهٔ انحراف : $D=۳۶۰-۲\theta=۳۶۰-۲\times ۱۱۰=۱۴۰^\circ$

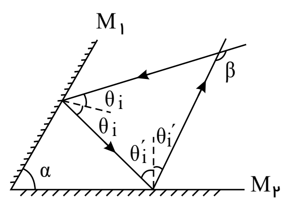
۱۸۲ . گزینه ۲

با تعیین زاویه‌ها مطابق قانون بازتاب عمومی و با در نظر گرفتن این نکته که مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر ۱۸۰ درجه است، داریم:



۱۸۳ . گزینه ۱ همانطور که از شکل پیداست، زاویه β در مثلث ایجاد شده از پرتوها یک زاویهٔ خارجی است و اندازهٔ آن برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی غیر مجاور است. لذا مطابق شکل می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\beta=۲\theta_i+۲\theta_i'\\ \theta_i'=\alpha-\theta_i\end{cases}\Rightarrow \beta=۲\theta_i+۲(\alpha-\theta_i)=۲\alpha$$

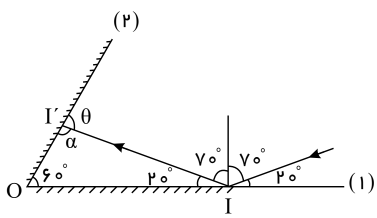


بنابراین در حالتی که $\alpha<۹۰^\circ$ باشد پرتو خروجی از دو آینه به اندازهٔ ۲α $(\beta=۲\alpha)$ نسبت به راستای اولیه‌اش منحرف می‌شود و این امر به تغییرات θ_i بستگی ندارد.

۱۸۴ . گزینه ۴ مطابق قانون بازتاب عمومی زاویهٔ تابش همواره برابر زاویهٔ بازتاب است. بنابراین مطابق شکل داریم:

در مثلث $\hat{II'O}$: $۶۰+۲۰+\alpha=۱۸۰ \Rightarrow \alpha=۱۰۰^\circ$

$\theta=\pi-\alpha=۱۸۰-۱۰۰=۸۰^\circ$



که با توجه به گزینه‌ها، ۸۰° صحیح است.

۱۸۵ . گزینه ۱

$D=\theta_1-\theta_2 \Rightarrow ۱۵=\theta_1-\theta_2 \quad (۱)$

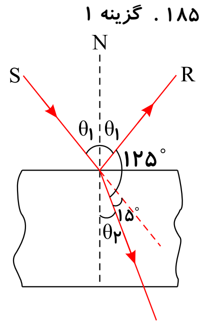
$\theta_1+\theta_2+۱۲۵=۱۸۰ \Rightarrow \theta_1+\theta_2=۵۵ \quad (۲)$

$$(۱),(۲) \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases}\theta_1-\theta_2=۱۵\\ \theta_1+\theta_2=۵۵\end{cases}$$

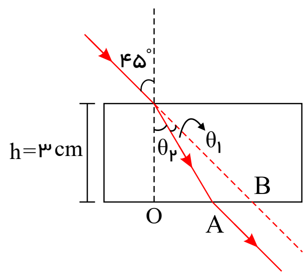
$$۲\theta_1=۷۰$$

$$\theta_1=۳۵$$

$$\theta_2=۲۰$$



۱۸۶ . گزینه ۲

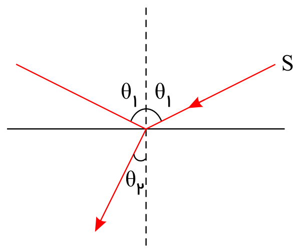


$$\frac{\sin\ \theta_۱}{\sin\ \theta_۲}=n\Rightarrow\frac{\sin ۴۵}{\sin\ \theta_۲}=\sqrt{۲}\Rightarrow\sin\ \theta_۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta_۲=۳۰^\circ$$

$$\begin{cases}\tan\ \theta_۲=\dfrac{OA}{h}\\ \tan\ \theta_۱=\dfrac{OB}{h}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OA=h\times\tan ۳۰=\sqrt{۳}cm\\ OB=h\times\tan ۴۵=۳cm\end{cases}$$

$$AB=OB-OA=۳-\sqrt{۳}(cm)$$

۱۸۷ . گزینه ۴



$$\theta_۱+\theta_۲+۹۰=۱۸۰\Rightarrow\theta_۱+\theta_۲=۹۰$$

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin\ \theta_۱}{\sin\ \theta_۲}\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{\sin\ \theta_۱}{\sin(۹۰-\theta_۱)}\xrightarrow{\sin(۹۰-\theta_۱)=\cos\theta_۱}\sqrt{۳}=\tan\theta_۱\Rightarrow\theta_۱=۶۰^\circ$$

۱۸۸ . گزینه ۱

از تعریف ضریب شکست یک محیط داریم:

$$n=\frac{c}{v}\Rightarrow n_۱v_۱=n_۲v_۲\Rightarrow v_۲=\frac{n_۱}{n_۲}v_۱$$

انتشار نور در یک محیط با سرعت ثابت انجام می‌شود. $x=vt$

از طرفی برای زمان رسیدن نوراز نقطهٔ A تا B می‌توان نوشت:

$$t_{کل}=t_۱+t_۲=\frac{L}{v_۱}+\frac{L}{v_۲}\Rightarrow t_{کل}=\frac{L}{v_۱}+\frac{L}{v_۱}(\frac{n_۲}{n_۱})$$

$$\Rightarrow t_{کل}=\frac{L}{v_۱}(۱+\frac{n_۲}{n_۱})$$

۱۸۹ . گزینه ۴

$$D=\hat{\theta}_۲-\hat{\theta}_۱\Rightarrow ۳۰=۹۰-\hat{\theta}_۱\Rightarrow\hat{\theta}_۱=۶۰^\circ$$

$$\frac{\sin\hat{\theta}_۱}{\sin\hat{\theta}_۲}=\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{v_۱}{v_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۹۰^\circ}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۹۰ . گزینه ۲

با استفاده از قانون شکست اسنل می‌توان نوشت:

$$n_۱\sin\theta_r=n_۲\sin\theta_r\Rightarrow ۱\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}\sin\theta_r$$

$$\Rightarrow r=۳۰^\circ\Rightarrow D=\theta_i-\theta_r=۴۵-۳۰=۱۵^\circ$$

۱۹۱ . گزینه ۲ اگر $W_\circ$ کم شود، انرژی فوتون تابیده شده به فلز، می‌تواند از تابع کار فلز بیشتر شده و می‌تواند پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ دهد.

$$K_{\max}=hf-W_\circ\Rightarrow K_{\max}=\frac{hc}{\lambda}-W_\circ$$

۱۹۲ . گزینه ۲ چون انرژی فوتون پرتو B، سه برابر انرژی فوتون پرتو A است، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\lambda_c}{\lambda_B}=۳\dfrac{\lambda_c}{\lambda_A}\Rightarrow\lambda_A=۳\lambda_B\\ \lambda_A-\lambda_B=۴nm\end{array}\right\}\Rightarrow ۲\lambda_B=۴\Rightarrow\lambda_B=۲nm\Rightarrow\lambda_A=۳\times ۲=۶nm$$

۱۹۳ . گزینه ۳ برای تبدیل ژول به الکترون-ولت، عدد مربوطه را بر $۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$\text{ثابت پلانک}: h=\frac{۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=\frac{۳۳}{۸}\times ۱۰^{-۱۵}eV$$

۱۹۴ . گزینه ۴ انرژی فوتونی به بسامد f یا طول موج λ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E=hf=h\tfrac{c}{\lambda}\Rightarrow ۲\times ۱۰^{۳}=۴\times ۱۰^{-۱۵}\ \tfrac{۳\times ۱۰^{۸}}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\tfrac{۱۲\times ۱۰^{-۷}}{۲\times ۱۰^{۳}}=۶\times ۱۰^{-۱۰}m$$

$$=۰/۶\times ۱۰^{-۹}m=۰/۶nm$$

۱۹۵ . گزینه ۱ از ترکیب رابطهٔ پلانک با تعریف توان می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}E=nhf\\ E=Pt\end{cases}\Rightarrow Pt=nhf\xrightarrow{۱eV=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}J}\frac{Pt}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=nhf$$

$$\Rightarrow \frac{۴/۸ \times ۱۰^{۴} \times ۱}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = n \times ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \times ۷۵ \times ۱۰^{۶} \Rightarrow n = \frac{۳ \times ۱۰^{۲۳}}{۴ \times ۷۵ \times ۱۰^{-۹}} = ۱۰^{۳۰}$$

بنابراین در هر ثانیه تعداد $۱۰^{۳۰}$ فوتون از این آنتن گسیل می‌شود.

۱۹۶ . گزینه ۴

۱۹۷ . گزینه ۳ دربین رشته‌های طیف اتم هیدروژن فقط بخشی از رشته‌ی بالمر، مرئی است. بنابراین، الکترونِ اتم هیدروژن می‌تواند ازهرترازی (بزرگ‌تر از ۲) به تراز $n' = ۲$ برود و نور مرئی گسیل کند که در بین گزینه‌ها فقط گزینهٔ ۳ می‌تواند صحیح باشد.

۱۹۸ . گزینه ۴

با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ داریم:

در رشتهٔ بالمر $n' = ۲$ است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{۴۵۰} = \frac{۱}{۱۰۰} \times (\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow n = ۲ = ۶$$

۱۹۹ . گزینه ۴

در دماهای معمولی بیشتر تابش گاز مربوط به موج فروسرخ است و با افزایش دما، بیشترین سهم مربوط به نور مرئی و فرابنفش می‌شود.

۲۰۰ . گزینه ۴ رشته‌های طیف اتم هیدروژن به ترتیب از لیمان، بالمر، پاشن، براکت، پفوند به سمت طول موج‌های بلند می‌روند و در نتیجه بلندترین طول موج هر رشته از کوتاهترین طول موج رشته‌ی بعدی کوتاهتر است.

۲۰۱ . گزینه ۱ مدار مقصد الکترون $n' = ۲$ بوده پس فوتون‌های تابش شده مربوط به رشتهٔ بالمر می‌باشد.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{۷۲۰} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{n^{۲}} = \frac{۱}{۴} - \frac{۵}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱}{n^{۲}} = \frac{۴}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱}{n} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow n = ۳$$

۲۰۲ . گزینه ۳ در حالت پایهٔ اتم هیدروژن، $n' = ۱$ است. بلندترین طول موجی که می‌تواند در این حالت جذب اتم هیدروژن شود معادل با کم بسامدترین و درنتیجه کم‌انرژی ترین فوتون‌های ممکن است. کم‌ترین اختلاف انرژی در این حالت بین تراز $n' = ۱$ و $n = ۲$ برقرار است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{\max}} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{۲^{۲}}) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۴۰۰}{۳} nm$$

۲۰۳ . گزینه ۱ در اتم هیدروژن، اگر الکترون از مدار n به مدار n' برود، برای محاسبهٔ مقدار طول موج تابش شده با توجه به معادلهٔ ریدبرگ خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \xrightarrow[n=۶]{n'=۳} \frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۳۶}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = R \times \frac{۳}{۳۶} = \frac{R}{۱۲} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۲}{R} = \frac{۱۲}{۰/۰۱} = ۱۲۰۰\ nm$$

چون $n' = ۳$ است، بنابراین این طول موج مربوط به رشتهٔ پاشن است که، طول موج در این رشته فروسرخ است.

۲۰۴ . گزینه ۱ طول موج پرتوهای رشتهٔ پفوند دراتم هیدروژن درمحدوده موج‌های الکترومغناطیسی فروسرخ قرار دارد.

۲۰۵ . گزینه ۳ پر انرژی‌ترین فوتون رشته‌ی بالمر $(n' = ۲)$ مربوط به کوتاه‌ترین طول موج است که با انتقال الکترون از $n = \infty$ به $n' = ۲$ حاصل می شود.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \to \frac{۱}{\lambda_{\min}} = R(\frac{۱}{۲^{۲}} - ۰) = \frac{R}{۴} \to \lambda_{\min} = \frac{۴}{R} = \frac{۴}{۰/۰۱} = ۴۰۰nm$$

۲۰۶ . گزینه ۳ بلندترین طول موجی که دررشته‌ی لیمان از اتم هیدروژن گسیل می‌شود، مربوط به حالتی است که الکترون از تراز دوم به تراز اول منتقل می‌شود (کوتاه‌ترین مسیر گذار الکترون)، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda_{\max}} = R(\frac{۱}{{n_L}^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{\max}} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{۲^{۲}}) = \frac{۳}{۴۰۰} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۴۰۰}{۳}nm$$

۲۰۷ . گزینه ۱ با توجه به معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{۱۱۲/۵} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}} = \frac{۸}{۹}$$

طول موج ۱۱۲/۵ نانومتر در ناحیه‌ی فرا بنفش قرار دارد که مربوط به رشته‌ی لیمان است.

یعنی $n' = ۱$ بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow ۱ - \frac{۸}{۹} = \frac{۱}{n^{۲}} \Rightarrow \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{n^{۲}} \Rightarrow n = ۳$$

۲۰۸ . گزینه ۱

۲۰۹ . گزینه ۴ دررشته بالمر $n_L = ۲$ می باشد.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}}\right)$$

$$\frac{۱}{\lambda} = ۰/۰۱\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{۳۶۰۰}{۵} = ۷۲۰\ nm = ۷/۲ \times ۱۰^{-۷}m$$

۲۱۰ . گزینه ۳ بلندترین طول موج طیف مرئی‌اتم هیدروژن مربوط به خط اول رشتهٔ بالمر، یعنی انتقال الکترون ازمدار $n = ۳$ به مدار $n = ۲$ می‌باشد. بنابراین داریم؛

$$\frac{۱}{\lambda_{\max}} = R(\frac{۱}{{n_L}^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{\max}} = R(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}) = R(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۹}) = \frac{۵}{۳۶}R$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{۳۶}{۵R} = \frac{۳۶}{۵ \times \frac{۱}{۱۰۰}} = ۷۲۰\ nm$$

۲۱۱ . گزینه ۳ ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$ طول موج تابیده شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۵۶۲/۵\times ۱۰^{۱۲}} = \frac{۱۶}{۳}\times ۱۰^{-۷}m \xrightarrow{\times ۱۰^{۹}} \lambda = \frac{۱۶}{۳}\times ۱۰^{۲} \simeq ۵۳۳nm$$

چون طول موج به‌دست آمده بین $۴۰۰nm$ تا $۷۰۰nm$ است، در محدودهٔ مرئی قرار دارد. می‌دانیم تنها چهار خط اول رشتهٔ بالمر در ناحیهٔ مرئی هستند، بنابراین عدد رشته برابر $n_L = ۲$ است.
(تا همین‌جا فقط گزینهٔ ۳ صحیح است و لازم نیست که n_U را محاسبه کنیم.)

سپس با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ $\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{{n_L}^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}})$ شمارهٔ n_U را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{{n_L}^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۱۶}{۳}\times ۱۰^{۲}} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}})$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۱۶}\times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_U^{۲}}) \Rightarrow \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_U^{۲}} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^{۲}} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow n_U = ۴$$

۲۱۲ . گزینه ۲ انرژی الکترون در تراز nام از رابطه‌ی $E_n = -\frac{E_R}{n^{۲}}$ به‌دست می‌آید پس می‌توان n را به‌راحتی به‌دست آورد. داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^{۲}} = -\frac{۱}{۱۶}E_R \Rightarrow n^{۲} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

اکنون از معادلهٔ ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۱۶۰۰}{۱۵}} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{۴^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱۵}{۱۶} = \frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{۱۶}$$

$$n'^{۲} = ۱ \Rightarrow n' = ۱$$

۲۱۳ . گزینه ۴ برای یونیزه کردن باید الکترون کاملاً از قید هسته جدا شود و به مدار ∞ برود.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n_L^{۲}} - \frac{۱}{n_U^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = ۰/۰۱(\frac{۱}{۱^{۲}} - \cancel{\frac{۱}{\infty^{۲}}}) = ۰/۰۱ \Rightarrow \lambda = ۱۰۰nm$$

۲۱۴ . گزینه ۳ در رابطهٔ داده شده که همان معادلهٔ ریدبرگ است، m نقش n' را دارد:

رشته براکت: $m = ۴$

طول موج گسیلی: $n = m + ۲ = ۶$

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{۴^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}) = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۳۶})$$

$$\frac{۱}{\lambda} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۲/۲۵ - ۱}{۳۶}) \Rightarrow \lambda = \frac{۳۶۰۰}{۱/۲۵} = ۲۸۸۰ = ۲/۸۸\,\mu m$$

۲۱۵ . گزینه ۱ طبق معادلهٔ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^{۲}} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = -۱۳/۶ \Rightarrow -\frac{E_R}{۱^{۲}} = -۱۳/۶ \Rightarrow E_R = ۱۳/۶eV \\ E_۲ = -\frac{E_R}{۲^{۲}} = \frac{-۱۳/۶}{۴} = -۳/۴eV \end{cases}$$

۲۱۶ . گزینه ۱ در مدل اتمی بور شعاع مدار مانای n با مجذور شماره‌ی آن متناسب است $(r_n = n^{۲}r_۱)$، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n = ۱ \Rightarrow r_۱ \\ n' \Rightarrow ۱۶r_۱ \end{cases} \Rightarrow ۱۶r_۱ = n'^{۲}r_۱ \Rightarrow n' = ۴$$

همچنین می‌دانیم در اثر گذار الکترون از هرمدارمانا به مدار $n = ۱$، فوتونی گسیل می‌شود که در رشتهٔ لیمان قرار می‌گیرد، بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۲۱۷ . گزینه ۴ باتوجه به رابطهٔ $E_n = -\frac{E_R}{n^{۲}}$، برای انرژی الکترون در هر تراز از اتم هیدروژن داریم:

انرژی الکترون درترازدوم : $E_۲ = -\frac{E_R}{۲^{۲}} = -\frac{۱}{۴}E_R$ انرژی الکترون درتراز سوم : $E_۳ = -\frac{E_R}{۳^{۲}} = -\frac{۱}{۹}E_R$

۲۱۸ . گزینه ۱ با استفاده از رابطهٔ شعاع مدارها و ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن و مقایسهٔ هر کدام از آن‌ها در دو حالت داریم:

$$r_n = a_{\circ}n^{۲} \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = (\frac{n_۲}{n_۱})^{۲} = (\frac{۴}{۳})^{۲} = \frac{۱۶}{۹}$$

$$E_n = \frac{-E_R}{n^{۲}} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = (\frac{n_۱}{n_۲})^{۲} = \frac{۹}{۱۶}$$

۲۱۹ . گزینه ۲ ابتدا انرژی فوتون گسیلی را محاسبه می‌کنیم که برابر با اختلاف انرژی بین دو ترازی است که الکترون بین آن‌ها گذار انجام داده است. داریم:

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = ۴/۱۳۶\times ۱۰^{-۱۵}\times \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۶۶۰\times ۱۰^{-۹}} = ۱/۸۸J$$

اگر از تراز ۳ به تراز ۲ برود اختلاف انرژی برابر است با:

$$\Delta E = E_۳ - E_۲ = -۱/۵۱ - (-۳/۳۹) = ۱/۸۸$$

در واقع در بین ترازهای داده شده با حدس و گمان پی می‌بریم که الکترون بین ترازهای ۲ و ۳ جابه‌جا شده و با رابطه $\Delta E = E_n - E_{n'}$ آن را چک می‌کنیم.

۲۲۰ . گزینه ۲ برای انتقال الکترون ازمدارمانای n_1 به مدار بالاتر n_2 باید به اندازهٔ اختلاف انرژی الکترون دردو مدار به الکترون انرژی داده شود. مقدارانرژی الکترون درمدارمانای شماره n از رابطه‌ی $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید. پس برای محاسبه‌ی مقدار انرژی لازم برای انتقال الکترون از مدار مانای $n=1$ به $n=5$ خواهیم داشت:

$$\Delta E = (\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})E_R \Rightarrow \Delta E = (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2})E_R \Rightarrow \Delta E = \frac{24}{25}E_R \Rightarrow \Delta E = 0{,}96 E_R$$

۲۲۱ . گزینه ۳ انرژی فوتون تابشی، برابر اختلاف انرژی مدارهای n_2 و n_1 است و داریم:

$$\Delta E = E_R(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}) \Rightarrow 12{,}75 = E_R(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}) \Rightarrow 12{,}75 = 13{,}6(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$$

با قراردادن گزینه‌ها، $n_1 = 1$ و $n_2 = 4$ به‌دست می‌آید.

۲۲۲ . گزینه ۳ هنگامی‌که دراتم هیدروژن الکترون ازتراز $n=3$ به تراز $n=2$ می‌رود، اختلاف انرژی خود در این دو تراز را به شکل یک فوتون تابش می‌کند. انرژی الکترون در تراز شماره‌ی n از رابطه‌ی $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید، پس ابتدا انرژی فوتون تابش شده را به دست می‌آوریم:

$$E = E_3 - E_2 = (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}) \times E_R = \frac{5}{36}E_R$$

انرژی فوتون تابش شده برابر با hf یا $\frac{hc}{\lambda}$است.

$$E = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow h\frac{c}{\lambda} = \frac{5}{36}E_R \Rightarrow \lambda = \frac{36hc}{5E_R} \Rightarrow \lambda = \frac{36 \times 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{8}}{5 \times 13{,}6} \simeq 635 \times 10^{-9} m = 635 nm$$

طول موج نور مرئی درمحدوده‌ی بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتراست. پس پرتوتابش شده با طول موج ۶۳۵ نانومتردرمحدوده‌ی نور مرئی قرار دارد.

۲۲۳ . گزینه ۴ برای تابش فوتون، الکترون باید به مدارهای پایین‌تر بیاید. پرانرژی‌ترین فوتون مربوط به کوتاه‌ترین طول موج است که با انتقال از $n=4$ به $n'=1$ حاصل می‌شود.

$$\Delta E = (\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2})E_R \Rightarrow \Delta E = (\frac{1}{1} - \frac{1}{16})E_R = \frac{15}{16}E_R$$

۲۲۴ . گزینه ۳ بلندترین طول موج به معنای پرانرژی‌ترین پرتو است و می‌دانیم انتقال الکترون از حالت پایه ($n_L = 1$) به تراز بالاتر جزو رشته لیمان قرار می‌گیرد که پرتوهای آن؛ در مجموعه پرتوهای فرابنفش هستند.

۲۲۵ . گزینه ۴ روش اول: طبق رابطه‌ی انرژی فوتون $E = \frac{hc}{\lambda}$ ، هر چقدر اختلاف انرژی بین دو تراز کمتر باشد، طول موج فوتون تابش شده بیشتر است و می‌دانیم هرچقدر شمارهٔ ترازها بیشتر و فاصلهٔ بین ترازها کمتر باشد. اختلاف انرژی آن‌ها کمتر است. بنابراین گزینهٔ ۴ صحیح است.

روش دوم:

پرتو A : $n=5, n'=1 \Rightarrow$ رشته‌ی لیمان

پرتو B : $n=4,\ n'=3 \Rightarrow$ رشته‌ی پاشن

پرتو C : $n=6,\ n'=3 \Rightarrow$ رشته‌ی پاشن

پرتو D : $n=6,\ n'=5 \Rightarrow$ رشته‌ی پفوند

در رشته‌های طیف اتم هیدروژن بلندترین طول موج و کمترین انرژی مربوط به رشته پفوند می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۲۲۶ . گزینه ۳ کمترین بسامد معادل با بیشترین طول موج است که در رشته بالمر در گذار از تراز $n_1 = 3$ به $n_2 = 2$ می‌باشد.

$$hf = E_{n_1} - E_{n_2} \Rightarrow 4 \times 10^{-15} \times f_{\min} = \left(-\frac{E_R}{n_1^2}\right) - \left(-\frac{E_R}{n_2^2}\right)$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-15} \times f_{\min} = (-\frac{13{,}6}{3^2}) - (-\frac{13{,}6}{2^2}) \Rightarrow 4 \times 10^{-15} \times f_{\min} = (-1{,}5) - (-3{,}4)$$

$$\Rightarrow f_{\min} = \frac{1{,}9}{4 \times 10^{-15}} \simeq 4{,}7 \times 10^{14}$$

۲۲۷ . گزینه ۴

دقت شود که کتاب درسی، طیف جذبی را یک طیف پیوسته می‌داند.

۲۲۸ . گزینه ۳

۲۲۹ . گزینه ۳ برای عکاسی در مه و تاریکی از امواج فروسرخ، برای استفاده در اجاق‌های مایکروویو از امواج رادیویی، برای برش فلزات از لیزر و برای ضد عفونی کردن تجهیزات پزشکی از امواج فرابنفش استفاده می‌شود.

۲۳۰ . گزینه ۲ در هسته‌های سنگین نسبت نوترون‌ها در مقایسه با پروتون‌ها ۱٫۵ برابر می‌باشد و در هسته‌ی سبک $\frac{N}{Z} = 1$ می‌باشد. در نمودار صفحه ۲۴۳ کتاب برای هسته‌های سنگین شیب دیگر یک نمی‌باشد و نسبت افزایش می‌یابد.

۲۳۱ . گزینه ۳ ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی یکسان دارند، ولی دارای نوترون‌های متفاوت و درنتیجه جرم متفاوتی هستند.

۲۳۲ . گزینه ۴

۲۳۳ . گزینه ۴

انرژی تولید شده از تبدیل جرم به انرژی :

$$E = mc^۲ = \frac{۴}{۱۰۰۰}(۳ \times ۱۰^۸)^۲ = \frac{۴}{۱۰۰۰} \times ۹ \times ۱۰^{۱۶} = ۳۶ \times ۱۰^{۱۳} J$$

انرژی مصرفی هر لامپ ۱۰۰ واتی که ۲۰ ساعت روشن باشد:

$$E = Pt = ۱۰۰ \times ۲۰ \times ۳۶۰۰ = ۷۲ \times ۱۰^۵ J$$

$$\text{تعداد لامپ} = \frac{۳۶ \times ۱۰^{۱۳}}{۷۲ \times ۱۰^۵} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۸ = ۵ \times ۱۰^۷ = ۵۰,۰۰۰,۰۰۰$$

۲۳۴ . گزینه ۳ می‌دانیم در یک هسته‌ی پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌ی هسته، اندکی بیشتر ازجرم هسته است. این اختلاف جرم در هنگام تشکیل هسته، به انرژی تبدیل می‌شود.

۲۳۵ . گزینه ۴ نیروی هسته‌ای قوی از نوع جاذبه و کوتاه‌برد است، بنابراین بین هر نوکلئون با نوکلئون مجاور برقرار است.

۲۳۶ . گزینه ۲ با توجه به متفاوت بودن تعداد نوترون هسته‌ی عناصر ایزوتوپ، انرژی بستگی آن‌ها لزوماً با یکدیگر برابر نمی‌باشد، و ویژگی شیمیایی به عدد اتمی بستگی دارد که برای ایزوتوپ‌ها یکسان است.

۲۳۷ . گزینه ۳

ابتدا انرژی حاصل از تبدیل جرم به انرژی را به کمک رابطه‌ی اینشتین حساب می کنیم: (این عدد برحسب ژول است).

$$E = mc^۲ \Rightarrow E = ۲ \times ۱۰^{-۶} \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲ = ۱۸ \times ۱۰^{۱۰} J$$

تذکر: برای تبدیل ژول به کیلووات ساعت، باید عدد را به ۳۶×۱۰^۵ تقسیم کنیم.

$$E = \frac{۱۸ \times ۱۰^{۱۰}}{۳۶ \times ۱۰^۵} = ۵ \times ۱۰^۴ kWh$$

۲۳۸ . گزینه ۱ برای به‌دست آوردن انرژی حاصل از تبدیل یک گرم جرم به انرژی، داریم:

$$E = mc^۲ = ۱ \times ۱۰^{-۳} \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲ = ۹ \times ۱۰^{۱۳} J$$

با این انرژی می‌خواهیم جرم m' را تا ارتفاع $۱۰۰m$ از سطح زمین جابه‌جا کنیم. انرژی لازم برای انجام این کار، صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم با جرم m' می‌شود:

$$U = m'gh \Rightarrow ۹ \times ۱۰^{۱۳} = m' \times ۱۰ \times ۱۰۰ \Rightarrow m' = ۹ \times ۱۰^{۱۰} kg = ۹ \times ۱۰^۷ ton$$

هرهزارکیلوگرم برابر $۱ton$ می‌باشد، بنابراین m' برابر ۹×۱۰^۷ تن یا به عبارت دیگر ۹۰ میلیون تن است.

۲۳۹ . گزینه ۱ گزینهٔ ۱ صحیح است زیرا اغلب ایزوتوپ‌ها ناپایدارند و با پرتوزایی به عناصر پایدارتر تبدیل می‌شوند.

گزینهٔ ۲ نادرست است. برد نیروهای هسته‌ای کوتاه و نیروهای کولنی بلند است.

گزینهٔ ۳ نادرست است. جرم هسته کمتر از جرم نوکلئون‌های هسته است.

گزینهٔ ۴ نادرست است.

۲۴۰ . گزینه ۴

$$^{۲۴۱}_{۹۵}Am \to {}^{۲۳۷}_{Z}Np + {}^{۴}_{۲}\alpha$$

$$۹۵ = Z + ۲ \Rightarrow Z = ۹۳ \Rightarrow N = A - Z \Rightarrow N = ۲۳۷ - ۹۳ = ۱۴۴$$

۲۴۱ . گزینه ۱ در واپاشی آلفازا، عدد جرمی ۴ واحد کاهش می‌یابد، یعنی هستهٔ دختر، ۲ نوترون و دو پروتون کمتر از هستهٔ مادر دارد.

$$^{۲۳۸}_{۹۲}U \to {}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{۲۳۴}_{۹۰}X$$

$$A = Z + N \Rightarrow N = A - Z \Rightarrow N = ۲۳۴ - ۹۰ = ۱۴۴$$

۲۴۲ . گزینه ۳

با موازنهٔ عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش داریم:

$$^{۱}_{۰}n + {}^{۱۰}_{۵}B \to {}^{۷}_{۳}Li + {}^{A}_{Z}X$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱ + ۱۰ = ۷ + A \Rightarrow A = ۴ \\ ۰ + ۵ = ۳ + Z \Rightarrow Z = ۲ \end{array}\right. \Longrightarrow x = {}^{۴}_{۲}\alpha$$

۲۴۳ . گزینه ۳ در واپاشی β^- یک نوترون تبدیل به یک الکترون و یک پروتون می‌شود که الکترون از هسته خارج می‌شود ولی پروتون در هسته باقی می‌ماند.

$$A = Z + N \Rightarrow A = Z + ۱ + N - ۱ = Z + N$$

درنتیجه عدد جرمی که مجموع نوکلئون‌ها می‌باشد ثابت می‌ماند.

۲۴۴ . گزینه ۱

$$^{۲۳۶}_{۹۲}\mathrm{U}^* \to {}^{۱۳۸}_{۵۶}\mathrm{Ba} + {}^{۹۵}_{۳۶}\mathrm{Kr} + {}^{y}_{z}\mathrm{X}$$

$$\left.\begin{array}{r} ۲۳۶ = ۱۳۸ + ۹۵ + y \Rightarrow y = ۳ \\ ۹۲ = ۵۶ + ۳۶ + z \Rightarrow z = ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow {}^{y}_{z}\mathrm{X} = {}^{۳}_{۰}\mathrm{X} = ۳({}^{۱}_{۰}\mathrm{n})$$

۲۴۵ . گزینه ۱

در ابتدا معادلهٔ واپاشی را نوشته، سپس با موازنهٔ عدد جرمی و عدد اتمی، تعداد α و β^- تابش شده را می‌یابیم.

$$^{۲۰۷}_{۸۲}Pb \to {}^{۱۹۷}_{۷۹}Au + ۲\,{}^{۱}_{۰}n + x\,{}^{۴}_{۲}\alpha + y\,{}^{۰}_{-۱}\beta \Rightarrow \begin{cases} ۲۰۷ = ۱۹۷ + ۲(۱) + x(۴) + y(۰) \\ ۸۲ = ۷۹ + ۲(۰) + x(۲) + y(-۱) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ ۸۲ = ۷۹ + ۲(۲) - y \Rightarrow y = ۱ \end{cases}$$

بنابراین ۲ ذره آلفا و یک ذره بتا تابش می‌شود.

۲۴۶ . گزینه ۴

عدد جرمی ۴ واحد کاهش یافته، پس گسیل α داریم. از آنجا که با گسیل α، عدد جرمی ۴ واحد کاهش می‌یابد، پس باید دو بتای منفی گسیل شود تا عدد اتمی تغییر نکند.

$${}_Z^AX \to {}_Z^{A-۴}Y + a({}_۲^۴\alpha) + b({}_{-۱}^{۰}\beta) \Rightarrow \begin{cases} A = A-۴+۴a \Rightarrow a=۱ \\ Z = Z+۲a-b \Rightarrow ۲a-b=۰\end{cases} \Rightarrow ۲(۱)-b=۰ \Rightarrow b=۲$$

۲۴۷ . گزینه ۱ با گسیل پرتو گاما، هستهٔ برانگیخته فقط به حالت پایه می‌رسد.

۲۴۸ . گزینه ۱

$${}_{۹۲}^{۲۳۹}U \to {}_{۹۳}^{۲۳۹}Np + {}_{-۱}^{۰}\beta$$

۲۴۹ . گزینه ۱ تابش پوزیترون، یک واپاشی بتازا است و به‌صورت زیر خواهد بود:

$${}_Z^AX \to {}_{Z-۱}^{A}Y + {}_{۱}^{۰}e^+$$
$${}_۶^{۱۱}C \to {}_۵^{۱۱}\beta + {}_۱^۰e^+$$

دقت کنید در واپاشی بتازا، عدد جرمی تغییر نمی‌کند.

۲۵۰ . گزینه ۴

در گسیل ذرهٔ α، عدد جرمی هستهٔ مادر ۴ واحد و عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد.

$${}_Z^AX \to {}_۲^۴\alpha + {}_{Z-۲}^{A-۴}Y$$

۲۵۱ . گزینه ۳ با تابش یک پرتو آلفا، عدد جرمی ۴ واحد و عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد، یعنی:

$${}_{۹۲}^{۲۳۸}U \to {}_۲^۴\alpha + {}_{۹۰}^{۲۳۴}X$$

که با توجه به گزینه‌ها جواب ${}_{۹۰}^{۲۳۴}Th$ می‌باشد.

۲۵۲ . گزینه ۴

$${}_{۹۱}^{۲۳۱}Pa \to {}_Z^AX + {}_۲^۴\alpha \Rightarrow \begin{cases}۲۳۱ = A+۴\\ ۹۱ = Z+۲\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}A=۲۲۷\\ Z=۸۹ : \text{تعداد پروتون}\end{cases}$$

تعداد نوترون : $A=N+Z \Rightarrow ۲۲۷=۸۹+N \Rightarrow N=۱۳۸$

۲۵۳ . گزینه ۴

اگر ${}_۲^۴\alpha$ و ${}_{-۱}^{۰}e$ را از ${}_۳^۸\mathrm{Li}$ کم کنیم به ${}_۲^۴He$ می‌رسیم.

$${}_۳^۸\mathrm{Li} \to {}_۲^۴\alpha + {}_{-۱}^{۰}e + x \Rightarrow x = {}_۲^۴He$$

۲۵۴ . گزینه ۱ در واپاشی گامازا (${}_۰^۰\gamma$) فقط هسته از حالت برانگیخته به حالت پایه می‌رسد و تغییری در عدد جرمی و عدد اتمی آن صورت نمی‌گیرد.

۲۵۵ . گزینه ۱

عدد جرمی تغییر نکرده و عدد اتمی هستهٔ دختر یک واحد بیشتر از هستهٔ مادر است، پس:

$${}_{۱۵}^{۳۲}P \to {}_{۱۶}^{۳۲}S + {}_{-۱}^{۰}\beta$$

۲۵۶ . گزینه ۳ با توجه به آنکه عدد اتمی یک واحد افزایش یافته است، پس واکنش از نوع بتای منفی و ذره‌ی الکترون (${}_{-۱}^{۰}e$) در جریان واپاشی گسیل می‌شود.

$${}_{۵۵}^{۱۳۷}Cs \to {}_{۵۶}^{۱۳۷}Ba + {}_{-۱}^{۰}X$$

بنابراین x همان الکترون (e^-) است.

$$E = mc^۲ \xrightarrow{c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}} E = ۱۰^{-۳}\times ۱٫۷\times۱۰^{-۲۷}\times ۹\times۱۰^{۱۶} = ۱٫۵۳\times۱۰^{-۱۳}J$$

۲۵۷ . گزینه ۳

$${}_Z^AX \to {}_{۸۱}^{۲۰۸}Tl + ({}_{+۱}^{۰}e^+) + {}_۲^۴He$$
$$A = ۲۰۸+۴ = ۲۱۲$$
$$Z = ۸۱+۱+۲ = ۸۴$$

۲۵۸ . گزینه ۳ با توجه به تساوی مجموع عدد جرمی وعدد اتمی در طرفین تساوی داریم:

$${}_{۱۵}^{۳۰}P + {}_Z^AX \to {}_{۱۳}^{۲۷}Al + {}_۲^۴He \begin{cases}۳۰+A = ۲۷+۴ \Rightarrow A=۱\\ ۱۵+Z=۱۳+۲ \Rightarrow Z=۰\end{cases}$$

۲۵۹ . گزینه ۱ با توجه به شکل داده شده پرتوی تابش شده‌ی یک ذره‌ی β^- است. (${}_{-۱}^{۰}e^-$)، بنابراین به عدد اتمی یک واحد اضافه شده و از تعداد نوترون‌ها یک واحد کم می‌شود (۹ عدد جرمی ثابت می‌ماند).

۲۶۰ . گزینه ۲ بر طبق اصول پایستگی باید مجموع عددهای اتمی و جرمی در دو طرف یک واکنش هسته‌ای یکسان باشد. لذا با توجه به معادله واپاشی می‌توان نوشت:

$${}_۰^۱n + {}_{۹۲}^{۲۳۵}U \to {}_{۵۶}^{۱۴۱}Ba + {}_Z^AX + ۳({}_۰^۱n)$$
$$\left.\begin{array}{r}۱+۲۳۵ = ۱۴۱+A+۳ \Rightarrow A=۹۲\\ ۰+۹۲=۵۶+Z+۰ \Rightarrow Z=۳۶\end{array}\right\} \Rightarrow A=N+Z \Rightarrow ۹۲=N+۳۶ \Rightarrow N=۵۶$$

بنابراین عنصر X دارای ۵۶ نوترون و ۳۶ پروتون می‌باشد.

۲۶۱ . گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نادرست است – زیرا هنگام گسیل پوزیترون طبق معادلهٔ واپاشی $\left({}_Z^AX \to {}_{+۱}^{۰}e + {}_{Z-۱}^{A}Y\right)$ بار هسته به اندازهٔ e کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۲): نادرست است – زیرا هنگام گسیل الکترون طبق معادلهٔ واپاشی $\left({}_Z^AX \to {}_{-۱}^{۰}e + {}_{Z+۱}^{A}Y\right)$ بار هسته به اندازهٔ e افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۳): درست است – زیرا طبق معادلهٔ واپاشی $\left({}_Z^AX \to {}_۲^۴\alpha + {}_{Z-۲}^{A-۴}Y\right)$ هنگام گسیل ذره α بار هسته به اندازهٔ $۲e$ کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): نادرست است – زیرا هنگام گسیل پوزیترون و الکترون بار هسته ثابت نمی‌ماند.

۲۶۲ . گزینه ۴

در مدت ۵ نیمه‌عمر، $\frac{۱}{۳۲}$ هسته‌های ماده پرتوزا باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} = \frac{m_\circ}{۲^۵} = \frac{m_\circ}{۳۲}$$

$$m' = m_\circ - m = m_\circ - \frac{m_\circ}{۳۲} = \frac{۳۱}{۳۲}m_\circ \simeq \frac{۹۷}{۱۰۰}m_\circ = ۹۷\%$$

۲۶۳ . گزینه ۲

۱۲٫۵ درصد معادل کسر $\frac{۱}{۸}$ است، پس ۳ نیمه‌عمر سپری شده، زیرا:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱۲٫۵}{۱۰۰}m_\circ = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow n = ۳$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۳ = \frac{۹}{T} \Rightarrow T = ۳ \text{ سال}$$

۲۶۴ . گزینه ۱ پس از گذشت زمانی معادل ۳ برابر نیمه‌عمر، کسری معادل $\frac{۱}{۸}$ هسته‌های مادر اولیه باقی می‌ماند، پس $\frac{۷}{۸}$ هسته‌های مادر اولیه واپاشی شده است؛ بنابراین:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۳t}{t} = ۳ \ , \ m = \frac{m_\circ}{۲^n} = \frac{m_\circ}{۲^۳} = \frac{۱}{۸}m_\circ$$

$$\text{جرم واپاشیده شده } m' = m_\circ - m = m_\circ - \frac{۱}{۸}m_\circ = \frac{۷}{۸}m_\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی‌مانده}} = \frac{\frac{۷}{۸}m_\circ}{\frac{۱}{۸}m_\circ} = ۷$$

۲۶۵ . گزینه ۲ در واپاشی بتا (الکترون) زا، عدد اتمی هستهٔ دختر، یک واحد بیشتر از عدد اتمی هستهٔ مادر است.

۲۶۶ . گزینه ۳

با توجه به قسمت اول سوال می توان جرم اولیه ماده را به‌دست آورد.

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow m = \frac{m_\circ}{۲^۴} = \frac{m}{۱۶}$$

$$\text{جرم متلاشی شده}: m' = m_\circ - m = ۷۵ \Rightarrow m_\circ - \frac{m_\circ}{۱۶} = ۷۵ \Rightarrow \frac{۱۵m_\circ}{۱۶} = ۷۵ \Rightarrow m_\circ = ۸۰g \text{ جرم کل}$$

اکنون می‌توان زمان سپری شده تا باقی‌ماندن ۲٫۵ گرم را محاسبه کرد:

$$m = \frac{m}{۲^n} \Rightarrow ۲٫۵ = \frac{۸۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۳۲ \Rightarrow n = ۵$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۵ = \frac{t}{۵} \Rightarrow t = ۲۵ \text{ روز}$$

۲۶۷ . گزینه ۳

در مدت ۴ نیمه‌عمر، $\frac{۱}{۱۶}$ هسته‌های اولیه باقی می‌ماند، زیرا:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۴T}{T} = ۴ \ , \ m = \frac{m_\circ}{۲^n} = \frac{m_\circ}{۲^۴} = \frac{m_\circ}{۱۶} = ۰٫۰۶۲۵\, m_\circ \xrightarrow[\text{تبدیل به درصد}]{\times ۱۰۰} ۶٫۲۵\%$$

۲۶۸ . گزینه ۴

در مدت ۳ نیمه‌عمر $(n = ۳)$، $\frac{۱}{۸}$ هسته‌های اولیه باقی می‌ماند، زیرا:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} = \frac{m}{۲^۳} = \frac{m}{۸} = \frac{۱}{۸}m = ۰٫۱۲۵m \xrightarrow[\text{تبدیل به درصد}]{\times ۱۰۰} ۱۲٫۵\%$$

۲۶۹ . گزینه ۲

۱٫۵ گرم از ۱۲ گرم معادل کسر $\frac{۱}{۸} = \frac{۱٫۵}{۱۲}$ است یعنی معادل ۳ نیمه عمر، یعنی:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow ۱٫۵ = \frac{۱۲}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۸ \Rightarrow ۲^n = ۲^۳ \Rightarrow n = ۳ \ , \ n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۳ = \frac{۱۸}{T} \Rightarrow T = ۶ \text{ روز}$$

۲۷۰ . گزینه ۳ تعداد هسته‌ها در نمودار از ۲۰۰۰ به ۱۰۰۰ رسیده است؛ بنابراین زمان نیمه‌عمر برابر ۸ روز است.

وقتی تعداد هسته‌ها از ۱۰۰۰ به ۵۰۰ رسیده بنابراین یک نیمه‌عمر دیگر طی نموده درنتیجه: روز $t' = ۸ \times ۲ = ۱۶$

از طرفی در مدت زمان ۳۲ روز، تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده ۴ $= \frac{۳۲}{۸} = \frac{t}{T} = n$ است. پس تعداد هسته‌های باقی‌مانده (ید) به‌صورت زیر است.

$$N = N_\circ(\frac{۱}{۲^n}) = ۲۰۰۰(\frac{۱}{۲^۴}) = \frac{۲۰۰۰}{۱۶} \rightarrow N = ۱۲۵$$

۲۷۱ . گزینه ۴ مقدار ماده‌ی باقی‌مانده از یک ماده‌ی پرتوزا پس از n نیمه‌عمر، ازرابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

مقدار ماده‌ی باقی‌مانده: $m = \frac{m_\circ}{۲^n} \xrightarrow{n=۵} m = \frac{۱}{۲^۵}m_\circ = \frac{۱}{۳۲}m_\circ$

دراین صورت درصد جرم ماده‌ی واپاشیده شده برابر است با:

جرم واپاشیده شده: $m' = m - \frac{۱}{۳۲}m_\circ = \frac{۳۱}{۳۲}m_\circ = ۰{,}۹۷m_\circ \implies$ تقریباً ٪۹۷ ماده‌ی اولیه واپاشیده شده است.

۲۷۲ . گزینه ۳ ۱۲۵ میکروگرم از ۲ میلی‌گرم (یا ۲۰۰۰ میکروگرم)، کسری معادل $\frac{۱}{۱۶} = \frac{۱۲۵}{۲۰۰۰}$ است؛ بنابراین داریم:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow ۱۲۵ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۳}}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = \frac{۲ \times ۱۰^{-۳}}{۱۲۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۴ = \frac{t}{T} \Rightarrow ۴ = \frac{t}{۲۸} \Rightarrow t = ۱۱۲ \text{ سال}$$

۲۷۳ . گزینه ۱ تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده در مدت ۴۰ روز، معادل $n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$ است، پس ۱۵ گرم واپاشی شده معادل $\frac{۱۵}{۱۶}$ جرم اولیه است.

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴ \ , \ m = \frac{m_\circ}{۲^n} \to m = \frac{m_\circ}{۲^۴} = \frac{m_\circ}{۱۶}$$

جرم واپاشیده شده $m' = m_\circ - m = ۱۵ \Rightarrow m_\circ - \frac{m_\circ}{۱۶} = ۱۵ \Rightarrow m_\circ = ۱۶g$

۲۷۴ . گزینه ۳ با توجه به رابطه‌ی $m = \frac{m_\circ}{۲^n}$ برای تعداد هسته‌های باقیمانده، داریم:

$$m = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲۸}m_\circ = \frac{m_\circ}{۲^n} \Rightarrow ۱۲۸ = ۲^n \Rightarrow ۲^۷ = ۲^n \Rightarrow n = ۷ \ , \ n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۷ = \frac{t}{۲} \Rightarrow t = ۱۴ \text{ ساعت}$$

۲۷۵ . گزینه ۴ راه حل اول: اگر $m_\circ$ و m به ترتیب جرم هسته‌های پرتوزای اولیه و باقیمانده باشند داریم:

$$\frac{m_\circ}{m} = ۲^n, n = \frac{t}{T} = \frac{۳۲}{۸} = ۴$$

$\frac{m_\circ}{m} = ۲^۴ = ۱۶ \to m = \frac{m_\circ}{۱۶} \times ۱۰۰ = ۶{,}۲۵$ جرم هسته‌های پرتوزای باقیمانده

جرم هسته‌های واپاشی شده: $m' = m_\circ - m = ۱۰۰ - ۶{,}۲۵ = ۹۳{,}۷۵$

راه حل دوم: جرم یا درصد هسته‌های پرتوزای واپاشی شده را می‌توانیم به طور مستقیم از رابطه‌ی زیر به دست آوریم:

درصد هسته‌های واپاشی شده: $۱ - \frac{۱}{۲^n} \to n = \frac{t}{T} = \frac{۳۲}{۸} = ۴$

درصد هسته‌های واپاشی شده $= ۱ - \frac{۱}{۲^۴} = ۱ - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۱۵}{۱۶} \xrightarrow{\times ۱۰۰} ۹۳{,}۷۵\%$

۲۷۶ . گزینه ۳ با توجه به نمودار مربوط به مادهٔ پرتوزای A مشخص می‌شود که نیمه‌عمر مادهٔ A برابر ۳ روز است؛ بنابراین پس از ۹ روز که معادل ۳ نیمه‌عمر می‌شود، تعداد هسته‌های باقی‌ماندهٔ آن عبارت است از:

$$N = \frac{N_\circ}{۲^{\frac{t}{T_A}}} \Rightarrow N = \frac{۱۰۰۰}{۲^{\frac{۹}{۳}}} \Rightarrow N = \frac{۱۰۰۰}{۸} = ۱۲۵$$

تعداد ۱۰۰۰ هستهٔ اولیه مادهٔ پرتوزای B در مدت سه روز به اندازهٔ ۱۲۵ هسته باقی‌مانده خواهد داشت.

$$۱۲۵ = \frac{۱۰۰۰}{۲^{\frac{۳}{T_B}}} \Rightarrow T_B = ۱ \text{ روز} \Rightarrow \frac{۱}{۳۲} = \frac{۱}{۲^۵} = \frac{۱}{۲^{\frac{t}{T_B}}} \Rightarrow ۵ = \frac{t}{T_B} = \frac{t}{۱} \Rightarrow t = ۵ \text{ روز}$$

۲۷۷ . گزینه ۲ ۲۰۰ هستهٔ باقی‌مانده از ۱۶۰۰ هستهٔ اولیه، کسری معادل $\frac{۱}{۸} = \frac{۲۰۰}{۱۶۰۰}$ است، پس رهن واپاشی معادل ۳ نیمه‌عمر است. یعنی:

$$N_\circ = ۱۶۰۰ \to ۸۰۰ \to ۴۰۰ \to ۲۰۰$$

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow ۳ = \frac{t}{۶} \Rightarrow t = ۱۸h$$

۲۷۸ . گزینه ۳ وقتی $\frac{۷}{۸}$ تعداد هسته‌های اولیه واپاشی شده، $\frac{۱}{۸}$ هسته‌های اولیه باقی‌مانده، پس زمانی معادل ۳ نیمه عمر سپری شده است. زیرا:

$N_\circ \xrightarrow[T]{(۱)} \frac{N_\circ}{۲} \xrightarrow[T]{(۲)} \frac{N_\circ}{۴} \xrightarrow[T]{(۳)} \frac{N_\circ}{۸}$ تعداد هسته‌ی باقی‌مانده

$\frac{۷N_\circ}{۸}$ تعداد هسته‌های واپاشیده شده

$n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۳ = \frac{t}{۵} \Rightarrow t = ۱۵$ روز

۲۷۹ . گزینه ۴ با توجه به اینکه تعداد هسته‌های اولیه دو عنصر یکسان است، می‌توانیم رابطهٔ بین تعداد مجموعه‌های سپری شده را به‌صورت زیر بیابیم:

$$N_A = ۴N_B \Rightarrow \frac{N_\circ}{۲^{n_A}} = ۴\frac{N_\circ}{۲^{n_B}} \Rightarrow ۲^{n_A} = ۲^{-۲} \times ۲^{n_B} \Rightarrow ۲^{n_A} = ۲^{(n_B - ۲)}$$

$$\Rightarrow n_A = n_B - ۲ \Rightarrow n_B - n_A = ۲$$

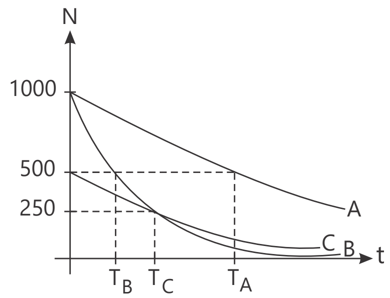
۲۸۰ . گزینه ۴ وقتی ۸۷٫۵ درصد از تعداد هسته‌های یک ماده رادیواکتیو واپاشیده شده یعنی $۱۲٫۵\%$ باقی‌مانده است و ۳ نیمه‌عمر سپری شده است.

$۱۰۰\% \xrightarrow{T} ۵۰\% \xrightarrow{T} ۲۵\% \xrightarrow{T} ۱۲٫۵\%$ هسته‌های باقی‌مانده

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۳ = \frac{۲۴}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۸h$$

۲۸۱ . گزینه ۴

با توجه به نمودار مربوط به A در t بیشتری با خط $N = ۵۰۰$ برخورد کرده و با توجه به همین مسئله داریم: $T_A > T_C > T_B$



۲۸۲ . گزینه ۳ در مدت ۱۶ روز $\frac{۱}{۱۶}$ هسته‌های مادر در پرتوزا باقی مانده، پس در این مدت ۴ نیمه‌عمر سپری شده و نیمه‌عمر آن ۴ روز است. یعنی:

با توجه به نمودار: $\underbrace{N \xrightarrow{(۱)} \frac{N_\circ}{۲} \xrightarrow{(۲)} \frac{N_\circ}{۴} \xrightarrow{(۳)} \frac{N_\circ}{۸} \xrightarrow{(۴)}}_{\text{۱۶ روز}} \frac{N_\circ}{۱۶}$

$n = \frac{t}{T} \Rightarrow ۴ = \frac{۱۶}{T} \Rightarrow T = ۴$ روز

$N_\circ \xrightarrow{\text{۴ روز}} \frac{N_\circ}{۲} \xrightarrow{\text{۴ روز}} \frac{N_\circ}{۴}$ ۲۵% باقی مانده است.