



آزمون ۱۱ از ۱۴

دفترچه شماره ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

ویژه پایه دوازدهم

شماره داوطلبی:

نام خانوادگی:

نام:

صبح جمعه
۱۴۰۱/۰۱/۲۶

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت اول

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

تعداد سؤال: ۱۳۵ مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱۰۱- نمودار تابع $f(x) = -3x^2 + ax + b$ فقط در بازه $(-4, 1)$ بالای محور x ها است. $b - a$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴)

۱۰۲- اگر $f = \{(1, b)(-1, 2a+3)(b+1, c)\}$ تابع همانی، $g(x) = (1-x)^2 + ex^2 + cx + b$ تابع ثابت و نیز

$h(x) = m - n|2-x|$ دارای برد $(-\infty, 4]$ بوده و محور y ها را با عرض -6 قطع کند، حاصل

$g(mc+n) - h(a-b+e)$ کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴)

۱۰۳- جمله بیستم دنباله درجه دوم $2, 7, 14, 23, \dots$ چقدر با جمله بیستم دنباله خطی که جملات سوم و یازدهم آن

به ترتیب $20, 76$ است، اختلاف دارد؟

- ۲۵۰ (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴)

۱۰۴- از 57 دانش آموز یک دبیرستان، 35 نفر به فوتبال و 31 نفر به والیبال علاقمند بوده و 8 نفر به هیچ یک از این دو

ورزش علاقه ای ندارند. چند نفر از این دانش آموزان فقط به والیبال علاقمند هستند؟

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۱۰۵- اگر $\tan x = \sqrt{k} - 1$ و $\cot x = \sqrt{k} + 1$ و x در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x}$

کدام است؟

- ۲ $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$ (۱) ۲ $\sqrt{4-2\sqrt{2}}$ (۲) ۲ $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$ (۳) ۲ $\sqrt{4-2\sqrt{2}}$ (۴)

۱۰۶- خطی به معادله $(2a+3)x - (5-a)y = 78$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 135° می سازد. مجموع عرض از

مبدأ و شیب خط کدام است؟

- ۵ (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴)

۱۰۷- اگر $x = (2-\sqrt{3})^{14}(2+\sqrt{3})^{15}$ باشد، حاصل $(x+x^{-1})^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

- ۱ $+\sqrt{2}$ (۱) ۱ (۲) ۲ $+\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴)

۱۰۸- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 9x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + 9\beta + \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1}$ کدام است؟

- ۷۸ (۱) ۸۱ (۲) ۸۷ (۳) ۹۱ (۴)

۱۰۹- با استفاده همزمان از تمام اعداد اول یک رقمی و همه حروف کلمه «قلم» چند نام کاربری مختلف می توان تعریف

کرد، به طوری که حروف کنار هم نباشند؟

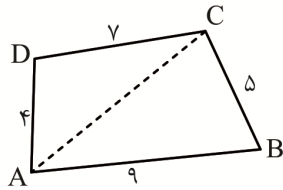
- ۴۳۲۰ (۱) ۴۹۲۰ (۲) ۵۰۴۰ (۳) ۵۷۶۰ (۴)

۱۱۰- در جعبه ای ۶ مهره قرمز و ۹ مهره آبی موجود است. دو مهره به طور متوالی و بدون جایگذاری از آن بیرون

می آوریم. چند درصد احتمال دارد دومین مهره خارج شده قرمز باشد؟

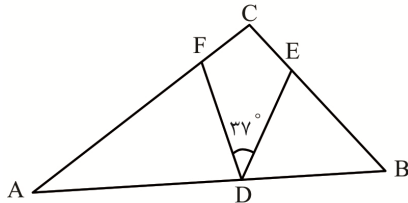
- ۵۲ (۱) ۴۸ (۲) ۴۵ (۳) ۴۰ (۴)

۱۱۱- با توجه به اندازه‌های روی شکل در چهارضلعی $ABCD$ ، چند عدد صحیح برای اندازه قطر AC وجود دارد؟



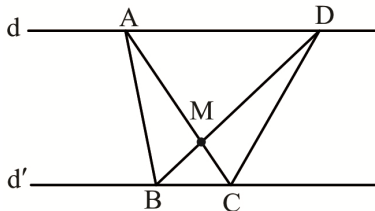
- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵

۱۱۲- در مثلث ABC ، $BD = EB$ و $AD = AF$ و زاویه $\angle EDF = 37^\circ$ است. اندازه زاویه \hat{C} کدام است؟



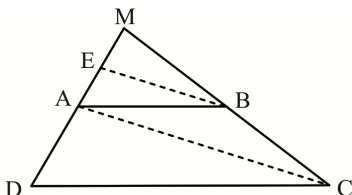
- (۱) ۹۸
- (۲) ۱۰۶
- (۳) ۱۱۲
- (۴) ۱۱۷

۱۱۳- در شکل زیر $d \parallel d'$ و $AM = 4MC$ و مساحت مثلث BCD برابر ۳ است. مساحت مثلث BMC کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

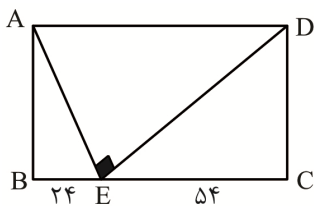
۱۱۴- در دوزنقه $ABCD$ پاره خط BE موازی قطر AC رسم شده است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، اندازه DC چند برابر AB است؟



- (۲) $\frac{8}{5}$
- (۴) $\frac{7}{4}$

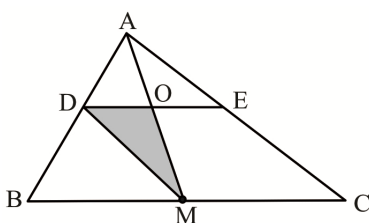
- (۱) $\frac{8}{3}$
- (۳) $\frac{7}{3}$

۱۱۵- با توجه به شکل و اندازه‌های مشخص شده، مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟



- (۱) ۲۸۱۸
- (۲) ۲۸۰۸
- (۳) ۱۲۹۸
- (۴) ۱۲۹۶

۱۱۶- مطابق شکل زیر، AM میانه مثلث ABC و اندازه ضلع AB ، $\frac{2}{5}AD$ برابر است. اگر $DE \parallel BC$ باشد، مساحت مثلث MOD تقریباً چند درصد از مساحت دوزنقه $BCED$ است؟



- (۱) $\frac{28}{57}$
- (۲) $\frac{16}{67}$
- (۳) $\frac{14}{29}$
- (۴) $\frac{13}{33}$

۱۱۷- در یک n ضلعی محدب، تعداد قطرها ۸ برابر تعداد اضلاع است. مجموع زاویه‌های داخلی این n ضلعی محدب چند برابر مجموع زاویه‌های خارجی آن است؟

- (۱) $8/5$ (۲) ۹ (۳) $9/5$ (۴) ۱۰

۱۱۸- وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی محدب با قطرهای ۱۷ و ۱۳ واحد را به‌طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. محیط چهارضلعی حاصل، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۱۱۹- پاره خط BB' به طول ۲۰ با خط L زاویه 60° می‌سازد و نقطه A وسط BB' روی خط L است. اگر BB' را حول L به مرکز A دوران کامل بدهیم، حجم جسم حاصل از دوران کدام است؟ (π را برابر ۳ فرض کنید).

- (۱) ۳۲۵ (۲) ۳۷۵ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۵۰

۱۲۰- اندازه مساحت یک چند ضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی بین تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مقدار مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

۱۲۱- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $1 = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{1 - 2x}$ باشد، حاصل $(8\alpha + 2)^2$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵

۱۲۲- دو تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}-1 & ; 0 < x < 1 \\ [x]+a & ; x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = ([x]-b)[x]$ هر دو در $x=1$ پیوسته‌اند. $2a+b$ کدام است؟

([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x} = a$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|2 - \sqrt{3x - 5}|} = b$ باشد، آنگاه مقدار $a \times b$ چند برابر حاصل

است؟ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1}$

- (۱) -۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) -۱۶

۱۲۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - 2 \sin 2x}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴) ۴

۱۲۵- اگر $f(x+1) = \sqrt{x+2} + 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^{-1}(x)}{\sqrt{2x+3} - 3}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۲۶- با فرض $\pi = 3$ محیط قطاع حاصل از شکل گسترده یک مخروط برابر ۵۶ و اندازه زاویه قطاع ۲۱۶ درجه است. حجم مخروط اولیه کدام است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۳۸۴

۱۲۷- اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \cos x + \sqrt{3} \sin x + 5$ به ترتیب m و n فرض شود، حاصل $m^2 - n^2$ کدام است؟

- ۵۸ (۱) ۵۲ (۲) ۴۶ (۳) ۴۰ (۴)

۱۲۸- نمودار تابع $f(x) = \log_7(ax+1) + b$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای با عرض ۳ و نمودار تابع $g(x) = 3^{x+2} - 4$ را با طول ۱- قطع می‌کند، $f^{-1}(9)$ کدام است؟

- ۳۱ (۱) ۲۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴)

۱۲۹- اگر $f^{-1} = \{(2,1)(3,-2)(4,-1)\}$ و $f - 2g = \{(-2,-1)(-1,8)\}$ و تابع g یک به یک باشد، حاصل ضرب اعضای برد تابع $f \circ g^{-1}$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۶ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴)

۱۳۰- دایره‌ای به محیط 8π همزمان بر دو خط موازی و غیرممتنع $3x - 4y = 1$ و $8y + ax - b = 0$ مماس است. اختلاف بین دو مقدار $3a + b$ کدام است؟

- ۱۰۰ (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴)

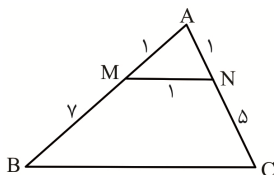
۱۳۱- اگر $2 \leq 3x - x^2$ باشد، حاصل جمع بیشترین و کمترین مقدار عبارت $M = |4x - 1| + |x - 3|$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۳۲- مساحت دایره محاطی خارجی نظیر بزرگترین ضلع مثلثی با اضلاع ۸، ۱۵، ۱۷ چقدر با مساحت دایره محاطی داخلی مثلث اختلاف دارد؟ (π را ۳ فرض کنید).

- ۵۰۴ (۱) ۱۱۷۳ (۲) ۴۰۵ (۳) ۱۱۵۲ (۴)

۱۳۳- بر اساس اندازه‌های روی شکل زیر، حاصل ضرب مقدار ضلع BC در مقدار طول نیمساز رأس A وارد بر همین ضلع



چند برابر $\frac{\sqrt{39}}{7}$ است؟

- ۶۴ (۱) ۴۸ (۲) ۲۴ (۴) ۳۲ (۳)

۱۳۴- در مثلثی با اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فاصله یک نقطه درون مثلث از کوچک‌ترین ضلع ۴ و از بزرگ‌ترین ضلع ۲ است. فاصله این نقطه از ضلع سوم کدام است؟

- ۴۳ (۱) ۴۱ (۲) ۴۰ (۳) ۳۹ (۴)

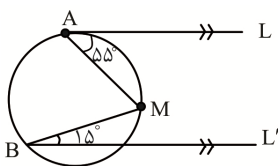
۱۳۵- در مثلث ABC ، طول نیمساز رأس A ، $AD = 6$ است و ضلع مقابلش را به دو قطعه $BD = 3$ و $DC = 4$ تقسیم کرده است. اندازه محیط مثلث ABC کدام است؟

- ۱۹ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴)

۱۳۶- در مثلث ABC ، اگر $AB = 3$ و $AC = 4$ و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد، آنگاه مساحت دایره محاطی این مثلث با فرض $\pi = 3$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۳۷- در شکل زیر $L \parallel L'$ و شعاع دایره 30° واحد است. با فرض $\pi = 3$ طول کمان \widehat{AB} کدام است؟



- ۶۰ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۶۵ (۳)
- ۷۵ (۴)

۱۳۸- از نقطه P خارج دایره C(O, R) دو مماس بر دایره رسم می‌کنیم. از نقطه تماس یکی از خط‌های مماس بر دایره، خطی عمود بر مماس دیگر رسم می‌کنیم که بر روی آن دو قطعه ۴ و ۶ به ترتیب از سمت نقطه تماس با دایره ایجاد می‌شود. اندازه وترى که این خط عمود در دایره ایجاد می‌کند، کدام است؟

- ۵ (۱)
- $6\sqrt{2}$ (۲)
- ۵ (۳)
- $5\sqrt{2}$ (۴)

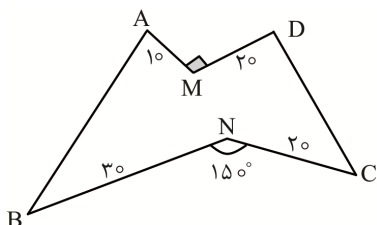
۱۳۹- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۵، سه برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها است. اندازه مماس مشترک خارجی کدام است؟

- $2\sqrt{5}$ (۱)
- $3\sqrt{5}$ (۲)
- $4\sqrt{5}$ (۳)
- $5\sqrt{5}$ (۴)

۱۴۰- اندازه هر ضلع یک شش ضلعی منتظم محاطی در دایره ۶ واحد است. اندازه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر آن دایره کدام است؟

- $36\sqrt{3}$ (۱)
- $54\sqrt{3}$ (۲)
- $72\sqrt{3}$ (۳)
- $90\sqrt{3}$ (۴)

۱۴۱- اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، مساحت شکل زیر را با استفاده از تبدیل‌های هندسی افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت کدام است؟



- ۴۰۰ (۱)
- ۵۰۰ (۲)
- ۶۰۰ (۳)
- ۴۵۰ (۴)

۱۴۲- دوران یافته نقاط $A(0, 1)$ و $B(-5, 2)$ نسبت به مرکز دوران $M(\alpha, \beta)$ به ترتیب $A'(3, 4)$ و $B'(1, -1)$ است. حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۵ (۱)
- $4/5$ (۲)
- $5/5$ (۳)
- ۴ (۴)

۱۴۳- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، نقطه M روی قاعده BC مفروض است. اگر $AB = AC = 7$ و $AM = 5$ و $BM = 3$ باشد، طول میانه نظیر رأس A وارد بر ضلع MC در مثلث MAC کدام است؟

- $\sqrt{23}$ (۱)
- $\sqrt{22}$ (۲)
- $\sqrt{21}$ (۳)
- $\sqrt{19}$ (۴)

۱۴۴- اگر برآورد بازه‌ای ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با واریانس $13/69$ به صورت $(220/219, 220/219)$ باشد، مجموع تمام مقادیر اعضای نمونه کدام است؟

- ۳۰۱۱۸۰ (۱)
- ۳۰۱۸۱۰ (۲)
- ۳۰۸۱۸۰ (۳)
- ۳۱۰۱۸۰ (۴)

۱۴۵- در جامعه‌ای که میانگین قد افراد $1/57$ متر است، نمونه‌ای به اندازه ۵ پیدا کرده‌ایم که قد افراد در این نمونه $1/70$ و $1/72$ و $1/74$ و $1/76$ و $1/78$ است. در این بررسی تفاوت مقدار پارامتر با آماره چقدر است؟

- $0/13$ (۱)
- $0/15$ (۲)
- $0/17$ (۳)
- $0/19$ (۴)

۱۴۶- از بین ۱۱۸۹ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۱۸۹ به روش سیستماتیک (سامانمند) نمونه‌ای به اندازه ۲۹ انتخاب می‌کنیم.

اگر شماره یکی از منتخبین ۱۲۸ باشد، آنگاه کدام یک از شماره‌های زیر در داخل نمونه موجود نیست؟

- (۱) ۱۰۳۰ (۲) ۵۳۸ (۳) ۱۱۱۲ (۴) ۴۵۷

۱۴۷- تعداد فوت‌شدگان بیماری کرونا در ۱۴ روز متوالی در یک شهر به صورت زیر است. میانگین داده‌های درون بازه

IQR (دامنه میان چارکی) کدام است؟

(۱۲, ۱۰, ۱۷, ۱۸, ۱۳, ۱۶, ۱۸, ۱۵, ۱۳, ۹, ۱۴, ۱۳, ۸, ۱۹)

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۳/۱۴ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴/۱۳

۱۴۸- اگر در یک جامعه آماری، ضریب تغییرات ۳۵ داده با واریانس ۲/۵۶ برابر ۰/۱ و ضریب تغییرات ۱۵ داده دیگر با

واریانس ۵/۷۶ برابر ۰/۱۵ باشد، واریانس کل داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۳/۲۹ (۲) ۳/۲۵ (۳) ۳/۹۲ (۴) ۳/۵۲

۱۴۹- در مجموعه داده‌های آماری $\{3, 7, 8, 9, 10, 11, x\}$ مقدار میانگین با میانه و مد برابر است. جزء صحیح مقدار

مجموع مد، میانه و واریانس داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۱۵۰- اگر $P(A-B) = 0.3$, $P(B-A) = 0.35$, $P(A \cup B) = 0.8$ باشد، آنگاه حاصل $P(B'|A') + P(B|A)$

کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{33}$ (۲) $\frac{20}{33}$ (۳) $\frac{25}{33}$ (۴) $\frac{26}{33}$

۱۵۱- عددی به تصادف از میان اعداد طبیعی ۱۰۱ تا ۴۰۰ انتخاب می‌شود. احتمال آن که عدد مورد نظر بر ۲ و ۳

بخش پذیر بوده ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{20}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{3}{20}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۱۵۲- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، گزاره $[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \sim p$ همواره هم‌ارز با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) T (۲) $p \vee q$ (۳) F (۴) $p \wedge q$

۱۵۳- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ را به چند طریق می‌توان به دو بخش افراز کرد به طوری که مضرب‌های ۳ در یک

بخش قرار نگیرند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۱۵۴- اگر A و B دو مجموعه ناتهی باشند، متمم مجموعه $([A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]) \cup (A \cap B)$

کدام است؟

- (۱) B' (۲) A' (۳) B (۴) A

۱۵۵- در جعبه‌ای ۱۰ لامپ وجود دارد که سه تای آنها معیوب است. به طور تصادفی و به طور متوالی لامپی را انتخاب و

آزمایش کرده و کنار می‌گذاریم تا اولین لامپ معیوب پیدا شود. چند درصد احتمال دارد که در آزمایش چهارم

لامپ معیوب پیدا شود؟

- (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷/۵ (۴) ۲۰

۱۵۶- در چند اندازه‌گیری طول یک مداد توسط یک دانش‌آموز به کمک خط‌کش معمولی، اندازه‌های زیر بر حسب cm به دست آمده‌اند. چه عددی می‌بایست به عنوان نتیجه گزارش شود؟

۱۴/۵, ۱۰/۱, ۱۰/۲, ۱۰/۴, ۱۰/۳

۱۱/۲ (۴)

۱۱/۱ (۳)

۱۰/۳ (۲)

۱۰/۲۵ (۱)

۱۵۷- داخل یک مکعب فلزی به ضلع ۵cm حفره‌ای وجود دارد. اگر این حفره را با ۲۵ گرم آب پر کنیم، جرم مجموعه ۵

درصد افزایش می‌یابد. چگالی آن فلز، چند کیلوگرم بر لیتر است؟ ($\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب)

۶۰۰۰ (۴)

۵۰۰۰ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۵۸- قطعه یخی به جرم ۲ kg داریم. اگر ۴۰ درصد جرم این یخ ذوب شود، حجم مخلوط چند درصد و چگونه تغییر

می‌کند؟ ($\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب و $\rho = 0.9 \frac{g}{cm^3}$ یخ)

۴ درصد افزایش (۲)

۶ درصد افزایش (۱)

۴ درصد کاهش (۴)

۶ درصد کاهش (۳)

۱۵۹- در شکل زیر، قطره‌های روغن از قطره‌چکان خارج می‌شوند. اگر دمای روغن درون آن را افزایش دهیم، نیروی

هم‌چسبی بین قطرات روغن و وزن قطرات خروجی از آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش - کاهش

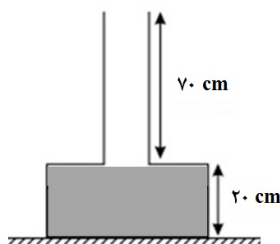
(۲) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - افزایش

(۴) کاهش - افزایش

۱۶۰- در شکل زیر، مساحت درب (لوله) و کف ظرف به ترتیب 10 cm^2 و 50 cm^2 است و بخش پایینی به طور کامل از

روغن با چگالی $0.8 \frac{g}{cm^3}$ پر شده است. اگر 0.5 لیتر آب به ظرف اضافه کنیم، فشار وارد بر کف ظرف چند



پاسکال افزایش می‌یابد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ آب)

۴۲۰۰ (۱)

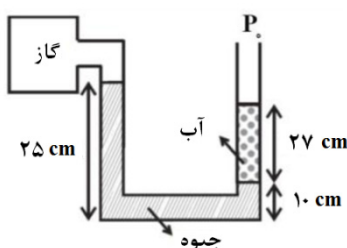
۳۶۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۳)

۲۸۰۰ (۴)

۱۶۱- در شکل زیر، قدرمطلق فشار پیمان‌های گاز بر حسب سانتی‌متر جیوه کدام است؟

($\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب و $\rho = 13.5 \frac{g}{cm^3}$ جیوه و $g = 10 \text{ m/s}^2$ و $P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



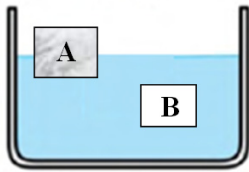
۶۲ (۱)

۲۳ (۲)

۱۳ (۳)

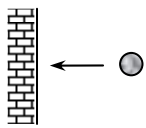
۵۰ (۴)

۱۶۲- در شکل زیر جسم A در حالت شناور و جسم B غوطه‌ور است. اندازه نیروی شناوری نسبت به وزن هر جسم به ترتیب برای دو جسم A و B چگونه است؟



- (۱) برای A بزرگ‌تر و برای B کوچک‌تر
- (۲) برای A بزرگ‌تر و برای B برابر
- (۳) برای هر دو بزرگ‌تر
- (۴) برای هر دو برابر

۱۶۳- توپیی با سرعت $40 \frac{m}{s}$ به دیواری برخورد کرده و در همان راستای قبلی برمی‌گردد. اگر در اثر این برخورد، ۵۱ درصد از انرژی جنبشی توپ به انرژی درونی تبدیل شود، سرعت توپ هنگام برگشت چند متر بر ثانیه است؟

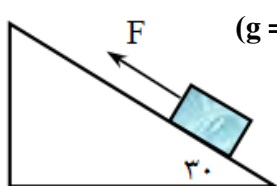


- (۱) ۳۲
- (۲) ۳۶
- (۳) ۲۸
- (۴) ۱۴

۱۶۴- جسمی تحت تأثیر دو نیروی افقی و عمود بر هم $F_1 = 50 N$ و $F_2 = 100 N$ از حال سکون بر روی سطحی افقی شروع به حرکت می‌کند. نسبت کار انجام شده توسط نیروی F_2 به F_1 برابر کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) $0/5$
- (۳) $0/25$
- (۴) ۴

۱۶۵- روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی با زاویه 30° درجه نسبت به افق، نیروی F جعبه‌ای به جرم $5 kg$ را از حالت سکون در طول سطح ۲ متر به طرف بالا می‌برد و سرعت آن را به $4 \frac{m}{s}$ می‌رساند.



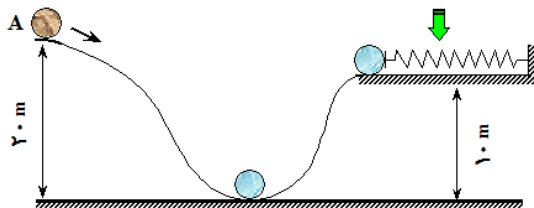
کار نیروی F در این جابه‌جایی چند ژول بوده است؟ ($\sin 30^\circ = 0/5$) ($g = 10 m/s^2$)

- (۱) ۱۴۰
- (۲) ۱۰
- (۳) ۹۰
- (۴) ۴۰

۱۶۶- مطابق شکل گلوله‌ای به جرم $2 kg$ از نقطه A با سرعت $10 \frac{m}{s}$ رو به پایین مسیر پرتاب شده و پس از طی

مسیر منحنی شکل، به فنری برخورد نموده و شروع به فشردن فنر می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی ذخیره شده در فنر فشرده شده به $100 J$ می‌رسد، سرعت گلوله چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 m/s^2$)
(تا این لحظه به اندازه ۲۰٪ از انرژی اولیه گلوله، با احتساب راستای افقی به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی صفر، در اثر

مقاومت هوا و اصطکاک سطوح تماس تلف شده است.)

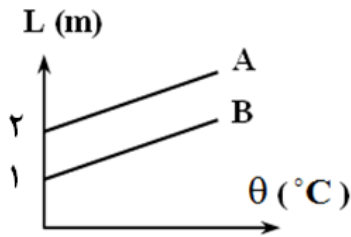


- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۷
- (۴) ۱۲

۱۶۷- در یک موتور الکتریکی، انرژی تلف شده $1/5$ برابر کار انجام شده است. راندمان این موتور چند درصد است؟

- (۱) ۶۰
- (۲) ۶۶
- (۳) ۳۴
- (۴) ۴۰

۱۶۸- در شکل زیر، تغییرات طول دو میله A و B را بر حسب دما نشان می‌دهد. ضریب انبساط طولی جسم B چند برابر ضریب انبساط طولی جسم A است؟



- ۲ (۱)
- ۱ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- ۴ (۴)

۱۶۹- جرم بدنه اصلی یک سماور برقی به توان گرمادهی ۶ kw، برابر ۲ kg است. بدنه این سماور از جنس آلیاژی مخصوص به گرمای ویژه $600 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ و دمای آن 30°C است. در صورتی که ۳۰٪ گرمای تولید شده توسط این سماور به محیط بیرونی داده شود، اگر ۴ kg آب به دمای 60°C را در این سماور بریزیم، سماور فوق چند دقیقه می‌بایست کار کند تا آب به جوش آید؟ (گرمای ویژه آب $4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ است.)

- ۱۸۰ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲۴۰ (۳)
- ۴ (۴)

۱۷۰- قطعه یخی به جرم m_1 گرم و دمای صفر درجه سلسیوس را درون m_2 گرم آب 70°C می‌اندازیم. اگر تا لحظه ذوب کامل یخ، دمای آب به 30°C برسد، دمای تعادل نهایی مجموعه چند $^\circ\text{C}$ خواهد بود؟ (از تبدلات گرمایی با محیط صرف نظر کنید. (آب $L_F = 80 \times c$)

- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

۱۷۱- مقدار 100 گرم بخار آب 100°C را در 300 گرم آب 46°C وارد کرده‌ایم. پس از ایجاد تعادل چند گرم بخار خواهیم داشت؟ (آب $L_V = 540 \times C$)

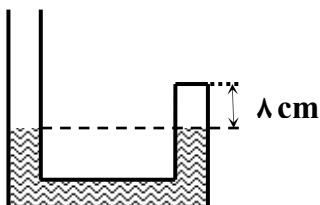
- ۳۰ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۷۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

۱۷۲- کدام گزینه، برای کامل شدن عبارت زیر مناسب هستند؟

«در طول شب، چون زمین ساحل از آب دریاست، جریان‌های همرفتی موجب ایجاد نسیمی از طرف به سمت می‌شود.»

- (۱) سردتر، ساحل، دریا
- (۲) گرم‌تر، ساحل، دریا
- (۳) سردتر، دریا، ساحل
- (۴) گرم‌تر، دریا، ساحل

۱۷۳- در شکل زیر، دمای هوای محبوس بالای جیوه 27°C است. دمای هوای آن محفظه را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف ارتفاع دو سطح جیوه ۴ سانتی‌متر شود؟



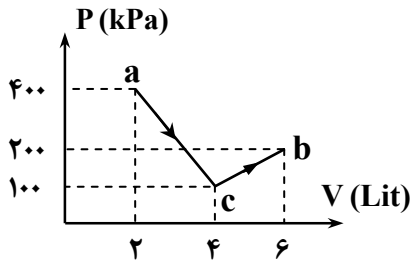
(سطح مقطع لوله در دو طرف یکسان است.)
(فشار هوای خارج لوله $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ است.)

- ۳۷۵ (۱)
- ۱۱۵ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۹۵ (۴)

۱۷۴- در یک روز زمستانی، می‌خواهیم لاستیک اتومبیلی به حجم ۲۰ لیتر را از هوای 27°C ، تحت فشار ۴ اتمسفر پر کنیم. برای این منظور از یک تلمبه پایی کمک می‌گیریم. اگر در هر تلمبه زدن 400cm^3 هوای 3°C - با فشار ۱ اتمسفر وارد لاستیک گردد، برای باد کردن لاستیک چند بار باید تلمبه بزنیم؟

- (۱) ۱۷۰
(۲) ۱۸۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۲۱۰

۱۷۵- در شکل زیر، نمودار P-V یک دستگاه رسم شده که طی آن گازی کامل فرآیند abc را طی کرده است. کار محیط روی دستگاه در این فرآیند چند ژول بوده است؟



- (۱) ۸۰۰
(۲) -۸۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) -۲۰۰

۱۷۶- در شکل زیر، گازی کامل و دو اتمی درون استوانه قرار داشته و پیستون می‌تواند بدون اصطکاک جابه‌جا شود. اگر ۳۵ ژول گرما به این گاز داده شود، تغییر انرژی درونی آن چند ژول خواهد بود؟

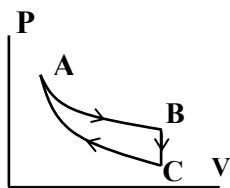


- (۱) ۲۵۰
(۲) -۲۵۰
(۳) ۵۰۰
(۴) -۵۰۰

۱۷۷- مقداری گاز کامل، در فرآیندی از محیط گرما می‌گیرد. در این صورت:

- (۱) الزاماً دمای گاز افزایش می‌یابد.
(۲) الزاماً فشار گاز افزایش می‌یابد.
(۳) الزاماً حجم گاز افزایش می‌یابد.
(۴) ممکن است انرژی درونی گاز تغییر نکند.

۱۷۸- مطابق شکل ۲ مول گاز کامل تک اتمی، سه فرآیند هم‌حجم، بی‌دررو و هم‌دما را طی می‌کند. اگر دمای گاز در فرآیند CA به اندازه 5°C تغییر کرده باشد، چند ژول گرما در فرآیند BC از گاز گرفته می‌شود؟



$(R = 8\text{ J/mol}\cdot\text{k})$

- (۱) ۲۰۰۰
(۲) ۱۸۰۰
(۳) ۱۲۰۰
(۴) ۱۵۰۰

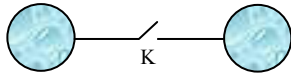
۱۷۹- بازده یک ماشین درون‌سوز بنزینی ۲۰ درصد است. اگر با تنظیم موتور، بازده آن به ۳۰ درصد برسانیم، به ازای مقدار سوخت یکسان و در بازه زمانی مساوی، انرژی گرمایی تلف شده چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۷/۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲/۵
(۴) ۱۵

۱۸۰- بار الکتریکی هسته یون X^{-5} برابر $4/8 \times 10^{-12}\text{ }\mu\text{C}$ است. عدد اتمی این عنصر کدام است؟ (اندازه بار الکترون $1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$ است.)

- (۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۲۵
(۴) ۳۵

۱۸۱- دو کره کوچک و رسانای مشابه مطابق شکل به فاصله 3 cm از هم قرار دارند. هنگامی که کلید باز است، این دو کره نیروی 0.8 N نیوتن به هم وارد کرده و بعد از بستن کلید، نیروی بین آن‌ها به 1 N نیوتن می‌رسد. کدام گزینه می‌تواند نمایان‌گر اندازه بار اولیه یکی از دو کره بر حسب میکروکولن باشد؟



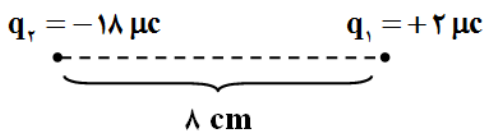
- ۸ (۱)
۶ (۲)
۴ (۴)
۰.۸ (۳)

۱۸۲- نیرویی که دو بار الکتریکی هم‌اندازه ولی ناهمنام $+Q$ و $-Q$ در فاصله d بر هم وارد می‌کنند، 600 N است. اگر بار $3\text{ }\mu\text{C}$ را از کره دارای بار مثبت به دیگری منتقل کنیم، در همان فاصله نیروی بین آن‌ها 400 N می‌شود.

Q چند میکروکولن است؟ ($\sqrt{2} \cong 1.4$ و $\sqrt{3} \cong 1.7$)

- ۱۷ (۱)
۱۳ (۲)
۳ (۳)
۲ (۴)

۱۸۳- دو بار $+2\text{ }\mu\text{C}$ و $-18\text{ }\mu\text{C}$ در فاصله 8 cm یک‌دیگر ثابت شده‌اند. اگر بار q را در محلی معین قرار دهیم، نیروی خالص وارد بر آن صفر می‌شود. اگر علامت یکی از دو بار قرینه شود، محل صفر شدن نیروی خالص وارد بر بار q چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟

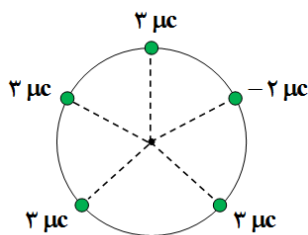


- ۴ (۱)
۶ (۲)
۸ (۳)
۱۰ (۴)

۱۸۴- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله معینی از هم قرار دارند و شدت میدان الکتریکی در نقطه M وسط دو بار برابر \vec{E} است. اگر بار q_1 را خنثی کنیم، شدت میدان در همان نقطه $\frac{-\vec{E}}{4}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

- ۵ (۱)
۵ (۲)
۳ (۳)
۳ (۴)

۱۸۵- پنج بار الکتریکی نقطه‌ای، با فواصل مساوی روی محیط دایره‌ای به شعاع 3 cm مطابق شکل زیر توزیع شده‌اند. شدت میدان برآیند در مرکز دایره، چند کیلو نیوتن بر کولن است؟



- ۲۰۰ (۱)
۲۰ (۲)
۵۰۰ (۳)
۵۰ (۴)

۱۸۶- اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار $+0.4\text{ }\mu\text{C}$ در نقاط A و B واقع در یک میدان الکتریکی به ترتیب برابر 62 J و 60 J و پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر 50 ولت باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

- ۵ (۱)
۵۵ (۲)
۴۵ (۳)
۶۰ (۴)

۱۸۷- ظرفیت خازنی $5\text{ }\mu\text{F}$ بوده و در آن مقدار کافی بار الکتریکی ذخیره شده است. برای اینکه $4\text{ }\mu\text{C}$ بار الکتریکی را از یکی از صفحات خازن به دیگری منتقل کنیم، 8 J انرژی مصرف می‌شود. بار اولیه این خازن، چند میکروکولن بوده است؟

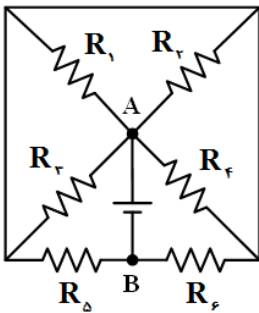
- ۱۳ (۱)
۸ (۲)
۵ (۳)
۱۶ (۴)

۱۸۸- طول یک سیم فلزی 20 cm و قطر مقطع آن 4 mm است. سیم را به کمک ابزاری مناسب به طور یکنواخت می کشیم تا بدون تغییر در جرم، مقاومت الکتریکی آن ۱۶ برابر شود، شعاع مقطع آن در شرایط جدید چند میلی متر است؟

- ۱ (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۲ (۴)

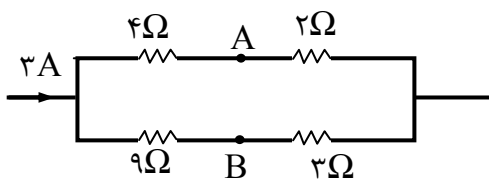
۱۸۹- در مدار روبه‌رو، مقدار تمامی مقاومت‌ها 8Ω است. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B کدام است؟

- ۴ (۱)
۶ (۲)
۹ (۳)
۱۲ (۴)



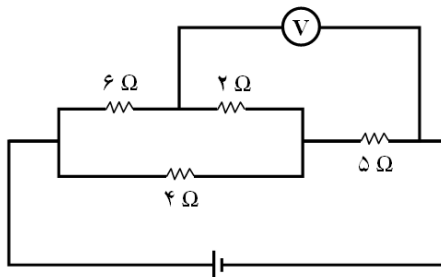
۱۹۰- در شکل زیر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B ($V_A - V_B$) چند ولت است؟

- ۲ (۱)
-۱ (۲)
۲ (۳)
۱ (۴)



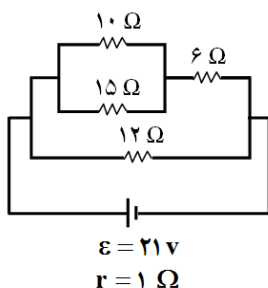
۱۹۱- در مدار زیر، ولت‌سنج $8/5$ ولت را نشان می‌دهد. توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی، چند وات است؟

- ۴ (۱)
۱۶ (۲)
۱ (۳)
۱۲ (۴)



۱۹۲- در مدار زیر توان مصرفی مقاومت 10 اهمی، چند وات است؟

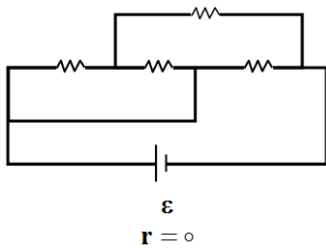
- ۲/۴ (۱)
۹/۶ (۲)
۶/۴ (۳)
۸/۱ (۴)



۱۹۳- دو لامپ وقتی جداگانه به برق شهر متصل می‌شوند، دارای توان‌های 50 W و 75 W هستند. این دو لامپ را به‌طور سری به هم وصل کرده و به برق شهر متصل می‌کنیم. توان لامپ‌ها برحسب وات در این حالت به ترتیب از راست به چپ برابر کدام است؟

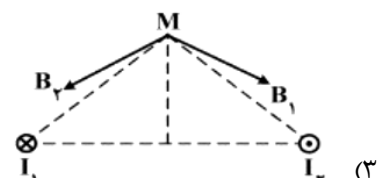
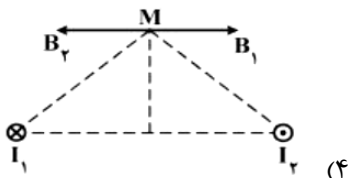
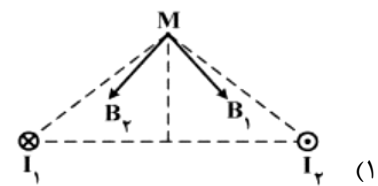
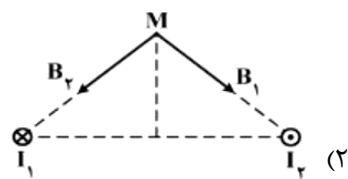
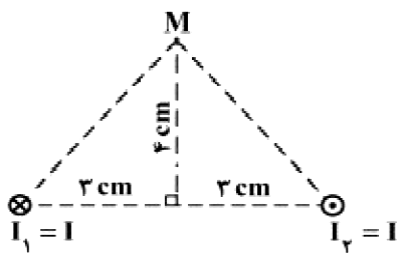
- ۱۲ و ۱۸ (۱) ۱۸ و ۱۲ (۲) ۲۷ و ۱۸ (۳) ۱۸ و ۲۷ (۴)

۱۹۴- حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های یکسان و ۲ اهمی در شکل زیر ۳۶ وات است. حداکثر توانی را که می‌توان در این مجموعه مصرف کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبیند، چند وات است؟



- (۱) ۴۸
- (۲) ۶۰
- (۳) ۷۲
- (۴) ۹۰

۱۹۵- دو سیم موازی بسیار بلند، حامل جریان I، مطابق شکل زیر عمود بر صفحه قرار دارند. بردار میدان مغناطیسی هریک از دو سیم در نقطه M در کدام شکل، درست است؟



۱۹۶- تعداد حلقه‌های پیچۀ مسطحی ۲ برابر تعداد حلقه‌های یک سیم‌لوله بوده و از آن‌ها جریان الکتریکی یکسان می‌گذرد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در داخل سیم‌لوله برابر با بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه باشد، طول سیم‌لوله چند برابر قطر پیچه است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹۷- سرعت الکترونی بر حسب متر بر ثانیه $\vec{v} = 2 \times 10^6 \vec{i} + 5 \times 10^6 \vec{j}$ است. این الکترون وارد یک میدان مغناطیسی $\vec{B} = 4 \vec{i} - 5 \vec{j}$ بر حسب تسلا می‌شود. بزرگی نیروی وارد بر الکترون بر حسب نیوتن، کدام است؟

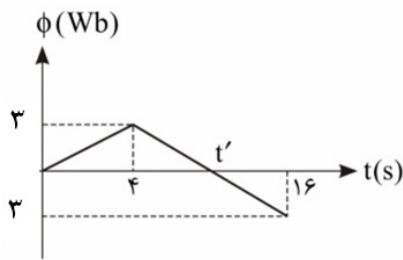
(اندازه بار الکترون 1.6×10^{-19} C است.)

- (۱) $4/8 \times 10^{-13}$
- (۲) $6/4 \times 10^{-13}$
- (۳) $4/8 \times 10^{-12}$
- (۴) $6/4 \times 10^{-12}$

۱۹۸- حلقه‌ای به قطر ۴۰ cm به صورت عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. اگر مقاومت الکتریکی حلقه 0.6Ω باشد، میدان مغناطیسی با آهنگ چند تسلا بر ثانیه تغییر کند تا جریان ۱ A در حلقه القا شود؟ ($\pi \cong 3$)

- (۱) ۲
- (۲) ۵
- (۳) ۱۰
- (۴) ۲۰

۱۹۹- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه نسبت به زمان مطابق شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط از لحظه $t_1 = 6\text{ s}$ تا $t_2 = 12\text{ s}$ ، چند ولت است؟



- (۱) ۰٫۲۵
- (۲) ۰٫۵
- (۳) ۲
- (۴) صفر

۲۰۰- در لحظه‌ای که شار عبوری از یک مولد جریان متناوب $\frac{1}{2}$ حداکثر آن است، بزرگی نیروی محرکه القایی چه کسری از حداکثر آن است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

شیمی

۲۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد.
- به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان‌دار می‌گویند.
- آرایش الکترونی اتم‌های برانگیخته، تفاوتی با اتم‌های در حالت پایه ندارد.
- به عنصرهای دسته s و p، عنصرهای اصلی جدول گفته می‌شود.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲۰۲- شمار الکترون‌های لایه ظرفیت کدام عنصر با عدد اتمی داده شده تفاوت بیشتری با بالاترین ظرفیت شیمیایی حالت پایدار آن دارد؟

- (۱) ۲۲
- (۲) ۲۴
- (۳) ۲۸
- (۴) ۳۰

۲۰۳- در یک راکتور برای تولید تکنسیم، به‌ازای تولید هر ایزوتوپ ^{99}Tc ، ۱۲ ایزوتوپ ^{97}Tc نیز تولید می‌شود. جرم اتمی میانگین مخلوط تولید شده، به‌تقریب چند گرم است؟ (عدد جرمی را معادل جرم مولی اتم‌ها برحسب گرم در نظر بگیرید.)

- (۱) ۹۷٫۱۵
- (۲) ۹۷٫۳۵
- (۳) ۹۸٫۱۱
- (۴) ۹۸٫۲۸

۲۰۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- امروزه ۲۶ عنصر ساختگی در جدول دوره‌ای عنصرها وجود دارد.
- سنگین‌ترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن، شامل ۷ نوترون است.
- در روند تشکیل عنصرها در ستاره‌ها، عنصر دوم، یک گاز نجیب است.
- طی مهبانگ، انرژی عظیمی آزاد شده و به‌سرعت عنصرهای مختلف به‌وجود آمده‌اند.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲۰۵- کدام عبارت، درست است؟

- (۱) طیف نشری عنصرها فقط در ناحیه مرئی اتفاق می‌افتد.
 (۲) در اتم‌های برانگیخته، الکترون‌ها به مدار $n = 1$ برگشته و نور تابش می‌کنند.
 (۳) زیرلایه با $l = 4$ ، حداکثر شامل ۱۸ الکترون می‌تواند باشد.
 (۴) در زیرلایه‌های $4d$ ، $4p$ و $4s$ ، $n + l = 6$ است.

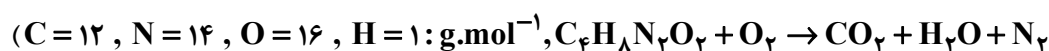
۲۰۶- ترکیب پایدار عنصر \dot{Z} با \dot{X} به صورت است و در صورتی که X در دوره ششم و Z در دوره دوم باشد، از نوع ترکیب است.

- (۱) XZ_2 ، کووالانسی (۲) XZ_2 ، یونی (۳) X_2Z ، کووالانسی (۴) X_2Z ، یونی

۲۰۷- در یک سیاره، دمای سطح سیاره $15^\circ C -$ و دمای اتمسفر آن در ارتفاع 120 کیلومتری، $150^\circ C -$ است. دمای اتمسفر آن در ارتفاع 60 کیلومتری به تقریب چند کلون است؟ (روند تغییرات دما با ارتفاع در این سیاره، خطی است.)

- (۱) $-82/5$ (۲) $-190/5$ (۳) $82/5$ (۴) $190/5$

۲۰۸- از سوختن کامل 22 گرم از ترکیب زیر، به تقریب چند لیتر گاز نیتروژن تولید می‌شود و در معادله موازنه شده واکنش آن تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها، کدام است؟ (معادله موازنه شود:



- (۱) $3, 4/24$ (۲) $2, 4/24$ (۳) $3, 4/66$ (۴) $2, 4/66$

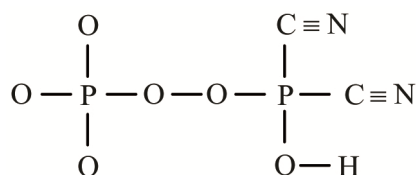
۲۰۹- نام ترکیب‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



- (۱) منگنز (II) اکسید، روی (II) سولفات، نیتروژن پنتا اکسید، فسفر دکا اکسید، کبالت (III) نیتريد
 (۲) منگنز (II) اکسید، روی سولفات، دی نیتروژن پنتا اکسید، فسفر دکا اکسید، کبالت (II) نیتريد
 (۳) منگنز (IV) اکسید، روی سولفات، دی نیتروژن پنتا اکسید، تترافسفر دکا اکسید، کبالت (III) نیتريد
 (۴) منگنز (IV) اکسید، روی (II) سولفات، نیتروژن پنتا اکسید، تترافسفر دکا اکسید، کبالت (II) نیتريد

۲۱۰- نسبت مجموع شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ترکیب زیر، کدام است؟

(رعایت قاعده هشتایی الزامی است.)



(۱) $1/0625$

(۲) $1/0225$

(۳) $1/05$

(۴) $1/13$

۲۱۱- با حل شدن کامل 11 g از P_2O_6 در 2 لیتر آب مقطر، pH آب می‌یابد و غلظت محلول $P(OH)_3$ در آن به مول بر لیتر می‌رسد.

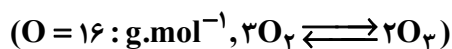
(معاله موازنه شود: $P_2O_6 + H_2O \rightarrow P(OH)_3$; $P = 31, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) افزایش، $0/2$ (۲) افزایش، $0/1$ (۳) کاهش، $0/2$ (۴) کاهش، $0/1$

۲۱۲- در یک شهر روزانه یک میلیون کیلووات ساعت برق مصرف می‌شود که از یک نیروگاه که با زغال سنگ کار می‌کند، تأمین می‌شود. اگر به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق 0.9 kg CO_2 تولید شود، به تقریب چند درخت باید در طی یک سال در جنگل مصنوعی اطراف شهر کاشته شود تا این مقدار CO_2 را جذب کند؟ (میانگین جذب CO_2 هر درخت را 20 kg در سال در نظر بگیرید.)

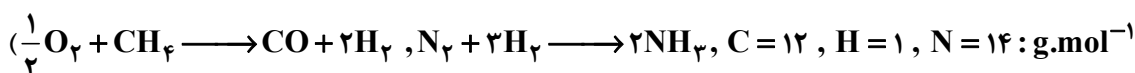
(۱) 1.64×10^5 (۲) 1.64×10^7 (۳) 2.75×10^5 (۴) 1.75×10^7

۲۱۳- در یک واکنش برگشت پذیر، 50 kg اکسیژن درون یک محفظه با پیستون متحرک در شرایط STP به اوزون در حال تبدیل است. اگر بهره درصدی واکنش 30% باشد، حجم گازهای درون ظرف در شرایط STP چند لیتر خواهد شد؟



(۱) 3.15×10^4 (۲) 3.15×10^3 (۳) 2.45×10^4 (۴) 2.45×10^3

۲۱۴- در یک کارخانه تولید کود شیمیایی، روزانه 1000 تن آمونیاک لازم است. اگر هیدروژن لازم برای تولید این ماده از واکنش زیر به دست آید، مصرف روزانه گاز طبیعی در این کارخانه به تقریب چند متر مکعب است؟ (شرایط را STP در نظر بگیرید؛



(۱) 2×10^8 (۲) 2×10^6 (۳) 10^6 (۴) 10^8

۲۱۵- برای رسوب دادن کامل یون‌های کلسیم از 20 لیتر آب شهری که دارای 500 ppm از یون‌های کلسیم ($d_{\text{آب}} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$) است، چند گرم سدیم فسفات لازم است؟ (معادله موازنه شود:



(۱) $27/3$ (۲) $4/1$ (۳) $4/1$ (۴) $8/1$

۲۱۶- برای تهیه 250 mL محلول 0.15 M مولار از یون‌های آمونیوم، به تقریب چند گرم آمونیوم کربنات با خلوص 85% لازم است؟ ($\text{N} = 14, \text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{mol}^{-1}$)

(۱) 0.15 (۲) 0.3 (۳) 0.4 (۴) 0.2

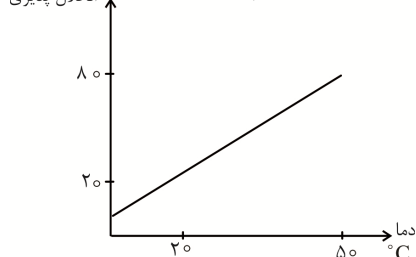
۲۱۷- چند مورد از عبارات‌های زیر، درست هستند؟

- در تهیه فلز منیزیم از آب دریا، ابتدا منیزیم هیدروکسید باید تولید شود.
- فرآورده جانبی تهیه منیزیم به روش برقکافت از آب دریا، یک ماده شیمیایی پرکاربرد است.
- غلظت یون‌های کلسیم در آب دریا از یون‌های منیزیم بیشتر است.
- برای جداسازی یون‌های منیزیم از آب دریا، آن را به صورت کربنات رسوب می‌دهند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۸- با توجه به نمودار زیر، اگر 2 kg محلول اشباع پتانسیم نترات را از دمای 50°C تا 20°C سرد کنیم، به تقریب چند گرم فرآورده جامد از محلول جداسازی می‌شود؟

انحلال پذیری ($\text{g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$)



(۱) ۲۲۲
(۲) ۴۵۷
(۳) ۶۶۷
(۴) ۷۶۲

۲۱۹- انحلال پذیری یک ماده از رابطه $S = 1/8 + 0/25\theta$ پیروی می کند. اگر جرم مولی این ماده 80 g باشد، در دمای

50°C غلظت مولار محلول اشباع آن، کدام است؟ (چگالی محلول را برابر $1/1 \text{ g.mL}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

۱) $1/72$ (۲) $1/66$ (۳) $1/35$ (۴) $1/25$

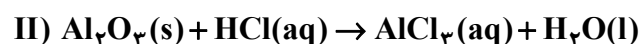
۲۲۰- انحلال پذیری گاز NO در شرایط معینی $0/06$ گرم در 100 گرم آب است. غلظت تقریبی این گاز بر حسب ppm در این شرایط کدام است و حجم گاز حل شده در 10 کیلوگرم آب در شرایط STP چند لیتر است؟

($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۱) $2/24, 300$ (۲) $4/48, 300$ (۳) $2/24, 600$ (۴) $4/48, 600$

۲۲۱- با توجه به دو واکنش زیر (که موازنه نشده اند)، چند مورد از مطالب بیان شده درست است؟

($\text{Al} = 27, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



• واکنش (I) از نوع سوختن کامل است.

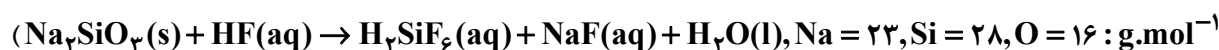
• برای واکنش کامل 20 g از Al_2O_3 در واکنش (I)، 50 mL محلول $0/1$ مولار سدیم هیدروکسید لازم است.

• ضریب استوکیومتری NaOH در واکنش (I)، $\frac{1}{3}$ ضریب استوکیومتری HCl در واکنش (II) است.

• از حل شدن 5 g از Al_2O_3 در نیم لیتر HCl یک مولار، محلول $0/1$ مولار یون های Al^{3+} به دست می آید. (با فرض صرف نظر از تغییر حجم)

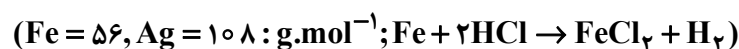
۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۲- واکنش شیشه با HF از معادله زیر پیروی می کند. برای حل کردن 20 g شیشه، چند میلی لیتر از هیدروفلوئوریک اسید 2 مولار لازم است؟ (بازده درصدی واکنش را 80% در نظر بگیرید. معادله موازنه شود:



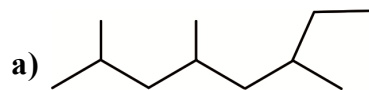
۱) 415 (۲) 680 (۳) 525 (۴) 820

۲۲۳- آلیاژی به جرم 8 g از آهن و نقره، درون HCl انداخته شده است. اگر در پایان واکنش 4 g ماده جامد باقی مانده باشد، حجم گاز تولید شده در شرایط STP ، به تقریب چند میلی لیتر است؟



۱) 300 (۲) 600 (۳) 1200 (۴) 1600

۲۲۴- نام دو ترکیب زیر به ترتیب کدام هستند؟



۱) $6, 4, 2$ - تری متیل اوکتان / $3, 3, 2$ - تری متیل هگزان

۲) $6, 4, 2$ - تری متیل اوکتان / $4, 3, 2$ - تری متیل هگزان

۳) 2 - اتیل - $6, 4$ - دی متیل هپتان / $3, 3, 2$ - تری متیل هگزان

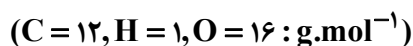
۴) 2 - اتیل - $6, 4$ - دی متیل هپتان / $4, 3, 2$ - تری متیل هگزان

۲۲۵- ۵/۶ گرم از ۲- بوتن در واکنش با برم کافی، چند گرم فراورده برم دار تولید می کند؟



۱) ۱۱/۲ (۲) ۱۳/۶ (۳) ۲۱/۶ (۴) ۲۷/۴

۲۲۶- تفاوت جرم آب تولید شده از سوزاندن کامل ۱۰g بنزن و ۱۰g نفتالن خالص به تقریب، چند گرم است؟



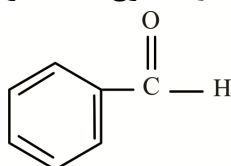
۱) ۱/۳ (۲) ۲/۶ (۳) ۱/۸ (۴) ۳/۶

۲۲۷- اگر ارزش سوختی پارافین $35 kJ.g^{-1}$ باشد، از انرژی حاصل از سوختن یک شمع به جرم ۵۰g، به تقریب چند

گرم آب از دمای $25^{\circ}C$ به دمای $75^{\circ}C$ می رسد؟ ($c_{H_2O} = 4/2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)

۱) ۴۲۰۰ (۲) ۸۳۰۰ (۳) ۹۸۰۰ (۴) ۱۱۲۰۰

۲۲۸- ترکیب زیر، در عصاره یافت می شود و از سوزاندن کامل هر گرم از آن (به تقریب) در مجموع گرم

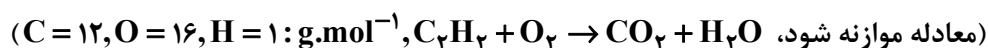


فراورده تولید می شود. ($C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱) بادام - ۶/۸ (۲) رازیانه - ۶/۸

۳) بادام - ۳/۴ (۴) رازیانه - ۳/۴

۲۲۹- با توجه به داده های جدول زیر، با تولید ۴ مول CO_2 در واکنش سوختن کامل اتیلن، چند kJ گرما تولید می شود؟



O=O	O-H	C=O	C-H	C≡C	نوع پیوند
۴۹۵	۴۶۳	۸۰۰	۴۱۵	۸۳۹	آنتالپی
					پیوند ($kJ.mol^{-1}$)
	-۲۴۳۹ (۴)		-۱۵۱۲ (۳)	-۱۴۶۲ (۲)	-۱۳۲۵ (۱)

۲۳۰- اگر ΔH واکنش تولید آمونیاک، $-92 kJ$ باشد، در یک کارخانه که در هر ساعت یک تن آمونیاک تحت شرایط

ویژه از واکنش (موازنه شود) $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ ، با فرض بازده ۱۰۰% تولید می شود، سرعت

تولید گرما به تقریب چند $kJ.s^{-1}$ است؟ ($N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) 7.5×10^2 (۲) 1.5×10^3 (۳) 7.5×10^4 (۴) 1.5×10^4

۲۳۱- در واکنش زیر، اگر در هر دقیقه ۲۰۰g فسفر (P_4) تولید شود، سرعت مصرف کلسیم فسفات و سرعت واکنش

چند مول بر ثانیه است؟ (از راست به چپ) (معادله موازنه شود):



۱) 7.6×10^{-2} , 3.8×10^{-2} (۲) 2.6×10^{-2} , 5.3×10^{-2}

۳) 7.6×10^{-4} , 3.8×10^{-4} (۴) 2.6×10^{-4} , 5.4×10^{-4}

ردن، رها

ریاضیات

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

نمودار تابع یک سهمی رو به پایین است، بنابراین $X = -4$ و $X = 1$ صفرهای تابع هستند:

$$f(x) = -3(x-1)(x+4) = -3x^2 - 9x + 12$$

\downarrow \downarrow
 $a = -9$ $b = 12$

$$b - a = 12 - (-9) = 21$$

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

f تابع همانی است پس $f(x) = x$:

$$\boxed{b=1}, \quad 2a+3=-1 \rightarrow \boxed{a=-2} \quad b+1=c \rightarrow \boxed{c=2}$$

از طرف دیگر $g(x) = (1+e)x^2 + (c-2)x + b+1$ یک تابع ثابت است، پس:

$$1+e=0, \quad c-2=0$$

$$\boxed{e=-1} \quad \boxed{c=2} \quad \begin{matrix} b=1 \\ \Rightarrow \end{matrix} \boxed{g(x)=2}$$

بیشترین مقدار تابع قدرمطلق $h(x)$ مطابق برد داده شده و با شرط $n > 0$ در $X = 2$ اتفاق می افتد که برابر ۴ است:

$$h(2) = 4 \rightarrow \boxed{m=4}$$

$$h(x) = 4 - 5|2-x| \rightarrow \boxed{h(x) = 4 - 5|2-x|} \rightarrow \boxed{n=5} \rightarrow -6 = 4 - 2n \rightarrow (0, -6): \text{ محل برخورد با محور } y \text{ ها}$$

$$g(mc+n) - h(a-b+e) = g(13) - h(-4) = 2 - (-26) = 28$$

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

دنباله $2, 7, 14, 23, \dots$ یک دنباله درجه دوم با جمله عمومی $t_n = n^2 + 2n - 1$ است و جمله بیستم آن

$$t_{20} = 20^2 + 2(20) - 1 = 439 \text{ است.}$$

در دنباله خطی:

$$\left. \begin{aligned} a_3 = 20 &\rightarrow 3a + b = 20 \\ a_{11} = 76 &\rightarrow 11a + b = 76 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} a &= 7 \\ b &= -1 \end{aligned}$$

$$t_n = an + b$$

$$t_n = 7n - 1 \rightarrow t_{20} = 7(20) - 1 = 139$$

$$439 - 139 = 300 = \text{اختلاف دو جمله بیستم هر یک از دنباله‌ها}$$

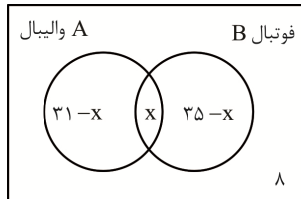
۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

با استفاده از نمودار ون و با فرض آن که تعداد دانش‌آموزان علاقمند به هر دو ورزش فوتبال و والیبال X نفر باشد:

$$n(U) = 57$$

$$(31 - X) + X + (35 - X) + 8 = 57$$

$$\boxed{X = 17}$$



$$\text{تعداد علاقمندان فقط به والیبال} = 31 - X = 31 - 17 = 14$$

۱۰۵. گزینه ۱ درست است.

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \rightarrow (\sqrt{K} - 1)(\sqrt{K} + 1) = 1 \rightarrow \boxed{K = 2}$$

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + 1 + \cos^2 x + 2 \cos x}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{2(1 + \cos x)}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{2}{\sin x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow 1 + (\sqrt{2} + 1)^2 = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow 4 + 2\sqrt{2} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\text{عبارت مورد نظر سوال} = \frac{2}{\sin x} = 2\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$

۱۰۶. گزینه ۳ درست است.

$$\tan 135^\circ = \text{شیب خط} = \frac{-(2a + 3)}{-(5 - a)}$$

$$-1 = \frac{2a + 3}{5 - a} \rightarrow \boxed{a = -8}$$

$$\text{معادله خط} : -13x - 13y - 78 = 0 \xrightarrow{\div(-13)} x + y + 6 = 0$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} \text{شیب} &= -1 \\ \text{عرض از مبدأ} &= -6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع عرض از مبدأ و شیب} = -7$$

۱۰۷. گزینه ۴ درست است.

$$x = (2 - \sqrt{3})^{1/4} (2 + \sqrt{3})^{1/4} (2 + \sqrt{3}) = (4 - 3)^{1/4} (2 + \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3}$$

$$(x + x^{-1})^{1/2} = \left(2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right)^{1/2} = \left(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}\right)^{1/2} = 4^{1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$$

با گویا کردن مخرج

۱۰۸. گزینه ۲ درست است.

$$\alpha\beta = P = 1 \text{ ضرب دو ریشه و } \alpha + \beta = S = 9 \text{ جمع دو ریشه}$$

ریشه معادله است $\alpha \rightarrow \alpha^2 - 9\alpha + 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 9\alpha - 1$

$$(1) \alpha^2 + 9\beta = 9\alpha - 1 + 9\beta = 9(\alpha + \beta) - 1 = 9(9) - 1 = 80$$

$$(2) \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{2(1) + 9}{1 + 9 + 1} = 1$$

$$(1) + (2) = 80 + 1 = 81$$

۱۰۹. گزینه ۱ درست است.

اعداد اول یک رقمی عبارتند از: ۲, ۳, ۵, ۷. از روش متمم استفاده می‌کنیم:

$$= (4 + 3)! = 7! = 5040$$

حروف اعداد

$$= 5! \times 3! = 720$$

جایگشت ۳ حرف با هم درون کلمه جایگشت ۴ عدد و یک کلمه (مجموعاً ۵ شیء)

$$= 5040 - 720 = 4320$$

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

(اولین مهره آبی و دومین مهره قرمز) + p (اولین مهره قرمز و دومین مهره قرمز) = p (دومین مهره قرمز باشد)

$$= \frac{\binom{6}{1}}{\binom{15}{1}} \times \frac{\binom{5}{1}}{\binom{14}{1}} + \frac{\binom{9}{1}}{\binom{15}{1}} \times \frac{\binom{6}{1}}{\binom{14}{1}} = \frac{6 \times 5 + 9 \times 6}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{2}{5} \text{ یا } 40\%$$

۱۱۱. گزینه ۳ درست است.

در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر ولی از قدر مطلق تفاضل دو ضلع دیگر، بزرگ‌تر است:

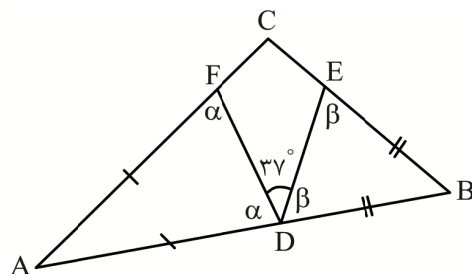
$$\Delta ACD: |7 - 4| < AC < 7 + 4 \rightarrow 3 < AC < 11 \quad (1)$$

$$\Delta ABC: |9 - 5| < AC < 9 + 5 \rightarrow 4 < AC < 14 \quad (2)$$

$$AC = \text{عدد صحیح} \rightarrow AC = 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

برای اندازه AC، شش عدد صحیح موجود است.

۱۱۲. گزینه ۲ درست است.



$$\alpha + \beta + 37^\circ = 180^\circ \quad \text{در نقطه D}$$

$$\alpha + \beta = 143 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} A + 2\alpha &= 180^\circ \\ B + 2\beta &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \underbrace{A + B} + 2(\alpha + \beta) = 360^\circ$$

$$180^\circ - C + 2(\alpha + \beta) = 360^\circ$$

$$180^\circ - C + 2(143) = 360^\circ \quad \boxed{\hat{C} = 106^\circ}$$

روش دوم: ثابت می‌شود که:

$$\hat{FDE} = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2}$$

$$37^\circ = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} \rightarrow \boxed{\hat{C} = 106^\circ}$$

۱۱۳. گزینه ۴ درست است.

قاعده BC مشترک برای هر دو مثلث ABC و BMC است، بنابراین فاصله دو خط موازی (ارتفاع دو مثلث) یکسان است.
 اگر در دو مثلث ABC و BMC، قاعده را به ترتیب AC, MC فرض کنیم آن گاه ارتفاع‌های
 $(S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BMC} = ۳۵)$ وارد بر این دو قاعده برابرند:

$$\frac{S_{\Delta BMC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow \frac{S_{\Delta BMC}}{۳۵} = \frac{MC}{AM + MC}$$

$$\frac{S_{\Delta BMC}}{۳۵} = \frac{MC}{۴MC + MC} = \frac{۱}{۵} \rightarrow \boxed{S_{\Delta BMC} = ۷}$$

۱۱۴. گزینه ۳ درست است.

بر مبنای نتیجه سؤال ۵ صفحه ۳۷ کتاب هندسه ۱:

$$MA^2 = ME \cdot MD$$

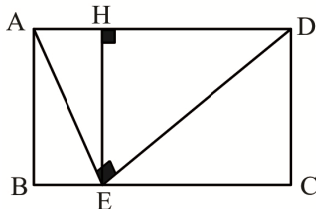
$$(ME + ۳)^2 = ME \cdot (۳ + ۷ + ME)$$

$$\cancel{ME^2} + ۶ME + ۹ = ۱۰ME + \cancel{ME^2} \quad ۹ = ۴ME \quad \boxed{ME = ۲,۲۵}$$

$$\Delta MDC \quad \text{تعمیم تالس در } (AB \parallel DC) : \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{۳ + ۲,۲۵}{۳ + ۷ + ۲,۲۵} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{۱۲,۲۵}{۵,۲۵} \Rightarrow \boxed{\frac{DC}{AB} = \frac{۷}{۳}}$$

۱۱۵. گزینه ۲ درست است.

با رسم ارتفاع وارد بر وتر (EH که بر AD عمود است) در مثلث قائم‌الزاویه AED و روابط ناشی از تشابه و مساحت در مثلث قائم‌الزاویه در صفحه ۴۲ کتاب درسی هندسه (۱):



$$EH^2 = EB \times EC$$

$$EH^2 = ۲۴ \times ۵۴ \rightarrow EH = ۳۶ = AB$$

$$S_{\square} = AB \times BC = (۲۴ + ۵۴) \times ۳۶ = ۲۸۰۸$$

۱۱۶. گزینه ۳ درست است.

چون AM میانه است: MB = MC

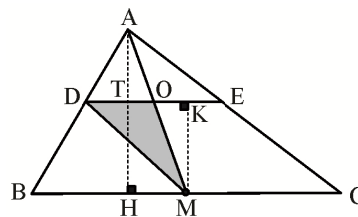
$$\frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۲,۵} = \frac{۲}{۵} \rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{۲}{۵} \quad (۱)$$

$$\frac{AT}{AH} = \frac{AD}{AB} = \frac{۲}{۵} \rightarrow AT = \frac{۲}{۵} AH \quad (۲)$$

$$MK = HT = AH - AT = \frac{۳}{۵} AH \quad (۳)$$

$$\Delta ADE \sim \Delta ABC \rightarrow DE = \frac{۲}{۵} BC \rightarrow OD = \frac{۱}{۲} DE = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۵} BC = \frac{۱}{۵} BC \quad (۴)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲} DE \times AT}{\frac{۱}{۲} BC \times AH} = \frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} = \frac{۴}{۲۵} \Rightarrow \frac{S_{\Delta BCED}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{۲۱}{۲۵} \quad (۵)$$



$$\frac{\text{با توجه به } 0 \leq x \leq \frac{1}{2}}{\rightarrow \alpha = \frac{2\sqrt{5} - 2}{\lambda} \rightarrow (\lambda\alpha + 2)^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20}$$

۱۲۲. گزینه ۴ درست است.

$$(۱) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cancel{x-1}}{(\cancel{x-1})(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2}$$

$$(۲) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + a$$

$$(۳) f(1) = 1 + a \quad (۱), (۲), (۳) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{a = \frac{-1}{2}} \quad (۷)$$

$$(۴) \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = (1 - b)(1) = 1 - b$$

$$(۵) \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = (0 - b)(0) = 0 \quad (۴), (۵), (۶) \Rightarrow 1 - b = 0 \quad \boxed{b = 1} \quad (۸)$$

$$(۶) f(1) = (1 - b)(1) = 1 - b \quad (۷), (۸) \Rightarrow 2a + b = 0$$

۱۲۳. گزینه ۱ درست است.

$$\text{با فرض } x - \frac{\pi}{2} = t \text{ آنگاه: } x = \frac{\pi}{2} + t \text{ و } x \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow t \rightarrow 0$$

$$a = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2(t + \frac{\pi}{2}) - \pi}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2t}{\sin t} = -2 \rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2} \times \frac{\sqrt{3x - 5} + 2}{\sqrt{3x - 5} + 2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3) \times 4}{3(x-3)} = 4 \rightarrow \boxed{b = 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a \times b}{\frac{1}{2}} = \frac{-2 \times 4}{\frac{1}{2}} = -32$$

۱۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x - 2 \sin 2x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x (\cos 2x - 1)}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x (-2 \sin^2 x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2 \sin x \cdot \cos x)(-2 \sin^2 x)}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (-8 \cos x) \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = -8 \times 1 = -8 \end{aligned}$$

۱۲۵. گزینه ۲ درست است.

$$f(x+1) = \sqrt{x+1} + 1 + 2 \rightarrow f(x) = \sqrt{x+1} + 2$$

$$\sqrt{x+1} = y - 2 \rightarrow x+1 = (y-2)^2 \rightarrow f^{-1}(x) = (x-2)^2 - 1$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^{-1}(x)}{\sqrt{2x+3} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{2x+3} - 3} \times \frac{\sqrt{2x+3} + 3}{\sqrt{2x+3} + 3}$$

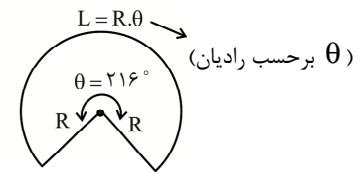
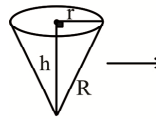
$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1) \times 6}{2(x-3)} = \frac{2 \times 6}{2} = 6$$

۱۲۶. گزینه ۳ درست است.

$$D \text{ درجه} = \frac{\theta \text{ رادیان}}{180} = \frac{216}{180} = \frac{x}{\pi} \rightarrow \theta = \frac{6\pi}{5} \text{ رادیان} \rightarrow \theta = \frac{18}{5}$$

$$\theta = \frac{L}{R} \rightarrow \frac{18}{5} = \frac{L}{R} \rightarrow L = \frac{18}{5}R$$

طول کمان قطاع



$$\text{محیط قطاع} = 56 \rightarrow 2R + L = 56 \rightarrow 2R + \frac{18}{5}R = 56 \rightarrow R = 10$$

$$\text{محیط قاعده مخروط} = 2\pi r = L \rightarrow 2 \times 3 \times r = \frac{18}{5} \times 10 \rightarrow r = 6$$

$$R^2 = r^2 + h^2 \rightarrow 10^2 = 6^2 + h^2 \rightarrow h = 8$$

$$\text{مخروط} V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \times 3 \times 6^2 \times 8 = 288$$

۱۲۷. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = 2\left(\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\right) + 5$$

$$f(x) = 2\left(\sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos x + \cos \frac{\pi}{6} \sin x\right) + 5$$

$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 5$$

$$-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 2 \xrightarrow{+5} \underset{n}{3} \leq f(x) \leq \underset{m}{7} \Rightarrow m^2 - n^2 = 7^2 - 3^2 = 40$$

۱۲۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها} : (0, 3) \rightarrow 3 = \log_7^{(0+1)} + b \rightarrow b = 3$$

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = g(-1) \rightarrow \log_7^{(-a+1)} + 3 = 5 \rightarrow \log_7^{(-a+1)} = 2 \rightarrow -a + 1 = 7^2 \rightarrow a = -3$$

$$f(x) = \log_7^{(-3x+1)} + 3$$

$$f^{-1}(9) = k \quad \text{با فرض:}$$

$$f(k) = 9 \rightarrow 9 = \log_7^{(-3k+1)} + 3$$

$$6 = \log_7^{(-3k+1)} \rightarrow 7^6 = -3k + 1 \rightarrow k = -21$$

۱۲۹. گزینه ۱ درست است.

$$f = \{(1, 2), (-2, 3), (-1, 4)\}$$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g = \{1, -2, -1\} \cap D_g = \{-2, -1\}$$

با توجه به دامنه بالا عدد ۱ قطعاً در دامنه تابع g نیست:

$$f(-2) - 2g(-2) = -1 \Rightarrow 3 - 2g(-2) = -1 \rightarrow g(-2) = 2 \Rightarrow (2, -2) \in g^{-1} \quad (1)$$

$$f(-1) - 2g(-1) = 8 \rightarrow 4 - 2g(-1) = 8 \rightarrow g(-1) = -2 \Rightarrow (-2, -1) \in g^{-1} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow fog^{-1}(2) = f(-2) = f(-2) = 3$$

$$(2) \Rightarrow fog^{-1}(-2) = f(-1) = 4$$

$$\text{برد حاصل ضرب اعضای برد} = 3 \times 4 = 12$$

۱۳۰. گزینه ۴ درست است.

محیط دایره برابر 8π است، بنابراین $R = 4 \leftarrow 2\pi R = 8\pi$ از طرفی فاصله بین دو خط موازی برابر قطر دایره یعنی ۸ می شود:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 8y + ax = b \end{cases} \xrightarrow{x(-2)} \begin{cases} 8y - 6x = -2 \\ 8y + ax = b \end{cases} \xrightarrow{\text{موازی}} \boxed{a = -6}$$

$$8 = \frac{|b - (-2)|}{\sqrt{(-6)^2 + 8^2}} \rightarrow |b + 2| = 80 \begin{cases} b = 78 \\ b = -82 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 3(-6) + 78 = 60 \\ 3a + b = 3(-6) - 82 = 100 \end{cases} \rightarrow \text{اختلاف دو مقدار} = 100 - 60 = 40$$

۱۳۱. گزینه ۳ درست است.

$$x^2 - 3x + 2 \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 1 \leq x \leq 2$$

$$M = 4x - 1 - x + 3 \rightarrow M = 3x + 2$$

$$1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\times 3} 3 \leq 3x \leq 6 \xrightarrow{+2} 5 \leq 3x + 2 \leq 8$$

$$\begin{array}{ccc} 5 & \leq & M & \leq & 8 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ \min & & & & \max \\ & \searrow & & \swarrow & \\ & & \text{مجموع} & & \\ & & = 13 & & \end{array}$$

۱۳۲. گزینه ۲ درست است.

اعداد ۸، ۱۵، ۱۷ فیثاغورثی اند، بنابراین مثلث قائم الزاویه است:

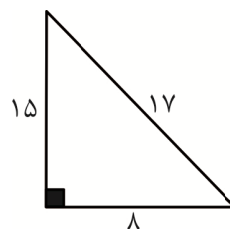
$$\text{مساحت } S = \frac{8 \times 15}{2} = 60$$

$$\text{نصف محیط } P = \frac{8 + 15 + 17}{2} = 20$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی } r = \frac{S}{P} = \frac{60}{20} = 3 \rightarrow S_1 = \pi(3)^2 = 27$$

$$r_{17} = \frac{S}{P - 17} = \frac{60}{20 - 17} = \frac{60}{3} = 20 \rightarrow S_2 = \pi(20)^2 = 1200$$

$$S_2 - S_1 = 1200 - 27 = 1173$$



۱۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$d_a = \frac{2AB \times AC \times \cos \frac{A}{2}}{AB + AC} \quad \text{مطابق نتیجه تمرین ۵ صفحه ۷۶ کتاب درسی هندسه ۲: (نیمساز رأس A)}$$

(چون $AM = MN = AN = 1$) $\hat{A} = 60^\circ$ متساوی الاضلاع ΔAMN

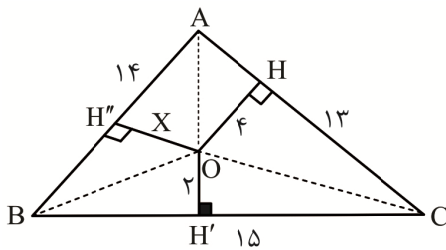
$$d_a = \frac{2(8)(6) \times \cos 30^\circ}{8+6} = \frac{24\sqrt{3}}{7}$$

قضیه کسینوسها $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos A$

$$BC^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \frac{1}{2} \rightarrow BC = 2\sqrt{13}$$

$$BC \times d_a = 2\sqrt{13} \times \frac{24\sqrt{3}}{7} = \frac{48\sqrt{39}}{7}$$

۱۳۴. گزینه ۱ درست است.



$$P = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

قاعده هرون

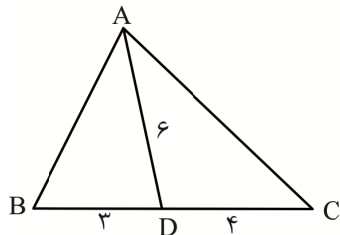
$$= \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

$$S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC} + S_{\Delta AOC} + S_{\Delta ABC}$$

$$\frac{1}{2} \times 14 \times x + \frac{1}{2} \times 15 \times 2 + \frac{1}{2} \times 13 \times 4 = 84$$

$$7x + 15 + 26 = 84 \rightarrow x = \frac{43}{7}$$

۱۳۵. گزینه ۳ درست است.



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$36 = AB \times AC - 3 \times 4$$

$$\boxed{AB \times AC = 48} \quad (1)$$

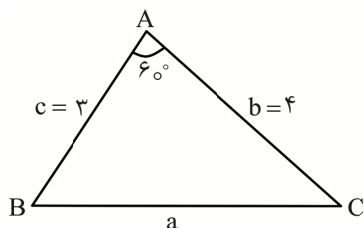
$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AB = 6, AC = 8$$

$$\Delta ABC \text{ محیط} = 6 + 7 + 8 = 21$$

۱۳۶. گزینه ۴ درست است.

قضیه کسینوسها:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 60^\circ$$

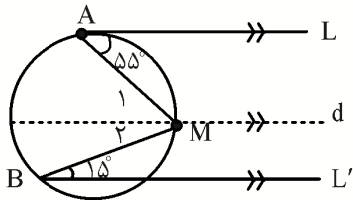
$$a^2 = 16 + 9 - 2 \times 4 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$a = \sqrt{13}$$

شعاع دایره محیطی $R = \frac{\sqrt{13}}{3} \rightarrow R = \sqrt{\frac{13}{3}}$ شعاع دایره محیطی
 قاعده سینوسها: $\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \sqrt{\frac{13}{3}}$

$$S = \pi R^2 = 3 \times \left(\sqrt{\frac{13}{3}}\right)^2 = 13$$

۱۳۷. گزینه ۲ درست است.



خط d را در نقطه M موازی با دو خط L و L' رسم می‌کنیم:

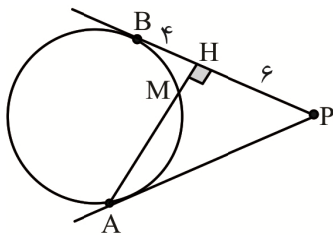
$$\left. \begin{array}{l} L \parallel d, \text{ مورب } AM \Rightarrow M_1 = 55^\circ \\ L' \parallel d, \text{ مورب } BM \Rightarrow M_2 = 15^\circ \end{array} \right\} \hat{M} = 15 + 55 = 70^\circ$$

محاطی $\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2} \rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{AB}$ کمان $\alpha = 140^\circ$ مرکزی روبه‌رو به کمان

$$L = \frac{\pi R}{180} \alpha^\circ = \frac{3 \times 30}{180} \times 140 = 70$$

۱۳۸. گزینه ۱ درست است.

طول دو مماس رسم شده از P بر دایره یکسان است:



$$PA = PB = 4 + 6 = 10$$

$$\Delta \text{ قائم‌الزاویه } AHP : AH^2 + HP^2 = PA^2$$

$$AH^2 + 6^2 = 10^2$$

$$\boxed{AH = 8}$$

از نقطه H یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است. مطابق روابط قضیه صفحه ۱۹ کتاب درسی هندسه (۲)، مربع اندازه مماس برابر با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع است:

$$HB^2 = MH \cdot HA \rightarrow 4^2 = MH \times 8 \rightarrow MH = 2 \rightarrow \boxed{AM = 6}$$

۱۳۹. گزینه ۲ درست است.

فرض کنید طول خط‌المركزين دو دایره d باشد؛ مطابق صفحه‌های ۲۱ و ۲۲ کتاب درسی هندسه (۲):

$$\sqrt{d^2 - (\Delta - 2)^2} = 3\sqrt{d^2 - (\Delta + 2)^2} \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} d^2 - 9 = 9(d^2 - 49) \rightarrow \boxed{d = 3\sqrt{6}}$$

$$\text{اندازه مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (\Delta - 2)^2} = \sqrt{54 - 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

۱۴۰. گزینه ۳ درست است.

مطابق تمرین ۷ در صفحه ۳۰ کتاب درسی هندسه (۲):

$$(a) \quad 2r \sin \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=6} a = 2r \sin 30^\circ$$

$$6 = 2r \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r = 6}$$

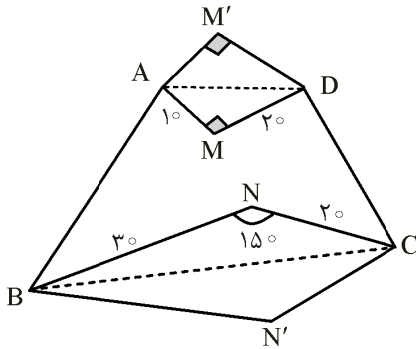
$$(a') \quad 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \xrightarrow{n=6} a' = 2 \times 6 \times \tan 30^\circ$$

$$\boxed{a' = 4\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{مستطیل محیطی}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} (4\sqrt{3})^2 = 72\sqrt{3}$$

۱۴۱. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از بازتاب نسبت به محورهای AD و BC افزایش مساحت مطابق مسئله هم‌پیرامونی (هم‌محیطی) اتفاق می‌افتد:



$$S_{\Delta AMD} = \frac{10 \times 20}{2} = 100$$

$$S_{\Delta BNC} = \frac{1}{2} \times 20 \times 30 \times \underbrace{\sin 15^\circ}_{\frac{1}{2}} = 150$$

$$\Delta S = 2S_{\Delta AMD} + 2S_{\Delta BNC} = 2(100) + 2(150) = 500$$

۱۴۲. گزینه ۴ درست است.

بر اساس تمرین ۳- الف صفحه ۴۴ کتاب درسی هندسه (۲)، عمود منصف هر نقطه و دوران یافته‌اش از مرکز دوران می‌گذرد بنابراین برای یافتن مختصات مرکز دوران، معادله خط عمود منصف AA' و BB' را نوشته و باهم قطع می‌دهیم:

$$M_{AA'} = \frac{4-1}{3-0} = 1 \text{ عمود} \rightarrow m_{\Delta} = -1, \text{ وسط } M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$AA' \text{ عمود منصف: } y - \frac{5}{2} = -1\left(x - \frac{3}{2}\right) \rightarrow \boxed{y = -x + 4} \quad (1)$$

$$m_{BB'} = \frac{-1-2}{1-(-5)} = \frac{-1}{2} \text{ عمود} \Rightarrow m_{\Delta'} = 2, \text{ وسط } N\left(-2, \frac{1}{2}\right)$$

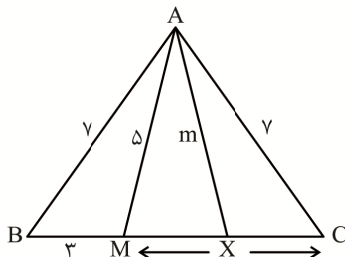
$$BB' \text{ عمود منصف: } y - \frac{1}{2} = 2(x + 2) \rightarrow \boxed{y = 2x + \frac{9}{2}} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x + \frac{9}{2} \end{cases} \rightarrow 2x + \frac{9}{2} = -x + 4 \rightarrow x = \frac{-1}{6}, y = \frac{25}{6}$$

$$\alpha + \beta = \frac{-1}{6} + \frac{25}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

۱۴۳. گزینه ۳ درست است.

مطابق تمرین ۴ (قضیه میانه‌ها) و تمرین ۵ (قضیه استوارت) در صفحه ۶۹ کتاب درسی هندسه (۲):
مطابق قضیه استوارت در مثلث ABC:



$$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MA = AM^2 \cdot BC + MB \cdot MC \cdot BC$$

$$49x + 49 \times 3 = 25(3+x) + 3 \times x \times (3+x)$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-8)(x+3) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 8$$

$$\text{مطابق قضیه میانه‌ها در مثلث MAC: } AM^2 + AC^2 = 2m^2 + \frac{1}{2}MC^2$$

$$25 + 49 = 2m^2 + \frac{1}{2}(64) \rightarrow m = \sqrt{21}$$

۱۴۴. گزینه ۱ درست است.

برآورد بازه‌ای ۹۵ درصد برای میانگین جامعه (μ) به صورت $(\bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$ است که در آن \bar{X} میانگین نمونه و σ انحراف معیار جامعه (جذر واریانس) و n تعداد اعضای نمونه است:

بازه برآورد: $(219/8, 220/2)$

$$\bar{X} = \frac{220/2 + 219/8}{2} = 220 \quad \sigma^2 = 13/69 \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = 3/7$$

$$220/2 - 219/8 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0/4 = \frac{4(3/7)}{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n} = 37$$

$$\rightarrow n = 1369 \rightarrow \text{مجموع اعضای نمونه} = n \times \bar{X} = 1369 \times 220 = 301180$$

۱۴۵. گزینه ۳ درست است.

$$\bar{X} = \frac{1/70 + 1/72 + 1/74 + 1/76 + 1/78}{5} = 1/74 \rightarrow \text{مقدار آماره}$$

مقدار پارامتر در این جامعه $1/57$ است و اختلاف آن با آماره $0/17$ است.

۱۴۶. گزینه ۴ درست است.

در روش سامانمند گفته شده در داخل هر گروه $\frac{1189}{29} = 41$ عضو وجود دارد و چون ۱۲۸ به فرم عمومی $41k + 5$ است، بنابراین سایر اعضا منتخب هم به صورت $41k + 5$ خواهند بود. در بین گزینه‌ها فقط ۴۵۷ به صورت بالا نیست.

۱۴۷. گزینه ۱ درست است.

برای به دست آوردن Q_1 و Q_3 داده‌ها را از کوچک به بزرگ (به‌طور صعودی) مرتب می‌کنیم:

۸, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹

نصف اول داده‌ها

$$Q_1 = 12$$

نصف دوم داده‌ها

$$Q_3 = 17$$

۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶

$$\bar{X} = 14$$

داده‌های درون بازه‌ی IQR عبارتند از:

۱۴۸. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم ضریب تغییرات به صورت $CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$ و واریانس با $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$ بیان می‌شود:

$$\bar{X}_1 = \frac{\sigma_1}{CV_1} = \frac{\sqrt{2/56}}{0/1} = 16 \rightarrow \sum_1^{35} (x_i - \bar{X})^2 = 2/56 \times 35 = 18/6$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sigma_2}{CV_2} = \frac{\sqrt{5/76}}{0/15} = 16 \rightarrow \sum_1^{15} (x_i - \bar{X})^2 = 5/76 \times 15 = 18/4$$

چون میانگین هر دو دسته از داده‌ها یکسان است:

$$\sigma^2 = \frac{۸۹/۶ + ۸۶/۴}{۵۰} = ۳/۵۲$$

جدید برای σ^2 داده نهایی

۱۴۹. گزینه ۲ درست است.

در این جامعه آماری مدّ حتماً یکی از داده‌ها است.

($X = \text{مد}$) که با میانگین برابر است:

$$\bar{x} = \frac{۳ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + X}{۷} \Rightarrow X = \frac{۴۸ + X}{۷} \rightarrow \boxed{X = ۸}$$

$۳, ۷, ۸, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱ \rightarrow$ میانگین = میانه = مد $= ۸$

$$\sigma^2 = \frac{(۳-۸)^2 + (۷-۸)^2 + ۲(۸-۸)^2 + (۹-۸)^2 + (۱۰-۸)^2 + (۱۱-۸)^2}{۷} = \frac{۴۰}{۷}$$

$$۲۱ \xrightarrow{\text{جزء صحیح}} ۲۱/۷۱ = \frac{۱۵۲}{۷} = ۸ + ۸ + \frac{۴۰}{۷} = \text{مجموع مد، میانه و واریانس}$$

۱۵۰. گزینه ۱ درست است.

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A)$$

$$۰/۸ = ۰/۳ + P(A \cap B) + ۰/۳۵ \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = ۰/۱۵}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow ۰/۳ = P(A) - ۰/۱۵ \rightarrow \boxed{P(A) = ۰/۴۵}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \rightarrow ۰/۳۵ = P(B) - ۰/۱۵ \rightarrow \boxed{P(B) = ۰/۵}$$

$$P(B' | A') + P(B | A) = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} + \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} + \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{1 - ۰/۸}{1 - ۰/۴۵} + \frac{۰/۱۵}{۰/۴۵} = \frac{۴}{۱۱} + \frac{۱}{۳} = \frac{۲۳}{۳۳}$$

۱۵۱. گزینه ۴ درست است.

عددی که بر ۲ و ۳ بخش پذیر است، الزاماً بر ۶ بخش پذیر است. مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۶ را با A و اعداد بخش پذیر بر ۵ را با B نمایش می‌دهیم:

$$n(A) = \left[\frac{۴۰۰}{۶} \right] - \left[\frac{۱۰۰}{۶} \right] = ۶۶ - ۱۶ = ۵۰$$

$$n(S) = ۴۰۰ - ۱۰۱ + ۱ = ۳۰۰$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{۴۰۰}{۳۰} \right] - \left[\frac{۱۰۰}{۳۰} \right] = ۱۳ - ۳ = ۱۰$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{۵۰}{۳۰۰} - \frac{۱۰}{۳۰۰} = \frac{۴۰}{۳۰۰} = \frac{۲}{۱۵}$$

۱۵۲. گزینه ۱ درست است.

مطابق جدول ارزش گزاره‌های زیر، ارزش نهایی این گزاره همواره درست است.

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge (p \Rightarrow q)$	گزاره نهایی
T	T	F	T	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

۱۵۳. گزینه ۴ درست است.

مضرب‌های ۳، دو عدد ۳ و ۶ هستند که آن‌ها را جداگانه در دو مجموعه $\{3\}$ و $\{6\}$ قرار می‌دهیم و به این ترتیب دو بخش افزاز ایجاد می‌شود که هر یک از اعداد ۱، ۲، ۴، ۵، ۷ می‌تواند در یکی از این دو بخش حضور داشته باشد. یعنی ۲ انتخاب برای هر یک از این ۵ عضو. تعداد کل حالات افزاز با این شرایط $2^5 = 32$ است.

۱۵۴. گزینه ۱ درست است.

$A \cup (A \cap B) \xrightarrow{\text{قانون جذب}} A$

$$(B \cap A) \cup (B - A) = (B \cap A) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = (A' \cup A) \cap B = U \cap B = B$$

$$= B' \text{ متمم عبارت مورد نظر}$$

۱۵۵. گزینه ۱ درست است.

احتمال مطلوب آن است که هر سه لامپ اول سالم و لامپ چهارم معیوب باشد:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{8} \rightarrow 12.5\%$$

فیزیک

۱۵۶. گزینه ۲ درست است.

اعدادی که فاصله زیادی با بقیه دارند را در میانگین گرفتن دخالت نمی‌دهیم (عدد ۱۴/۵).

$$\text{طول مداد} = \frac{10/3 + 10/4 + 10/2 + 10/1}{4} = \frac{41}{4} = 10/25 \text{ cm}$$

چون عدد به دست آمده دارای دو رقم اعشاری است، ولی خط کش ما قابلیت اندازه‌گیری تنها تا یک رقم اعشار را دارد، عدد نهایی را گرد می‌کنیم:

$$\text{طول مداد} = 10/3 \text{ cm}$$

۱۵۷. گزینه ۱ درست است.

حجم حفره با حجم آب برابر است:

$$\text{حفره } V = \frac{m}{\rho} = \frac{25}{1} = 25 \text{ cm}^3$$

$$V = (\delta)^3 - 25 = 100 \text{ cm}^3 \text{ حفره } V - \text{مکعب } V = \text{فلز}$$

$$m = \frac{5}{100} m \text{ فلز} = 25 \text{ g} \Rightarrow m = 500 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{500}{100} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ فلز: محاسبه چگالی}$$

که این واحد با کیلوگرم بر لیتر هم معادل است.

۱۵۸. گزینه ۴ درست است.

اگر کل یخ ذوب شود، چگالی آن $\frac{10}{9}$ برابر شده و حجم آن $\frac{9}{10}$ برابر یعنی ۱۰٪ کاهش می‌یابد:

$$\text{یخ } V = \frac{9}{10} V \text{ آب} \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{9}{10} V} \Rightarrow \rho = \frac{10}{9} \rho \text{ ثابت}$$

حال اگر ۴۰٪ یخ ذوب شود، حجم آن $\frac{40}{100} \times 10\% = 4\%$ یعنی ۴٪ کاهش خواهد یافت.

۱۵۹. گزینه ۲ درست است.

قطره‌های مایع هنگامی سقوط می‌کنند که وزن آن‌ها از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر شود. با افزایش دما، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع کاهش یافته و لذا قطرات مایع زودتر و با وزن کمتری سقوط می‌کنند.

۱۶۰. گزینه ۱ درست است.

حجم بخش پایینی ظرف که پر از روغن است 1000 cm^3 است. نکته مهم در این تست آن است که چون چگالی آب از روغن بیشتر است، آب در زیر روغن قرار گرفته و روغن بالا می‌آید.

500 cm^3 لیتر آب معادل 500 cm^3 بوده و این مقدار آب تماماً در پایین ظرف قرار می‌گیرد. لذا از کل حجم روغن، 500 cm^3 آن در بالای آب و در بخش پایینی ظرف قرار می‌گیرد و 500 cm^3 باقی‌مانده آن در لوله 50 cm بالا می‌رود:

$$500 = 50 \times h \Rightarrow \text{روغن در ظرف } h = 10 \text{ cm}$$

$$500 = 10 \times h \Rightarrow \text{روغن در لوله } h = 50 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{کل روغن } h = 60 \text{ cm}$$

حال فشار ناشی از مایعات در دو حالت را محاسبه می‌کنیم:

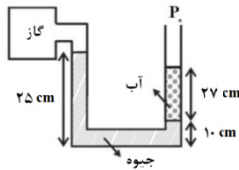
$$P = \rho gh \text{ روغن} = 8 \times 10^2 \times 10 \times 0.7 = 1600 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \text{روغن } P = \rho gh \text{ آب} + \rho gh \text{ کل جدید}$$

$$P = 1000 \times 10 \times 0.7 + 800 \times 10 \times 0.6 = 5800 \text{ Pa}$$

این یعنی فشار وارد بر کف 4200 Pa افزایش می‌یابد. (P_0 در دو حالت موجود بوده و در تغییر فشار اثری ندارد.)

۱۶۱. گزینه ۳ درست است.



بهرتر است ابتدا آب را حذف و معادل آن، جیوه با فشار برابر جایگزین نمائیم:

$$\rho gh \text{ آب} = \rho gh \text{ جیوه} \Rightarrow 1 \times 27 = 13.5 \times h \Rightarrow h = 2 \text{ cm}$$

این یعنی اختلاف سطح جیوه در دو طرف $25 - 12 = 13 \text{ cm}$ و معادل با فشار پیمانانه‌ای گاز است.

۱۶۲. گزینه ۴ درست است.

در هر دو حالت شناوری و غوطه‌وری جسم تعادل داشته و نیروی وزن آن تنها توسط نیروی شناوری خنثی می‌گردد و این یعنی در هر دو حالت نیروی شناوری با وزن جسم هم‌اندازه است.

۱۶۳. گزینه ۳ درست است.

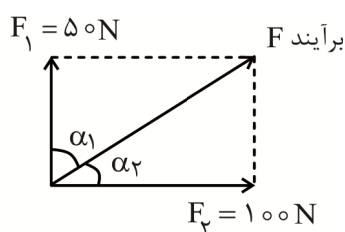
مطابق فرض انرژی جنبشی در هنگام بازگشت 49% یعنی $\frac{49}{100}$ انرژی جنبشی اولیه است:

$$k = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{10} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{10} \times 40 \Rightarrow V_2 = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$\frac{49}{100}$ ثابت $\left(\frac{V}{10}\right)^2$

۱۶۴. گزینه ۴ درست است.

جسم در جهت نیروی برآیند جابه‌جا می‌شود.



$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_2 &= \frac{100}{F} \\ \cos \alpha_1 &= \frac{50}{F} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = 2$$

$$\text{محاسبه نسبت کار: } \omega = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

برابر ۲ یکسان ۲ برابر

۱۶۵. گزینه ۳ درست است.

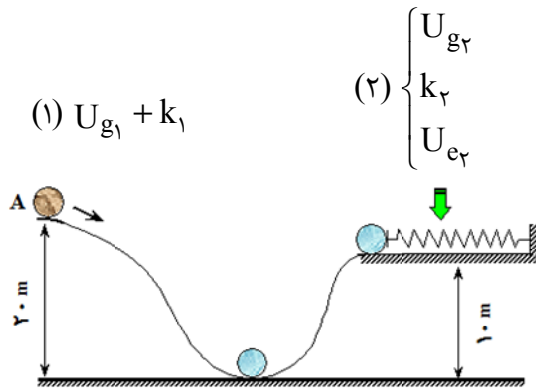
از قضیه کار و انرژی بهره می‌گیریم:

$$W_t = \begin{cases} W_F + W_{mg} \\ K_2 - K_1 \end{cases} \Rightarrow W_F + W_{mg} = k_2$$

$$W_F - mg\Delta h = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\Rightarrow W_F - 5 \times 10 \times (2 \times \sin 30) = \frac{1}{2} \times 5 \times (4)^2 \Rightarrow W_F - 50 = 40 \Rightarrow W_F = 90 \text{ J}$$

۱۶۶. گزینه ۲ درست است.



۲۰٪ انرژی کل اولیه تلف شده و $\frac{80}{100}$ آن باقی مانده است:

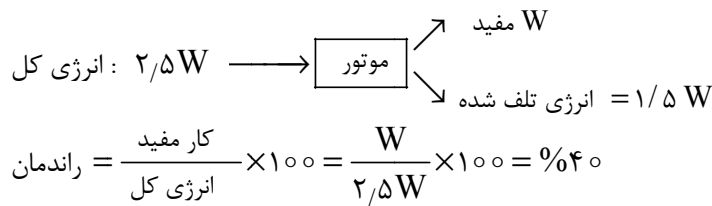
$$\frac{80}{100}(U_{g1} + K_1) = U_{g2} + U_{e2} + k_2$$

$$\frac{8}{10}(2 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 2 \times 100)$$

$$= 2 \times 10 \times 10 + 100 + \frac{1}{2} \times 2 \times V^2$$

$$\frac{8}{10} \times 500 = 300 + V^2 \Rightarrow V^2 = 100 \Rightarrow V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۷. گزینه ۴ درست است.



۱۶۸. گزینه ۱ درست است.

با توجه به رابطه:

$$L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta \theta$$

شیب مقدار اولیه

کافی است به یکسان بودن شیب نمودار در دو حالت توجه شود:

$$\text{شیب} = L_1 \cdot \alpha$$

(۲) برابر $\frac{1}{2}$ برابر یکسان

۱۶۹. گزینه ۲ درست است.

بدنهٔ سماور نیز همراه با آب به دمای 100°C می‌رسد. ضمناً توجه کنید ۷۰٪ گرما به مجموعه می‌رسد:

سماور آب

$$\frac{Ra}{100} \times Pt = m_1 C_1 \Delta \theta_1 + m_2 C_2 \Delta \theta_2$$

$$\frac{70}{100} \times 6000 \times t = 4 \times 4200 \times 40 + 2 \times 600 \times 70$$

$$\Rightarrow t = 160 + 20 = 180 \text{ s} = 3 \text{ دقیقه}$$

همهٔ جملات به ۴۲۰۰ قابل ساده‌سازی هستند:

۱۷۰. گزینه ۴ درست است.

L_F یخ $۸^\circ C$ برابر C آب است و این یعنی اگر جرم آب و یخ برابر باشد، یخ در خلال ذوب دمای آب را $۸^\circ C$ کاهش می‌دهد. این که در شرایط فعلی دمای آب $۴^\circ C$ کاهش یافته نشان می‌دهد جرم آب ۲ برابر جرم یخ است.

$$\boxed{۲m \text{ گرم آب } ۳^\circ C} \longleftarrow \boxed{\text{دمای تعادل}} \longrightarrow \boxed{m \text{ گرم آب } ۰^\circ C}$$

$$m \times c \times (\theta_t - 0) + 2m \times c \times (\theta_t - 30) = 0$$

$$\theta_t + 2\theta_t - 60 = 0 \Rightarrow \theta_t = 20^\circ C$$

مطابق انتظار چون جرم آب اولیه ۲ برابر جرم آب حاصل از ذوب یخ است، دمای آن $\frac{1}{2}$ برابر دیگری کاهش یافته است.

۱۷۱. گزینه ۳ درست است.

از فرض مسأله و گزینه‌ها مشخص است که کل بخار به آب تبدیل نشده و ما در نهایت با مخلوط آب و بخار با دمای $۱۰۰^\circ C$ مواجه هستیم:

$$\boxed{۱۰۰^\circ C \text{ بخار}} \longleftarrow \boxed{۱۰۰^\circ C \text{ آب}} \longrightarrow \boxed{۴۶^\circ C \text{ آب}}$$

$$300 \times c \times 54 - mL_v \times 540 = 0$$

$$300 \times 54 = m \times 540 \Rightarrow m = 30 \text{ gr}$$

این یعنی در پایان ۷۰ گرم بخار باقی می‌ماند.

۱۷۲. گزینه ۱ درست است.

گرمای ویژه آب از خاک بیشتر بوده و لذا آب دیرتر گرمای خود را از دست داده و با بالا رفتن هوای مجاور آب، جریان باد از ساحل به دریا خواهد بود.

۱۷۳. گزینه ۴ درست است.

برای آنکه اختلاف ارتفاع دو طرف ۴cm شود، می‌بایست جیوه در سمت راست ۲cm پایین رفته و در سمت چپ ۲cm بالا رود. لذا در حالت دوم اولاً ارتفاع محفظه هوا به ۱۰cm می‌رسد و ثانیاً فشار هوای محبوس ۴cmHg بیشتر از P_0 می‌گردد:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 75 \text{ cmHg} \\ V_1 = A \times 8 \\ T_1 = 300 \text{ K} \end{array} \right. \\ (2) \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 79 \text{ cmHg} \\ V_2 = A \times 10 \\ T_2 = ? \end{array} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75 \times 8}{300} = \frac{79 \times 10}{T_2} \Rightarrow 2 = \frac{79 \times 10}{T_2} \Rightarrow T_2 = 395 \text{ K}$$

(این معادل است با $۹۵^\circ C$ افزایش دما)

۱۷۴. گزینه ۲ درست است.

از ارتباط بین تعداد مول بهره می‌گیریم:

هر بار تلمبه $n = x \times n$ کل

$$\Rightarrow \frac{P \cdot V}{RT} = x \times \frac{P' \cdot V'}{RT'} \Rightarrow \frac{4 \times 20}{300} = x \times \frac{1 \times 0.4}{270} \Rightarrow 8 = x \times \frac{0.4}{9} \Rightarrow x = \frac{9 \times 8}{0.4} = 180$$

۱۷۵. گزینه ۱ درست است.

فرآیند انبساطی بوده و کار دستگاه روی محیط منفی و کار محیط روی دستگاه مثبت است. برای محاسبه کار از سطح زیر نمودار بهره می‌گیریم:

$$W' = \left[\frac{(400+100) \times 2}{2} + \frac{(100+200) \times 2}{2} \right] \times 10^3 \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ m}^3 \Rightarrow W' = 800 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W' = 800 \text{ J}$$

۱۷۶. گزینه ۱ درست است.

حرکت بدون اصطکاک پیستون نشانه هم‌فشار بودن فرآیند است. در فرآیند هم‌فشار اولاً همواره Q و Δu هم‌علامت هستند و

ثانیاً بین اندازه Δu ، Q و W نسبت‌های ۲، ۷، ۵ برقرار است.

$$\Delta u_{\text{کل}} = \frac{5}{7} Q = 250 \text{ J}$$

۱۷۷. گزینه ۴ درست است.

اگر فرآیند هم‌دما باشد، کل گرمای داده شده صرف انجام کار شده و دما و انرژی درونی ثابت می‌ماند. توجه کنید ممکن است فرآیند هم‌فشار و هم‌حجم باشد که نشانه غلط بودن گزینه‌های ۲ و ۳ است.

۱۷۸. گزینه ۳ درست است.

شیب نمودار $P - V$ فرآیند بی‌دررو همواره از هم‌دما بیشتر بوده و لذا فرآیند CA بی‌دررو است.

$$\Delta u = 0 \Rightarrow \Delta u_{A \rightarrow B} + \Delta u_{B \rightarrow C} + \Delta u_{C \rightarrow A} = 0$$

بی‌دررو هم‌حجم هم‌دما

$$\Rightarrow 0 + Q_{B \rightarrow C} + \frac{3}{2} nR\Delta T = 0$$

$$\Rightarrow Q_{B \rightarrow C} + \frac{3}{2} \times 2 \times 8 \times 50 = 0 \Rightarrow Q_{B \rightarrow C} = -1200 \text{ J}$$

۱۷۹. گزینه ۳ درست است.

$$n = \frac{|W|}{Q_H} \times 100$$

$$n = 20\% \Rightarrow |W| = \frac{2}{10} Q_H, |Q_C| = \frac{8}{10} Q_H$$

$$n = 30\% \Rightarrow |W| = \frac{3}{10} Q_H, |Q_C| = \frac{7}{10} Q_H$$

حال درصد $|Q_C|$ در حال دوم به اول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد} = \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

این معادل است با ۱۲/۵٪ کاهش

۱۸۰. گزینه ۲ درست است.

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 1.6 \times 10^{-13} \mu\text{C})$$

بار الکتریکی هسته یون و اتم خنثی باهم برابر است:

$$q = n.e \Rightarrow n = z = \frac{q}{e} = \frac{4.8 \times 10^{-12}}{1.6 \times 10^{-13}} = 30$$

۱۸۱. گزینه ۴ درست است.

تنها در صورتی بعد از تماس نیروی بین دو بار در همان فاصله می‌تواند کاهش یابد که بار اولیه آن‌ها ناهم‌نام باشد.

$$\text{بار اولیه: } \begin{cases} x \\ -y \end{cases} \Rightarrow 8 \times 10^{-1} = 9 \times 10^9 \times \frac{xy \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow xy = 8$$

$$\text{بار ثانویه: } \begin{cases} \frac{x-y}{2} \\ \frac{x-y}{2} \end{cases} \Rightarrow 10^{-1} = 9 \times 10^9 \times \frac{\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow x-y=2$$

می توان با ترکیب دو معادله به دست آمده، x و y را استخراج نمود. این دو بار می توانند $4\mu\text{C}$ و $-2\mu\text{C}$ باشند.

۱۸۲. گزینه ۱ درست است.

قدر مطلق بار دو کره در حالت دوم $Q-3$ خواهد بود:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ابتدا: } 600 = K \times \frac{Q^2}{r^2} \\ \text{سپس: } 400 = k \times \frac{(Q-3)^2}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{2} = \left(\frac{Q}{Q-3}\right)^2$$

$$\text{جزر از دو طرف: } \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{Q}{Q-3} \Rightarrow Q = 17\mu\text{C}$$

(اگر بار دو کره از ابتدا هم نام باشد $Q = 3\sqrt{3}\mu\text{C}$ می گردد.)

۱۸۳. گزینه ۲ درست است.

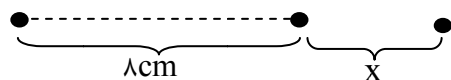
برای دو بار هم نام، صفر شدن میدان برآیند در نقطه ای بین دو بار و نزدیک به بار کوچک تر محقق شده و برای دو بار ناهم نام این اتفاق در خارج فاصله آن ها رقم می خورد. ولی در هر دو حالت باید میدان حاصل از دو بار در آن نقطه هم اندازه باشد. برای تحقق این موضوع کافی است نسبت بارها توان ۲ نسبت فاصله ها باشد:

$$E = K \frac{q}{r^2} \rightarrow \text{برابر ۹} \quad \leftarrow \text{برابر ۱}$$

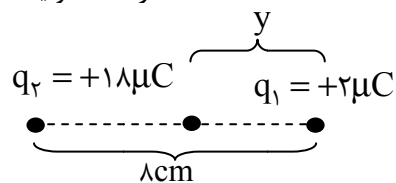
$$\rightarrow \text{(برابر ۳)}^2$$

$$q_2 = -18\mu\text{C} \quad q_1 = +2\mu\text{C}$$

پس در هر دو حالت فاصله بار بزرگ تر ۳ برابر فاصله بار کوچک تر است.



$$\text{در حالت اولیه: } 8 + x = 3 \times x \Rightarrow x = 4\text{cm}$$



$$\text{در حالت جدید: } 8 - y = 3y \Rightarrow y = 2\text{cm}$$

این دو موقعیت ۶cm از هم فاصله دارند.

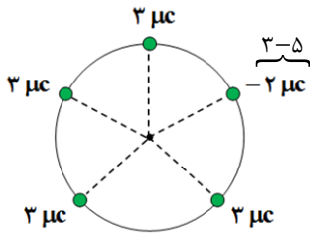
۱۸۴. گزینه ۱ درست است.

فرض مسأله نشان می دهد میدان بار q_1 در حالت اولیه $\frac{5}{4}\vec{E}$ در خلاف جهت میدان q_2 است.

خلاف جهت بودن میدان دو بار در نقطه‌ای بین آن‌ها نشان می‌دهد دو بار هم‌نام‌اند.

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = +5$$

برابر $\leftarrow E = K \frac{q}{r^2} \rightarrow$ یکسان $\leftarrow E = K \frac{q}{r^2} \rightarrow$



۱۸۵. گزینه ۳ درست است.

اگر تمامی بارها $3\mu C$ باشند، میدان برآیند به دلیل تقارن کامل بارها در مرکز صفر است. اینک که یکی از بارها $-2\mu C$ است، می‌توانیم آن را معادل $(3-5)\mu C$ در نظر بگیریم. میدان بارهای $3\mu C$ یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها $-5\mu C$ می‌ماند:

$$E = K \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 500 \frac{KN}{C}$$

۱۸۶. گزینه ۳ درست است.

$$|\Delta V| = \left| \frac{\Delta u}{q} \right| = \frac{2\mu J}{0.4\mu C} = 5V$$

کاهش انرژی پتانسیل بار در حرکت از A به B نشان می‌دهد بار مثبت فوق در جهت مورد علاقه خود یعنی در جهت میدان حرکت کرده که می‌دانیم پتانسیل الکتریکی در جهت میدان کاهش می‌یابد:

$$\Rightarrow V_B = 50 - 5 = 45V$$

۱۸۷. گزینه ۲ درست است.

مصرف شدن انرژی برای جابه‌جایی بار نشان می‌دهد که این بار الکتریکی به زور و از صفحه (-) به صفحه (+) منتقل شده است و این امر اندازه بار دو صفحه را $4\mu C$ افزایش می‌دهد:

$$u_2 = u_1 + \lambda \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{(q+4)^2}{\epsilon} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{\epsilon} + \lambda \Rightarrow q^2 + 8q + 16 = q^2 + 8\lambda \Rightarrow q = 8\mu C$$

۱۸۸. گزینه ۱ درست است.

در اثر کشیدن سیم، حجم آن تغییری نمی‌کند و لذا طول و سطح مقطع سیم می‌بایست به نسبت عکس هم تغییر کنند:

$$16 = K^2 \leftarrow R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{4}$$

برابر $\rightarrow K = 4$
برابر $\rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{4}$

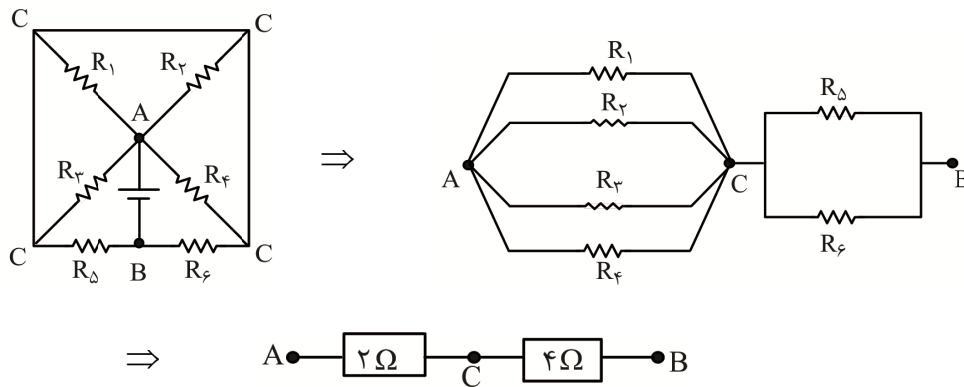
برای $\frac{1}{4}$ برابر شدن سطح مقطع باید شعاع آن $\frac{1}{2}$ برابر شود:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \times 2 = 1mm$$

جدید $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

۱۸۹. گزینه ۲ درست است.

بهتر است نقاط هم‌پتانسیل را مشخص و مدار را مجدداً رسم کنید:

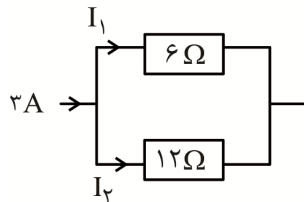


معادل $R = 2 + 4 = 6\Omega$

توجه کنید برای محاسبه مقاومت معادل n مقاومت موازی و مشابه از رابطه $\frac{R}{n}$ استفاده کرده‌ایم.

۱۹۰. گزینه ۴ درست است.

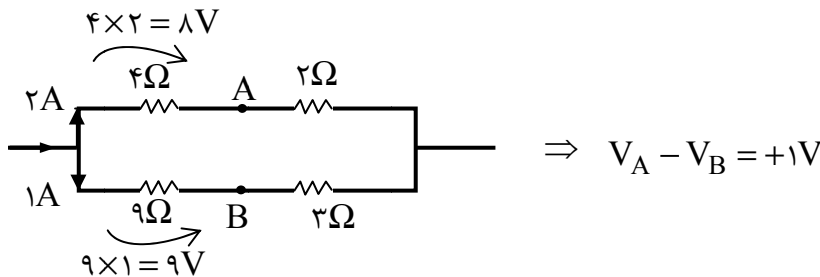
در اتصال موازی جریان کل به نسبت عکس مقاومت شاخه‌ها تقسیم می‌گردد:



$$I_1 = \frac{2}{3} \times 3A = 2A$$

$$I_2 = \frac{1}{3} \times 3A = 1A$$

حال می‌توان تغییرات پتانسیل روی هر مقاومت را به کمک رابطه $V = RI$ محاسبه نمود:



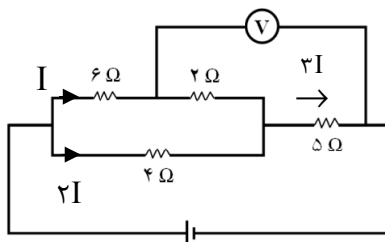
در شاخه بالا پتانسیل $8V$ و در شاخه پایین $9V$ کاهش یافته که این نشان می‌دهد پتانسیل نقطه A به اندازه 1 ولت از پتانسیل B بیشتر است.

۱۹۱. گزینه ۱ درست است.

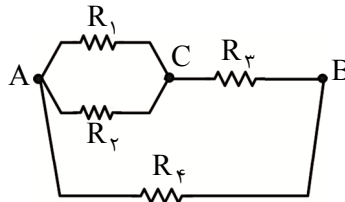
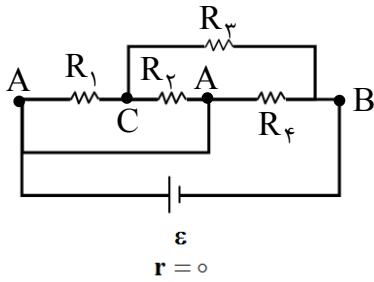
در اتصال موازی مقاومت شاخه بالا 2 برابر شاخه پایین بوده و لذا جریان آن نصف خواهد بود. ضمناً عدد ولت‌متر مجموع تغییرات ولتاژ بین دو نقطه است:

$$V = 2 \times I + 5 \times 3I = 17.5 \Rightarrow I = \frac{1}{2}A$$

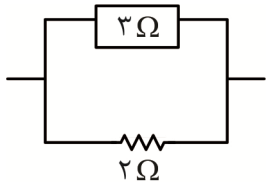
این یعنی از مقاومت 4Ω جریان $1A$ می‌گذرد:



$$P = RI^2 = 4 \times (1)^2 = 4W$$



مقاومت R_4 با کل مجموعه موازی بوده و حداکثر ولتاژ و توان را خواهد داشت، لذا توان کل شاخه بالایی را یکجا محاسبه می‌کنیم:



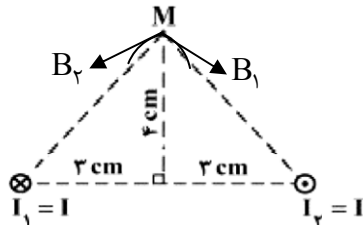
$$\text{برابر } \frac{2}{3} \leftarrow P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \text{برابر } \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{شاخه بالایی } P = \frac{2}{3} \times 36W = 24W$$

$$\Rightarrow \text{کل مجاز } P = 36 + 24 = 60W$$

۱۹۵. گزینه ۳ درست است.

با استفاده از قانون دست راست به مرکز هر سیم کمانی را در نقطه M رسم و مماس بر آن میدان هر سیم مشخص می‌شود. مماس بر هر دایره بر شعاع آن عمود است و چون زاویه رأس بالایی حاده است، مماس‌ها در بیرون شکل واقع می‌گردند.



۱۹۶. گزینه ۳ درست است.

\Rightarrow سیم‌لوله $B_1 = B_2$ پیچیده

$$\frac{\mu_0}{2} \times \frac{I}{r_1} \times \cancel{N_1} = \mu_0 \times \frac{\cancel{N_2}}{L} \times I$$

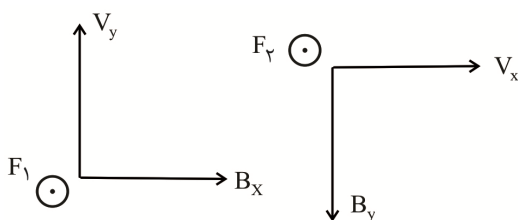
$$\Rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{1}{L} \Rightarrow r_1 = L \Rightarrow \text{قطر} = 2r_1 = 2L \Rightarrow L = \frac{1}{2} \times \text{قطر}$$

۱۹۷. گزینه ۳ درست است.

در محاسبه نیروی وارده از طرف B_x تنها v_y اثر داشته و در محاسبه نیروی وارده از طرف B_y تنها v_x اثر می‌گذارد:

$$F_1 = q \cdot v_y \cdot B_x \cdot \sin 90 = 1,6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times 4 = 3,2 \times 10^{-12} \text{ N}$$

$$F_2 = q \cdot v_x \cdot B_y \cdot \sin 90 = 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6 \times 5 = 1,6 \times 10^{-12} \text{ N}$$



جهت هر دو نیرو برون‌سو (عمود بر صفحه به طرف خارج) است.

$$\Rightarrow F_{\text{برآیند}} = F_1 + F_2 = 4,8 \times 10^{-12} \text{ N}$$

۱۹۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{حلقه } A = \pi r^2 = 3 \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 = 0,12\text{m}^2$$

$$I = \frac{N}{R} \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow ? = \text{آهنگ تغییر میدان}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{I \cdot R}{N \times A} = \frac{1 \times 6 \times 10^{-1}}{1 \times 12 \times 10^{-2}} = 5 \frac{\text{T}}{\text{S}}$$

۱۹۹. گزینه ۲ درست است.

آهنگ تغییرشمار در بازه زمانی ۴s تا ۱۶s ثابت است و معادل شیب خط است.

$$|\bar{\varepsilon}| = N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = 1 \times \frac{6}{12} = 0,5\text{V}$$

برای محاسبه $\frac{\Delta \phi}{\Delta t}$ که همان شیب نمودار است، تغییرات عمودی در بازه ۴s تا ۱۶s را به تغییرات افقی تقسیم نموده‌ایم.

۲۰۰. گزینه ۱ درست است.

کافی است توجه کنید شار مغناطیسی با کسینوس تغییر می‌کند و نیروی محرکه القایی با سینوس:

$$\phi = \phi_{\max} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \left| \frac{\phi}{\phi_{\max}} \right| = \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}} \right| = \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

شیمی

۲۰۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا، آرایش الکترونی اتم‌های برانگیخته متفاوت از حالت پایه است.

۲۰۲. گزینه ۴ درست است.

زیرا مطابق آرایش الکترونی $^{40}_{19}\text{K}$ ، این عنصر ۱۲ الکترون ظرفیتی دارد ولی تنها ظرفیت ۲+ آن پایدار است.

۲۰۳. گزینه ۱ درست است.

$$\text{زیرا، داریم: } \text{جرم اتمی میانگین} = \frac{1 \times 99 + 12 \times 97}{13} = 97,15$$

۲۰۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا، ایزوتوپ ^3H ، دارای ۶ نوترون است و طی مه‌بانگ انرژی آزاد شده و تشکیل عنصرها در مراحل بعدی بوده است.

۲۰۵. گزینه ۳ درست است.

۲۰۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا X عنصر ۴ ظرفیتی و در دوره ششم فلز است و Z عنصر دو ظرفیتی و در دوره دوم نافلز است.

۲۰۷. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

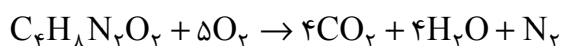
$$t = -15 - 1,125\text{h}$$

$$t = -15 - 1,125 \times 60 = -82,5^\circ\text{C}$$

$$T = 273 + \theta = 273 - 82,5 = 190,5\text{K}$$

۲۰۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$A = C_4H_8N_2O_2 = 116 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\frac{116 \text{ gA}}{22 \text{ gA}} \mid \frac{22/4 \text{ LN}_2}{x} \Rightarrow x = 4/24 \text{ LN}_2$$

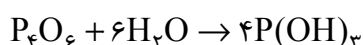
۲۰۹. گزینه ۳ درست است.

۲۱۰. گزینه ۱ درست است.

زیرا این مولکول در مجموع شامل ۱۷ جفت الکترون ناپیوندی و ۱۶ جفت الکترون پیوندی است.

۲۱۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا، اکسید این نافلز در آب تولید اسید می کند و داریم:



$$\frac{220 \text{ P}_4\text{O}_6}{11 \text{ gP}_4\text{O}_6} \mid \frac{4 \text{ molP(OH)}_3}{x} \quad x = 0.2 \text{ mol}$$

$$\text{غلظت مولار} = \frac{0.2 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

۲۱۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{مصرف سالانه برق} = 10^6 \text{ kwh} \times 365 = 3.65 \times 10^8 \text{ kwh}$$

$$\text{تولید CO}_2 \text{ سالانه} = 3.65 \times 10^8 \text{ kwh} \times 0.9 \frac{\text{kgCO}_2}{1 \text{ kwh}} = 3.285 \times 10^8 \text{ kgCO}_2$$

$$\frac{20 \text{ kgCO}_2}{x} \mid \frac{3.285 \times 10^8 \text{ kgCO}_2}{x} \quad x \approx 1.64 \times 10^7$$

۲۱۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{حجم گاز O}_2 \text{ باقی مانده} = 5 \times 10^4 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{32 \text{ gO}_2} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ molO}_2} \times \frac{70}{100} = 2.45 \times 10^4 \text{ LO}_2$$

$$\text{حجم گاز O}_2 \text{ تولید شده} = 15 \times 10^3 \text{ gO}_3 \times \frac{1 \text{ molO}_3}{48 \text{ gO}_3} \times \frac{22.4 \text{ LO}_3}{1 \text{ molO}_3} = 7 \times 10^3 \text{ LO}_3$$

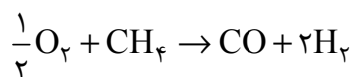
$$\text{حجم کل} = 7 \times 10^3 + 24.5 \times 10^3 = 3.15 \times 10^4 \text{ L}$$

۲۱۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\frac{3 \times 22.4 \text{ LH}_2}{x} \mid \frac{2 \times 17 \text{ gNH}_3}{10^9 \text{ gNH}_3}$$

$$x = 1.98 \times 10^9 \text{ LH}_2 = 1.98 \times 10^6 \text{ m}^3$$

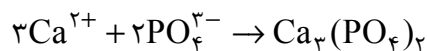


و با توجه به نسبت استوکیومتری H_2 و CH_4 در این معادله، مصرف گاز متان نصف مصرف گاز هیدروژن خواهد بود.

$$m^3 CH_4 = 1/98 \times 10^6 \div 2 \approx 10^6 m^3 CH_4$$

۲۱۵. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$Ca^{2+} \text{ جرم} = 20 L \times \frac{0.05 g}{L} = 10 g$$

$3 \times 40 g Ca$	$2 \times 164 Na_3PO_4$	
$10 g$	x	$x = 27.3 g$

۲۱۶. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم: (هر مول این ترکیب معادل دو مول آمونیوم است.)

$$A = (NH_4)_2CO_3 = 96 g \cdot mol^{-1}$$

$$gA = 0.25 L \times \frac{0.015 mol}{L} \times \frac{1 mol A}{2 mol} \times \frac{96 g A}{1 mol A} \times \frac{100}{85} = 0.2 g$$

۲۱۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا غلظت یونهای Mg^{2+} در آب دریا بیشتر از کلسیم است و برای جداسازی Mg^{2+} آن را به صورت هیدروکسید رسوب می دهند.

۲۱۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{محلول } 180 g = 100 g \text{ آب} + 80 g \text{ نمک} \Rightarrow \text{در دمای } 5^\circ C$$

$180 g$ محلول	$80 g$
$2000 g$ محلول	x

$$x = 889 g \text{ نمک} \Rightarrow 1111 g H_2O$$

$20^\circ C$ در دمای	$100 g$ آب	$20 g$ نمک	x
	$1111 g$ آب	x	$x = 222 g$ (محلول) نمک

$$\text{رسوب} = 889 - 222 = 667 g = \text{جرم رسوب}$$

۲۱۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$S = 1/8 + 0.25 \times 50 = 14.3 g / 100 g H_2O \Rightarrow 143 g / 1000 g H_2O$$

$$1143 g = 1000 g \text{ آب} + 143 g \text{ نمک} = \text{جرم محلول اشباع}$$

$$1100 g = \text{جرم محلول (1L)}$$

1143 محلول اشباع	$143 g$ نمک
$1100 g$ محلول اشباع	x

$$x = 137.6 g \text{ نمک}$$

$$\text{مول نمک} = 137.6 g \times \frac{1 mol}{80 g} = 1.72 mol \cdot L^{-1}$$

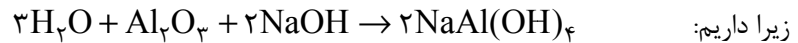
۲۲۰. گزینه ۴ درست است.

$$\text{PPm} = \frac{0.06\text{g}}{100\text{g}} \times 10^6 = 600\text{ppm} \quad \text{زیرا داریم:}$$

$$\text{جرم گاز در } 10 \text{ کیلوگرم آب} = \frac{0.06\text{g}}{100\text{g}} \times 10000\text{g} = 6\text{gNO}$$

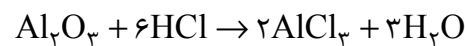
$$\frac{30\text{gNO}}{6\text{gNO}} \quad \left| \quad \frac{22.4\text{LNO}}{x} \right. \quad x = 4.48\text{L}$$

۲۲۱. گزینه ۱ درست است.



$$\Rightarrow x = 0.39\text{mol} \quad \left| \quad \frac{102\text{Al}_2\text{O}_3}{20\text{gAl}_2\text{O}_3} \right| \quad \frac{2\text{molNaOH}}{x}$$

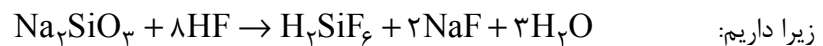
حجم NaOH 0.1 مولار $\approx 4\text{L}$



$$\frac{102\text{Al}_2\text{O}_3}{5\text{gAl}_2\text{O}_3} \quad \left| \quad \frac{2\text{molAl}^{3+}}{x} \right. \quad x = 0.098\text{molAl}^{3+}$$

$$\text{غلظت محلول} = \frac{0.098}{0.5} \approx 0.2\text{mol.L}^{-1}$$

۲۲۲. گزینه ۳ درست است.



$$? \text{mLHF} = 20\text{gNa}_2\text{SiO}_3 \times \frac{1\text{molNa}_2\text{SiO}_3}{122\text{gNa}_2\text{SiO}_3} \times \frac{8\text{molHF}}{1\text{molNa}_2\text{SiO}_3} \times \frac{1000\text{mL}}{2\text{molHF}} \times \frac{100}{100} = 525\text{mL}$$

۲۲۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم: $4\text{g} = \text{جرم آهن حل شده}$

$$\frac{56\text{gFe}}{4\text{gFe}} \quad \left| \quad \frac{22400\text{mLH}_2}{x} \right. \quad x = 1600\text{mL}$$

۲۲۴. گزینه ۱ درست است.

۲۲۵. گزینه ۳ درست است.

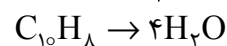


$$\frac{56\text{gC}_6\text{H}_8}{5.6\text{gC}_6\text{H}_8} \quad \left| \quad \frac{216\text{gC}_6\text{H}_8\text{Br}_2}{x} \right. \quad x = 21.6\text{g}$$

۲۲۶. گزینه ۱ درست است.



$$\frac{78\text{gC}_6\text{H}_6}{10\text{gC}_6\text{H}_6} \quad \left| \quad \frac{3 \times 18\text{gH}_2\text{O}}{x} \right. \quad x = 6.9\text{gH}_2\text{O}$$



$$\frac{128\text{gC}_{10}\text{H}_8}{10\text{gC}_{10}\text{H}_8} \quad \left| \quad \frac{4 \times 18\text{gH}_2\text{O}}{y} \right. \quad y = 5.6\text{g}$$

که تفاوت جرم این دو برابر $\frac{1}{3}$ گرم است.

۲۲۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

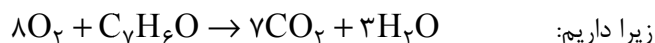
$$\text{انرژی گرمایی} = 50 \text{ g} \times 35 \text{ kJ.g}^{-1} = 1750 \text{ kJ}$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$1750 \times 10^6 \text{ J} = m \times 4.2 \times 50$$

$$m = 8300 \text{ g}$$

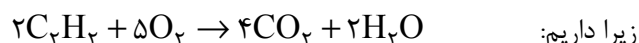
۲۲۸. گزینه ۳ درست است.



$$\frac{106 \text{ g C}_7\text{H}_6\text{O}}{1 \text{ g C}_7\text{H}_6\text{O}} \mid \frac{7 \times 44 + 3 \times 18}{x} \Rightarrow x = 3.4 \text{ g}$$

فراورده‌ها

۲۲۹. گزینه ۴ درست است.



$\Delta H =$ (مجموع انرژی پیوندهای به وجود آمده) - (مجموع انرژی پیوندهای شکسته شده)

$$\Delta H = (4 \times 415 + 2 \times 839 + 5 \times 495) - (8 \times 800 + 4 \times 463) = -2439 \text{ kJ}$$

۲۳۰. گزینه ۱ درست است.



$$\frac{2 \times 17 \text{ g NH}_3}{10^6 \text{ g NH}_3} \mid \frac{92 \text{ kJ}}{x} \Rightarrow x = 2.7 \times 10^6 \text{ kJ.h}^{-1}$$

$$\text{سرعت تولید گرما} = \frac{2.7 \times 10^6 \text{ kJ}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 7.5 \times 10^2 \text{ kJ.s}^{-1}$$

۲۳۱. گزینه ۲ درست است.



$$\Rightarrow x = 1.6 \text{ mol} \quad \frac{124 \text{ g P}_4}{200 \text{ g P}_4} \mid \frac{1 \text{ mol}}{x}$$

بنابراین $\frac{3}{2}$ مول کلسیم فسفات در هر دقیقه مصرف می‌شود و داریم:

$$R = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{3.2 \text{ mol}}{60 \text{ s}} = 5.3 \times 10^{-2} \text{ mol.s}^{-1}$$

و چون ضریب استوکیومتری P_4 برابر ۱ است، سرعت واکنش با سرعت تولید آن برابر است.

$$R = \frac{1.6 \text{ mol}}{60 \text{ s}} = 2.6 \times 10^{-2} \text{ mol.s}^{-1}$$

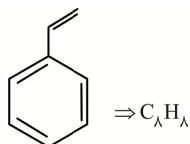
واکنش

۲۳۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا، این پلیمر، از نوع پلی‌استر نمی‌باشد.

۲۳۳. گزینه ۱ درست است.

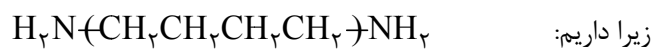
زیرا داریم:



$$\text{شمار مول اتم‌های هیدروژن} = 10^4 \times 8 \times \frac{1 \text{ mol}}{6,02 \times 10^{23}} = 1,33 \times 10^{-19} \text{ mol}$$

۲۳۴. گزینه ۴ درست است.

۲۳۵. گزینه ۲ درست است.



$$m_1 = 166g \quad m_2 = 88$$