

آزمون آزمایشی ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: فصل ۱ تا انتهای فصل ۳ (صفحه ۱ تا ۶۹)

ریاضی ۱: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۷۰)

۱- اگر $\frac{x-2y}{x^2} = \frac{1}{25}$ و $\frac{3x-y}{y^2} = \frac{1}{39}$ باشد، حاصل $x-y$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۲- اندازه قطر یک مربع واسطه هندسی اندازه محیط و مساحت آن است. اندازه ضلع این مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

۳- اوساط اضلاع یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۲ سانتی متر را به یکدیگر وصل می کنیم. مساحت شش ضلعی منتظم به وجود آمده کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۴- اگر $\sin^2 x = 2(\cos^2 x - \tan^2 x)$ مقدار $\cot^2 x$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

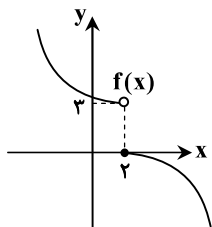
۵- دامنه و برد تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ به صورت $D_f = [0, 3]$ و $R_f = [c, d]$ هستند. تابع خطی گذرا از نقاط $A(0, c)$ و $B(3, d)$ کدام است؟

- (۱) $3y - 4x - 3 = 0$ (۲) $3y - 4x + 3 = 0$ (۳) $4y - 3x - 3 = 0$ (۴) $4y - 3x + 3 = 0$

۶- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = (a+1)x^2 + 2x + b(x+c)$ تابع همانی باشد، حاصل $f(a+b+c)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۷- اگر نمودار f مطابق شکل زیر باشد، حدود x کدام باشد تا نمودار $f(x^2 + 3x)$ پایین تر از نمودار $f(3x^2 + 1)$ باشد؟



(۱) $x > 1$

(۲) $x < 1$

(۳) $0 < x < 2$

(۴) $0 < x < 3$

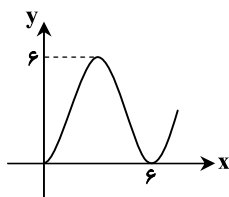
۸- شکل روبه رو بخشی از نمودار $y = a + b \cos \frac{\pi x}{3}$ است. مقدار b کدام است؟

(۱) ۶

(۲) -۶

(۳) ۳

(۴) -۳



محل انجام محاسبات:

۹- حد راست و حد چپ تابع $f(x) = \frac{[x^2] - 9}{x^2 - 9}$ در نقطه $x = 3$ به ترتیب کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

- (۱) $+\infty$ و صفر (۲) $-\infty$ و صفر (۳) صفر و $+\infty$ (۴) صفر و $-\infty$

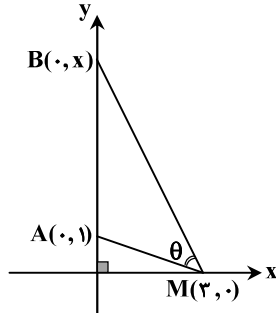
۱۰- اگر $f(x) = (x^4 - 1)(x^4 - 1) - x^{24}$ ، باقی مانده $f(x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۱- اگر $\tan 20^\circ = \alpha$ ، مقدار $\cot 155^\circ$ بر حسب α کدام است؟

- (۱) $\frac{\alpha + 1}{1 - \alpha}$ (۲) $\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$ (۳) $\frac{1 + \alpha}{\alpha - 1}$ (۴) $\frac{1 - \alpha}{\alpha + 1}$

۱۲- در شکل زیر مقدار x کدام باشد تا زاویه θ برابر با 45° باشد؟



(۱) ۳/۵

(۲) ۶

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۳- تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x - 1$ بر بازه $[0, \pi]$ مفروض است. اگر نقطه A ماکزیمم و نقطه B مینیمم تابع f باشند. طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}$ (۲) $\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1}$ (۳) $\frac{\pi}{2} + 1$ (۴) $\frac{\pi}{2} - 1$

۱۴- اگر خطوط $x = 2$ و $y = 1$ ، مجانب‌های تابع $y = f(x - 1)$ باشند، نقطه برخورد مجانب‌های تابع $y = 1 - 3f(2x)$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{3}{2}, -2)$ (۲) $(\frac{1}{2}, -2)$ (۳) $(\frac{3}{2}, 0)$ (۴) $(\frac{1}{2}, 0)$

۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2 - 3x - 2x^2}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}$ کدام است؟

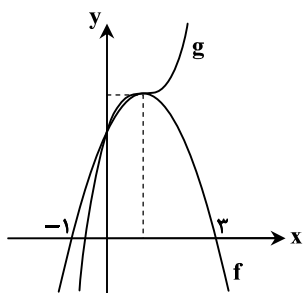
- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

۱۶- اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ و $\tan \alpha = \frac{2}{3m - 1}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ (۳) $(-\frac{1}{3}, 1) - \{\frac{1}{3}\}$ (۴) $(-3, -1)$

محل انجام محاسبات:

۱۷- در شکل زیر f یک سهمی و g یک چندجمله‌ای درجه سوم است. مقدار $\frac{g(3)}{g(1)}$ چقدر است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - x} + 3x}{2x - 1}$ ، حاصل $f\left(\frac{3x+1}{x+2}\right)$ کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)

هندسه

هندسه ۳: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس ۲ (صفحه ۹ تا ۴۶)

هندسه ۱: کل کتاب (صفحه ۹ تا ۹۶)

۱۹- در چهارضلعی $ABCD$ ، داریم: $\hat{A} = 120^\circ$ ، $\hat{D} = 60^\circ$ و $AB = DC = 4$. مساحت $ABCD$ چند برابر اندازه ضلع AD است؟

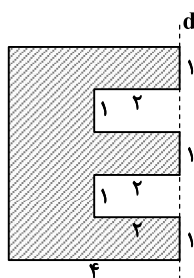
 $\sqrt{3}$ (۲)

۲ (۱)

 $2\sqrt{3}$ (۴)

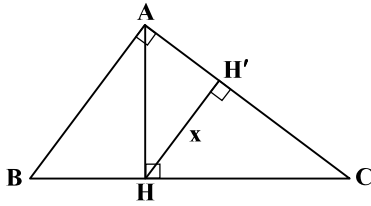
۴ (۳)

۲۰- اگر حرف E با ابعاد داده شده را حول خط d دوران دهیم، حجم شکل ایجاد شده کدام است؟

 64π (۱) 70π (۲) 72π (۳) 81π (۴)

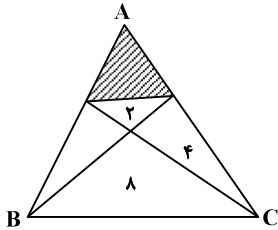
محل انجام محاسبات:

۲۱- در شکل زیر، اگر $AB = 3$ و $AC = 4$ ، مقدار x کدام است؟



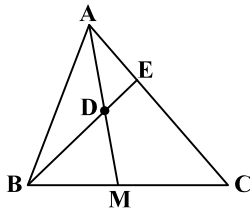
- (۱) $\frac{16}{5}$
- (۲) $\frac{12}{5}$
- (۳) $\frac{48}{25}$
- (۴) $\frac{64}{25}$

۲۲- در شکل زیر مساحت هر مثلث داخل آن نوشته شده است. مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۴

۲۳- در مثلث ABC، D وسط میانه AM است. نسبت $\frac{CE}{AE}$ کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

۲۴- اگر دو ماتریس $A + I$ و $2A$ وارون هم باشند، ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}I$
- (۲) $2A + \frac{3}{4}I$
- (۳) $\frac{3}{4}I - 2A$
- (۴) $2A - \frac{3}{4}I$

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل $\frac{|A + 2I|}{|A^{-1}|}$ کدام است؟

- (۱) ۷۲
- (۲) ۲
- (۳) -۷۲
- (۴) -۲

۲۶- بر روی محیط مربع ABCD، چهار نقطه یافت می شود که از مرکز مربع به فاصله ۱ است. طول ضلع مربع کدام می تواند باشد؟

- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $2\sqrt{2}$
- (۴) ۲

محل انجام محاسبات:

۲۷- معادله دایره‌ای که از نقطه $A(2, -1)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس باشد کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0 \quad (2) \qquad x^2 + y^2 - 2x + 3y + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0 \quad (3)$$

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^{2335} کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4) \qquad \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (2) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

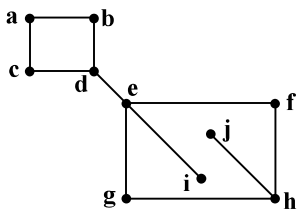
۲۹- نقطه A به طول -3 بر روی دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 45$ قرار دارد. اگر نقطه A در ناحیه دوم قرار داشته باشد و مماسی بر دایره در این نقطه رسم کنیم، خط مماس محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

$$6 \quad (4) \qquad 7 \quad (3) \qquad -7 \quad (2) \qquad -6 \quad (1)$$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس ۱ (صفحه ۱ تا ۴۲)

۳۰- در گراف روبه‌رو چند مسیر از a به h وجود دارد؟



۵ (۱)

۶ (۲)

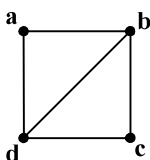
۳ (۳)

۴ (۴)

۳۱- اگر داشته باشیم: $\frac{4}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ، حاصل عبارت $\frac{(a+2b)^2}{3a^2}$ کدام است؟

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

۳۲- در گراف روبه‌رو، چند زیرگراف وجود دارد که در آن‌ها، درجه رأس b برابر ۳ باشد؟



۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبات:

۳۳- چند عدد طبیعی مانند b وجود دارد که در تقسیم عدد ۹۲۳ بر b ، خارج قسمت برابر ۹ و مقسوم علیه مضرب ۳ شود؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- اگر a مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۱۰ نباشد، باقی مانده تقسیم $a^2 + 7$ بر ۴ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۵- اگر $|a-2|$ و $|b-5|$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم $ab-10$ بر x کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۶- مجموع ارقام کوچک ترین عدد سه رقمی x که در معادله $13y + 8x = 1$ صدق می کند کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۳۷- اگر عدد صحیح a مضرب ۳ و باقی مانده تقسیم آن بر ۱۷ برابر ۸ باشد، باقی مانده تقسیم $\frac{a}{3}$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱

۳۸- در یک گراف -5 منتظم از مرتبه p ، رابطه $q = 3p - 4$ برقرار است. با حذف کردن چند یال، این گراف به گرافی -2 منتظم از مرتبه p تبدیل می شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۹- اگر عدد $3a4b21$ مضرب ۱۱ باشد، باقی مانده تقسیم این عدد بر ۹۹ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲۲ (۳) ۳۳ (۴) ۸۸

۴۰- با رأس های $\{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده با اندازه ۵ وجود دارد که در آن ها شرط $\deg(a) = 3$ برقرار باشد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

محصولات و خدمات سنجش و ارزشیابی گزینه دو

ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی



- آزمون های تستی جهت آمادگی در کنکور
- امکان برگزاری به صورت حضوری (با هماهنگی نمایندگی) و آنلاین
- ارائه آبرکارنامه هوشمند با امکان بررسی کامل عملکرد

ارزشیابی تشریحی



- ارزشیابی تشریحی از دروس دارای امتحان نهایی
- برگزاری و تصحیح به روش روبریک نویسی (ارائه بهترین و موثرترین بازخورد)
- سوالات استاندارد و هم سطح با امتحان نهایی

بانک سوال



- دسترسی به بیش از ۱۰۰ هزار سوال تستی و تشریحی
- امکان ساخت تمرین و برگزاری آزمون
- برطرف کردن نقاط ضعف با رفع اشکال هوشمند

آزمونک



- آزمون های آنلاین به صورت تک درس
- امکان مرور و جمع بندی موضوعی و مبحثی
- ارائه کارنامه و گزارش ها در کمتر از ۲۴ ساعت



نمایندگی



داوطلبان کنکور



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

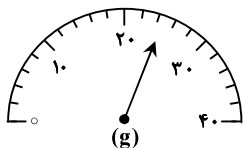


وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک

فیزیک ۳: فصل ۱ تا فصل ۳ ابتدای موج و انواع آن (صفحه ۱ تا ۶۹)
فیزیک ۱: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۴۹)

۴۱- شکل روبه‌رو، یک ترازوی عقربه‌ای و یک کولیس رقمی (دیجیتالی) را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری ترازو دقیقه و دقت اندازه‌گیری کولیس میلی‌متر است.



(۱) ۰/۱،۰۲

(۲) ۰/۰۱،۰۲

(۳) ۰/۱،۰۱

(۴) ۰/۰۱،۰۱

۴۲- درون یک کره فلزی به شعاع ۱۰ cm، حفره‌ای کروی شکل به شعاع ۲ ایجاد شده است. اگر جرم این کره $31/5 \text{ kg}$ و چگالی فلز آن

$$9000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

باشد، شعاع حفره (۲) چند سانتی‌متر است؟ ($\pi \approx 3$)

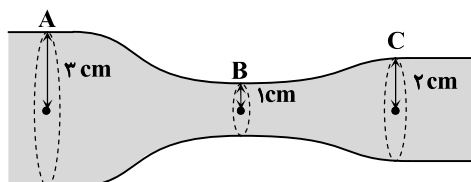
(۴) ۵

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۳- در لوله روبه‌رو، اگر تندی آب در مقطع A برابر با $4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، تندی آب در مقاطع B و C به ترتیب از راست به چپ چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟



(۱) ۳،۱۲

(۲) ۹،۱۲

(۳) ۳،۳۶

(۴) ۹،۳۶

۴۴- وقتی مقداری آب روی شیشه می‌ریزیم، سطح شیشه خیس می‌شود؛ زیرا نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. موهای یک قلم‌مو هنگام خروج از آب به هم می‌چسبند زیرا نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و موهای قلم‌مو از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.

(۴) کمتر - کمتر

(۳) کمتر - بیشتر

(۲) بیشتر - کمتر

(۱) بیشتر - بیشتر

۴۵- مطابق شکل، دو مایع A و B به ترتیب با چگالی‌های $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را در لوله U شکلی ریخته‌ایم.

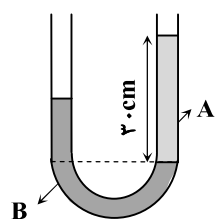
اگر ارتفاع مایع A در داخل لوله ۳۰ cm باشد، اختلاف سطح دو مایع در دو طرف لوله U شکل، چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۷/۵

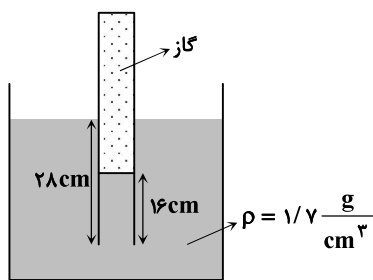
(۳) ۵

(۴) ۱۰



محل انجام محاسبات:

۴۶- در شکل روبه‌رو، فشار هوای محیط ۷۶ cmHg است. فشار گاز محبوس درون لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و



$$\rho = \frac{g}{13/6 \text{ cm}^3} \text{ جیوه}$$

۷۷ (۱)

۷۷/۵ (۲)

۷۸ (۳)

۷۸/۵ (۴)

۴۷- جسمی به جرم m از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی این جسم تا رسیدن به زمین ۵۴۰۰ J افزایش یافته و کار

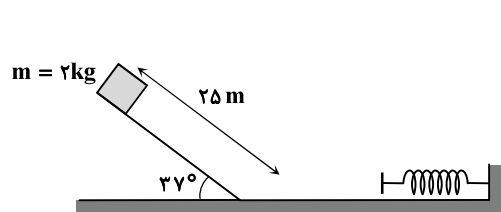
مقاومت هوا در طول این مسیر ۶۰۰ J باشد، جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۷/۵ (۴)

۶ (۳)

۴/۵ (۲)

۳ (۱)



۴۸- مطابق شکل، جرم $m = 2 \text{ kg}$ از بالای سطح شیب‌داری به طول ۲۵ متر که با افق زاویه ۳۷ درجه می‌سازد، از حال سکون رها شده و پس از رسیدن به پایین سطح و حرکت روی سطح افقی فنر را فشرده می‌سازد. در لحظه‌ای که تندی جسم به ۸ متر بر ثانیه می‌رسد، انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در فنر ۱۲۰ ژول می‌شود. اندازه کار نیروی اصطکاک تا این

لحظه چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۴۴ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۳۶ (۲)

۱۱۶ (۱)

۴۹- توان الکتریکی مورد نیاز شهری ۴۵۰ MW است و این توان از طریق مصرف سوخت در نیروگاهی با بازده ۴۰ درصد تأمین می‌شود. اگر انرژی تولیدی توسط خطوط انتقال، با بازده ۹۰٪ به شهر منتقل شده باشد، توان ورودی (حاصل از مصرف سوخت) به نیروگاه چند مگاوات است؟

۱۲۵۰ (۴)

۱۱۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۵۰۰ (۱)

۵۰- یک ظرف ۴۰ لیتری را از بنزین با دمای ۱۰°C و ضریب انبساط حجمی $10^{-3} \frac{1}{K}$ پر می‌کنیم و سپس صبر می‌نماییم تا دمای ظرف و بنزین به ۲۵°C برسد. در این صورت، چند لیتر بنزین از ظرف سرریز خواهد شد؟ (از تغییر حجم ظرف صرف نظر کنید).

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

۵۱- در کدام گزینه، تمام فرایندهای ذکر شده گرماگیر هستند؟

(۱) تبخیر سطحی - انجماد (۲) ذوب - تصعید (۳) چگالش بخار به جامد - انجماد (۴) تبخیر سطحی - میعان

۵۲- چند کیلوژول گرما لازم است تا ۵ kg یخ با دمای صفر درجه سلسیوس به آب با دمای ۱۰°C تبدیل شود؟

$$(L_F = 334 \frac{kJ}{kg} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K})$$

۱۸۸۰ (۴)

۱۶۷۰ (۳)

۱۴۶۰ (۲)

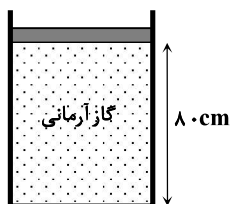
۲۱۰ (۱)

محل انجام محاسبات:

۵۳- در شکل روبه‌رو، گازی آرمانی درون استوانه و زیر پیستونی بدون اصطکاک با مساحت مقطع

20 cm^2 و وزن ناچیز قرار دارد. یک وزنه چند نیوتونی روی پیستون قرار دهیم تا پیستون در

دمای ثابت به اندازه 30 cm پایین آید و بایستند؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$)



۱۲۰ (۱)

۶۰ (۲)

۴۰ (۳)

۱۵۰ (۴)

۵۴- یک گاز آرمانی به حجم 2 L در فشار ثابت $1/5 \text{ atm}$ ، مقدار 14 J گرما به محیط می‌دهد و حجم آن 20% درصد کاهش می‌یابد. در این

فرایند، انرژی درونی گاز چند ژول تغییر می‌کند؟ ($1 \text{ atm} = 1.0^5 \text{ Pa}$)

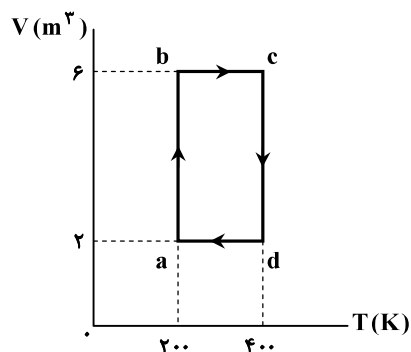
۱۶ (۴)

۴۶ (۳)

۶۰ (۲)

۷۴ (۱)

۵۵- مطابق شکل، گاز کاملی فرایندهای ab ، bc ، cd و da را طی می‌کند. نسبت بیشترین فشار و کمترین فشار گاز در طی این فرایندها کدام است؟



۱۲ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۴ (۴)

۵۶- کدام گزینه درباره ماشین‌های گرمایی درون‌سوز نادرست است؟

(۱) موتورهای دیزلی نمونه‌ای از ماشین‌های گرمایی درون‌سوز هستند.

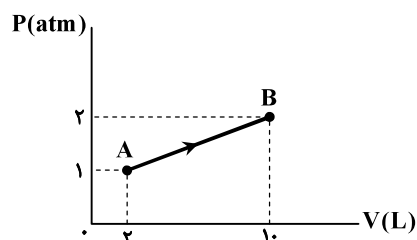
(۲) در مراحل ضربه تراکم و ضربه قدرت چرخه ماشین‌های بنزینی، فرایند به صورت بی‌دررو انجام می‌شود.

(۳) در مرحله تخلیه، تمام محصولات احتراق به صورت دود از دریچه خروجی خارج می‌شوند.

(۴) چهار فرایند از شش فرایند چرخه ماشین‌های بنزینی همراه با حرکت و جابه‌جایی پیستون است.

۵۷- نمودار $P-V$ مقداری گاز کامل مطابق شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در حالت A برابر 300 J و در حالت B برابر 3000 J باشد،

گرما داده شده به گاز در فرایند AB چند ژول است؟ ($1 \text{ atm} = 1.0^5 \text{ Pa}$)



۱۲۰۰ (۱)

۱۵۰۰ (۲)

۲۷۰۰ (۳)

۳۹۰۰ (۴)

محل انجام محاسبات:

۶۴- متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = ۵s$ با سرعت $۱۴ \frac{m}{s}$ از نقطه $x = ۴۹m$ عبور می‌کند و در لحظه

$t = ۱۰s$ سرعت آن به $۲۴ \frac{m}{s}$ می‌رسد. این متحرک با سرعت چند متر بر ثانیه از نقطه $x = ۱۰۰m$ عبور کرده است؟

- ۱۸ (۱) ۲۰ (۲) ۲۲ (۳) ۲۵ (۴)

۶۵- مطابق شکل، جرم طناب ناچیز است. اگر $F = ۸۰N$ و $m = ۳۰kg$ باشد، اندازه نیرویی که سطح زمین

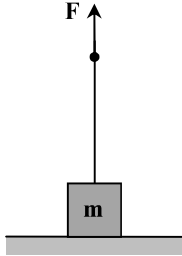
(تکیه‌گاه) بر وزنه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۳۸۰ (۱)

۲۲۰ (۲)

۳۰۰ (۳)

۱۴۰ (۴)



۶۶- مطابق شکل، وزنه با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده در حال حرکت به طرف راست است. اگر ضرایب اصطکاک وزنه با سطح تکیه‌گاه

$\mu_s = ۰/۳$ و $\mu_k = ۰/۲$ ، طول فنر در حالت عادی ۵۰ سانتی‌متر و طول فنر در این آزمایش ۵۵ سانتی‌متر باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر

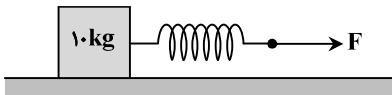
متر است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۱۰۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۲۰۰ (۳)

۸۰۰ (۴)



۶۷- یک سفینه فضایی در سطح زمین $۱/۵$ تن جرم دارد. جرم این سفینه در نقطه‌ای که از سطح زمین به اندازه ۲ برابر شعاع زمین فاصله دارد، چند کیلوگرم است؟

- $\frac{۵۰۰}{۳}$ (۱) ۷۵۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) صفر (۴)

۶۸- داخل یک آسانسور وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم توسط طنابی با جرم ناچیز از سقف آویخته شده است. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت

a_1 به مدت ۴ ثانیه بالا می‌رود. سپس به مدت ۱۰ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد و در پایان در مدت ۸ ثانیه با شتاب ثابت a_2 متوقف می‌شود. اگر اختلاف بیشترین و کمترین مقدار نیروی کشش طناب در این مدت ۳۰ نیوتون باشد، در مدتی که آسانسور با سرعت ثابت

حرکت می‌کند، اندازه سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

- ۱۲ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۶۹- جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از بالای یک بام به‌طور مایل پرتاب می‌شود و ۸ ثانیه طول می‌کشد تا به زمین برسد. در ۳ ثانیه دوم حرکت با

چشم‌پوشی از نیرویی که هوا بر جسم وارد می‌کند، اندازه تغییر تکانه جسم چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

- ۴۰ (۱) ۶۰ (۲) ۳۰ (۳) ۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات:

۷۰- یک خودرو به جرم ۱۲۰۰ کیلوگرم در جاده‌ای افقی پیچی به شعاع ۱۰۰ متر را طی می‌کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک‌ها و

سطح جاده $0/9$ باشد، تندی خودرو در پیچ حداکثر چند کیلومتر بر ساعت باشد تا بتواند بدون لغزیدن پیچ را طی کند؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۱۲۶ (۲) ۷۲ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۸

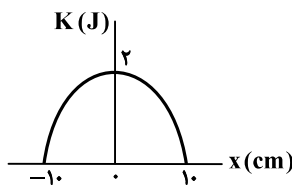
۷۱- دو ماهواره A و B روی مدارهای دایره‌ای به دور زمین می‌گردند. اگر جرم ماهواره A نصف جرم ماهواره B و انرژی جنبشی ماهواره A دو برابر انرژی جنبشی ماهواره B باشد، دوره حرکت ماهواره A چند برابر دوره حرکت ماهواره B است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۷۲- معادله مکان- زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/7 \cos 10\pi t$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی صفر تا $t = 0/35 s$ چند متر بر ثانیه است؟

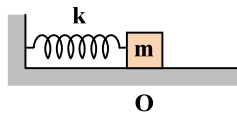
- (۱) $1/4$ (۲) $0/4$ (۳) $0/2$ (۴) $2/8$

۷۳- شکل روبه‌رو، نمودار انرژی جنبشی بر حسب مکان را برای یک نوسانگر جرم- فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک نشان می‌دهد. اگر جرم وزنه ۲۰۰ گرم باشد، در لحظه‌ای که تندی آن $\frac{1}{3}$ تندی بیشینه است، انرژی پتانسیل آن چند ژول می‌شود؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{8}{9}$
(۳) $\frac{16}{9}$
(۴) $\frac{4}{3}$

۷۴- مطابق شکل، وزنه متصل به فنر روی پاره‌خطی به طول ۲۰ سانتی‌متر حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر انرژی جنبشی وزنه در هنگام عبور از مرکز نوسان ۲ ژول باشد، بیشینه نیروی وارد بر آن چند نیوتون است؟ (سطح بدون اصطکاک است.)



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۴۰
(۴) ۸۰

۷۵- یک گلوله به جرم m به انتهای ریسمانی به طول L و جرم ناچیز آویخته شده است (آونگ ساده). گلوله با انحراف کمی از راستای قائم به نوسان درمی‌آید و در هر دقیقه ۲۰ نوسان انجام می‌دهد. اگر بخواهیم آونگ در هر دقیقه ۳۰ نوسان انجام دهد، می‌توانیم (از همه اصطکاک‌ها چشم‌پوشی نمایم و R_e شعاع زمین است.)

(۱) از گلوله با جرم $\frac{4}{9}m$ استفاده کنیم.

(۲) از ریسمان با طول $\frac{4}{9}L$ استفاده کنیم.

(۳) آونگ را با انحراف کمتری از راستای قائم به نوسان در آوریم.

(۴) آونگ را در فاصله $\frac{1}{3}R_e$ از سطح زمین به نوسان در آوریم.

محل انجام محاسبات:



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (صفحه ۱ تا ۶۶)

شیمی ۱: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۲۲)

۷۶- عنصر X، هم‌دوره با Fe ۲۶ و هم‌گروه با O ۸ است و عنصر Y تنها یک الکترون با n = ۳ دارد. میان این دو عنصر چند گاز نجیب قرار دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۷- شمار اتم‌های اکسیژن در ۲/۴ گرم گاز گوگرد تری‌اکسید با شمار اتم‌های گوگرد در چند گرم کربن دی‌سولفید برابر است؟

(C = ۱۲, O = ۱۶, S = ۳۲ : g · mol⁻¹)

- (۱) ۳/۴۲ (۲) ۶/۸۴ (۳) ۱۳/۶۴ (۴) ۱/۱۴

۷۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

(الف) الکترون یک اتم برای رفتن از n = ۱ به n = ۴، به میزان انرژی لایه چهارم، انرژی دریافت می‌کند.

(ب) میان گنجایش الکترونی یک لایه و پایداری آن رابطه مستقیم برقرار است.

(پ) نور مرئی، بخش وسیعی از گستره پرتوهای الکترومغناطیسی را دربر می‌گیرد.

(ت) نور سفید توسط منشور، به هفت طول موج رنگی پیوسته تجزیه می‌شود.

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۷۹- اتم عنصر A با دریافت دو الکترون و اتم عنصر B با از دست دادن یک الکترون به گونه‌هایی با آرایش الکترونی مشابه گاز نجیب تبدیل می‌شوند. بر این اساس، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) عنصر A متعلق به گروه ۱۶ جدول است که در لایه ظرفیت خود ۶ الکترون دارد.

(۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصر B نصف مقدار بار آنیون مربوط به عنصر A است.

(۳) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از دو عنصر A و B به صورت AB_۲ است.

(۴) در مدل الکترون - نقطه‌ای اتم عنصر A، شمار تک‌الکترون‌ها دو برابر شمار آن‌ها در مدل الکترون - نقطه‌ای اتم عنصر B است.

۸۰- چنانچه براساس جدول زیر، به حجم معینی از هوای خشک، مقداری رطوبت بیفزاییم به گونه‌ای که درصد حجمی اکسیژن به ۱۸٪ برسد،

درصد حجمی نیتروژن به تقریب به کدام عدد خواهد رسید؟

نام گاز	درصد حجمی در هوای خشک
نیتروژن	۷۸
اکسیژن	۲۱
سایر گازها	۱

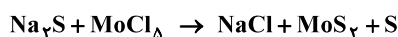
(۱) ۷۵

(۲) ۶۶/۹

(۳) ۷۲/۱

(۴) ۶۹

۸۱- در معادله شیمیایی داده‌شده، پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب مواد واکنش‌دهنده کدام است؟



(۴) $\frac{6}{11}$

(۳) $\frac{11}{6}$

(۲) $\frac{7}{13}$

(۱) $\frac{13}{7}$

محل انجام محاسبات:

۸۲- با توجه به جدول داده شده، در چند مورد، نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن مطابقت ندارد؟

نام	فرمول شیمیایی	نام	فرمول شیمیایی	دو
تری نیتروژن دی اکسید	N_2O_3	منیزیم اکسید	MnO	سه (۲)
مس (II) سولفید	Cu_2S	پتاسیم برمیت	KBr	چهار (۳)
کلسیم اکسید	CaO	سیلیسیم کلرید	$SiCl_4$	پنج (۴)

۸۳- شمار جفت الکترون های پیوندی در کدام گونه با شمار جفت الکترون های ناپیوندی در کربن دی سولفید برابر است؟

- (۱) کربن مونوکسید (۲) گوگرد دی اکسید (۳) گوگرد تری اکسید (۴) یون هیدروکسید

۸۴- چنانچه در شرایط STP، حجم اکسیژن مصرفی در سوختن کامل پروپان (C_3H_8) با حجم CO_2 تولید شده از تجزیه 0.2 مول

$C_3H_8N_2O_9$ برابر باشد، چند گرم پروپان در واکنش شرکت کرده است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



- (۱) $26/4$ (۲) $1/32$ (۳) $5/28$ (۴) $2/64$

۸۵- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) در تشکیل باریم یدید، هر دو عنصر به آرایش گاز نجیب زنون می رسند.
 (ب) شمار الکترون های مبادله شده در تشکیل یک مول آلومینیم اکسید، دو برابر همین شمار در یک مول سدیم فسفید است.
 (پ) ترکیب مولکولی آمونیوم نیترات ۸ پیوند کووالانسی دارد.
 (ت) نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در منیزیم نیتريد همانند گالیوم سولفید است.

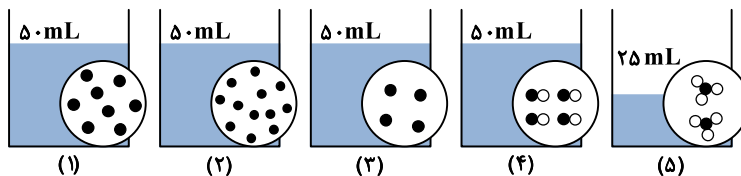
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- ۵۰ میلی لیتر محلول ۴ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی $1/1g \cdot mL^{-1}$ در ظرفی موجود است. اگر گرم آب به این محلول اضافه کنیم، در نهایت میلی لیتر محلول 0.1 مولار سدیم هیدروکسید خواهیم داشت. (چگالی محلول نهایی را ۱ گرم بر میلی لیتر

در نظر بگیرید.) ($NaOH = 40g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) 550.450 (۲) 500.450 (۳) 550.495 (۴) 500.495

۸۷- با توجه به شکل های زیر، چه تعداد از عبارات های داده شده درست است؟ (هر ذره حل شونده هم ارز با 0.1 مول است.)



- غلظت مولی محلول های (۱) و (۴) با هم برابر است.
- نسبت غلظت مولی محلول (۲) به محلول (۳) برابر با ۳ است.
- با افزودن محلول های (۱) و (۳) به یکدیگر، محلولی حاصل می شود که غلظت مولی آن با محلول (۲) برابر است.
- غلظت محلول های (۳) و (۴) برحسب ppm دقیقاً با هم برابر است.
- محلول (۵) کمترین غلظت مولی را نسبت به چهار محلول دیگر دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۸۸- در دمای 25°C محلول آبی به جرم ۴۵ گرم دارای $2/5$ گرم از ماده A است. با اضافه کردن ۷ گرم از ماده A به این محلول و هم زدن مخلوط، مقدار ۲ گرم ماده جامد ته ظرف باقی می ماند. بر این اساس کدام گزینه درست است؟

(۱) انحلال پذیری ماده A در دمای 25°C برابر با $\frac{g}{100g H_2O}$ ۱۵ است.

(۲) مخلوط نهایی محلولی فراسیر شده است که جرمی برابر با ۵۲ گرم دارد.

(۳) اگر در دمای 25°C ، در ۲۰۰ گرم آب، ۳۲ گرم از ماده A حل شده باشد، محلولی فراسیر شده است.

(۴) غلظت ماده A در تمام محلول های آبی سیر شده این ماده با دمای 25°C ، برابر با ۱۵ درصد جرمی است.

۸۹- کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

(الف) گاز نیتروژن نسبت به گاز کرین مونواکسید، دشوارتر مایع می شود.

(ب) انحلال پذیری گاز NO از گاز CO_2 در آب بیشتر است؛ زیرا NO برخلاف CO_2 ، مولکولی قطبی است.

(پ) نقطه جوش F_2 از HCl بیشتر ولی از HF کمتر است.

(ت) میزان قطبیت مولکول های آب نزدیک به دو برابر قطبیت مولکول های هیدروژن سولفید است.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۹۰- در فرایند اسمز معکوس،

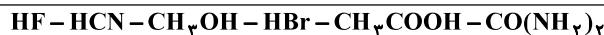
(۱) فشار ایجاد شده بر محلول غلیظ، کمتر از فشار هوا است.

(۲) مولکول های آب از محلول غلیظ، با عبور از غشاء خالص سازی می شوند.

(۳) یون های محلول از بخش رقیق تر وارد بخش غلیظ تر می شوند.

(۴) همه آلودگی ها به جز ترکیبات آلی فرار جدا می شوند.

۹۱- در بین مولکول های زیر، به ترتیب از راست به چپ، چند مولکول می توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند و چند ماده جزو اسیدهای قوی هستند؟



(۱) ۵، ۱ (۲) ۴، ۲ (۳) ۳، ۲ (۴) ۴، ۱

۹۲- چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟

(الف) صابون ها ترکیب های یونی هستند که در واحد فرمولی آن ها، یک کاتیون و یک آنیون مشاهده می شود.

(ب) با افزودن مقداری صابون به مخلوط آب و روغن، می توان مخلوطی پایدار و همگن ایجاد کرد.

(پ) در استرهای سنگین مانند اسیدهای چرب، نیروی بین مولکولی غالب، پیوند هیدروژنی است.

(ت) برای افزایش قدرت پاک کنندگی صابون در آب های سخت، می توان به آن سدیم فسفات اضافه کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- به ۲ لیتر آب دارای یون کلسیم با غلظت $0/005$ مول بر لیتر، $7/08$ گرم صابون جامد اضافه شده است. پس از انجام واکنش و رسوب کردن تمام یون های کلسیم، غلظت صابون باقی مانده در مخلوط، $0/005$ مول بر لیتر است. فرمول شیمیایی صابون مورد نظر کدام است؟

(حجم را ثابت و زنجیر هیدروکربنی صابون را سیر شده در نظر بگیرید.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{COONa}$ (۲) $\text{C}_{13}\text{H}_{25}\text{O}_2\text{Na}$ (۳) $\text{C}_{11}\text{H}_{21}\text{COONa}$ (۴) $\text{C}_{14}\text{H}_{27}\text{O}_2\text{Na}$

۹۴- اگر درجه یونش اسید ضعیف HA، چهار برابر درجه یونش اسید ضعیف HB و غلظت مولی اسید HB، ۱۰ برابر غلظت مولی اسید HA باشد، نسبت ثابت یونش اسید HA به اسید HB به تقریب چند است؟

(۱) $1/6$ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۶ (۴) $0/16$

محل انجام محاسبات:

۹۵- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه در مورد اسید ضعیف HF نادرست است؟

شماره	غلظت تعادلی گونه‌های شرکت‌کننده (mol·L ⁻¹)		
	[H ⁺]	[F ⁻]	[HF]
۱	۱/۷۵ × ۱۰ ^{-۲}	۱/۷۵ × ۱۰ ^{-۲}	۰/۵۲
۲	۱/۳۱ × ۱۰ ^{-۲}	۱/۳۱ × ۱۰ ^{-۲}	۰/۲۹
۳	۲/۴۳ × ۱۰ ^{-۲}	۲/۴۳ × ۱۰ ^{-۲}	۱/۰

(۱) هر چه محلول غلیظ‌تر باشد، ثابت یونش اسید تغییر محسوسی نخواهد کرد.

(۲) هر چه محلول غلیظ‌تر باشد، غلظت یون‌ها در آن بیشتر است.

(۳) هر چه محلول غلیظ‌تر باشد، درجه یونش اسید بیشتر است.

(۴) هر چه محلول غلیظ‌تر باشد، غلظت اسید یونیده شده بیشتر است.

۹۶- در دمای اتاق، pH محلول ۰/۰۱ مولار KOH چند برابر pH محلول ۰/۰۱ مولار نیتریک اسید است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۷- در دمای اتاق، ۵۰۰ میلی‌لیتر شیره معده با pH = ۲/۷ توسط چند میلی‌لیتر شیر منیزی با pH = ۱۲/۳ خنثی می‌شود؟ (log ۲ ≈ ۰/۳)

(۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

۹۸- در بین عبارات‌های زیر چند عبارت درست است؟

(الف) برخی فلزها مانند طلا و پلاتین با عنصر فعال اکسیژن واکنش نمی‌دهند.

(ب) در واکنش منیزیم با اکسیژن، نیم‌واکنش کاهش به صورت $2O^{2-}(s) + Fe \rightarrow O_2(g)$ است.

(پ) در واکنش آلومینیم با هیدروکلریک اسید، براساس نسبت‌های مولی، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

(ت) در هر واکنش شیمیایی، هنگامی که بار الکتریکی یک گونه مثبت‌تر می‌شود، آن گونه اکسایش یافته است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- کدام موارد از مطالب زیر درباره واکنش $Zn + H^+ + NO_3^- \rightarrow Zn^{2+} + NH_4^+ + H_2O$ ، درست است؟

(الف) گونه‌های Zn^{2+} و NO_3^- به ترتیب کاهنده و اکسنده هستند.

(ب) نسبت ضریب ماده اکسنده به کاهنده پس از موازنه، برابر ۰/۲۵ است.

(پ) در معادله موازنه شده، مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها از مجموع ضرایب فرآورده‌ها، ۶ واحد بیشتر است.

(ت) طی این واکنش، ۸ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «ت» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۱۰۰- در سلول گالوانی Cu - Ag به‌ازای کاهش ۱/۶ گرم از جرم تیغه آندی، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟

(Cu = ۶۴, Ag = ۱۰۸ : g·mol⁻¹)

(۱) ۰/۰۲۵ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۵

۱۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در آبکاری قاشق آهنی با نقره، قاشق را به قطب منفی باتری متصل می‌کنند.

(۲) فرآورده کاتدی در فرایند هال، گاز کربن‌دی‌اکسید است.

(۳) ظرف مسی برای نگهداری هیدروکلریک اسید مناسب، ولی ظرف آهنی نامناسب است.

(۴) در باتری دگمه‌ای روی-نقره، فلز روی به روی اکسید تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات:

۱۰۲- نیم واکنش $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$ در چه تعداد از فرایندهای زیر مشاهده می شود؟

- واکنش کاتدی خوردگی حلبی خراشیده شده در هوای مرطوب
 - واکنش کاتدی سولول سوختی هیدروژن
 - واکنش کاتدی برقکافت آب
 - واکنش کاتدی سولول سوختی هیدروژن
 - واکنش کاتدی خوردگی آهن در محیط اسیدی
- (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

۱۰۳- در بین عبارتهای زیر، چند عبارت درست است؟

- (الف) فلز سدیم یک کاهنده قوی است که در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی شود.
 - (ب) فلز سدیم از برقکافت سدیم کلرید محلول در یک سلول الکترولیتی حاصل می شود.
 - (پ) فلز منیزیم از برقکافت منیزیم کلرید مذاب تهیه می شود.
 - (ت) در برقکافت سدیم کلرید مذاب، افزودن کلسیم کلرید به سدیم کلرید باعث می شود تا فلز کلسیم در کاتد تولید شود.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- با فرض اینکه در فرایند حال بتوان از سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن جهت تأمین انرژی الکتریکی استفاده نمود، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) به ازای مصرف هر مول گاز کاهنده در سلول سوختی، سه مول فلز در فرایند حال تولید می شود.
- (۲) تیغه های آندی در هر دو سلول، با گذشت زمان از بین می روند.
- (۳) به ازای تولید هر مول Al در فرایند حال چهار مول آب در سلول سوختی تولید می شود.
- (۴) در معادله موازنه شده دو سلول، مجموع حجم گازهای مصرف شده در سلول سوختی هیدروژن با حجم گاز تولید شده در فرایند حال در شرایط یکسان برابر است.

۱۰۵- عدد اکسایش اتم مرکزی در ردیف از ستون از بقیه کوچک تر است.

(II)	(I)	ستون	
		ردیف	
SF ₆	ClO ₂	۱	
HNO ₂	CH ₂ O	۲	
SO ₂	CCl ₄	۳	

(I) ، ۱ (۱)

(I) ، ۲ (۲)

(II) ، ۳ (۳)

(II) ، ۲ (۴)

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داوودندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

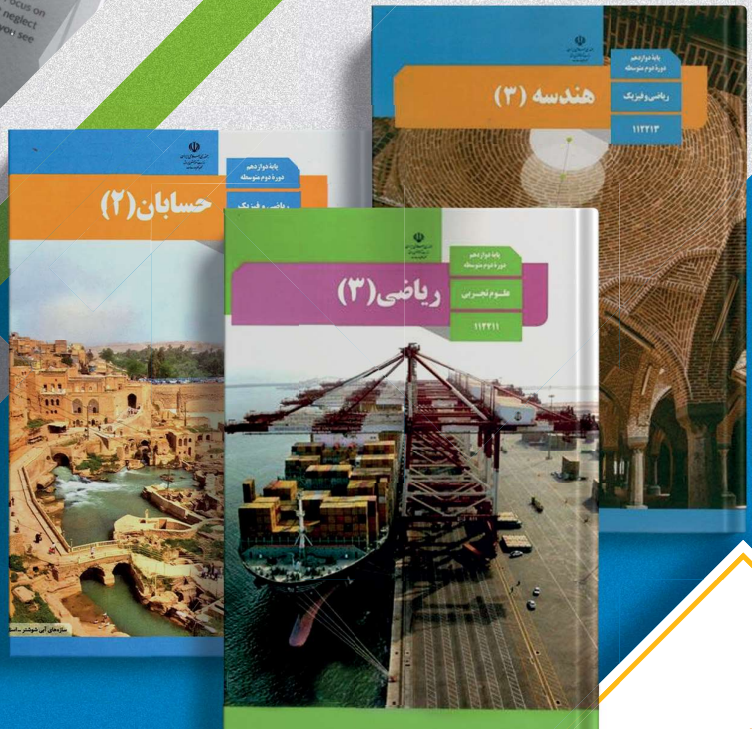
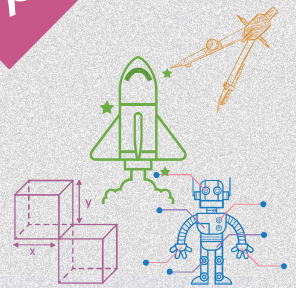
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۱۹ اردیبهشت ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۴



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهدو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۲۵ گزینه دو، در روز سه شنبه ۲۳ اردیبهشت ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲۴ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

گروه ریاضی

مجموعه اساتید تدریس ریاضی
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۳

کارشناسان	طراحان	مستوفول درس: علی افضل زاده دستياران: عباس سعیدی - امين کبیری
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفيع زاده • ایمان اردستانی	حسابان و ریاضی پایه
محمد امين خدابنده • امير ورودي	سيد محسن میراسلامی • علی نعمت	مستوفول درس: سعید اکبرزاده دستيار: هادی کاظم نژاد
محمد امين خدابنده • امير ورودي	علیرضا شریف خطیبی • امیررضا پورحسینی	مستوفول درس: سعید اکبرزاده دستيار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • علی افضل زاده	مستوفول درس: ایمان اردستانی دستياران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
	وحید رباعی	مستوفول درس: حسین افسری دستياران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی

گروه علوم

مجموعه اساتید تدریس علوم
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۳

کارشناسان	طراحان	مستوفول درس: امير کبیری راد
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور مرتضی فرهمند	محمد بازویگی • علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل فرزاد صادقیان	زیست شناسی
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی مریم گلی حسینلو	علی نعیمی • احمد رضوانی جمال خم حاجی	مستوفول درس: منصور داودوندی دستيار: ساناز دریکوندی
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاء الله سلیمانی • شهرام ملاصالحی محمد علی توسلی فر	مستوفول درس: شهرام شاه پرویزی
فرزانه سعیدی • روزبه اسحاقیان آیلتا هرطونیان	فرزانه رجایی • فرزانه سعیدی	مستوفول درس: شکبیا کریمی

گروه انسانی

مجموعه اساتید تدریس انسانی
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۳

کارشناسان	طراحان	مستوفول درس: محمدرضا پیرو
سید محمد صادق حسام زاده • سپهر سالار کیا محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	محمدرضا لمسه چی • ابوالفضل قاضی عماد فیض آبادی • علی عطری	علوم و فنون ادبی
نیایش غریبی • هستی ناصح مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • آریتا بیدقی محمد زمان کبیر • علیرضا مختاری	مستوفول درس: الهام رضایی دستيار: فاطمه صفری
فاطمه انوری • ثنا کاشیان	سیده ضحی سکاکی • سیمین زاهدی مهدی زاهدی	مستوفول درس: سیده ضحی سکاکی دستيار: حسین اصفهانی
فاطمه نظری • سارا حمزه یکتا فضل الهی • مهتاب شیرازی صبا پهلوان	اسرافیل قربانیپور • کاظم غلامی پدرام علیمردادی • حمید جوهری مجد عرفان جالیزی • پویا رضاداد	مستوفول درس: پویا رضاداد
مهتاب شیرازی • علی سلوکی	بهرز یحیی • شهرام امامی فاطمه نبی • نگار مروتی	مستوفول درس: مهسا اصغری دستيار: ثنا کاشیان
مهتاب شیرازی • علی سلوکی	شهرام امامی • بهروز یحیی نگار مروتی	مستوفول درس: الناز گنج کار دستيار: الهه ریاحی نسب
مهتاب پیشه • مهدی مشایخی محمد علی مهرآبادی • فرزاد مختاری نژاد	حمید سودیان طهرانی • علی اکبر آخوندی مهدی لاچوردی	مستوفول درس: سعید رحیمیان دستياران: منصور کاظم بیگی - محمد حسین خدام
کوثر رعدی	حسین خاکساری • میترا چینی ساز محمدرضا مبارکی • بن بدری	مستوفول درس: امیر محمد بیگی دستيار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

نکته: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

دو رابطه داده شده را طرفین وسطین می‌کنیم و سپس از اتحادها استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2y = 25 \\ 3xy^2 - y^3 = 39 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 64 \Rightarrow (x-y)^3 = 64 \Rightarrow x-y = 4$$

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: اگر a, b, c به ترتیب تشکیل دنباله هندسی دهند، b را واسطه هندسی a و c گوئیم و داریم: $b^2 = ac$

اگر ضلع مربع برابر x باشد، قطر آن $\sqrt{2}x$ ، محیط آن $4x$ و مساحت آن x^2 است، پس داریم:

$$(\sqrt{2}x)^2 = 4x \times x \Rightarrow 2x^2 = 4x^2 \Rightarrow 4x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow 2x^2(2x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غرق} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

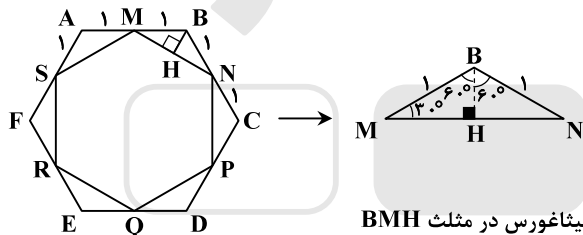
▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی منتظم برابر است با: $(n-2) \times 180^\circ$

نکته ۲: در هر مثلث قائم‌الزاویه سینوس هر زاویه حاده برابر است با: ضلع مقابل وتر

نکته ۳: مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با: $S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

با توجه به شکل، طول ضلع شش ضلعی منتظم به وجود آمده را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید در مثلث متساوی الساقین BMN زاویه رأس B برابر 120° است:



هر زاویه شش ضلعی منتظم $= \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{BH}{BM} = \frac{BH}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow BH = \frac{1}{2}$$

رابطه فیثاغورس در مثلث BMH : $(MH)^2 + (BH)^2 = 1$

طول ضلع شش ضلعی جدید $MN = \sqrt{3}$ $\Rightarrow MH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\xrightarrow{2MH=MN}$

بنابراین: $S = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\sqrt{3})^2 = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: اتحاد مثلثاتی زیر برای هر زاویه دلخواه x برقرار است:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \begin{cases} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \\ 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \end{cases}, \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

تساوی داده شده را با استفاده از اتحادهای مثلثاتی ساده می‌کنیم:

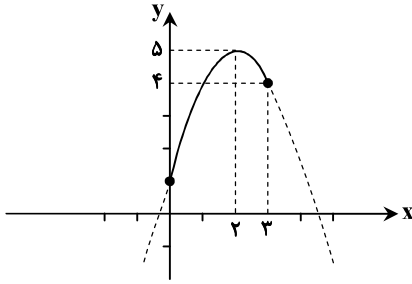
$$\sin^2 x = 2(\cos^2 x - \tan^2 x) \Rightarrow 1 - \cos^2 x = 2(\cos^2 x - \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}) = 2(\frac{\cos^4 x - 1 + \cos^2 x}{\cos^2 x})$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \cos^4 x = 2\cos^4 x - 2 + 2\cos^2 x \Rightarrow 3\cos^4 x + \cos^2 x - 2 = 0 \Rightarrow 3(\cos^2 x)^2 + \cos^2 x - 2 = 0$$

معادله درجه دو با متغیر $\cos^2 x$ \rightarrow $\begin{cases} \cos^2 x = -1 & \text{غرق} \\ \cos^2 x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2 \end{cases}$

۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

ابتدا نمودار تابع درجه دوم داده شده را در دامنه $[0, 3]$ رسم می‌کنیم:



$$\text{طول رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$$

$$\text{عرض رأس سهمی} = f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 1 = 5$$

$$f(0) = 1$$

$$f(3) = -(3)^2 + 4(3) + 1 = 4$$

مطابق نمودار برد این تابع به صورت $R_f = [1, 5]$ است. حال کافی است معادله

خطی که از دو نقطه $(0, 1)$ و $(3, 4)$ می‌گذرد را بنویسیم:

$$\text{شیب: } \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

$$\text{نقطه } (0, 1) \text{ روی خط است} \rightarrow 1 = \frac{4}{3}(0) + b \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{3}x + 1 \xrightarrow{\times 3} 3y - 4x - 3 = 0$$

۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: تابع همانی دارای ضابطه $f(x) = x$ است یعنی هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر می‌شود.

با توجه به تعریف تابع همانی باید ضریب x برابر ۱ بوده و سایر عبارات متحد با صفر باشند. اگر ضابطه f را مرتب بنویسیم، داریم:

$$f(x) = (a+1)x^2 + 2x + b(x+c) \Rightarrow f(x) = (a+1)x^2 + (2+b)x + bc$$

$$\xrightarrow{\text{تابع همانی: } f} \left. \begin{array}{l} a+1=0 \\ 2+b=1 \\ bc=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a=-1, b=-1, c=0 \Rightarrow a+b+c=-2 \Rightarrow f(a+b+c) = f(-2) = -2$$

۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: تابع f را در یک بازه اکیداً نزولی می‌گوییم اگر برای هر دو مقدار a و b در این بازه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) > f(b)$ در فاصله‌ای که یک

تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره به پایین خواهیم رفت.

می‌خواهیم حدودی از x را پیدا کنیم که به‌ازای آن نامساوی زیر برقرار باشد:

$$f(x^3 + 3x) < f(3x^2 + 1)$$

مطابق شکل داده شده تابع اکیداً نزولی است، پس با توجه به نکته داریم:

$$x^3 + 3x > 3x^2 + 1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 > 0 \Rightarrow (x-1)^3 > 0 \Rightarrow x > 1$$

۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

از آنجا که حداقل و حداکثر تابع برابر ۰ و ۶ هست، پس مطابق نکته:

$$\begin{cases} a + |b| = 6 \\ a - |b| = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 3, |b| = 3$$

مطابق نمودار $f(0) = 0$ در نتیجه:

$$0 = 3 + b \cos 0 \Rightarrow 3 + b = 0 \Rightarrow b = -3$$

۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

حد راست و چپ تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x^2] - 9}{x^2 - 9} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x^2] - 9}{x^2 - 9} = +\infty$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: اگر $x^n - a^n, n \in \mathbb{N}$ بر $x - a$ بخش پذیر است و داریم:

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$$

نکته ۲: باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $f(-\frac{b}{a})$.

مطابق نکته ۱ می توان نوشت:

$$x^{24} - 1 = (x^6)^4 - 1 = (x^6 - 1)((x^6)^3 + (x^6)^2 + (x^6) + 1) = (x^6 - 1)(x^{18} + x^{12} + x^6 + 1)$$

پس: $f(x) = x^{20} + x^{16} + x^{12} + x^8 + x^4 + 1$ و باقی مانده آن بر $x + 1$ با $f(-1)$ برابر است:

$$f(-1) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

$$\text{نکته: } \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\cot 155^\circ = \cot(180^\circ - 25^\circ) = -\cot 25^\circ = -\frac{1}{\tan 25^\circ}$$

ابتدا 155° را به صورت زیر می نویسیم:

$$\tan 25^\circ = \tan(45^\circ - 20^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 20^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 20^\circ} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

پس با توجه به آنکه $\tan 20^\circ = \alpha$ داریم:

$$\cot 155^\circ = -\frac{1}{\tan 25^\circ} = -\frac{1}{\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}} = \frac{1 + \alpha}{-1 + \alpha}$$

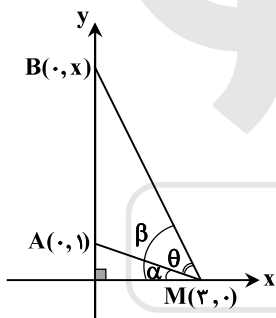
بنابراین:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته: } \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

ابتدا می توان نوشت:



$$\theta = \beta - \alpha$$

$$\tan \theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{x}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{x}{9}}$$

مطابق فرض $\theta = 45^\circ$ پس داریم:

$$\frac{\frac{x}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{x}{9}} = 1 \Rightarrow \frac{x - 1}{3} = 1 + \frac{x}{9} \Rightarrow \frac{2x}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} \Rightarrow x = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱ و فصل ۲، درس ۱)

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

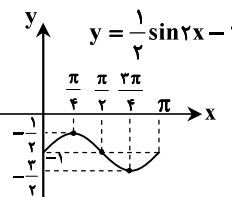
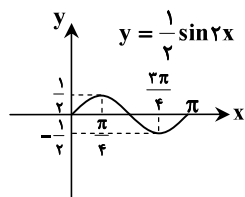
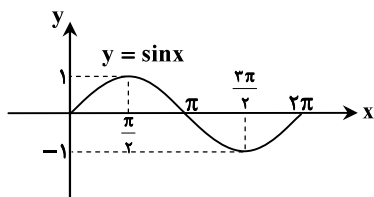
نکته: اگر $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می آید.

ابتدا نمودار تابع $f(x)$ را رسم می کنیم. برای راحتی کار می توان نمودار $y = \sin x$ را رسم کرده، سپس با یک انقباض طولی و یک انقباض عرضی و انتقال ۱ واحد به پایین به نمودار تابع $f(x)$ رسید.



$$AB = \sqrt{(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4})^2 + (-\frac{3}{2} + \frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}$$

مطابق شکل $A(\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2})$ و $B(\frac{3\pi}{4}, -\frac{3}{2})$ است، پس:

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار از انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می‌آید. نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نقطه برخورد مجانب‌های $f(x-1)$ نقطه $A(2, 1)$ است. حال از طریق تبدیل نمودارها، مختصات نقطه برخورد مجانب‌ها را در تابع $y = 1 - 3f(2x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = f(x-1) \rightarrow A(2, 1)$$

$$y = f(x) \rightarrow A(1, 1)$$

یک واحد انتقال به چپ

$$y = f(2x) \rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

انقباض افقی با ضریب $\frac{1}{2}$

$$y = -3f(2x) \rightarrow A\left(\frac{1}{2}, -3\right)$$

انبساط عمودی و قرینه نسبت به محور x ها

$$y = 1 - 3f(2x) \rightarrow A\left(\frac{1}{2}, -2\right)$$

انتقال یک واحد به بالا

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

ابتدا توجه کنید که حد داده شده صفر، صفرم و مبهم است.

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2 - 3x - 2x^2}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} = \frac{0}{0}$$

یعنی عامل $(x+2)$ هم در صورت و هم در مخرج کسر وجود دارد، پس به تجزیه صورت و مخرج کسر می‌پردازیم:

$$2 - 3x - 2x^2 = -(2x^2 + 3x - 2) = -(x+2)(2x-1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = x^2(x+2) - 4(x+2) = (x+2)(x^2 - 4)$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x+2)(2x-1)}{(x+2)(x^2-4)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(2x-1)}{(x^2-4)} = -\infty$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

با توجه به دایره مثلثاتی اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ آنگاه:

$$|\tan \alpha| > 1$$

پس:

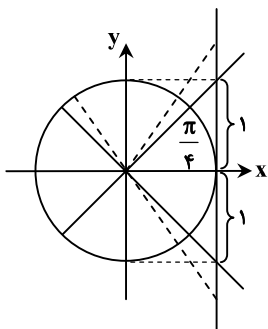
$$\tan \alpha = \frac{2}{3m-1} \Rightarrow \left| \frac{2}{3m-1} \right| > 1$$

حال باید نامعادله را حل کنیم.

$$\begin{cases} \frac{2}{3m-1} > 1 \Rightarrow \frac{2}{3m-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2-3m}{3m-1} > 0 \Rightarrow \frac{1}{3} < m < 1 \\ \text{یا} \\ \frac{2}{3m-1} < -1 \Rightarrow \frac{2}{3m-1} + 1 < 0 \Rightarrow \frac{3m+1}{3m-1} < 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3} \end{cases}$$

از اجتماع دو مجموعه جواب به دست آمده داریم:

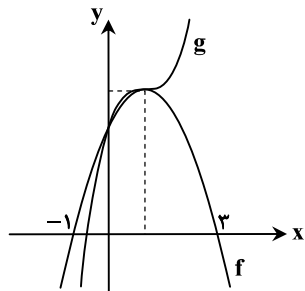
$$m \in \left(-\frac{1}{3}, 1\right) - \left\{\frac{1}{3}\right\} \text{ یا } m \in \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$



۱۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر α و β ریشه‌های سهمی f باشند، ضابطه آن به صورت $f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$ است. مطابق نکته و نمودار، معادله f به صورت $y = a(x+1)(x-3)$ و چون طول رأس سهمی $x = 1$ است، g به صورت $y = b(x-1)^2 + c$ است. از طرفی مطابق نمودار داریم:



$$\begin{cases} f(1) = g(1) \Rightarrow -4a = c \\ f(0) = g(0) \Rightarrow -3a = -b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -4a \\ b = -a \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{g(3)}{g(1)} = \frac{ab + c}{c} = \frac{-\lambda a - 4a}{-4a} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به طور کلی حد هر چند جمله‌ای به صورت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ در $\pm\infty$ برابر حد جمله‌ای از آن است که دارای بزرگ‌ترین درجه است، یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

ابتدا عبارت $\frac{3x+1}{x+2}$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{3x+6-5}{x+2} = \frac{3(x+2)}{x+2} - \frac{5}{x+2} = 3 - \frac{5}{x+2}$$

برای آنکه عبارت فوق با مقادیر بزرگ‌تر از ۳ به عدد ۳ میل کند، باید عبارت $-\frac{5}{x+2}$ با مقادیر مثبت به صفر میل کند که برای این کار باید $x \rightarrow -\infty$ پس:

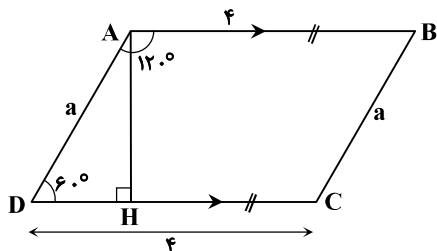
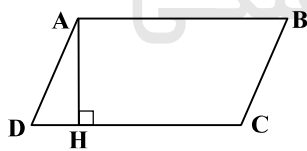
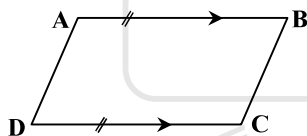
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{3x+1}{x+2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 3x}}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x| + 3x}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 3x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن موازی و مساوی باشد، متوازی‌الاضلاع است.

$AB \parallel DC \Rightarrow$ متوازی‌الاضلاع است. ABCD



نکته ۲: ضلع مقابل به زاویه 60° در مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

نکته ۳: مساحت متوازی‌الاضلاع، برابر است با حاصل ضرب ارتفاع در قاعده. $S_{ABCD} = AH \times DC$

در چهارضلعی ABCD چون $\hat{A} + \hat{D} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب، داریم:

$$AB \parallel DC$$

از طرفی داریم:

$$AB = DC = 4$$

پس با توجه به نکته ۱، واضح است که ABCD متوازی‌الاضلاع است. اینک اگر فرض کنیم $AD = BC = a$ ، با توجه به نکته ۲، در مثلث ADH خواهیم داشت:

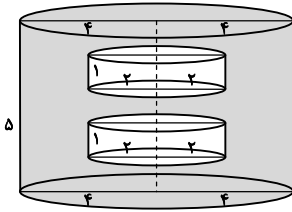
$$\triangle ADH : AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

و در نهایت، مساحت ABCD با توجه به نکته ۳، برابر است با:

$$S_{ABCD} = AH \times DC = \frac{\sqrt{3}}{2} a \times 4 = 2\sqrt{3} a = 2\sqrt{3} \times AD$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: حجم استوانه‌ای با شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر است با: $V = \pi r^2 h$
باید مطابق شکل، حجم دو استوانه کوچک را از حجم استوانه بزرگ کم کنیم:



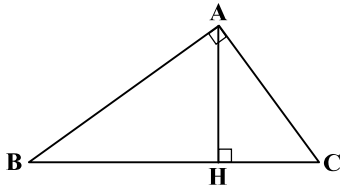
استوانه بزرگ: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \times 4^2 \times 5 = 80\pi$

استوانه کوچک: $V_2 = \pi r^2 h' = \pi \times 2^2 \times 1 = 4\pi$

حجم شکل حاصل: $V = V_1 - 2V_2 = 80\pi - 2 \times 4\pi = 72\pi$

۲۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته (روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه): در مثلث قائم‌الزاویه ABC روابط زیر برقرارند:



۱) $AB^2 = BH \cdot BC$

۲) $AC^2 = CH \cdot BC$

۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۴) $AH^2 = BH \cdot CH$

۵) $AH \cdot BC = AC \cdot AB$

راه حل اول:

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\triangle ABC : BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

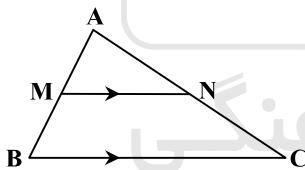
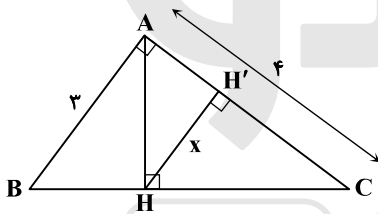
$$\triangle ABC : AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\triangle ABC : AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 16 = CH \times 5 \Rightarrow CH = \frac{16}{5}$$

$$\triangle AHC : AH \times HC = HH' \times AC \Rightarrow \frac{12}{5} \times \frac{16}{5} = x \times 4 \Rightarrow x = \frac{48}{25}$$

راه حل دوم:

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آنگاه مثلثی ایجاد می‌شود که اضلاع آن با اضلاع مثلث اصلی متناسب است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\triangle ABC : BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

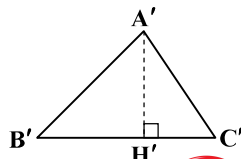
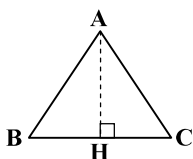
$$\triangle ABC : AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 16 = CH \times 5 \Rightarrow CH = \frac{16}{5}$$

$$\triangle ABC : HH' \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HH'}{AB} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow \frac{HH'}{3} = \frac{16}{5} \Rightarrow HH' = \frac{48}{25} \Rightarrow x = \frac{48}{25}$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

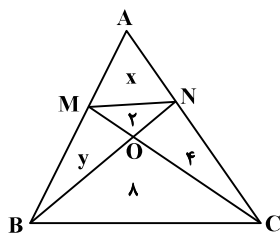
راه حل اول:

نکته: در دو مثلث که اندازه دو ارتفاع برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت اندازه قاعده‌های متناظر این دو ارتفاع است.



$$AH = A'H' \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$

مساحت مثلث AMN را برابر x و مساحت مثلث OMB را برابر y در نظر گرفته و با استفاده از نکته بالا داریم:



$$\begin{cases} \frac{S_{\triangle OMB}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{OM}{OC} \Rightarrow \frac{OM}{OC} = \frac{y}{8} \\ \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle ONC}} = \frac{OM}{OC} \Rightarrow \frac{OM}{OC} = \frac{2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{8} = \frac{2}{4} \Rightarrow y = 4$$

$$\begin{cases} \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNC}} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{x}{2+4} \\ \frac{S_{\triangle BNA}}{S_{\triangle BNC}} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{x+y+2}{8+4} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{x+6}{12} \Rightarrow x = \frac{x+6}{2} \Rightarrow 2x = x+6 \Rightarrow x = 6$$

راه حل دوم:

مطابق راه حل اول $y = S_{\triangle OMB} = 4$ به دست می آید. حال مطابق نکته، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNB}} = \frac{AM}{MB} = \frac{x}{2+4} = \frac{x}{6} \\ \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle MNC}} = \frac{AN}{NC} = \frac{x}{2+4} = \frac{x}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BC$$

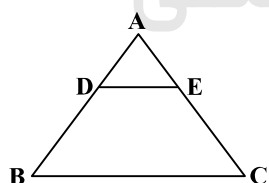
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle OMN \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle OBC}} = \left(\frac{MN}{BC}\right)^2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{MN}{BC}\right)^2 = \frac{x}{x+y+2+4+8} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+18} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = x+18 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (قضیه تالس): هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع، چهار پاره خط جدا می کنند که اندازه های آنها تشکیل یک تناسب را می دهند. به طور خلاصه هرگاه مانند شکل روبه رو داشته باشیم $DE \parallel BC$ ، آنگاه:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

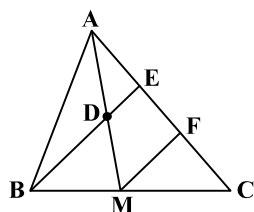
از نقطه M خطی موازی BE رسم می کنیم تا ضلع AC را در F قطع کند. طبق نکته فوق، داریم:

$$\triangle CBE : MF \parallel BE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CF}{EF} = \frac{CM}{BM} \xrightarrow{\text{M وسط BC}} 1 \Rightarrow CF = EF \quad (*)$$

$$\triangle AMF : MF \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EF} = \frac{AD}{DM} \xrightarrow{\text{D وسط AM}} 1 \Rightarrow AE = EF \quad (**)$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CF+EF}{AE} \xrightarrow{(*)} \frac{2EF}{AE} \xrightarrow{(**)} 2$$



۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برای هر ماتریس مربعی مانند A ، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی است چون B به طوری که $A \times B = B \times A = I$. در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با A^{-1} نشان می‌دهیم.

$$A \times B = B \times A = I \Rightarrow A^{-1} = B$$

نکته: اگر ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر باشند ($AB = BA$)، آنگاه اتحادها برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی I با هر ماتریس مربعی هم‌رتبه مانند A تعویض‌پذیر است ($AI = IA$).

طبق فرض، دو ماتریس $A + I$ و $2A$ وارون یکدیگرند، پس با استفاده از نکات بالا داریم:

$$2A(A + I) = I \Rightarrow 2A^2 + 2A = I \Rightarrow 2A^2 = I - 2A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4A^4 = (I - 2A)^2 = I + 4A^2 - 4A$$

$$\Rightarrow 4A^4 = I + 2(2A^2) - 4A \xrightarrow{2A^2 = I - 2A} I + 2(I - 2A) - 4A = 3I - 4A \Rightarrow A^4 = \frac{3}{4}I - 2A$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برای ماتریس وارون‌پذیر A داریم: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

نکته: دترمینان ماتریس‌هایی که درایه‌های زیر قطر اصلی یا بالای قطر اصلی آن‌ها همگی صفر هستند، برابر با حاصل‌ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است:

$$\begin{vmatrix} a & d & e \\ \cdot & b & f \\ \cdot & \cdot & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & \cdot & \cdot \\ d & b & \cdot \\ e & f & c \end{vmatrix} = abc$$

ابتدا $A + 2I$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A + 2I = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 \\ \cdot & -3 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 9 \\ \cdot & -1 & 1 \\ \cdot & \cdot & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + 2I| = -12$$

اکنون با توجه به نکته داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 9 \\ \cdot & -3 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 \Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{6}$$

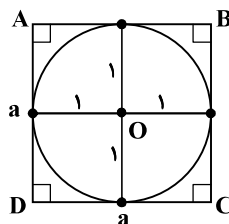
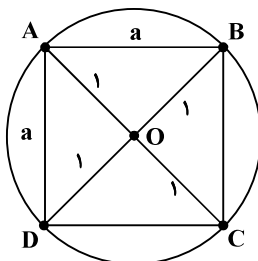
بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{|A + 2I|}{|A^{-1}|} = \frac{-12}{-\frac{1}{6}} = 72$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت k قرار دارند، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع k است.

مکان هندسی نقاطی که فاصله آن‌ها از مرکز مربع برابر ۱ است، دایره‌ای به مرکز مربع و شعاع ۱ است. این دایره در دو حالت زیر می‌تواند با محیط مربع در ۴ نقطه مشترک باشد:



$$AC = 2 = a\sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

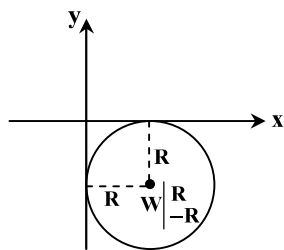
$$a = 1 + 1 = 2$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (معادله دایره): اگر $O'(\alpha, \beta)$ مرکز دایره با شعاع r باشد، معادله دایره به صورت روبه‌رو است:
 $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$
 با توجه به اینکه دایره از نقطه $A(2, -1)$ می‌گذرد و با توجه به موقعیت مرکز دایره در شکل، این دایره در ناحیه سوم قرار دارد و بر هر دو محور مختصات مماس است، پس داریم:



$$\begin{aligned} (x-R)^2 + (y+R)^2 &= R^2 \\ (2-R)^2 + (-1+R)^2 &= R^2 \\ \Rightarrow 4-4R+R^2 + 1-2R+R^2 &= R^2 \\ \Rightarrow R^2 - 6R + 5 &= 0 \Rightarrow (R-1)(R-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \\ R=5 \end{cases} \\ \begin{cases} R=1 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0 \\ R=5 \Rightarrow (x-5)^2 + (y+5)^2 = 25 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: توان‌های ماتریس مربعی A به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A^1 = A \cdot A, A^2 = A \cdot A^1 = A^2 \cdot A, A^3 = A \cdot A^2 = A^2 \cdot A^2 = A^3 \cdot A, A^{n+1} = A \cdot A^n = A^n \cdot A$$

ماتریس‌های A^2 و A^3 را یافته و داریم:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \\ A^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-3 & 3-6 \\ -1+2 & -3+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ A^3 &= A \cdot A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+3 & -3+3 \\ 2-2 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \\ A^{2325} &= A^{2323} \times A^2 = (A^3)^{617} \times A^2 = I^{617} \times A^2 = I \times A^2 = A^2 = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: در معادله گسترده (ضمنی) دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
 الف) همواره ضرایب x^2 و y^2 با هم برابر و مساوی ۱ است.

ب) مرکز دایره به مختصات $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ است.

پ) شعاع دایره $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ است.

نکته: در دایره‌ای به مرکز O اگر در نقطه A واقع بر دایره، مماس رسم کنیم، شیب خط مماس بر دایره در نقطه A عکس و قرینه شیب خط OA است. ابتدا مختصات نقطه A را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x + 2y = 45 &\xrightarrow{x=-3} 9 + y^2 + 12 + 2y = 45 \Rightarrow y^2 + 2y - 24 = 0 \Rightarrow (y-4)(y+6) = 0 \\ \Rightarrow y = 4, y = -6 &\xrightarrow[\text{نقطه در ناحیه دوم}]{y > 0} y = 4 \Rightarrow A(-3, 4) \end{aligned}$$

اکنون مختصات مرکز دایره را می‌یابیم.

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 45 = 0 \Rightarrow \text{مرکز دایره} : O(-\frac{-4}{2}, -\frac{2}{2}) \Rightarrow O(2, -1)$$

$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{4 - (-1)}{-3 - 2} = -1 \Rightarrow \text{شیب مماس} : m' = 1$$

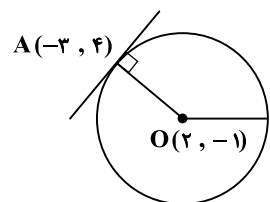
معادله خط مماس به شکل زیر است:

$$y = x + h \xrightarrow{A(-3, 4)} 4 = -3 + h \Rightarrow h = 7 \Rightarrow y = x + 7$$

روی خط قرار دارد.

طول نقطه تلاقی این خط با محور طول‌ها برابر است با:

$$y = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$



۳۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته: اگر u و v دو رأس از گراف G باشند، یک مسیر از u به v در گراف G دنباله‌ای از رئوس دوه‌دو متمایز در G است که از u شروع و به v ختم می‌شود، به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در G مجاور هم باشند.
مسیرهای بین دو رأس a و h عبارتند از: $abdefh$, $abdegh$, $acdefh$, $acdegh$.
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

ابتدا عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{4}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{4}{a+b} = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow (a+b)^2 = 4ab \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = 0$$

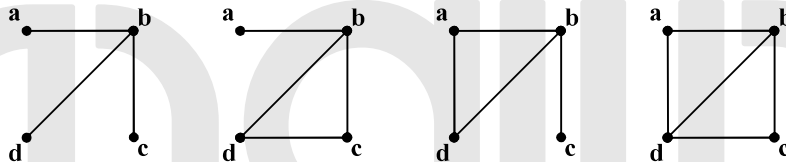
$$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 0 \Rightarrow (a-b)^2 = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\frac{(a+2a)^2}{3a^2} = \frac{9a^2}{3a^2} = 3$$

اینک با جای‌گذاری در رابطه $\frac{(a+2b)^2}{3a^2}$ خواهیم داشت:

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته: یک زیرگراف از گراف G ، گرافی است که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.
با توجه به نکته، چون می‌خواهیم درجه رأس b برابر ۳ باشد، ابتدا رأس b را با سه رأسی که به آن متصل است، رسم می‌کنیم. سپس بقیه یال‌ها را مطابق شکل ۴ زیر، به آن اضافه می‌کنیم.



پس ۴ زیرگراف با شرایط مسئله، وجود دارد و گزینه ۴ پاسخ است.

۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.
طبق نکته بالا و مفروضات سؤال، داریم:

$$923 = 9b + r, \quad 0 \leq r < b \Rightarrow r = 923 - 9b$$

$$r \geq 0 \Rightarrow 923 - 9b \geq 0 \Rightarrow 9b \leq 923 \Rightarrow b \leq 102.777$$

$$r < b \Rightarrow 923 - 9b < b \Rightarrow 10b > 923 \Rightarrow b > 92.3 \Rightarrow 93 \leq b \leq 102 \xrightarrow{b \text{ مضرب } 3 \text{ است}} b = 93, 96, 99, 102$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.
طبق فرض، a مضرب ۵ است؛ ولی مضرب ۱۰ نیست. پس $a = 10k + 5$. بنابراین:

$$a^2 = (10k+5)^2 = 100k^2 + 100k + 25 \Rightarrow a^2 + 7 = 100k^2 + 100k + 32 = 4(25k^2 + 25k + 8) = 4t$$

پس، باقی‌مانده برابر صفر است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر a و b اعداد صحیح باشند داریم: $a | b \Leftrightarrow b = aq; q \in \mathbb{Z}$
با توجه به نکته داریم:

$$\begin{cases} x | a-2 \Rightarrow a-2 = xq \Rightarrow a = xq+2 \\ x | b-5 \Rightarrow b-5 = xq' \Rightarrow b = xq'+5 \end{cases} \Rightarrow ab = (xq+2)(xq'+5) \Rightarrow ab = x^2qq' + 5xq + 2xq' + 10$$

از طرفین ۱۰ واحد کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow ab - 10 = x(xqq' + 5q + 2q') + 10 - 10 = xq''$$

و طبق تعریف عاد کردن داریم:

$$x | ab - 10$$

یعنی $ab - 10$ بر x بخش پذیر است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته: اگر $a \equiv b$ ، آنگاه: $a \equiv b + mk$

نکته: اگر $ac \equiv bc$ ، آنگاه $a \equiv b$ که در آن: $d = (m, c)$
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$8x + 13y = 1 \Rightarrow 8x \equiv 1 \Rightarrow 8x \equiv 1 + 3(13) \Rightarrow 8x \equiv 40 \xrightarrow[\text{با } (8,13)=1]{\div 8} x \equiv 5 \Rightarrow x = 13k + 5$$

$$13k + 5 \geq 100 \Rightarrow 13k \geq 95 \Rightarrow k \geq 8$$

$$x = 13(8) + 5 = 109$$

$$1 + 0 + 9 = 10$$

برای محاسبه کوچکترین عدد سه رقمی x داریم:

بنابراین کوچکترین عدد سه رقمی x برابر است با:

پس مجموع ارقام این عدد برابر است با:

۳۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس های ۲ و ۳)

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند r و q یافت می شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

نکته: می توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم نهستی، هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

نکته: اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم نهستی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم نهستی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

راه حل اول: باقی مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۸ است، پس:

$$a \equiv 8 \pmod{17} \Rightarrow a \equiv 8 - 17 \pmod{17} \Rightarrow a \equiv -9 \pmod{17} \xrightarrow[\div 3]{\frac{a \in \mathbb{Z}}{3}} \frac{a}{3} \equiv -3 \pmod{17} \Rightarrow \frac{a}{3} \equiv -3 + 17 \pmod{17} \Rightarrow \frac{a}{3} \equiv 14 \pmod{17}$$

راه حل دوم: a مضرب ۳ است، یعنی $a = 3k$ ، از طرفی باقی مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۸ است، پس:

$$a \equiv 8 \pmod{17} \Rightarrow 3k \equiv 8 \pmod{17} \Rightarrow 3k \equiv 8 + 2 \times 17 \pmod{17} \Rightarrow 3k \equiv 42 \pmod{17} \xrightarrow[\div 3]{(3,17)=1} k \equiv 14 \pmod{17}$$

$$\Rightarrow k = 17q + 14 \xrightarrow{a=3k} a = 3(17q + 14) \Rightarrow \frac{a}{3} = 17q + 14 \Rightarrow \text{باقی مانده} = 14$$

راه حل سوم:

طبق فرض سؤال $a = 17q + 8$ ، حال q را بر حسب باقی مانده تقسیم آن بر ۳، حالت بندی می کنیم:

$$a = 17q + 8 : \begin{cases} a = 17(3k) + 8 = 51k + 8 = 3t + 2 \\ a = 17(3k + 1) + 8 = 51k + 25 = 3t' + 1 \\ a = 17(3k + 2) + 8 = 51k + 42 = 3t'' \end{cases}$$

چون a مضرب ۳ است، حالت سوم مطلوب است، پس صورت کلی عددی که باقی مانده تقسیم آن بر ۱۷ برابر ۸ باشد و مضرب ۳ باشد $51k + 42$ است، پس:

$$a = 51k + 42 \Rightarrow \frac{a}{3} = 17k + 14 \Rightarrow \text{باقی مانده} = 14$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q و $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ مجموعه رئوس آن باشند، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q \Rightarrow \deg(v_1) + \deg(v_2) + \dots + \deg(v_p) = 2q$$

(مجموع درجات تمام رئوس هر گراف، دو برابر تعداد یال های آن است.)

نکته: در گراف k-منتظم مرتبه p با اندازه q داریم: $kp = 2q$

با استفاده از نکات بالا داریم: $kp = 2q \Rightarrow \delta p = 2q \xrightarrow{q=2p-4} \delta p = 2(2p-4) \Rightarrow \delta p = 4p - 8 \Rightarrow p = 8 \Rightarrow q = 24 - 4 = 20$

تعداد یال های گراف ۲-منتظم مرتبه ۸ برابر است با: $q = \frac{kp}{2} = \frac{2 \times 8}{2} = 8$

پس باید $12 - 8 = 4$ یال از گراف حذف کنیم.

۳۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته: باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۳ یا ۹ برابر است با باقی مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۳ یا ۹؛ یعنی:

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0 \pmod{3}$$

نکته: برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۱۱ کافی است ارقام آن عدد را از سمت راست یکی در میان مثبت و منفی بنویسیم و با هم جمع کنیم، سپس باقی مانده عدد به دست آمده را در پیمانۀ ۱۱ محاسبه کنیم.

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n \pmod{11}$$

عدد $\overline{3a4b21}$ مضرب ۱۱ است، پس:

$$\overline{3a4b21} \equiv 0 \Rightarrow 1-2+b-4+a-3 \equiv 0 \Rightarrow a+b \equiv 8 \Rightarrow a+b = 11q+8 \quad (*)$$

$$0 \leq a, b \leq 9 \Rightarrow 0 \leq a+b \leq 18 \xrightarrow{(*)} a+b = 8$$

باقی مانده عدد $\overline{3a4b21}$ بر ۹ را می یابیم:

$$\overline{3a4b21} \equiv 1+2+b+4+a+3 \equiv 10+a+b \equiv 18 \equiv 0$$

عدد داده شده بر ۱۱ و ۹ بخش پذیر است، پس بر ۹۹ هم بخش پذیر است، یعنی باقی مانده تقسیم آن بر ۹۹ برابر صفر است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته: حداکثر تعداد یال های گرافی با p رأس برابر است با: $\binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$

ابتدا به $\binom{4}{3}$ طریق ۳ رأس از ۴ رأس a, b, c, d و e را انتخاب و به رأس a وصل می کنیم تا شرط $\deg(a) = 3$ برقرار شود. اکنون برای اینکه اندازه گراف برابر ۵ شود، باید ۲ یال دیگر به گراف اضافه کنیم ولی این یال ها نباید از رأس a بگذرند. بین رأس های a, b, c, d, e حداکثر $\binom{4}{2} = 6$ یال وجود دارد. باید ۲ یال را به $\binom{6}{2}$ طریق از بین ۶ یال انتخاب کنیم. بنابراین طبق اصل ضرب تعداد گراف های مورد نظر برابر است با:

$$\binom{4}{3} \times \binom{6}{2} = 4 \times 15 = 60$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

■ کمترین درجه ترازو $2g = \frac{10}{5}$ است؛ پس دقت اندازه گیری ترازو $2g$ است.

■ دقت اندازه گیری کولیس $0.01cm$ است که برابر با $0.1mm$ می شود.

۴۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{حجم فلز به کاررفته} : V = \frac{m}{\rho} = \frac{31/5}{9 \dots} = 3/5 \times 10^{-3} m^3$$

$$\text{حجم فلز به کاررفته} = \text{حجم کره} - \text{حجم حفره} = \frac{4}{3} \pi (0.1)^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 3/5 \times 10^{-3} = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^{-3} - \frac{4}{3} \times 3 \times r^3$$

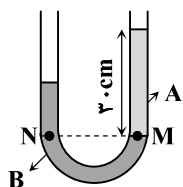
$$\Rightarrow 0.5 \times 10^{-3} = 4 \times r^3 \Rightarrow r^3 = 125 \times 10^{-6} m^3 \Rightarrow r = 5 \times 10^{-2} m = 5 cm$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$A_A v_A = A_B v_B = A_C v_C \Rightarrow \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B = \pi r_C^2 v_C$$

$$\Rightarrow 9 \times 4 = 1 \times v_B = 4 \times v_C \Rightarrow v_B = 36 \frac{cm}{s} \text{ و } v_C = 9 \frac{cm}{s}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)



۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_A g h_A = P_0 + \rho_B g h_B \Rightarrow \rho_A h_A = \rho_B h_B$$

$$1000 \times 0.3 = 1200 \times h_B \Rightarrow h_B = \frac{300}{1200} = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta h = h_A - h_B = 30 - 25 = 5 \text{ cm}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

ابتدا فشار ۱۲ سانتی متر از مایع درون ظرف را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} \Rightarrow (\rho g h)_{\text{مایع}} = (\rho g h)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/7 \times 12}{13/6} = 1/5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = 1/5 \text{ cmHg}$$

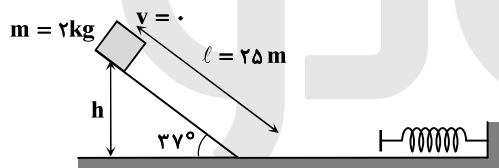
در یک مایع ساکن، نقاط هم تراز هم فشارند.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{زجاج}} = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{زجاج}} = 1/5 + 76 = 77/5 \text{ cmHg}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\left. \begin{aligned} W_f &= \Delta K \\ W_f &= W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -mg\Delta h + W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta K \Rightarrow -m \times 10 \times (-8.0) + (-6.0) = 54.0$$

$$\Rightarrow 6.0 = 8.0m \Rightarrow m = 7/5 \text{ kg}$$



۴۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{l} \Rightarrow 0.6 = \frac{h}{25} \Rightarrow h = 15 \text{ m}$$

$$W_f = E_f - E_i = (U_f + K_f) - (U_i + K_i)$$

$$\Rightarrow W_f = (12.0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2) - (2 \times 10 \times 15 + 0) \Rightarrow W_f = -116 \text{ J}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\text{توان ورودی خطوط} = 500 \text{ MW} \Rightarrow 90 = \frac{450}{\text{توان ورودی خطوط}} \times 100 \Rightarrow \text{توان شهر} = \text{بازده خطوط انتقال}$$

$$\text{توان ورودی به نیروگاه (مصرف سوخت)} = 1250 \text{ MW} \Rightarrow 40 = \frac{500}{\text{توان ورودی به نیروگاه}} \times 100 \Rightarrow \text{توان خروجی از نیروگاه} = \text{بازده نیروگاه}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta T \Rightarrow \Delta V = 10^{-3} \times 40 \times 15 = 0.6 \text{ L}$$

از آنجا که در سمت راست رابطه بالا، حجم را بر حسب لیتر گذاشتیم، خودبه خود جواب بر حسب لیتر به دست آمده است و نیازی به تبدیل یکا نخواهیم داشت.

۵۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

فرایندهای تبخیر سطحی، ذوب و تصعید گرماگیر و فرایندهای انجماد، چگالش بخار به جامد و میعان گرماده هستند.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q = (Q_{\text{آب } 10^\circ\text{C} \rightarrow 0^\circ\text{C}}) + (Q_{\text{آب } 0^\circ\text{C} \rightarrow 10^\circ\text{C}}) \quad Q = m L_f + mc\Delta\theta = 5 \times 334 + 5 \times 4/2 \times (10 - 0) = 188 \text{ kJ}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{دما ثابت است}} P_1 V_1 = P_2 V_2$$

چون وزن و اصطکاک پیستون ناچیز است، فشار گاز در حالت اولیه با فشار هوای بیرون برابر است ($P_1 = P_0$).

$$10^5 \times A \times 80 = P_2 \times A \times (80 - 30) \Rightarrow P_2 = \frac{8 \times 10^5}{50} = 1/6 \times 10^5 \text{ Pa}$$

در حالت نهایی چون پیستون ساکن است، طبق قانون دوم نیوتون (که در سال نهم خواندید) برآیند نیروهای وارد بر پیستون و وزنه صفر خواهد بود.

$$P_2 A = P_0 A + mg \Rightarrow P_2 = P_0 + \frac{mg}{A} \Rightarrow 1/6 \times 10^5 = 10^5 + \frac{mg}{20 \times 10^{-4}} \Rightarrow mg = 120 \text{ N}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

کار محیط روی گاز در فرایند هم فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -1/5 \times 10^5 \times (-0.2 \times 2) \times 10^{-3} = +60 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W = -14 + 60 = 46 \text{ J}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

برای بیشینه فشار باید دما بیشینه و حجم کمینه و برای کمینه فشار باید دما کمینه و حجم بیشینه باشد؛ بنابراین:

$$P_{\min} = P_b, P_{\max} = P_d$$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{T_d}{T_b} \times \frac{V_b}{V_d} = \frac{400}{200} \times \frac{6}{2} = 6$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در مرحله تخلیه، فقط قسمتی از محصولات احتراق به صورت دود از دریچه خارج می شود و در مرحله ضربه خروج گاز، پیستون بالا می آید و بقیه محصولات احتراق را به طور کامل بیرون می راند.

۵۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

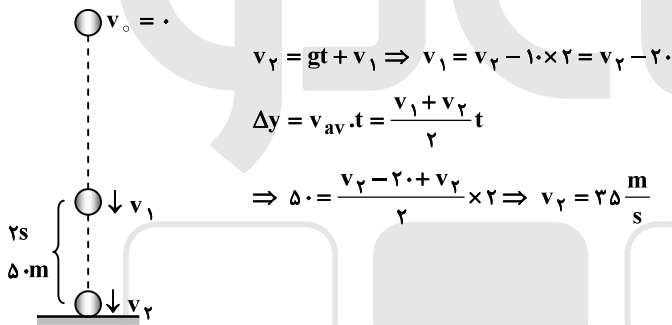
$$\Delta U = U_f - U_i = 3000 - 300 = 2700 \text{ J}$$

$$|W| = S_{P-V} = \frac{10^5 + 2 \times 10^5}{2} \times 8 \times 10^{-3} = 1200 \text{ J} \xrightarrow{\text{فرایند انبساط}} W = -1200 \text{ J}$$

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 2700 = -1200 + Q \Rightarrow Q = 3900 \text{ J}$$

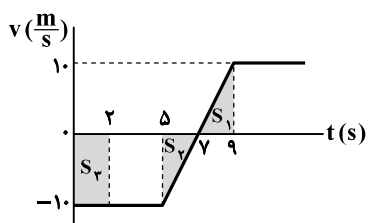
۵۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

بین دو نقطه (۱) و (۲) داریم:



۵۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در مدت $t = 0$ تا $t = 5$ s حرکت یکنواخت، در مدت $t = 5$ تا $t = 9$ حرکت شتابدار و در زمان های $t > 9$ s حرکت یکنواخت است.



$$\begin{cases} l_1 = S_1 + S_2 = \frac{2 \times 10}{2} + \frac{2 \times 10}{2} = 20 \text{ m} \\ l_2 = S_3 = 2 \times 10 = 20 \text{ m} \end{cases}$$

مسافت طی شده با حرکت شتاب دار $l_1 = 20 \text{ m}$
 مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول $l_2 = 20 \text{ m}$
 $\Rightarrow l_1 = l_2$

۶۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\begin{cases} W = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0 \\ \Delta Y = \frac{9}{2}a + 2v_0 + x_0 \\ 113 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + 2v_0 = 57 - W = 40 \\ 18a + 2v_0 = 113 - 57 = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + v_0 = 20 \\ 9a + v_0 = 28 \end{cases} \Rightarrow 2a = 28 - 20 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v = at + v_0, \quad \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t, \quad \begin{cases} t = 4s \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow 4a + v_0 = 0 \Rightarrow a = -\frac{v_0}{4} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$26 - 10 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow 16 = 2v_0 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s} \xrightarrow{(1)} a = \frac{-8}{4} = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 6s: v = at + v_0 = -2 \times 6 + 8 = -4 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{av} = \frac{v(6) + v(0)}{2} = \frac{-4 + 8}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۱



در مدت ۰/۵ ثانیه، اتومبیل A مسافت ۲۵ متر و اتومبیل B مسافت ۵ متر را جلو می‌رود، پس در لحظه شروع ترمز، فاصله ماشین‌ها از یکدیگر ۸۰ متر است.

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}at^2 + 5 \cdot t \\ x_B = 10t + 80 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} \frac{1}{2}at^2 + 5t - 10t - 80 = 0$$

باید این معادله درجه دوم، جواب نداشته باشد.

$$\Delta = 1600 + 4 \times \frac{1}{2} a \times 80 < 0 \Rightarrow a < -10 \frac{m}{s^2}$$

یعنی اندازه شتاب A باید حداقل $10 \frac{m}{s^2}$ باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

در حرکت بر خط راست، تغییر جهت حرکت به معنی تغییر علامت سرعت متحرک می‌باشد. در تمام مدت ۰ تا ۴s سرعت، مثبت است.

$$0 < t < 4s, \quad a = 5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 5t + 4$$

$$v(4) = 5 \times 4 + 4 = 24 \frac{m}{s}$$

$$4s < t < 10s, \quad a = -6 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \Delta v = a \Delta t = -6 \Delta t \Rightarrow 0 - 24 = -6 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 4s$$

یعنی در لحظه $t = 8s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

$$v = at + v_0, \quad v^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta x$$

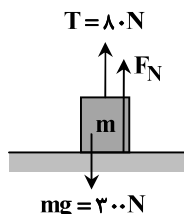
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{24 - 14}{10 - 5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - 14^2 = 2 \times 2 \times (100 - 49) \Rightarrow v^2 = 196 + 4 \times 51 = 196 + 204 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

نیروی کشش طناب در دو سر آن هم‌اندازه است، یعنی همان ۸۰ نیوتون به جسم وارد می‌شود. نیروهای وارد بر وزنه مطابق شکل است.



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N + 80 - 300 = 0 \Rightarrow F_N = 220 N$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

وزنه توسط نیروی فنر به طرف راست کشیده می‌شود.

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow F_e - \mu_k mg = ma \Rightarrow F_e = ma + \mu_k mg = 10 \times 2 + 0.2 \times 10 \times 10 = 40 N$$

$$F_e = kx \Rightarrow 40 = k \times 0.5 \Rightarrow k = \frac{40}{0.5} = \frac{400}{5} = 80 \frac{N}{m}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

توجه کنید که جرم در تمام نقاط ثابت است و این نیروی وزن ($W = mg$) است که تفاوت می‌کند (به دلیل این که g در نقاط مختلف، متفاوت است).

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در قسمت اول حرکت، سرعت آسانسور از صفر به v_1 می‌رسد و در قسمت سوم از v_1 به صفر می‌رسد.

$$a_1 = \frac{v_1 - 0}{\frac{1}{4}} \text{ و } a_2 = \frac{0 - v_1}{\frac{1}{8}} \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}a_1 \Rightarrow |a_2| = \frac{1}{2}|a_1|$$

در قسمت اول حرکت تندشونده رو به بالا است. (جهت شتاب رو به بالا است).

$$T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 - 100 = 10a_1 \Rightarrow T_1 = 100 + 10a_1$$

در قسمت سوم حرکت کندشونده رو به بالا است. (جهت شتاب رو به پایین است).

$$T_2 - mg = ma_2 \Rightarrow T_2 - 100 = 10 \times \left(-\frac{1}{2}a_1\right) \Rightarrow T_2 = 100 - 5a_1$$

در قسمت دوم حرکت، کشش طناب برابر mg است، پس بیشترین مقدار کشش طناب، T_1 و کمترین T_2 است. اختلاف T_2 و T_1 برابر $15a_1$ است. بنابراین:

$$15a_1 = 30 \Rightarrow a_1 = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 4 + 0 = 8 \frac{m}{s}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

وقتی جسم پرتاب می‌شود در طول مسیر و با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تنها نیروی مؤثر بر آن وزن جسم است.

$$\Delta p = \bar{F}_{net} \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta p| = (mg)\Delta t = 2 \times 10 \times 3 = 60 \frac{kg \cdot m}{s}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در پیچ جاده نیروی مرکزگرا، اصطکاک ایستایی است. (اصطکاک عرضی که سطح جاده بر لاستیک‌ها وارد می‌کند).

$$f_s = \frac{mv^2}{R} \text{ و } f_s \leq \mu_s F_N \text{ و } F_N = mg \Rightarrow \frac{mv^2}{R} \leq \mu_s mg \Rightarrow \frac{v^2}{Rg} \leq \mu_s \Rightarrow v^2 \leq \mu_s Rg$$

$$\Rightarrow v^2 \leq 100 \times 10 \times 0.9 \Rightarrow v \leq 30 \frac{m}{s} \Rightarrow v \leq 108 \frac{km}{h}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در گردش ماهواره به دور زمین اگر r شعاع مدار ماهواره و M_e جرم زمین باشد، داریم:

$$\text{دوره حرکت ماهواره } T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$$

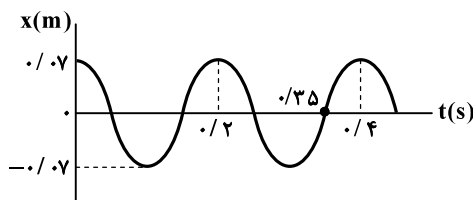
$$\text{تندی حرکت ماهواره } v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

دوره و تندی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \cdot \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{8}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



با توجه به شکل بالا، در مدت $0.35s$ نوسانگر مسیری به طول $7A$ را طی کرده است:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{7A}{\Delta t} = \frac{7 \times 0.7}{0.35} = \frac{0.49}{0.35} = \frac{49}{35} = \frac{7}{5} = 1.4 \frac{m}{s}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{max}} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow K = \frac{1}{9}K_{max} = \frac{1}{9} \times 2 = \frac{2}{9} J \quad U = E - K = 2 - \frac{2}{9} = \frac{16}{9} J$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

انرژی جنبشی نوسانگر در هنگام عبور از مرکز نوسان بیشینه و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$E = \frac{1}{2}kA^2, \quad kA = F_{\max}$$

$$E = \frac{F_{\max} \cdot A}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_{\max} \times 0.1}{2} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2}{0.1} = 20 \text{ N}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

دوره و بسامد آونگ ساده، به جرم وزنه و دامنه نوسان بستگی ندارد. پس گزینه‌های (۱) و (۳) اثری در بسامد و در نتیجه تعداد نوسان آونگ ساده در هر دقیقه ندارند.

با دور شدن از سطح زمین، گرانش ضعیف‌تر و g کمتر می‌شود ($g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$) و طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ دوره آونگ بیشتر و تعداد نوسان آن کمتر می‌شود. (گزینه ۴ نادرست است).

گزینه ۲ پاسخ درست است؛ زیرا:

$$L_2 = \frac{4}{9}L_1 \xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} T_2 = \frac{2}{3}T_1 \xrightarrow{N=\frac{\Delta t}{T}} N_2 = \frac{3}{2}N_1 = \frac{3}{2} \times 20 = 30$$

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عنصر X در گروه ۱۶ و دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد، پس عدد اتمی آن ۳۴ (Se) است.

عنصر Y یک الکترون در لایه سوم دارد، یعنی آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم می‌شود و عدد اتمی آن ۱۱ (Na) است. میان این دو عنصر تنها یک گاز نجیب (آرگون $(Ar)_{18}$) دیده می‌شود.

۷۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۲)

$$SO_3 \text{ در } SO_3 = \frac{1 \text{ mol } SO_3}{80 \text{ g } SO_3} \times \frac{3 \text{ mol } O}{1 \text{ mol } SO_3} = 0.09 \text{ mol } O$$

$$\text{جرم کربن دی‌سولفید} = 0.09 \text{ mol } S \times \frac{1 \text{ mol } CS_2}{2 \text{ mol } S} \times \frac{76 \text{ g } CS_2}{1 \text{ mol } CS_2} = 3.42 \text{ g } CS_2$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

تمام عبارتها نادرست است.

(الف) نادرست؛ الکترون یک اتم برای رفتن از لایه اول به لایه چهارم، باید به میزان اختلاف انرژی لایه اول و چهارم، انرژی دریافت کند.

(ب) نادرست؛ هرچه شماره یک لایه الکترونی بیشتر باشد، گنجایش آن بیشتر و ناپایدارتر است.

(پ) نادرست؛ نور مرئی، بخش کوچکی از گستره پرتوهای الکترومغناطیسی را دربر می‌گیرد.

(ت) نادرست؛ تجزیه نور سفید توسط منشور، شامل شمار زیادی طول موج از رنگ‌های گوناگون است که گستره ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر را شامل می‌شود.

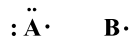
۷۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

گزینه ۱: درست؛ عنصر A مربوط به گروه ۱۶ (دارای ۶ الکترون در لایه ظرفیت) جدول دوره‌ای است، که با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

گزینه ۲: درست؛ اتم عنصر B مربوط به گروه ۱ (دارای ۱ الکترون در لایه ظرفیت) جدول دوره‌ای است، که می‌تواند با تشکیل کاتیون B^+ به آرایش گاز نجیب برسد.

گزینه ۳: نادرست؛ در فرمول شیمیایی ترکیب یونی، از سمت چپ، ابتدا نماد کاتیون سپس نماد آنیون آورده می‌شود؛ بنابراین، فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از دو عنصر A و B به صورت B_2A است.

گزینه ۴: درست؛ مدل الکترون- نقطه‌ای این دو عنصر به شکل روبه‌رو است:



۸۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۳)

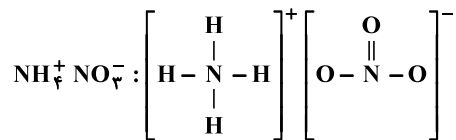
عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) درست: باریم (Ba) متعلق به دوره ۶ و گروه ۲ است، که با از دست دادن دو الکترون به آرایش گاز نجیب زنون می‌رسد و ید متعلق به گروه ۱۷ و دوره ۵ است که با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب زنون می‌رسد.

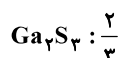
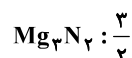
ب) درست: تعداد الکترون مبادله شده: $Na_3P = 3 \times 1$ تعداد الکترون مبادله شده: $Al_2O_3 = 2 \times 3$

بررسی سایر گزینه‌ها:

پ) نادرست: آمونیوم نیترات دارای ۸ پیوند کووالانسی است، ولی ترکیب یونی است نه ترکیب مولکولی



ت) نادرست



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

جرم محلول اولیه ۵۵ گرم $(50 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 50 \text{ g})$ است و در این ۵۵ گرم محلول، $2/2$ گرم $NaOH$ $(2/2 \text{ g} = 50 \text{ g} \times \frac{4}{100})$ حل شده است.

با استفاده از $2/2$ گرم سدیم هیدروکسید می‌توان $0/55$ لیتر (۵۵۰ میلی‌لیتر) محلول $0/1$ مولار آن را تهیه کرد:

$$2/2 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ L}}{0/1 \text{ mol NaOH}} = 0/55 \text{ L}$$

پس حجم محلول نهایی ۵۵۰ میلی‌لیتر است.

چگالی محلول نهایی $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است و جرم آن ۵۵۰ گرم $(550 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 550 \text{ g})$ است؛ پس باید ۴۹۵ گرم آب خالص به محلول اولیه اضافه شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت «دوم» درست است.

عبارت دوم: درست؛ با توجه به اینکه حجم دو محلول (۳) و (۲) برابر است و تعداد ذره‌ها در محلول (۲) (۱۲ ذره حل‌شونده)، سه برابر محلول (۳) (۴ ذره حل‌شونده) است، غلظت محلول (۲)، سه برابر محلول (۳) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ حجم محلول‌های (۱) و (۴) با هم برابر است، اما در محلول (۱)، ۸ ذره حل‌شونده و در محلول (۴)، ۴ ذره حل‌شونده وجود دارد؛ بنابراین غلظت مولی این دو محلول برابر نیست.

عبارت «سوم»: نادرست؛ با مخلوط کردن محلول‌های (۱) و (۳)، تعداد کل ذرات مانند محلول (۲) برابر با ۱۲ عدد می‌شود، اما حجم کل محلول، ۱۰۰ میلی‌لیتر یعنی دوبرابر محلول (۲) می‌شود؛ بنابراین غلظت محلول حاصل با محلول (۲) برابر نخواهد شد.

عبارت «چهارم»: نادرست؛ با توجه به اینکه اطلاعاتی از جرم مولی حل‌شونده‌ها نداریم و جرم آن‌ها دلیلی برای برابر بودن ندارد، نمی‌توان گفت غلظت این دو محلول از نظر قسمت در میلیون با هم برابر است.

عبارت «پنجم»: نادرست؛ با توجه به اینکه تعداد ذرات حل‌شونده و حجم محلول (۵)، نصف محلول‌های (۴) و (۳) است؛ بنابراین غلظت مولی سه محلول (۲)، (۴) و (۵) با هم برابر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

با افزودن ۷ گرم ماده A به محلول اولیه، جرم ماده A در محلول برابر $9/5$ گرم می‌شود، که مقدار ۲ گرم از آن ته نشین می‌شود. پس محلولی سیر شده به جرم ۵۰ گرم $(42/5 \text{ گرم آب و } 7/5 \text{ گرم ماده A})$ به دست می‌آید؛ بنابراین در محلول آبی سیر شده ماده A در

دمای 25°C ، درصد جرمی ماده A برابر با 15 $(\frac{7/5}{50} \times 100 = 15)$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

الف) درست: N_2 برخلاف CO مولکولی ناقطبی است و نیروهای بین مولکولی در آن ضعیف‌تر است، پس $N_2(g)$ دشوارتر به مایع تبدیل می‌شود.

ت) درست

بررسی سایر گزینه‌ها:

ب) نادرست: انحلال $CO_2(g)$ در آب تا حدی شیمیایی است؛ زیرا مولکول‌های ناقطبی CO_2 با آب واکنش داده و به اسید ضعیف H_2CO_3 تبدیل می‌شود، که این اسید بر اثر یونش در آب به مقدار کمی یون‌های هیدرونیوم تولید می‌کند که جاذبه قوی با مولکول‌های آب برقرار می‌کنند.

پ) نادرست: نقطه جوش F_2 از HCl پایین‌تر است؛ زیرا F_2 ناقطبی ولی HCl قطبی است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

HF، CH₃OH، CH₃COOH، HCN و CO(NH₂)₂ می‌توانند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند؛ زیرا در ساختار آن‌ها یکی از پیوندهای O-H، N-H و F-H و یا یکی از سه اتم O، N، F وجود دارد. فقط HBr جزء اسیدهای قوی است.

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند. الف) درست؛ صابون‌ها، نمک سدیم، پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند، که در فرمول شیمیایی آن‌ها نسبت کاتیون‌های نام‌برده شده به آنیون RCOO⁻ یک به یک است.

ت) درست؛ با افزودن سدیم فسفات به آب سخت، یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آن، به صورت نمک نامحلول در آب ته‌نشین می‌شوند و به این ترتیب، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

ب) نادرست؛ با افزودن مقداری صابون به مخلوط آب و روغن، می‌توان مخلوطی پایدار و ناهمگن (کلوئید) ایجاد کرد.

پ) نادرست؛ نیروی بین‌مولکولی غالب در استرهای سنگین و اسیدهای چرب، نیروهای وان‌دروالس است.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

معادله شیمیایی موازنه شده واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



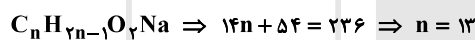
پس از انجام واکنش و مصرف شدن کامل یون‌های کلسیم، غلظت صابون باقی‌مانده $0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ است:

$$\text{شمار مول صابون باقی‌مانده} = 0.05 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \text{L} = 0.1 \text{ mol}$$

$$\text{شمار مول صابون مصرف‌شده} = 2 \text{L} \times \frac{0.05 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{L}} \times \frac{x \text{ mol RCOO}_x\text{Na}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} = 0.2 \text{ mol}$$

بنابراین قبل از تشکیل رسوب، 0.3 مول صابون به آب اضافه شده است. که جرمی معادل 7.8 گرم دارد و بر این اساس جرم مولی صابون موردنظر $236 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است:

$$\text{جرم مولی صابون} = \frac{7.8 \text{ g}}{0.3 \text{ mol}} = 236 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$



فرمول صابون موردنظر $\text{C}_{13}\text{H}_{25}\text{OONa}$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \alpha_{\text{HA}} = x\alpha_{\text{HB}} \\ M_{\text{HB}} = 10 \cdot M_{\text{HA}} \end{cases}$$

$$K_{a\text{HA}} = \frac{M_{\text{HA}} \times (\alpha_{\text{HA}})^2}{1 - \alpha_{\text{HA}}}$$

$$K_{a\text{HB}} = \frac{M_{\text{HB}} \times (\alpha_{\text{HB}})^2}{1 - \alpha_{\text{HB}}}$$

$$\frac{K_{a\text{HA}}}{K_{a\text{HB}}} = \frac{0.1 M_{\text{HB}} \times 16 \alpha_{\text{HB}}^2}{M_{\text{HB}} \times \alpha_{\text{HB}}^2} = 1/6$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

هرچه محلول HF غلیظ‌تر باشد، درجه یونش آن کمتر است.

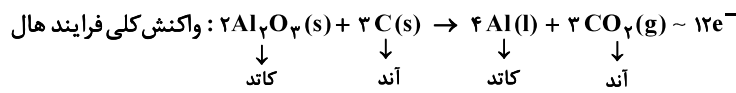
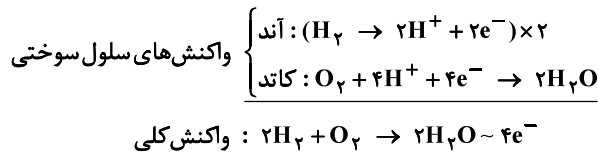
۹۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$\left. \begin{aligned} \text{KOH} : M = 0.1 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 0.1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-12} \Rightarrow \text{pH} = 12 \\ \text{HNO}_3 : M = 0.01 \Rightarrow [\text{H}^+] = 0.01 \Rightarrow \text{pH} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{12}{3} = 4$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



گزینه ۱: نادرست؛ به ازای هر مول $H_2(g)$ ، دو مول الکترون تولید می شود و به ازای همین دو مول الکترون در فرایند هال، $\frac{4}{3}$ مول فلز Al تولید می شود.

گزینه ۲: نادرست؛ در سلول سوختی تیغه آندی مصرف نمی شود و نقش کاتالیزگر دارد.

گزینه ۳: نادرست؛ ابتدا باید ضریب الکترون ها را در دو معادله برابر کنیم، که برای این منظور واکنش سلول سوختی را در عدد ۳ ضرب می کنیم که در این صورت ضریب H_2O و Al به ترتیب برابر ۶ و ۴ می شود.

گزینه ۴: درست؛ مجموع ضرایب مولی H_2 و O_2 در سلول سوختی برابر ۳ و با ضریب CO_2 در فرایند هال برابر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

$$ClO_2 = x + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = +4$$

$$SF_6 = x + 6(-1) = 0 \Rightarrow x = +6$$

$$CH_4O = x + (2 \times 1) - 2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$HNO_2 = 1 + x + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = +3$$

$$CCl_4 = x + 4(-1) = 0 \Rightarrow x = +4$$

$$SO_2 = x + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = +4$$



مؤسسه آموزشی فرهنگی