

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۱۲ فروردین ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۰	۱	۵۰	۹۰ دقیقه

همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

مرحله ۱۱

دفترچه شماره ۱

۱- اگر $\beta = \frac{3\pi}{2} + \alpha$ ، آنگاه $\cos \alpha$ کدام است؟

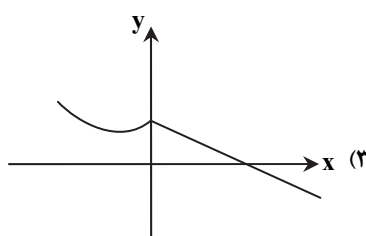
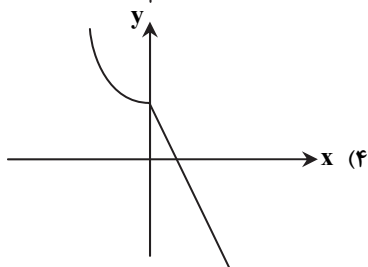
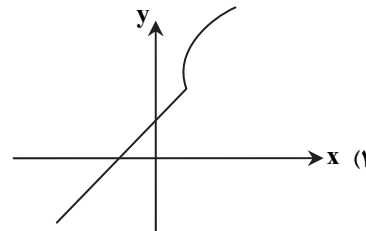
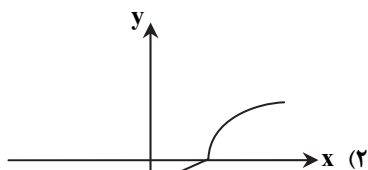
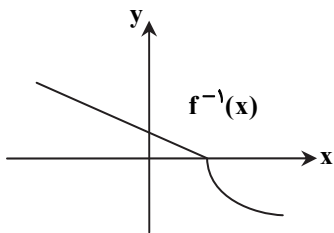
۱ + Sin β (۴)

۱ - Sin β (۳)

Sin β (۲)

-Sin β (۱)

۲- نمودار وارون تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. نمودار تابع f کدام است؟



۳- نمودار دو تابع $f(x) = 4(\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = 3^x - 2$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

(۴) یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

(۳) دو نقطه با طول مثبت

(۲) یک نقطه با طول مثبت

(۱) یک نقطه با طول منفی

۴- تابع داده‌شده در کدام گزینه با تابع $k(x) = x - 2$ برابر است؟

(۴) هیچ کدام

$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ (۳)

$g(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$ (۲)

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ (۱)

۵- ریشه کوچک‌تر معادله $\frac{3x}{x-3} - \frac{4}{x+1} = \frac{7x+8}{(x-3)(x+1)}$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{2}{3}$

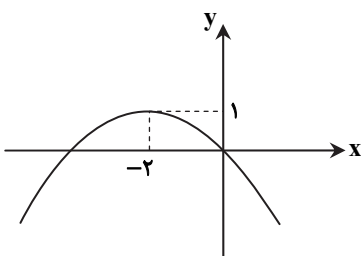
۶- اگر نمودار تابع درجه دوم f به‌صورت روبه‌رو باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $-\frac{2}{2}$

(۴) $-\frac{5}{4}$



محل انجام محاسبات

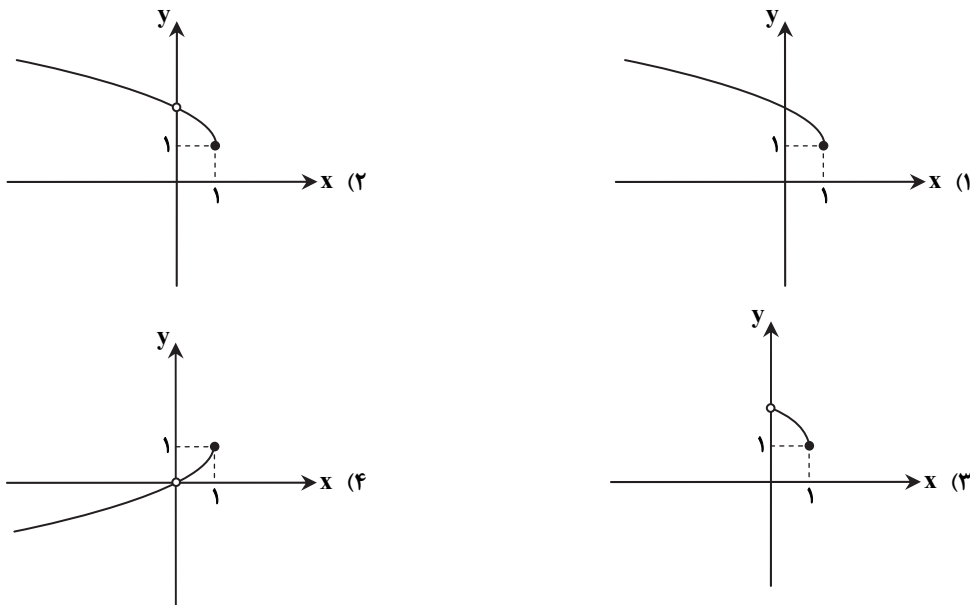
۷- معادله $x|x-2|+1=0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۸- حاصل ضرب و حاصل جمع دو عدد برابر $-\frac{4}{3}$ است. حاصل تقسیم عدد بزرگ تر بر عدد کوچک تر کدام است؟

- $-\frac{3}{2}$ (۱) -3 (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴)

۹- اگر $f(x) = x$ و $g(x) = 1 - \sqrt{1-x}$ ، نمودار تابع $y = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ و $g(x) = \frac{x+5}{2}$ ، آنگاه حاصل $(f+g)^{-1}(0)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)

۱۱- ساده شده $\log_3 27 + \log_3 125 + \log_3 0$ کدام عدد است؟

- ۳ $\log 2$ (۱) ۲ $\log 3$ (۲) ۳ $\log 5$ (۳) ۵ $\log 2$ (۴)

۱۲- اگر x در معادله $\log_6(1-x) + \log_6(8-2x) = 2$ صدق کند، حاصل $\log_{\frac{10}{5}} \frac{10-x}{3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) صفر (۴)

۱۳- تابع f با ضابطه $f(x) = x^2$ و دامنه $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد این تابع درست است؟

- (۱) تابع f فقط در نقاط با طول صحیح حد ندارد. (۲) تابع f فقط در نقاط با طول غیر صحیح حد ندارد.
(۳) تابع f در هیچ نقطه‌ای حد ندارد. (۴) تابع f در تمامی نقاط حد دارد.

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2}{\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

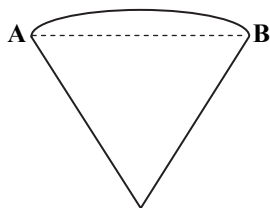
۱۶- فاصله نقطه $A(3, 1)$ از خطی به شیب ۲، برابر $2\sqrt{5}$ است. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

- (۱) ± 5 (۲) ± 15 (۳) 5 یا -5 (۴) 5 یا -15

۱۷- تابع $f(x) = |2x + 1| - |2x - 6|$ در بازه‌ای وارون پذیر است. ضابطه f^{-1} در آن بازه کدام است؟

- (۱) $y = 4x - 5 ; -\frac{1}{2} \leq x \leq 3$
 (۲) $y = 4x - 5 ; -7 \leq x \leq 7$
 (۳) $y = \frac{x+5}{4} ; -\frac{1}{2} \leq x \leq 3$
 (۴) $y = \frac{x+5}{4} ; -7 \leq x \leq 7$

۱۸- مخروطی را از کنار آن برش زده و مطابق شکل زیر باز کرده‌ایم. اگر شعاع قاعده مخروط ۵ و ارتفاع آن ۱۲ باشد، اندازه پاره خط AB کدام است؟



(۱) $13 \sin \frac{5\pi}{13}$

(۲) $26 \sin \frac{5\pi}{13}$

(۳) $13 \sin \frac{10\pi}{13}$

(۴) $26 \sin \frac{10\pi}{13}$

۱۹- اگر $\cos 1^\circ = a$ ، حاصل $\tan 1^\circ + \cot 5^\circ$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2a}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2a}$ (۳) $\frac{1}{a}$ (۴) $-\frac{1}{a}$

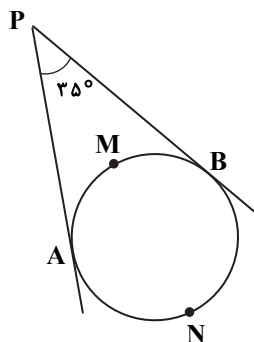
۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} [-x^2 + 6x - 7]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) تعریف نشده

هندسه

هندسه ۲: کل کتاب

۲۱- در شکل روبه‌رو، اندازه کمان ANB چقدر است؟



(۱) 205°

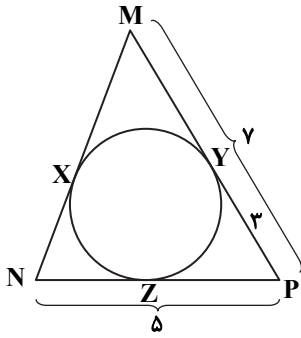
(۲) 210°

(۳) 215°

(۴) 220°

محل انجام محاسبات

۲۲- در شکل روبه‌رو دایره‌ای در مثلث MNP محاط شده است. محیط این مثلث کدام است؟



۱۶ (۱)

۱۷ (۲)

۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

۲۳- مجانس دایره $C(O, 3)$ را به مرکز نقطه‌ای روی دایره و نسبت $\frac{2}{3}$ رسم می‌کنیم. طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

۴ (۴) $\frac{11}{3}$ (۳) ۵ (۲) $\frac{7}{2}$ (۱)

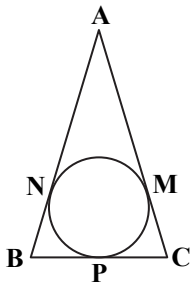
۲۴- در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 120^\circ$ ، $\hat{B} = 15^\circ$ و $AB = 2\sqrt{6}$. اندازه ضلع BC کدام است؟

۴ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۲) ۶ (۱)

۲۵- در مثلث ABC، داریم: $AC = 4AB = 4$ و $\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$. در این صورت طول میانه BM، کدام است؟

۲ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۱)

۲۶- در شکل روبه‌رو اگر $AB = AC$ ، $CP = 2$ و $AM = 6$ ، مساحت دایره محاطی خارجی نظیر رأس A کدام است؟



$\frac{12\pi}{5}$ (۱)

$\frac{20\pi}{3}$ (۲)

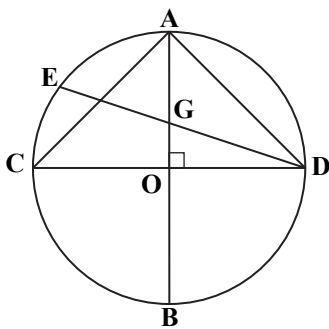
$\frac{5\pi}{9}$ (۳)

$\frac{9\pi}{5}$ (۴)

۲۷- شعاع دو دایره متخارج ۱۲ و ۱۸ است. اگر زاویه بین دو مماس مشترک داخلی 60° باشد، طول خط‌المركزین دو دایره کدام است؟

۷۰ (۴) ۶۰ (۳) ۵۰ (۲) ۴۰ (۱)

۲۸- مطابق شکل، دو قطر AB و CD از دایره $C(O, 15)$ برهم عمودند. اگر G محل هم‌رسی میان‌های مثلث ACD باشد، اندازه GE کدام است؟



$4\sqrt{10}$ (۱)

۱۰ (۲)

$5\sqrt{10}$ (۳)

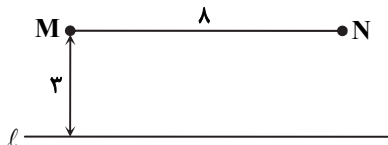
۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۹- مربع ABCD به ضلع $\frac{\sqrt{2}}{3}$ را با بردار \overline{AO} انتقال می‌دهیم. (O محل تلاقی قطرهایست.) فاصله نقطه A تا انتقال یافته نقطه C کدام است؟

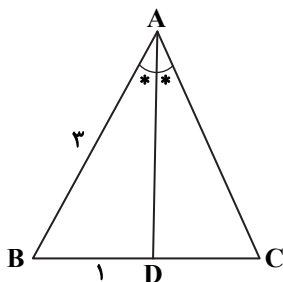
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۰- مطابق شکل، پاره خط $MN = 8$ موازی خط l به فاصله ۳ از آن قرار دارد. اگر P نقطه‌ای روی خط l باشد، کمترین مقدار ممکن برای محیط مثلث MNP کدام است؟



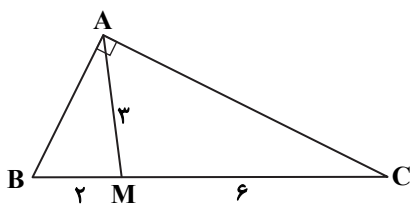
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۳۱- در شکل روبه‌رو AD نیمساز زاویه داخلی A است. اگر $AD = \sqrt{7}$ ، محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) $7/5$ (۳) $6/5$ (۴) ۷

۳۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) شکل روبه‌رو، اگر $AM = 3$ ، $MC = 6$ و $MB = 2$ ، آنگاه طول ضلع AB کدام است؟



- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{11}$ (۴) $\sqrt{14}$

۳۳- دوزنقه متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{5}$ محیط است. اگر قاعده بزرگ دوزنقه ۵ برابر قاعده کوچک آن باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) $18\sqrt{5}$ (۲) $6\sqrt{5}$ (۳) $24\sqrt{5}$ (۴) $12\sqrt{5}$

۳۴- قطر AB و وتر CD از دایره $C(O, R)$ ، یکدیگر را با زاویه 30° در نقطه M درون دایره قطع کرده‌اند. اگر داشته باشیم $MD = 2MC = 12$ ، مقدار R چند برابر $\sqrt{21}$ است؟

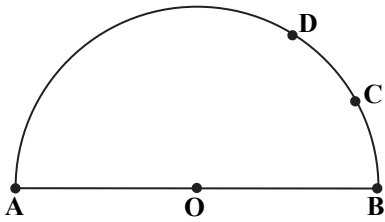
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۳۵- دایره $C(O, 6)$ و $C'(O', 4)$ مماس خارج‌اند. در دورانی به مرکز O و زاویه 60° ، دایره C' به دایره $C''(O'', R'')$ تبدیل می‌شود. طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۳۶- روی محیط نیم‌دایره‌ای به قطر $AB = 8$ ، نقاط C و D مطابق شکل به‌گونه‌ای انتخاب شده‌اند که $BC = CD = 2$. اندازه وتر AD ، کدام است؟



۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۳۷- در مثلث ABC با اضلاع $AB = 5\sqrt{2}$ ، $AC = 3\sqrt{2}$ و میانه AM ، رابطه $AB^2 + AC^2 = 4AM^2$ برقرار است. مساحت مثلث ABC ، کدام است؟

۱۵ (۴)

$18\sqrt{2}$ (۳)

۱۸ (۲)

$15\sqrt{2}$ (۱)

آمار و احتمال

آمار و احتمال: کل کتاب

۳۸- اگر گزاره $p \wedge q$ نادرست و گزاره $p \vee q$ درست باشد، کدام گزینه الزاماً نادرست است؟

$\sim p \Rightarrow q$ (۴)

$\sim p \Leftrightarrow q$ (۳)

$p \Leftrightarrow q$ (۲)

$q \Rightarrow p$ (۱)

۳۹- تاس سالمی را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم برآمد حاصل مضرب ۳ نیست، احتمال آنکه عددی اول باشد، کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۴۰- در داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۱۶، ۱۹، ۱۹، ۱۹، ۱۸، ۲۰، ۲۹، ۷، ۸، مقدار دامنه میان‌چارکی، کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

$8/5$ (۲)

۷ (۱)

۴۱- برای برآورد بازه‌ای میانگین جامعه‌ای تعداد نمونه‌های آزمایشی را ۴۰۰ برابر می‌کنیم، بازه اطمینان ۹۵ درصدی میانگین جامعه چند برابر می‌شود؟

$\frac{\sqrt{20}}{20}$ برابر (۴)

$\sqrt{20}$ برابر (۳)

$\frac{1}{20}$ برابر (۲)

۲۰ برابر (۱)

۴۲- ساده‌شده مجموعه $(A \cap B \cap C) \cup (A - C) \cup (A \cap B')$ کدام است؟

\emptyset (۴)

C (۳)

B (۲)

A (۱)

۴۳- عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 500\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد بر ۳ بخش‌پذیر باشد، ولی بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، کدام است؟

$0/65$ (۴)

$0/55$ (۳)

$0/6$ (۲)

$0/25$ (۱)

۴۴- تعداد دانش‌آموزان کلاس یازدهم ریاضی، سه برابر تعداد دانش‌آموزان کلاس یازدهم تجربی است. احتمال عینکی بودن دانش‌آموزان ریاضی $0/8$ و دانش‌آموزان تجربی $0/4$ است. اگر دانش‌آموزی که به تصادف از این کلاس‌ها انتخاب می‌کنیم، عینکی باشد، احتمال آنکه از کلاس یازدهم ریاضی باشد، چقدر است؟

$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{6}{7}$ (۲)

$\frac{5}{7}$ (۱)

محل انجام محاسبات

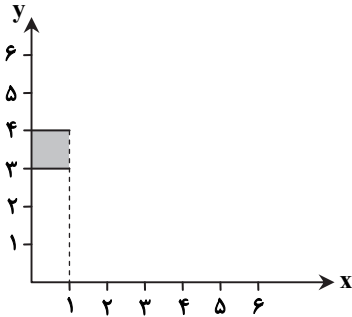
۴۵- در داده‌های آماری ۵۵، ۵۲، ۵۳، ۴۵، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۴۷، ۵۱، واریانس داده‌هایی که مقدار آن‌ها بین دو مُد قرار دارند، کدام است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴/۵

۴۶- از جامعه‌ای با انحراف معیار ۴ نمونه ۱۶ تایی انتخاب شده است. اگر مجموع نمونه‌ها برابر ۸۸ باشد، برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه کدام است؟

- (۱) $4/5 \leq \mu \leq 8/5$ (۲) $3/5 \leq \mu \leq 7/5$
 (۳) $3/5 \leq \mu \leq 8/5$ (۴) $2/5 \leq \mu \leq 7/5$

۴۷- اگر $A = [0, 4]$ ، $B = [1, 5]$ و $C = [3, 4]$ ، آنگاه نمودار کدام گزینه به صورت زیر است؟



(۱) $(B \times C) - B^2$

(۲) $(A \times C) - B^2$

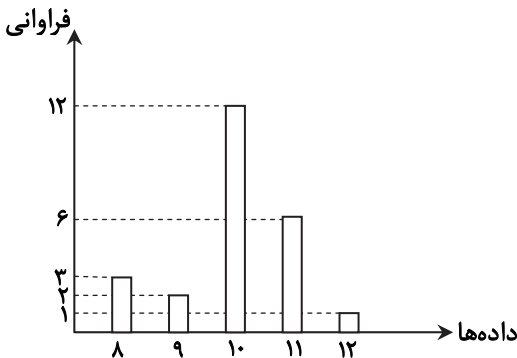
(۳) $C^2 - (A \times B)$

(۴) $A^2 - (B \times C)$

۴۸- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = 0/2$ و $P(A - B) = 0/5$ ، آنگاه حاصل $P(A' \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $2/7$ (۲) $3/7$ (۳) $5/7$ (۴) $1/2$

۴۹- ضریب تغییرات داده‌های موجود در نمودار میله‌ای زیر کدام است؟



(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۳

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۱

۵۰- اگر تعداد روزهای مرخصی جامعه‌ای با اندازه ۷ در طول یک هفته به صورت زیر باشد، در برآورد بازه‌ای میانگین احتمال مشاهده نمونه ۴ عضوی با میانگین ۳ کدام است؟

۰	۱	۲	۳	۴	۵	۷
---	---	---	---	---	---	---

(۱) $1/35$ (۲) $2/35$

(۳) $3/35$ (۴) $4/35$

محل انجام محاسبات

گزینهدو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۱۲ فروردین ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۷۰		مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه		

مرحله ۱۱

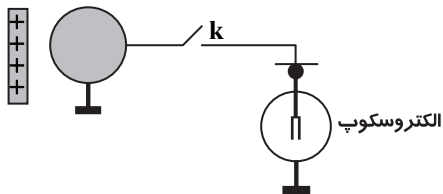
دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک‌ها، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

۵۱- یک کره فلزی بدون بار الکتریکی، روی پایه نارسانایی قرار گرفته و از طریق کلید k به کلاهک یک الکتروسکوپ متصل است. ابتدا میلۀ باردار مثبت را به کره نزدیک و سپس کلید k را وصل می‌کنیم. کدام مطلب در مورد ورقه‌های الکتروسکوپ درست است؟



- (۱) ورقه‌ها بسته باقی می‌مانند.
- (۲) ورقه‌ها باز و پس از مدتی بسته می‌شوند.
- (۳) ورقه‌ها باز می‌شوند و بار آن‌ها منفی است.
- (۴) ورقه‌ها باز می‌شوند و بار آن‌ها مثبت است.

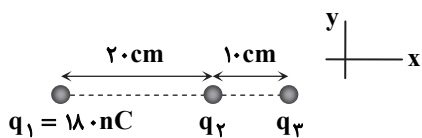
۵۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای منفی و هم‌اندازه در فاصله ۸ متری به هم نیروی \vec{F} را وارد می‌کنند. اگر $\frac{1}{3}$ از الکترون‌های اضافی یکی را برداشته و به دیگری انتقال دهیم، در همان فاصله قبلی ۱ میلی‌نیوتون از نیروی بین آن‌ها کاسته می‌شود. هر یک از بارها در ابتدا چند الکترون اضافی داشته است؟

$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

- (۱) 2×10^{14}
- (۲) 5×10^{13}
- (۳) 8×10^{12}
- (۴) $6/4 \times 10^{12}$

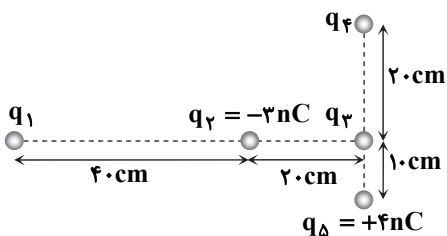
۵۳- در شکل روبه‌رو، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 برابر صفر و نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 برابر $\vec{F}_2 = (8/1 \times 10^{-4} N)\vec{i}$ باشد، q_3 چند نانوکولن است؟

$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



- (۱) ۹۰
- (۲) ۴۵
- (۳) -۹۰
- (۴) -۴۵

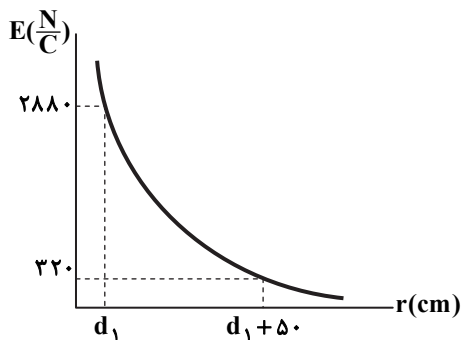
۵۴- پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل، در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر نیروی خالص وارد بر بار q_3 صفر باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



- (۱) $q_4 = +8nC, q_1 = +9nC$
- (۲) $q_4 = +16nC, q_1 = +27nC$
- (۳) $q_4 = -8nC, q_1 = -3nC$
- (۴) $q_4 = -16nC, q_1 = -27nC$

۵۵- بزرگی میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای بر حسب فاصله از آن مطابق نمودار روبه‌رو، تغییر می‌کند. مقدار این بار چند نانوکولن است؟

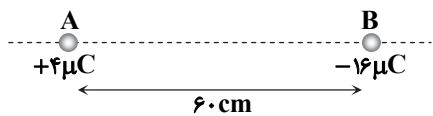
$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۲۵
- (۴) ۱۵

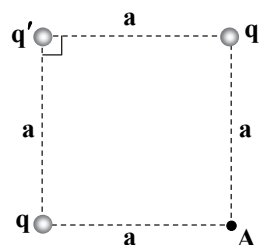
محل انجام محاسبات

۵۶- مطابق شکل، دو بار نقطه‌ای $q_A = +4\mu C$ و $q_B = -16\mu C$ در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند. در نقطه C اندازه میدان الکتریکی حاصل از دو بار، برابر یکدیگر و میدان دو بار هم جهت است و در نقطه D میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار برابر صفر است. فاصله این دو نقطه از یکدیگر چند سانتی متر است؟



- (۱) ۶۰
- (۲) ۸۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۴۰

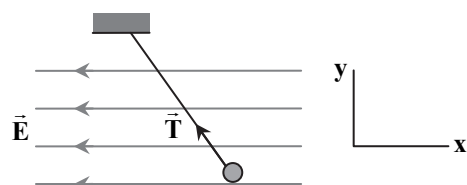
۵۷- در شکل روبه‌رو، اندازه میدان الکتریکی حاصل از هر بار q در نقطه A برابر E است. نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام باشد تا اندازه میدان برآیند در نقطه A برابر $\frac{\sqrt{2}}{2} E$ شود؟



- (۱) $-3\sqrt{2}$
- (۲) +۱
- (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $+\sqrt{2}$

۵۸- در شکل روبه‌رو، گلوله بارداری در میدان الکتریکی یکنواخت افقی به‌بزرگی $2 \times 10^6 \frac{N}{C}$ از نخ آویزان و در حال تعادل است. اگر نیروی وارد بر گلوله از

طرف $\vec{T} = (-6/4 \times 10^{-6} N)\vec{i} + (2 \times 10^{-3} N)\vec{j}$ باشد، گلوله تعداد کترون دارد. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



- (۱) 4×10^6 ، اضافه
- (۲) 2×10^7 ، کم
- (۳) 2×10^7 ، اضافه
- (۴) 4×10^6 ، کم

۵۹- یک الکترون از حال سکون در نقطه A، درون یک میدان الکتریکی رها می‌شود و با تندی $4 \times 10^6 \frac{m}{s}$ به نقطه B می‌رسد. $V_B - V_A$ چند ولت است؟ (از اثر نیروی وزن چشم‌پوشی کنید، $9 \times 10^{-31} kg =$ جرم الکترون و $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۹۰

۶۰- گلوله‌ای باردار به جرم $m = 2g$ و بار $q = +20\mu C$ با تندی v_0 در راستای قائم روبه‌بالا درون میدان الکتریکی یکنواخت به‌بزرگی E پرتاب شده، تا ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر بالا رفته و سپس متوقف می‌شود. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه اوج گلوله ۱۲۰۰ ولت بیشتر از نقطه پرتاب آن باشد، v_0 چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $6\sqrt{10}$
- (۲) $6\sqrt{2}$
- (۳) ۶
- (۴) $3\sqrt{2}$

۶۱- چگالی سطحی بار کره‌ای فلزی به شعاع ۱۰ سانتی‌متر برابر $\sigma = +\frac{80 pC}{\pi m^2}$ است. تعداد الکترون باید تا اندازه چگالی سطحی بار کره ۲۰ درصد افزایش یابد. ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 4×10^6 ، به سطح کره اضافه کنیم
- (۲) $4/4 \times 10^6$ ، از سطح کره جدا کنیم
- (۳) $4/4 \times 10^7$ ، به سطح کره اضافه کنیم
- (۴) 4×10^7 ، از سطح کره جدا کنیم

۶۲- اگر انرژی ذخیره‌شده در یک خازن تخت با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 5$ برابر با $45 \mu J$ و اندازه میدان الکتریکی بین صفحات آن $10^4 \frac{V}{m}$ باشد، حجم فضای بین صفحات آن چند مترمکعب است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$)

- (۱) ۰/۰۰۲
- (۲) ۰/۰۲
- (۳) ۰/۲
- (۴) ۲

۶۳- یک خازن تخت را که در فضای بین دو صفحه آن هوا وجود دارد، شارژ کرده و سپس از مولد جدا می‌کنیم. اگر فاصله بین صفحات خازن را ۲۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در آن $40 \mu\text{J}$ افزایش می‌یابد. انرژی اولیه خازن چند میکروژول بوده است؟

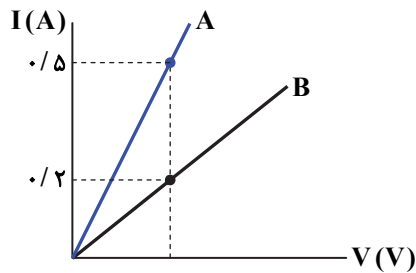
- ۴۸ (۱) ۱۶۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

۶۴- یک باتری استاندارد 5 Ah که به دو سر رسانایی با مقاومت 10 اهم بسته شده، در مدت 20 ساعت کاملاً خالی می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر باتری هنگام عبور جریان چند ولت است؟

- ۲/۵ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۶۵- از فلزی به حجم 10 cm^3 ، یک سیم با مقاومت 10Ω ساخته‌ایم. اگر مقاومت ویژه فلز $\rho = 1/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ باشد، قطر مقطع سیم چند میلی‌متر است؟ ($\pi^2 = 10$)

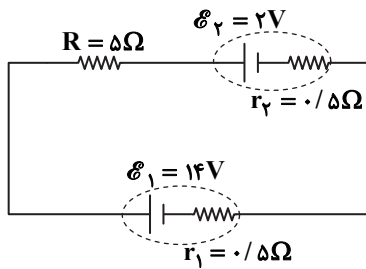
- ۰/۴۰ (۱) ۰/۳۲ (۲) ۰/۲۰ (۳) ۰/۱۶ (۴)



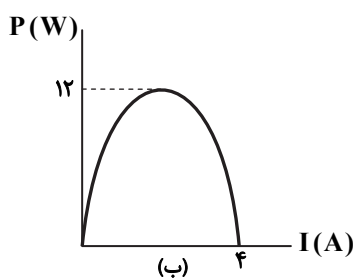
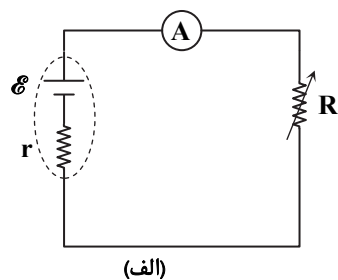
۶۶- شکل روبه‌رو، نمودار جریان عبوری بر حسب ولتاژ را برای دو رسانای استوانه‌ای شکل A و B نشان می‌دهد. اگر طول رسانای A دو برابر طول رسانای B و قطر رسانای A سه برابر قطر رسانای B باشد، مقاومت ویژه A چند برابر B است؟

- ۹/۵ (۱) ۹/۱۰ (۲) ۹/۲۰ (۴) ۱۸/۵ (۳)

۶۷- در مدار شکل روبه‌رو، توان خروجی مولد \mathcal{E}_1 و توان مصرفی مولد \mathcal{E}_2 به ترتیب چند وات است؟



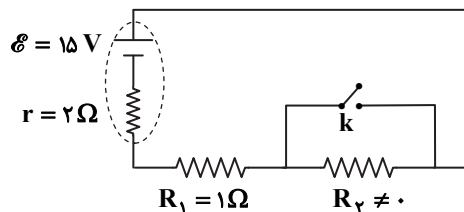
- ۶ و ۲۶ (۱) ۲ و ۲۶ (۲) ۴ و ۲۸ (۳) ۲ و ۲۸ (۴)



۶۸- در مدار شکل «الف»، مقدار مقاومت R را تغییر می‌دهیم و توان مصرفی در مقاومت R به ترتیب نشان داده شده در نمودار «ب» تغییر می‌کند. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟ (I جریانی است که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد.)

- ۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۴) ۸ (۳)

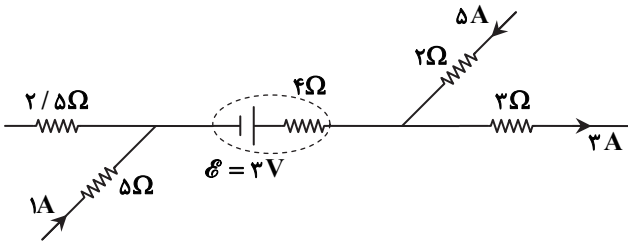
۶۹- در شکل روبه‌رو، با وصل کردن کلید k، توان خروجی (مفید) مولد تغییر نمی‌کند. مقاومت الکتریکی R_2 چند اهم است؟



- ۲ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

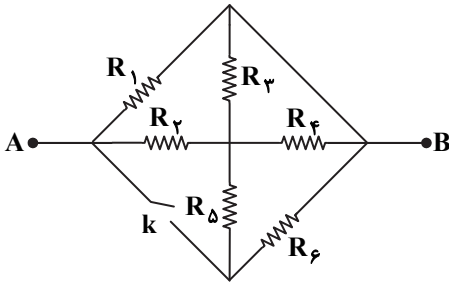
محل انجام محاسبات

۷۰- در شکل روبه‌رو، توان مصرفی در مقاومت $2/5$ اهمی چند وات است؟



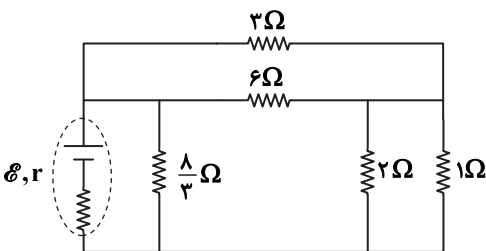
- ۱۰ (۱)
- ۲۲/۵ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۱۲/۵ (۴)

۷۱- در شکل روبه‌رو، مقاومت‌ها مشابه‌اند. اگر کلید k بسته شود، مقاومت معادل بین A و B چند برابر می‌شود؟



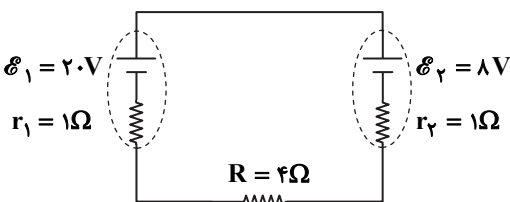
- $\frac{3}{5}$ (۱)
- $\frac{4}{5}$ (۲)
- $\frac{3}{7}$ (۳)
- $\frac{4}{7}$ (۴)

۷۲- در مدار روبه‌رو، مقاومت اهمی بیشترین توان مصرفی و مقاومت اهمی کمترین توان مصرفی را دارد.



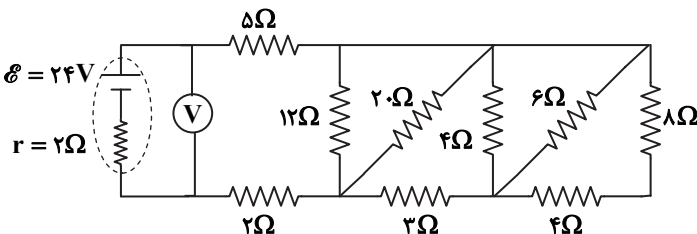
- 1 و $\frac{8}{3}$ (۱)
- ۲ و ۳ (۲)
- ۱ و ۳ (۳)
- 2 و $\frac{8}{3}$ (۴)

۷۳- در مدار شکل روبه‌رو، توان ورودی باتری (۲) چند برابر توان تولیدی (کل) باتری (۱) است؟



- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $\frac{1}{4}$ (۳)
- $\frac{1}{5}$ (۴)

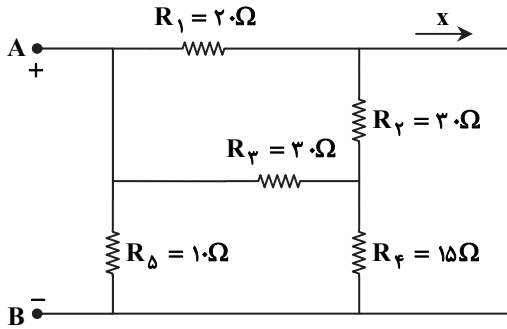
۷۴- در مدار داده‌شده، ولت‌سنج آرمانی چه عددی را نشان می‌دهد؟



- ۲۲V (۱)
- ۲۰V (۲)
- ۱۸V (۳)
- ۱۶V (۴)

محل انجام محاسبات

۷۵- در مدار شکل روبه‌رو، اگر اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B برابر ۱۵ ولت باشد، مقدار جریان x چند آمپر خواهد بود؟



- (۱) $\frac{5}{8}$
- (۲) $\frac{6}{8}$
- (۳) $\frac{7}{8}$
- (۴) $\frac{9}{8}$

۷۶- شیب مغناطیسی زاویه‌ای است که عقربه مغناطیسی در هر محل با می‌سازد و با حرکت از استوا به سمت قطب‌های جغرافیایی این زاویه می‌یابد.

- (۱) راستای قائم - کاهش
- (۲) راستای افق - کاهش
- (۳) راستای قائم - افزایش
- (۴) راستای افق - افزایش

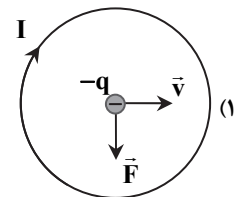
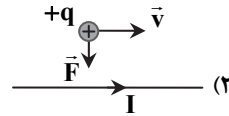
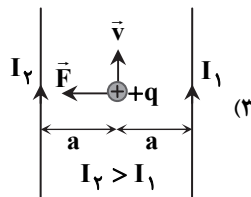
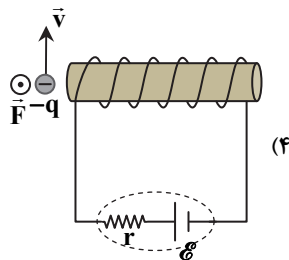
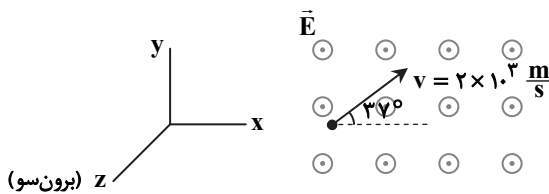
۷۷- مطابق شکل، یک ذره باردار به جرم ۲ گرم و بار منفی درون یک میدان

الکتریکی درون سو به بزرگی $100 \frac{N}{C}$ بر روی خط راست حرکت می‌کند.

حداقل میدان مغناطیسی در این ناحیه از فضا چقدر باشد تا ذره با همان تندی روی خط راست حرکت کند؟ (از اثر نیروی وزن صرف‌نظر شود).

- (۱) $(30 \cdot G)\vec{i} + (-40 \cdot G)\vec{j}$
- (۲) $(-30 \cdot G)\vec{i} + (+40 \cdot G)\vec{j}$
- (۳) $(60 \cdot G)\vec{i} + (-80 \cdot G)\vec{j}$
- (۴) $(-60 \cdot G)\vec{i} + (80 \cdot G)\vec{j}$

۷۸- کدام یک از شکل‌های زیر در مورد نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار نادرست است؟



۷۹- سیم رسانای CD به طول ۲m مطابق شکل عمود بر میدان مغناطیسی درون سو با اندازه $0.5 T$.

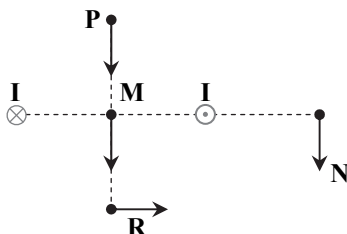
از دو فنر مشابه آویزان است. اگر جریان ۲۰A در جهت D به C از سیم عبور کند، فنرها کشیده شده و هر کدام نیروی ۱۲N به سیم وارد می‌کنند. اگر جریان ۲۰A در جهت C به D از سیم عبور کند، فنرها شده و هر کدام از فنرها نیروی نیوتون به سیم وارد می‌کنند.

- (۱) فشرده - ۸
- (۲) کشیده - ۸
- (۳) فشرده - ۶
- (۴) کشیده - ۶

۸۰- دو سیم راست و بسیار بلند، عمود بر صفحه کاغذ هستند و از آن‌ها جریان الکتریکی

هم‌اندازه در جهت‌های نشان داده‌شده عبور می‌کند. در کدام نقاط، جهت میدان مغناطیسی درست نشان داده شده است؟ (MP عمود منصف پاره خطی است که دو سیم از دو سر آن می‌گذرند).

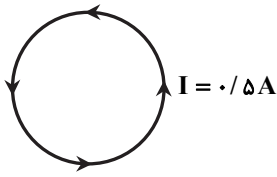
- (۱) M و P
- (۲) N و M, R
- (۳) N و R
- (۴) N و M, P



محل انجام محاسبات

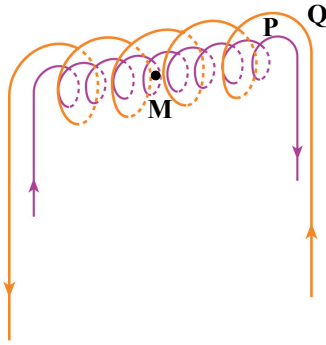
۸۱- مطابق شکل، از یک پیچۀ مسطح با ۴۰۰ دور سیم که قطر هر حلقه آن ۴۰ سانتی متر است، جریان الکتریکی $I = 0.5 \text{ A}$ عبور می کند.

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ چند گاوس و جهت آن کدام است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-3} \frac{\text{G} \cdot \text{m}}{\text{A}})$



- ⊙ ۰.۶ / ۲۵ (۱)
- ⊙ ۰.۲۵ (۲)
- ⊗ ۰.۶ / ۲۵ (۳)
- ⊗ ۰.۲۵ (۴)

۸۲- در شکل روبه رو دو سیم لوله آرمانی P و Q هم محور هستند و طول هریک از آن ها ۲۵ cm و تعداد دور هر کدام برابر ۱۰۰۰ است. اگر از سیم لوله P جریان الکتریکی ۴ A عبور کند، میدان مغناطیسی خالص در نقطه M (روی محور دو سیم لوله) 0.01 T با جهتی به طرف راست خواهد بود. جریان الکتریکی سیم لوله Q چند آمپر است؟



$(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$

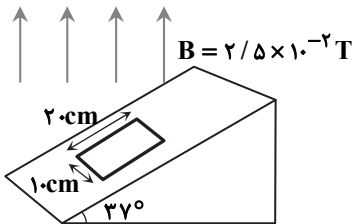
- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

۸۳- وقتی مواد مانند در یک میدان مغناطیسی خارجی قرار می گیرند، حضور میدان، سبب القای دوقطبی های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی در آن ها می شود.

(۴) فرومغناطیسی - کبالت

(۱) دیامغناطیسی - مس (۲) دیامغناطیسی - کبالت (۳) فرومغناطیسی - مس

۸۴- مطابق شکل، یک قاب با ابعاد $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ روی یک سطح شیب دار قرار دارد و میدان



مغناطیسی در این فضا $2/5 \times 10^{-2} \text{ T}$ و عمود بر سطح زمین است. شار مغناطیسی عبوری از قاب چند وبر است؟ $(\cos 37^\circ = 0.8)$

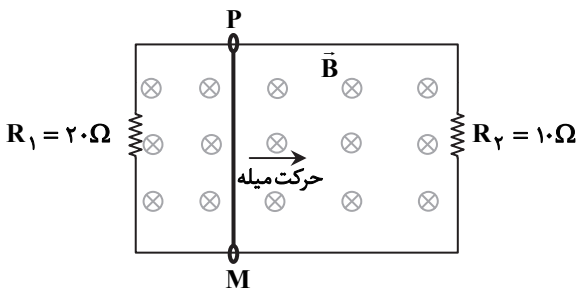
- 2×10^{-4} (۲) 5×10^{-4} (۱)
- 4×10^{-4} (۴) 3×10^{-4} (۳)

۸۵- یک حلقه رسانا به مساحت $\frac{1}{4} \text{ m}^2$ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که اندازه آن بر حسب زمان به صورت

$B = (2t^2 - 4t + 4) \times 10^{-2} \text{ T}$ تغییر می کند. در کدام بازه زمانی جریان القایی متوسط در حلقه صفر است؟

- (۰, ۴s) (۴) (۰, ۳s) (۳) (۰, ۲s) (۲) (۰, ۱s) (۱)

۸۶- در شکل داده شده، $PM = 80 \text{ cm}$ است و میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $B = 0.5 \text{ T}$ عمود بر صفحه مدار وجود دارد. اگر میله فلزی PM با تندی v در جهت نشان داده شده حرکت کند، جریان الکتریکی در مقاومت R_1 برابر ۱ میلی آمپر خواهد شد. اندازه v متر بر ثانیه و جهت جریان در مقاومت R_1 خواهد بود.



- P به M، ۰/۵ (۱) (۱) از M به P (۲)
- M به P، ۰/۵ (۳) (۱) از P به M (۴)

محل انجام محاسبات

۸۷- هنگامی که جریان عبوری از یک سیم‌لوله در مدتی معین ۳ برابر می‌شود، انرژی ذخیره‌شده در آن ۴۰۰ میلی‌ژول افزایش می‌یابد. انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله به چند میلی‌ژول رسیده است؟

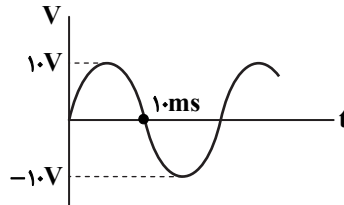
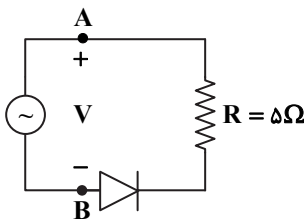
- ۶۰۰ (۱) ۴۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۵۰ (۴)

۸۸- از یک سیم به طول ۵ متر، سیم‌لوله‌ای به قطر ۱۰cm و طول ۵۰ سانتی‌متر درست کرده‌ایم. ضریب القاوری این سیم‌لوله چند میکروهنری است؟

$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}\right)$$

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۵۰ (۴)

۸۹- اگر نمودار اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B ($V_A - V_B$) برحسب زمان، به شکل زیر باشد و این ولتاژ سینوسی به صورت متناوب تکرار شود، در کدام زمان اندازه جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت، درست نوشته شده است؟



- (۱) $I = 0, t = 15 \text{ ms}$
 (۲) $I = 0, t = 25 \text{ ms}$
 (۳) $I = 2 \text{ A}, t = 5 \text{ ms}$
 (۴) $I = 2 \text{ A}, t = 20 \text{ ms}$

۹۰- اگر به دو سر سیم‌پیچ اولیه یک مبدل، ولتاژ سینوسی با مقدار بیشینه ۱۶۰ ولت اعمال گردد، اختلاف پتانسیل دو سر سیم‌پیچ ثانویه برحسب

ولت به صورت $V_2 = 8 \times 10^3 \sin(100\pi t)$ می‌شود. اگر سیم‌پیچ اولیه ۶۰ دور داشته باشد، سیم‌پیچ ثانویه چند دور دارد؟

- ۱۲ (۱) ۱۲۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۰۰۰ (۴)

۳۰

شیمی

زمان پیشنهادی

شیمی ۲: کل کتاب

۹۱- کدام گزینه در مورد عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای درست است؟

- (۱) عنصری که بیشترین خصلت نافلزی را دارد، دارای ۴ الکترون با $l = 1$ و $n = 3$ است.
- (۲) تعداد عنصرهای فلزی و نافلزی که زیرلایه الکترونی نیمه پر دارند، با هم برابر نیست.
- (۳) تعداد عنصرهای چکش‌خوار با تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصر 31Ga برابر است.
- (۴) تمام زیرلایه‌های موجود در لایه سوم الکترونی، در عناصر این دوره، از الکترون اشغال می‌شوند.

۹۲- چند مورد از عبارتهای زیر، درست‌اند؟

- شعاع اتمی A بزرگ‌تر از B ، ولی واکنش‌پذیری A کمتر از B است.
- در یک گروه جدول دوره‌ای، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی عناصر مانند واکنش‌پذیری آنها بیشتر می‌شود.
- در دوره سوم جدول دوره‌ای، از چپ به راست، شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر برخلاف شعاع اتمی آنها، بیشتر می‌شود.
- در هر دوره شامل عناصر فلزی، فلز قلیایی، واکنش‌پذیرترین فلز آن دوره محسوب می‌شود.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۳- در آرایش الکترونی یون X^{2+} ، شمار الکترون‌های لایه سوم، ۲۰ درصد بیشتر از مجموع شمار الکترون‌های لایه‌های اول و دوم است؛ بر این اساس.....

- (۱) عنصر X ، چهارمین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی و فلزی واسطه است.
- (۲) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی اتم عنصر X ، تنها یک الکترون وجود دارد.
- (۳) عنصر X ، متعلق به گروه ۵ جدول دوره‌ای بوده و واکنش‌پذیری کمتری از پتاسیم دارد.
- (۴) عنصر X ، پنجمین فلز واسطه جدول تناوبی است و در گروه ۷ قرار دارد.

محل انجام محاسبات

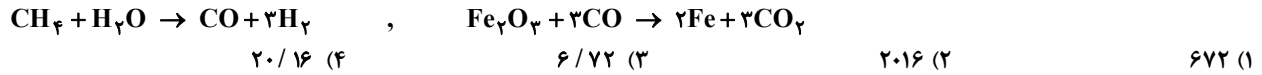
۹۴- با توجه به واکنش موازنه نشده $\text{Cu(s)} + \text{HNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{Cu(NO}_3)_2(\text{aq}) + \text{NO(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$ ، از واکنش ۱۶ گرم مس ۸۰ درصد

خالص با نیتریک اسید، به تقریب چند میلی لیتر گاز در شرایط استاندارد، تولید می شود؟ ($\text{Cu} = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

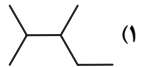
۲۲۴۰ (۱) ۲۹۸۶ (۲) ۴۴۸۰ (۳) ۶۷۲۰ (۴)

۹۵- برای استخراج آهن از ۶/۴ تن سنگ معدن Fe_2O_3 با خلوص ۷۵ درصد، چند متر مکعب گاز متان در شرایط STP، جهت تولید

کربن مونوکسید مورد نیاز، لازم است؟ ($\text{Fe}_2\text{O}_3 = 160 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



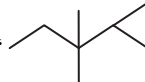
۹۶- در کدام گزینه نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن مطابقت ندارد؟

(۱)  : ۲، ۳-دی متیل پنتان
 (۲) $(\text{CH}_3)_2\text{CH}(\text{CH})_2\text{CH}_3$: ۲-متیل پنتان
 (۳) $(\text{CH}_3)_4\text{C}$: ۲، ۲-دی متیل پروپان
 (۴) $\text{CH}_3\text{CHCHCH}_3$: ۲-بوتن

۹۷- نام a-اتیل -b-متیل پنتان را به چند آلکان متفاوت می توان نسبت داد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۸- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

■ نام آلکانی با ساختار  ، ۲، ۳، ۳-تری متیل پنتان است.

■ اتانول با فرمول مولکولی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ ، یک ترکیب فرآر است و به هر نسبتی در آب حل می شود.

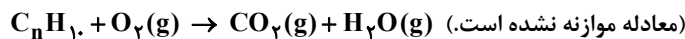
■ ۲-بوتن یک آلکین سیر نشده است که در فرمول آن، تعداد اتمهای هیدروژن دو برابر تعداد اتمهای کربن است.

■ ۱-هگزن و سیکلو هگزان فرمول مولکولی یکسانی دارند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۹- برای سوختن کامل ۱ مول از یک هیدروکربن زنجیره ای (غیر حلقوی) به فرمول C_nH_{10} ، به ۲۷۲ گرم گاز اکسیژن نیاز است. بر این اساس،

کدام عبارتهای زیر درست هستند؟ ($\text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(الف) در ساختار آن، یک پیوند سه گانه یا دو پیوند دو گانه می تواند وجود داشته باشد.

(ب) در ساختار آن، نسبت تعداد پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ تعداد به کل پیوندهای اشتراکی از ۰/۶ کمتر است.

(پ) به ازای سوختن ۰/۵ مول از آن، در مجموع ۵ مول فرآورده تولید می شود.

(ت) یک مول از آن می تواند در واکنش با یک مول گاز هیدروژن به ترکیبی سیر شده تبدیل شود.

۱ (الف و ب) ۲ (ب و پ) ۳ (الف و پ) ۴ (ب و ت)

۱۰۰- کدام گزینه درست است؟

(۱) آلکنها بخش عمده هیدروکربنهای نفت خام را تشکیل می دهند.

(۲) آلکانها به علت واکنش پذیری زیاد، اغلب به عنوان سوخت به کار می روند.

(۳) قبل از پالایش نفت خام، نمکها، اسیدها و آب آن را جدا می کنند.

(۴) هر چه نقطه جوش یک ترکیب موجود در نفت خام پایین تر باشد، از سینیهای پایین تر برج تقطیر خارج می شود.

۱۰۱- اگر به دو جسم متفاوت، مقدار گرمای یکسانی بدهیم و دمای هر دو جسم به یک اندازه افزایش یابد، کدام یک از عبارتهای زیر در مورد این

دو جسم همواره درست است؟

(۱) جرمی که جرم بیشتری دارد، ظرفیت گرمایی بیشتری هم دارد.

(۲) جرمی که جرم مولی بیشتری دارد، ظرفیت گرمایی ویژه کمتری دارد.

(۳) برای هر دو جسم، نسبت $\frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه}}{\text{ظرفیت گرمایی}}$ همواره کوچک تر از یک است.

(۴) این دو جسم دارای ظرفیت گرمایی یکسانی هستند.

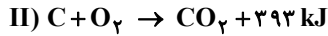
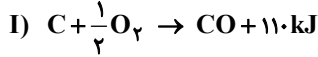
محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۱۰۲- گرمای ویژه آب و اتانول در دما و فشار مشخصی به ترتیب برابر با $4/2$ و $2/4$ ژول بر گرم بر کلین می‌باشد. اگر 3 کیلوگرم آب و $2/5$ لیتر اتانول با هم مخلوط شوند، برای افزایش دمای آن‌ها به اندازه 10°C چند کیلوژول گرما لازم است؟ (چگالی اتانول $0.8 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است و از برهم‌کنش میان اجزای محلول و تأثیر آن بر میزان گرمای لازم، صرف‌نظر شود).

۱۵۶ (۱) ۱۷۴ (۲) ۱۸۶ (۳) ۱۲۷ (۴)

۱۰۳- با توجه به معادله‌های داده شده، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟ ($C = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



■ گرمای حاصل از سوختن $7/2$ گرم کربن در واکنش (II) بیشتر از $14/4$ گرم کربن در واکنش (I) می‌باشد.

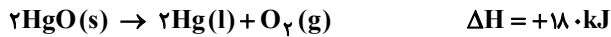
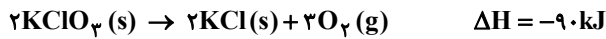
■ در شرایط یکسان، محتوای انرژی کربن مونوکسید بالاتر از کربن دی‌اکسید است.

■ واکنش تبدیل کربن مونوکسید به کربن دی‌اکسید گرماگیر است.

■ از سوختن $3/6$ گرم کربن در واکنش (II)، $117/9$ ژول گرما آزاد می‌شود.

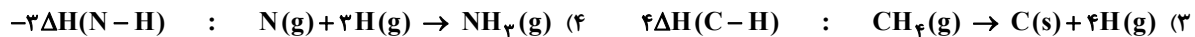
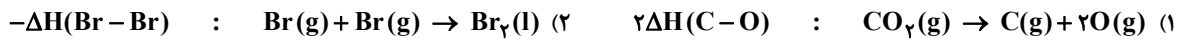
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- با توجه به دو واکنش زیر، چند گرم $KClO_3$ تجزیه شود تا گرمای حاصل از آن بتواند $10/8$ گرم HgO را تجزیه کند؟

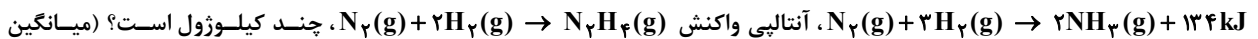


۱۲/۲۵ (۱) ۲۴/۵ (۲) ۴۹ (۳) ۹۸ (۴)

۱۰۵- در کدام گزینه، آنتالپی واکنش با کمیت نشان داده شده برابر است؟



۱۰۶- اگر آنتالپی پیوند $N \equiv N$ ، $2/15$ برابر آنتالپی پیوند $H-H$ و $2/365$ برابر میانگین آنتالپی پیوند $N-H$ باشد، با توجه به واکنش



آنتالپی پیوند $N-N$ را برابر با $160 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

۳۳ (۱) ۶۶ (۲) ۹۱ (۳) ۹۹ (۴)

۱۰۷- با توجه به فرمول ساختاری داده شده، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

■ گروه‌های عاملی ۱ و ۲، به ترتیب گروه آمینی و هیدروکسیل هستند.

■ این ترکیب آلی، جزء دسته مواد آروماتیک طبقه‌بندی می‌شود.

■ گروه‌های عاملی ۳ و ۴، به ترتیب در زردچوبه و دارچین نیز

وجود دارند.

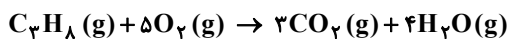
■ فرمول مولکولی آن $C_{19}H_{24}N_2O_3$ است.

۱ (۱) ۲ (۲)

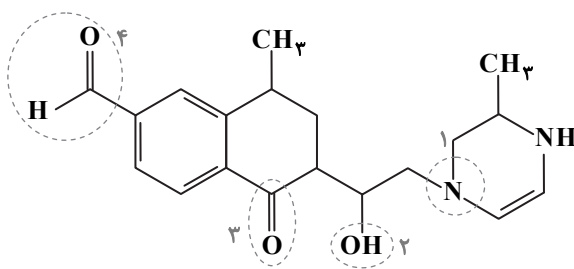
۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۸- اگر اختلاف آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی، عددی تقریباً ثابت و آنتالپی سوختن متان و اتان، به ترتیب -890 و -1560 کیلوژول بر مول

باشد، چند مول گاز کربن دی‌اکسید از سوختن کامل مقداری پروپان که با آزاد شدن 669 کیلوژول گرما همراه است، تولید می‌شود؟

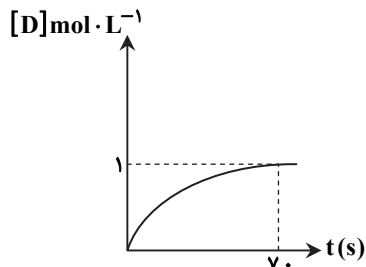
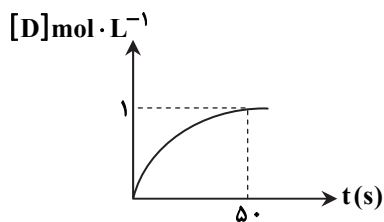


۰/۳ (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۹ (۴)

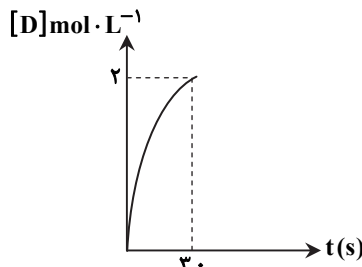


محل انجام محاسبات

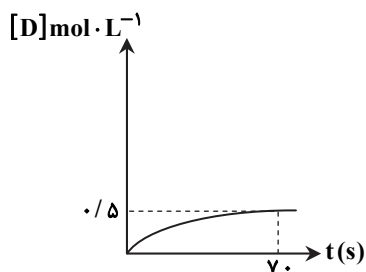
۱۰۹- در واکنش فرضی $A(aq) \rightarrow B(l) + D(g)$ ، نمودار غلظت گاز تولیدشده بر حسب زمان به صورت زیر است. کدام نمودار اثر تغییر ایجادشده را به درستی نشان می‌دهد؟



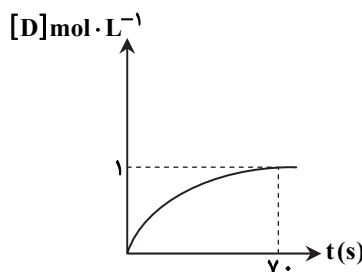
(۲) استفاده از بازدارنده:



(۱) استفاده از کاتالیزگر:

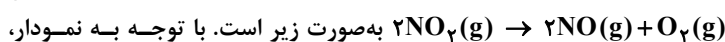


(۴) استفاده از بازدارنده:



(۳) استفاده از کاتالیزگر:

۱۱۰- نمودار تغییرات غلظت یک ماده در واکنش



به صورت زیر است. با توجه به نمودار،

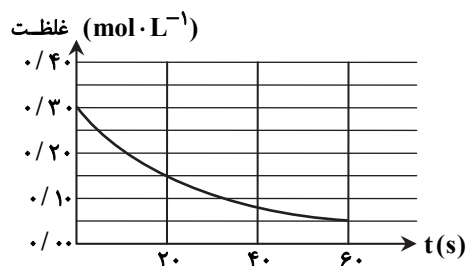
سرعت واکنش در بازه زمانی داده شده، بر حسب $mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ کدام است؟

(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۰۵

(۳) ۰/۲۵

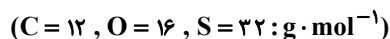
(۴) ۰/۱۲۵



۱۱۱- اگر در بازه زمانی و شرایطی مشابه، سرعت متوسط واکنش تجزیه آلومینیم سولفات $(Al_2(SO_4)_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 3SO_2(g))$

بر حسب مول بر دقیقه، برابر با سرعت متوسط واکنش تجزیه کلسیم کربنات $(CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g))$ باشد؛ در مدت زمان

۱۰ دقیقه، به تقریب جرم گاز گوگرد تری اکسید چند برابر جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده است؟



(۴) ۷/۲۵

(۳) ۵/۴۵

(۲) ۳/۴۵

(۱) ۳

۱۱۲- ۱۴ گرم سدیم هیدروژن کربنات ناخالص را در ظرفی گرم می‌دهیم تا واکنش زیر انجام شود. اگر سرعت متوسط تولید

کربن دی اکسید در این فرایند ۰/۱ مول بر دقیقه باشد و واکنش پس از ۲۰ ثانیه به پایان برسد، درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات با فرض

بی‌اثر بودن ناخالصی‌ها کدام است؟ $(NaHCO_3 = 84 g \cdot mol^{-1})$



(۴) ۸۵

(۳) ۷۲

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

محل انجام محاسبات

۱۱۳- در بین مواد زیر به ترتیب از راست به چپ، ماده به خانواده درشت مولکولها تعلق دارند و ماده، از دسته پلیمرهای ساختگی محسوب می‌شوند.

الف) پلی اتن	ب) استیرن	پ) نشاسته	ت) دکان	ث) تفلون
۳، ۴ (۱)	۳، ۳ (۲)	۲، ۳ (۳)	۲، ۳ (۴)	۲، ۵ (۴)

۱۱۴- از پلیمر شدن $۶/۷۲$ لیتر گاز پروپن در شرایط STP، چند گرم پلی پروپن با بازده ۶۰ درصد به دست می‌آید؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۱۲/۶ (۱)	۷/۵۶ (۲)	۲۱ (۳)	۱۰/۵ (۴)
----------	----------	--------	----------

۱۱۵- با توجه به ساختار پلیمر نشان داده شده، کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) این پلیمر یک هیدروکربن سیرشده و از خانواده آلکانها است.

(۲) از بسپارش مولکولهای پروپن، می‌توان این پلیمر را تهیه کرد.

(۳) اگر هر مولکول این پلیمر ۵۰۰ واحد تکرارشونده داشته باشد، جرم مولی آن $28000 g \cdot mol^{-1}$ است.

(۴) مانند پلی اتیلن، تمایلی به شرکت در واکنشهای شیمیایی ندارد و زیست تخریب‌ناپذیر است.

۱۱۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

■ نخ‌دندان از پلیمری ساخته می‌شود که از نظر شیمیایی بی‌اثر است و در حلالهای آلی حل نمی‌شود.

■ پلی اتن شاخه‌دار در مقایسه با پلی اتن بدون شاخه، چگالی بیشتری دارد و کدر است.

■ در ساختار مونومر پلی استیرن، یک پیوند دوگانه کربن - اکسیژن وجود دارد.

■ شمار اتمها در فرمول شیمیایی مونومر سازنده پلیمرهای تفلون، پلی وینیل کلرید و پلی اتن با هم برابر است.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ در الکلها با افزایش شمار اتمهای کربن، پیوند هیدروژنی بر نیروهای وان دروالس غلبه می‌کند.

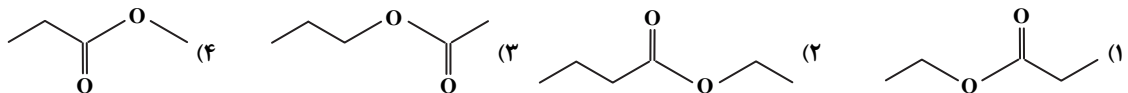
■ در شرایط یکسان، انحلال پذیری الکلی با فرمول شیمیایی C_4H_9OH در آب، کمتر از الکل $C_6H_{13}OH$ است.

■ با افزایش شمار اتمهای کربن، تفاوت انحلال پذیری الکل و آلکان راست زنجیر هم کربن با آن در آب، کاهش می‌یابد.

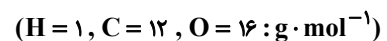
■ در ساختار الکلها، گروه عاملی کربوکسیل بخش قطبی و زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی مولکول است.

۳ (۱)	۱ (۲)	۲ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۱۱۸- الکل سازنده استری به فرمول $C_5H_{10}O_2$ ، اتانول است. کدام ساختار مربوط به این استر است؟



۱۱۹- کدام گزینه در ارتباط با ساختار نشان داده شده که بخشی از ساختار مولکول یک ترکیب آلی را نشان می‌دهد، درست است؟



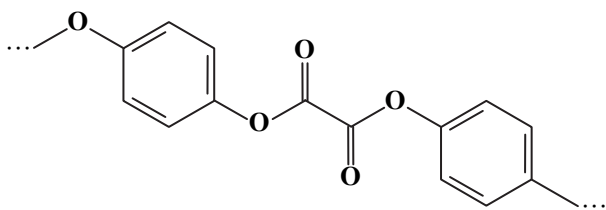
(۱) در تهیه آن از یک اسید آلی آروماتیک استفاده شده است.

(۲) تفاوت جرم مولی مونومر الکلی آن با بنزن، ۳۶ گرم بر مول است.

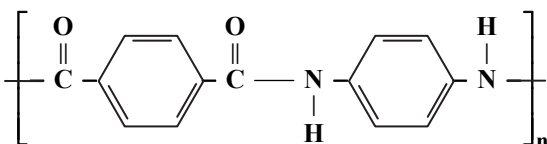
(۳) جرم مولی واحد تکرار شونده این پلیمر، ۱۶۴ گرم بر مول است.

(۴) از خانواده پلی استرها بوده و در اثر آبکافت آن، الکلی

دو عاملی با جرم مولی ۱۰۰ گرم بر مول تولید می‌شود.



۱۲۰- از واکنش $۴۷/۶$ گرم پلی آمید زیر با آب، حداکثر چند گرم دی آمین حاصل می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



۱۰/۸ (۱)

۲۱/۶ (۲)

۲۶/۰ (۳)

۱۳/۰ (۴)

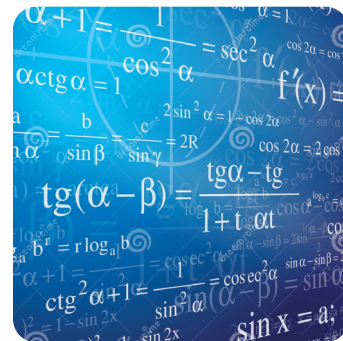
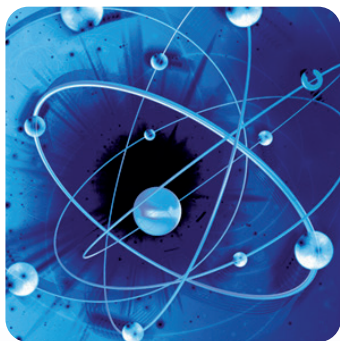
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۱۲ فروردین ۱۴۰۲ (مرحله ۱۱)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۱۲ گزینه دو، در روز جمعه ۱۸ فروردین ۱۴۰۲ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... ، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۱ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

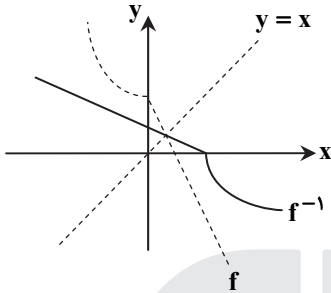
ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۴، درس ۲ حسابان ۱

نکته: $\cos(-x) = \cos x$, $\cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = \pm \sin \alpha$

$$\beta = \frac{3\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \alpha = \beta - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \cos\left(\beta - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) = -\sin \beta$$

۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱



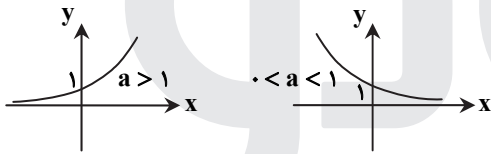
نکته: برای رسم وارون تابع f ، کافی است نمودار آن را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه کنیم.

نکته: وارون وارون هر تابع برابر خود تابع است.

با توجه به نکته، تنها در گزینه ۴ این تابع به درستی رسم شده است.

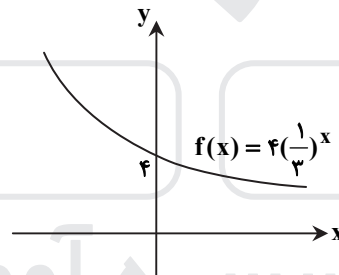
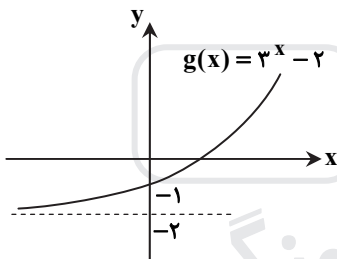
۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۲ حسابان ۱

نکته: نمودار تابع $y = a^x$ به یکی از دو صورت روبه‌رو است:



برای رسم $g(x) = 3^x - 2$ داریم:

برای رسم $y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x$ داریم:



اگر این دو نمودار را در یک دستگاه کنار هم قرار دهیم، یکدیگر را در یک نقطه با طول مثبت قطع می‌کنند.

۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۱ حسابان ۱

نکته: دو تابع f و g را برابر نامیم هرگاه:

(الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.

(ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

ابتدا دامنه توابع f ، g و h را یافته و ضابطه آن‌ها را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|, D_f: x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 8}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^2 + 2x + 4} = x-2, D_g: x^2 + 2x + 4 \neq 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = x-2, D_h: x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2 \Rightarrow D_h = \mathbb{R} - \{-2\}$$

تابع k با تابع g برابر است، زیرا دامنه هر دو تابع برابر \mathbb{R} است و $g(x) = k(x) = x-2$.

تابع h با k برابر نیست، زیرا دامنه آن‌ها برابر نیست. همچنین تابع f با k برابر نیست، زیرا:

$$f(0) = 2, k(0) = -2$$

$$\frac{3x}{x-3} - \frac{4}{x+1} = \frac{7x+8}{(x-3)(x+1)} \Rightarrow \frac{3x(x+1) - 4(x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{7x+8}{(x-3)(x+1)}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x - 4x + 12 = 7x + 8 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{8 \pm 4}{6} \Rightarrow x = 2, \frac{2}{3}$$

ریشه کوچکتر برابر $x = \frac{2}{3}$ است.

۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ حسابان ۱

نکته: اگر رأس یک سهمی نقطه (h, k) باشد، معادله آن را می‌توان به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ نوشت:

رأس سهمی داده شده نقطه $(-2, 1)$ است، پس معادله سهمی به صورت $y = a(x+2)^2 + 1$ است. ضمناً سهمی مطابق شکل از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = a(0+2)^2 + 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

بنابراین:

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 1 \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{4}(1+2)^2 + 1 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{5}{4}$$

۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۴ حسابان ۱

راه حل اول:

معادله مورد نظر را با حالت بندی حل می‌کنیم:

غقیق $x \geq 2$; $x(x-2)+1=0 \Rightarrow x^2-2x+1=0 \Rightarrow (x-1)^2=0 \Rightarrow x=1$

حالت دوم $x < 2$; $x(2-x)+1=0 \Rightarrow -x^2+2x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{-2} = 1 \pm \sqrt{2}$

با توجه به اینکه در حالت دوم باید $x < 2$ ، پس $x = 1 + \sqrt{2}$

غیرقابل قبول است و تنها جواب قابل قبول این معادله $x = 1 - \sqrt{2}$ است.

راه حل دوم:

ابتدا معادله را به صورت $|x-2| = \frac{-1}{x}$ می‌نویسیم. برای حل این معادله

به روش هندسی، ابتدا نمودار دو تابع $y = |x-2|$ و $y = -\frac{1}{x}$ را رسم

می‌کنیم. این دو نمودار یکدیگر را فقط در یک نقطه، با طول منفی قطع می‌کنند، پس معادله تنها یک ریشه دارد.

۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ حسابان ۱

نکته: به طور کلی اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

مطابق صورت مسئله، مجموع دو عدد برابر $S = -\frac{4}{3}$ و حاصل ضرب دو عدد برابر $P = -\frac{4}{3}$ ، پس ریشه‌های معادله زیر اعداد مورد نظر هستند:

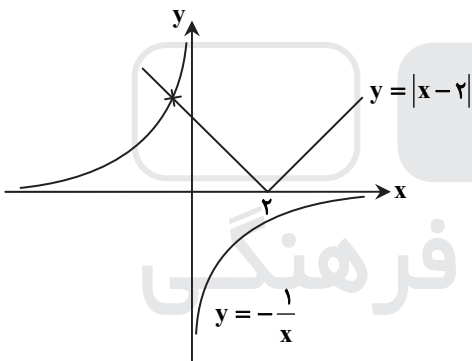
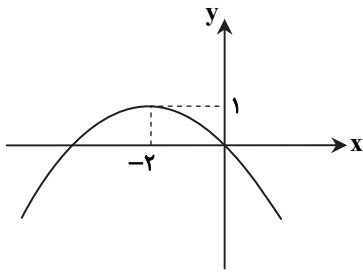
$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \left(-\frac{4}{3}\right)x + \left(-\frac{4}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{6} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ و } -2$$

حاصل تقسیم عدد بزرگ‌تر بر عدد کوچک‌تر این معادله برابر است با:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{2}{3}}{-2} = -\frac{1}{3}$$



$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

ابتدا دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = (-\infty, 1], \quad g(x) \neq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{1-x} \neq 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} \neq 1 \Rightarrow 1-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (-\infty, 1] - \{0\}$$

ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ برابر است با:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{1-\sqrt{1-x}} \times \frac{1+\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{x(1+\sqrt{1-x})}{1-(1-x)} = 1 + \sqrt{1-x}$$

نمودار این تابع با دامنه به دست آمده، در گزینه ۲ به درستی رسم شده است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

نکته: اگر تابعی وارون پذیر باشد و $f(a) = b$ ، آنگاه: $f^{-1}(b) = a$

برای یافتن $(f+g)^{-1}(0)$ باید معادله $(f+g)(x) = 0$ را حل کنیم:

$$(f+g)(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - 2 + \frac{x+5}{2} = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1-x}{2} \Rightarrow x+2 = \frac{x^2-2x+1}{4} \Rightarrow x^2-2x+1 = 4x+8$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } 7$$

جواب $x = 7$ در معادله اصلی صدق نمی‌کند و غیرقابل قبول است، پس مقدار خواسته شده برابر است با:

$$(f+g)^{-1}(0) = -1$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۲ حسابان ۱

$$\log_c a + \log_c b = \log_c ab, \quad \log_b a^m = m \log_b a$$

ابتدا تک تک عبارات را ساده می‌کنیم.

$$\log_{10} 125 = \log_{10} 5^3 = 3 \log_{10} 5$$

$$\log_3 27 = \log_3 3^3 = 3 \log_3 3 = 3$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$3 \log_5 5 - 3 + 3 = 3 \log_5 5$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۳ حسابان ۱

$$\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c, \quad \log_c a + \log_c b = \log_c ab$$

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، معادله مورد نظر را حل می‌کنیم:

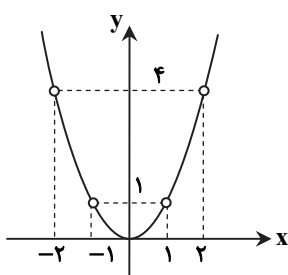
$$\log_6(1-x) + \log_6(8-2x) = 2 \Rightarrow \log_6(1-x)(8-2x) = 2 \Rightarrow (1-x)(8-2x) = 6^2 \Rightarrow 8-2x-8x+2x^2 = 36$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 10x - 28 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-7) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 7$$

از آنجا که معادله اصلی به ازای $x = 7$ ، تعریف نشده است، تنها جواب قابل قبول این معادله $x = -2$ است و داریم:

$$\log_{1/5} \frac{1-x}{3} = \log_{1/5} \frac{1-(-2)}{3} = \log_{1/5} 4 = \log_{1/5} 2^2 = 2 \log_{1/5} 2 = 2 \times (-1) = -2$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۱ حسابان ۱



نمودار تابع $f(x) = x^2$ با دامنه $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ به صورت روبه‌رو است. مطابق شکل تابع f در

تمامی نقاط (با طول‌های صحیح و غیر صحیح) حد دارد و داریم: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a^2$

۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۴ حسابان ۱

صورت و مخرج کسر را در مزدوج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x^2 - 2}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{((x^2 - 1) + (x^2 - 1))(\sqrt{x} + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{((x - 1)(x^2 + x + 1) + (x - 1)(x + 1))(\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1 + x + 1)(\sqrt{x} + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} ((x^2 + 2x + 2)(\sqrt{x} + 1)) = 5 \times 2 = 10$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۴ حسابان ۱

نکته: $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

صورت و مخرج کسر را در مزدوج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x (\cos x + 1)}{-\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{\cos x + 1}{\frac{\sin x}{x}} = -\frac{1 + 1}{1} = -2$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۵ حسابان ۱

نکته: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

معادله خطی با شیب ۲ و با عرض از مبدأ دلخواه b به صورت $y = 2x + b$ یا $2x - y + b = 0$ است. فاصله نقطه $A(3, 1)$ از این خط برابر $2\sqrt{5}$ است، پس:

$$\frac{|2 \times 3 - 1 + b|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow |5 + b| = 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} \Rightarrow |5 + b| = 10 \Rightarrow 5 + b = \pm 10 \Rightarrow b = -15 \text{ یا } 5$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۴ و فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

ابتدا با محدوده‌بندی، ضابطه تابع را بدون قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = |2x + 1| - |2x - 6| = \begin{cases} (2x + 1) - (2x - 6) & x > 3 \\ (2x + 1) - (6 - 2x) & -\frac{1}{2} \leq x \leq 3 \\ -(2x + 1) - (6 - 2x) & x < -\frac{1}{2} \end{cases} = \begin{cases} 7 & x > 3 \\ 4x - 5 & -\frac{1}{2} \leq x \leq 3 \\ -7 & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ضابطه تابع وقتی $x > 3$ یا $x < -\frac{1}{2}$ ثابت بوده و تابع ثابت یک‌به‌یک نبوده و در نتیجه وارون پذیر نیست. در محدوده $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ ضابطه تابع به صورت تابع خطی $y = 4x - 5$ است، وارون این تابع برابر است با:

$$y = 4x - 5 \Rightarrow 4x = y + 5 \Rightarrow x = \frac{y + 5}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{4}$$

همچنین می‌دانیم دامنه تابع وارون برابر برد تابع اصلی است، برد f در محدوده $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ برابر است با:

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 4x \leq 12 \Rightarrow -7 \leq 4x - 5 \leq 7 \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = [-7, 7]$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۴، درس ۱ حسابان ۱

$$L = R\theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{R}$$

نکته: طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی θ رادیان در دایره‌ای به شعاع R برابر است با:

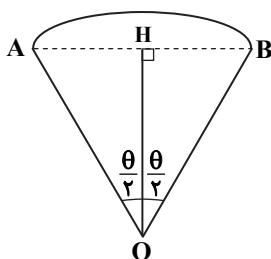
$$\widehat{AB} = 2\pi \times 5 = 10\pi$$

پس از باز کردن مخروط قطاعی از دایره حاصل می‌شود که اندازه آن برای محیط قاعده مخروط است، پس:

$$R = \sqrt{5^2 + 13^2} = 13$$

همچنین شعاع قطاع حاصل برابر مولد مخروط است، پس:

پس زاویه رأس قطاع حاصل برابر است با:



$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{R} = \frac{10\pi}{13}$$

اکنون در مثلث AOH از شکل روبه‌رو داریم:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{AH}{AO} \Rightarrow \sin \frac{5\pi}{13} = \frac{AH}{13} \Rightarrow AH = 13 \sin \frac{5\pi}{13} \Rightarrow AB = 2AH = 26 \sin \frac{5\pi}{13}$$

نکته: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$, $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

عبارت مورد نظر را بر حسب سینوس و کسینوس نوشته و ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} \tan 10^\circ + \cot 50^\circ &= \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\cos 50^\circ}{\sin 50^\circ} = \frac{\sin 10^\circ \sin 50^\circ + \cos 50^\circ \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ \sin 50^\circ} = \frac{\cos(50^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ \sin 50^\circ} = \frac{\cos 40^\circ}{\cos 10^\circ \sin(90^\circ - 40^\circ)} \\ &= \frac{\cos 40^\circ}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ} = \frac{1}{\cos 10^\circ} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 7$ به صورت روبه رو است. مطابق شکل مشخص است که وقتی $x = 3$ مقدار تابع f با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ میل می کند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3} [-x^2 + 6x - 7] = 1$$

نکته: زاویه بین دو مماس رسم شده بر یک دایره از نقطه ای خارج آن، برابر نصف تفاضل اندازه های دو کمان روبه روی آن است.

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BDC} - \widehat{BEC}}{2}$$

نکته: مجموع اندازه های کل کمان های مجزای یک دایره برابر 360° است. با توجه به نکات داریم:

$$\begin{cases} \widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 360^\circ \\ \frac{\widehat{ANB} - \widehat{AMB}}{2} = 35^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 360^\circ \\ \widehat{ANB} - \widehat{AMB} = 70^\circ \end{cases}$$

طرفین دو رابطه فوق را با هم جمع می کنیم:

$$\Rightarrow 2\widehat{ANB} = 430^\circ \Rightarrow \widehat{ANB} = 215^\circ$$

نکته: اگر از یک نقطه خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول دو مماس رسم شده با هم برابر است.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} MY = 7 - 3 = 4 \Rightarrow MX = 4 \\ PZ = PY = 3 \Rightarrow NZ = 5 - 3 = 2 \Rightarrow NX = 2 \end{cases} \Rightarrow MN = 4 + 2 = 6$$

بنابراین محیط مثلث MNP برابر است با:

$$MN + NP + PM = 6 + 5 + 7 = 18$$

نکته: تجانس به مرکز نقطه ثابت O و نسبت k تبدیلی است که در آن اگر M' تصویر نقطه M باشد، آنگاه: الف) سه نقطه M, O و M' روی یک خط راست قرار دارند.

ب) $OM' = |k| \cdot OM$

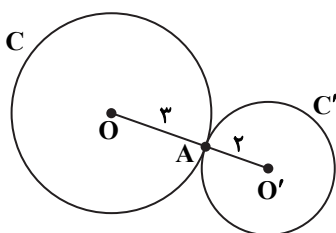
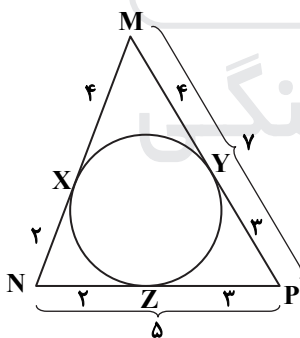
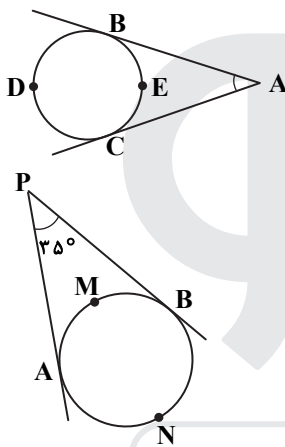
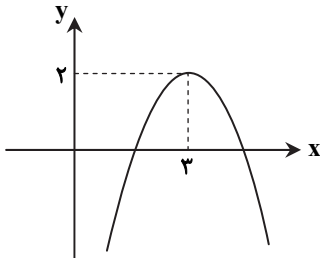
پ) اگر $k > 0$ ، آنگاه M و M' در یک طرف O و اگر $k < 0$ ، آنگاه M و M' در طرفین O قرار دارند.

مطابق شکل و با توجه به نکته داریم:

$$AO' = \left| -\frac{2}{3} \right| \times AO = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

در نتیجه دو دایره مماس خارج هستند و طول خط المרכזین برابر است با:

$$OO' = 2 + 2 = 4$$



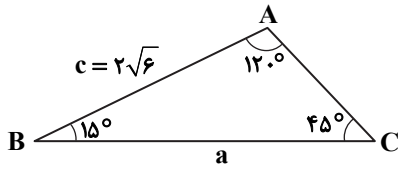
۲۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۲

نکته: قضیه سینوسها: در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

ابتدا زاویه C را به دست می آوریم:

$$\hat{A} = 120^\circ, \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 120^\circ - 15^\circ = 45^\circ$$

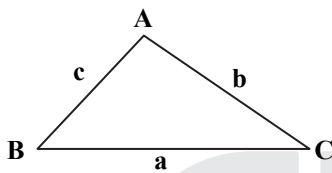


حال با استفاده از قضیه سینوسها داریم:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \hat{A}} &= \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{a}{\sin 120^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \\ \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 6 \end{aligned}$$

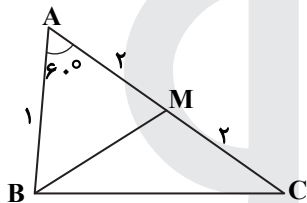
۲۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۲

نکته (قضیه کسینوسها):



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

با توجه به اطلاعات مسئله، مطابق شکل، داریم:



۱) $AM = MC = 2$, $AB = 1$

۲) $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

اینک با توجه به نکته، بر طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABM، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} BM^2 &= AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cos \hat{A} = 1 + 4 - 4 \cos 60^\circ = 1 + 4 - 2 = 3 \\ \Rightarrow BM &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۳ هندسه ۲

نکته: اگر از یک نقطه دو مماس بر یک دایره رسم کنیم، طول دو مماس با هم برابر است.

نکته: در مثلث متساوی الساقین، نقطه تماس دایره محاطی داخلی با قاعده، وسط قاعده است.

نکته: در مثلث ABC با محیط ۲P و مساحت S، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A از رابطه $r_a = \frac{S}{P-a}$ به دست می آید. با توجه به نکات بالا و شکل روبه رو داریم:

$$CP = CM = BP = BN = 2, AN = AM = 6 \Rightarrow AB = AC = 8$$

$$AP^2 + CP^2 = AC^2 \Rightarrow AP^2 + 4 = 64 \Rightarrow AP^2 = 60 \Rightarrow AP = 2\sqrt{15}$$

$$S = \frac{1}{2} AP \times BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{15} \times 4 = 4\sqrt{15}$$

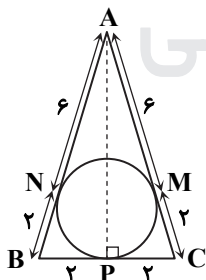
$$P = \frac{1}{2} (AB + AC + BC) = \frac{1}{2} (8 + 8 + 4) = 10$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{4\sqrt{15}}{10-4} = \frac{4\sqrt{15}}{6} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

بنابراین شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A برابر است با:

$$S = \pi r_a^2 = \pi \times \frac{4 \times 15}{9} = \frac{20\pi}{3}$$

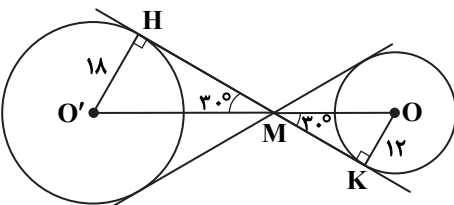
پس مساحت این دایره برابر است با:



۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۲

نکته: در دو دایره متخارج، خط المرکزین نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک داخلی است.

ابتدا شکل مسئله را رسم می کنیم. با توجه به شکل داریم:

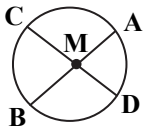


$$\begin{cases} \Delta MO'H : \sin 30^\circ = \frac{18}{MO'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18}{MO'} \Rightarrow MO' = 36 \\ \Delta MOK : \sin 30^\circ = \frac{12}{MO} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{MO} \Rightarrow MO = 24 \\ OO' = MO' + MO = 36 + 24 = 60 \end{cases}$$

بنابراین:

نکته ۱: محل هم‌رسمی میانه‌های هر مثلث، میانه‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند، یعنی فاصله‌اش از هر رأس، دو برابر فاصله‌اش از وسط ضلع مقابل است.

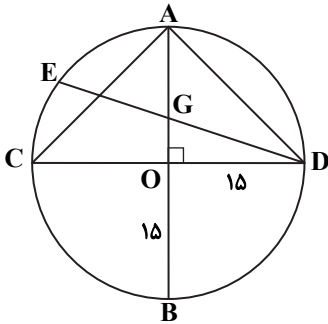
نکته ۲: اگر دو وتر AB و CD از دایره‌ای یکدیگر را در نقطه M داخل دایره قطع کنند، مطابق شکل خواهیم داشت:



$$MA \times MB = MC \times MD$$

واضح است که AO و DE میانه‌های مثلث ACD هستند.

با توجه به نکته ۱ و اینکه $OA = OB = OC = OD = 15$ ، داریم:



$$\begin{cases} OG = \frac{1}{3} OA = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \\ GA = \frac{2}{3} OA = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه GOD به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

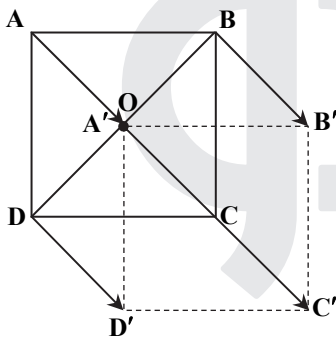
$$GD = \sqrt{OG^2 + OD^2} = \sqrt{5^2 + 15^2} = \sqrt{5^2(1+3^2)} = 5\sqrt{1+9} = 5\sqrt{10}$$

و در نهایت با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$GA \times GB = GD \times GE \Rightarrow 10(5+15) = 5\sqrt{10} \times GE \Rightarrow GE = \frac{40}{\sqrt{10}} = 4\sqrt{10}$$

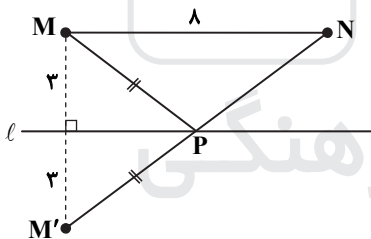
نکته: انتقال با بردار \vec{V} تبدیلی است که در آن هر نقطه A به نقطه‌ای مانند A' تبدیل می‌شود به طوری که: $\vec{AA'} = \vec{V}$
نکته: اندازه قطر مربعی به ضلع a برابر $a\sqrt{2}$ است.

مطابق شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{aligned} AB = \frac{\sqrt{2}}{3} &\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow AO = OC = CC' = \frac{1}{3} &\Rightarrow AC' = 3AO = 3 \times \frac{1}{3} = 1 \end{aligned}$$

با توجه به روش هرون برای به‌دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر، مطابق شکل بازتاب M را نسبت به خط l یافته و M' می‌نامیم. M' را به N وصل می‌کنیم تا خط l را در P قطع کند. در مثلث $MM'N$ داریم:



$$M'N = \sqrt{MN^2 + MM'^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$MP + PN = M'P + PN = M'N = 10$$

بنابراین کمترین مقدار ممکن برای محیط مثلث MNP برابر است با:

$$\underbrace{MP + PN}_{10} + MN = 10 + 8 = 18$$

نکته: در مثلث ABC اگر AD نیمساز داخلی A باشد، داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}, \quad AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

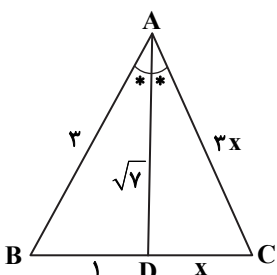
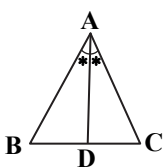
با توجه به نکته بالا اگر فرض کنیم $DC = x$ ، داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 3x$$

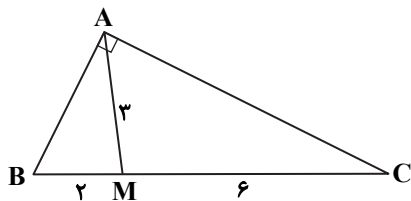
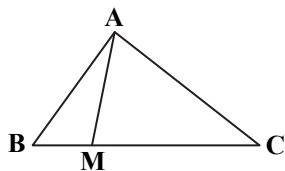
$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow (\sqrt{7})^2 = 3 \times 3x - 1 \times x \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8}$$

بنابراین محیط مثلث ABC برابر است با:

$$3 + 1 + 4x = 4 + 4 \times \frac{7}{8} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$$



۳۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۲



نکته: در مثلث ABC اگر M نقطه دلخواهی روی ضلع BC باشد، داریم:

$$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MB = AM^2 \cdot BC + MB \cdot MC \cdot BC \quad (\text{رابطه استوارت})$$

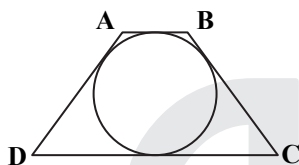
با توجه به قائم‌الزاویه بودن مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= BC^2 \\ \Rightarrow AC^2 &= BC^2 - AB^2 = 8^2 - AB^2 \\ \Rightarrow AC^2 &= 64 - AB^2 \end{aligned}$$

حال طبق رابطه استوارت داریم:

$$\begin{aligned} AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MB &= AM^2 \cdot BC + MB \cdot MC \cdot BC \Rightarrow 6AB^2 + 2AC^2 = 9 \times 8 + 2 \times 6 \times 8 = 72 + 96 \\ \Rightarrow 6AB^2 + 2(64 - AB^2) &= 168 \Rightarrow 6AB^2 + 128 - 2AB^2 = 168 \Rightarrow 4AB^2 = 40 \Rightarrow AB^2 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10} \end{aligned}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۳ هندسه ۲



نکته: طبق شکل روبه‌رو، در چهارضلعی محیطی ABCD رابطه زیر برقرار است:

$$AB + DC = AD + BC$$

طبق شکل روبه‌رو از A و B بر قاعده DC عمودهایی رسم می‌کنیم.

با توجه به متساوی‌الساقین بودن دوزنقه داریم:

$$\begin{aligned} CH = DH' &= \frac{1}{2}(DC - AB) = \frac{1}{2}(\delta x - x) = 2x \\ BH = \text{قطر دایره} &\Rightarrow BH = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

چون دوزنقه متساوی‌الساقین و محیطی است، داریم:

$$AD + BC = AB + DC \Rightarrow 2BC = x + \delta x \Rightarrow BC = 3x$$

$$\begin{aligned} \Delta BCH: BH^2 + CH^2 &= BC^2 \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 + (2x)^2 = (3x)^2 \\ \Rightarrow 20 + 4x^2 &= 9x^2 \Rightarrow 5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

بنابراین مساحت دوزنقه ABCD، برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}BH(AB + DC) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5}(x + \delta x) = \sqrt{5} \times 6x = \sqrt{5} \times 6 \times 2 = 12\sqrt{5}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۲

نکته: قطر (شعاع) عمود بر وتر، وتر و کمان‌هایش را نصف می‌کند.

مطابق شکل از O به وتر CD عمود رسم کرده و پای عمود را H می‌نامیم.

با توجه به نکته، داریم:

$$DH = CH \quad (*)$$

از طرفی به کمک اطلاعات مسئله، داریم:

$$MD = 2MC = 12 \Rightarrow \begin{cases} MC = 6 \\ MD = 12 \end{cases} \Rightarrow CD = 6 + 12 = 18$$

$$\xrightarrow{(*)} DH = CH = 9 \Rightarrow MH = CH - MC = 9 - 6 = 3$$

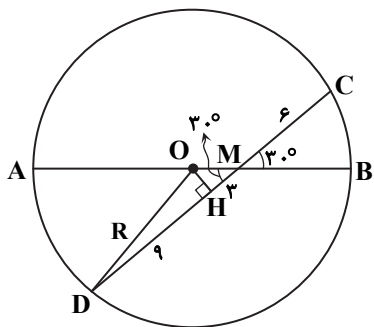
اینک در مثلث قائم‌الزاویه OMH داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{OH}{MH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OH}{3} \Rightarrow OH = \sqrt{3}$$

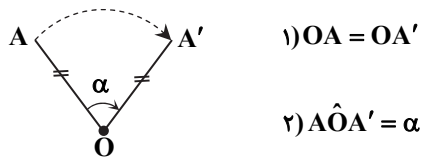
و در نهایت در مثلث قائم‌الزاویه ODH به کمک قضیه فیثاغورس، خواهیم داشت:

$$OD^2 = OH^2 + DH^2 \Rightarrow R^2 = 3 + 81 = 84 \Rightarrow R = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



نکته: دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم: (در هر دوران، مرکز دوران ثابت می ماند).

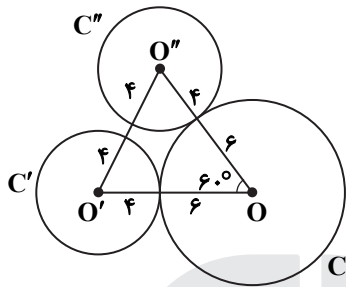


نکته: دوران طولپایا است.

نکته: طول مماس مشترک داخلی دو دایره با شعاع های R_1 و R_2 و طول خطالمركزین d، برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R_1 + R_2)^2}$$

مطابق شکل و از آنجا که دوران طولپاست، داریم:



$$R'' = R' = 4$$

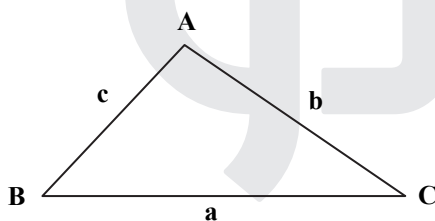
$$OO' = OO'' \Rightarrow \triangle OO'O'' \text{ متساوی الساقین است}$$

$$\hat{O} = 60^\circ \rightarrow \triangle OO'O'' \Rightarrow O'O'' = OO'' = 10$$

پس طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R' + R'')^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

نکته (قضیه کسینوس ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:



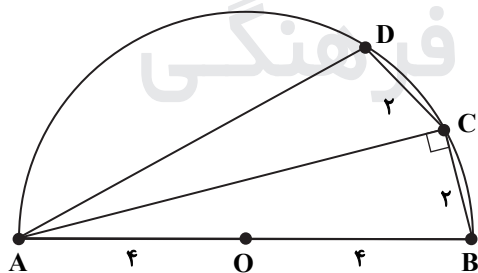
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

مطابق شکل، زاویه \hat{ACB} زاویه محاطی روبه رو به قطر است، پس قائمه است. به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABC، داریم:

$$AC^2 + BC^2 = AB^2 \Rightarrow AC^2 + 4 = 64 \Rightarrow AC^2 = 60 \Rightarrow AC = 2\sqrt{15}$$

از طرفی چهارضلعی ABCD محاطی است، پس زوایای مقابل آن مکملند:

$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - \hat{B} \quad (*)$$



در مثلث ACB مقدار $\cos \hat{B}$ را محاسبه می کنیم:

$$\cos \hat{B} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \xrightarrow{(*)} \cos \hat{D} = \cos(180^\circ - \hat{B}) = -\cos \hat{B} = -\frac{1}{4}$$

و اینک با توجه به نکته در مثلث ADC، خواهیم داشت:

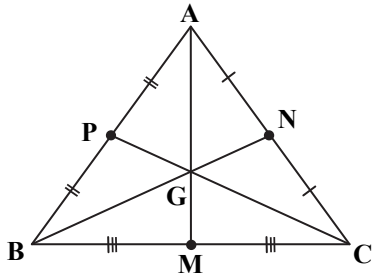
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2(AD)(DC) \cos \hat{D}$$

$$\Rightarrow 60 = AD^2 + 4 - 2(AD)(2)\left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow AD^2 + AD - 56 = 0$$

$$\Rightarrow (AD + 8)(AD - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غرق} \text{ AD} = -8 \\ \text{AD} = 7 \end{cases}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۲

نکته: بر طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC با اضلاع a, b و c، مطابق شکل، داریم:



$$\begin{cases} AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \\ AB^2 + BC^2 = 2BN^2 + \frac{AC^2}{2} \\ AC^2 + BC^2 = 2CP^2 + \frac{AB^2}{2} \end{cases}$$

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

با توجه به نکته، داریم:

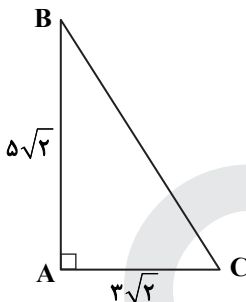
$$AB^2 + AC^2 = 4AM^2$$

همچنین با توجه به صورت سؤال داریم:

$$2AM^2 + \frac{BC^2}{2} = 4AM^2 \Rightarrow 2AM^2 = \frac{BC^2}{2} \Rightarrow AM^2 = \frac{BC^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

از مقایسه دو رابطه، خواهیم داشت:

رابطه اخیر نشان می‌دهد که میانه وارد بر ضلع BC در مثلث ABC نصف ضلع BC است. پس این مثلث قائم‌الزاویه بوده و زاویه A قائمه است، بنابراین مطابق شکل، مساحت ABC، برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 15$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ آمار و احتمال

نکته: $p \wedge q$ زمانی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.

نکته: $p \vee q$ زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشند.

از آنجایی که $p \vee q$ درست و $p \wedge q$ نادرست است، بنابراین از گزاره‌های p و q یکی درست و یکی نادرست است که در این صورت $p \Leftrightarrow q$ الزاماً نادرست خواهد بود؛ بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

بررسی سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:

گزینه ۱: اگر q نادرست و p درست باشد، ارزش گزاره به انتغای مقدم درست است.

گزینه ۳: $\sim p$ و q قطعاً هم‌ارزش هستند و گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ همواره درست است.

گزینه ۴: هم‌ارز منطقی با $p \vee q$ است و همواره درست است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۳ آمار و احتمال

نکته: در حالتی که فضای احتمال هم‌شانس است شرطی کردن یک پیشامد نسبت به پیشامد B مثل این است که فضای نمونه، یعنی S، را کنار گذاشته و B را فضای نمونه تلقی کنیم. احتمال روی این فضای نمونه نیز هم‌شانس است. به این رویکرد «کاهش فضای نمونه» گفته می‌شود. فضای نمونه‌ای کاهش یافته، برآمدهای غیر از مضر سه است.

$$S' = \{1, 2, 4, 5\} \Rightarrow n(S) = 4$$

$$S' \text{ در } A = \{2, 5\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ بنابراین:}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۳ آمار و احتمال

نکته ۱: عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند، میانه (Q_2) می‌گوییم.

نکته ۲: میانه نیمه اول داده‌ها را چارک اول (Q_1) و میانه نیمه دوم داده‌ها را چارک سوم (Q_3) می‌نامیم.

نکته ۳: دامنه میان چارکی یا IQR عبارت است از اختلاف چارک اول و سوم، یعنی: $IQR = Q_3 - Q_1$

ابتدا با توجه به نکات ۱ و ۲، میانه و چارک‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{array}{c} Q_1 = 9 \qquad \qquad \qquad Q_3 = 19 \\ \overbrace{7, 8, 9, 10, 16, 18, 19, 19, 19, 20, 29} \\ \downarrow \\ \text{میانه} = Q_2 \end{array}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 19 - 9 = 10$$

پس با توجه به نکته ۳، داریم:

نکته: اگر در برآورد بازه‌های میانگین جامعه‌ای تعداد نمونه‌ها را k برابر کنیم، طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی میانگین تقسیم بر \sqrt{k} می‌شود
 $(\frac{1}{\sqrt{k}})$ برابر می‌شود.

طبق نکته، چون تعداد نمونه‌ها را ۴۰۰ برابر کرده‌ایم، بازه اطمینان ۹۵ درصد میانگین $\frac{1}{\sqrt{400}}$ برابر، یعنی $\frac{1}{20}$ برابر می‌شود.

نکته: $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$ و $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$ و $A - B = A \cap B'$

نکته: $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = U$, $A \cap U = A$, $A \cup U = U$

با استفاده از نکات بالا، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(A \cap B \cap C) \cup [(A \cap C') \cup (A \cap B')] = (A \cap B \cap C) \cup [A \cap (B' \cup C')] = [A \cap (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)']$$

$$= A \cap \left[\underbrace{(B \cap C) \cup (B \cap C)'}_U \right] = A \cap U = A$$

نکته: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

راه حل اول:

نکته: در دنباله حسابی با قدرنسبت d داریم:

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

ابتدا پیشامدهای زیر را در فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 500\}$ تعریف می‌کنیم:

$$3 \text{ مضارب: } A = \{3, 6, \dots, 498\}$$

$$4 \text{ مضارب: } B = \{4, 8, 12, \dots, 500\}$$

$$12 \text{ مضارب: } A \cap B = \{12, 24, \dots, 492\}$$

$$n(A) = \frac{498 - 3}{3} + 1 = 166$$

$$n(A \cap B) = \frac{492 - 12}{12} + 1 = 41$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{166}{500} - \frac{41}{500} = \frac{125}{500} = 0.25$$

راه حل دوم:

نکته: تعداد اعداد بخش پذیر بر عدد طبیعی k در مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ برابر است با:

$$\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$$

ابتدا پیشامدهای زیر را تعریف می‌کنیم:

A: پیشامد بخش پذیری بر ۳

B: پیشامد بخش پذیری بر ۴

$$P(A) = \frac{\left\lfloor \frac{500}{3} \right\rfloor}{500} = \frac{166}{500}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left\lfloor \frac{500}{12} \right\rfloor}{500} = \frac{41}{500}$$

بنابراین:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{166}{500} - \frac{41}{500} = \frac{125}{500} = 0.25$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ آمار و احتمال

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قانون بیز): فرض کنید $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که فضای نمونه‌ای S را افراز می‌کنند. در این صورت داریم:

$$P(A_i | A) = \frac{P(A_i) \times P(A | A_i)}{P(A)}$$

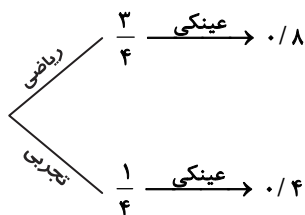
نکته (قانون احتمال کل): فرض کنید $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ پیشامدهایی باشند که فضای نمونه‌ای S را افراز می‌کنند، در این صورت احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = P(A_1) \times P(A | A_1) + P(A_2) \times P(A | A_2) + \dots + P(A_n) \times P(A | A_n)$$

$4x =$ تعداد کل ، $3x =$ تعداد ریاضی‌ها $\Rightarrow x =$ تعداد تجربی‌ها

$$\frac{x}{4x} = \frac{1}{4} \quad , \quad \text{احتمال ریاضی بودن دانش آموز} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$$

با استفاده از نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow P(\text{عینکی} | \text{یازدهم ریاضی}) = \frac{P(\text{یازدهم ریاضی}) \cdot P(\text{عینکی} | \text{یازدهم ریاضی})}{P(\text{عینکی})} = \frac{\frac{3}{4} \times 0.8}{\frac{3}{4} \times 0.8 + \frac{1}{4} \times 0.4} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳ آمار و احتمال

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: داده‌ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، مد یا نما نام دارد. در یک سری داده‌های آماری، ممکن است دو یا چند داده، مد باشند.
نکته ۲ (میانگین n داده):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

نکته ۳ (واریانس n داده):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

با توجه به نکته ۱، واضح است که داده‌های ۴۷ و ۵۳، مد هستند.

پس با توجه به نکات ۲ و ۳ و اطلاعات مسئله، واریانس داده‌های ۴۸، ۴۹، ۵۱، ۵۲ را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{48 + 49 + 51 + 52}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

$$\sigma^2 = \frac{(48-50)^2 + (49-50)^2 + (51-50)^2 + (52-50)^2}{4} = \frac{4+1+1+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۲ آمار و احتمال

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: میانگین جامعه (μ) با انحراف معیار (σ) وقتی میانگین یک نمونه n تایی برابر \bar{x} است، در بازه زیر قرار دارد:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\bar{x} = \frac{88}{16} = 5.5 \quad , \quad \sigma = 4 \quad , \quad n = 16$$

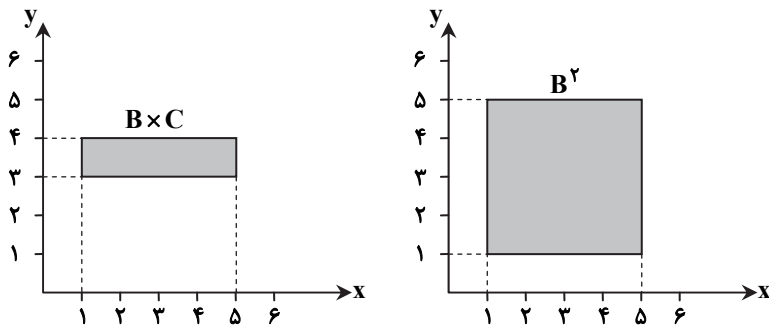
بنابراین با توجه به نکته بالا داریم:

$$5.5 - \frac{4}{\sqrt{16}} \leq \mu \leq 5.5 + \frac{4}{\sqrt{16}} \Rightarrow 3.5 \leq \mu \leq 7.5$$

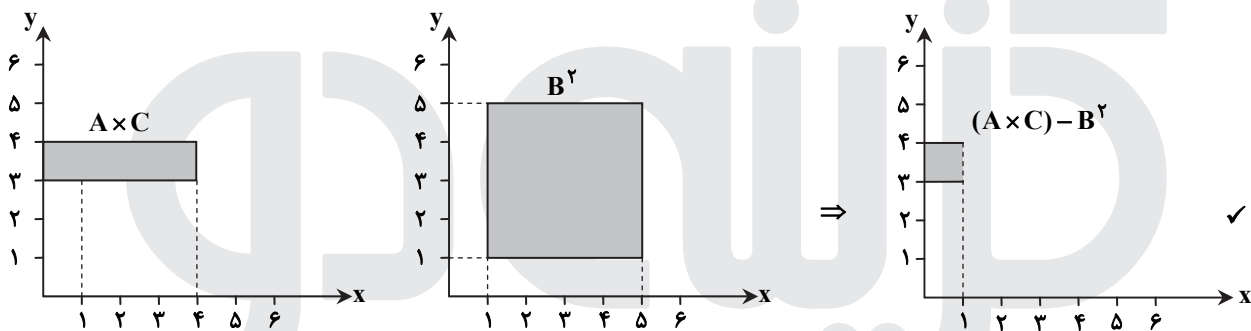
نکته: $A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$

با توجه به نکته، نمودار دکارتی هریک از گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:

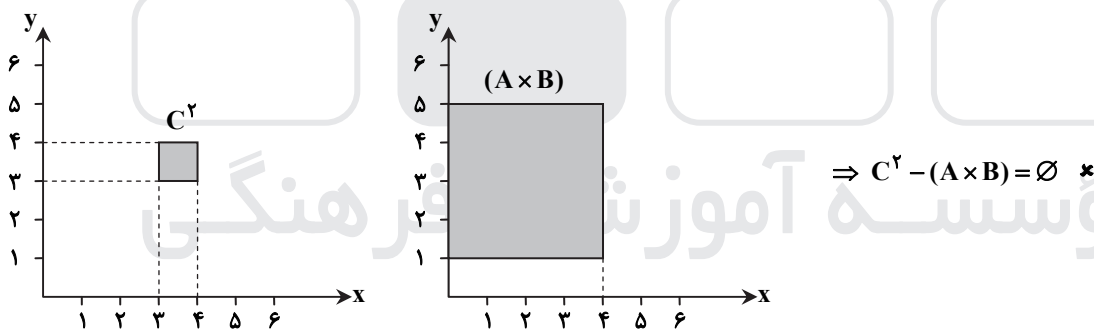
گزینه ۱: $(B \times C) - B^2 = [1, 5] \times [3, 4] - [1, 5] \times [1, 5]$



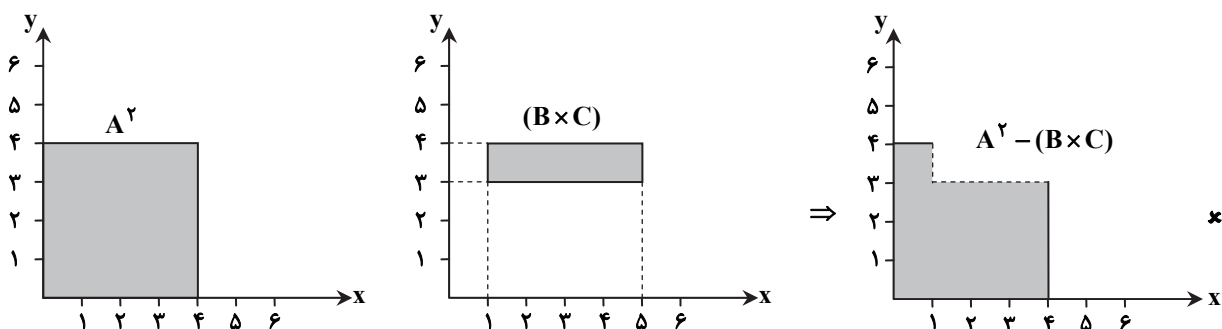
گزینه ۲: $(A \times C) - B^2 = [0, 4] \times [3, 4] - [1, 5] \times [1, 5]$



گزینه ۳: $C^2 - (A \times B) = [3, 4] \times [3, 4] - [0, 4] \times [1, 5]$



گزینه ۴: $A^2 - (B \times C) = [0, 4] \times [0, 4] - [1, 5] \times [3, 4]$



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته ۱: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم:

$$۱) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$۲) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$۳) P(A') = 1 - P(A)$$

نکته ۲ (دو پیشامد مستقل): دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم، هرگاه احتمال وقوع هریک، در دیگری هیچ تأثیری نداشته باشد.

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه داریم:

$$۱) P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$۲) P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$$

$$۳) P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

$$۴) P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$$

اولاً با توجه به نکته ۱، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۵ = P(A) - ۰/۲ \Rightarrow P(A) = ۰/۷$$

$$P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - ۰/۷ \Rightarrow P(A') = ۰/۳$$

ثانیاً با توجه به نکته ۲، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow ۰/۲ = ۰/۷ \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{۲}{۷}$$

و در نهایت، با توجه به نکات ۱ و ۲، خواهیم داشت:

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = \frac{۳}{۱۰} + \frac{۲}{۷} - (P(A') \times P(B)) = \frac{۴۱}{۷۰} - \left(\frac{۳}{۱۰} \times \frac{۲}{۷}\right) = \frac{۴۱}{۷۰} - \frac{۶}{۷۰} = \frac{۳۵}{۷۰} = \frac{۱}{۲}$$

نکته ۱: در نمودار میله‌ای، محور Xها نمایشگر داده‌ها و محور Yها نمایشگر فراوانی داده‌ها است.

نکته ۲: ضریب تغییرات داده‌های $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ برابر است با تقسیم انحراف معیار داده‌ها (σ) بر میانگین داده‌ها (\bar{x}) که آن را با CV نمایش می‌دهیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

نکته ۳: میانگین و انحراف معیار داده‌های $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ با فراوانی $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

با توجه به نکات، به ترتیب، میانگین و انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم تا ضریب تغییرات به دست آید:

$$\bar{x} = \frac{(۸ \times ۳) + (۹ \times ۲) + (۱۰ \times ۱۲) + (۱۱ \times ۶) + (۱۲ \times ۱)}{۳ + ۲ + ۱۲ + ۶ + ۱} = \frac{۲۴۰}{۲۴} = ۱۰$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{۳(۸-۱۰)^2 + ۲(۹-۱۰)^2 + ۱۲(۱۰-۱۰)^2 + ۶(۱۱-۱۰)^2 + ۱(۱۲-۱۰)^2}{۲۴}} = \sqrt{\frac{۱۲+۲+۰+۶+۴}{۲۴}} = \sqrt{\frac{۲۴}{۲۴}} = ۱$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

کل نمونه‌های ۴ عضوی برابر است با:

$$\binom{۷}{۴} = \frac{۷!}{۴!۳!} = ۳۵$$

مجموع اعضای نمونه‌های چهارعضوی با میانگین ۳ برابر $۴ \times ۳ = ۱۲$ است، پس نمونه‌های چهارعضوی عبارتند از:

$$\{۰, ۱, ۴, ۷\}, \{۰, ۲, ۳, ۷\}, \{۰, ۳, ۴, ۵\}, \{۱, ۲, ۴, ۵\}$$

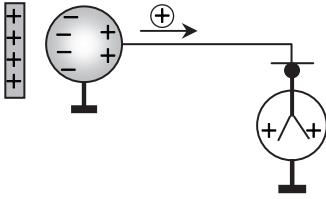
$$\frac{۴}{۳۵}$$

یعنی ۴ نمونه چهارعضوی با میانگین ۳ داریم. پس احتمال مشاهده نمونه چهارعضوی با میانگین ۳ برابر است با:

۵۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

میله باردار مثبت، بارهای مثبت کره را دفع می کند و این بارها به الکتروسکوپ می روند؛ در نتیجه، ورقه ها از هم باز می شوند و بار آنها مثبت است.



۵۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$F = \frac{k|q||q|}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2}$$

$$F - 10^{-3} = \frac{k\left(q - \frac{1}{3}q\right)\left(q + \frac{1}{3}q\right)}{r^2} = \frac{8}{9} \frac{kq^2}{r^2}$$

تفریق دو رابطه $\rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{9} \frac{kq^2}{r^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} \times \frac{9 \times 10^9 q^2}{64} = 10^{-3} \Rightarrow q^2 = 64 \times 10^{-12} \Rightarrow |q| = 8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = -8 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = -ne \Rightarrow -8 \times 10^{-6} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

نیروی خالص وارد بر q_3 صفر است، پس بارهای q_1 و q_2 ناهم نام هستند و در نتیجه q_2 منفی است.

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{180}{(30 \text{ cm})^2} = \frac{|q_2|}{(10 \text{ cm})^2} \Rightarrow |q_2| = 20 \text{ nC} \Rightarrow q_2 = -20 \text{ nC}$$

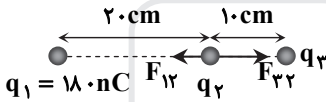
$$F_{13} = F_{23}$$

چون نیروی خالص وارد بر q_2 به طرف راست است، q_3 حتماً مثبت خواهد بود. (چرا؟)

$$F_{32} - F_{12} = k \frac{|q_3 q_2|}{r_{32}^2} - k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\Rightarrow 8 / 1 \times 10^{-4} = 9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-9} \times \left(\frac{q_3}{(0/1)^2} - \frac{180 \times 10^{-9}}{(0/2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow 8 / 1 \times 10^{-4} = \frac{9 \times 20}{10^{-2}} (q_3 - 45 \times 10^{-9}) \Rightarrow q_3 = 90 \times 10^{-9} \text{ C} = 90 \text{ nC}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

بر بار q_3 ، چهار نیرو وارد می شود که دوه دو هم راستا هستند و حاصل بر این دو هر گروه بر گروه دیگر عمود است، یعنی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 افقی هستند و بر این دو نیز در راستای افقی است و \vec{F}_4 و \vec{F}_5 عمودی هستند و بر این دو نیز عمودی است.

\vec{F}_1 و \vec{F}_2 باید قرینه همدیگر باشند؛ بنابراین q_1 و q_2 ناهم نام هستند:

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \left(\frac{r_{13}}{r_{23}} \right)^2 = \left(\frac{60}{20} \right)^2 = 9 \xrightarrow{q_2 \text{ و } q_3 \text{ ناهم نام اند}} q_1 = -9q_2 \Rightarrow q_1 = +27 \text{ nC}$$

تا همین جا پاسخ درست مسئله پیدا شد اما بهتر است \vec{F}_4 و \vec{F}_5 را هم بررسی کنیم:

\vec{F}_4 و \vec{F}_5 باید قرینه هم باشند؛ بنابراین q_4 و q_5 هم نام هستند:

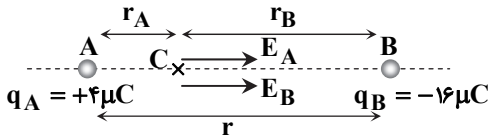
$$|\vec{F}_4| = |\vec{F}_5| \Rightarrow \frac{k|q_3||q_4|}{r_{34}^2} = \frac{k|q_3||q_5|}{r_{35}^2} \Rightarrow \frac{|q_4|}{|q_5|} = \left(\frac{r_{34}}{r_{35}} \right)^2 = \left(\frac{20}{10} \right)^2 = 4 \xrightarrow{q_4 \text{ و } q_5 \text{ هم نام اند}} q_4 = 4q_5 \Rightarrow q_4 = +16 \text{ nC}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

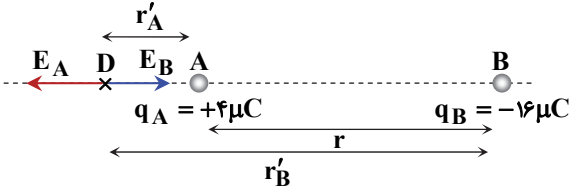
$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{320}{2880} = \left(\frac{d_1}{d_1 + 50} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{d_1}{d_1 + 50} \right)^2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_1 + 50} = \frac{1}{3} \Rightarrow d_1 = 25 \text{ cm}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 2880 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(0/25)^2} \Rightarrow |q| = \frac{1}{9} \times \frac{2880}{16} \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow |q| = 20 \text{ nC}$$



$$\text{نقطه C: } \vec{E}_A = \vec{E}_B \Rightarrow \frac{k|q_A|}{r_A^2} = \frac{k|q_B|}{r_B^2} \Rightarrow \left| \frac{q_A}{q_B} \right| = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{6} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow r_B = \sqrt{\frac{2}{3}} r_A$$

$$60 = r_A + r_B = \sqrt{\frac{2}{3}} r_A \Rightarrow r_A = 60 \text{ cm}$$



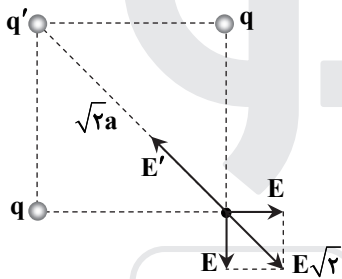
$$\vec{E}_A = -\vec{E}_B \Rightarrow E_D = 0 \Rightarrow \frac{k|q_A|}{r'_A{}^2} = \frac{k|q_B|}{r'_B{}^2} \Rightarrow \left| \frac{q_A}{q_B} \right| = \left(\frac{r'_B}{r'_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{6} = \left(\frac{r'_B}{r'_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{r'_B}{r'_A} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow r'_B = \sqrt{\frac{2}{3}} r'_A$$

$$60 = r'_B - r'_A = \sqrt{\frac{2}{3}} r'_A - r'_A \Rightarrow r'_A = 60 \text{ cm}$$

بنابراین با توجه به شکل و محل نقاط C و D، فاصله دو نقطه C و D از یکدیگر برابر است:

$$CD = r_A + r'_A = 60 + 60 = 120 \text{ cm}$$

بزرگی میدان برایند $(\frac{\sqrt{2}}{2}E)$ کمتر از بزرگی میدان حاصل از دو بار q، $(\sqrt{2}E)$ است، پس با توجه به شکل، جهت میدان q' و دو بار q خلاف همدیگر بوده و در نتیجه q و q' ناهم علامت هستند. اکنون دو حالت ممکن است:



حالت اول:

$$E' - \sqrt{2}E = \frac{\sqrt{2}}{2}E \Rightarrow E' = \frac{3\sqrt{2}}{2}E$$

$$\Rightarrow \frac{k|q'|}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{3\sqrt{2}k|q|}{2a^2} \Rightarrow \left| \frac{q'}{q} \right| = 3\sqrt{2} \xrightarrow{\text{q و q' ناهم علامت}} \frac{q'}{q} = -3\sqrt{2}$$

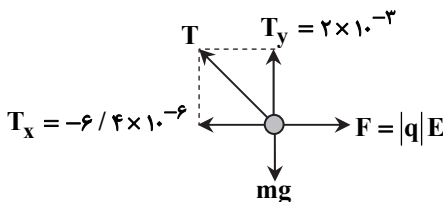
حالت دوم:

$$\sqrt{2}E - E' = \frac{\sqrt{2}}{2}E \Rightarrow E' = \frac{\sqrt{2}}{2}E$$

$$\Rightarrow \frac{k|q'|}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{\sqrt{2}k|q|}{2a^2} \xrightarrow{\text{q و q' ناهم علامت}} \frac{q'}{q} = -\sqrt{2}$$

که در گزینه‌ها تنها مقدار حالت اول آمده است.

با توجه به برقراری تعادل و قانون اول نیوتون داریم:



$$T_y = |mg|$$

$$T_x = F = |q|E \Rightarrow 6/4 \times 10^{-6} = |q| \times 2 \times 10^6 \Rightarrow |q| = 3/2 \times 10^{-12} \text{ C}$$

$$|q| = ne \Rightarrow 3/2 \times 10^{-12} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2 \times 10^7$$

چون نیروی الکتریکی به سمت راست و خلاف جهت میدان بوده، بار گلوله منفی است یعنی گلوله الکترون اضافی دارد.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$V = IR \xrightarrow{V_A=V_B} \cdot / \Delta R_A = \cdot / 2R_B \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{2}{5}$$

$$R = \frac{\rho l}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{l_A}{l_B} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{9}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow I = \frac{14 - 2}{6} = 2A$$

$$P_{1 \text{ خروجی}} = \mathcal{E}_1 I - I^2 r_1 = 14 \times 2 - 4 \times 0.5 = 26W$$

$$P_{2 \text{ مصرفی}} = V_2 I = (\mathcal{E}_2 + I r_2) I = (2 + 2 \times 0.5) \times 2 = 6W$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۸- پاسخ: گزینه ۱

$$P = 0, I = 4A \rightarrow 4\mathcal{E} - 16r = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 4r$$

$$P = \mathcal{E}I - rI^2 \Rightarrow \mathcal{E} = 12V$$

$$P = 12W, I = \frac{4}{2} = 2A \rightarrow 2\mathcal{E} - 4r = 12 \xrightarrow{\mathcal{E}=4r} 4r = 12 \Rightarrow r = 3\Omega$$

توجه کنید: بیشترین حالت توان مصرفی در R (توان مفید) در حالت $(R = r$ و $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$) است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

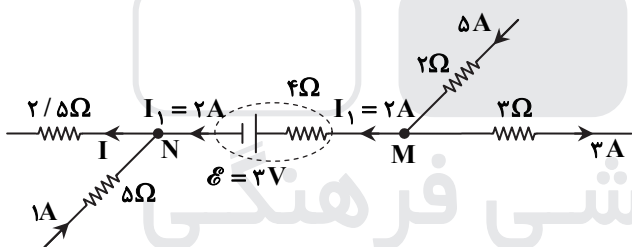
$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - I^2 r = I^2 R_{eq} = \frac{\mathcal{E}^2 R_{eq}}{(R_{eq} + r)^2}$$

کلید وصل است: $P_{\text{خروجی}} = P'$ کلید قطع است

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}^2 \times (1 + R_2)}{((1 + R_2) + 2)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 \times 1}{(1 + 2)^2} \Rightarrow \frac{1 + R_2}{(3 + R_2)^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9 + R_2^2 + 6R_2 = 9 + 9R_2 \Rightarrow R_2^2 - 3R_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_2 = 0 \\ R_2 = 3\Omega \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲



$$M \text{ گره: } 5 = 3 + I_1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

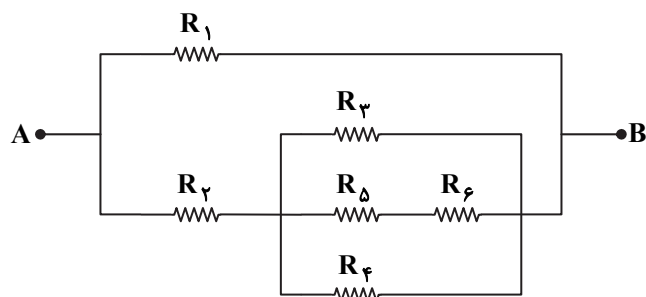
$$N \text{ گره: } I = 1 + 2 = 3A$$

$$P = I^2 R = 9 \times 2/5 = 22/5 W$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

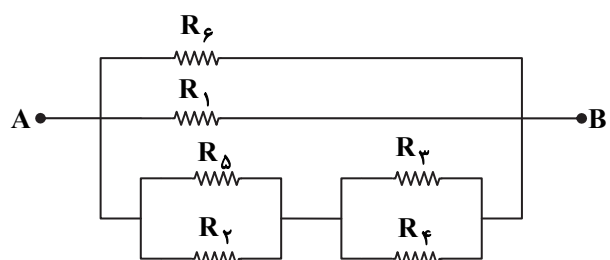
۷۱- پاسخ: گزینه ۴

حالت اول:



$$R_{eq} = \frac{7}{12} R_1$$

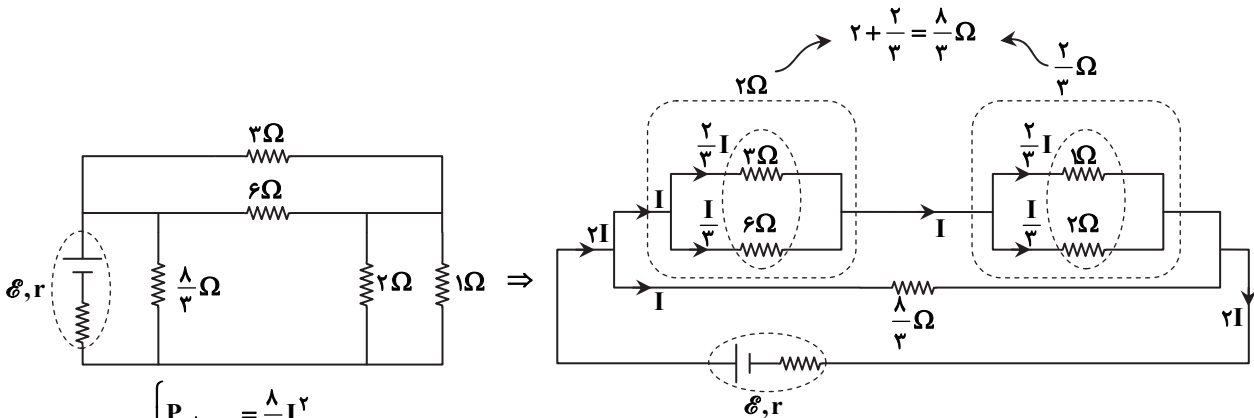
حالت دوم:



$$R'_{eq} = \frac{1}{3} R_1$$

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\frac{1}{3} R_1}{\frac{7}{12} R_1} = \frac{4}{7}$$

جریان خروجی مدار را $2I$ در نظر می‌گیریم و بر اساس مقاومت هر شاخه، جریان عبوری از آن شاخه را به صورت کسری از $2I$ محاسبه می‌کنیم:



$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P_{\left(\frac{1}{3}\Omega\right)} = \frac{1}{3} I^2 \\ P_{(1\Omega)} = \frac{1}{9} I^2 \times 1 = \frac{1}{9} I^2 \\ P_{(2\Omega)} = \frac{1}{9} I^2 \times 2 = \frac{2}{9} I^2 \\ P_{(6\Omega)} = \frac{1}{9} I^2 \times 6 = \frac{2}{3} I^2 \\ P_{(3\Omega)} = \frac{1}{9} I^2 \times 3 = \frac{1}{3} I^2 \end{cases}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{20 - 8}{4 + 1 + 1} = \frac{12}{6} = 2A$$

$$P_{\text{ورودی}} = (\mathcal{E}_2 + r_2 I) I = (8 + 1 \times 2) \times 2 = 20W$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

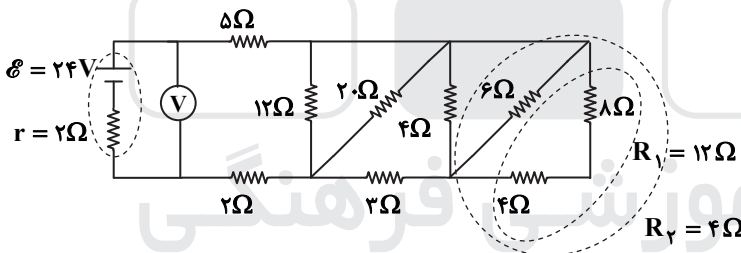
$$P_{\text{کل}} = \mathcal{E}_1 I = 20 \times 2 = 40W$$

$$\frac{P_{\text{ورودی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



$$R_1 = 8 + 4 = 12\Omega$$

$$R_2 = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

$$R_3 = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2\Omega$$

$$R_4 = 2\Omega + 2\Omega = 4\Omega$$

$$R_5 = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4\Omega$$

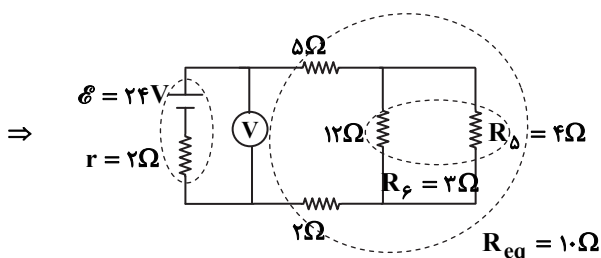
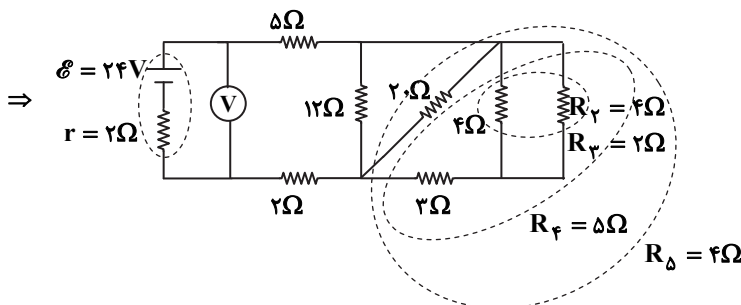
$$R_6 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\Omega$$

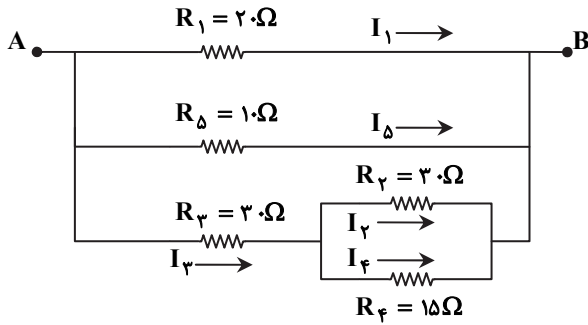
$$R_{eq} = 3 + 5 + 2 = 10\Omega$$

جریان عبوری از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A$$

$$V = \mathcal{E} - rI = 24 - 2 \times 2 = 20V$$



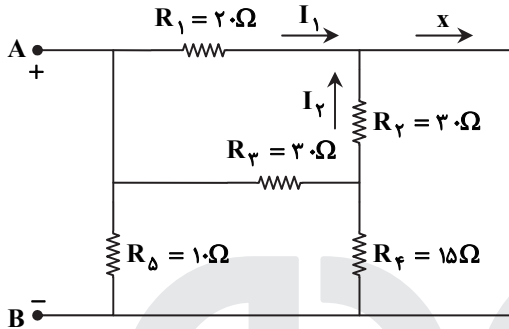


$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ A}$$

$$I_{\delta} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

$$R_{\gamma, \epsilon, \zeta} = (30 + \frac{15 \times 30}{15 + 30}) = 40 \Omega \Rightarrow I_{\gamma} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} \text{ A}$$

$$I_{\gamma} = \frac{1}{3} I_{\epsilon} = \frac{1}{8} \text{ A}$$



$$x = I_1 + I_{\gamma} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \text{ A}$$

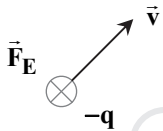
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

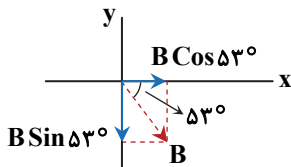
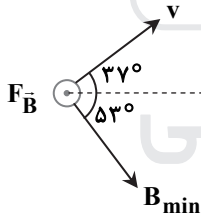
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره $F = |q|E$ و جهت نیروی الکتریکی به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است. یعنی نیروی الکتریکی وارد بر ذره در جهت منفی محور Z است.



چون بردار سرعت ذره ثابت است، نیروی خالص وارد بر ذره باید صفر باشد، بنابراین نیروی مغناطیسی باید در خلاف جهت نیروی الکتریکی یعنی جهت مثبت محور Z باشد:



با توجه به قاعده دست راست و منفی بودن بار الکتریکی، میدان مغناطیسی باید در صفحه xoy باشد.

$$F_B = F_E \Rightarrow |q|vB \sin \theta = |q|E \Rightarrow B = \frac{E}{v \sin \theta}$$

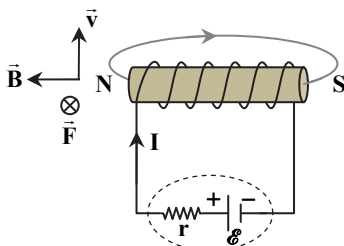
$$\sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = 90^\circ \Rightarrow B_{\min} = \frac{E}{v} = \frac{100}{2 \times 10^3} = 0.05 \text{ T}$$

$$\vec{B} = (0.05 \times 0.6) \vec{i} - (0.05 \times 0.8) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = (3.0 \text{ G}) \vec{i} + (-4.0 \text{ G}) \vec{j}$$

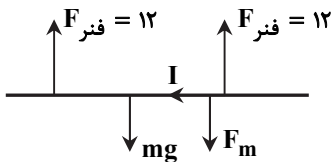
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی را در اطراف سیم لوله به دست می آوریم و آنگاه با استفاده از قاعده دست راست جهت نیروی وارد بر بار منفی را مشخص می کنیم.



در حالت اول داریم:



$$F_m = ILB = 20 \times 2 \times 0.5 = 20 \text{ N}$$

$$2F_{\text{فنر}} = mg + F_m \Rightarrow 24 = mg + 20 \Rightarrow mg = 4 \text{ N}$$

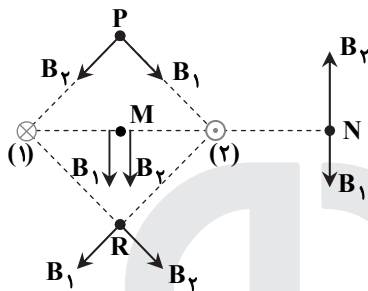
در حالت دوم، نیروی وزن ۴N رو به پایین و نیروی مغناطیسی ۲۰N رو به بالاست. برای ایجاد تعادل نیروهای فنر باید به سمت پایین باشند یعنی فنرها فشرده شده‌اند.

$$2F_{\text{فنر}} + mg = F_m \Rightarrow 2F_{\text{فنر}} + 4 = 20 \Rightarrow 2F_{\text{فنر}} = 16 \Rightarrow F_{\text{فنر}} = 8 \text{ N}$$

■ در نقطه M، طبق شکل روبه‌رو \vec{B} درست رسم شده است.

■ در نقطه N قطعاً B_y از B_x بیشتر است (جریان هم‌اندازه و فاصله کمتر).

■ در نقطه‌های P و R جهت میدان به صورت \downarrow است.



$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{12/5 \times 10^{-3} \times 400 \times 0.5}{2 \times 0.2} = 6/25 \text{ G}$$

طبق قاعده دست راست، میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برون سو (⊙) است.

میدان مغناطیسی سیم‌لوله Q به طرف راست و میدان سیم‌لوله P به طرف چپ است (تعیین جهت با قاعده دست راست) و چون جهت میدان مغناطیسی برآیند به طرف راست است، از این رو میدان مغناطیسی سیم‌لوله Q بزرگ‌تر از سیم‌لوله P است.

$$B_Q - B_P = 0.01 \text{ T} \Rightarrow \frac{\mu_0 N}{\ell} (I_Q - I_P) = 0.01 \Rightarrow \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 10^3}{25 \times 10^{-2}} (I_Q - 4) = 0.01 \Rightarrow I_Q = 6 \text{ A}$$

مطابق شکل، زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح قاب و میدان مغناطیسی برابر 37° است، لذا می‌توان نوشت:

$$\Phi = BA \cos \theta = 2/5 \times 10^{-2} \times (10 \times 20 \times 10^{-4}) \times 0.8 = 4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\Phi = BAC \cos \theta$$

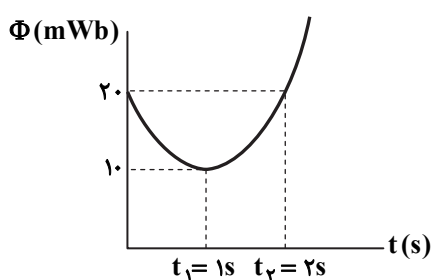
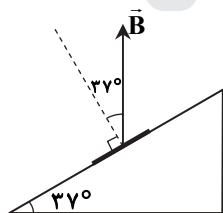
$$\Phi = (2t^2 - 4t + 4) \times 10^{-2} \times \frac{1}{2} \times 1 = (t^2 - 2t + 2) \times 10^{-2}$$

نمودار شار مغناطیسی بر حسب زمان یک سهمی به صورت روبه‌رو است.

$$t_1 = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1 \text{ s} \quad \bar{I} = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{N}{R} \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$$

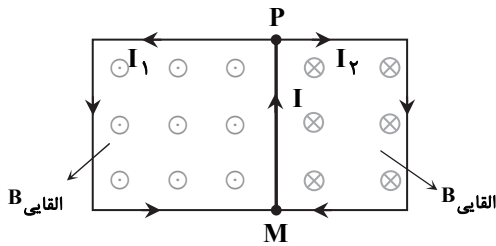
با توجه به تقارن سهمی $\Phi_0 = \Phi_T = 20 \text{ mWb}$ است، پس در بازه (۰, ۲s)

جریان متوسط القایی صفر خواهد بود.



$$\left. \begin{aligned} |\mathcal{E}| &= R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow |\mathcal{E}| = 20 \times 1 \times 10^{-3} = 0.02 \text{ V} \\ |\mathcal{E}| &= Bv\ell = 0.05 \times v \times 0.4 = (0.02 \text{ V}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.02 \text{ V} = 0.02 \Rightarrow v = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

میدان مغناطیسی در این محل درون سو است. با حرکت میله، مساحت مستطیل سمت چپ بزرگ تر و مساحت مستطیل سمت راست کوچک تر می شود. یعنی شار مغناطیسی گذرنده از آن ها به ترتیب زیاد و کم می شود، پس در حلقه سمت چپ باید B القایی برون سو و در حلقه سمت راست، B القایی درون سو تولید شود یعنی جهت جریان القایی در مقاومت ها از P به M است.



$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} LI^2 \\ U_2 &= \frac{1}{2} L \times (3I)^2 = 9U_1 \\ \Delta U &= 9U_1 - U_1 = 8U_1 = 40 \text{ mJ} \Rightarrow U_1 = 5 \text{ mJ} \Rightarrow U_2 = 9U_1 = 45 \text{ mJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} = \frac{5}{\pi \times 0.1} = \frac{50}{\pi} \\ L &= \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{0.5} \times \left(\frac{50}{\pi}\right)^2 \times \pi \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 = 2 \times 10^{-4} \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \times 10^{-7} = 5 \times 10^{-6} \text{ H} = 5 \mu\text{H} \end{aligned}$$

با توجه به نمودار، 10 ms برابر $\frac{T}{2}$ و در نتیجه $T = 20 \text{ ms}$ است.

در بازه زمانی $0 < t < 10 \text{ ms}$ ، $V > 0$ است و جریان باید در مقاومت از A به B برقرار شود که دیود مانع آن می شود؛ پس $I = 0$ است. این وضعیت در بازه های زمانی $(20 \text{ ms}, 30 \text{ ms})$ ، $(40 \text{ ms}, 50 \text{ ms})$ و ... هم تکرار می شود. در بازه زمانی $10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$ ، $V < 0$ است و جهت جریان در جهتی است که دیود وصل می شود؛ پس در زمان های $t = 15 \text{ ms}, 35 \text{ ms}, 55 \text{ ms}, \dots$ اندازه ولتاژ، 10 V و جریان $I = \frac{V}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$ می شود.

$$\frac{\mathcal{E}_{m_2}}{\mathcal{E}_{m_1}} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{8000}{160} = \frac{N_2}{60} \Rightarrow N_2 = 3000$$

شیمه

در دوره سوم، عنصر Na ، Mg و Al چکش خوار هستند. عنصر ${}_{31}\text{Ga}$ نیز در گروه ۱۳ قرار دارد و دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: در دوره سوم، کلر بیشترین خصلت نافلز را دارد و دارای ۵ الکترون با $l = 1$ و $n = 3$ ($3p^5$) است.
گزینه ۲: در دوره سوم، عنصر سدیم (فلز) زیرلایه نیمه پر $3s^1$ و عنصر فسفر (نافلز) زیرلایه نیمه پر $3p^3$ دارد.
گزینه ۴: زیرلایه های $3s$ و $3p$ در دوره سوم و زیرلایه $3d$ در دوره چهارم، از الکترون اشغال می شود.

عبارت های اول، سوم و چهارم درست اند.

بررسی عبارت نادرست:

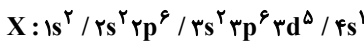
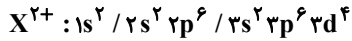
عبارت دوم: در یک گروه، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی بزرگ تر می شود ولی واکنش پذیری فلزها بیشتر، در حالی که واکنش پذیری نافلزها کمتر می شود.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

مجموع شمار الکترون‌های لایه اول و دوم برابر ۱۰ است؛ بنابراین با توجه به اطلاعات داده شده، شمار الکترون‌های لایه سوم کاتیون مورد نظر

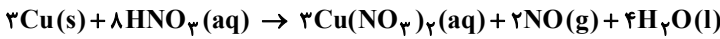
باید برابر با ۱۲ باشد:



این عنصر با عدد اتمی ۲۴، در گروه ۶ و دوره ۴ جدول قرار دارد و چهارمین فلز واسطه به حساب می‌آید.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

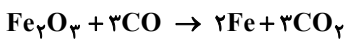
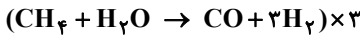


$$16g Cu \text{ ناخالص} \times \frac{80g Cu}{100g Cu \text{ ناخالص}} \times \frac{1mol Cu}{64g Cu} \times \frac{2mol NO}{3mol Cu} \times \frac{22400mL NO}{1mol NO} = 2986mL NO$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

واکنش اول را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب ماده مشترک در دو واکنش (CO) برابر شود.

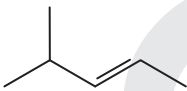


$$? m^3 CH_4 = \frac{6}{4} ton Fe_2O_3 \times \frac{1000kg}{100ton} \times \frac{1000g}{1kg} \times \frac{1mol}{160g Fe_2O_3} \times \frac{3mol CH_4}{1mol Fe_2O_3} \times \frac{22.4L}{1mol CH_4} \times \frac{1m^3}{1000L} = 2016m^3$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

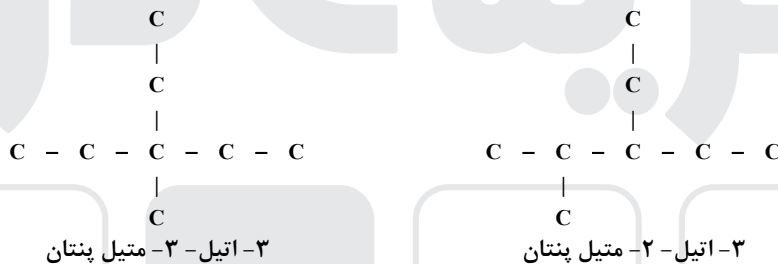
فرمول ساختاری $(CH_3)_4CH(CH_2)_4CH_3$ مربوط به یک آلکن است، در صورتی که نام ذکر شده مربوط به یک آلکان است. ساختار نقطه-خط آلکن ذکر شده به صورت روبه‌رو است:



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

شماره شاخه فرعی اتیل باید ۳ باشد و دو حالت برای شماره شاخه فرعی متیل می‌توان تصور نمود.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

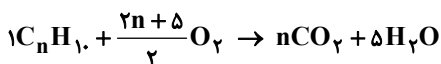
عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های سوم و چهارم:

- ۲- بوتن یک آلکن سیرنشده با فرمول C_4H_8 است.
- ۳- آلکن‌ها و سیکلو آلکان‌های هم‌کربن، فرمول مولکولی یکسانی (C_nH_{2n}) دارند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

۹۹- پاسخ: گزینه ۱



$$1mol C_nH_{10} \times \frac{2n+5}{2} mol O_2 = 272g O_2 \Rightarrow n=6 \Rightarrow \text{فرمول هیدروکربن } C_6H_{10}$$

الف) این ترکیب نسبت به آلکان هم‌کربن خود (C_6H_{14})، ۴ اتم هیدروژن کمتر دارد که می‌تواند به علت یک پیوند سه‌گانه ($C \equiv C$) یا دو پیوند دوگانه ($C = C$) باشد.

ب) تعداد پیوند ($C - H$) برابر با تعداد اتم‌های H یعنی ۱۰ است.

$$C_6H_{10} \text{ در } \frac{C}{(6 \times 4) + (10 \times 1)} = 17 \quad \frac{10}{17} < \frac{6}{10}$$

پ) به‌ازای سوختن کامل ۱ مول از C_6H_{10} ، ۶ مول CO_2 و ۵ مول H_2O یعنی در مجموع ۱۱ مول فراورده، تولید می‌شود؛ بنابراین به‌ازای

سوختن کامل ۰/۵ مول از آن، $\frac{11}{2} = 5.5$ مول فراورده تولید خواهد شد.

ت) یک مول از این ترکیب با ۲ مول H_2 به‌طور کامل سیر می‌شود.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: آلکان‌ها، بخش عمده هیدروکربن‌های نفت خام را تشکیل می‌دهند.

گزینه ۲: آلکان‌ها به دلیل واکنش پذیری کم، اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند.

گزینه ۴: هر چه نقطه جوش یک ترکیب موجود در نفت خام بالاتر باشد، از سینی‌های پایین‌تر برج تقطیر خارج می‌شود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

$$Q = m_A c_A \Delta\theta$$

$$\frac{Q}{\Delta\theta} = m_A c_A$$

$$Q = m_B c_B \Delta\theta$$

$$\frac{Q}{\Delta\theta} = m_B c_B$$

با توجه به رابطه‌های بالا، هر دو جسم ظرفیت گرمایی (mc) یکسانی دارند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در این شرایط، جسمی که جرم بیشتری دارد، گرمای ویژه کمتری دارد.

گزینه ۲: عامل تفاوت این دو جسم، جرم آن‌هاست و جرم مولی آن‌ها تأثیری در مسئله ندارد.

گزینه ۳: نسبت ظرفیت گرمایی ویژه به ظرفیت گرمایی برابر با $\frac{1}{m}$ است و می‌تواند بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از یک باشد.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

$$126 \text{ kJ} = 126000 \text{ J} = 3000 \times 4 / 2 \times 10 = 3000 \times 2 \text{ J} = \text{مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب}$$

$$2000 \text{ g} = 2500 \text{ mL} \times 0.8 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = \text{جرم اتانول}$$

$$48 \text{ kJ} = 48000 \text{ J} = 2000 \times 2 / 4 \times 10 = \text{مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای اتانول}$$

$$174 \text{ kJ} = 126 + 48 = \text{مقدار کل گرما}$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عبارت اول:

$$\text{(I)} \quad 110 \text{ kJ} = 14 / 4 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{110 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}} = \text{واکنش}$$

$$\text{(II)} \quad 235 / 8 \text{ kJ} = 7 / 2 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{235 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}} = \text{واکنش}$$

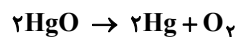
عبارت دوم: با توجه به اینکه در واکنش (II) نسبت به واکنش (I) گرمای بیشتری آزاد شده است، پس سطح آنتالپی فرآورده آن (CO_۲) پایین‌تر از فرآورده واکنش (I) (CO) می‌باشد.

عبارت سوم: سطح انرژی کربن مونوکسید بالاتر از کربن دی‌اکسید است، بنابراین تبدیل کربن مونوکسید به کربن دی‌اکسید، گرماده است.

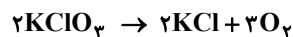
عبارت چهارم:

$$117 / 9 \text{ kJ} = 3 / 6 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{117 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}} = \text{گرمای آزاد شده}$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲



$$\frac{10/8}{2 \times 216} = \frac{Q}{180} \Rightarrow Q = 4/5 \text{ kJ}$$



$$\frac{x}{2 \times 122/5} = \frac{4/5}{90} \Rightarrow x = 12/25 \text{ g}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

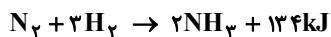
(۱) CO_۲(g) → C(g) + ۲O(g): فرایندی گرماگیر است و آنتالپی این واکنش دوبرابر میانگین آنتالپی پیوند C=O است.

(۲) Br(g) + Br(g) → Br_۲(l): فرایندی گرماده است و به دلیل مایع بودن فرآورده، آنتالپی این واکنش را نمی‌توان با استفاده از داده‌های

آنتالپی پیوند تعیین کرد.

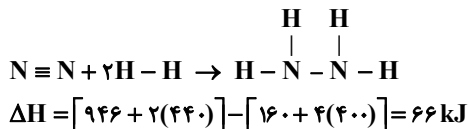
(۳) CH_۴(g) → C(s) + ۴H(g): فرایند گرماگیر است و به دلیل جامد بودن یکی از فرآورده‌ها، نمی‌توان از داده‌های آنتالپی پیوند

استفاده کرد.



اگر آنتالپی پیوند $N \equiv N$ را x ، آنتالپی پیوند $H-H$ را y و میانگین آنتالپی پیوند $N-H$ را z کیلوژول بر مول فرض می‌کنیم، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} x = 2/15 y \\ x = 2/365 z \rightarrow [2/365 z + 3(1/12)] - [6z] = -134 \Rightarrow -0/335 z = -134 \Rightarrow z = 400, y = 440, x = 946 \\ y = 1/12 \end{cases}$$



۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل‌های ۱ تا ۳ شیمی ۲

همه عبارتهای داده شده درست‌اند.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

اختلاف آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی، عددی تقریباً ثابت است؛ بنابراین اختلاف آنتالپی سوختن متان با اتان، تقریباً برابر با اختلاف آنتالپی سوختن اتان و پروپان است؛ بنابراین:

$$-1560 - (-890) = \Delta H(\text{سوختن پروپان}) - (-1560) \Rightarrow \Delta H(\text{سوختن پروپان}) = -2230 \text{ kJ}$$

$$\text{مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده} = 669 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{2230 \text{ kJ}} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 0/9$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

کاتالیزگر و بازدارنده مقدار فرآورده را تغییر نمی‌دهند، بلکه به ترتیب سرعت واکنش را افزایش و کاهش می‌دهند؛ بنابراین کاتالیزگر زمان واکنش را کوتاه‌تر و بازدارنده، زمان واکنش را طولانی‌تر می‌کند.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

این نمودار، تغییرات مصرف NO_2 با زمان را نشان می‌دهد. ابتدا سرعت مصرف NO_2 را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}(NO_2) = \frac{-\Delta[NO_2]}{\Delta t} = \frac{-(0/05 - 0/3)}{60} = \frac{0/25 \text{ mol}}{60 \text{ L} \cdot \text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0/25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(NO_2)}{2} = \frac{0/25}{2} = 0/125 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

چون سرعت متوسط دو واکنش برابر است، سرعت تولید گاز گوگرد تری‌اکسید، ۳ برابر سرعت متوسط تولید گاز کربن دی‌اکسید است:

$$\bar{R}_{SO_3} = 3\bar{R}_{CO_2} \Rightarrow \Delta n_{SO_3} = 3\Delta n_{CO_2} \Rightarrow \frac{m_{SO_3}}{80} = \frac{3 \times m_{CO_2}}{44}$$

$$\frac{m_{SO_3}}{m_{CO_2}} = \frac{3 \times 80}{44} = 5/45$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل‌های ۱ و ۲ شیمی ۲

$$\text{مقدار مول کربن دی‌اکسید تولیدشده} = 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ min}} = \frac{1}{30} \text{ mol}$$

$$\text{جرم سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده} = \frac{1}{30} \text{ mol } CO_2 \times \frac{2 \text{ mol } NaHCO_3}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{84 \text{ g } NaHCO_3}{1 \text{ mol } NaHCO_3} = 5/6 \text{ g}$$

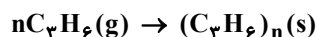
$$\text{درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات در نمونه} = \frac{5/6}{14} \times 100 = 40\%$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

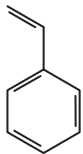
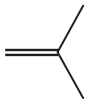
پلی‌اتن، نشاسته و تفلون درشت مولکول هستند. (دکان و استیرن کوچک مولکول هستند).

پلی‌اتن و تفلون پلیمرهای ساختگی هستند.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲



$$6/72 \text{ L } C_3H_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{42 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol } (C_3H_6)_n}{n \text{ mol } C_3H_6} \times \frac{(42 \times n) \text{ g } (C_3H_6)_n}{1 \text{ mol } (C_3H_6)_n} \times \frac{60}{100} = 7/56 \text{ g } (C_3H_6)_n$$



۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

از واکنش مولکول‌های آلکنی با فرمول شیمیایی C_4H_8 و ساختار روبه‌رو، می‌توان پلیمر موردنظر را تهیه کرد.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: پلی‌اتن شاخه‌دار (سبک) در مقایسه با پلی‌اتن بدون شاخه (سنگین)، چگالی کمتری دارد و شفاف است.

عبارت سوم: در ساختار مونومر پلی‌استیرن، پیوند دوگانه کربن-اکسیژن وجود ندارد:

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: در الکل‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، نیروهای وان‌دروالس بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و انحلال‌پذیری الکل در آب کاهش می‌یابد.

عبارت دوم: در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری الکلی با فرمول شیمیایی C_4H_9OH در آب بیشتر از الکل $C_6H_{13}OH$ است، زیرا با افزایش شمار اتم‌های کربن الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم: در ساختار الکل‌ها (ROH)، گروه عاملی هیدروکسیل بخش قطبی و زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی مولکول است.

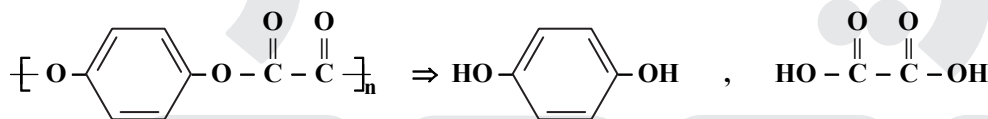
۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

الکل سازنده استرهای ۱ و ۲، اتانول است. اما تنها استر ۱ دارای ۵ اتم کربن است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۳



پلی‌استر $(C_8H_6O_4)_n$

$164n \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

دی‌الکل $(C_6H_6O_2)$

$110 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

دی‌اسید $(C_2H_2O_4)$

$90 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

بررسی گزینه‌های نادرست:

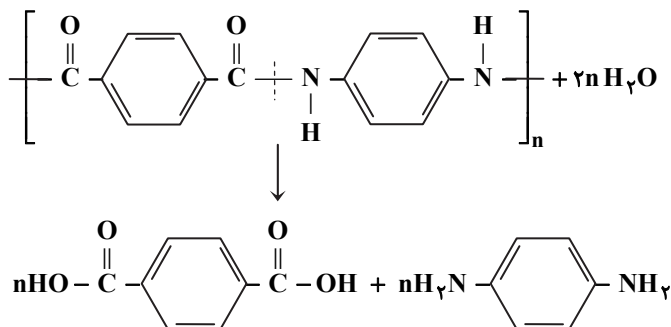
(۱) ساختار داده شده مربوط به یک پلی‌استر است که تنها دی‌الکل سازنده آن، آروماتیک می‌باشد.

(۲) تفاوت جرم مولی مونومر الکلی ترکیب داده شده با بنزن (C_6H_6) ، ۳۲ گرم بر مول است.

(۴) از خانواده پلی‌استرها بوده و در اثر آب‌کافت آن، الکلی دو عاملی $(C_6H_6O_2)$ با جرم مولی ۱۱۰ گرم بر مول تولید می‌شود.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲



$$\frac{47/6}{238n} = \frac{x}{108n} \Rightarrow x = 21/6g$$

جرم مولی پلیمر و دی‌آمین به ترتیب $238n$ و $108n$ گرم بر مول است: