



# آزمون تعیین سطح پاییز ۴ مهر ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه سوال

تعداد کل سوالات: ۱۴۰ سوال  
(۹۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰
مجموع	۱۴۰	۱-۱۴۰	۱۹۵

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلائی-علی آزاد-شاهین پروازی-عادل حسینی-مهران حسینی-محمد خندان-بابک سادات-یاسین سپهر-علی سلامت-سامان سلامیان-علی شهرابی-سعید علم پور-حمید علیزاده-کیان کریمی-خراسانی-حمید مامقادی-سیدسپهر متولیان-جهانبخش نیکنام-وحید ون آبادی
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی احمدی-قزل دشت-حمیدرضا امیری-علی ایمانی-رضا توکلی-جواد حاتمی-نادر حاجی زاده-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-محمد خندان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی-فر-علیرضا طایفه-تبریزی-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی اصغری-علی اکبر علیزاده-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-مجید نیکنام
فیزیک	بابک اسلامی-عبدالرضا امینی-نسب زهره-آقامحمدی-علیرضا رستم زاده-بهنام رستمی-رامین شادلوئی-بهنام شاهینی-محمد رضا شیروانی زاده-سعید طاهری-پروچنی-عرفان عسگری-ان چایجان-پوریا علاقه مند-محمدجواد غلامی-عبداله فقه زاده-مصطفی کیانی-جلیل گلی-علیرضا گونه-احسان محمدی-حسین مخدومی-مهرداد مردانی-سیدعلی میرنوری
شیمی	محمد رضا پورچاوید-پیمان خواجوی-مجد-فاطمه رحیمی-منصور سلیمانی-ملکان-مینا شرافتی-پور-رسول عابدینی-زواره محمد عظیمیان-زواره-فاضل قهرمانی-فرد-محمد کوهستانیان-جواد کتابی-حسن لشکری-محمد حسن محمدزاده-مقدم-محمد وزیری

### گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی سینا صالحی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب امیرعلی بیات فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کبرانی-احسان میرزبنلی		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری	محسن دستجردی آتیلا ذاکری

### گروه هنر و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»  
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x^2 + 5x = 2$  باشند، حاصل  $(\alpha^2 + 2\alpha)(\beta - \frac{2}{3})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{8}{3}$  (۲)  $\frac{44}{3}$

(۳)  $-\frac{52}{3}$  (۴)  $-\frac{16}{3}$

۲- نقاط A و B روی خط  $y = 2x - 3$  قرار دارند و فاصله آن‌ها از خط  $x - 2y = 4$  برابر  $\sqrt{10}$  است. طول پاره خط AB کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{5}$  (۲)  $4\sqrt{5}$

(۳) ۴ (۴) ۸

۳- اگر  $(f^{-1} \circ g^{-1})(a) = 4$ ،  $f(x) = 3x - \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$  باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۰/۷ (۲) ۰/۷۵

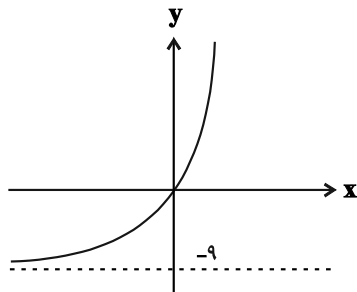
(۳) ۰/۸ (۴) ۰/۸۵

۴- اگر  $g(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} & ; 0 \leq x < 3 \\ |4x| - 4x & ; x \geq 3 \end{cases}$  و  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  باشد، برد تابع fog به صورت بازه  $(a, b]$  است. حاصل  $b - a$  کدام است؟

( ) نماد جزء صحیح است.

(۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴

۵- نمودار تابع نمایی  $f(x) = 3^{x+c} - b$  به صورت زیر است. مقدار  $f(b - 5c)$  کدام است؟



(۱) -۱۸

(۲) -۶

(۳) ۱۸

(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $3(\log_8 x)^2 + 2\log_8 x - 1 = 0$  کدام است؟

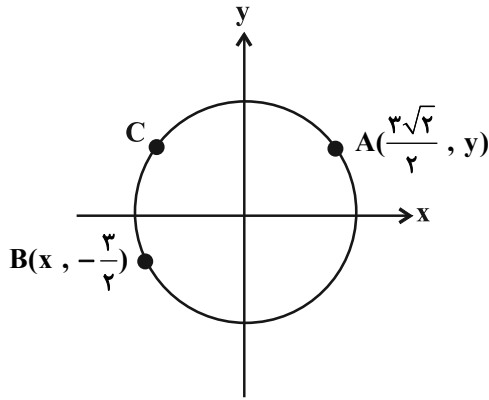
$-\frac{1}{3}$  (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۷- شعاع دایره مقابل برابر ۳ است. طول کمان ACB کدام است؟



$\frac{13\pi}{12}$  (۱)

$\frac{11\pi}{12}$  (۲)

$\frac{13\pi}{4}$  (۳)

$\frac{11\pi}{4}$  (۴)

۸- حاصل  $1 - 8\sin^2 \frac{17\pi}{16} \sin^2 \frac{9\pi}{16}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[3]{x-1}-b}{|x-a|} = -\frac{1}{12}$  ، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

-۲ (۲)

-۷ (۱)

۲ (۴)

۸ (۳)

۱۰- تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{7-\sqrt{x}}-2 & ; x \neq 27 \\ \frac{a(x-27)}{x+1} & ; x = 27 \end{cases}$  پیوسته است. مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{108}$  (۴)

$\frac{-1}{108}$  (۳)

$\frac{1}{27}$  (۲)

$\frac{-1}{27}$  (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱۱- دنباله هندسی ... ،  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$  ،  $\frac{1}{9}$  چند جمله کمتر از  $3\sqrt{3}$  دارد؟

۶ (۱)

۷ (۲)

۹ (۴)

۸ (۳)

۱۲- اگر  $\sin \theta > \cos \theta$  و  $\tan \theta < 0$  ، آن گاه  $\theta$  کدام می تواند باشد؟

۱۳۷° (۲)

۶۲° (۱)

۳۱۳° (۴)

۲۳۰° (۳)

۱۳- اگر  $a = \sqrt[3]{3\sqrt{27}}$  ،  $b = \sqrt{9\sqrt{3}}$  ، و ریشه پنجم عدد  $ab$  برابر  $3^x$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۲ (۲)

$\frac{5}{2}$  (۱)

۵ (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

۱۴- اگر  $x = \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[6]{7-4\sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $x^3 - 3x$  کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۲)

۴ (۱)

$2\sqrt{3}$  (۴)

۲ (۳)

۱۵- کمترین مقدار سهمی  $p(x) = (3k+1)x^2 + 4kx + 1$  در نقطه  $x = m$  بر محور  $x$  ها واقع است. بیشترین مقدار  $m+k$  کدام است؟

$-\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۳ (۴)

$\frac{7}{4}$  (۳)

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر مجموعه جواب‌های نامعادله  $(x+1)(x^2+mx+m) < 0$  به صورت  $(-∞, -1)$  باشد، مجموع مقادیر صحیح  $m$  کدام است؟

۶ (۱)

۱۰ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

۱۷- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1 & ; -1 < x < 1 \\ |x - 2| & ; 1 \leq x \leq b \end{cases}$  بازه  $(a, 2]$  است. حاصل  $b - a$  کدام است؟

۷ (۲)

۲ (۱)

صفر (۴)

۵ (۳)

۱۸- اگر  $f$  یک تابع چندجمله‌ای درجه دوم باشد و تساوی  $x^2 f(x-1) + k = f(x)f(-x)$  به ازای هر مقدار حقیقی  $x$  برقرار باشد، مقدار

$k$  کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۹ (۴)

۳ (۳)

۱۹- چند عدد ۴ رقمی طبیعی زوج می‌توان نوشت که دقیقاً یک بار از رقم صفر در آن استفاده شده است؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

۷۲۶ (۲)

۹۵۲ (۱)

۱۱۷۶ (۴)

۷۵۶ (۳)

۲۰- در پرتاب سه تاس، احتمال این که جمع سه عدد روشده ۶ شود، کدام است؟

$\frac{5}{18}$  (۲)

$\frac{1}{24}$  (۱)

$\frac{1}{30}$  (۴)

$\frac{5}{108}$  (۳)

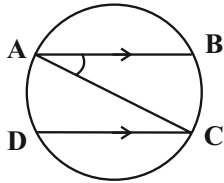
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- در شکل زیر  $AC$  قطر دایره و  $AB \parallel CD$  است. اگر  $\widehat{AB} = 5\widehat{AD}$  باشد، اندازه زاویه  $\widehat{BAC}$  چند درجه است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۴۴

(۳) ۴۰

(۴) ۳۶

۲۲- دو دایره  $C(O, 3m+10)$  و  $C'(O', -m)$  با طول خط‌المركزين  $OO' = 3$  مفروض‌اند. به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، این دو

دایره متداخل‌اند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۳- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، فاصله مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی، چند برابر طول ضلع مثلث است؟

(۴)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۱)  $\sqrt{3}$

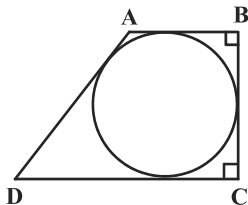
۲۴- در شکل زیر اگر طول قاعده‌های دوزنقه برابر ۶ و ۱۲ باشد، شعاع دایره محاطی دوزنقه کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۵/۵

(۳) ۴

(۴) ۳/۵



۲۵- فرض کنید نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب وسط‌های اضلاع  $BC$ ،  $AC$  و  $AB$  در مثلث  $ABC$  باشند. مرکز و نسبت تجانس که مثلث

$MNP$  را بر مثلث  $ABC$  تصویر می‌کند، کدام است؟

(۱) محل هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  و  $k = -2$

(۲) محل هم‌رسی میانه‌های مثلث  $ABC$  و  $k = -\frac{3}{2}$

(۳) محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث  $ABC$  و  $k = -2$

(۴) محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث  $ABC$  و  $k = -\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۶- نقاط  $A(4,1)$  و  $B(5,2)$  در صفحه مختصات مفروض اند. اگر نقطه متحرک  $M$  روی خط  $y = x$  باشد، کمترین مقدار  $MA + MB$

کدام است؟

(۲)  $2\sqrt{6}$

(۱)  $2\sqrt{5}$

(۴)  $\sqrt{26}$

(۳) ۵

۲۷- مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $12\sqrt{3}$  واحد مربع است. اگر  $BC = 6$ ،  $AC = 8$  و  $AB < AC$  باشد، اندازه ضلع  $AB$  کدام است؟

(۲)  $4\sqrt{6}$

(۱)  $4\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{13}$

(۳)  $6\sqrt{3}$

۲۸- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 7$ ،  $AC = 4$  و  $BC = 10$  است. طول نیمساز زاویه داخلی  $C$  کدام است؟

(۲)  $2\sqrt{10}$

(۱) ۵

(۴)  $\sqrt{30}$

(۳) ۶

۲۹- در مثلث  $ABC$ ، رابطه  $a = 4b = 6c$  بین طول اضلاع برقرار است. اگر مساحت مثلث برابر  $3\sqrt{15}$  باشد، اندازه کوچکترین

ضلع مثلث کدام است؟

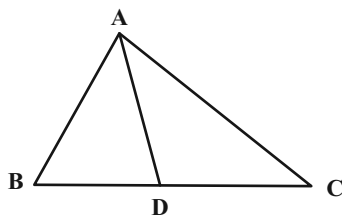
(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳)  $2\sqrt{3}$

۳۰- در شکل زیر اگر  $\frac{AC}{2} = 4$ ،  $BD = 4$  و  $AB = 4$  و  $DC = 5$  باشد، طول پاره خط  $AD$  کدام است؟



(۱)  $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

(۲)  $\sqrt{39}$

(۳)  $2\sqrt{13}$

(۴)  $\sqrt{13}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- گزاره  $p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

(۱)  $p$       (۲)  $q$       (۳)  $T$       (۴)  $F$

۳۲- رابطه  $\exists x \in \mathbb{N}; \forall y \in \mathbb{N}; p(x, y)$  ارزش درست دارد. کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱)  $x < y$       (۲)  $x \leq y$       (۳)  $y < x$       (۴)  $y \leq x$

۳۳- فرض کنید  $C = (A' \cap B') \cup (A - B')$  باشد. حاصل  $C' - (B - A)$  کدام است؟

(۱)  $A - B$       (۲)  $A \cup C$       (۳)  $C'$       (۴)  $B - A$

۳۴- ۵ کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی، سمت چپ کتاب فیزیک قرار

گیرد. با کدام احتمال بین آن دو حداقل یک کتاب قرار گرفته است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{0}{4}$       (۴)  $\frac{0}{6}$

۳۵- سه نفر  $A$ ،  $B$  و  $C$  در یک مسابقه که تنها یک برنده دارد شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن  $A$  مربع احتمال برنده شدن  $B$  و

احتمال برنده شدن  $C$  نصف احتمال برنده شدن  $A$  باشد، آنگاه احتمال برنده شدن  $A$  چقدر بیشتر از برنده شدن این فرد

است؟ (شانس برنده شدن هیچ‌کدام از سه نفر صفر نیست.)

(۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{9}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که  $B \subseteq A$ ،  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(B) = \frac{1}{7}$ ، حاصل  $\frac{P(B'|A)}{P(A \cup B)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{7}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{3}{4}$

۳۷- سه کیسه داریم که در کیسه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، در کیسه دوم ۳ مهره سیاه و در کیسه سوم ۲ مهره سفید وجود

دارد. ۳ مهره از کیسه اول و ۲ مهره از کیسه دوم به تصادف خارج کرده و در کیسه سوم قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از

کیسه سوم به تصادف بر می‌داریم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال از ابتدا متعلق به کیسه سوم بوده است؟

- (۱)  $\frac{19}{56}$       (۲)  $\frac{16}{25}$       (۳)  $\frac{9}{25}$       (۴)  $\frac{25}{56}$

۳۸- نمرات درس ریاضیات گسسته دانش‌آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانه این نمرات کدام است؟

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

- (۱)  $0.2$       (۲)  $0.3$       (۳)  $0.8$       (۴) صفر

۳۹- به ۱۰ داده آماری با انحراف معیار ۶، حداقل چند داده مساوی با میانگین باید اضافه شود تا انحراف معیار به کمتر از ۵ برسد؟

- (۱) ۷      (۲) ۶      (۳) ۵      (۴) ۴

۴۰- از جامعه‌ای با انحراف معیار  $1/5$ ، نمونه‌ای به صورت ۱،۱،۲،۳،۳،۴،۴،۴،۵ انتخاب شده است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین

این جامعه کدام است؟

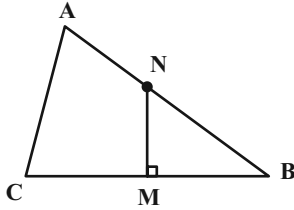
- (۱)  $[2/5, 3/5]$       (۲)  $[2, 4]$       (۳)  $[3, 4]$       (۴)  $[2/5, 4/5]$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۴۱- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = BC$ )، عمود منصف ضلع  $BC$  ضلع  $AB$  را در  $N$  قطع کرده است. اگر  $\hat{ACN} = 39^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $B$  چند درجه است؟



۳۱ (۱)

۳۴ (۲)

۳۸ (۳)

۴۳ (۴)

۴۲- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، در کدام یک از حالت‌های زیر، طول نیمساز زاویه داخلی  $A$  از یکی از اضلاع قائمه بزرگ‌تر است؟

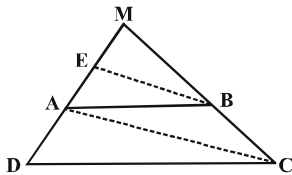
$\hat{B} = 40^\circ$  (۴)

$\hat{B} = 35^\circ$  (۳)

$\hat{B} = 25^\circ$  (۲)

$\hat{B} = 20^\circ$  (۱)

۴۳- در دوزنقه  $ABCD$ ، پاره خط  $BE$  موازی قطر  $AC$  است. اگر  $AD = 4/5$  و  $AE = 3$ ، طول  $MD$  کدام است؟



۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

$12/5$  (۳)

$13/5$  (۴)

۴۴- در یک دوزنقه اندازه قاعده‌ها ۴ و ۶ واحد و اندازه ساق‌ها ۴ و ۵ واحد است. مساحت مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل می‌شود، چند درصد مساحت دوزنقه است؟

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۷۰ (۱)

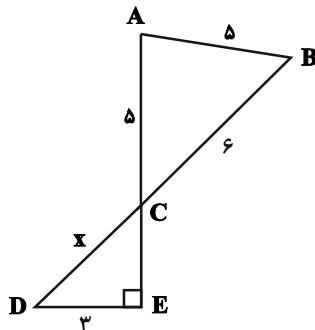
۴۵- در شکل مقابل، مقدار  $x$  کدام است؟

$4/5$  (۱)

$4/25$  (۲)

۴ (۳)

$3/75$  (۴)



محل انجام محاسبات

۴۶- از نقطه  $M$  وسط ساق  $AD$  در دوزنقه  $ABCD$  خطی به موازات قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا قطرهای  $E$  و  $F$  و ساق دیگر را در  $N$  قطع کند.

اگر  $MN = 6$  و  $EF = 3$  باشد، نسبت مساحت‌های دو مثلث  $OAB$  و  $OCD$  کدام است؟ ( $O$  محل تلاقی قطرهای دوزنقه است).

(۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{18}$

۴۷- در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۳ و ۵ و طول هر ساق ۴ واحد است. اگر وسط‌های دو قاعده و نقاط وسط قطرهای این

دوزنقه را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶

(۳) ۸ (۴) ۱۰

۴۸- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )،  $\hat{A} = 45^\circ$  است. اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $8\sqrt{2}$  باشد، آن‌گاه مجموع فواصل

هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده این مثلث از دو ساق مثلث کدام است؟

(۱) ۴ (۲)  $4\sqrt{2}$

(۳) ۸ (۴)  $8\sqrt{2}$

۴۹- سه خط  $L_1$ ،  $L_2$  و  $L_3$  در فضا که هر سه از نقطه  $O$  می‌گذرند، دو به دو بر هم عمودند. اگر صفحه  $P$  شامل خط  $L_1$  و عمود بر خط

$L_2$  باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱)  $L_3$  درون صفحه  $P$  قرار دارد. (۲)  $L_3$  موازی با صفحه  $P$  است.

(۳)  $L_3$  عمود بر صفحه  $P$  است. (۴)  $L_3$  با صفحه  $P$  متقاطع است ولی بر آن عمود نیست.

۵۰- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل

رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

(۱)  $3\pi$  (۲)  $4\pi$

(۳)  $\pi$  (۴)  $2\pi$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

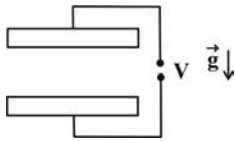
فیزیک ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- دو ذره باردار A و B در فاصله ثابت d از یکدیگر قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی که ذره A به ذره B وارد می‌کند را  $\vec{F}_{AB}$  بنامیم و بردار آن در SI،  $\vec{F}_{AB} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$  باشد، نیروی الکتریکی که ذره B به ذره A وارد می‌کند ( $\vec{F}_{BA}$ )، در SI مطابق با کدام گزینه است؟

- (۱)  $6\vec{i} - 8\vec{j}$       (۲)  $-6\vec{i} + 8\vec{j}$       (۳)  $6\vec{i} + 8\vec{j}$       (۴)  $-6\vec{i} - 8\vec{j}$

۵۲- از ذره‌ای خنثی به جرم  $25/6 \times 10^{-15} \text{ kg}$  تعداد ۸ الکترون گرفته و سپس مطابق شکل زیر بین دو صفحه افقی رسانا که در فاصله ۲ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند، رها می‌کنیم. اگر این ذره به حالت معلق باقی بماند، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین



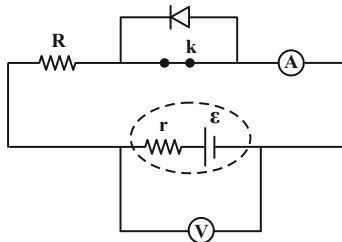
این دو صفحه چند کیلوولت است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱) ۲      (۲) ۲۰۰۰      (۳) ۴      (۴) ۴۰۰۰

۵۳- خازن تختی با دی‌الکتریکی به ضریب  $\kappa = 1/2$  به یک باتری با اختلاف پتانسیل ۹V وصل است و اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن در این حالت E است. اگر در همین حالت، دی‌الکتریک بین صفحات خازن را خارج کنیم، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

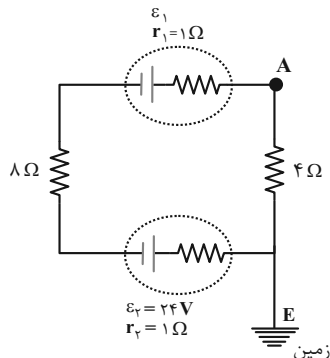
- (۱)  $1/2$       (۲)  $\frac{5}{6}$       (۳) ۱      (۴)  $\frac{2}{15}$

۵۴- در مدار شکل زیر، با باز کردن کلید k، به ترتیب از راست به چپ، اعدادی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) کاهش، کاهش  
(۲) ثابت، ثابت  
(۳) کاهش، افزایش  
(۴) افزایش، کاهش

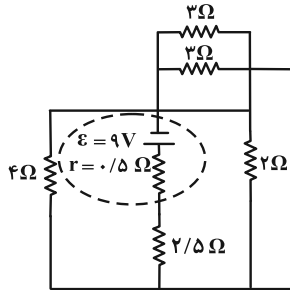
۵۵- در مدار زیر، اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با ۴V باشد، اندازه اختلاف پتانسیل دو سر باتری  $\epsilon_1$  چند ولت است؟



- (۱) ۱۱  
(۲) ۱۰  
(۳) ۳۸  
(۴) ۳۹

محل انجام محاسبات

۵۶- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱)  $11/25$

(۲)  $27$

(۳)  $22/5$

(۴)  $45$

۵۷- یک الکترون به طور عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه  $B = 50 \text{ G}$  که رو به جنوب است، در لحظه‌ای که با

تندی  $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف غرب در حرکت است، وارد میدان مغناطیسی می‌شود. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن در این لحظه

چند نیوتون و جهت آن کدام است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

(۱)  $8 \times 10^{-18}$  ، بالا (۲)  $8 \times 10^{-18}$  ، پایین (۳)  $8 \times 10^{-17}$  ، بالا (۴)  $8 \times 10^{-17}$  ، پایین

۵۸- یک پیچۀ مسطح با ۲۵۰ دور سیم ساخته شده است. اگر حلقه‌های آن را باز کرده و همان مقدار سیم را به صورت یک پیچۀ

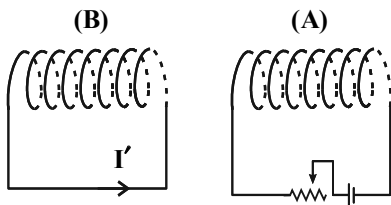
مسطحی ولی با نصف شعاع مقطع قبلی در آوریم، شدت میدان مغناطیسی در مرکز پیچه به شرط ثابت ماندن جریان الکتریکی

سیم چند برابر می‌شود؟

(۱)  $2$  (۲)  $4$  (۳)  $1$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۵۹- مطابق شکل زیر، دو سیملوله (A) و (B) مقابل یکدیگر قرار دارند. با تغییر مقاومت رئوستا، جریانی در جهت نشان داده شده در

سیملوله (B) القا می‌شود. با توجه به جهت جریان القا شده، کدام نتیجه‌گیری درست است؟



(۱) مقاومت رئوستا در حال کاهش است و دو سیملوله یکدیگر را جذب می‌کنند.

(۲) مقاومت رئوستا در حال افزایش است و دو سیملوله یکدیگر را جذب می‌کنند.

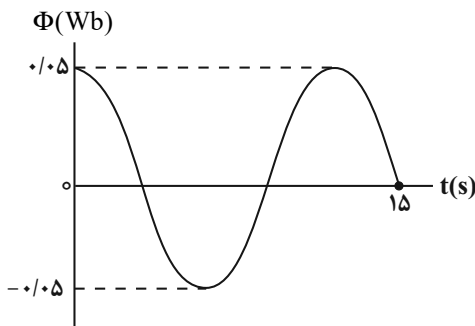
(۳) مقاومت رئوستا در حال کاهش است و دو سیملوله یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۴) مقاومت رئوستا در حال افزایش است و دو سیملوله یکدیگر را دفع می‌کنند.

۶۰- در شکل زیر، نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچهای ۱۲ حلقه‌ای با مساحت ثابت را که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت

می‌چرخد، برحسب زمان نشان داده‌ایم. اگر جریان القایی متوسط عبوری از پیچه، در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3 \text{ s}$  برابر  $1/8 \text{ A}$

باشد، مقاومت کل پیچه چند اهم است؟



(۱)  $\frac{1}{9}$

(۲)  $\frac{1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- دقت اندازه‌گیری نوعی ترازوی مدرج  $0.01 \text{ kg}$  است. از بین اعداد گزارش شده زیر، چند مورد دقت مشابه این ترازو را دارند؟

(الف) $5961 \text{ dag}$	(ب) $3.7 \times 10^5 \text{ mg}$	(پ) $0.77 \times 10^{-3} \text{ Mg}$	(ت) $0.0656 \times 10^{-5} \text{ Tg}$
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

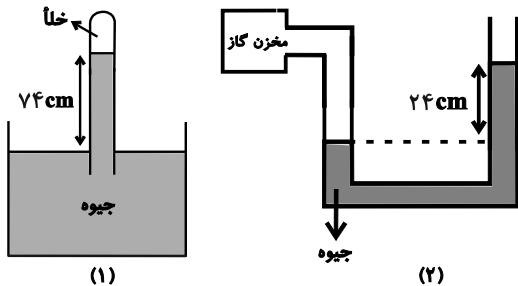
۶۲- از فلزی به چگالی  $\rho$ ، استوانه‌ای توخالی با شعاع داخلی  $r$  و شعاع خارجی  $R = \frac{4}{3}r$  ساخته‌ایم، به طوری که جرم این استوانه  $m$  و ارتفاع آن  $h$  است. در این صورت  $h$  کدام است؟

(۱) $\frac{16m}{7\pi\rho r^2}$	(۲) $\frac{16m}{7\pi\rho r^2}$	(۳) $\frac{9m}{16\pi\rho r^2}$	(۴) $\frac{9m}{7\pi\rho R^2}$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-------------------------------

۶۳- در شکل زیر، یک بارومتر و یک مانومتر نشان داده شده است. اگر هر دو در یک محل قرار داشته و جیوه درون آن‌ها در حالت

تبادل قرار داشته باشند، فشار مطلق گاز درون مخزن مانومتر چند سانتی‌متر جیوه است؟ (  $\rho_{\text{جیوه}} = \frac{13}{6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و سطح مقطع

لوله‌ها در مانومتر با یکدیگر برابر است.)



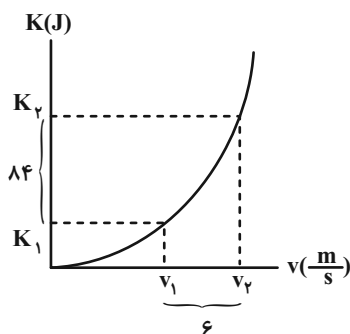
- لوله‌ها در مانومتر با یکدیگر برابر است.)
- ۹۸ (۱)  
۴۸ (۲)  
۱۳۳ (۳)  
۱۴۲ (۴)

۶۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) بلندکردن یک جسم داخل آب، راحت‌تر از بلندکردن آن در هوا است.  
(ب) علت اینکه یک تیغ از سطح پهن آن روی آب شناور می‌ماند، نیروی شناوری است.  
(پ) شناور ماندن کشتی‌های فولادی روی آب به دلیل وجود نیروی شناوری است.

- ۱ (۲) صفر (۱) ۲ (۳) ۳ (۴)

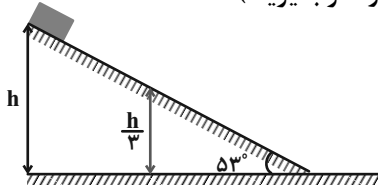
۶۵- نمودار انرژی جنبشی جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  بر حسب تندی آن، مطابق شکل زیر است. حاصل  $(v_2 + v_1)$  در SI کدام است؟



- ۱۶ (۱)  
۱۴ (۲)  
۱۲ (۳)  
۱۰ (۴)

۶۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  را از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک که با سطح افقی زاویه  $53^\circ$  می‌سازد، از ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم. اگر تندی جسم در ارتفاع  $\frac{h}{3}$  از سطح افقی برابر با  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد، انرژی پتانسیل گرانشی آن در بالای سطح شیبدار

چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



(۱) ۴۰۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۲۰۰

۶۷- مکعب توپر فلزی A به ضلع  $a$  و کره توپر فلزی B به شعاع  $a$  مفروض است. ضریب انبساط طولی فلز A دو برابر ضریب انبساط طولی فلز B و چگالی فلز A، نصف چگالی فلز B می‌باشد. به مکعب A گرمای  $Q_A$  و به کره B گرمای  $Q_B$  می‌دهیم و

مشاهده می‌کنیم که تغییر حجم آن‌ها با هم برابر است. در این صورت نسبت  $\frac{Q_B}{Q_A}$  کدام است؟ ( $c_A = 3c_B$  و گرمای ویژه و چگالی ثابت فرض شود.)

(۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴) ۴

۶۸- حداقل چند کیلوگرم یخ با دمای  $10^\circ\text{C}$  را در مجاورت  $500$  گرم آب با دمای صفر درجه سلسیوس بگذاریم تا مطمئن شویم که

کل آب یخ می‌بندد؟ (گرمای ویژه یخ  $2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$  و گرمای نهان ذوب یخ  $336 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$  بوده و اتلاف انرژی نداریم.)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

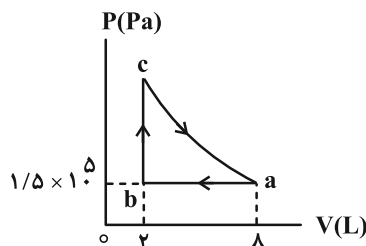
۶۹- در یک انبساط بی‌دررو، اگر اندازه کار انجام شده روی  $2\text{ mol}$  گاز کامل تک‌اتمی برابر با  $680\text{ J}$  باشد، تغییر انرژی درونی گاز چند

ژول است؟ ( $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$ )

(۱)  $-340$  (۲)  $340$  (۳)  $-680$  (۴)  $680$

۷۰- مقداری گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌بینیم. اگر اندازه کار انجام شده در فرایند  $ca$  برابر با  $240\text{ J}$  باشد، گرمای

مبادله شده توسط گاز در کل چرخه چند ژول است؟ (فرایند  $ca$  بی‌دررو است.)



(۱)  $-1500$

(۲)  $-3300$

(۳)  $1500$

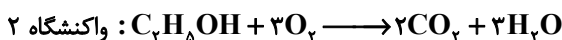
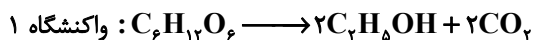
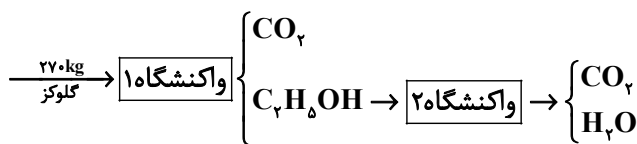
(۴)  $3300$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۷۱- کدام گزینه در مورد ساختار و نام‌گذاری ترکیب‌های آلی نادرست است؟  
 (۱) نام هر دو ترکیب ۲- اتیل پنتان و ۳- دی‌متیل پروپان نادرست است.  
 (۲) فرمول مولکولی ترکیب ۳- اتیل-۲، ۲- ۴- تری‌متیل هگزان،  $C_{11}H_{24}$  است.  
 (۳) ۱- هگزن ترکیبی سیر نشده بوده و با برم مایع می‌تواند واکنش می‌دهد در حالی که سیکلوهگزان ترکیبی آروماتیک بوده و با برم مایع واکنش نمی‌دهد.  
 (۴) شمار کربن‌ها در فرمول شیمیایی ۲- بوتن با شمار هیدروژن‌ها در فرمول شیمیایی پروپین برابر است.  
 ۷۲- در یک کارخانه برای تولید گرما از دو واکنشگاه زیر استفاده می‌کنند، در صورتی که  $270\text{ kg}$  گلوکز وارد واکنشگاه ۱ که بازده آن  $75\%$  است شود، و مقدار مول گاز  $CO_2$  خروجی از واکنشگاه ۲،  $1/5$  برابر واکنشگاه ۱ باشد، بازده درصدی واکنشگاه ۲ چند درصد است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )



۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۷۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین پروتئین و به ویژه آهن است.  
 (۲) پایداری واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها در واکنش تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.  
 (۳) سرانه مصرف ماده غذایی، میانگین مقدار مصرف آن را به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین نشان می‌دهد.  
 (۴) جریان گرما در واکنش‌های شیمیایی درون بدن بیشتر ناشی از تفاوت انرژی جنبشی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.  
 ۷۴- اگر گرمای لازم برای افزایش دمای  $60$  گرم گاز کربن دی‌اکسید به اندازه  $20^\circ C$ ، دمای  $36/5$  گرم گاز اکسیژن را به اندازه  $30^\circ C$  افزایش دهد، گرمای ویژه گاز اکسیژن، به تقریب چند  $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$  است؟ ( $c_{CO_2} = 0/84 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ )

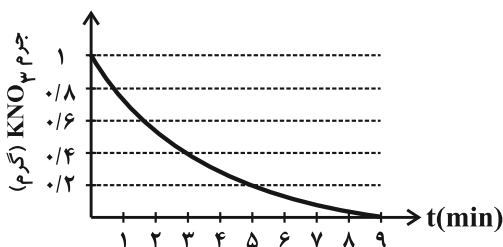
۰/۶۴ (۴)

۱/۸۴ (۳)

۰/۴۶ (۲)

۰/۹۲ (۱)

- ۷۵- پتاسیم نیترات طی واکنش موازنه نشده،  $KNO_3(s) \longrightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$  تجزیه می‌شود. با توجه به نمودار زیر که مربوط به جرم تجزیه شده  $KNO_3(s)$  است، سرعت تولید گاز اکسیژن در  $5$  دقیقه ابتدایی واکنش در شرایط  $STP$  به تقریب چند  $L.min^{-1}$  است؟ ( $K = 39, O = 16, N = 14: \text{g.mol}^{-1}$ )



۰/۰۰۴ (۱)

۰/۰۱۱ (۲)

۰/۰۱۸ (۳)

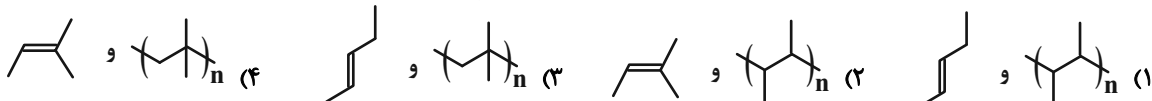
۰/۰۲۲ (۴)

محل انجام محاسبات

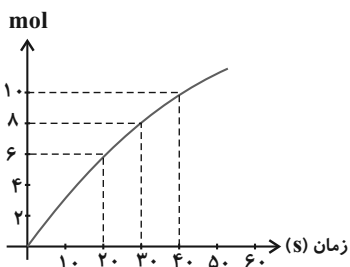
۷۶- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز . . . . .

- (۱) گرمای سوختن الماس بیشتر از گرافیت است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت الماس پایدارتر از گرافیت است.
- (۲) بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌های موجود در بدن ما، از مواد غذایی تأمین می‌شود.
- (۳) افزایش نامتناسب برخی از مولکول‌ها و یون‌ها در وعده‌های غذایی سبب افزایش وزن و دیگر بیماری‌ها خواهد شد.
- (۴) بر اثر نوشیدن شیر داغ، بیشترین سهم گرمای مبادله شده مربوط به فرایند گوارش در بدن است.

۷۷- در کدام گزینه ساختار پلیمر حاصل از بسپارش مونومر A و ساختار مونومر سازنده پلیمر B به درستی رسم شده‌اند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

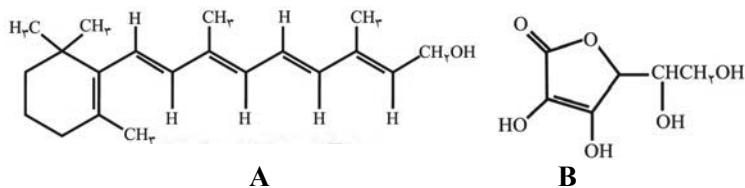


۷۸- واکنش فرضی  $A(g) \rightarrow 2B(g) + 3C(g)$ ، با ۸ مول A در یک ظرف سه لیتری آغاز می‌شود و در فاصله زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه با سرعت متوسط  $2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  پیش می‌رود. غلظت مولی ماده A در پایان ثانیه چهارم چند مول برلیتر است؟ (نمودار زیر مربوط به یکی از فراورده‌ها است).



- (۱) ۳
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

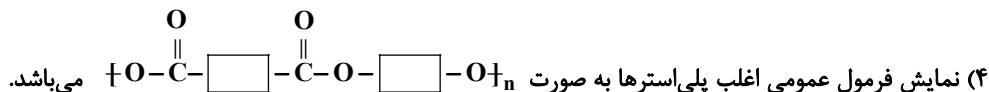
۷۹- اگر مخلوطی شامل ۳/۰ مول از ترکیب‌های A و B را در آب بریزیم و ۲۸/۶ گرم ماده در آب مخلوط نشود، به تقریب چند درصد از جرم مواد اولیه را اتم کربن تشکیل می‌دهد؟ ( $C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



- (۱) ۵۶/۷۵
- (۲) ۶۰/۱۹
- (۳) ۶۵/۳۴
- (۴) ۷۱/۲۳

۸۰- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز . . .

- (۱) برخلاف ویتامین C، ویتامین‌های A و D در چربی محلول‌اند.
- (۲) نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌های تک عاملی یک تا پنج کربنه از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل به خوبی در آب حل می‌شوند.
- (۳) الکل سازنده استر مربوط به طعم و بوی آناناس همانند الکل سازنده استر مربوط به طعم و بوی سیب، در دمای اتاق به هر نسبتی در آب حل می‌شود.



پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- درصد فراوانی ایزوتوپ عنصر X که عدد جرمی ۷۱ دارد برابر ۱۵٪ و جرم اتمی میانگین آن برابر ۷۰/۷۵ است. اگر این عنصر دارای سه ایزوتوپ طبیعی  $^{70}\text{X}$ ،  $^{71}\text{X}$  و  $^{72}\text{X}$  باشد، کدام ایزوتوپ بیشترین درصد فراوانی را داشته، درصد فراوانی آن چند درصد است و کدام ایزوتوپ کمترین میزان پایداری را دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱)  $^{72}\text{X} - ۳۰\% - ^{71}\text{X}$  (۲)  $^{71}\text{X} - ۳۰\% - ^{72}\text{X}$  (۳)  $^{70}\text{X} - ۵۵\% - ^{71}\text{X}$  (۴)  $^{70}\text{X} - ۵۵\% - ^{71}\text{X}$

۸۲- درستی یا نادرستی کدام گزینه با گزینه‌های دیگر متفاوت است؟ (عناصر فرضی هستند.)

- (۱) در یون  $\text{X}^{2+}$ ، تعداد الکترون‌های با  $l = 1$  برابر با تعداد الکترون‌های لایه سوم آن است.  
 (۲) در یون  $\text{A}^{3+}$ ، الکترونی با اعداد کوانتومی  $n = 4$  و  $l = 0$  وجود دارد.  
 (۳) عنصر M با ۳۲ پروتون هم‌دوره بوده و تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها با هم برابر است.  
 (۴) در اتم T، مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت برابر ۴۸ است.

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) بیشترین نیم‌عمر را در بین ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن دارد.  
 (۲) فراوانی ایزوتوپ  $^{235}\text{U}$  در مخلوط طبیعی عنصر اورانیم کمتر از ۰/۷ درصد است.  
 (۳) یون یدید با یونی که حاوی  $^{99}\text{Tc}$  است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید این یون را نیز جذب می‌کند.  
 (۴) در میان چهار عنصر فراوان سازنده سیاره مشتری و زمین فقط یک عنصر مشترک وجود دارد.

۸۴- شمار اتم‌های O در ۲۸/۸ گرم آسپرین ( $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$ ) با شمار اتم‌های H در چند گرم استیک اسید ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) یکسان است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

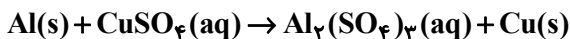
(۱) ۷/۲ (۲) ۹/۶ (۳) ۱۴/۴ (۴) ۱۰/۵

۸۵- به یک ظرف حاوی ۱۰ میلی لیتر آب دریا که غلظت یون کلرید در آن ۱۹۰ ppm می‌باشد، ۲ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار نقره نیترات اضافه می‌شود. غلظت یون کلرید پس از اضافه نمودن محلول تقریباً چند مول بر لیتر خواهد شد؟ (چگالی آب دریا را  $1/6 \text{ g.mL}^{-1}$  در نظر بگیرید و  $\text{Cl} = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۰/۰۳۸ (۲) ۰/۰۲۴ (۳) ۰/۰۶۴ (۴) ۰/۰۵۳

۸۶- کدام گزینه درست است؟

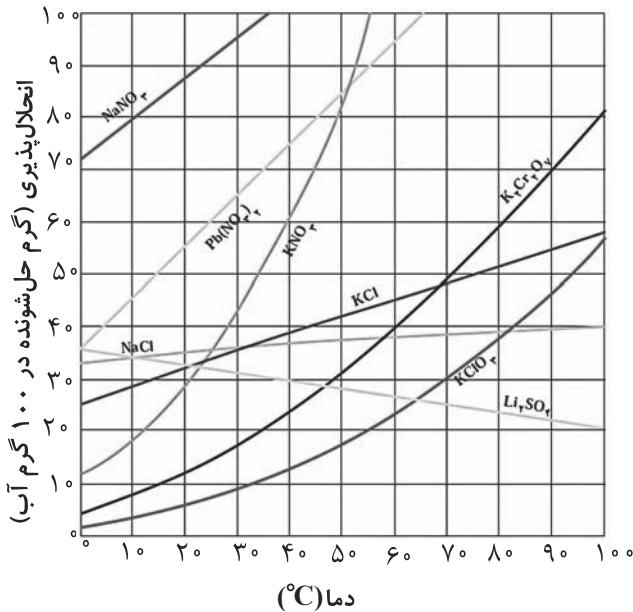
- (۱) در صنعت از دگرشکل نیتروژن برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی استفاده می‌شود.  
 (۲) گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI کاربرد دارد، فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری است.  
 (۳) از واکنش نیتروژن مونوکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.  
 (۴) اگر به ازای مصرف گاز طبیعی، زغال سنگ و نفت خام مقدار یکسانی برق تولید شود؛ گاز طبیعی کمترین کربن دی‌اکسید را تولید می‌کند.  
 ۸۷- در ظرفی که حاوی ۱۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۸ مولار مس (II) سولفات است، مقداری فلز آلومینیم اضافه می‌کنیم، پس از مصرف کامل یون‌های مس (II)، مخلوطی از آلومینیم و مس به جرم ۱۶/۳۵ گرم در ظرف باقی می‌ماند. جرم آلومینیم اولیه چند گرم بوده است؟ ( $\text{Al} = 27, \text{Cu} = 64 \text{ g.mol}^{-1}$ ) (واکنش موازنه شود.)



(۱) ۷/۶۸ (۲) ۱۰/۸۳ (۳) ۲۳/۷ (۴) ۸/۶۷

۸۸- مطابق نمودار زیر، ۶۸ گرم محلول سیرشده پتاسیم دی کرومات ( $K_2Cr_2O_7$ ) را از دمای  $90^\circ C$ ، سرد می‌کنیم. زمانی که جرم محلول به ۵۶ گرم می‌رسد، دمای محلول کدام است و به تقریب چند درصد جرمی از محلول حاصل در این دما را آب تشکیل

می‌دهد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۱)  $71/4, 60^\circ C$

(۲)  $66/6, 60^\circ C$

(۳)  $66/6, 50^\circ C$

(۴)  $71/4, 50^\circ C$

۸۹- اگر فرمول شیمیایی نمک سولفات و هیدروکسید فلز X (که عدد اتمی آن کوچک‌تر از ۳۶ است) به صورت  $XSO_4$  و  $XOH$

باشد، چند مورد از نتیجه‌گیری‌های زیر درست خواهند بود؟

\* عنصر X می‌تواند در گروه ۱۲ جدول دوره‌ای جای داشته باشد.

\* مجموع  $n+l$  الکترون‌های ظرفیت عنصر  $Cr$  با عدد اتمی این عنصر می‌تواند برابر باشد.

\* یون X در این دو ترکیب فاقد آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب است.

\* اولین عنصری است که سه لایه الکترونی آن از الکترون پر شده است.

۴ (۴)

۳ (۳)

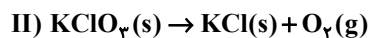
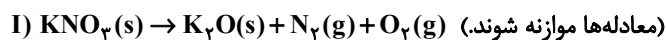
۲ (۲)

۱ (۱)

۹۰- هرگاه در واکنش (I) کاهش جرمی برابر  $32/4$  گرم رخ دهد، مقدار گاز اکسیژن تولید شده از این واکنش برابر . . . . . لیتر است و

این مقدار گاز اکسیژن را می‌توان از تجزیه . . . . . مول پتاسیم کلرات ( $KClO_3$ ) در واکنش (II) تهیه کرد. (شرایط STP در

نظر گرفته شود.) ( $K = 39, O = 16, Cl = 35/5, N = 14 : g.mol^{-1}$ ) (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).



(۲)  $0/5, 16/8$

(۱)  $1/5, 12/6$

(۴)  $1/5, 16/8$

(۳)  $0/5, 12/6$

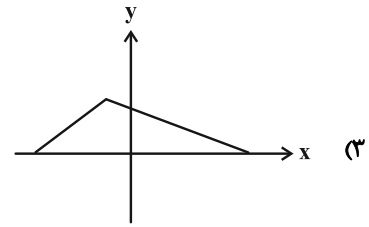
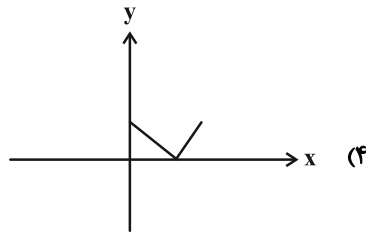
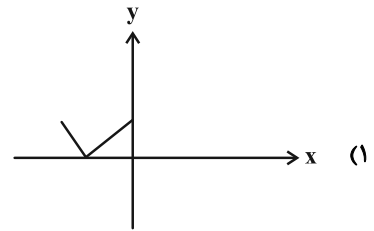
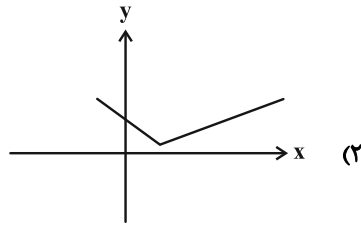
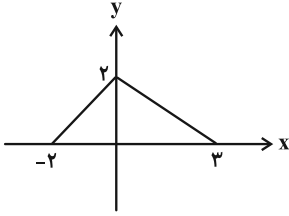
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۹۱- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = 2 - f(3 - 2x)$  کدام است؟



۹۲- طول نقاط نمودار تابع  $f(x) = (x+3)^2$  را نصف می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به راست و دو واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا

نمودار تابع  $g$  حاصل شود. مجموع طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  کدام است؟

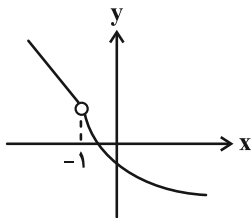
$-\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{10}{3}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$-\frac{10}{3}$  (۱)

۹۳- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله  $f(3x+2) \leq f(5x-6)$  چند عدد طبیعی را شامل می‌شود؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۴- نمودار تابع  $f(x) = |x|^3 + 12|x| - 6x^2 - 8$  در بازه  $[-2, a]$  اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

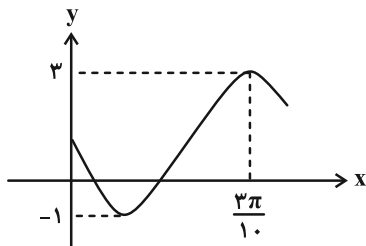
۹۵- چندجمله‌ای  $P(x) = ax^6 + 3x^3 + b$  بر  $x-1$  بخش پذیر است. اگر چندجمله‌ای  $Q(x)$  خارج قسمت تقسیم باشد و باقی مانده تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  برابر ۲۱ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) صفر

۹۶- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(3x-2)$  بر  $x^2 - x - 2$  برابر با  $3x+1$  است. باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $x^2 + x - 20$  کدام است؟

- (۱)  $2x+10$  (۲)  $2x-1$  (۳)  $x-3$  (۴)  $x+3$

۹۷- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a - b \cos(cx + \frac{\pi}{4})$  را نشان می‌دهد. حاصل  $abc$  کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۱۰ (۴) ۱۰

۹۸- برد تابع  $f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$  با دامنه  $\left(\frac{7\pi}{36}, \frac{13\pi}{36}\right) - \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$  به صورت  $\mathbb{R} - (a, b)$  است. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{3}$

۹۹- جواب کلی معادله  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$  (۲)  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$   
(۳)  $x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}$  (۴)  $x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$

۱۰۰- انتهای کمان‌های جواب‌های معادله  $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$  روی دایره مثلثاتی تشکیل یک چندضلعی محدب می‌دهند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{2}$  (۲)  $2 + \sqrt{2}$   
(۳)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$  (۴)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & b+1 \\ 4 & b \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، کدام ماتریس اسکالر است؟

- (۱)  $A^5$       (۲)  $A^{10}$       (۳)  $A^{15}$       (۴) هیچ کدام

۱۰۲- ماتریس‌های  $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$  و  $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$  به صورت زیر معرفی شده‌اند. مجموع درایه‌های  $B \times A$  کدام است؟

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1, & i = j \\ i - j, & i > j \\ j - i, & i < j \end{cases}, \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1, & i = j \\ i + j, & i > j \\ i - j + 2, & i < j \end{cases}$$

- (۱) ۳۵      (۲) ۳۲      (۳) ۲۸      (۴) ۲۵

۱۰۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^{1404}$  کدام است؟

- (۱)  $A^{1404}$       (۲)  $I^{1404}$       (۳)  $A^{1404}$       (۴)  $I^{1404}$

۱۰۴- اگر برای  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی،  $A^2 = A$  و  $B + A^4 = I$  باشد، آنگاه حاصل  $A^{50} + B^{100}$  برابر کدام ماتریس است؟


- (۱)  $A$       (۲)  $I$

- (۳)  $A + I$       (۴)  $B + I$

۱۰۵- اگر  $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$  باشد، آنگاه حاصل  $A^{-1}B + B^{-1}A$  کدام است؟

- (۱)  $\bar{O}$       (۲)  $I$

- (۳)  $-I$       (۴)  $A + B$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- می دانیم ماتریس  $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3-b & 2-3a \end{bmatrix}$  وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2a+1 & 4 \\ b+1 & 1 \end{bmatrix}$  است. دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) ۱

۱۰۷- به ازای کدام رابطه بین  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، دستگاه  $\begin{cases} ax+by=0 \\ (a+b)x+cy=0 \end{cases}$  جوابهای غیرصفر نیز دارد؟

(۱)  $b^2 = ab + ac$

(۲)  $ac = b^2 - c^2$

(۳)  $b^2 = ac - ab$

(۴)  $ac = b^2 + c^2$

۱۰۸- اگر  $A^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ a & 2 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $|A|$  چقدر است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲

- (۳) ۱۶      (۴) ۸

۱۰۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $(-A^3)$  کدام است؟

- (۱) ۲۱۶      (۲) -۲۱۶

- (۳) ۳۶      (۴) -۳۶

۱۱۰- اگر  $\begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & b & -2 \\ -1 & 2 & c \end{vmatrix} = 2$  باشد، آنگاه حاصل  $\begin{vmatrix} -3a & 18 & -3 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) -۱۲

- (۳) ۶      (۴) -۶

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

(۱) مجموع هر سه عدد اول، عددی فرد است.

(۲) هر عدد اول را به یکی از صورت‌های  $6k+1$  یا  $6k+5$  می‌توان نوشت (  $k$  عدد صحیح است).

(۳) تفاضل هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) چهار برابر حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.

۱۱۲- اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد صحیح و ناصفر باشند و  $a^2 | bc$  و  $ac | b^2$  کدام گزینه همواره درست است؟

(۴)  $a^3 | b^2$

(۳)  $a^2 | c$

(۲)  $a^2 | b^3$

(۱)  $a^3 | c^4$

۱۱۳- به ازای عدد طبیعی فرد دلخواه  $m$ ، حاصل  $[18m^2, 12m^3, 18m]$  کدام است؟

(۴)  $18m^3$

(۳)  $36m^3$

(۲)  $18m^2$

(۱)  $36m^2$

۱۱۴- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم  $84$  بر هر یک از آنها، برابر  $4$  باشد؟

(۲)  $7$

(۱)  $8$

(۴)  $5$

(۳)  $6$


۱۱۵- اگر دو عدد  $(3a-2b)$  و  $(2a+b)$  رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد  $(6a+2b)$  کدام است؟

(۲)  $8$

(۱) صفر

(۴)  $6$

(۳)  $4$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- باقی مانده تقسیم  $9^{100} - 5^{100} + 4^{100}$  بر عدد ۲۰ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) صفر

۱۱۷- باقی مانده تقسیم بزرگترین عدد شش رقمی مضرب ۱۱ به فرم  $abab5b$  بر عدد ۹ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۱۸- اگر عدد  $4a8b6$  مضرب ۴۴ باشد، بزرگترین مقدار  $a \times b$  کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۳۲

(۳) ۶۳

(۴) ۸۱

۱۱۹- اگر  $a$  و  $b$  اعدادی صحیح باشند و معادله  $ax + by = 6$  در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد، آنگاه کدام یک از

معادلات سیاله زیر ممکن است در  $\mathbb{Z}$  جواب نداشته باشد؟

(۱)  $ax + by = 18$

(۲)  $ax + by = b$

(۳)  $ax + by = 9$

(۴)  $ax + by = 5a$

۱۲۰- معادله سیاله  $3x - 2y = 15$  در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی چند دسته جواب دارد که در هر کدام از آنها، مجموع جوابها

دو رقمی باشد؟

(۱) ۱۷

(۲) ۱۸

(۳) ۱۹

(۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- شخصی در مدت زمان ۲۰۰ ثانیه بر روی مسیری مستقیم ابتدا ۲۵۰ متر به طرف شرق رفته، سپس ۱۵۰ متر در همان مسیر به طرف غرب برمی‌گردد. اندازه سرعت متوسط این شخص چند متر بر ثانیه بوده و مفهوم عدد به دست آمده چیست؟ (زمان توقف شخص بسیار ناچیز است).

(۱) ۲، یعنی این شخص در هر ثانیه ۲ m از مسیر را طی کرده است.

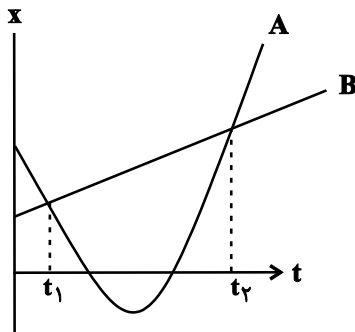
(۲) ۲، یعنی این شخص به‌طور متوسط در هر ثانیه ۲ m به نقطه پایان مسیر نزدیک‌تر شده است.

(۳) ۰/۵، یعنی این شخص در هر ثانیه ۰/۵ m از مسیر را طی کرده است.

(۴) ۰/۵، یعنی این شخص به‌طور متوسط در هر ثانیه ۰/۵ m به نقطه پایان مسیر نزدیک‌تر شده است.

۱۲۲- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم به ترتیب با شتاب ثابت و سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر

است. اگر سرعت متحرک A در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  به ترتیب  $5 \frac{m}{s}$  و  $7 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متوسط متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۶

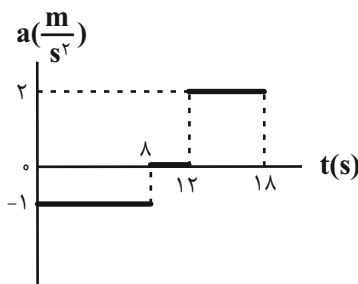
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۲۳- شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که از مبدأ مکان و از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند، نشان

می‌دهد. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی ۰s تا ۱۸s چند متر بر ثانیه است؟



(۱)  $\frac{38}{9}$

(۲)  $\frac{46}{9}$

(۳)  $\frac{14}{3}$

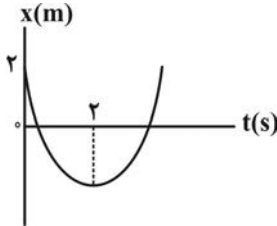
(۴)  $\frac{52}{9}$

مشابه سؤالی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۲۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر این متحرک در بین لحظاتی که از مبدأ مکان می‌گذرد، مسافت  $4\text{m}$  را بپیماید، کدام گزینه معادله حرکت متحرک را در دستگاه SI به درستی

نشان می‌دهد؟



$$x = 4t^2 - 8t + 2 \quad (1)$$

$$x = 2t^2 - 8t + 2 \quad (2)$$

$$x = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2 \quad (3)$$

$$x = t^2 - 4t + 2 \quad (4)$$

۱۲۵- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع  $h$  از سطح زمین و از حال سکون رها می‌شود. اگر مسافت طی شده در ثانیه آخر حرکت گلوله،

هفت برابر مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت آن باشد،  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

۸۰ (۴)

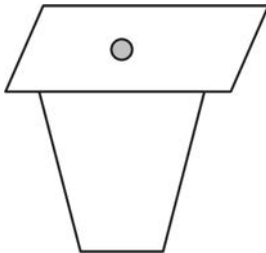
۴۵ (۳)

۳۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۲۶- در شکل زیر، سکه‌ای بر روی مقوایی افقی قرار دارد. مقوا را بار اول به آرامی و بار دوم خیلی سریع در امتداد افق می‌کشیم. کدام

مورد درباره این دو آزمایش صحیح است؟



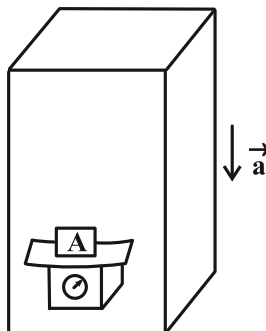
(۱) در آزمایش اول سکه درون لیوان می‌افتد و در آزمایش دوم سکه همراه مقوا حرکت می‌کند.

(۲) در آزمایش اول سکه همراه مقوا حرکت می‌کند و در آزمایش دوم سکه درون لیوان می‌افتد.

(۳) در هر دو آزمایش سکه درون لیوان می‌افتد.

(۴) در هر دو آزمایش سکه همراه مقوا حرکت می‌کند.

۱۲۷- مطابق شکل زیر جسم  $A$  با وزن  $W$  بر روی یک باسکول در داخل یک آسانسور که با شتاب  $\vec{a}$  رو به پایین حرکت می‌کند، قرار



گرفته و عددی که باسکول نمایش می‌دهد،  $F$  است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

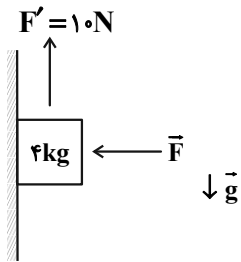
$$F = W \quad (1)$$

$$F > W \quad (2)$$

$$F < W \quad (3)$$

(۴) بسته به جهت حرکت آسانسور، می‌تواند هر دو گزینه «۲» و «۳» صحیح باشد.

۱۲۸- در شکل زیر، اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون باشد تا جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد؟ ( $\mu_s = 0/6, \mu_k = 0/3, g = 10 \frac{N}{kg}$ )



۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۸۰ (۴)

۱۲۹- کدام یک از عبارتهای زیر نا درست است؟

(الف) اگر اتومبیلی که به سمت جلو در حال حرکت است، ناگهان ترمز کند، سرنشینان به سمت جلو پرتاب می‌شوند.

(ب) اگر جسمی در حال حرکت باشد و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

(پ) در نقطه اوج حرکت یک گلوله در راستای قائم، سرعت گلوله صفر بوده و نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

(ت) هرچه لختی جسم کمتر باشد، به حرکت درآوردن آن سخت‌تر است.

(۲) الف و ب

(۱) الف و پ

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

۱۳۰- جسمی را با نیروی افقی ثابتی به بزرگی  $21N$  بر روی میزی می‌کشیم و جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر جرم جسم را

چهار برابر کرده و اندازه نیرو را به  $63N$  برسانیم، شتاب جسم نصف می‌شود. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی سطح در حالت

دوم چند نیوتون است؟

(۲) ۲۱

(۱) ۲۰

(۴) ۴۲

(۳) ۴۰

محل انجام محاسبات


وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آرنیوس قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها از واکنش‌های بین این مواد بی‌اطلاع بود.
- (۲) به ماده‌ای که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا جسم وجود دارد، آلاینده می‌گویند.
- (۳) در محلول سرکه در آب نسبت غلظت یون  $\text{OH}^-$  به  $\text{H}_3\text{O}^+$  بیشتر از ۱ است.
- (۴) اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه عاملی هیدروکسیل در انتهای زنجیر ختم می‌شوند.

۱۳۲- از انحلال مول کدام دو ماده در آب در دمای اتاق محلولی با  $\text{pH} > 7$  پدید می‌آید؟ 




۱۳۳- کدام پاک‌کننده‌ها از نظر شیمیایی فعال بوده و خورنده هستند؟

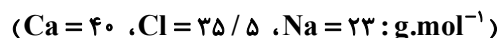
- (۱) صابون مایع، سدیم هیدروکسید، سفیدکننده‌ها
- (۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، صابون‌ها، سفیدکننده‌ها
- (۳) سدیم هیدروکسید، جوهر نمک، صابون گوگردار
- (۴) سدیم هیدروکسید، جوهر نمک، سفیدکننده‌ها

۱۳۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها نقش پرنگی در سلامت، بهداشت و امید به زندگی ایفا می‌کنند.
- (۲) با حل کردن ۳ مول  $\text{CaO}$  در ۹ لیتر آب، مجموع غلظت یون‌های تولید شده برابر با ۱ مول بر لیتر می‌شود.
- (۳) اکسید عنصر خانه شماره ۱۶ جدول دوره‌ای یک باز آرنیوس است.
- (۴) یکی از موارد استفاده از صابون‌ها چرب کردن سنگ‌ها در نانوایی‌های سنگگی است.

۱۳۵- مقداری صابون جامد را در ۳ مترمکعب محلول حاوی کلسیم کلرید با چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  حل می‌کنیم. پس از مدتی  $292/5$  گرم 

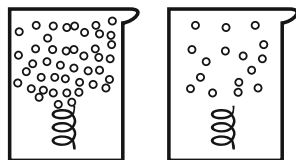
نمک خوراکی به دست می‌آید. غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه بر حسب ppm چقدر بوده است؟



- (۴)  $120/5$       (۳)  $118/75$       (۲)  $92/5$       (۱)  $138/75$

۱۳۶- شکل مقابل واکنش دو قطعه نوار منیزیم یکسان را با محلول دو اسید متفاوت در دما، حجم و غلظت یکسان نشان می‌دهد. کدام

گزینه در مورد آن درست است؟



(۱)


(۲)

(۱) گاز تولید شده در هر دو ظرف گاز اکسیژن است.

(۲) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) از اسید موجود در ظرف (۲) کمتر است.

(۳) پیش از انجام واکنش، pH اسید موجود در ظرف (۱) کمتر از pH اسید موجود در ظرف (۲) است.

(۴) پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدروکسید در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است.

مشابه سؤالی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات





# دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۴ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
پوریا کریمی جبلی، مهدی میر	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

۳۰ دقیقه

استعداد تحلیلی

\* بر اساس متن زیر - متنی خلاصه شده، با اندکی تصرف، از دکتر محمدحسین کرمی - به پنج پرسش نخست آزمون پاسخ دهید.

اگرچه در دنیای اسلامی اندیشه نفي تقدیر و سرنوشت همزمان یا حتی زودتر از اندیشه جبرگرا شکل گرفته و بنیادهای این دو اندیشه بیشتر به صورت دو فرقه کلامی معتزله و اشاعره در تاریخ معرفی شده است، اما چون اشاعره و سایر فرقه‌های جبرگرا، خود را بیشتر تابع دین و قوانین شرعی جلوه دادند و نقش عقل را در برابر شرع منکر شدند و طرفداران تعقل و خرد را مخالفان شرع جلوه دادند، خیلی زود توجه حکام فرصت طلب و عوام سلیم دل را به سوی خود جلب کردند و طرفداران اندیشه اختیار - معتزله - را شکست دادند و از گردونه مبارزه و رقابت بیرون راندند.

به طور قطع یکی از عوامل اصلی گسترش اندیشه تقدیرگرا در طول تاریخ، صاحبان قدرت و حکام جباری بوده‌اند که بدون هیچ لیاقتی بر مردم حکم می‌رانده‌اند و برای اینکه لایقان حکمرانی و سایر مردم تحت امر آنها در مقام مقایسه برنیایند و حکومت آنها را زیر سؤال نبرند، در رواج این اندیشه کوشیده‌اند و یگانه عامل رسیدن به قدرت را تقدیر ایزد عزّ اسمه شمرده‌اند. عامل دیگر، علمای بزرگ و صاحب نفوذی چون امام‌الحرمین و امام غزالی و به‌ویژه علمای درباری بوده‌اند که با بیان و بنان خود در تحکیم این اندیشه کوشیده‌اند، و همچنین عامه ساده‌دلی که به آسانی این سخنان خوش‌ظاهر را می‌پذیرفته‌اند و کلام ملوک را ملوک کلام می‌دانسته‌اند و حافظان بی‌جیره و مزد آنان محسوب می‌شدند. با نگاهی به دیوان ناصر خسرو نقش این «گله گوباره» بهتر آشکار می‌گردد.

نکته جالب اینجاست که اندیشه غالب بر شعر و ادبیات ما نیز اندیشه جبری و معتقد به تقدیر است و اگر اشعار زبان فارسی را غربال کنیم، به‌ندرت به ابیاتی از نوع شعر حنظله بادغیسی برمی‌خوریم که:

مهتری گر به کام شیر در است / شو خطر کن ز کام شیر بجوی

یا بزرگی و عزّ و نعمت و جاه / یا چو مردانت مرگ رویاروی

و یا این بیت حافظ که: ...

۲۵۱- مفهوم «گوباره» در متن به کدام گزینه نزدیکتر است؟

(۲) ابلهان

(۱) فریبکاران

(۴) ظالمان

(۳) طمعکاران

۲۵۲- واژه «آن‌ها» که در متن مشخص شده است، به چه کسانی برمی‌گردد؟

- (۱) اشاعره  
 (۲) حکام  
 (۳) معتزله  
 (۴) عوام

۲۵۳- کدام عنوان برای متن مناسب‌تر است؟

- (۱) بررسی جبر و اختیار در شعر و ادب فارسی  
 (۲) علمای معتزله، علمای اشاعره  
 (۳) برخی عوامل تقدیرگرایی در دنیای اسلام  
 (۴) دشواری‌های زندگی نخبگان مسلمان در میان عوام

۲۵۴- کدام بیت را می‌توان در انتهای متن بالا آورد؟

- (۱) به جدّ و جهد چو کاری نمی‌رود از بیش / به کردگار رها کرده به مصالح خویش  
 (۲) قضا دگر نشود گر هزار ناله و آه / به شکر یا به شکایت برآید از دهنی  
 (۳) چرخ بر هم زنم ار غیر مرادم گردد / من نه آنم که زبونی کشم از چرخ فلک  
 (۴) رضا به حکم قضا گر دهیم و گر ندهیم / از این کمند نشاید به شیرمردی رست

۲۵۵- بر اساس متن بالا، بیت زیر را از سعدی مرتب کنید. واژه نخست مصراع نخست و واژه نخست مصراع دوم، به ترتیب کدامند؟

- خواهد - درد - برد - قضا - ناخدا - کشتی - تن - جامه - آنجا - که - و - گر - بر  
 (۱) قضا - و  
 (۲) جامه - خواهد  
 (۳) گر - ناخدا  
 (۴) بر - آنجا

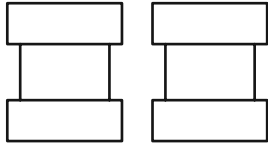
\* در هر یک از دو سؤال بعدی، تعیین کنید در کدام گزینه واژه‌ای نادرست معنا شده است.

۲۵۶-

- (۱) مُنَجِّم: ستاره‌شناس / منسوب: نسبت داده شده  
 (۲) مواعظ: موعظه‌ها، اندرزها / مودّی: قرآن خوان، اذان گو  
 (۳) مونس: همدم، یار / مویه: شیون و زاری، ناله، گریه  
 (۴) مُحاربه: با یکدیگر جنگیدن / موسم: هنگام، زمان

۲۵۷-

- (۱) غرّه: مغرور، فریفته شده / قبور: گذشتن  
 (۲) غیور: باغیرت، غیرتمند / قرین: همراه  
 (۳) غریب: ناآشنا، بیگانه / قراضه: کهنه، فرسوده  
 (۴) غزا: نبرد، پیکار / قوس قزح: رنگین کمان



ابراهیم، اسماعیل، اسحاق و تقی، در اتاقی در پادگان زندگی می‌کنند که دو تخت خواب دو طبقه به شکل مقابل دارد. چهار پتو به رنگ‌های سبز، زرد، قرمز و آبی هم در اتاق هست که هر کدام به یکی از این تخت‌ها متعلق است. می‌دانیم ابراهیم و اسحاق روی یک تخت نیستند ولی رنگ‌های سبز و آبی هر دو به یک تخت متعلقند. در این باره به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۲۵۸- اگر شخص طبقه پایین تخت تقی، پتوی قرمز داشته باشد، در آن صورت قطعاً . . .

- (۱) پتوی ابراهیم یا آبی است یا سبز. (۲) پتوی تقی زرد است.  
 (۳) اسحاق طبقه بالای تخت را دارد. (۴) پتوی آبی طبقه بالای تخت است.

۲۵۹- اگر پتوی تخت بالایی اسحاق سبز باشد، احتمال آن که رنگ پتوی اسماعیل زرد باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{4}$   
 (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

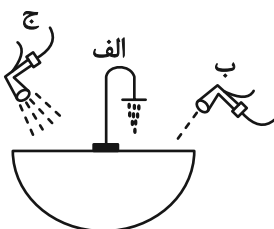
۲۶۰- هفده سال پیش، مجموع سن دو برادر ۱۱ و حاصل ضرب سن آن‌ها ۲۸ بوده است. اختلاف سن این دو برادر چند سال است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴  
 (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶۱- با استفاده از عددهای طبیعی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸، چند عدد بین ۴۰۰ و ۷۰۰ می‌توان نوشت که مضرب ۳ باشد، مضرب پنج نباشد و در تقسیم بر چهار، باقی‌مانده یک یا سه داشته باشد؟ تکرار ارقام مجاز است.

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵  
 (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

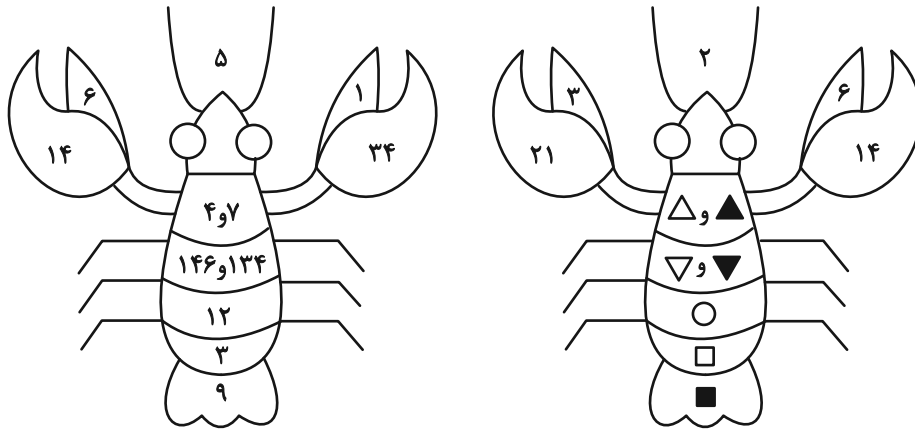
۲۶۲- برای پر کردن مخزن زیر، شیر «الف» به زمانی دو دقیقه بیشتر از شیر «ب» و دو دقیقه کمتر از شیر «ج» نیاز دارد. اگر شیرهای «ب» و «ج» با هم مخزن



را دقیقاً در ۲۲۵ ثانیه پر کنند، شیر «الف» در چند دقیقه مخزن را کاملاً پر می‌کند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶  
 (۳) ۷ (۴) ۸

\* بر اساس الگوریتم عددهای شکل زیر، به سه پرسش بعدی پاسخ دهید.



۲۶۳- عدد  $\bigcirc$  کدام است؟

۴۰۲ (۲)

۴۰۱ (۱)

۴۰۴ (۴)

۴۰۳ (۳)

۲۶۴- حاصل جمع  $\square + \blacksquare$  کدام است؟

۴۰۲ (۲)

۴۰۱ (۱)

۴۰۴ (۴)

۴۰۳ (۳)

۲۶۵- کدام عدد به جای هیچ یک از مثلثها قرار نمی گیرد؟

۱۲ (۲)

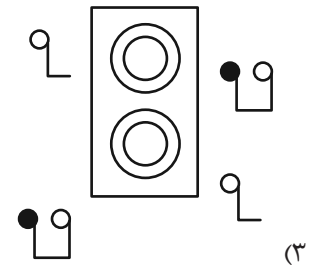
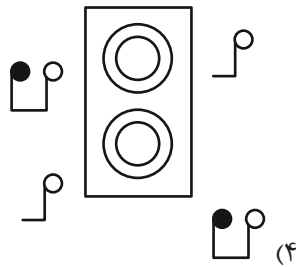
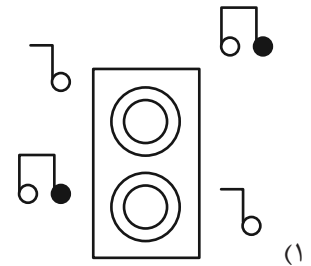
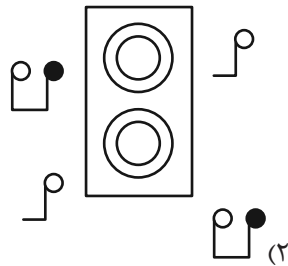
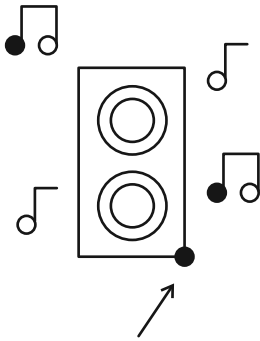
۱۰ (۱)

۲۱۳ (۴)

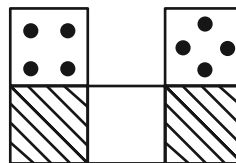
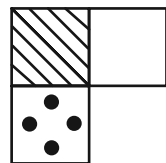
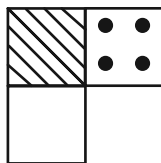
۱۲۰ (۳)



۲۶۹- اگر شکل زیر را نسبت به نقطه نشان داده شده قرینه کنیم، کدام گزینه حاصل می شود؟



۲۷۰- با کنار هم قرار دادن کدام دو برگه، شکل زیر را می توان ساخت؟ پشت برگه ها کاملاً سفید است.



د

ج

ب

الف

(۲) الف، د

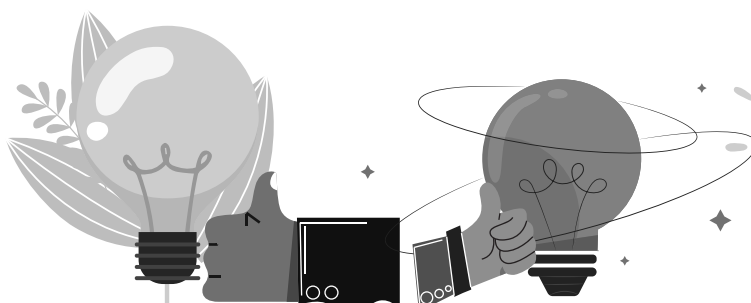
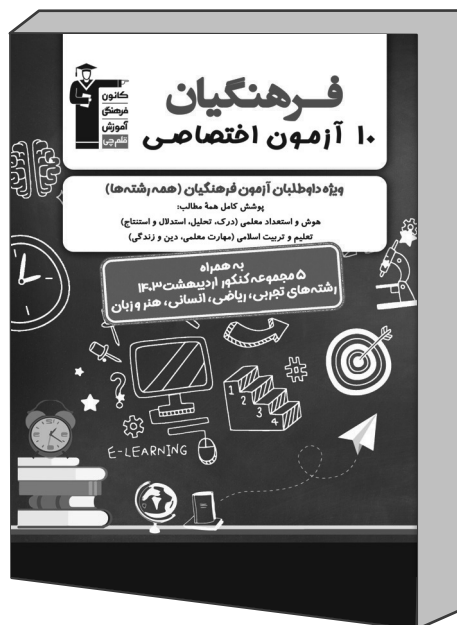
(۴) ج، د

(۱) الف، ب

(۳) ب، ج

# منابع مناسب هوش و استعداد

## دوره دوم





# دفترچه پاسخ

## آزمون تعیین سطح پاییز ۱۴۰۴

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

#### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کازم اجلالی - علی آزاد - شاهین پروازی - عادل حسینی - مهرا ن حسینی - محمد خندان - بابک سادات - یاسین سپهر - علی سلامت سامان سلامیان - علی شهرابی - سعید علم پور - حمید علیزاده - کیان کریمی خراسانی - حمید مام قادری - سید سپهر متولیان جهانبخش نیکنام - وحید ون آبادی	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب - علی احمدی قزل دشت - حمیدرضا امیری - علی ایمانی - رضا توکلی - جواد حاتمی - نادر حاجی زاده سیدمحمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - امیر هوشنگ خمسه - محمد خندان - کیوان دارابی - سوگند روشنی فرشاد صدیقی فر - علیرضا طایفه تبریزی - رضا عباسی اصل - عزیزاله علی اصغری - علی اکبر علیزاده - احمد رضا فلاح - مهرداد ملوندی نیلوفر مهدوی - مجید نیکنام	هنده و آمار و ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - علیرضا رستم زاده - بهنام رستمی - رامین شادلویی - بهنام شاهینی - محمد رضا شیروانی زاده سعید طاهری بروجنی - عرفان عسگریان چایچان - پوریا علاقه مند - محمد جواد غلامی - عبدالله فقه زاده - مصطفی کیانی - جلیل گلی - علیرضا گونه احسان محمدی - حسین مخدومی - مهرداد مردانی - سید علی میرزوری	فیزیک	
محمد رضا پورچاوید - پیمان خواجوی مجد - فاطمه رحیمی - منصور سلیمانی ملکمان - مینا شرافتی پور - رسول عابدینی زواره محمد عظیمیان زواره - فاضل قهرمانی فرد - محمد کوهستانیان - جواد کتابی - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - محمد وزیری	شیمی	

#### گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هنده و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه گزینشگر	سید سپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی سینا صالحی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب امیر علی بیات فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سید سپهر متولیان	مهرداد ملوندی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی - احسان میرزینی	سجاد بهارلویی ابراهیم توری		محسن دستجردی آتیلدا ذاکری

#### گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح الهزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۴» -۱

(علی شهرابی)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس داریم:

$$\alpha^2 + \delta\alpha = 2 \Rightarrow \alpha^2 = 2 - \delta\alpha$$

حال در عبارت داده شده داریم:

$$\begin{aligned} A &= (\alpha^2 + 2\alpha)\left(\beta - \frac{2}{3}\right) = (2 - 3\alpha)\left(\beta - \frac{2}{3}\right) \\ \Rightarrow A &= 2\beta - \frac{4}{3} - 3\alpha\beta + 2\alpha = 2(\alpha + \beta) - 3(\alpha\beta) - \frac{4}{3} \\ \Rightarrow A &= 2S - 3P - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

از طرفی معادله به صورت  $x^2 + \delta x - 2 = 0$  است که در آن  $S = -\delta$  و

$$\Rightarrow A = 2(-\delta) - 3(-2) - \frac{4}{3} = -\frac{16}{3} \quad \text{P} = -2 \text{ است.}$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۲» -۲

(ممیر علیزاده)

یک نقطه به مختصات  $(\alpha, 2\alpha - 3)$  را روی خط  $y = 2x - 3$  در نظر می‌گیریم و فاصله این نقطه از خط  $x - 3y = 4$  را برابر  $\sqrt{10}$  قرار می‌دهیم:

$$h = \frac{|\alpha - 3(2\alpha - 3) - 4|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{|\delta - 5\alpha|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |\delta - 5\alpha| = 10 \Rightarrow \begin{cases} \delta - 5\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = -1 \\ \delta - 5\alpha = -10 \Rightarrow \alpha = 3 \end{cases}$$

مقادیر به دست آمده برای  $\alpha$  طول نقاط  $A$  و  $B$  هستند، پس مختصات این نقاط  $A(-1, -5)$  و  $B(3, 3)$  است. فاصله این دو نقطه از هم برابر است با:

$$AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (3 - (-5))^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

گزینه «۲» -۳

(علی شهرابی)

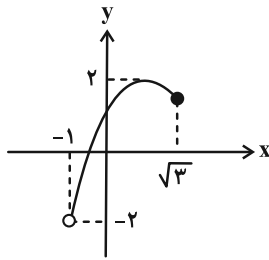
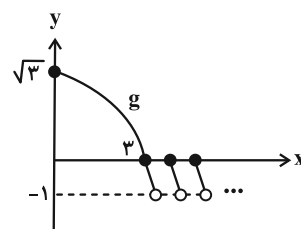
$$f^{-1}(g^{-1}(a)) = 4 \Rightarrow f(4) = g^{-1}(a) \Rightarrow 10 = g^{-1}(a)$$

$$\Rightarrow g(10) = a \Rightarrow \frac{10-1}{10+2} = a \Rightarrow a = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

گزینه «۴» -۴

(بابک سادات)



با رسم نمودار  $g$  به راحتی متوجه می‌شویم که برد  $g$  بازه  $(-1, \sqrt{3}]$  است که به عنوان دامنه تابع  $f$  در نظر می‌گیریم. حال باید ببینیم که برد  $f$  با توجه به دامنه  $(-1, \sqrt{3}]$  چه بازه‌ای می‌شود. از روی نمودار مشخص است که برد تابع بازه  $(-2, 2]$  بوده و در نتیجه  $b - a = 4$  است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

گزینه «۲» -۵

(علی شهرابی)

با توجه به خط‌چین افقی رسم شده که معادله‌اش  $y = -9$  است، نتیجه می‌گیریم  $-b = -9$ ، پس  $b = 9$  است.

تا این جا ضابطه به صورت  $f(x) = 3^{x+c} - 9$  شد.

تابع از نقطه  $(0, 0)$  می‌گذرد، پس:  $3^c - 9 = 0 \Rightarrow 3^c = 9 \Rightarrow c = 2$

پس ضابطه تابع  $f(x) = 3^{x+2} - 9$  است و داریم:

$$f(b - \delta c) = f(-1) = 3^{-1+2} - 9 = 3 - 9 = -6$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه «۱» -۶

(یاسین سپهر)

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$3t^2 + 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = +\frac{1}{3}, t = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_8 x_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = 8^{\frac{1}{3}} = 2 \\ \log_8 x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = 8^{-1} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = 2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

$$\lim_{x \rightarrow a^-} (\sqrt[x]{x-1} - b) = \sqrt[x]{a-1} - b = 0 \Rightarrow a = b^x + 1 \quad (*)$$

حال با استفاده از اتحاد معروف به چاق و لاغر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[x]{x-1} - b}{-(x-a)} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{\sqrt[x]{x-1} - b}{-(x-a)} \times \frac{\sqrt[x]{(x-1)^x} + b^x \sqrt[x]{x-1} + b^x}{\sqrt[x]{(x-1)^x} + b^x \sqrt[x]{x-1} + b^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x-1-b^x}{-(x-a) [\sqrt[x]{(a-1)^x} + b^x \sqrt[x]{a-1} + b^x]} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x-a}{-(x-a) (x b^x)}$$

$$= -\frac{1}{x b^x} = -\frac{1}{12} \Rightarrow b^x = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \xrightarrow{(*)} a = -7 \\ b = 2 \xrightarrow{(*)} a = 9 \end{cases}$$

(مسئله ۱- فر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(مهران حسینی)

۱۰- گزینه «۱»

برای پیوستگی تابع  $f$  در  $x = 27$  باید حد تابع و مقدار آن با هم برابر باشد:

$$1) \lim_{x \rightarrow 27} f(x) = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{7-\sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-27)} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{7-\sqrt[3]{x}} - 2}{a(x-27)} \times \frac{\sqrt{7-\sqrt[3]{x}} + 2}{\sqrt{7-\sqrt[3]{x}} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{7-\sqrt[3]{x}-4}{a(x-27)(\sqrt{7-\sqrt[3]{x}}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{3-\sqrt[3]{x}}{a(x-27)(\sqrt{7-\sqrt[3]{x}}+2)} \times \frac{9+3\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}^2}{9+3\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 27} \frac{27-x}{a(x-27)(\sqrt{7-\sqrt[3]{x}}+2)(9+3\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}^2)}$$

$$= \frac{-1}{a \times 4 \times 27} = \frac{-1}{108a}$$

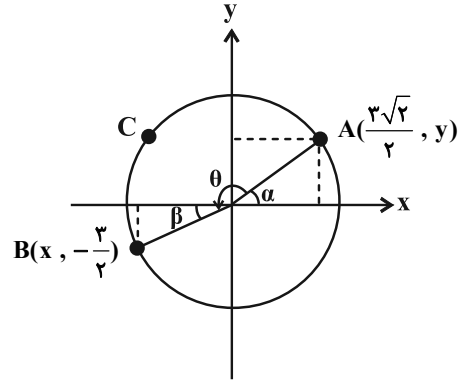
$$2) f(27) = \frac{7}{27+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{108a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{27}$$

(مسئله ۱- فر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(کلاطم ابلالی)

۷- گزینه «۴»

با توجه به شکل زیر:



$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \sin \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{6}$$

$$\theta = (\frac{\pi}{2} - \alpha) + \frac{\pi}{2} + \beta = \frac{11\pi}{12}$$

$$\text{طول کمان } ACB = R\theta = 2 \times \frac{11\pi}{12} = \frac{11\pi}{6}$$

(مسئله ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۴)

(ویدون آبادی)

۸- گزینه «۳»

$$1 - 8 \sin^2 \left( \pi + \frac{\pi}{16} \right) \sin^2 \left( \frac{9\pi}{16} \right) = 1 - 8 \sin^2 \left( \frac{\pi}{16} \right) \cos^2 \left( \frac{\pi}{16} \right)$$

$$= 1 - 8 \left( \sin \left( \frac{\pi}{16} \right) \cos \left( \frac{\pi}{16} \right) \right)^2$$

$$= 1 - 8 \left( \frac{1}{2} \sin \left( \frac{\pi}{8} \right) \right)^2 = 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{8} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

از اتحاد  $1 - 2 \sin^2 \theta = \cos 2\theta$  و  $\frac{1}{2} \sin 2\theta = \cos \theta \sin \theta$  استفاده کردیم.

(مسئله ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(عمیر علیزاده)

۹- گزینه «۱»

حد عبارت منفرجه برابر صفر است و از آنجا که حاصل حد نیز عددی حقیقی

است، لازم است حد عبارت صورت نیز برابر صفر باشد:



## ریاضی ۱

## گزینه ۲» ۱۱-

(سامان سلامیان)

$$r = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{3\sqrt{3}}}} = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

قدرنسبت دنباله برابر است با:

پس جمله عمومی دنباله به صورت زیر است:

$$t_n = \frac{1}{9}(\sqrt{3})^{n-1} = \frac{1}{3^2} \left( 3^{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}} \right) = 3^{\frac{1}{2}n - \frac{5}{2}}$$

حال باید  $t_n < 3\sqrt{3}$  باشد:

$$\Rightarrow \frac{n-5}{2} < \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{n-5}{2} < 1 \Rightarrow n < 7$$

۷ جمله این دنباله کمتر از  $3\sqrt{3}$  است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

## گزینه ۲» ۱۲-

(سیرسپهر متولیان)

با توجه به این که  $\tan \theta$  منفی است، نتیجه می‌گیریم  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$  با توجه به این که  $\sin \theta$  بزرگ‌تر از  $\cos \theta$  باشد،  $\theta$  در ربع دوم مثلثاتی قرار می‌گیرد. با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۲» فقط در ربع دوم مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

## گزینه ۳» ۱۳-

(کلاظم ابلالی)

ابتدا مقادیر  $a$  و  $b$  را به صورت اعداد با توان گویا می‌نویسیم:

$$a = \sqrt[3]{3\sqrt{27}} = 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{6}} \text{ و } b = \sqrt{9\sqrt{3}} = 3^1 \times 3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{5}{4}}$$

$$\Rightarrow ab = 3^{\frac{5}{6}} \times 3^{\frac{5}{4}} = 3^{\frac{12}{4}} = 3^3$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{ab} = \sqrt[5]{3^3} = 3^{\frac{3}{5}} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

## گزینه ۱» ۱۴-

(کلاظم ابلالی)

$$x = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$$

اکنون طرفین تساوی بالا را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$x^3 = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3} + \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} + 3\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$$

$$\times (\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{3}})$$

$$= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 3(\sqrt{4-3})x = 4 + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 4$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \quad \text{یادآوری:}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

## گزینه ۳» ۱۵-

(علی سلامت)

سه‌می از طرف بالا بر محور  $x$  مماس است، بنابراین دهانه سهمی رو به بالا است و چندجمله‌ای  $p(x)$  دارای ریشه مضاعف است.

$$3k+1 > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{3}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16k^2 - 4(3k+1) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 3k - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 1 \text{ قابل قبول} \\ k = -\frac{1}{4} \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

$$k = 1: p(x) = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow m = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m+k = \frac{1}{2}$$

$$k = -\frac{1}{4}: p(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1 \Rightarrow m = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow m+k = \frac{7}{4}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

## گزینه ۱» ۱۶-

(شاهین پروازی)

$$(x+1)(x^2 + mx + m) < 0$$

حالت اول: اگر عبارت  $x^2 + mx + m$  همواره مثبت باشد  $(\Delta < 0, a > 0)$ ,مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت  $x < -1$  خواهد بود.

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m \in (0, 4)$$

حالت دوم: اگر عبارت  $x^2 + mx + m$  دارای ریشه مضاعف باشد،مجموعه جواب‌ها می‌تواند به صورت  $x < -1$  باشد:

چون دو عبارت بالا به ازای هر مقدار حقیقی  $x$  برابرند، پس داریم:

$$a^x = a^{\frac{a \neq 0}{a}} \rightarrow a = 1$$

$$b - 2a = 0 \Rightarrow b = 2a = 2$$

$$a + c - b = 2ac - b^x \Rightarrow 1 + c - 2 = 2c - 4 \Rightarrow c = 3$$

$$c^x = k \Rightarrow k = 9$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه ۱۰۹)

(علی آزار)

۱۹- گزینه «۱»

اعدادی زوج هستند که یکان آن‌ها زوج باشد. بنابراین با توجه به خواسته

مسئله، حالت‌های مختلف را در نظر می‌گیریم:

(۱) رقم صفر در یکان قرار گیرد:

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{1} = 504$$

(۲) رقم غیر صفر در یکان قرار گیرد: در این صورت حتماً بایستی از رقم صفر

استفاده کنیم، پس ۲ حالت برای قرارگیری صفر به وجود می‌آید:

$$\underline{8} \times \underline{7} \times \underline{1} \times \underline{0} = 224$$

$$\underline{8} \times \underline{1} \times \underline{7} \times \underline{0} = 224$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 504 + 224 + 224 = 952$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

(کیان کریمی، فراهانی)

۲۰- گزینه «۳»

در پرتاب سه تاس، عدد ۶ یا به صورت جمع ۱، ۲، ۳ یا به صورت جمع ۱، ۱، ۴

و ۴ یا به صورت جمع ۲، ۲، ۲ است.  $3! = 6$  تعداد حالات  $\Rightarrow 1, 2, 3$

$\Rightarrow 1, 1, 4$  تعداد حالات = ۳

$\Rightarrow 2, 2, 2$  تعداد حالات = ۱

پس  $n(A) = 3 + 6 + 1 = 10$  و از طرفی  $n(S) = 6^3$  است.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{10}{6^3} = \frac{5}{108}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

$$\Delta = m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m = 0, 4$$

$$m = 0: (x+1)(x^x) < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1)$$

$$m = 4: (x+1)(x+2)^x < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) - \{-2\}$$

پس  $m = 4$  غیر قابل قبول است.

در نتیجه مجموعه قابل قبول برای  $m$  بازه  $[0, 4)$  است که مجموع اعداد

$$0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

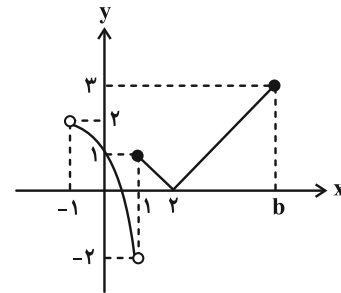
صحیح آن برابر است با:

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۸)

(عمید علیزاده)

۱۷- گزینه «۲»

نمودار تابع  $f$  را به کمک انتقال نمودارهای  $y = -x^2$  و  $y = |x|$  رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار بالا و اینکه برد تابع بازه  $(a, 3]$  است، مشخص می‌شود که

$$b > 2 \text{ و } |b - 2| = 3$$

$$\Rightarrow |b - 2| = 3 \xrightarrow{b > 2} b - 2 = 3 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی در نمودار مشخص است که  $a = -2$  است. در نتیجه:  $b - a = 7$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(کامران ابلالی)

۱۸- گزینه «۴»

فرض کنید  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} f(x)f(-x) &= (ax^2 + c + bx)(ax^2 + c - bx) \\ &= a^2x^4 + (2ac - b^2)x^2 + c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2f(x-1) + k &= x^2(a(x-1)^2 + b(x-1) + c) + k \\ &= ax^2 + (b-2a)x^2 + (a-b+c)x^2 + k \end{aligned}$$



هندسه ۲

۲۱- گزینه «۳»

(اخشین فاصه‌فان)

فرض کنید  $\widehat{BC} = 4x$  باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 4x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{\Delta}{4} \widehat{AD} = \Delta x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow \Delta x + 4x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{4 \times 20^\circ}{2} = 40^\circ$$

(زاویه محاطی)

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۲- گزینه «۲»

(فرزانه قالیباش)

شعاع هر دایره عددی مثبت است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} R > 0 &\Rightarrow 3m + 10 > 0 \Rightarrow m > -\frac{10}{3} \\ R' > 0 &\Rightarrow -m > 0 \Rightarrow m < 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{10}{3} < m < 0 \quad (1)$$

شرط متداخل بودن دو دایره C و C' آن است که  $OO' < |R - R'|$  بنابراین داریم:

$$|R - R'| > OO' \Rightarrow |(3m + 10) - (-m)| > 3$$

$$\Rightarrow |4m + 10| > 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4m + 10 > 3 \Rightarrow 4m > -7 \Rightarrow m > -\frac{7}{4} \\ 4m + 10 < -3 \Rightarrow 4m < -13 \Rightarrow m < -\frac{13}{4} \end{cases} \quad (2)$$

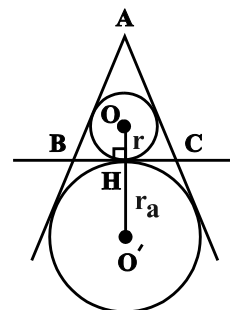
اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) به صورت بازه  $(-\frac{10}{3}, -\frac{13}{4}) \cup (-\frac{7}{4}, 0)$  است و در نتیجه تنها به ازای عدد صحیح  $m = -1$  دو دایره متداخل‌اند.

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه ۲۰)

۲۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

متطابق شکل فاصله بین مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی مثلث است.



اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2, \quad P = \frac{3a}{2}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$OO' = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6} a + \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{4\sqrt{3}}{6} a$$

در نتیجه نسبت فاصله مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی به طول ضلع

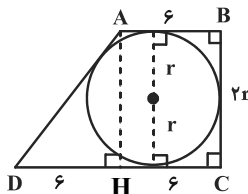
$$\text{مثلث برابر } \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ است.}$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۲۴- گزینه «۳»

(مهمر فندان)

اگر شعاع دایره محاطی دوزنقه را با r نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل  $BC = 2r$  است. طبق رابطه چهارضلعی محیطی داریم:



$$AB + CD = AD + BC$$

$$\Rightarrow 6 + 12 = AD + 2r \Rightarrow AD = 18 - 2r$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (18 - 2r)^2 = (2r)^2 + 6^2$$

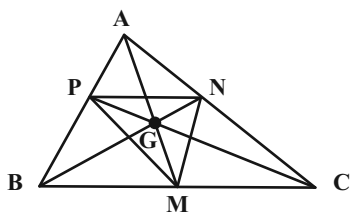
$$\Rightarrow 324 - 72r + 4r^2 = 4r^2 + 36$$

$$\Rightarrow 72r = 288 \Rightarrow r = 4$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۵- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)



حال طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C}$$

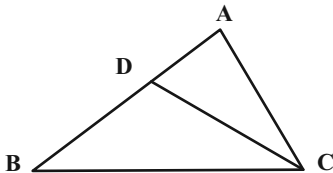
$$= 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 64 + 36 - 48 = 52$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{13}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷ و ۷۲)

(سوکندر روشنی)

۲۸- گزینه «۴»



طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AC+BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{7} = \frac{4}{14} \Rightarrow AD = 2 \Rightarrow BD = 5$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

$$CD^2 = CA \times CB - AD \times BD = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30$$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{30}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(افشین فاصه‌فان)

۲۹- گزینه «۲»

فرض کنید  $3a = 4b = 6c = 12t$  باشد. در این صورت داریم:

$$a = 4t, b = 3t, c = 2t$$

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9t}{2}$$

طبق قضیه هرون داریم:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\frac{9t}{2} \times \frac{t}{2} \times \frac{3t}{2} \times \frac{5t}{2}} = \frac{3\sqrt{15}t^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{15}t^2}{4} = 3\sqrt{15} \Rightarrow t^2 = 4 \xrightarrow{t>0} t = 2$$

بنابراین اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث، برابر  $c = 4$  است.

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(امیرحسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۱»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 4^2 \times 5 + 8^2 \times 4 = AD^2 \times 9 + 4 \times 5 \times 9$$

$$\Rightarrow 80 + 256 = 9AD^2 + 180 \Rightarrow 9AD^2 = 156 \Rightarrow AD^2 = \frac{156}{9}$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{\frac{156}{9}} = \sqrt{\frac{4 \times 39}{9}} = \frac{2\sqrt{39}}{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

مطابق شکل اگر نقطه G محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{GA}{GM} = \frac{GB}{GN} = \frac{GC}{GP} = 2$$

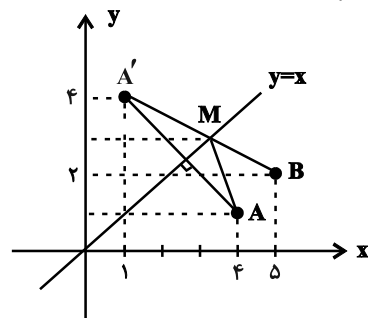
از طرفی دو نقطه M و A در دو طرف نقطه G قرار دارند، پس در یک تجانس به مرکز G و نسبت (-۲)، نقطه M بر A تصویر می‌شود. به طور مشابه در این تجانس نقطه N بر روی نقطه B و نقطه P بر روی نقطه C تصویر می‌گردد.

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

(علی ایمانی)

۲۶- گزینه «۱»

طبق روش هرون ابتدا قرینه نقطه A را نسبت به خط  $y = x$  پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم.



طبق ویژگی بازتاب اگر M نقطه تقاطع  $A'B$  با خط  $y = x$  (محور بازتاب) باشد، آن‌گاه  $MA = MA'$  است و در نتیجه داریم:

$$MA + MB = MA' + MB = A'B$$

بنابراین کافی است مختصات نقطه A' و سپس طول پاره خط  $A'B$  را محاسبه کنیم.

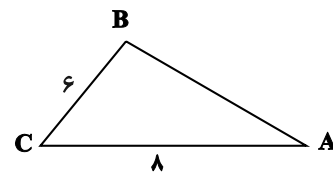
$$A(4, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y=x} A'(1, 4)$$

$$A'B = \sqrt{(5-1)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

(افشین فاصه‌فان)

۲۷- گزینه «۴»



طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow 12\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 60^\circ \\ \hat{C} = 120^\circ \text{ غق} \end{cases}$$

(اگر  $\hat{C} = 120^\circ$  باشد، آن‌گاه AB بزرگ‌ترین ضلع مثلث است.)



آمار و احتمال

۳۱- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

گزاره داده شده را به صورت زیر ساده تر می نویسیم:

$$\begin{aligned} p &\Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \\ &\equiv \sim p \vee [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \\ &\equiv \sim p \vee [\sim(p \Rightarrow q) \vee q] \equiv \sim p \vee [(p \wedge \sim q) \vee q] \\ &\equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۳ تا ۱۱)

۳۲- گزینه «۲»

(رضا توکلی)

در گزینه «۲» به ازاء  $x=1$ ، تمام اعداد طبیعی  $y$  بزرگ تر یا مساوی آن هستند.

نادرستی گزینه های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۱۱ تا ۱۳)

۳۳- گزینه «۱»

(میدر نیکنام)

$$\begin{aligned} C &= (A' \cap B') \cup (A - B') \\ C &= (A \cup B)' \cup (A \cap B) \\ C' &= (A \cup B) \cap (A \cap B)' \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (A - B) \cup (B - A) \\ \Rightarrow C' - (B - A) &= [(A - B) \cup (B - A)] - (B - A) = A - B \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۲۱ تا ۳۰)

۳۴- گزینه «۴»

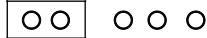
(سوکندر روشنی)

تعداد حالت های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی، سمت

چپ کتاب فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با:  $n(S) = \frac{5!}{2} = 60$

تعداد حالت هایی که در آن ها حداقل یک کتاب بین ریاضی و فیزیک قرار داشته باشد، برابر است با کل حالت ها منهای حالت هایی که کتاب فیزیک بلافاصله بعد از کتاب ریاضی باشد که در این شرایط، دو کتاب به صورت یک بسته در نظر گرفته می شوند.

فیزیک ریاضی



$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$n(A) = 60 - 24 = 36$$

$$P(A) = \frac{36}{60} = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۸ تا ۵۲)

۳۵- گزینه «۳»

(امیر هوشنگ فمسه)

احتمال برنده نشدن فرد B را برابر x در نظر می گیریم. در این صورت

احتمال برنده شدن افراد A, B, C به ترتیب  $x^2$ ،  $1-x$  و  $\frac{x^2}{2}$  است و

در نتیجه داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow x^2 + (1-x) + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2}{2} - x = 0 \Rightarrow x \left( \frac{3x}{2} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غق} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$P(A) = x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow P(A') - P(A) = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۳۶- گزینه «۱»

(نیلوفر معروزی)

با توجه به قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$\begin{aligned} P(B' | A) &= \frac{P(B' \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A) - P(B)}{P(A)} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{1} = 2 \end{aligned}$$



## ۳۹- گزینه «۳»

(عزیزانه علی اصغری)

برای ۱۰ داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2}{10} = 36$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 = 360$$

فرض کنید  $k$  داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کنیم. اگر انحرافمعیار داده‌های جدید را با  $\sigma'$  نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{x})^2 + k(\bar{x} - \bar{x})^2}{10+k} = \frac{360}{10+k}$$

$$\sigma' < 5 \Rightarrow \sigma'^2 < 25 \Rightarrow \frac{360}{10+k} < 25 \Rightarrow 360 < 250 + 25k$$

$$\Rightarrow 25k > 110 \Rightarrow k > 4/4$$

بنابراین حداقل باید ۵ داده برابر با میانگین به این داده‌ها اضافه کرد تا

انحراف معیار کمتر از ۵ شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

## ۴۰- گزینه «۲»

(غریزه فاکپاش)

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر  $\mu$  میانگین جامعه و  $\sigma$  و  $n$  به ترتیب انحراف معیار و اندازه نمونه

باشند، آن‌گاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1/5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2, 4]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

$$\frac{P(B' | A)}{P(A \cup B)} = \frac{P(B' | A)}{P(A)} = \frac{4}{7} = \frac{12}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

## ۳۷- گزینه «۲»

(علی‌اکبر عزیزانه)

در بین ۷ مهره موجود در کیسه سوم، ۳ مهره از ابتدا به کیسه اول، ۲ مهره از

ابتدا به کیسه دوم و ۲ مهره از ابتدا به کیسه سوم تعلق داشته‌اند، پس طبق

نمودار درختی زیر و قانون احتمال کل، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از

این کیسه برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{کیسه اول} \Rightarrow \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} \frac{3}{8} \\ \text{کیسه دوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 0 \\ \text{کیسه سوم} \Rightarrow \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{سفید}} 1 \end{array} \right.$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \times 0 + \frac{2}{7} \times 1 = \frac{9}{56} + \frac{2}{7} = \frac{25}{56}$$

طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{سفید} | \text{کیسه سوم}) = \frac{\frac{2}{7} \times 1}{\frac{25}{56}} = \frac{16}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

## ۳۸- گزینه «۲»

(غریزه فاکپاش)

میانگین وزنی نمرات برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4} = \frac{568}{40} = 14/2$$

اگر نمرات را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، داده بیستم برابر ۱۴ و داده

بیست و یکم برابر ۱۵ است. میانه داده‌ها برابر میانگین این دو داده (داده‌های

$$Q_2 = \frac{14+15}{2} = 14/2 \quad \text{وسط است:}$$

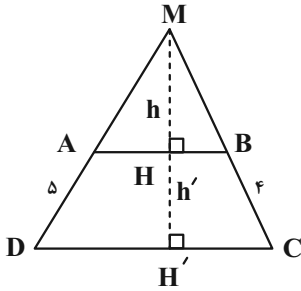
$$Q_2 - \bar{x} = 14/2 - 14/2 = 0/2$$

در نتیجه داریم:

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(اعشین فاصه‌فان)

۴۴- گزینه «۴»



راه‌حل اول: دو مثلث MAB و MCD متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{4}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در مخرج}} \frac{h}{h'} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}h \times AB}{\frac{1}{2}h'(AB+CD)} = \frac{h}{h'} \times \frac{AB}{AB+CD} = 2 \times \frac{4}{4+6} = \frac{8}{10} = 80\%$$

راه‌حل دوم: دو مثلث MAB و MCD متشابه‌اند. نسبت تشابه را k در نظر می‌گیریم، پس داریم:

$$k = \frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

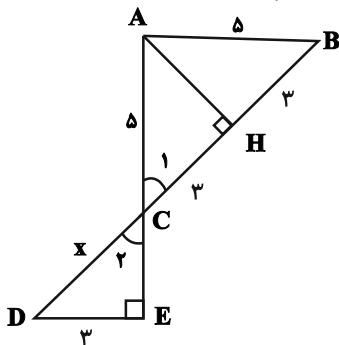
$$\frac{S_{MAB}}{S_{MCD}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{MAB}}{S_{MAB} + S_{ABCD}} = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{5} = 80\%$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵)

۴۵- گزینه «۴» (علی امیری قزل‌رشت)

در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع وارد بر قاعده BC، میانه نظیر BH = CH = ۳ پس داریم:



$$\Delta AHC: AH^2 = AC^2 - CH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ (متقابل به راس)} \\ \hat{H} = \hat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta DEC$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{AH}{DE} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{15}{4} = 3.75$$

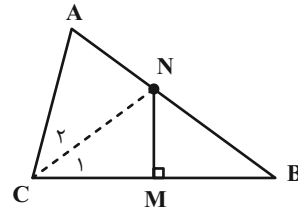
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۲»

(علی امیری قزل‌رشت)

چون N روی عمود منصف است، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و مثلث NBC متساوی‌الساقین خواهد بود.



$$\hat{B} = \hat{C}_1 = x$$

$$AB = BC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = 39^\circ + x$$

$$\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow (39^\circ + x) + (39^\circ + x) + x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 78^\circ + 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 34^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴۲- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

فرض کنیم در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) طول نیمساز AD بزرگ‌تر از طول ضلع AC باشد.

$$\Delta ADC: AD > AC \Rightarrow \hat{C} > \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه خارجی } \hat{D}_1} \hat{C} > \hat{A}_2 + \hat{B}$$

$$\xrightarrow{\text{مثلث ADB است}} \hat{A}_2 = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} - \hat{B} > 45^\circ$$

$$\Rightarrow (\hat{B} + \hat{C}) - 2\hat{B} > 45^\circ \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ} 90^\circ - 2\hat{B} > 45^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{B} < 45^\circ \Rightarrow \hat{B} < 22.5^\circ$$

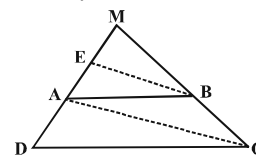
بنابراین از میان گزینه‌های موجود، تنها به ازای  $\hat{B} = 20^\circ$ ، طول نیمساز AD می‌تواند از طول ضلع AC بزرگ‌تر باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴۳- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

اگر فرض کنیم  $ME = x$  باشد، آنگاه داریم:

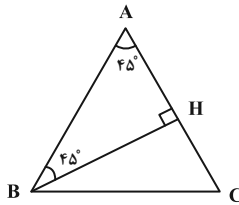


$$\left. \begin{array}{l} \Delta MAC: BE \parallel AC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \Delta MDC: AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

$$\Delta MDC: \frac{x}{3} = \frac{x+3}{4/5} \Rightarrow x = 6$$

$$MD = ME + AE + AD = 6 + 3 + 4/5 = 13/5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



اگر ارتفاع وارد بر ساق AC را مطابق شکل رسم کنیم، آن گاه مثلث ABH، مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است و در نتیجه داریم:

$$\Delta ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2BH^2$$

$$\Rightarrow AB = AC = BH\sqrt{2}$$

طبق فرض، مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 8\sqrt{2} = \frac{1}{2} BH \times BH\sqrt{2}$$

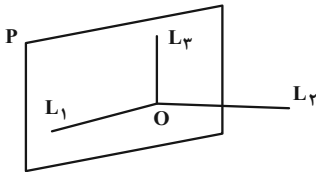
$$\Rightarrow BH^2 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

در نتیجه مجموع فواصل مورد نظر برابر ۴ است.

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

(رضا عباسی اصل)

۴۹- گزینه «۱»



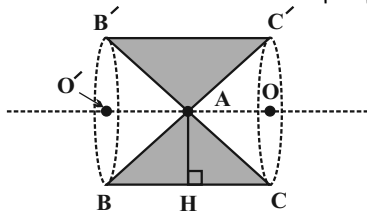
فرض کنید خط  $L_3$  درون صفحه  $P$  نباشد. در این صورت بر دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_3$ ، صفحه‌ای مانند  $P'$  می‌گذرد. چون خط  $L_3$  بر دو خط متقاطع از صفحه  $P'$  در محل تقاطع عمود است، پس  $L_3 \perp P'$ ، پس  $P \parallel P'$ . با توجه به اینکه دو صفحه  $P$  و  $P'$  هر دو شامل خط  $L_1$  هستند، پس نمی‌توانند موازی یکدیگر باشند و در نتیجه طبق برهان خلف، خط  $L_3$  لزوماً درون صفحه  $P$  قرار دارد.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

(فرشاد صریقی فر)

۵۰- گزینه «۲»

مطابق شکل  $BH = CH = 1$  و  $AH = \sqrt{3}$  است. بنابراین برای محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به ارتفاع ۱ و شعاع قاعده  $\sqrt{3}$  را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده  $\sqrt{3}$  کم کنیم:



$$\text{حجم استوانه} = \pi R^2 h_1 = \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\pi$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 1 = 2\pi$$

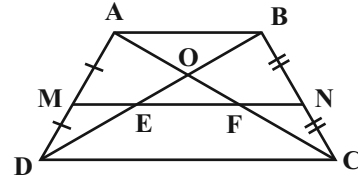
$$\text{حجم مطلوب} = 6\pi - 2\pi = 4\pi$$

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۴۶- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

با توجه به آنکه  $M$  و  $N$  وسط دوساق است، مطابق شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} MF \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MF}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{CD}{2} \\ FN \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FN}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow FN = \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{AB + CD}{2}$$

$$EF = \frac{CD - AB}{2}$$

به روش مشابه می‌توان ثابت کرد:

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = 6$$

$$EF = \frac{CD - AB}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} CD = 9 \\ AB = 3 \end{cases}$$

طبق فرض:

از طرفی مثلث‌های  $OAB$  و  $OCD$  متشابه بوده و نسبت تشابه آن‌ها

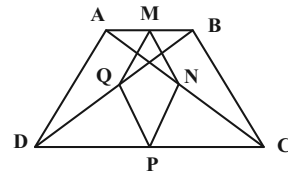
$$\text{همان نسبت دو ضلع متناظر یعنی } \frac{AB}{CD} = \frac{3}{9} \text{ می‌باشد. پس:}$$

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۳۵)

۴۷- گزینه «۳»

(پویر هاتمی)



در مثلث  $ABD$ ، نقاط  $Q$  و  $M$  به ترتیب وسط اضلاع  $AB$  و  $BD$  هستند.

پس طبق تعمیم قضیه تالس،  $MQ = \frac{1}{2} AD$  است. به دلیل مشابه به ترتیب

در مثلث‌های  $ABC$ ،  $ADC$  و  $BDC$ ،  $MN = \frac{1}{2} BC$ ،

$$NP = \frac{1}{2} AD \text{ و } PQ = \frac{1}{2} BC \text{ است و در نتیجه داریم:}$$

$$\text{محیط } MNPQ = \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC$$

$$= AD + BC = 4 + 4 = 8$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۴۸- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی الساقین از دو ساق مثلث برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است.



**فیزیک ۲**

گزینه «۲» ۵۱

(بهنام رستمی)

طبق قانون سوم نیوتون (عمل و عکس‌العمل)، داریم:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

$$\vec{F}_{AB} = 6\vec{i} - 8\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} = -6\vec{i} + 8\vec{j}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۸)

گزینه «۳» ۵۲

(بهنام رستمی)

ذره الکترون از دست داده، در نتیجه دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود:

$$q = +ne = 8 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 12.8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

طبق شرط تعادل داریم:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{m=25/6 \times 10^{-15} \text{ kg}}{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{25/6 \times 10^{-15} \times 10}{12.8 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

در نهایت به کمک رابطه  $|\Delta V| = Ed$ ، اندازه اختلاف پتانسیل بین دو صفحه

رسانا را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta V| = Ed \quad d=2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$|\Delta V| = 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2} = 4000 \text{ V} = 4 \text{ kV}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ و ۲۶)

گزینه «۳» ۵۳

(امسان مومری)

تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت می‌ماند و به این ترتیب، با ثابت ماندن فاصله بین صفحات، اندازه میدان

$$\text{الکتریکی بین صفحات خازن نیز تغییری نمی‌کند.} \quad \left( E = \frac{V}{d} \right)$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

گزینه «۳» ۵۴

(سیرعلی میرنوری)

با باز کردن کلید k (قطع کلید)، دیود در مدار قرار می‌گیرد و با توجه به جهت قرارگیری دیود (در خلاف جهت جریان)، جریان عبوری صفر می‌شود و آمپرسنج عدد کوچک تری را نسبت به حالت قبل نشان می‌دهد. از طرفی عددی که ولت‌سنج دو سر باتری نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V = \varepsilon - rI \downarrow$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶)

گزینه «۱» ۵۵

(سعید طاهری بروجنی)

ابتدا با استفاده از پتانسیل الکتریکی نقطه A می‌توانیم جریان گذرنده از مدار را بیابیم، داریم:  $V_E - IR = V_A \Rightarrow 0 - 4I = -4 \Rightarrow I = 1 \text{ A}$

بنابراین جریان در مدار پادساعتگرد است و در نتیجه باتری  $\varepsilon_2$  محرکه و  $\varepsilon_1$  ضد محرکه است.

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow 1 = \frac{24 - \varepsilon_1}{(8 + 4) + 1 + 1} \Rightarrow \varepsilon_1 = 10 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری ضد محرکه  $\varepsilon_1$  برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 \Rightarrow V_1 = 10 + 1 \times 1 = 11 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

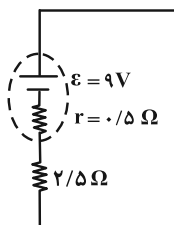
گزینه «۳» ۵۶

(محمدریوار غلامی)

مقاومت‌های قرار گرفته بین دو نقطه هم پتانسیل، اتصال کوتاه شده و طبق شکل

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{9}{2/5 + 0/5} = \frac{9}{3} = 3 \text{ A}$$

زیر، در مدار ساده شده داریم:

در نتیجه توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت  $2/5 \Omega$  است:

$$P = R_{eq} I^2 = 2/5 \times (3)^2 = 2/5 \times 9 = 22/5 \text{ W}$$

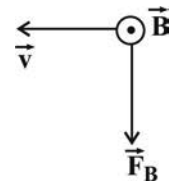
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۹)



۵۷ - گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با استفاده از قاعده دست راست، چهار انگشت را به طرف غرب به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کف دست به طرف جنوب باشد. در این صورت جهت انگشت شست رو به بالا خواهد بود که چون الکترون دارای بار منفی است، جهت نیروی به دست آمده را عکس کرده، یعنی جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون رو به پایین خواهد بود. حال برای تعیین بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر آن داریم:



$$F = |q|vB \sin \alpha \quad \alpha = 90^\circ$$

$$F = 1/6 \times 10^{-19} \times 10^4 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 = 8 \times 10^{-18} \text{ N}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۵۸ - گزینه «۲»

(رامین شادلوئی)

ابتدا تعداد دورهای پیچ جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{2\pi R} \xrightarrow{L_1=L_2} \frac{N_2}{N_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{N_2}{250} = \frac{R_1}{2}$$

$$\Rightarrow N_2 = 500 \text{ دور}$$

با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی پیچ داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{500}{250} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = 4$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

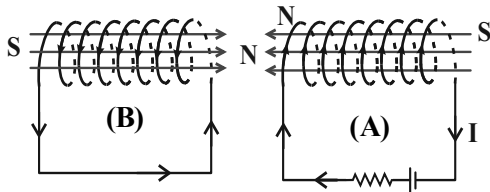
۵۹ - گزینه «۳»

(مهرزاد مردانی)

جهت میدان مغناطیسی در سیمولوله (A) با توجه به جهت جریان به طرف چپ است و در سیمولوله (B) با توجه به جهت جریان القا شده، به طرف راست می‌باشد. طبق قانون لنز، باید میدان مغناطیسی در سیمولوله (A) زیاد گردد تا میدان مغناطیسی القایی در سیمولوله (B) به طرف راست باشد. در نتیجه در

سیمولوله (A) باید I زیاد شود و طبق رابطه  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ ، مقاومت R رتوستا

باید کاهش یابد. ضمناً چون قطب‌های هم‌نام کنار هم قرار دارند، نیروی مغناطیسی رانشی (دافعه) بین دو سیمولوله به وجود می‌آید.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۶۰ - گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از نمودار  $\Phi - t$ ، معادله شار مغناطیسی عبوری از پیچ را می‌یابیم.

آن‌طور که شکل نشان می‌دهد  $\frac{\Delta T}{4} = 15 \text{ s}$  است. بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = 15 \Rightarrow T = 12 \text{ s}$$

$$\Phi = \Phi_{\max} \cos \frac{2\pi}{T} t \quad \Phi_{\max} = 0.05 \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Phi = 0.05 \cos \frac{\pi}{6} t$$

اکنون تغییر شار مغناطیسی در بازه زمانی مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

$$\Phi = 0.05 \cos \frac{\pi}{6} t$$

$$\xrightarrow{t_1=0} \Phi_1 = 0.05 \cos 0 = 0.05 \text{ Wb}$$

$$\xrightarrow{t_2=3 \text{ s}} \Phi_2 = 0.05 \cos \left(\frac{\pi}{6} \times 3\right) = 0$$

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - 0.05 = -0.05 \text{ Wb}$$

در نهایت، نیروی محرکه القایی متوسط را می‌یابیم و سپس R را حساب می‌کنیم:

$$\mathcal{E}_{\text{av}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \frac{\Delta t = 3 - 0 = 3 \text{ s}}{N = 12} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{av}} = -12 \times \frac{-0.05}{3} = 0.2 \text{ V}$$

$$I_{\text{av}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{av}}}{R} \Rightarrow 1/8 = \frac{0.2}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{9} \Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶ و ۱۱۲ تا ۱۲۶)



فیزیک ۱

گزینه «۳»

(علیرضا رستم‌زاده)

جرم هر ۴ مورد داده شده را به kg تبدیل می‌کنیم تا ببینیم چند مورد دقت ۰/۰۱kg دارند.

$$۵۹۶۱ \text{ dag} \times \frac{۱۰^{-۱} \text{ g}}{۱ \text{ dag}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۵۹/۶۱ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg} \text{ (الف)}$$

$$۳/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ mg} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۰/۳۷ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg} \text{ (ب)}$$

$$۰/۷۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ Mg} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ g}}{۱ \text{ Mg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۰/۷۷ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۰/۰۱ \text{ kg} \text{ (پ)}$$

$$۰/۰۶۵۶ \times ۱۰^{-۵} \text{ Tg} \times \frac{۱۰^{-۱۲} \text{ g}}{۱ \text{ Tg}} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۶۵۶ \text{ kg} \xrightarrow{\text{دقت}} ۱ \text{ kg} \text{ (ت)}$$

موارد «الف»، «ب» و «پ» دقت ۰/۰۱kg دارند. پس این سه مورد می‌توانند با این ترازو اندازه‌گیری شده باشند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه «۱»

(علیرضا رستم‌زاده)

حجم استوانه توخالی از رابطه  $V = \pi(R^2 - r^2)h$  به دست می‌آید و با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi(R^2 - r^2)h} \Rightarrow h = \frac{m}{\rho\pi(R^2 - r^2)}$$

$$\frac{R = \frac{۴}{۳}r}{۳} \rightarrow h = \frac{m}{\rho\pi\left(\frac{۱۶}{۹}r^2 - r^2\right)} = \frac{۹m}{۷\pi\rho r^2}$$

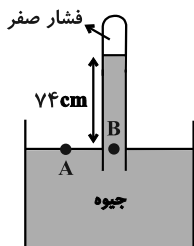
$$\frac{r = \frac{۲}{۴}R}{۴} \rightarrow h = \frac{۱۶m}{۷\pi\rho R^2}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۱»

(عبدالله فقه‌زاده)

در شکل (۱) می‌توان فشار هوا را اندازه‌گیری کرد.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = ۷۴ \text{ cm Hg}$$

و از طرفی در شکل (۲) فشار مخزن گاز به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$P - P_0 = \rho gh$$

$$\Rightarrow P - P_0 = ۲۴ \text{ cm Hg} \Rightarrow P - ۷۴ = ۲۴ \Rightarrow P = ۹۸ \text{ cm Hg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

گزینه «۳»

(مهدرضا شیروانی‌زاده)

فقط مورد (ب) نادرست است.

علت اینکه یک تیغ از سطح پهن آن روی آب شناور می‌ماند، نیروی کشش سطحی آب است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۹، ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲»

(بهنام شاهینی)

با توجه به نمودار و طبق رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{\Delta K = ۸۴ \text{ J}, m = ۲ \text{ kg}}$$

$$۸۴ = \frac{1}{2} \times ۲ \times (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) \xrightarrow{v_2 - v_1 = \frac{m}{s}}$$

$$۸۴ = ۶(v_2 + v_1) \Rightarrow v_2 + v_1 = ۱۴ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

$$Q_{\text{ب}} + Q_{\text{ج}} = 0 \Rightarrow -m_{\text{ب}} L_F + m_{\text{ج}} c \Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow \frac{500}{1000} \times 3 / 36 \times 10^5 = m_{\text{ج}} \times 2100 \times (0 - (-10))$$

$$\Rightarrow m_{\text{ج}} = \frac{0 / 5 \times 3 / 36 \times 10^5}{2100 \times 10} = 8 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۶۹- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

می‌دانیم که در انبساط  $W < 0$  است. پس داریم:

از طرفی در فرایند بی‌دررو  $Q = 0$  است. پس قانون اول ترمودینامیک

به صورت زیر در می‌آید:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = -680 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰، ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۷۰- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

می‌دانیم که تغییر انرژی درونی در یک چرخه، صفر است:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{ab}} + \Delta U_{\text{bc}} + \Delta U_{\text{ca}} = 0$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U = Q + W \rightarrow (Q_{\text{ab}} + Q_{\text{bc}} + Q_{\text{ca}}) + (W_{\text{ab}} + W_{\text{bc}} + W_{\text{ca}}) = 0 \quad (1)$$

چون فرایند bc هم حجم است،  $W_{\text{bc}} = 0$  می‌باشد. با توجه به اینکه فرایند

ca یک انبساط بی‌دررو است، پس کار در این فرایند منفی است. یعنی

$$W_{\text{ca}} = -240 \text{ J} \quad \text{داریم:}$$

از طرفی در نمودار  $P - V$ ، مساحت زیر نمودار برابر قدرمطلق کار انجام

شده است. داریم:

$$W_{\text{ab}} = +(\lambda - 2) \times 10^{-3} \times 1 / 5 \times 10^5 = 9 \times 10^2 = 900 \text{ J}$$

پس داریم:

$$\xrightarrow{(1)} Q_{\text{abc}} + 900 + 0 - 240 = 0 \Rightarrow Q_{\text{abc}} = 150 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۶۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

مطابق شکل زیر، جسم در نقطه A فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه

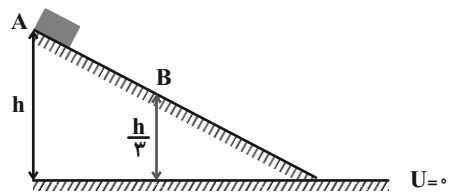
B، هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد. بنابراین با استفاده

از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل گرانشی را در بالای سطح

شیبدار می‌یابیم. دقت کنید چون در نقطه B، ارتفاع از مبدأ انرژی پتانسیل

گرانشی،  $\frac{1}{3}$  ارتفاع در نقطه A است. بنابه رابطه  $U = mgh$

باید  $U_B = \frac{1}{3} U_A$  باشد.



$$E_A = E_B \xrightarrow{E=U+K} U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{1}{3} U_A, K_A = 0 \\ K_B &= \frac{1}{2} m v_B^2 \end{aligned}$$

$$U_A + 0 = \frac{1}{3} U_A + \frac{1}{2} m v_B^2 \xrightarrow{\frac{m=4 \text{ kg}}{v_B=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \frac{2}{3} U_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2$$

$$\Rightarrow U_A = 300 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۷- گزینه «۳» (علیرضا رستم‌زاده)

با استفاده از روابط گرما و همچنین انبساط حجمی داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \xrightarrow{\rho = m/V} \Delta\theta = \frac{Q}{\rho V c} \quad (1)$$

$$\Delta V = \alpha V_1 \Delta\theta \xrightarrow{(1)} \Delta V = \alpha V_1 \frac{Q}{\rho V c} \xrightarrow{V_1=V} \Delta V = \frac{\alpha Q}{\rho c}$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow \frac{\alpha_A Q_A}{\rho_A c_A} = \frac{\alpha_B Q_B}{\rho_B c_B} \xrightarrow{\alpha_A = 2\alpha_B, \rho_A = \frac{1}{3}\rho_B} \rightarrow$$

$$\frac{2Q_A}{\frac{1}{3} \times 3} = Q_B \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۴ و ۹۷ تا ۹۹)

۶۸- گزینه «۴» (عرفان عسکریان‌پایان)

گرمایی که از آب گرفته می‌شود تا یخ بزند، صرف بالا بردن دمای یخ

$10^\circ\text{C}$  می‌شود. اگر دنبال محاسبه حداقل مقدار یخ باشیم، باید بیشترین

دمای ممکن برای یخ، یعنی  $0^\circ\text{C}$  را در نظر بگیریم.

## شیمی ۲

۷۱- گزینه «۳»

(مسئله لشری)

سیکلوهگزان آروماتیک نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نام درست ۲- اتیل پنتان به صورت ۳- متیل هگزان و نام درست

۲ و ۳- دی متیل پروپان به صورت ۲- متیل بوتان می‌باشد.

گزینه «۴»: فرمول مولکولی ۲- بوتن  $C_4H_8$  و پروپین  $C_3H_4$  است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

۷۲- گزینه «۳»

(مسئله لشری)

 $27000 \text{ g } C_6H_{12}O_6$ : مول گاز  $CO_2$  خارج شده از واکنشگاه ۱

$$\frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{75}{100} = 225 \text{ mol } CO_2$$

بازده درصدی

گاز  $CO_2$  خارج شده از واکنشگاه ۲،  $1/5$  برابر واکنشگاه ۱ است. پس $CO_2$  خروجی از واکنشگاه ۲ برابر  $3375$  مول می‌باشد.چون ضریب  $CO_2$  و  $C_7H_5OH$  در واکنش انجام شده در واکنشگاه ۱برابر است بنابراین تعداد مول  $C_7H_5OH$  تولید شده نیز برابر  $2250$  مول

خواهد بود.

$$2250 \text{ mol } C_7H_5OH \times \frac{R}{100} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_7H_5OH}$$

$$= 3375 \text{ mol } CO_2 \Rightarrow R = 75$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

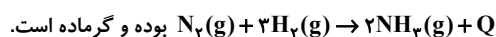
۷۳- گزینه «۳»

(منصور سلیمانی ملکان)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شیر و فراورده‌های آن، منبع مهمی برای تأمین کلسیم است.

گزینه «۲»: تولید آمونیاک به روش هابر به صورت:



بنابراین پایداری فراورده بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

گزینه «۴»: جریان گرما در بدن بیشتر ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل در مواد واکنش‌دهنده و فراورده است. زیرا واکنش‌های شیمیایی درون بدن در شرایط هم‌دما رخ می‌دهند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۱ تا ۶۴)

۷۴- گزینه «۱»

(مینا شرافتی پور)

ابتدا گرمای لازم برای افزایش دمای  $CO_2$  را به دست می‌آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 60 \text{ g} \times 0.84 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 20^\circ\text{C} = 1008 \text{ J}$$

همین گرما برای افزایش دمای  $O_2$  به کار می‌رود.

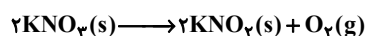
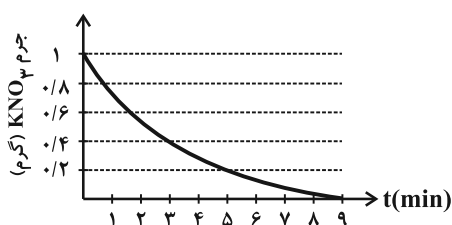
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1008 \text{ J} = 36 \text{ g} \times c \times 30^\circ\text{C} \Rightarrow c = 0.92 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۷۵- گزینه «۳»

(مهمرسن مهمرزاده مقدم)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

با توجه به نمودار مقدار  $KNO_3$  مصرف شده را تعیین کرده و سپس حجمگاز  $O_2$  را به دست می‌آوریم: $KNO_3$  مصرف شده  $= 1 - 0.2 = 0.8 \text{ g}$ 

$$? LO_2 \text{ تولید شده} : 0.8 \text{ g } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KNO_3}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 0.89 \text{ L } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0.89 \text{ L}}{5 \text{ min}} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 0.18 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)







۸۶- گزینه «۴»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در صنعت از اوزون (دگر شکل اکسیژن) برای گندزدایی میوه‌ها و ... استفاده می‌شود.

گزینه «۲»: از گاز He (هلیوم) برای خنک کردن دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، اما فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری، هیدروژن است.

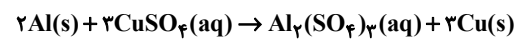
گزینه «۳»: از واکنش نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.

گزینه «۴»: به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، گاز طبیعی ۳۶ / ۰؛ زغال سنگ ۹ / ۰ و نفت خام ۷ / ۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۳، ۵۱، ۶۴، ۷۶، ۷۹ و ۸۰)

۸۷- گزینه «۲»

(فاطمه رحیمی)



ابتدا از روی محلول  $CuSO_4$ ، جرم مس تولید شده و آلومینیم مصرف شده را حساب می‌کنیم.

$$? g Cu = 150 mL \text{ محلول } \times \frac{1L}{1000 mL} \times \frac{0.1 mol CuSO_4}{1L \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{1 mol Cu}{1 mol CuSO_4} \times \frac{64 g Cu}{1 mol Cu} = 7 / 68 g Cu$$

$$? g Al = \text{مصرف شده } = 7 / 68 g Cu \times \frac{1 mol Cu}{64 g Cu} \times \frac{2 mol Al}{3 mol Cu} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al}$$

$$= 2 / 16 g Al \text{ مصرف شده}$$

جرم Cu تولید شده + جرم Al باقی‌مانده = جرم مخلوط باقی‌مانده در ظرف

$$16 / 35 = \text{جرم Al باقی‌مانده}$$

$$\Rightarrow \text{جرم Al باقی‌مانده} = 8 / 67 g Al$$

مقدار باقی‌مانده Al + مقدار مصرف شده Al = جرم اولیه Al

$$\text{جرم اولیه} = 2 / 16 + 8 / 67 = 10 / 83 g$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زنگی: صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۸۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی جامع کتور)

$$68 - 56 = 12 g \text{ رسوب}$$

$$90^\circ C \Rightarrow 170 g \text{ محلول سیرشده} \times \frac{12 g \text{ رسوب}}{68 g \text{ محلول سیرشده}}$$

$$\Rightarrow x = 30 g \text{ رسوب}$$

$$70 - 30 = 40 \Rightarrow 60^\circ C \Rightarrow \text{انحلال پذیری در دمای ثانویه}$$

$$\text{آب } 100 g \times 100 = 71 / 4 \% = \text{درصد جرمی آب محلول } (100 + 40) g$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زنگی: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۹- گزینه «۳»

(ممد رضا پورفاویر)

فقط عبارت اول نادرست است.

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های داده شده، X می‌تواند یون‌های  $X^+$  و  $X^{2+}$  تولید کند. بنابراین می‌تواند اتم Cu ۲۹ باشد.

X نمی‌تواند در گروه ۱۲ از دوره چهارم باشد، چرا که این عنصر (Zn، ۳۰) در ترکیب‌های خود تنها به شکل یون  $X^{2+}$  وجود دارد. مجموع  $n + l$  الکترون‌های ظرفیت Cr ۲۴ برابر با ۲۹ می‌باشد.



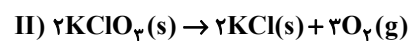
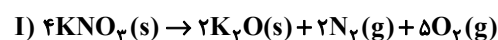
$$5(3+2) + 1(4) = 29$$

آرایش الکترونی X می‌تواند به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^1$  باشد که بیانگر وجود ۱۸ الکترون در لایه سوم آن است. اتم Cu ۲۹ نخستین عنصری است که سه لایه الکترونی آن از الکترون پر شده است.

هیچ‌یک از یون‌های  $X^+$  و  $X^{2+}$  آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب را ندارند. (شیمی ۱- ترکیبی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴، ۹۱ و ۹۲)

۹۰- گزینه «۲»

(ممد عظیمیان زواره)



کاهش جرم ایجاد شده در واکنش (I) با مجموع جرم  $N_2$  و  $O_2$  تولید شده یکسان است. به ازای ۲۱۶ گرم کاهش جرم، ۵ مول  $O_2$  و ۲ مول  $N_2$  تولید می‌شود.

$$? LO_2 = 32 / 4 g \text{ کاهش جرم} \times \frac{5 mol O_2}{216 g \text{ کاهش جرم}}$$

$$\times \frac{22 / 4 LO_2}{1 mol O_2} = 16 / 8 LO_2$$

$$? mol KClO_3 = 16 / 8 LO_2 \times \frac{1 mol O_2}{22 / 4 LO_2}$$

$$\times \frac{2 mol KClO_3}{3 mol O_2} = 0 / 5 mol KClO_3$$

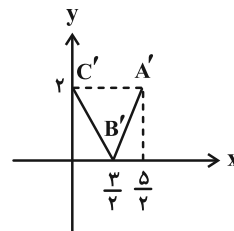
(شیمی ۱- رد پای گازها در زنگی: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

حسابان ۲

گزینه ۴» ۹۱

(عارل مسینی)

روش اول: نمودار تابع  $f$  را ابتدا سه واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y_1 = f(x+3)$  به دست آید، سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا نمودار  $y_2 = f(2x+3)$  به دست آید، سپس برای به دست آوردن نمودار تابع  $y_3 = -f(-2x+3)$  نمودار  $y_2$  را نسبت به مبدأ مختصات (قرینه نسبت به هر دو محور طول و عرض) قرینه می‌کنیم. در انتها نمودار  $y_3$  را دو واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $g$  به دست آید.  
روش دوم: نقاط  $A(-2,0)$ ،  $B(0,2)$  و  $C(3,0)$  روی نمودار تابع  $f$  به نقاط  $A'(\frac{5}{2}, 2)$ ،  $B'(\frac{3}{2}, 0)$  و  $C'(0, 2)$  روی نمودار تابع  $g$  متناظر می‌شود. با وصل کردن نقاط  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$  نمودار  $g$  حاصل می‌شود.



(مسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

گزینه ۲» ۹۲

(عارل مسینی)

ابتدا ضابطه  $g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (x+3)^2 \xrightarrow{\text{طول نقاط نصف می‌شود}} y = (2x+3)^2$$

$$\xrightarrow{\text{دو واحد به پایین / یک واحد به راست}} g(x) = (2(x-1)+3)^2 - 2 \Rightarrow g(x) = (2x+1)^2 - 2$$

$$\xrightarrow{f(x)=g(x)} x^2 + 6x + 9 = 4x^2 + 4x - 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

معادله بالا دو جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر  $\frac{2}{3}$  است. پس مجموع طول نقاط برخورد نمودارهای  $f$  و  $g$  برابر  $\frac{2}{3}$  است.

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۳» ۹۳

(سعیر علم‌پور)

تابع  $f$  روی  $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$  اکیداً نزولی است.

$$f(3x+2) \leq f(5x-6) \Rightarrow 3x+2 \geq 5x-6 \Rightarrow 8 \geq 2x \Rightarrow x \leq 4 \quad (1)$$

هم‌چنین ورودی تابع  $f$  نباید برابر  $-1$  باشد پس داریم:

$$(3x+2) \in \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow 3x+2 \neq -1 \Rightarrow x \neq -1 \quad (2)$$

$$(5x-6) \in \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow 5x-6 \neq -1 \Rightarrow x \neq 1 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \text{مجموعه جواب نامعادله} = (-\infty, 4] - \{-1, 1\}$$

این بازه سه عدد طبیعی ۲، ۳ و ۴ را شامل می‌شود.

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۳» ۹۴

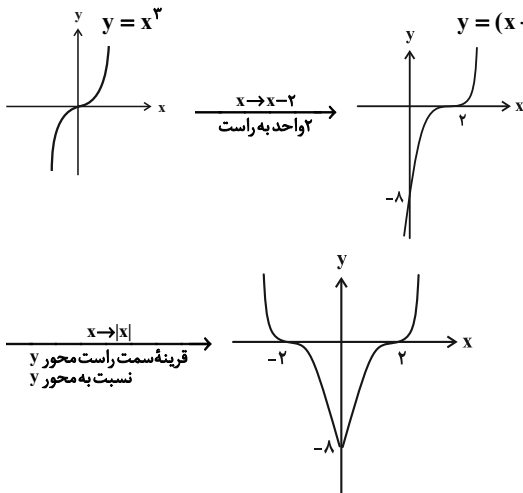
(علی شهرابی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = |x|^3 - 6x^2 + 12|x| - 8$$

$$= |x|^3 - 6|x|^2 + 12|x| - 8 = (|x| - 2)^3$$

سپس نمودار  $f$  را رسم می‌کنیم:



تابع نهایی، در بازه  $[-2, 0]$  نزولی اکید است، پس حداکثر مقدار  $a$  برابر صفر است.

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

گزینه ۲» ۹۵

(کاظم ایملی)

باقی‌مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $x-1$  برابر  $P(1)$  است. چون  $P(x)$  بر  $x-1$  بخش‌پذیر است،  $P(1)$  برابر صفر است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow a + 3 + b = 0 \Rightarrow a = -3 - b \quad (*)$$

باقی‌مانده تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  برابر  $Q(2)$  است. پس  $Q(2) = 21$  است.

اکنون رابطه تقسیم  $P(x)$  بر  $x-1$  را می‌نویسیم.

$$P(x) = (x-1)Q(x) + 0$$

$$ax^2 + 3x^2 + b = (x-1)Q(x)$$

در این تساوی به جای  $x$  مقدار ۲ را قرار می‌دهیم.

$$16a + 24 + b = Q(2) \Rightarrow 16a + 24 + b = 21$$

$$\xrightarrow{(*)} 16(-3-b) + 24 + b = 21 \Rightarrow b = -3$$

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه ۴» ۹۶

(علی شهرابی)

باقی‌مانده  $f(3x-2)$  بر  $x^2 - x - 2$  برابر با  $3x+1$  است:

$$f(3x-2) = (x-2)(x+1)q(x) + 3x+1$$



با توجه به نمودار قبل، اگر دامنه تابع  $\left\{ \frac{\pi}{4} \right\} - \left[ \frac{13\pi}{36}, \frac{7\pi}{36} \right)$  باشد، برد آن بازه  $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}] \cup (\sqrt{3}, +\infty)$  است.

$$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left( -\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3} \right] \Rightarrow ab = -1$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۹۹- گزینه «۱» (عمید مام‌قاری)

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x - \sin \frac{\pi}{3} \cos x = 1 \Rightarrow \sin \left( x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$$

$$\Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

(مسئله ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

۱۰۰- گزینه «۱» (میانفش نیکنام)

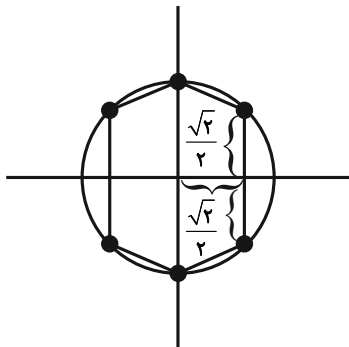
معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$2 \left( \frac{1 - \cos 2x}{2} \right) + 1 - \cos^2 2x = 2 \Rightarrow \cos^2 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

این جواب‌ها روی دایره مثلثاتی شکل زیر، مشخص شده‌اند:



شش ضلعی شکل بالا از دو دوزنقه هم‌نهشت با قاعده‌های ۲ و  $\sqrt{2}$  و ارتفاع

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  تشکیل شده است. پس داریم:

$$S = 2 \left( \frac{(2 + \sqrt{2}) \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \right) = 1 + \sqrt{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$x = -1$  و  $x = 2$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 2: & f(2) = 7 \\ x = -1: & f(-1) = -2 \end{cases}$$

باقی‌مانده را  $ax + b$  در نظر می‌گیریم.

$$f(x) = (x + 5)(x - 4)q'(x) + ax + b$$

با جای گذاری  $x = -5$  و  $x = 4$  داریم:

$$\begin{cases} f(4) = 4a + b = 7 \\ f(-5) = -5a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 3$$

$$\Rightarrow \text{باقی‌مانده} = x + 3$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۹۷- گزینه «۳» (مهمر فخران)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a - b \cos \left( \frac{\pi}{3} + cx \right) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر ۳ و مقدار مینیمم برابر -۱ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 3 \\ a - |b| = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, |b| = 2$$

اما نمودار تابع در همسایگی راست  $x = 0$  نزولی است. پس در کل ضریب  $\sin$  باید منفی باشد، یعنی  $bc < 0$  باشد،  $b$  را منفی و  $c$  را مثبت می‌گیریم.

$$\Rightarrow b = -2$$

از طرفی  $\frac{3}{4}$  دوره تناوب برابر  $\frac{3\pi}{10}$  شده است:

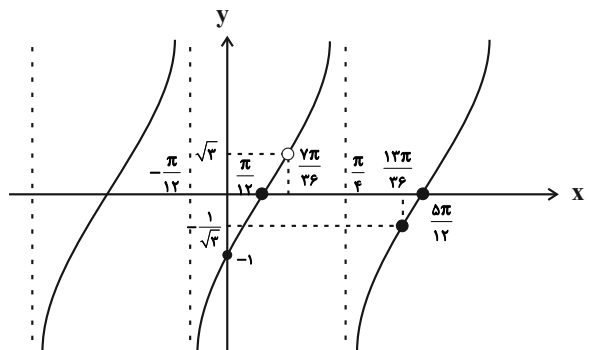
$$\Rightarrow \frac{2}{4} T = \frac{3\pi}{10} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow c = 5 \Rightarrow abc = -10$$

(مسئله ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۸)

۹۸- گزینه «۲» (شاهین پروازی)

برای رسم نمودار تابع  $f$ ، نمودار  $y = \tan x$  را  $\frac{\pi}{4}$  واحد به راست منتقل

می‌کنیم و سپس طول نقاط نمودار آن را بر ۳ تقسیم می‌کنیم. نمودار نهایی به صورت زیر است:





هندسه ۳

گزینه «۲» - ۱۰۱

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

ابتدا ماتریس  $A$  را به دست می‌آوریم و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی را برابر با صفر قرار می‌دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & b+1 \\ 4 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b & -2b \\ 2a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b+2a(b+1) & -b+1 \\ -4b+2ab & -2b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -4b+2ab=0 \xrightarrow{b=1} 2a=4 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

پس ماتریس  $A$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  به دست می‌آید. داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{bmatrix}$$

بنابراین توان‌های زوج در ماتریس  $A$  اسکالر هستند.

(هنر سه - صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۲» - ۱۰۲

(مهرداد ملونری)

ابتدا درایه‌های ماتریس  $A$  و  $B$  را می‌یابیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 2-1 \\ 2-1 & 2^2-1 \\ 3-1 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1^2+1 & 1-2+2 & 1-3+2 \\ 2+1 & 2^2+1 & 2-3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس  $B \times A$  را تشکیل می‌دهیم:

$$B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 19 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر ۳۲ می‌شود.

(هنر سه - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۱ کتاب درسی)

گزینه «۴» - ۱۰۳

(علیرضا طایفه تبریزی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I = 2^2 I$$

$$A^{1404} = (A^2)^{702} = (2^2 I)^{702} = 2^{1404} I$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۲» - ۱۰۴

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

از رابطه  $A^2 = A$  نتیجه می‌شود  $A^n = A$ ، بنابراین داریم:

$$B + A^n = B + A = I$$

$$\Rightarrow B = I - A \Rightarrow B^2 = (I - A)^2 = I - 2A + A = I - A = B$$

پس برای ماتریس  $B$  نیز رابطه  $B^n = B$  برقرار است:

$$A^{50} + B^{100} = A + B = A + (I - A) = I$$

توجه: با جای‌گذاری  $A = I$  و  $A = \bar{O}$  (که در شرایط سؤال صدق می‌کند)

می‌توان گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ را رد کرد.

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۱۰۵

(کیوان داری)

طبق فرض داریم:

$$(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-1}(A+B) = (A^{-1} + B^{-1})(A+B)$$

$$\Rightarrow I = \underbrace{A^{-1}A}_I + A^{-1}B + B^{-1}A + \underbrace{B^{-1}B}_I$$

$$\Rightarrow A^{-1}B + B^{-1}A = -I$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۳» - ۱۰۶

(مهرداد ملونری)

طبق فرض،  $B$  وارون  $A$  است، پس:

نکته: اگر  $k \in \mathbb{N}$  و ماتریس مربعی  $A$  از مرتبه  $n$  باشد، آن گاه:

$$|kA| = k^n |A|$$

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهرزاد ملونری)

۱۰۹- گزینه «۱»

دترمینان ماتریس  $A$  را نسبت به سطر اول (که تعداد صفر بیشتری دارد)

بسط می‌دهیم:

$$|A| = -3 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -3((-1)(-2) - 0 \times 0) = -6$$

در این صورت داریم:

$$|-A^3| = (-1)^3 |A^3| = -|A|^3 = -(-6)^3 = 216$$

(هنرسه ۳- مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

(سراسری ریاضی - ۷۷)

۱۱۰- گزینه «۱»

نکته: چنانچه درایه‌های یک سطر (یا یک ستون) ماتریس مربعی  $A$  در عدد  $k$

ضرب شود، دترمینان ماتریس حاصل نیز  $k$  برابر می‌شود.

طبق نکته فوق داریم:

$$\begin{vmatrix} -3a & 1a & -2 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix} = (-3) \begin{vmatrix} a & -6 & 1 \\ 2 & -2b & -2 \\ -1 & -4 & c \end{vmatrix}$$

$$= (-3)(-2) \begin{vmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & b & -2 \\ -1 & 2 & c \end{vmatrix} = (-3)(-2)(2) = 12$$

(هنرسه ۳- مرتبط با تمرین ۸ صفحه ۳۱)

$$A \times B = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+1 & 4 \\ b+1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2-b & 2-2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2a-1+12-4b & 12-4a \\ -b-1+2-b & 4b+4+2-2a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12-4a=0 \Rightarrow a=3 \\ 2-2b=0 \Rightarrow b=1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 7 \times 1 - 4 \times 2 = -1 \quad \text{در نتیجه:}$$

(هنرسه ۳- مشابه مسئله صفحه ۲۲ کتاب درسی)

(سراسری ریاضی - ۷۷)

۱۰۷- گزینه «۳»

با توجه به آنکه دو معادله، نشان‌دهنده معادلات دو خط گذرنده از مبدأ

مختصات هستند، پس هر دو خط یک جواب بدیهی  $(0,0)$  را دارند. حال برای

آنکه دستگاه جواب غیرصفر داشته باشد، باید دو خط بر یکدیگر منطبق باشند

یا به عبارت دیگر دترمینان ماتریس ضرایب برابر با صفر باشد، پس داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a+b & c \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow ac - b(a+b) = 0$$

$$\Rightarrow ac - ab - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

(هنرسه ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(امیرحسین ابومحبوب)

۱۰۸- گزینه «۴»

با توجه به ماتریس  $A^3$  داریم:

$$|A^3| = (4)(2) - (0)a = 8 \Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

$$\Rightarrow ||A|A| = |A|^2 |A| = |A|^3 = 8$$



## ریاضیات گسسته

## ۱۱۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

اثبات گزینه «۴»:

$$4n(n+1)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:

$$2+3+5=10=2k \quad \text{گزینه «۱»}$$

گزینه «۲»: عدد ۲ را نمی‌توان به صورت  $6k+1$  یا  $6k+5$  نوشت.

$$(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2 \in \mathbb{Q} \quad \text{گزینه «۳»}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲ و ۳)

## ۱۱۲- گزینه «۲»

(عمیرضا امیری)

$$a^2 | bc \xrightarrow{\times a} a^3 | abc \quad (1)$$

$$ac | b^2 \xrightarrow{\times b} abc | b^3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} a^2 | b^2 \xrightarrow{b^2 | b^3} a^2 | b^3$$

به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها، فرض کنید  $a=8$ ،  $b=16$  و  $c=4$  باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

## ۱۱۳- گزینه «۱»

(مهرادر ملونری)

$$\begin{cases} \lambda m = 2^3 m \\ 12m^3 = 2^2 \times 3^1 m^3 \end{cases} \Rightarrow (\lambda m, 12m^3) = 2^2 m = 4m$$

توجه داشته باشید که طبق فرض،  $m$  عددی فرد است و عامل ۲ ندارد و در محاسبه ب. م. م بالا، عامل ۲ اضافی تولید نمی‌کند.در نتیجه  $[4m, 12m^3] = 4m$  مطلوب است که حاصل آن به صورت زیر می‌شود:

$$[2^2 m, 2 \times 3^2 m^3] = 2^2 \times 3^2 \times m^3 = 36m^3$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۶ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

## ۱۱۴- گزینه «۲»

(یوار غاتمی)

طبق قضیه تقسیم،  $a = bq + r$  است که  $0 \leq r < b$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$$84 = bq + 4 \Rightarrow 80 = bq \Rightarrow q = \frac{80}{b} \quad (b > 4)$$

یعنی  $b$  یکی از مقسوم‌علیه‌های ۸۰ می‌باشد که از ۴ بزرگ‌تر است.

$$b = 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80$$

پس برای  $b, 7$  عدد طبیعی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

## ۱۱۵- گزینه «۱»

(مهرادر ملونری)

رقم یکان یک عدد طبیعی، باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰ است که معادل با همنهشتی به پیمانه ۱۰ می‌باشد. طبق فرض داریم:

$$3a - 2b \equiv 2a + b \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 3b \pmod{10}$$

$$6a + 2b \equiv 18b + 2b \equiv 20b \equiv 0 \pmod{10} \quad \text{داریم:}$$

پس رقم یکان این عدد برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹ کتاب درسی)

## ۱۱۶- گزینه «۴»

(یوار غاتمی)

اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $a, b \in \mathbb{Z}$  باشند، آنگاه رابطه  $(a+b)^n \equiv a^n + b^n$  برقرار است.اگر به جای  $a$  و  $b$ ، اعداد ۴ و ۵ و به جای  $n$ ، عدد ۱۰۰ را قرار دهیم، داریم:

$$(4+5)^{100} \equiv 4^{100} + 5^{100}$$

$$9^{100} \equiv 4^{100} + 5^{100} \Rightarrow 4^{100} + 5^{100} - 9^{100} \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۹)



## ۱۱۷- گزینه «۴»

(سیرممد مرشا حسینی فرور)

عدد مورد نظر مضرب ۱۱ است، بنابراین داریم:

$$\overline{abab\delta b} \equiv 0 \Rightarrow \overline{b-\delta + b-a + b-a} \equiv 0 \Rightarrow 3b - 2a \equiv \delta$$

چون به دنبال بزرگ‌ترین عدد شش‌رقمی با رقم داده شده هستیم، پس  $a$  را برابر ۹ در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$3b - 18 \equiv \delta \Rightarrow 3b \equiv 23 + \delta \xrightarrow{+3} b \equiv 4 \pmod{11}$$

بنابراین تنها مقدار قابل قبول برای  $b$  برابر ۴ بوده و عدد مورد نظر به صورت ۹۴۹۴۵۴ خواهد بود که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۹ برابر است با:

$$949454 \equiv 9 + 4 + 9 + 4 + 5 + 4 \equiv 27 + 8 \equiv 8$$

توجه: (قاعده بخش‌پذیری بر ۱۱) برای یافتن باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۱، کافیست ارقام آن عدد را از سمت راست جدا کرده و به صورت یک در میان، مثبت و منفی در نظر گرفته و عدد حاصل را بر ۱۱ تقسیم کنیم.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

(افشین فاضل‌فان)

عددی مضرب ۴۴ است که مضرب ۴ و ۱۱ باشد.

$$\overline{fa\delta b\delta} \equiv 0 \Rightarrow \overline{b\delta} \equiv 0 \Rightarrow b = 1, 3, 5, 7, 9$$

$$\overline{fa\delta b\delta} \equiv 0 \Rightarrow \overline{6 - b + 8 - a + 4} \equiv 0 \Rightarrow \overline{a + b} \equiv 18 \equiv 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ a + b = 18 \end{cases}$$

$$b = 1 \xrightarrow{a+b=7} a = 6 \Rightarrow a \times b = 6$$

$$b = 3 \xrightarrow{a+b=7} a = 4 \Rightarrow a \times b = 12$$

$$b = 5 \xrightarrow{a+b=7} a = 2 \Rightarrow a \times b = 10$$

$$b = 7 \xrightarrow{a+b=7} a = 0 \Rightarrow a \times b = 0$$

$$b = 9 \xrightarrow{a+b=18} a = 9 \Rightarrow a \times b = 81$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار  $a \times b$ ، برابر ۸۱ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

## ۱۱۹- گزینه «۳»

(نادر حاجی‌زاده)

اگر  $(a, b) = d$  باشد، آنگاه با توجه به این که معادله  $ax + by = 6$  در $\mathbb{Z}$  دارای جواب است، پس  $d | 6$ . در نتیجه داریم:

گزینه «۱»:  $d | 6$  و  $d | 18$ ، پس  $d | 18$  و در نتیجه معادله  $ax + by = 18$  قطعاً در  $\mathbb{Z}$  دارای جواب است.

گزینه «۲»:  $d = (a, b)$  است، پس  $d | b$  و در نتیجه معادله  $ax + by = b$  قطعاً در  $\mathbb{Z}$  دارای جواب است.

گزینه «۴»:  $d | a$ ، پس  $d | 5a$  و در نتیجه معادله  $ax + by = 5a$  قطعاً در  $\mathbb{Z}$  دارای جواب است.

اما وجود جواب برای معادله  $ax + by = 9$  قطعی نیست.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۳ و ۲۶ تا ۳۰)

## ۱۲۰- گزینه «۲»

(افشین فاضل‌فان)

$$3x - 2y = 15 \Rightarrow 3x \equiv 15 \pmod{2} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow x = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$3(2k + 1) - 2y = 15 \Rightarrow 2y = 6k - 12$$

$$\Rightarrow y = 3k - 6$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow k \in \{2, 3, 4, \dots\} \\ y \geq 0 \Rightarrow 3k - 6 \geq 0 \Rightarrow k \geq 2 \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها باید دو رقمی باشد، پس:

$$x + y = 2k + 1 + 3k - 6 = 5k - 5$$

$$10 \leq x + y < 100 \Rightarrow 10 \leq 5k - 5 < 100 \Rightarrow 15 \leq 5k < 105$$

$$\Rightarrow 3 \leq k < 21 \Rightarrow k = 3, 4, \dots, 20$$

۱۸ مقدار برای  $k$  مطلوب است.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)



**فیزیک ۳**

۱۲۱- گزینه «۴»

(بهنام رستمی)  
 با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{250 - 150}{200} = 0.5 \frac{m}{s}$   
 این عدد (سرعت متوسط) یعنی این که شخص به طور متوسط در هر ثانیه  $0.5 \Delta m$  به مقصد خود نزدیک تر شده است.

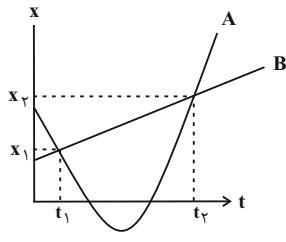
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(مشابه مثال ۱-۱ صفحه ۳ کتاب درسی)

۱۲۲- گزینه «۲»

(بابک اسلامی)  
 چون متحرک B با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک B با سرعت لحظه‌ای آن در هر بازه زمانی دلخواه یکسان است. برای محاسبه سرعت متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$



از طرفی  $x_1$  و  $x_2$  در لحظه‌هایی رخ می‌دهد که دو متحرک A (که با شتاب ثابت در حال حرکت است) و B (که با سرعت ثابت در حال حرکت است) در یک مکان قرار دارند. بنابراین با توجه به معادله حرکت متحرک A (حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم)، داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=t_1 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 \\ t=t_2 \rightarrow x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0 \end{cases} \quad (2)$$

بنابراین از (۱) و (۲) داریم:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(\frac{1}{2}at_2^2 + v_0t_2 + x_0) - (\frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{\frac{1}{2}a(t_2 - t_1)(t_2 + t_1) + v_0(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{a(t_2 + t_1) + 2v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{(at_2 + v_0) + (at_1 + v_0)}{2} \Rightarrow v_B = \frac{v_A(t_2) + v_A(t_1)}{2}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{v + (-5)}{2} = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow (v_{av})_B = v_B = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۲۳- گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)  
 شتاب در هر بازه زمانی ثابت است، بنابراین در بازه زمانی  $t_0 = 0s$  تا  $t_1 = 8s$  داریم:

$$v_1 = a_1t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = (-1) \times 8 + 0 \Rightarrow v_1 = -8 \frac{m}{s}$$

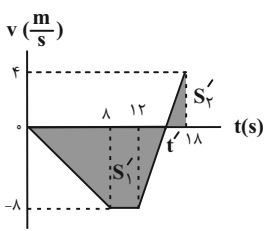
در بازه زمانی  $t_1 = 8s$  تا  $t_2 = 12s$  سرعت متحرک ثابت است و

$$v_2 = v_1 = -8 \frac{m}{s} \quad \text{بنابراین:}$$

در بازه زمانی  $t_2 = 12s$  تا  $t_3 = 18s$  داریم:

$$v_3 = a_2t_3 + v_2 \Rightarrow v_3 = 2 \times 6 + (-8) \Rightarrow v_3 = 4 \frac{m}{s}$$

در نتیجه نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با توجه به نمودار مشخص است که متحرک در بازه ۱۲ ثانیه تا ۱۸ ثانیه یک بار در لحظه  $t'$  تغییر جهت می‌دهد.

$$v' = a_2(t' - 12) + v_2 \xrightarrow{v'=0} 0 = 2(t' - 12) - 8 \Rightarrow t' = 16s$$



در نهایت با نوشتن معادله حرکت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 4t + 2$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا کونه)

۱۲۵- گزینه «۴»

اگر کل زمان سقوط گلوله را  $t$  فرض کنیم، با در نظر گرفتن محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و با استفاده از معادله حرکت در سقوط آزاد برای لحظه‌های  $t_1 = 1s$ ،  $t_2 = (t-1)s$  و  $t_3 = t$  داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{t_1=1s} y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5m$$

$$\xrightarrow{t_2=(t-1)s} y_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t-1)^2 \Rightarrow y_2 = 5t^2 - 10t + 5$$

$$\xrightarrow{t_3=t} y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow y_3 = 5t^2$$

طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$y_3 - y_2 = 7y_1 \Rightarrow 5t^2 - (5t^2 - 10t + 5) = 7 \times 5$$

$$\Rightarrow 10t - 5 = 35 \Rightarrow t = 4s$$

بنابراین مدت زمان کل حرکت برابر با ۴s است. در نتیجه ارتفاع  $h$  برابر

$$h = y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 = 80m \quad \text{است با:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(علیرضا کونه)

۱۲۶- گزینه «۲»

بر اساس قانون اول نیوتون، یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود. به این خاصیت اجسام لختی گفته می‌شود. بنابراین هنگامی که سریعاً مقوا را حرکت می‌دهیم، سکه تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند و بنابراین داخل لیوان می‌افتد ولی هنگامی که به آرامی مقوا را حرکت می‌دهیم، سکه به همراه مقوا حرکت خواهد کرد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(مشابه پرسش ۳-۲ صفحه ۳۲ کتاب درسی)

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است و حاصل جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها مسافت را می‌دهد.

بنابراین داریم:

$$l = S'_1 + S'_2 = \frac{16 + (12 - 8)}{2} \times 8 + \frac{4 \times (18 - 16)}{2} = 80 + 4 = 84m$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{84}{18} = \frac{14}{3} \frac{m}{s} \quad \text{حال تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم:}$$

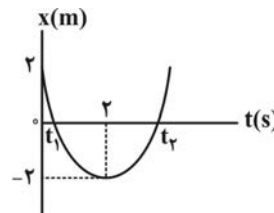
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۲۴- گزینه «۴»

چون نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است. برای به دست آوردن معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، باید سه کمیت  $a$ ،  $v_0$  و  $x_0$  را محاسبه کنیم و در رابطه  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  جایگذاری کنیم.

مطابق شکل، متحرک در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  از مبدأ مکان می‌گذرد و چون مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی  $4m$  می‌باشد، با توجه به تقارن سهمی، مکان متحرک در لحظه  $t = 2s$ ، برابر  $x_2 = -2m$  است. داریم:



$$\Delta x = \frac{v_0 + v_2}{2} \times \Delta t \quad \text{در بازه زمانی صفر تا ۲s داریم:}$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

اکنون برای محاسبه شتاب در بازه زمانی صفر تا ۲s داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{2} = \frac{0 - (-4)}{2} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$



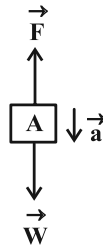
۱۲۷- گزینه «۳»

(لیل کتی)

با توجه به اینکه جهت شتاب آسانسور به طرف پایین است،

عددی که باسکول نمایش می‌دهد، کوچک‌تر از اندازه وزن

(W) است. یعنی  $F < W$ .



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow W - F = ma$$

$$\Rightarrow F = W - ma \Rightarrow F < W$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

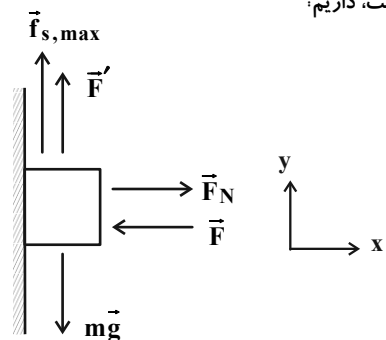
(مشابه پرسش ۲-۶ صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۱۲۸- گزینه «۲»

(عسین مفرومی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و با توجه به اینکه جسم ساکن

است، داریم:



$$F_{net, x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{net, y} = 0 \Rightarrow F' + f_{s, max} - W = 0$$

$$\Rightarrow f_{s, max} = W - F' = mg - F' = 40 - 10 = 30 \text{ N}$$

از طرفی داریم:

$$f_{s, max} = \mu_s F_N \Rightarrow 30 = 0.6 \times F_N \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

$$F = F_N = 50 \text{ N}$$

پس نتیجه می‌گیریم:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)

۱۲۹- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

موارد پ و ت نادرست‌اند.

درست است که در نقطه اوج سرعت صفر است ولی نیروی وزن در تمام

مسیر حرکت به جسم وارد می‌شود، پس نیروی وارد بر گلوله صفر نیست.

(نادرستی پ)

هر چه لختی جسم کمتر باشد، به حرکت درآوردن آن راحت‌تر است.

(نادرستی ت)

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۳۰- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

در حالت اول داریم:

$$m_1 = m, a_1 = a, F_1 = 21 \text{ N}, f_{k1} = f_k$$

$$F_1 - f_{k1} = m_1 a_1 \Rightarrow 21 - f_k = ma \quad (1)$$

در حالت دوم داریم:

$$f_k = \mu_k mg \xrightarrow{m_2 = 4m_1} f_{k2} = 4f_{k1} = 4f_k$$

$$m_2 = 4m, a_2 = \frac{a}{4}, F_2 = 63 \text{ N}, f_{k2} = 4f_k$$

$$F_2 - f_{k2} = m_2 a_2 \Rightarrow 63 - 4f_k = 4m \frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow 63 - 4f_k = 2ma \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow f_k = \frac{21}{4} \text{ N} \Rightarrow f_{k2} = 4f_k = 42 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۳)



## شیمی ۳

## گزینه ۲»

(ممر کوهستانیان)

گزینه «۱»: شیمی‌دان‌ها از جمله آرنیوس، قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها، با برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های بین این مواد آشنا بودند.

گزینه «۳»: نادرست است زیرا سرکه یک اسید است و در محلول‌های

$$\text{اسیدی} > 1 \quad \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} > 1 \quad \text{یا} \quad \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} < 1 \quad \text{می‌باشد.}$$

گزینه «۴»: اسیدهای چرب، زنجیرهای بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی (COOH) ختم می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۱۴ تا ۱۶)

## گزینه ۴»

(ممرسن ممرزاده‌مقدم)

از انحلال ترکیب‌های NaOH و NH<sub>3</sub> در آب، محلول‌های بازی پدید می‌آید.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(مطابق با هم بینریشیم صفحه‌های ۱۴ و ۱۵ کتاب درسی)

## گزینه ۴»

(ممر کوهستانیان)

موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید (سود) و سفید کننده‌ها از جمله پاک‌کننده‌هایی هستند که از نظر شیمیایی فعال هستند و همچنین خاصیت خوردگی دارند. اما صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی خاصیت خوردگی ندارند.

(شیمی ۳- صفحه ۱۲)

## گزینه ۳»

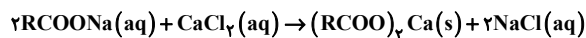
(ممر وزیری)

این عنصر یک نافلز (۱۶S) است و اکسیدهای نافلزی اسید آرنیوس محسوب می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۱۴ تا ۱۶)

## گزینه ۲»

(میثا شرافتی‌پور)



$$? \text{gCaCl}_2 = 292 / 58 \text{gNaCl} \times \frac{1 \text{molNaCl}}{58 / 58 \text{gNaCl}} \times \frac{1 \text{molCaCl}_2}{2 \text{molNaCl}}$$

$$\times \frac{111 \text{gCaCl}_2}{1 \text{molCaCl}_2} = 277 / 58 \text{gCaCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6$$

$$= \frac{277 / 58 \text{gCaCl}_2}{2 \text{m}^3 \times \frac{1000 \text{L}}{1 \text{m}^3} \times \frac{1000 \text{mL}}{1 \text{L}} \times \frac{1 \text{g}}{1 \text{mL}}} \times 10^6 = 92 / 58 \text{ppm}$$

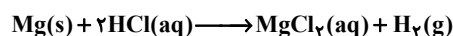
(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ و ۹)

(مطابق کوش‌کنید صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

## گزینه ۳»

(ممرسن ممرزاده‌مقدم)

گزینه «۱»: نادرست. از واکنش فلز و اسید، نمک فلز و گاز هیدروژن تولید می‌شود. به عنوان مثال:



گزینه «۲»: با توجه به شکل، تعداد جاب‌های تشکیل شده در ظرف (۱) بیشتر بوده که این به معنای بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول (۱) است. در شرایط یکسان (غلظت اولیه اسید و دما) ثابت یونش اسید موجود در ظرف (۱) بیشتر است.

گزینه «۳»: درست. قبل از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) بوده و pH آن کمتر است.

گزینه «۴»: نادرست. پیش از انجام واکنش، غلظت یون هیدرونیوم در ظرف (۱) بیشتر از ظرف (۲) است. بنابراین، غلظت یون هیدروکسید آن کمتر است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)



۱۳۷ - گزینه «۳»

(بوار کتابی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: مقدار ثابت یونش اسیدها تنها به عامل دما وابسته است و با افزایش غلظت در دمای ثابت، تغییر نمی‌کند.

گزینه «۲»: سرعت تولید فراورده‌ها و سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها تا لحظه رسیدن به تعادل کاهش می‌یابد.

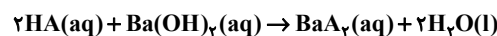
گزینه «۴»: غلظت تعادلی گونه‌های موجود در محلول ثابت (نه برابر) می‌ماند زیرا سرعت تولید هر گونه با سرعت مصرف آن یکسان است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۱۳۸ - گزینه «۳»

(مدرسین ممبرزازه مقدم)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

حال غلظت  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 13 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

به ازای انحلال هر مول باریم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود. بنابراین:

$$[\text{Ba}(\text{OH})_2] = \frac{[\text{OH}^-]}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال، شمار مول HA مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ molHA} = 2 \text{ L محلول} \times \frac{0.05 \text{ molBa}(\text{OH})_2}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{2 \text{ molHA}}{1 \text{ molBa}(\text{OH})_2} = 0.1 \text{ molHA}$$

$$\Rightarrow M_{\text{HA}} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۰ تا ۳۲)

(فاضل قورمانی فرد)

۱۳۹ - گزینه «۲»

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^8 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^8 [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]^2}{10^8} = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-11}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11}$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-11} = 11$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

(مطابق با هم پندیشیم صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی)

(حسن لشکری)

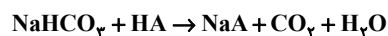
۱۴۰ - گزینه «۱»

$$\theta = 25^\circ\text{C} \rightarrow [\text{H}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]}$$

$$9 \times 10^5 = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} \Rightarrow 9 \times 10^5 = \frac{[\text{H}^+]}{10^{-14} / [\text{H}^+]} \Rightarrow [\text{H}^+] = 3 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{HA} \rightarrow \text{اسید ضعیف} : [\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 3 \times 10^{-6} = M \times 0.02$$

$$\Rightarrow M = 1.5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$1.5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.2 \text{ L} = 3 \times 10^{-5} \text{ molHA}$$

$$? \text{ mgNaHCO}_3 = 3 \times 10^{-5} \text{ molHA}$$

$$\times \frac{1 \text{ molNaHCO}_3}{1 \text{ molHA}} \times \frac{84 \text{ gNaHCO}_3}{1 \text{ molNaHCO}_3} \times \frac{1000 \text{ mg کل}}{1 \text{ g خالص}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 3.15 \text{ mg}$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)



# دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۴ مهر

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰  
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
پوریا کریمی جبلی، مهدی میر	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۶- گزینه «۲»

(کتاب استعدادهای تحلیلی، هوش کلامی)

مودی: آزاردهنده، نیرنگ کار

(معنای واژگان، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۱»

(کتاب استعدادهای تحلیلی، هوش کلامی)

قُبور: ج قبر، گورها

(معنای واژگان، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(شاعر کریمی)

تقی در طبقه بالای تخت است و پتوی طبقه پایین او قرمز است. پتوی آبی و سبز به یک تخت متعلقند، پس تقی پتوی آبی و سبز ندارد. رنگ پتوی او قرمز هم که نیست، پس زرد است.

(مفیدت یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۲»

(شاعر کریمی)

اگر پتوی تخت بالای اسحاق سبز باشد، پتوی خود اسحاق آبی است. شخص طبقه بالای اسحاق هم قطعاً ابراهیم نیست پس یا اسماعیل است یا

تقی. حال هشت حالت داریم که فقط ۲ تا مطلوب است، یعنی احتمال  $\frac{2}{8}$

یا  $\frac{1}{4}$  است:

اسماعیل سبز	تقی قرمز / ابراهیم قرمز تقی زرد / ابراهیم زرد
اسحاق آبی	ابراهیم زرد / تقی زرد ابراهیم قرمز / تقی قرمز

تقی سبز	اسماعیل قرمز / ابراهیم زرد اسماعیل زرد / ابراهیم قرمز
اسحاق آبی	ابراهیم زرد / اسماعیل قرمز ابراهیم قرمز / اسماعیل زرد

(مفیدت یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۱- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

نویسنده، مردم عامی و ساده دل را همچون گله گوباره می داند. واژه گله نیز نشان می دهد که با موجوداتی سروکار داریم که گله ای زندگی می کنند و ویژگی مهم آنان، بلاهت آنان است. واژه «گوباره» معنای «گاو» دارد.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۲»

(ممید اصفهانی)

در متن می خوانیم «صاحبان قدرت و حکام جباری که ... مردم تحت امر آنها» که یعنی مردم تحت امر این پادشاهان.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

متن سراسر به بررسی برخی عوامل تقدیرگرایی در دنیای اسلام می پردازد و حکام، برخی علما و مردم ساده دل را نام می برد.

(درک متن، قرابت معنایی، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

متن باید با بیتی از حافظ تمام شود که در بیان و در ستایش اختیار باشد، نه جبر. بیت گزینه پاسخ است که در ستایش اختیار است و دیگر ابیات ابیاتی جبری است.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

شکل درست بیت: قضا کشتی آنجا که خواهد برد / و گر ناخدا جامه بر تن

درد (ترتیب کلمات، هوش کلامی)

۲۶۰- گزینه ۱

(فرزاد شیرمحمدی)

اگر هفده سال پیش سن برادرها  $\bigcirc$  و  $\square$  بوده باشد، داریم:

$$\begin{cases} \bigcirc + \square = 11 \\ \bigcirc \times \square = 28 \end{cases}$$

می توان معادله را به صورت کلامی بیان کرد و گفت کدام دو عدد هستند که حاصل ضرب آن ها ۲۸ و حاصل جمع آن ها ۱۱ است. اما برای حل ریاضی سؤال، از معادله بالا داریم:

$$\bigcirc = 11 - \square$$

$$(11 - \square) \times \square = 28$$

با جایگذاری در معادله پایین:

$$\Rightarrow \square^2 - 11\square + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (\square - 4) \times (\square - 7) = 0 \Rightarrow \square, \bigcirc = 4, 7$$

اختلاف سن این دو برادر،  $7 - 4 = 3$  سال است.

(ترکیبی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۱

(فاطمه اسخ)

عدد باید فرد باشد تا در تقسیم بر چهار، باقی مانده یک یا سه داشته باشد. پس یکان باید ۳، ۵ یا ۷ باشد. اما عدد مضرب پنج هم نیست، پس یکان یا ۳ است یا ۷. همچنین عدد بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ است. پس صدگان ۴، ۵ یا ۶ است. حال با توجه به این یکان و صدگان ها، دهگان را باید به شکلی قرار دهیم که عدد مضرب سه باشد، یعنی مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد:

یکان دهگان صدگان

$$4 \quad 3 \rightarrow 453, 483$$

$$4 \quad 7 \rightarrow 447, 477$$

$$5 \quad 3 \rightarrow 543, 573$$

$$5 \quad 7 \rightarrow 537, 567$$

$$6 \quad 3 \rightarrow 633, 663$$

$$6 \quad 7 \rightarrow 657, 687$$

(بشپزیری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه ۴

(عمیر کنی)

اگر برای پر کردن مخزن، شیر «الف» به  $\bigcirc$  دقیقه زمان نیاز داشته باشد، شیر «ب» به  $\bigcirc - 2$  دقیقه و شیر «ج» به  $\bigcirc + 2$  دقیقه زمان نیاز دارند.

پس این سه شیر در هر دقیقه به ترتیب  $\frac{1}{\bigcirc}$ ،  $\frac{1}{\bigcirc - 2}$  و  $\frac{1}{\bigcirc + 2}$  را از مخزن پر می کنند.

پس دو شیر «ب» و «ج» در هر دقیقه به اندازه کسر زیر را از مخزن پر می کنند:

$$\frac{1}{\bigcirc + 2} + \frac{1}{\bigcirc - 2} = \frac{(\bigcirc + 2) + (\bigcirc - 2)}{(\bigcirc + 2) \times (\bigcirc - 2)} = \frac{2\bigcirc}{\bigcirc^2 - 4}$$

هر دقیقه ۶۰ ثانیه است و دو شیر «ب» و «ج» که در ۲۲۵ ثانیه، معادل

$$\frac{225}{60} = \frac{15}{4}$$

دقیقه کل مخزن را پر می کند، در هر دقیقه  $\frac{4}{15}$  از مخزن را پر می کنند. پس داریم:

$$\frac{2\bigcirc}{\bigcirc^2 - 4} = \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{\bigcirc}{\bigcirc^2 - 4} = \frac{2}{15} \Rightarrow 2\bigcirc^2 - 8 = 15\bigcirc$$

$$\Rightarrow 2\bigcirc^2 - 15\bigcirc - 8 = 0 \Rightarrow (\bigcirc - 8) \times (2\bigcirc + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bigcirc = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{پذیرفتنی نیست} \\ \bigcirc = 8 \end{cases}$$

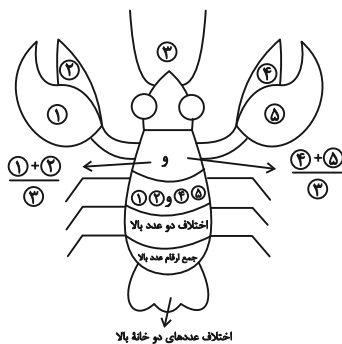
پس شیر «الف» در هر دقیقه،  $\frac{1}{8}$  را از مخزن پر می کند. این یعنی شیر «الف» کل مخزن را در ۸ دقیقه پر می کند.

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

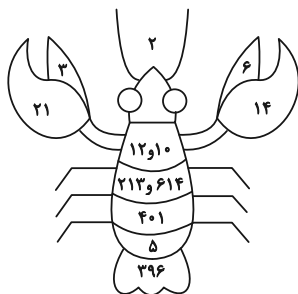
۲۶۳- گزینه ۱

(عمیر کنی)

ابتدا الگو را کشف می کنیم:



در این سؤال داریم:



$$\bigcirc = 401$$

پس:

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه ۱

(عمیر کنی)

$$\square + \blacksquare = 5 + 396 = 401$$

طبق پاسخ قبل

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۳»

(عمیر کنفی)

طبق پاسخ قبل، عددهای  $\triangle$ ،  $\blacktriangle$  و  $\nabla$  برابرند با:

$$\triangle = ۱۲, \blacktriangle = ۱۰$$

$$\nabla = ۲۱۳, \blacktriangledown = ۶۱۴$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه ۳»

(فاطمه اسخ)

در الگوی صورت سؤال، سه طرح اصلی هست که در هر مرحله به ترتیب از چپ به راست یک شکل مشابه ولی رنگی به یکی از آن طرح‌ها اضافه می‌شود:



و حالا در ادامه باید داشته باشیم:

که در گزینه ۳» هست.

(الگوی فظی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۲»

(فاطمه اسخ)

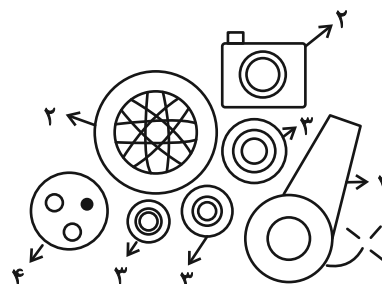
در هر ردیف از الگو، هر شکلی هست. به دو حالت رنگی و بی‌رنگ هست. پس در ردیف نخست هم به جای علامت سؤال باید دایره بی‌رنگ و مثلث رنگی قرار بگیرد.

(الگوی فظی، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۳»

(فاطمه اسخ)

دایره‌های شکل صورت سؤال:



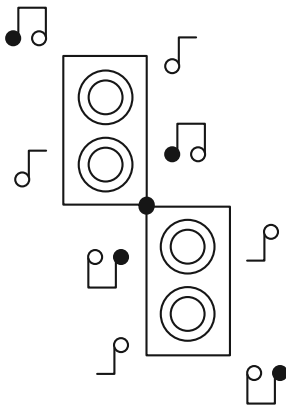
$$۴ + (۳ \times ۳) + (۳ \times ۲) = ۴ + ۹ + ۶ = ۱۹$$

(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۲»

(عمیر کنفی)

تقارن نقطه‌ای در شکل صورت سؤال به معنای دوران  $۱۸۰^\circ$  درجه است:

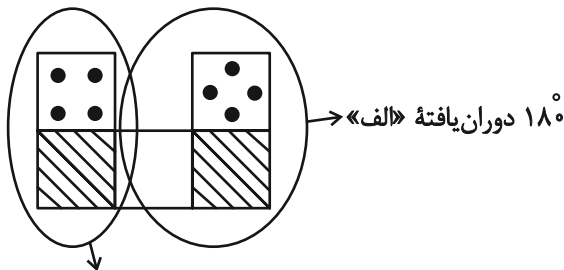


(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۲»

(فرزاد شیرمحمدلی)

شکل صورت سؤال:



۱۸۰ دوران یافته «د»

(جزء‌یابی، هوش غیرکلامی)