

آزمون تعیین سطح ۲۰ تیر ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

تعداد کل سوالات: ۹۰ سوال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵
ریاضی ۱	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
هندسه ۲	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
آمار و احتمال	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
هندسه ۱	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
فیزیک ۲	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
فیزیک ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
شیمی ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
شیمی ۱	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
مجموع	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۱ و ریاضی ۱	کاظم اجلائی - رضا اسلامی - علی آزاد - افشین خاصه خان - سجاد داوطلب - زهره رامشینی - علی شهبازی - حمید علیزاده - احسان غنی زاده - مصطفی محمدی کوثر - امیر محمودیان - میلاد منصوری - احمد مهربانی - جهانخش نیکنام - پدرام نیکوکار
هندسه و آمار و احتمال	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - محمد بحیرایی - محسن بهرام پور - رضا توکلی - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - محمد خندان - سوگند روشنی - محمد صحت کار - فرشاد فرامرزی - احمد رضا فلاح - امیر محمد کریمی محمد کریمی - سید سروش کریمی مداحی - نصیر محبی نژاد - مهدی نیک زاد - امیر وفائی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک	سعید اردم - علیرضا امینی - عبدالرضا امینی نسب - شهرام آزاد - محمد بهلولی - حمید زرین کفش - مهدی زمان زاده - بهنام شاهینی - سعید شرق معصومه شریعت ناصری - محمد رضا شریفی - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - علی گل محمدی رامشه - سعید منبری - محمد کاظم منشادی اشکان ولی زاده
شیمی	محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - مرتضی حسن زاده - یاسر راش - حسن رحمتی کوکنده - روزبه رضوانی - مبینا شرافتی پور رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - محمد پارسا فراهانی - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - سید محمد معروفی سالار ملکی - سید محمد رضا میرقائمی - امین نوروزی - سید رحیم هاشمی دهکردی - محمد وزیری

گروه علمی اختصاصی

نام درس	حسابان ۱ و ریاضی ۱	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرت کعبور زهره آقامحمدی	یاسر راش امیر حسین مسلمی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار سجاد سلیمی احسان میرزینلی	معصومه صنعت کار مهسا محمدنیا فرشته کمبرانی	پرهام مهر آرا مهدی صالحی	آرمان ستاری آتیلا ذاکری محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۶۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: کل کتاب

۱- حاصل عبارت $A = \frac{a^{11} + a^{10} + a^9 + \dots + a + 1}{a^9 + a^6 + a^3 + 1}$ ، به ازای $a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

۲- معادله $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = \sqrt{kx}$ جواب حقیقی دارد. چند مقدار طبیعی برای k قابل قبول نیست؟

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) ۲ (۴) ۱

۳- اگر $f(x) = \sqrt{x} - x^2$ ، دامنه تابع $f \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) یک (۲) دو

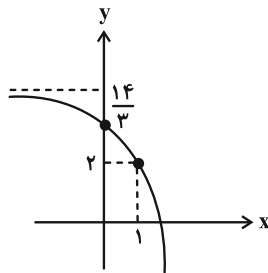
(۳) سه (۴) صفر

۴- اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x+1$ باشند، برد تابع $y = \left(\frac{f^{-1}}{g}\right)(x)$ کدام است؟

(۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[-1, 1]$

(۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[-1, +\infty)$

۵- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ است. $f(2)$ کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۱۶

(۳) -۲۲

(۴) -۷۶

محل انجام محاسبات

۶- اگر $a = \log_{18} 12$ ، $\log_{25} 5$ کدام است؟

$$\frac{1+2a}{2a+1} \quad (2) \qquad \frac{2+4a}{a+1} \quad (1)$$

$$\frac{1-2a}{2a+1} \quad (4) \qquad \frac{2-4a}{a+1} \quad (3)$$

۷- اگر $a = \frac{-\cos 14^\circ + 2\cos 23^\circ}{4\sin 23^\circ + \cos 13^\circ}$ باشد، مقدار $\tan 4^\circ$ کدام است؟

$$\frac{4a+1}{2-a} \quad (2) \qquad \frac{4a+3}{a+2} \quad (1)$$

$$\frac{a+6}{7a+5} \quad (4) \qquad \frac{2a+5}{a+1} \quad (3)$$

۸- اگر $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ باشد، مقدار $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$ کدام است؟

$$-\frac{3}{4} \quad (2) \qquad \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (4) \qquad \frac{1}{4} \quad (3)$$

۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + ax^2 + x + b}{x^2 - x - 2} = 1$ باشد، مقدار $2a + b$ کدام است؟

$$3 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

$$8 \quad (4) \qquad 6 \quad (3)$$

۱۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin 6x}{6x - \pi} & ; x > \frac{\pi}{6} \\ b[4 \sin x] + [-\frac{\pi}{x}] & ; x \leq \frac{\pi}{6} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{6}$ پیوسته است. حاصل $a - b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$-9 \quad (2) \qquad 7 \quad (1)$$

$$9 \quad (4) \qquad -7 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: کل کتاب

۱۱- در دنباله $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ داریم $a_7 = 5$: مجموع ارقام a_{17} کدام است؟

۱۱ (۱) ۱۹ (۲)

۱۲ (۳) ۱۷ (۴)

۱۲- بین دو عدد، چند واسطه هندسی با قدرنسبت ۵ درج کنیم تا بزرگترین واسطه ۳۱۲۵ برابر کوچکترین واسطه باشد؟

۸ (۱) ۷ (۲)

۶ (۳) ۵ (۴)

۱۳- اگر $30^\circ < x < 75^\circ$ و $\sin 2x = \frac{2m-1}{3}$ باشد، محدوده تغییرات m کدام است؟

$\frac{5}{4} < m \leq 2$ (۱) $\frac{5}{4} < m < 2$ (۲)

$-2 \leq m \leq -\frac{5}{4}$ (۳) $-2 < m < -\frac{5}{4}$ (۴)

۱۴- a, b, c ریشه‌های عدد حقیقی m هستند. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

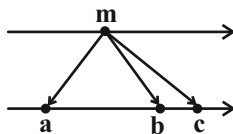
الف) a, b, c به ترتیب می‌توانند ریشه‌های دوم، سوم، چهارم m باشند.

ب) a و b می‌توانند ریشه‌های دوم و c ریشه چهارم m باشند.

پ) a, b, c می‌توانند به ترتیب ریشه‌های سوم، چهارم و ششم m باشند.

ت) a, b, c می‌توانند به ترتیب ریشه‌های چهارم، پنجم و سوم باشند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)



۱۵- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P = (2x-1)(ax^2 + 3x + b)$ به صورت $\frac{x}{P} \begin{array}{c|ccc} & -2 & & c \\ \hline & - & + & + \end{array}$ باشد، حاصل abc کدام است؟

۲ (۱) -۲ (۲)

۸ (۳) -۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۶- محور تقارن سهمی به معادله $y = ax^2 + 2x + 2$ در نقطه‌ای به عرض ۱، این سهمی را قطع می‌کند. اگر معادله سهمی را

به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ بنویسیم، مقدار $a+h$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲

(۳) -۲ (۴) ۱

۱۷- رابطه $\{(x+2, x^3), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

(۱) هیچ مقدار (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

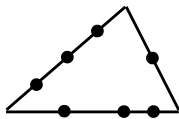
۱۸- تابع خطی $f(x) = (k^2 - 16)x^2 + \frac{12}{k-4}x + 9$ با دامنه $\mathbb{R} - [a, b]$ فقط از دو ناحیه دستگاه مختصات می‌گذرد. کم‌ترین مقدار

$b-a$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۴

(۳) ۶ (۴) ۲

۱۹- چند چهارضلعی محدب می‌توان ساخت که رئوس آن از هفت نقطه مشخص شده، روی اضلاع مثلث زیر باشند؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۲۴

(۴) ۲۷

۲۰- اگر ۵ نفر که دو نفر آن‌ها برادر هستند، به تصادف در یک ردیف کنار هم بنشینند، احتمال آن که یکی از دو برادر در ابتدای ردیف

و دیگری در انتهای ردیف باشد، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{10}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

۲۱- مساحت دایره محاطی شش ضلعی منتظمی به طول ضلع $4\sqrt{3}$ کدام است؟

(۴) 81π

(۳) 36π

(۲) 9π

(۱) 144π

۲۲- اگر طول کمان روبه‌رو به زاویه 30° در دایره $C(O, R)$ ، سه برابر طول کمان روبه‌رو به زاویه 60° در دایره $C'(O', R')$ باشد،

مساحت دایره C چند برابر مساحت دایره C' است؟

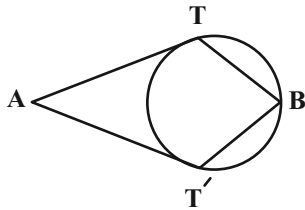
(۴) ۳۶

(۳) ۹

(۲) ۴

(۱) $\frac{9}{4}$

۲۳- در شکل زیر، دو مماس AT و AT' از نقطه A بر دایره رسم شده است. اگر $\widehat{B} = 2\widehat{A}$ و $BT = BT'$ باشد، اندازه زاویه ATB



کدام است؟

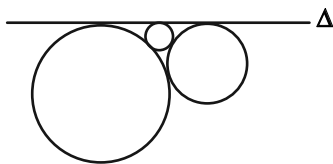
(۱) 108°

(۲) 114°

(۳) 120°

(۴) 126°

۲۴- در شکل زیر سه دایره دو به دو مماس بیرون هستند و خط Δ بر هر سه دایره مماس است. اگر شعاع دو دایره بزرگ‌تر به ترتیب



برابر ۱۸ و ۲ باشد، شعاع کوچک‌ترین دایره کدام است؟

(۲) $\frac{9}{8}$

(۱) $\frac{16}{81}$

(۴) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{16}{27}$

۲۵- در دوزنقه $ABCD$ ، $AB = 10$ ، $DC = 15$ و $AD = 7$ است. فاصله نقطه برخورد ساق‌های AD و BC از مرکز دایره گذرنده از

نقاط A و D به شعاع $\sqrt{30}$ چقدر است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۵

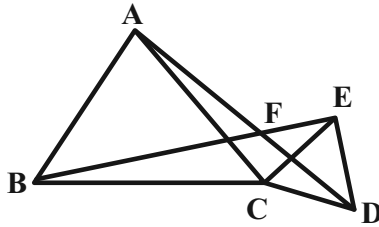
(۲) ۱۷

(۱) ۱۸

محل انجام محاسبات

۲۶- در شکل زیر مثلث‌های ABC و ECD متساوی‌الاضلاع هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد دو پاره‌خط AD و BE

درست است؟



(۱) BE دوران یافته AD به مرکز F و زاویه 60° است.

(۲) BE دوران یافته AD به مرکز F و زاویه 120° است.

(۳) BE دوران یافته AD به مرکز C و زاویه 120° است.

(۴) BE دوران یافته AD به مرکز C و زاویه 60° است.

۲۷- زاویه $\widehat{Oy} = 30^\circ$ مفروض است. روی نیم‌خط Ox ، نقطه A و روی نیم‌خط Oy ، نقطه B را به ترتیب به فاصله‌های ۲ و ۱ از O

در نظر می‌گیریم. اگر نقاط A' و B' ، تصویر نقاط A و B تحت تجانس به مرکز O و نسبت $k=3$ باشند، مساحت

چهارضلعی $AA'B'B$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۸- نقاط $A(2,2)$ و $B(7,6)$ در یک طرف خط d به معادله $8y + 2x - 3 = 0$ و نقطه متغیر M روی این خط مفروض‌اند. اگر

بخواهیم از نقطه A به نقطه M و سپس نقطه B برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر AMB کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $10\sqrt{2}$

۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\widehat{B} = 90^\circ$)، AD نیمساز زاویه داخلی A است. اگر $BD = 4$ و $CD = 6$ باشد، طول میانه BM کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{5}$

۳۰- در مثلث ABC با طول اضلاع $AB=17$ ، $AC=10$ و $BC=9$ ، عمود AH از A بر امتداد BC رسم شده است. طول

CH کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- با توجه به دامنه‌های داده شده، چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟

(الف) $(D = \mathbb{R}) \quad \frac{x}{2x+1} < \frac{1}{2}$

(ب) $(D = \mathbb{N}) \quad \frac{x^2-1}{x+1} = x-1$

(پ) $(D = \mathbb{R}) \quad x^2 + 2x + 2 \geq 0$

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- گزاره $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; p(x,y)$ ارزش درست دارد. کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

(۱) $x < y$ (۲) $x \leq y$ (۳) $y < x$ (۴) $y \leq x$

۳۳- سه مجموعه غیر تهی A ، B و C مفروض‌اند. اگر تعداد اعضای B دو واحد بیشتر از A ، تعداد اعضای $B \times C$ ، نصف تعداد

اعضای $A \times B$ و ۱۲ واحد کم‌تر از A^2 باشد، آن‌گاه مجموعه $A \times C$ چند عضو دارد؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۳۴- در آزمایش تصادفی پرتاب یک تاس، A پیشامد وقوع عددی مضرب ۳ است. چند پیشامد متمایز در فضای نمونه این آزمایش

تصادفی وجود دارد که با A ناسازگار باشد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۳۵- سه عدد به طور متوالی و بدون جای‌گذاری از مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه «عدد دوم < عدد

اول» و «عدد سوم < عدد اول» باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

۳۶- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال مشاهده هر عدد با مجموع شمارنده‌های طبیعی و فرد آن متناسب است. در پرتاب این تاس، احتمال رو شدن عددی اول کدام است؟

$$\frac{11}{17} \quad (1) \quad \frac{13}{17} \quad (2) \quad \frac{14}{19} \quad (3) \quad \frac{14}{17} \quad (4)$$

۳۷- یک جعبه با ۴ توپ سفید و ۲ توپ مشکی و یک جعبه دیگر با ۲ توپ سفید و ۲ توپ مشکی داریم. احتمال انتخاب هر جعبه متناسب با عکس تعداد مهره‌های داخل آن است. اگر یک جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره از آن برداریم، به چه احتمالی مهره خارج شده، مشکی است؟

$$\frac{2}{5} \quad (1) \quad \frac{13}{30} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{7} \quad (4)$$

۳۸- تاسی را به هوا پرتاب کرده و سپس به تعداد عدد ظاهر شده، سکه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم سکه ۳ بار رو آمده است، چقدر احتمال دارد تاس ۵ آمده باشد؟

$$\frac{1}{4} \quad (1) \quad \frac{5}{16} \quad (2) \quad \frac{3}{8} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

۳۹- میانگین داده‌های جدول مقابل کدام است؟

داده	۲	۶	۱۰	۱۴	۱۸	۲۲	۱۰/۵ (۱)
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱۵	a	۱۰/۸ (۲)
							۱۱/۲ (۳)
							۱۱/۶ (۴)

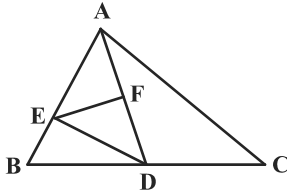
۴۰- انحراف معیار داده‌های $۱۰m, ۸m, ۶m, ۴m, ۲m$ برابر $۴\sqrt{3}$ است. ضریب تغییرات داده‌های $m^2 - ۱۴, m^2 + ۱۰, m^2 + ۴, m^2 - ۲, \sqrt{6}m$ کدام است؟ ($m > ۰$)

$$\frac{3\sqrt{15}}{4} \quad (1) \quad \sqrt{2} \quad (2) \quad \frac{3\sqrt{5}}{13} \quad (3) \quad \frac{2\sqrt{3}}{11} \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب

۴۱- در شکل زیر، F وسط AD، $AE = ۴BE$ و $۲BD = ۳CD$ ، مساحت مثلث DEF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۲) $\frac{۶}{۲۵}$

(۱) $\frac{۱}{۴}$

(۴) $\frac{۱}{۸}$

(۳) $\frac{۱}{۶}$

۴۲- مثلث ABC به طول اضلاع ۶، ۵ و ۵ با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر ۵۶ باشد، اندازه کوتاه ترین ارتفاع آن کدام است؟

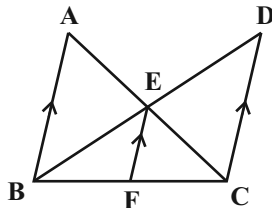
(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۱۴

(۱) ۱۲

۴۳- در شکل زیر، اگر $AB \parallel EF \parallel CD$ ، $EF = ۶$ و $۹S_{ABE} = ۴S_{CDE}$ باشد، طول $AB + ۲CD$ کدام است؟



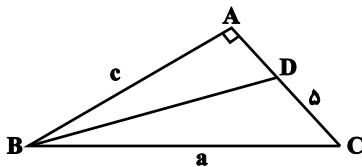
(۱) ۴۲

(۲) ۳۸

(۳) ۳۶

(۴) ۴۰

۴۴- در شکل زیر، BD نیمساز زاویه B است. اگر $a - c = ۴$ باشد طول AD کدام است؟



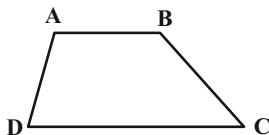
(۱) ۲

(۲) $\frac{۵}{۲}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{۹}{۲}$

۴۵- در دوزنقه ABCD، اگر $\hat{A} > \hat{C} + \hat{D}$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟



(۱) $DC > AD + AB$

(۲) $DC > AB + BC$

(۳) $DC > ۲AB$

(۴) $DC > ۲BC$

محل انجام محاسبات

۴۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه حاده آن برابر $\frac{22}{5}$ درجه و طول وتر آن برابر ۲ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۴۷- در یک چندضلعی شبکه‌ای، مجموع تعداد نقاط درونی و مرزی، دو برابر مساحت چندضلعی است. حداقل مساحت این چندضلعی

چقدر است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{2}{5}$

۴۸- اگر تعداد قطرهای یک $2n$ ضلعی محدب، از سه برابر مجموع تعداد قطرهای و اضلاع یک $(n+1)$ ضلعی محدب، ۵ تا بیشتر باشد،

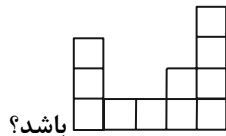
مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی کدام است؟

(۴) ۱۰۸۰

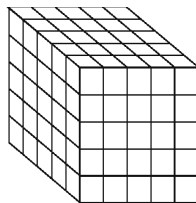
(۳) ۱۶۲۰

(۲) ۱۲۶۰

(۱) ۱۴۴۰



۴۹- در شکل زیر حداقل چه تعداد از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت باشد؟



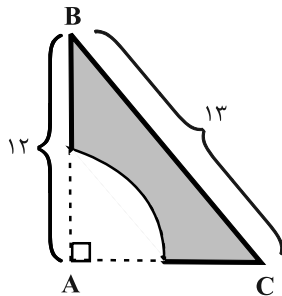
(۱) ۷۰

(۲) ۶۵

(۳) ۷۵

(۴) ۶۰

۵۰- حجم حاصل از دوران جسم زیر حول ضلع AB کدام است؟ (شعاع ربع دایره برابر ۲ واحد است.)



(۱) 92π

(۲) $\frac{280\pi}{3}$

(۳) 93π

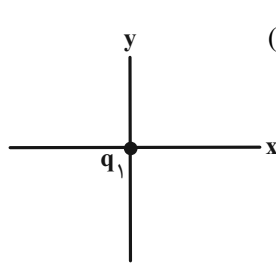
(۴) $\frac{284\pi}{3}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: کل کتاب

۵۱- مطابق شکل زیر، بار نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ روی مبدأ مختصات قرار دارد. بار نقطه‌ای $q_2 = -2\mu\text{C}$ را در کدام نقطه قرار دهیم تا بردار



نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 از طرف بار q_1 ، در SI برابر $\vec{F}_{12} = -10\vec{i}$ باشد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

(۲) $y = -3 \text{ cm}$

(۱) $y = 6 \text{ cm}$

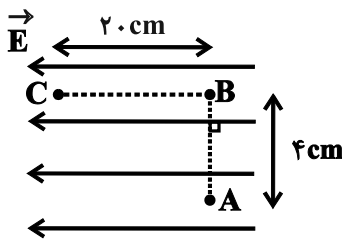
(۴) $x = 6 \text{ cm}$

(۳) $x = -6 \text{ cm}$

۵۲- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2\mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 3 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ابتدا از A تا B و

سپس از B تا C جابه‌جا می‌کنیم. بزرگی نیروی وارد بر بار q از طرف میدان الکتریکی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن در

کل این مسیر، به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



(۱) ۱۲ و ۶۰

(۲) ۱/۲ و ۶

(۳) ۱۲ و ۶۰

(۴) ۱/۲ و ۶

۵۳- حجم کره فلزی A، ۳۴۳ برابر حجم کره فلزی B است. برای آن که اندازه چگالی سطحی بار کره A، دو برابر اندازه چگالی

سطحی بار کره B باشد، اندازه بار توزیع شده روی کره A می‌بایست چند برابر اندازه بار توزیع شده روی کره B باشد؟ $(\pi = 3)$

(۲) ۶۸۶

(۱) ۱۴

(۴) ۹۸

(۳) $\frac{49}{2}$

محل انجام محاسبات

۵۴- در دمای ثابت و یکسان، مقاومت الکتریکی سیم A دو برابر مقاومت الکتریکی سیم B است. سیم A را به اختلاف پتانسیل ۱۶V

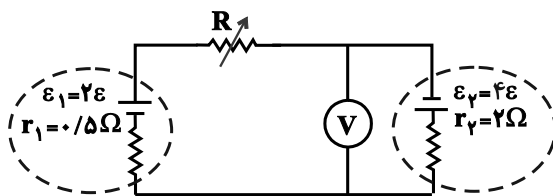
و سیم B را به اختلاف پتانسیل ۴V وصل می‌کنیم. اگر در یک مدت زمان معین، تعداد 5×10^{13} الکترون از هر مقطع سیم A

عبور کند، در همین مدت زمان، بار الکتریکی عبوری از هر مقطع سیم B چند میکروکولن است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۵۵- در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا چند اهم باشد تا ولت‌سنج آرمانی عدد صفر را نشان دهد؟



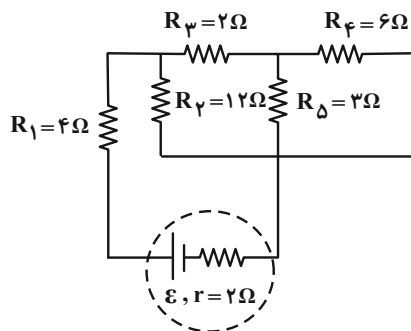
۰/۵ (۱)

۱ (۲)

۱/۵ (۳)

صفر (۴)

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر جریان عبوری از مقاومت R_F برابر با $0.5 A$ باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



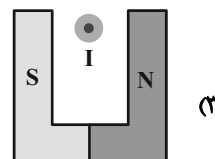
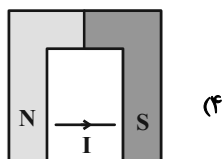
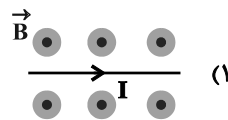
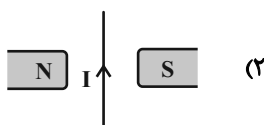
۲۸ (۱)

۳/۵ (۲)

۱۴ (۳)

(۴) قابل محاسبه نیست.

۵۷- در کدام گزینه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان الکتریکی صفر می‌باشد؟



۵۸- کدام گزینه درست است؟

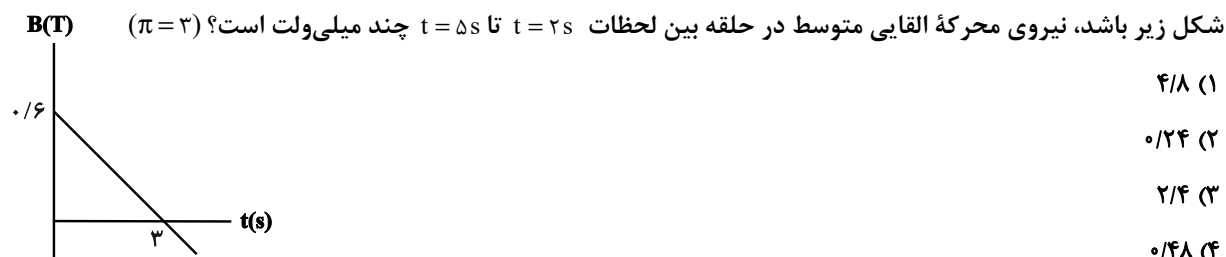
(۱) دارا بودن حوزه‌های مغناطیسی مربوط به مواد پارامغناطیسی است.

(۲) یکای میدان مغناطیسی در SI معادل با $\frac{N \cdot A}{m}$ است.

(۳) در مواد دیامغناطیسی، حضور میدان مغناطیسی خارجی باعث القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود.

(۴) اکسیژن و نقره به ترتیب جزو مواد دیامغناطیسی و پارامغناطیسی هستند.

۵۹- سطح حلقه‌ای به قطر ۴cm عمود بر خطوط میدان مغناطیسی متغیر با زمان \vec{B} قرار دارد. اگر تغییرات میدان مغناطیسی مطابق

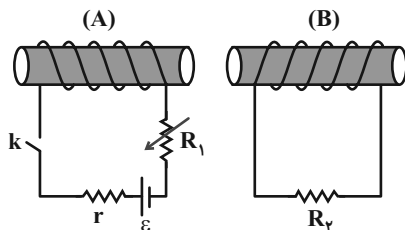


۶۰- مطابق شکل زیر، در چند مورد از حالت‌های ذکر شده جریان القایی در مقاومت R_2 به سمت راست است؟

حالت ۱: لحظه وصل کلید

حالت ۲: هنگامی که کلید وصل است، مقاومت R_1 کاهش یابد.

حالت ۳: هنگامی که کلید وصل است، سیم‌لوله B به سمت راست حرکت کند.



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

فیزیک ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۶۱- حاصل عبارت مقابل بر حسب pF (پیکوفاراد) در کدام گزینه درست بیان شده است؟

$$20\mu F - 500nF = ?$$

(۲) $1/95 \times 10^7$

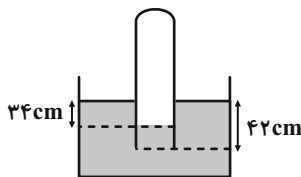
(۱) $19/5 \times 10^5$

(۴) $0/195 \times 10^9$

(۳) 195×10^8

۶۲- مطابق شکل زیر، لوله قائمی به صورت وارون تا عمق ۴۲ سانتی متری درون مایع ساکنی به چگالی $0/8 \frac{g}{cm^3}$ فرو برده شده است.

اگر فشار گاز محبوس درون لوله ۷۲cmHg باشد، فشار هوای بیرون چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)



(۱) ۷۴

(۲) ۷۰

(۳) ۷۲

(۴) ۷۶

۶۳- بال‌های هواپیما طوری طراحی شده‌اند که تندی هوا در زیر بال ... از بالای آن است. در نتیجه فشار هوای بالای بال ... از فشار

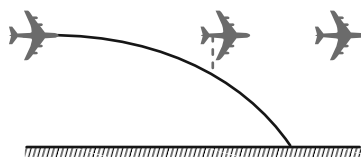
هوای زیر بال بوده و در نتیجه نیروی ... خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود. به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه مناسب

جاهای خالی می‌باشد؟

(۱) بیش‌تر - بیش‌تر - پایین‌تر (۲) بیش‌تر - کم‌تر - بالابر (۳) کم‌تر - کم‌تر - بالابر (۴) کم‌تر - بیش‌تر - پایین‌تر

۶۴- در شکل زیر، هواپیمایی که در ارتفاع ۹۰ متری از سطح زمین و با تندی افقی $15 \frac{m}{s}$ در حال پرواز است، بسته‌ای را برای کمک به

آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. اگر تنها نیروی مؤثر وارد بر بسته، نیروی وزن باشد، تندی بسته هنگام برخورد به زمین چند



متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۲) ۴۵

(۱) ۶۰

(۴) ۷۵

(۳) ۵۵

۶۵- جرم موتورسواری با موتورش ۳۷۳kg می‌باشد. اگر در مدت ۲۰ ثانیه تندی موتورسوار از $10 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ برسد، توان متوسط موتور

چند اسب بخار است؟ (از نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید و $1hp = 746W$)

(۴) ۱۰

(۳) ۷/۵

(۲) ۵

(۱) ۲/۵

محل انجام محاسبات

۶۶- اگر به یک مکعب فلزی توپُر به ضلع 20cm که از فلزی با چگالی $\frac{8}{3}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده است، 20kJ گرما دهیم، دمایش به اندازه

$2/5^\circ\text{C}$ افزایش می‌یابد. گرمای ویژه این فلز چند $\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}}$ است؟ (تغییر حالت رخ نمی‌دهد، چگالی ثابت فرض شود و اتلاف

انرژی هم نداریم.)

- (۱) $0/125$ (۲) $0/25$ (۳) $0/5$ (۴) 1

۶۷- 2kg آب 20°C را با 1kg یخ -10°C مخلوط می‌کنیم. در این صورت چند درصد از جرم یخ ذوب می‌شود؟

$$\left(c_{\text{آب}} = \frac{4200\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}, L_F = 336\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{یخ}} = \frac{2100\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \right)$$

- (۱) $56/25$ (۲) $37/5$ (۳) $43/75$ (۴) $62/5$

۶۸- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد همرفت صحیح نیست؟

(الف) انتقال گرما در مایعات و گازها که معمولاً عایق خوبی هستند، به روش همرفت انجام می‌شود.

(ب) انتقال گرما در روش همرفت، همراه با انتقال ماده است.

(پ) پدیده همرفت سبب وزش نسیم از دریا به خشکی در طول روز می‌شود.

(ت) گرم شدن هوای داخل اتاق به وسیله رادیاتور شوفاژ نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

- (۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1

۶۹- در حجم و دمای ثابت، فشار گاز کامل ...

(۱) فقط به جنس گاز بستگی دارد.

(۲) فقط به جرم گاز بستگی دارد.

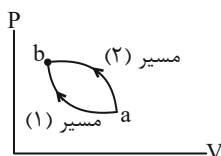
(۳) هم به جرم و هم جنس گاز بستگی دارد.

(۴) به جرم و جنس گاز بستگی ندارد و مقداری ثابت است.

۷۰- یک مول گاز آرمانی یک بار از مسیر (۱) و بار دیگر از مسیر (۲) از حالت معین a به حالت معین b رسیده است. در طی مسیر (۱)

گاز 250J گرما به محیط داده و محیط 420J کار بر روی گاز انجام داده است. اگر در طی مسیر (۲) گاز 280J گرما به محیط

داده باشد، گاز چند ژول کار بر روی محیط انجام داده است؟



(۱) 110

(۲) -110

(۳) 450

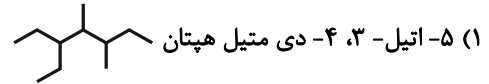
(۴) -450

محل انجام محاسبات

شیمی ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۷۱- نام کدام آلکان با فرمول ارائه شده برای آن مطابقت دارد؟



۷۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دمای یک ماده، کمیتی است که میزان سردی یا گرمی یک جسم را نشان می‌دهد.

(۲) در تمامی فرایندهای گرماده، گرما از سامانه به محیط جریان می‌یابد.

(۳) افزایش دمای یک نمونه ماده موجب افزایش جنب و جوش ذرات آن می‌شود.

(۴) دما ویژگی مشترک همه حالت‌های ماده است که وجود جنبش‌های منظم ذرات ماده را نشان می‌دهد.

۷۳- اسید سازنده استر موجود در،، الکل سازنده استر موجود در

(۱) موز- همانند - آناناس - ۸ جفت الکترون پیوندی دارد.

(۲) سیب - همانند - موز - ۷ پیوند $\text{C}-\text{H}$ دارد.

(۳) آناناس - برخلاف - سیب - به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(۴) موز - برخلاف - آناناس - دارای ۲ اتم کربن است.

۷۴- چند ایزومر برای ماده‌ای با فرمول مولکولی $\text{C}_8\text{H}_{16}\text{O}$ که دارای حلقه بنزنی بوده و پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد، می‌توان در نظر گرفت؟

۶ (۴)

۵ (۳)

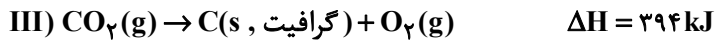
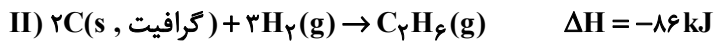
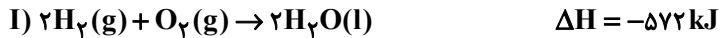
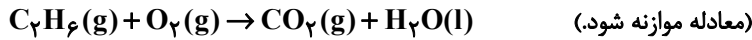
۴ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۵- با توجه به واکنش‌های داده شده، گرمای حاصل از سوختن کامل ۱۱۲۰ میلی لیتر گاز اتان در شرایط استاندارد به تقریب دمای چند

گرم فلز آلومینیم را می‌تواند 80°C افزایش دهد؟ $(c_{\text{Al}} = 0.9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1})$



۲۱۶/۶ (۴)

۱۰۸۳ (۳)

۲۱۶۶ (۲)

۱۰۸/۳ (۱)

۷۶- اگر ظرفیت گرمایی ۲۰۰ گرم اتانول برابر $486 \text{ J} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ باشد، با $19/44$ کیلوژول گرما، دمای چند لیتر اتانول با چگالی

$0.8 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ از 30°C به 25°C می‌رسد؟

۲ (۴)

۱/۶ (۳)

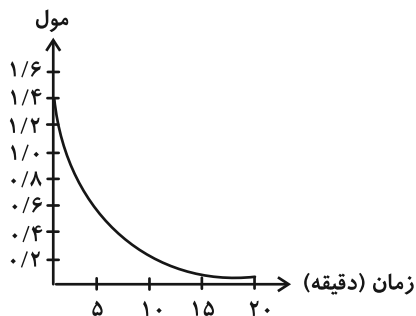
۰/۲ (۲)

۰/۱۶ (۱)

۷۷- نمودار زیر تغییرات مقدار مول $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ در واکنش زیر را نشان می‌دهد. چند دقیقه پس از آغاز واکنش مقدار گاز گوگرد تری

اکسید تولید شده برابر با ۱۶۰ لیتر می‌شود؟ (چگالی گوگرد تری اکسید در شرایط آزمایش را برابر $1/8 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ را در نظر بگیرید.)

$(\text{S} = 32, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$



۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۸- در واکنش فرضی $2A + 3B \rightarrow 4C$ ، اگر سرعت متوسط مصرف ماده B از ابتدا تا پایان واکنش برابر $2/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد و

مقدار اولیه ماده A برابر با $78/72$ گرم باشد، انجام شدن کامل این واکنش چند ثانیه طول می کشد؟ ($A = 41: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷۲ (۱)

۴۸ (۲)

۳۶ (۳)

۳۲ (۴)

۷۹- چند مورد از مطالب زیر درست اند؟ ($H=1, C=12, F=19: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(آ) درصد جرمی کربن در مونومر سازنده تفلون برابر ۲۴ درصد می باشد.

(ب) مجموع شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در ساختار ساده ترین الکل و ساده ترین آمین یکسان است.

(پ) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل ها نیروی واندروالسی بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و انحلال پذیری الکل در آب افزایش می یابد.

(ت) نسبت شمار اتم های کربن به هیدروژن در سیانواتن، بنزن و استیرین یکسان است.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۸۰- از سوختن کامل ۱۱۲ لیتر مخلوط گازی شامل CH_4 و H_2 در شرایط STP، 1744 kJ گرما آزاد می شود. نسبت مولی $\frac{\text{CO}_2}{\text{H}_2\text{O}}$ در

مخلوط نهایی به تقریب کدام است؟ (ارزش سوختی متان و هیدروژن به ترتیب برابر ۵۶ و ۱۴۴ کیلوژول بر گرم است.)

۰/۱۱ (۱)

۰/۰۹ (۲)

۱/۱ (۳)

۰/۹ (۴)

محل انجام محاسبات

شیمی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۸۱- در کدام گزینه، تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در گونه داده شده و چگونگی جهت‌گیری آن در میدان الکتریکی به

درستی بیان شده است؟

- (۱) NH_3 : ۳ جفت، جهت‌گیری می‌کند.
- (۲) CH_4 : ۴ جفت، جهت‌گیری نمی‌کند.
- (۳) CO_2 : ۴ جفت، جهت‌گیری می‌کند.
- (۴) CO : ۲ جفت، جهت‌گیری می‌کند.

۸۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آرایش الکترونی $1s^2$ را فقط می‌توان به یک یون پایدار نسبت داد.
- (۲) شمار الکترون‌های جفت شده در آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصرهای گروه ۲ و ۱۶ برابر است.
- (۳) تفاوت مجموع عدد کوانتومی فرعی الکترون‌ها در دو اتم ^{32}Ge و ^{65}Zn برابر با تفاوت عدد اتمی آن‌ها است.
- (۴) شمار الکترون‌های زیرلایه با بزرگ‌ترین عدد کوانتومی فرعی در دو اتم ^{25}Mn و ^{24}Cr یکسان نیست.

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در جدول دوره‌ای عنصرها، در هر خانه علاوه بر نماد هر عنصر، عدد اتمی و عدد جرمی آن نیز گزارش می‌شود.
- (۲) تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصر X ۳۳، برابر با تعداد الکترون‌های $I=2$ در عنصر Y ۴۴ است.
- (۳) رنگ شعله ترکیب‌های سدیم، لیتیم و مس به ترتیب زرد، سرخ و سبز است که فقط باریکه بسیار کوتاهی از گستره طیف‌های الکترومغناطیسی را دربرمی‌گیرد.
- (۴) الکترون‌ها در اتم برانگیخته، هنگام بازگشت به حالت پایه، نوری با طول موج معین نشر می‌کند.

محل انجام محاسبات

۸۴- با توجه به جدول داده شده جرم مولی ترکیب XAY چند amu است؟

6A	1Y	2Y	6X	2X	ایزوتوپ
۱۰۰	۹۹/۹۸	۰/۰۲	۶	۹۴	درصد فراوانی

(۱) ۲۳/۹۴

(۲) ۲۴/۰۰

(۳) ۲۴/۹۴

(۴) ۲۴/۰۶

۸۵- مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه یک اتم برابر با ۴ است. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر در

مورد این عنصر به‌طور قطع نادرست است؟

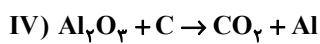
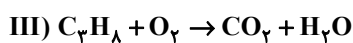
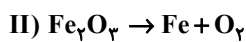
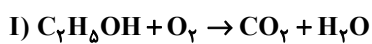
(۱) تمامی اتم‌ها دارای بزرگ‌ترین شعاع در بین عنصرهای هم‌دوره خود هستند.

(۲) می‌تواند با عنصر ${}_{31}Ga$ هم‌گروه و با ${}_{15}P$ هم‌دوره باشد.

(۳) می‌تواند آخرین عنصر در جدول دوره‌ای باشد که فاقد الکترونی با $I=1$ است.

(۴) امکان تشکیل پیوندهای یونی با اتم‌های دیگر را دارد.

۸۶- مجموع ضرایب فراورده‌ها در کدام واکنش پس از موازنه متفاوت است؟



II (۴)

I (۳)

III (۲)

IV (۱)

محل انجام محاسبات

۸۷- همه عبارت‌های زیر صحیح‌اند، به جز:

(۱) سنگین‌ترین ذره زیراتمی، ذره‌ای بدون بار است.

(۲) یکای جرم اتمی، معادل $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن-۱۲ است.

(۳) جرم اتمی هیدروژن به‌طور دقیق برابر ۱amu است.

(۴) به کمک دستگاه طیف‌سنج جرمی، جرم اتم‌ها با دقت زیاد اندازه‌گیری می‌شود.

۸۸- عنصر X واقع در دوره و گروه جدول دوره‌ای، در لایه ظرفیت خود الکترون دارد و یون پایدار را در ترکیب‌های یونی تشکیل می‌دهد.

(۱) سوم-۱۳ - سه- X^{2+} (۲) چهارم-۸ - هشت- X^{2+}

(۳) سوم-۱۵ - پنج- X^{3+} (۴) چهارم-۱۳ - سه- X^{3-}

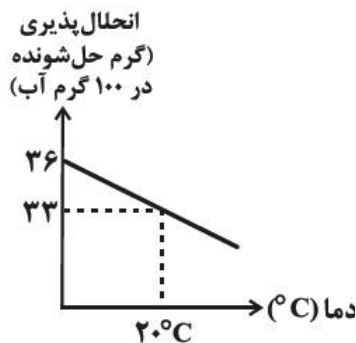
۸۹- یک دستگاه تصفیه آب آشامیدنی با بازدهی ۵۰٪، ۹۰۰ لیتر آب شهری که غلظت یون نیترات در آن ۱۰۰ppm است را چندبار

باید تصفیه کند تا غلظت یون نیترات به ۳/۱۲۵ppm برسد؟ (چگالی آب = 1 g.mL^{-1} , $N = 14$, $O = 16$)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۹۰- با توجه به نمودار زیر، اگر ۶/۲۶ محلول سیرشده لیتیم سولفات را از دمای 20°C تا دمای 70°C گرم کنیم، کدام مورد رخ

می‌دهد؟



(۱) یک محلول سیرنشده تهیه می‌شود که می‌توان ۲/۷ گرم لیتیم سولفات

دیگر در آن حل کرد.

(۲) یک محلول سیرنشده تهیه می‌شود که می‌توان ۱/۵ گرم لیتیم سولفات

دیگر در آن حل کرد.

(۳) ۲/۷ گرم رسوب تشکیل می‌شود.

(۴) ۱/۵ گرم رسوب تشکیل می‌شود.

محل انجام محاسبات



دفترچه پاسخ

آزمون تعیین سطح ۲۰ تیر ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۱ و ریاضی ۱	کاظم اجلائی-رضا اسلامی-علی آزاد-افشین خاصه-خان-سجاد داوطلب-زهره رامشینی-علی شهبازی-حمید عزیزاده-احسان غنی زاده-مصطفی محمدی کوثر-امیر محمودیان-میلاذ منصوری-احمد مهربانی-جهانبخش نیکنام-پدرام نیکوکار	
هندسه و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-محمد بحیرایی-محسن بهرام پور-رضا توکلی-جواد حاتمی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-محمد خندان-سوگند روشنی-محمد صحت کار-فرشاد فرامرزی-احمد رضا فلاح-امیرمحمد کریمی - محمد کریمی سیدسروش کریمی مداحی-نصیر محبی نژاد-مهدی نیک زاد-امیر وفائی-سرژ یقیا زاریان تبریزی	
فیزیک	سعید اردم-علیرضا امینی-عبدالرضا امینی-نسب-شهرام آزاد-محمد بهلولی-حمید زرین کفش-مهدی زمان زاده-بهنام شاهینی-سعید شرق معصومه شریعت ناصری-محمد رضا شریفی-پوریا علاقه مند-مصطفی کیانی-علی گل محمدی رامشه-سعید منبری-محمد کاظم منشادی-اشکان ولی زاده	
شیمی	محمد رضا پور جاوید-امیر حاتمیان-مرتضی حسن زاده-یاسر راش-حسن رحمتی گوکنده-روزبه رضوانی-مبینا شرافتی پور-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محمد یار سا-فراهانی-حسن لشکری-محمد حسن محمدزاده-مقدم-سید محمد معروفی-سالار ملکی-سید محمد رضا میرقائمی-امین نوروزی-سید رحیم هاشمی دهکردی-محمد وزیری	

گروه علمی اختصاصی

نام درس	حسابان ۱ و ریاضی ۱	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش امیرحسین مسلمی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستند	معصومه صنعت کار سجاد سلیمی احسان میرزینلی	معصومه صنعت کار مهسا محمدنیا فرشته کمبرانی	پرهام مهر آرا مهدی صالحی	ارمان ستاری آتیلا ذاکری محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۱»

(سراسری ریاضی - ۹۳)

صورت و مخرج کسر، مجموع جملات دو دنباله هندسی هستند.

$$A = \frac{a^{11} + a^{10} + a^9 + \dots + a + 1}{a^9 + a^6 + a^3 + 1} \quad \begin{matrix} t_1=1, r_1=a \\ t_2=1, r_2=a^3 \end{matrix} = \frac{\frac{1(1-a^{12})}{1-a}}{\frac{1(1-(a^3)^4)}{1-a^3}}$$

$$= \frac{1-a^{12}}{1-a} = \frac{(1-a)(1+a+a^2)}{1-a} = 1+a+a^2$$

با توجه به این که $a = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ داریم:

$$2a+1 = \sqrt{5} \rightarrow (2a+1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 4a + 1 = 5 \Rightarrow 4(a^2 + a) = 4 \Rightarrow a^2 + a = 1$$

بنابراین حاصل عبارت A برابر است با: $A = a^2 + a + 1 = 1 + 1 = 2$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۴ تا ۶)

گزینه «۱»

(اخشین فاضلان)

برای اینکه معادله جواب داشته باشد، باید $k > 0$ باشد، زیرا در غیر این صورت بر اساس دامنه متغیر x، معادله جواب نخواهد داشت. حال برای $k > 0$ داریم:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{k}\sqrt{x} - \sqrt{x} = (\sqrt{k}-1)\sqrt{x}$$

$$x+1 = (\sqrt{k}-1)^2 x \Rightarrow ((\sqrt{k}-1)^2 - 1)x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{(\sqrt{k}-1)^2 - 1}$$

دامنه جواب بازه $[0, +\infty)$ است، پس جواب بالا باید نامنفی باشد:

$$\Rightarrow (\sqrt{k}-1)^2 > 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{k}-1 > 1 \Rightarrow \sqrt{k} > 2 \Rightarrow k > 4 \\ \sqrt{k}-1 < -1 \Rightarrow \sqrt{k} < 0 \end{cases}$$

حدود $k > 4$ قابل قبول است و ۴ مقدار طبیعی برای k قابل قبول نیست. (حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه «۲»

(امسان غنی زاره)

با توجه به تعریف دامنه تابع fof داریم:

$$D_{fof} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\}$$

$$f(x) = \sqrt{x} - x^2 \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{fof} = \begin{cases} 1) x \in [0, +\infty) \\ 2) \sqrt{x} - x^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq x^2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_{fof} = [0, 1]$$

پس دامنه fof شامل ۲ عدد صحیح است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

گزینه «۴»

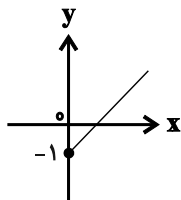
(عمیر عزیزاره)

$$f(x) = \sqrt{x+1} = y \Rightarrow x+1 = y^2 \Rightarrow x = y^2 - 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 1$$

برد تابع f، دامنه f^{-1} است، پس چون $\sqrt{x+1} \geq 0$ است، پس دامنه $f^{-1}(x) = x^2 - 1$ برابر $x \geq 0$ می‌باشد.

$$y = \frac{f^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = x-1, x \geq 0$$



$$\Rightarrow R_y = [-1, +\infty)$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۵۴ تا ۶۶)

گزینه «۳»

(پررام نیکوکار)

تابع $f(x) = 5 - 3ax + b$ از نقاط $(0, \frac{14}{3})$ و $(1, 2)$ عبور می‌کند. بنابراین با جای گذاری این نقاط در تابع، مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$f(0) = \frac{14}{3} \Rightarrow 5 - 3b = \frac{14}{3} \Rightarrow 3b = \frac{1}{3} \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow 5 - 3a - 1 = 2 \Rightarrow 3a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 5 - 3x - 1 \Rightarrow f(2) = 5 - 3 \cdot 2 = 5 - 6 = -1$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

گزینه «۳»

(رضا اسلامی)

ابتدا عدد خواسته شده را ساده تر می‌نویسیم:

$$\log_6 20 / 25 = \log_6 \frac{1}{4} = \log_{2 \times 3} 2^{-2} = -2 \log_{2 \times 3} 2$$

$$= \frac{-2}{\log_2 2 \times \log_3 3} = \frac{-2}{1 + \log_2 3}$$

از فرض داده شده، مقدار $\log_2 3$ را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\log 12}{\log 18} = \frac{2 \log 2 + \log 3}{\log 2 + 2 \log 3}$$

صورت و مخرج را بر $\log 2$ تقسیم می‌کنیم:

$$a = \frac{2 + \log_2 3}{1 + 2 \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2-a}{2a-1}$$

پس جواب برابر است با:

$$\log_6 20 / 25 = \frac{-2}{1 + \log_2 3} = \frac{-2}{1 + \frac{2-a}{2a-1}} = \frac{-2(2a-1)}{a+1} = \frac{2-4a}{a+1}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)



۷- گزینه «۲»

(میلاد منموری)

$$\cos 140^\circ = \cos(180^\circ - 40^\circ) = -\cos 40^\circ$$

$$\cos 23^\circ = \cos(270^\circ - 40^\circ) = -\sin 40^\circ$$

$$\sin 23^\circ = \sin(270^\circ - 40^\circ) = -\cos 40^\circ$$

$$\cos 13^\circ = \cos(90^\circ + 40^\circ) = -\sin 40^\circ$$

عبارت مفروض به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\cos 40^\circ - 2\sin 40^\circ}{-4\cos 40^\circ - \sin 40^\circ} = a \rightarrow \frac{1 - 2\tan 40^\circ}{-4 - \tan 40^\circ} = a$$

$$\Rightarrow 1 - 2\tan 40^\circ = -4a - a\tan 40^\circ \Rightarrow (a - 2)\tan 40^\circ = -4a - 1$$

$$\Rightarrow \tan 40^\circ = \frac{4a + 1}{2 - a}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۲»

(علی آزار)

با توجه به رابطه داده شده خواهیم داشت:

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2\left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x\right)$$

$$= 2\left(\sin \frac{\pi}{6} \sin x + \cos \frac{\pi}{6} \cos x\right) = 2\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 2\left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x\right)$$

$$= 2\left(\cos \frac{\pi}{3} \cos 2x + \sin \frac{\pi}{3} \sin 2x\right) = 2\left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$= 2\cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right)$$

بر اساس رابطه $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ خواهیم داشت:

$$2\cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) = 2\left(2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1\right) = 2\left(2 \times \frac{5}{16} - 1\right) = -\frac{3}{4}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- گزینه «۴»

(علی آزار)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + ax^2 + x + b}{x^2 - x - 2} = 1$$

با توجه به اینکه حد مخرج کسر صفر می‌باشد، می‌بایست $x = -1$ ریشه صورت کسر نیز باشد.

$$2(-1)^3 + a(-1)^2 + (-1) + b = 0 \Rightarrow a + b = 3$$

$$\frac{2x^3 + ax^2 + x + b}{2x^3 + (a-2)x + (3-a)}$$

$$\frac{-(2x^3 + 2x^2)}{(a-2)x^2 + x + b}$$

$$\frac{-((a-2)x^2 + (a-2)x)}{(3-a)x + b}$$

$$\frac{-((3-a)x + (3-a))}{a + b - 3} = 0$$

$$a + b - 3 = 0$$

$$a + b - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + ax^2 + x + b}{x^2 - x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x^2 + (a-2)x + (3-a))}{(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{2-a+2+3-a}{-3} = 1 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow 2a + b = 8$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- گزینه «۴»

(کالظم اجمالی)

مقدار تابع و حدود چپ و راست را حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = b\left[\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}\right] + \left[-\frac{\pi}{6}\right] = \frac{1}{2}b - \frac{\pi}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} \left(b\left[\frac{1}{2} \sin x\right] + \left[-\frac{\pi}{x}\right] \right) = b - \gamma$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{a \sin 6x}{6x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{a \sin(\pi - 6x)}{-(\pi - 6x)} = -a$$

پس برای پیوستگی در $x = \frac{\pi}{6}$ ، سه مقدار بالا باید برابر باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}b - \frac{\pi}{6} = b - \gamma \Rightarrow b = -1 \\ b - \gamma = -a \Rightarrow a = 8 \end{cases} \Rightarrow a - b = 9$$

توجه: همواره $\sin \theta = \sin(\pi - \theta)$ برقرار است.

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)



ریاضی ۱

گزینه ۱

(مصطفی مومنی کوثر)

برای $n = 2$ داریم $a_2 = a_{2-1} + 2(2) - 1$ که $a_2 = 2$ را نتیجه می‌دهد.
 برای $n = 3$ داریم $a_3 = a_{3-1} + 2(3) - 1$ که $a_3 = 10$ را نتیجه می‌دهد.
 برای $n = 4$ داریم $a_4 = a_{4-1} + 2(4) - 1$ که $a_4 = 17$ را نتیجه می‌دهد.
 با توجه به جملات دنباله $2, 5, 10, 17, \dots$ متوجه می‌شویم جملات دنباله $a_n = n^2 + 1$ را نمایش می‌دهد که $a_{17} = 17^2 + 1$ است که $a_{17} = 290$ را نتیجه می‌دهد که جمع ارقام آن برابر ۱۱ می‌باشد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

گزینه ۳

(امیر مهربانی)

$$a_1, \frac{a_2}{r}, \frac{a_3}{r^2}, \dots, \frac{a_n}{r^{n-1}}, \frac{a_{n+1}}{r^n}, \frac{a_{n+2}}{r^{n+1}}$$

n تا واسطه هندسی

$$\frac{a_{n+1}}{a_1} = \frac{a_1 r^n}{a_1} = r^n = 3125 = 5^5$$

$$\frac{r=5}{n-1=5} \Rightarrow n=6$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

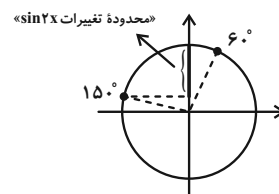
گزینه ۱

(سپار داوطلب)

$$30^\circ < x < 75^\circ \xrightarrow{\times 2} 60^\circ < 2x < 150^\circ$$

با توجه به دایره مثلثاتی، وقتی از زاویه 60° تا 150° درجه را طی می‌کنیم

حدود مقادیر $\sin 2x$ بازه $[\frac{1}{2}, 1]$ است.



$$60^\circ < 2x < 150^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin 2x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2m-1}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2} < 2m-1 \leq 3$$

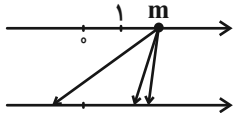
$$\xrightarrow{+1} \frac{5}{2} < 2m \leq 4 \xrightarrow{+2} \frac{5}{4} < m \leq 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

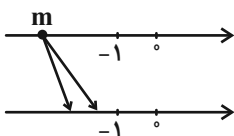
گزینه ۳

(امیر مومنیان)

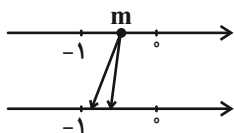
اگر $m > 1$ ، همه ریشه‌هایش از خودش کوچک‌تر خواهند بود:



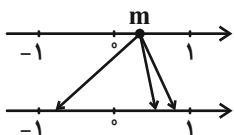
اگر $m < -1$ ، ریشه زوج ندارد و ریشه‌های فرد عدد m نیز از خود عدد، بزرگ‌تر خواهند بود:



اگر $-1 < m < 0$ ، ریشه زوج ندارد و ریشه‌های فرد عدد m نیز از خود عدد، کوچک‌تر خواهند بود:



اما $0 < m < 1$ ، دو ریشه زوج دارد که یکی مثبت و دیگری منفی است. ریشه‌های مثبت از خود عدد بزرگ‌ترند:



بنابراین با توجه به شکل داده شده در سؤال، $0 < m < 1$ است و a ریشه زوج و منفی عدد m است. برای $0 < m < 1$ داریم:

$$m < \sqrt{m} < \sqrt[3]{m} < \sqrt[4]{m} < \dots$$

پس موارد «پ» و «ت» قطعاً نادرست است و بقیه موارد می‌توانند درست باشند. (ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیری: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸)

گزینه ۲

(حمید علیزاده)

چون در دو طرف $x = -2$ تغییر علامت وجود دارد، پس $x = -2$ ریشه ساده عبارت P است و باید عبارت $ax^2 + 3x + b$ را صفر کند. همچنین چون در دو طرف $x = c$ تغییر علامتی وجود ندارد، پس ریشه مضاعف عبارت P است و باید ریشه عبارت $ax^2 + 3x + b$ با ریشه عبارت $2x - 1$ یعنی $x = \frac{1}{2}$ یکسان باشد. پس $x = \frac{1}{2}$ نیز باید عبارت

$$ax^2 + 3x + b = 0 \text{ را صفر کند.} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x=-2 \rightarrow 4a+b=6 \\ x=\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}a+b=-\frac{3}{4} \end{array} \right\} \text{ازحل دستگاه} \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow abc = (2)(-2)(\frac{1}{2}) = -2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)



۱۶- گزینه «۱»

(عمید علیزاده)

طبق گفته مسأله، عرض رأس سهمی برابر ۱ است. پس:

$$y_s = \frac{fac - b^2}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{4a - 4}{4a} = 1 \Rightarrow 4a - 4 = 4a$$

$$\Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$y = x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x + 1) + 1 = (x+1)^2 + 1$$

$$a = 1, h = -1, k = 1 \Rightarrow a + h = 0$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۷- گزینه «۲»

(امیر مهوریان)

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x + 2$ وجود دارد. پس برای تابع شدن رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \text{ یا } x = 2$$

به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2, 0), (0, 0), (2, 0), (2, 0)\}$$

تابع است.

به ازای $x = -1$:

$$\{(1, -1), (1, 1), (1, -1), (4, -1)\}$$

تابع نیست.

به ازای $x = 2$:

$$\{(4, 8), (-2, 4), (4, 8), (-2, 2)\}$$

تابع نیست.

پس تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۸- گزینه «۳»

(میانفش نیکنام)

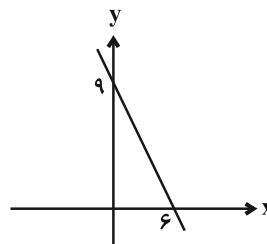
تابع خطی است، پس ضریب x^2 باید صفر باشد:

$$k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

اما $k = 4$ غیر قابل قبول است، زیرا مخرج ضریب x را صفر می‌کند.

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + 9$$

نمودار این خط به صورت زیر است:



برای اینکه f با دامنه $\mathbb{R} - [a, b]$ فقط از دو ربع دستگاه مختصات عبور کند، باید قسمتی را که نمودار تابع f در ربع اول قرار دارد، حذف کنیم. یعنی باید $a \leq 0$ و $b \geq 6$ باشد. پس کم‌ترین مقدار $b - a$ زمانی رخ می‌دهد که $a = 0$ و $b = 6$ باشد:

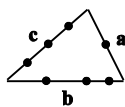
$$(b - a)_{\min} = 6$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

۱۹- گزینه «۴»

(علی شهبازی)

در کل سه حالت برای تشکیل یک چهارضلعی محدب وجود دارد که عبارتند از:



حالت (۱): یک رأس از ضلع a ، یک رأس از ضلع b و دو رأس از

$$\binom{1}{1} \binom{3}{1} \binom{3}{2} = 9$$

ضلع c انتخاب شود:

حالت (۲): یک رأس از ضلع a ، دو رأس از ضلع b و یک رأس از

$$\binom{1}{1} \binom{3}{2} \binom{3}{1} = 9$$

ضلع c انتخاب شود:

حالت (۳): دو رأس از ضلع b و دو رأس از ضلع c انتخاب شود:

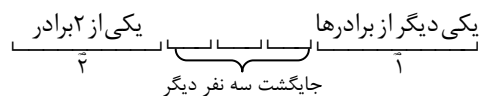
$$\binom{3}{2} \binom{3}{2} = 9$$

بنابراین تعداد چهارضلعی‌های محدب حاصل برابر است با: $9 + 9 + 9 = 27$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۰- گزینه «۴»

(زهره رامشینی)



$$n(A) = 2 \times 3! \times 1 = 12$$

تعداد حالات مطلوب

$$n(S) = 5!$$

جایگشت بین ۵ نفر

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

هندسه ۲

گزینه ۳» ۲۱-

(امیرحسین ابومصوب)

طول هر ضلع n ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع r از رابطه

$$a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n}$$

و $n = 6$ بنا بر این با فرض $a = 4\sqrt{3}$ داریم:

$$4\sqrt{3} = 2r \times \tan 30^\circ \Rightarrow 2\sqrt{3} = r \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = 6$$

$$S = \pi r^2 = 36\pi$$

(هندسه ۲- دایره؛ تمرین ۷ صفحه ۳۰)

گزینه ۴» ۲۲-

(امیرحسین ابومصوب)

اگر طول کمان روبه‌رو به زاویه 30° در دایره C را با L و طول کمان

روبه‌رو به زاویه 60° در دایره C' را با L' نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\frac{\pi R \times 30^\circ}{180^\circ}}{\frac{\pi R' \times 60^\circ}{180^\circ}} = \frac{R}{R'} \Rightarrow 3 = \frac{R}{2R'} \Rightarrow \frac{R}{R'} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 36$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه ۱۲)

گزینه ۴» ۲۳-

(مهمر خندان)

$$\widehat{B} = 2\widehat{A} \Rightarrow \widehat{TT'} = 2 \times \frac{\widehat{TBT'} - \widehat{TT'}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{TT'} = 2(\widehat{TBT'} - \widehat{TT'}) \Rightarrow \widehat{TT'} = \frac{2}{3} \widehat{TBT'}$$

اگر $\widehat{TBT'} = 3x$ باشد، آنگاه $\widehat{TT'} = 2x$ داریم:

$$\widehat{TT'} + \widehat{TBT'} = 360^\circ \Rightarrow 2x + 3x = 360^\circ \Rightarrow 5x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 72^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{TT'} = 2 \times 72^\circ = 144^\circ \\ \widehat{TBT'} = 3 \times 72^\circ = 216^\circ \end{cases}$$

$$BT = BT' \Rightarrow \widehat{BT} = \widehat{BT'} = \frac{\widehat{TBT'}}{2} = 108^\circ$$

زاویه ATB زاویه ظلی است، پس داریم:

$$\widehat{ATB} = \frac{\widehat{BT} + \widehat{TT'}}{2} = \frac{108^\circ + 144^\circ}{2} = 126^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

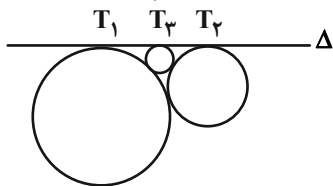
گزینه ۲» ۲۴-

(سوگندر روشنی)

طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R و R'

از رابطه $2\sqrt{RR'}$ به دست می‌آید، بنابراین در صورتی که شعاع

کوچک‌ترین دایره برابر r باشد، داریم:



$$T_1T_2 = T_1T_3 + T_3T_2$$

$$2\sqrt{18 \times 2} = 2\sqrt{18r} + 2\sqrt{2r}$$

$$\xrightarrow{+2} 6 = 3\sqrt{2} \times \sqrt{r} + \sqrt{2} \times \sqrt{r}$$

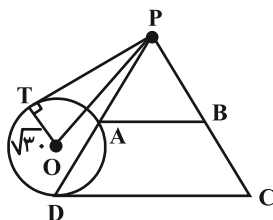
$$\Rightarrow 6 = 4\sqrt{2} \times \sqrt{r} \Rightarrow \sqrt{r} = \frac{6}{4\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{9}{8}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

گزینه ۱» ۲۵-

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث PCD داریم:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{PA}{PD} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{PA}{PA+7} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3PA = 2PA + 14 \Rightarrow PA = 14$$

$$PT^2 = PA \times PD = 14 \times 21$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

حال طبق فیثاغورس داریم:

$$PO = \sqrt{PT^2 + OT^2} = \sqrt{294 + 30} = 18$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

گزینه ۴» ۲۶-

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

$AC = BC$ و $\widehat{ACB} = 60^\circ$ است، بنابراین نقطه B دوران یافته نقطه A

تحت دوران 60° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت و به مرکز C

است. به‌طور مشابه $DC = EC$ و $\widehat{DCE} = 60^\circ$ است، بنابراین نقطه E

دوران یافته نقطه D تحت دوران 60° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های

ساعت و به مرکز C است. پس پاره‌خط BE نیز دوران یافته پاره‌خط

AD با زاویه 60° و به مرکز C می‌باشد.

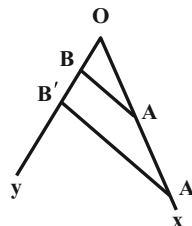
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)



۲۷- گزینه «۱»

(علی ایمانی)

طبق فرض داریم:



$$OA' = 3OA = 3 \times 2 = 6$$

$$OB' = 3OB = 3 \times 1 = 3$$

$$S_{AA'B'B} = S_{OA'B'} - S_{OAB}$$

$$= \frac{1}{2} OA' \times OB' \times \sin 30^\circ - \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۲۸- گزینه «۲»

(امیر وفائی)

طبق روش هرون برای محاسبه طول کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A' را

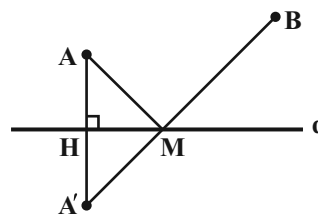
(بازتاب A نسبت به خط d) را یافته و آن را به B وصل کنیم. محل تلاقی

A'B و خط d، همان نقطه مورد نظر M است که کوتاه‌ترین مسیر AMB

را ایجاد می‌کند و طول این مسیر دقیقاً برابر طول پاره‌خط A'B است.

$$m_d = -\frac{1}{4} \Rightarrow m_{AA'} = 4$$

$$AA' \text{ معادله } y - 2 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 6$$



$$8y + 2x - 3 = 0 \Rightarrow 8(4x - 6) + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 34x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{34} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 0$$

بنابراین $H(\frac{3}{2}, 0)$ تصویر قائم A روی خط d است و داریم:

$$H = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow A' = 2H - A = (3, 0) - (2, 2) = (1, -2)$$

$$AMB \text{ طول کوتاه‌ترین مسیر } = A'B = \sqrt{(7-1)^2 + (6+2)^2}$$

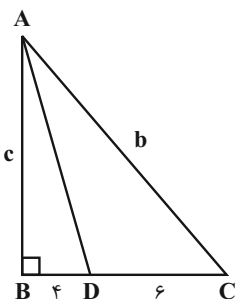
$$= \sqrt{100} = 10$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۹- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{4}{6} \Rightarrow c = 4x, b = 6x$$

$$\Delta ABC: b^2 = c^2 + 10^2 \Rightarrow 36x^2 = 16x^2 + 100$$

$$\Rightarrow 20x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow b = 6\sqrt{5}$$

از آنجایی که میانه وارد بر وتر نصف وتر است پس:

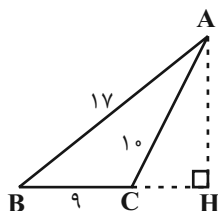
$$BM = \frac{b}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۳۰- گزینه «۲»

(سیدمحمدرضا سپینی‌فر)

ابتدا به کمک رابطه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:



$$P = \frac{17+10+9}{2} = 18$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)} = \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9} = 36$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 36 = \frac{AH \times 9}{2} \Rightarrow AH = 8$$

$$\Delta ACH \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)



آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۳۱

(ممنن بهرام پور)

به بررسی موارد می پردازیم:

الف) گزاره برای $x = -1$ درست نیست زیرا: $\frac{-1}{2x-1+1} = 1 > \frac{1}{2}$

ب) تساوی $\frac{x^2-1}{x+1} = x-1$ به ازاء $x \neq -1$ همواره برقرار است. پس گزاره‌ها در دامنه گفته شده درست است.

گزاره‌ها در دامنه گفته شده درست است.

پ) برای هر $x \in \mathbb{R}$ داریم: $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 \geq 0$

پس گزاره‌ها در دامنه گفته شده درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ و ۴)

گزینه «۳» - ۳۲

(رضا توکلی)

در گزینه «۳» به ازاء $x = 1$ عدد طبیعی کوچک‌تر از آن پیدا نمی‌شود و در گزینه‌های دیگر داریم:

گزینه «۱»: اگر $y = x + 1$ باشد، همواره درست است.

گزینه «۲»: اگر $y = x$ باشد، همواره درست است.

گزینه «۴»: اگر $y = x$ باشد، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

گزینه «۲» - ۳۳

(امیرمسین ابومصوب)

$$\frac{n(B \times C)}{n(A \times B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(B) \times n(C)}{n(A) \times n(B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 2n(C)$$

اگر فرض کنیم $n(C) = x$ باشد، آن‌گاه $n(A) = 2x$ و $n(B) = 2x + 2$ است و در نتیجه داریم:

$$n(A^2) - n(B \times C) = 12 \Rightarrow (n(A))^2 - n(B) \times n(C) = 12$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \text{غقق } x = -2 \end{cases}$$

بنابراین $n(C) = 3$ و $n(A) = 2 \times 3 = 6$ است و داریم:

$$n(A \times C) = n(A) \times n(C) = 6 \times 3 = 18$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه «۱» - ۳۴

(امیرمسین ابومصوب)

در این آزمایش تصادفی، فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و پیشامد A به صورت $A = \{3, 6\}$ است.

هر پیشامدی که فاقد هر دو عضو ۳ و ۶ باشد، با A ناسازگار است. تعداد چنین پیشامدهایی برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{1, 2, 4, 5\}$ ، یعنی برابر $2^4 = 16$ است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

گزینه «۳» - ۳۵

(جواد فاطمی)

فرض کنید مجموعه ۳ عدد انتخابی $\{A_1, A_2, A_3\}$ باشد. از بین ۳! حالت جایگشت این اعداد فقط ۲ جایگشت $A_1 < A_2 < A_3$ و $A_2 < A_3 < A_1$ مورد قبول است. پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$\frac{2}{3!} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

گزینه «۱» - ۳۶

(فرشاد فرامرزی)

طبق فرض داریم:

$$P(1) = x \Rightarrow \{1\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 1$$

$$P(2) = x \Rightarrow \{1\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 2$$

$$P(3) = 4x \Rightarrow \{1, 3\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 3$$

$$P(4) = x \Rightarrow \{1\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 4$$

$$P(5) = 6x \Rightarrow \{1, 5\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 5$$

$$P(6) = 4x \Rightarrow \{1, 3\} = \text{شمارنده‌های طبیعی فرد } 6$$

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow x + x + 4x + x + 6x + 4x = 1 \Rightarrow 17x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{17}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(\{2, 3, 5\}) = P(2) + P(3) + P(5) = x + 4x + 6x = 11x$$

$$\Rightarrow P(\{2, 3, 5\}) = \frac{11}{17}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)



۳۷- گزینه «۲»

(امیرمهر کریمی)

$$\begin{cases} \text{احتمال انتخاب } \Rightarrow \frac{\alpha}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{12}{5} \\ \text{احتمال انتخاب } \Rightarrow \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{12}{5} \end{cases}$$

حال طبق قانون احتمال کل داریم:

احتمال انتخاب جعبه ۱: A_1

احتمال انتخاب جعبه ۲: A_2

احتمال دیدن مهره مشکی: B

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)$$

$$= \frac{12}{5} \times \frac{2}{6} + \frac{12}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۳۸- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

طبق نمودار درختی برای پرتاب تاس و حالت‌های مطلوب برای آنکه سکه ۳ بار رو بیاید داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{تاس} \\ \begin{array}{l} 3 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{3}{3}}{2^3} = \frac{1}{8} \\ 4 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{4}{3}}{2^4} = \frac{1}{4} \\ 5 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{5}{16} \\ 6 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{6}{3}}{2^6} = \frac{5}{16} \end{array} \end{array} \right\}$$

اگر پیشامد ۳ بار رو آمدن سکه را با A و پیشامد ۵ آمدن تاس را با B نمایش دهیم، آنگاه طبق قانون احتمال کل و قانون بیز داریم:

$$P(A) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{16} + \frac{5}{16} \right) = \frac{1}{6} \times \frac{2+4+5+5}{16} = \frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{6}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{5}{16}}{\frac{1}{6}} = \frac{5}{16}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۳۹- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومویب)

مجموع فراوانی نسبی‌ها یک است. پس داریم:

$$a = 1 - (0/1 + 0/15 + 0/25 + 0/3 + 0/15) \Rightarrow a = 0/05$$

فرض کنید فراوانی داده‌ها را به ترتیب با f_1, f_2, \dots, f_6 و تعداد کل

داده‌ها را با n نمایش دهیم. با توجه به اینکه برای دسته i ام، $\frac{f_i}{n}$ برابر فراوانی نسبی آن دسته است، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{-}{x} &= \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + f_4 x_4 + f_5 x_5 + f_6 x_6}{n} \\ &= \frac{f_1}{n} x_1 + \frac{f_2}{n} x_2 + \frac{f_3}{n} x_3 + \frac{f_4}{n} x_4 + \frac{f_5}{n} x_5 + \frac{f_6}{n} x_6 \\ &= 0/1 \times 2 + 0/15 \times 6 + 0/25 \times 10 + 0/3 \times 14 + 0/15 \times 18 + 0/05 \times 22 \\ &= 0/2 + 0/9 + 2/5 + 4/2 + 2/7 + 1/1 = 11/6 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴۰- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

نکته: انحراف معیار n داده که تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت d

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} |d| \quad \text{می‌دهند، برابر است با:}$$

می‌دانیم انحراف معیار داده‌های ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۲، چون تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند، برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} |d| = \sqrt{\frac{5^2 - 1}{12}} \times 2 = 2\sqrt{2}$$

چون همه داده‌ها در m ضرب شده‌اند، انحراف معیار هم در $|m|$ ضرب

$$2\sqrt{2} |m| = 4\sqrt{2} \xrightarrow{m>0} m = \sqrt{6} \quad \text{می‌شود. بنابراین:}$$

بنابراین داده‌های مفروض عبارتند از:

$$\sqrt{6}m - 2, m^2 + 4, m^2 + 10, m^4 - 14 : 4, 10, 16, 22$$

که چون تشکیل دنباله حسابی با $d = 6$ می‌دهند، داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} \times 6 = \sqrt{\frac{16 - 1}{12}} \times 6 = \sqrt{\frac{5}{4}} \times 6 = 3\sqrt{5}$$

میانگین این داده‌ها برابر است با:

$$\frac{-}{x} = \frac{4 + 10 + 16 + 22}{4} = 13$$

$$CV = \frac{\sigma}{x} = \frac{3\sqrt{5}}{13} \quad \text{ضریب تغییرات}$$

(آمار و احتمال، آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

هندسه ۱

گزینه ۲»

(معمد کرمی)

می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت اندازه قاعده‌های آن‌هاست. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{S_{AED}}{S_{ABD}} = \frac{AE}{AB} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{S_{DEF}}{S_{AED}} = \frac{FD}{AD} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AED}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{DEF}}{S_{AED}} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$$

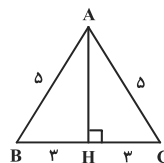
$$\Rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{6}{25}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

گزینه ۲»

(سامان اسپهرم)

کافی است طول کوتاه‌ترین ارتفاع را در مثلث ABC به دست آوریم و سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، مقدار مشابه را در مثلث A'B'C' پیدا کنیم. می‌دانیم کوتاه‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن است، پس مطابق شکل داریم:



$$\Delta ABH : AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = 4$$

نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است. از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با توجه به این‌که محیط مثلث ABC، برابر $16 = 5 + 5 + 6$ است، داریم:

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{\Delta_{\text{محیط}} ABC}{\Delta_{\text{محیط}} A'B'C'} \Rightarrow \frac{4}{A'H'} = \frac{16}{56} \Rightarrow A'H' = 14$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

گزینه ۴»

(علی ایمانی)

طبق قضیه خطوط موازی و مورب، $\hat{B}AE = \hat{D}CE$ و $\hat{A}BE = \hat{C}DE$ ، پس دو مثلث ABE و CDE متشابه هستند و داریم:

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{4}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2x \\ CD = 3x \end{cases}$$

با فرض $BF = b$ و $CF = a$ داریم:

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2x} = \frac{a}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{6}{2x-6} = \frac{a}{b} \quad (1)$$

$$\Delta BCD : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} = \frac{b}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3x} = \frac{b}{a+b} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{6}{3x-6} = \frac{b}{a} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{6}{2x-6} = \frac{3x-6}{6} = \frac{x-2}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 10x + 12 = 12 \Rightarrow 2x^2 - 10x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \Rightarrow CD = 15, AB = 10 \end{cases}$$

$$AB + 2CD = 10 + 30 = 40$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

گزینه ۳»

(معمد صحت‌کار)

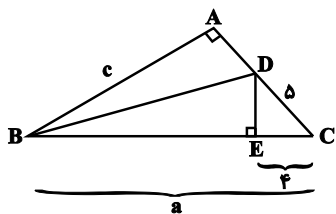
از D عمود DE را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. D روی نیمساز زاویه B واقع است. پس از دو ضلع آن به یک فاصله است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} DE &= DA \\ DB &= DB \\ \hat{A} &= \hat{E} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta BAD \cong \Delta BED \Rightarrow BE = AB = c, AD = DE$$

$$EC = BC - BE = a - c = 4$$

$$DE = \sqrt{DC^2 - EC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \quad \text{حال طبق قضیه فیثاغورس داریم:}$$

$$\Rightarrow AD = DE = 3$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)



۴۵- گزینه «۲»

(نصیر ممی نژاد)

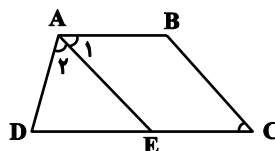
پاره خط AE را موازی BC رسم می کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{A}_1 = \hat{C}, AB = EC, AE = BC$$

$$\hat{A} > \hat{C} + \hat{D} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 > \hat{C} + \hat{D} \Rightarrow \hat{A}_2 > \hat{D}$$

$$\Delta ADE : \hat{A}_2 > \hat{D} \Rightarrow DE > AE$$

$$\xrightarrow{AB=EC} DE + EC > AE + AB \Rightarrow DC > BC + AB$$

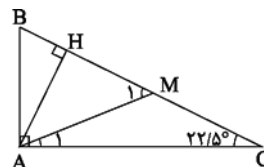


(هنرسه ۱- ترسیم های هندسی و استرلاال: صفحه های ۲۱ و ۲۲)

۴۶- گزینه «۳»

(سیرسروش کریمی مدرسی)

در این مثلث قائم الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم:



می دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC : (\text{زاویه خارجی}) \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه 45° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر است.

$$\Delta AMH : \hat{M}_1 = 45^\circ$$

پس داریم:

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها: صفحه های ۶۰ و ۶۳)

۴۷- گزینه «۱»

(سیر ممد رضا عسینی فرد)

$$S = \frac{i+b}{2} = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 2$$

با توجه به فرمول پیک داریم:

حال یک چندضلعی شبکه ای داریم که ۲ نقطه درونی دارد و می دانیم

$b \geq 2$ ، پس حداقل مساحت برابر است با:

$$S_{\min} = \frac{3}{2} + 2 - 1 = \frac{5}{2} = 2/5$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها: صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۴۸- گزینه «۱»

(مهوری نیک زار)

طبق رابطه تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{2n(2n-3)}{2} = 3(n+1) + \frac{(n+1)(n-2)}{2} + 5 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 10 \end{cases}$$

$$1440^\circ = (n-2)180^\circ = (10-2)180^\circ = 1440^\circ$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی ها: صفحه ۵۵)

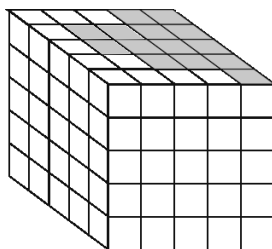
۴۹- گزینه «۱»

(ممد بهیرایی)

برای آن که نمای بالای مورد نظر به دست آید، باید حداقل تمام مکعب های

هاشورخورده و مکعب های زیر آن برداشته شود. یعنی حداقل $14 \times 5 = 70$

مکعب.



(هنرسه ۱- تقسیم فضایی: مشابه تمرین ۵ صفحه ۹۱)

۵۰- گزینه «۴»

(مهوری نیک زار)

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

طبق قضیه فیثاغورس داریم:

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل

از دوران مثلث قائم الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است.

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times (5)^2 \times 12 = 100\pi \\ \text{حجم نیمکره} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi (2)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{32\pi}{3} = \frac{16\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم شکل حاصل} = 100\pi - \frac{16\pi}{3} = \frac{284\pi}{3}$$

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی: صفحه های ۹۵ و ۹۶)



فیزیک ۲

۵۱- گزینه «۴»

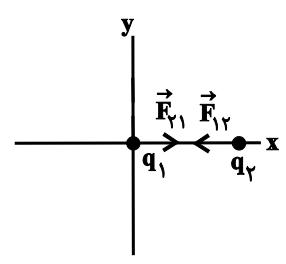
(سعی منبری)

دو بار ناهم نام q_1 و q_2 یکدیگر را جذب می کنند و اندازه نیروی وارد بر q_2 برابر 10 N است. پس می توانیم فاصله بار q_2 را به دست آوریم:

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow 10 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{r_{12}^2}$$

$$\Rightarrow r_{12} = 6\text{ cm}$$

حال چون نیروی \vec{F}_{12} در امتداد محور افقی است، بار q_2 باید روی محور x قرار بگیرد. مطابق شکل اگر بار q_2 در نقطه $x = 6\text{ cm}$ قرار بگیرد، بردار نیروی وارد بر آن (\vec{F}_{12}) در خلاف جهت محور x و به صورت $\vec{F}_{12} = -10\hat{i}$ خواهد شد.



(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۰)

۵۲- گزینه «۴»

(پوریا علاقه مند)

ابتدا اندازه نیرو را حساب می کنیم:

$$F = |q|E = 20 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^5 = 6\text{ N}$$

با توجه به این که $\Delta U = -W_E$ است و در مسیر A تا B ، جابه جایی بر خطهای میدان عمود است، بنابراین $\Delta U_{AB} = W_{AB} = 0$ است. در نتیجه فقط ΔU_{BC} را محاسبه می کنیم. داریم:

$$W_{BC} = E|q|d \cos 18^\circ$$

$$\Rightarrow W_{BC} = 20 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-1} \times (-1) = -1/2\text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = -W_{BC} = +1/2\text{ J}$$

$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = 0 + 1/2 = 1/2\text{ J}$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه های ۱۹ تا ۲۷)

۵۳- گزینه «۴»

(سعی اردم)

می دانیم چگالی سطحی بار الکتریکی، نسبت بار به مساحت جسم است $(\sigma = \frac{q}{A})$.

با توجه به رابطه حجمی بین دو کره داریم:

$$\frac{4}{3}\pi r_A^3 = 343 \times \frac{4}{3}\pi r_B^3 \Rightarrow r_A = 7r_B$$

با توجه به رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A=4\pi r^2}$$

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$2 = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{1}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 98$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

۵۴- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه های $I = \frac{q}{t}$ ، $I = \frac{V}{R}$ و $q = ne$ به صورت زیر مقدار بار

الکتریکی عبوری از هر مقطع سیم B را می یابیم:



$$R_{f, \delta} = \frac{R_f \times R_\delta}{R_f + R_\delta} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$R_{r, f, \delta} = R_{f, \delta} + R_r = 2 + 2 = 4 \Omega$$

$$R_{r, r, f, \delta} = \frac{R_{r, f, \delta} \times R_r}{R_{r, f, \delta} + R_r} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{r, r, f, \delta} = 4 + 3 = 7 \Omega$$

اکنون باید جریان کل مدار را محاسبه کنیم:

$$V_f = V_\delta \Rightarrow R_f I_f = I_\delta R_\delta \\ \Rightarrow 6 \times 0 / 5 = 3 I_\delta \Rightarrow I_\delta = 1 A$$

حال جریان عبوری از R_r برابر است با:

$$I_r = I_f + I_\delta = 0 / 5 + 1 = 1 / 5 A$$

$$V_{r, f, \delta} = V_r \Rightarrow R_{r, f, \delta} I_r = R_r I_r$$

$$\Rightarrow 4 \times 1 / 5 = 12 I_r \Rightarrow I_r = 0 / 5 A$$

در نهایت جریان عبوری از مقاومت R_1 (جریان کل مدار) برابر است با:

$$I_1 = I_r + I_r = 0 / 5 + 1 / 5 = 2 A$$

با توجه به این که توان مصرفی در مقاومت معادل مدار برابر با توان خروجی

باتری است، داریم:

$$\Rightarrow P = R_{eq} I_1^2 = 7 \times 2^2 = 28 W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{V_A=16V, V_B=4V, R_A=2R_B}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{16}{4} \times \frac{R_B}{2R_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2 \Rightarrow I_A = 2I_B$$

$$\frac{I = \frac{q}{t} \rightarrow \frac{q_A}{t_A} = 2 \times \frac{q_B}{t_B} \xrightarrow{t_A=t_B, q_A=n_A e}$$

$$n_A e = 2q_B \xrightarrow{n_A=5 \times 10^{13}, e=1.6 \times 10^{-19} C} 5 \times 10^{13} \times 1 / 6 \times 10^{-19} = 2q_B$$

$$\Rightarrow 2q_B = 8 \times 10^{-6} C \Rightarrow q_B = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۵۵- گزینه «۱»

(سعید شرق)

می‌دانیم ولتاژ دو سر باتری محرکه از رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ به دست می‌آید.

اگر ولت‌سنج صفر ولت را نشان دهد، پس داریم:

$$0 = \mathcal{E}_r - r_r I \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_r}{r_r} = \frac{4\mathcal{E}}{2} = 2\mathcal{E}$$

این جریان از کل مدار عبور می‌کند، بنابراین داریم:

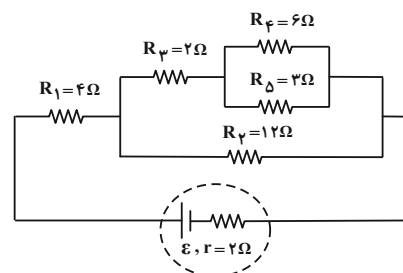
$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow 2\mathcal{E} = \frac{2\mathcal{E} + 4\mathcal{E}}{0 / 5 + 2 + R} \Rightarrow 2\mathcal{E} = \frac{6\mathcal{E}}{2 / 5 + R} \\ \Rightarrow R = 0 / 5 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۵۶- گزینه «۱»

(مهم‌کلام منشاری)

ابتدا مطابق شکل زیر مدار را ساده می‌کنیم:





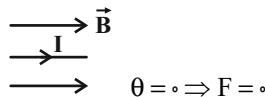
۵۷- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

طبق رابطه $F_B = I l B \sin \theta$ ، اگر زاویه بین بردار \vec{B} و جریان I صفر یا

180° باشد، (به عبارت دیگر سیم در راستای خطوط میدان مغناطیسی قرار

گیرد)، آنگاه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم صفر خواهد شد. برای گزینه ۴ داریم:



(فیزیک ۲- مغناطیس، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۵۸- گزینه «۳»

(اشکان ولی زاده)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ دارا بودن حوزه‌های مغناطیسی مربوط به مواد فرومغناطیسی است.

(۲) نادرست؛ یکای میدان مغناطیسی در SI معادل با $T = \frac{N}{A.m}$ است.

(۳) درست؛ در مواد دیامغناطیسی، حضور میدان مغناطیسی باعث القای

دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی می‌شود.

(۴) نادرست؛ نقره و اکسیژن به ترتیب جزو مواد دیامغناطیسی و پارامغناطیسی هستند.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۵۹- گزینه «۲»

(معصومه شریعت ناصری)

ابتدا معادله اندازه میدان مغناطیسی بر حسب زمان را در SI به دست می‌آوریم.

$$B = -\frac{t}{5} + 0.6$$

اکنون شار مغناطیسی عبوری از حلقه را بر حسب زمان در SI به دست می‌آوریم:

$$\Phi = AB \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} \Phi = AB \xrightarrow{A=\pi r^2}$$

$$\Phi = 3 \times \left(\frac{r}{100}\right)^2 \left(-\frac{t}{5} + 0.6\right) = 12 \times 10^{-4} \left(-\frac{t}{5} + 0.6\right)$$

$$\varepsilon_{av} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{12 \times 10^{-4} \left(-\frac{t_2}{5} + 0.6\right) - 12 \times 10^{-4} \left(-\frac{t_1}{5} + 0.6\right)}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = \frac{12 \times 10^{-4}}{5} = 2/4 \times 10^{-4} V = 0.24 mV$$

توجه شود که با استفاده از رابطه $\varepsilon_{av} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \theta$ و با توجه به

ثابت بودن شیب نمودار $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)$ نیز می‌توان به پاسخ فوق رسید.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۶۰- گزینه «۲»

(معصومه شریعت ناصری)

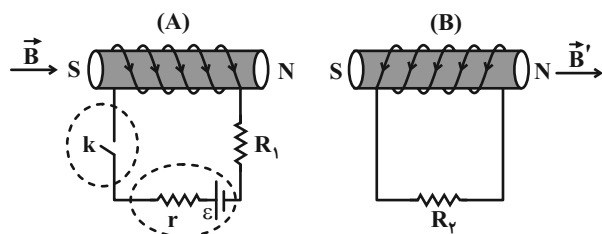
مطابق شکل برای اینکه جریان القایی در مقاومت R_2 به سمت راست باشد،

باید میدان القایی (\vec{B}') نیز به سمت راست باشد. با توجه به اینکه طبق قاعده

دست راست جهت میدان سیمولوله (A) نیز به سمت راست است، بنابراین طبق

قانون لنز نتیجه می‌گیریم که باید این میدان در محل سیمولوله (B) در حال

کاهش باشد و این موضوع فقط در حالت (۳) اتفاق می‌افتد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)



فیزیک ۱

گزینه «۲» ۶۱-

(پیغام شاهینی)

$$500nF = 5 \times 10^2 \times 10^{-9} F = 5 \times 10^{-7} F = 0.5 \times 10^{-5} F$$

$$20\mu F = 2 \times 10 \times 10^{-6} F = 2 \times 10^{-5} F$$

$$2 \times 10^{-5} F - 0.5 \times 10^{-5} F = 1.5 \times 10^{-5} F \times \frac{1pF}{10^{-12}F}$$

$$= 1.5 \times 10^{-5} \times 10^{12} pF = 1.5 \times 10^7 pF$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۲» ۶۲-

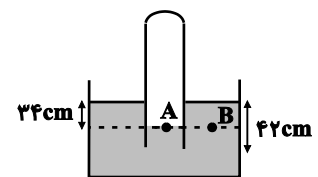
(معمدرضا شریفی)

ابتدا تعیین می‌کنیم که ستونی از مایع درون ظرف به ارتفاع ۳۴cm، چه فشاری برحسب سانتی‌متر جیوه ایجاد می‌کند:

$$(ph)_{\text{جیوه}} = (ph)_{\text{مایع}} \Rightarrow 13/6 \times h = 34 \times 0.8 \Rightarrow h = 2cmHg$$

حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مایع}} + P_0 = P_{\text{هوای محبوس}} \\ \Rightarrow 2cmHg + P_0 = 72cmHg \Rightarrow P_0 = 70cmHg$$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

گزینه «۳» ۶۳-

(علی‌کل محمدی رامشه)

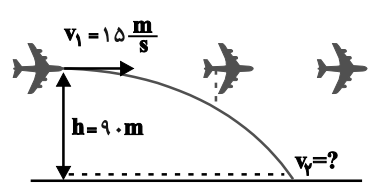
بال‌های هواپیما طوری طراحی شده‌اند که تندی هوا در زیر بال کمتر از بالای بال می‌باشد و طبق اصل برنولی، فشار در قسمت پایین بال بیش‌تر از قسمت بالای بال بوده و بنابراین نیروی بالابر خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه ۴۶)

گزینه «۲» ۶۴-

(معبری زمان‌زاده)

دقت کنید که هر چند بسته رها شده است، ولی نباید فکر کنیم که سرعت اولیه آن صفر است. بلکه بسته در لحظه رها شدن، دارای همان سرعت هواپیما است. همچنین چون گفته شده که تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن است، یعنی از مقاومت هوا می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، لذا با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 15^2 + 10 \times 90 = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow 225 + 1800 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = 45 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

گزینه «۴» ۶۵-

(شهرام آزار)

طبق قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 3773 \times (900 - 100)$$

$$\Rightarrow W_t = (400 \times 3773)J$$

اکنون توان متوسط موتور را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{400 \times 3773}{20} = 2 \times 37730 W$$

$$P = \frac{2 \times 37730}{746} = 10 hp$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴، ۷۳ و ۷۴)



۶۶- گزینه «۱» (معمد بولول)

ابتدا با توجه به رابطه چگالی، جرم مکعب فلزی را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 8000 \text{ cm}^3 = 64000 \text{ g} = 64 \text{ kg}$$

حال با توجه به رابطه گرما داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 20 \times 10^3 = 64 \times c \times 2 / 5$$

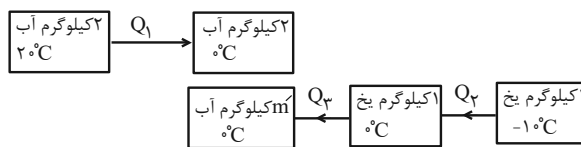
$$c = 125 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 0 / 125 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۶۷- گزینه «۳» (معمد زرین‌کفش)

چون در نهایت بخشی از یخ به صورت ذوب نشده باقی می‌ماند، لذا دمای

تعادل نهایی صفر درجه سلسیوس است:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + m' L_F = 0$$

$$2 \times 4200 \times (0 - 20) + 1 \times 2100 \times (0 - (-10)) + m' \times 336 \times 10^3 = 0$$

$$\rightarrow 336000 = 80 \times 4200$$

$$\Rightarrow 2 \times (-20) + \frac{1}{2} \times (10) + m' \times 80 = 0 \Rightarrow -40 + 5 + 80m' = 0$$

$$\Rightarrow m' = \frac{35}{80} = \frac{7}{16} \text{ kg}$$

پس درصد جرمی یخ ذوب شده برابر است با:

$$\frac{m'}{m} \times 100 = \frac{7}{16} \times 100 = 43.75\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۶)

۶۸- گزینه «۴» (معمد زرین‌کفش)

فقط گزاره «ت» نادرست است چراکه گرم شدن هوای داخل اتاق به وسیلهٔ رادیاتور شوفاژ، نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۶۹- گزینه «۳» (معمد زرین‌کفش)

طبق رابطه $PV = nRT$ با ثابت بودن V و T ، فشار گاز منحصراً به n وابسته است. از طرف دیگر، چون $n = \frac{m}{M}$ می‌باشد، در نتیجه فشار گاز هم به جرم گاز (m) و هم جنس آن (M) وابسته خواهد بود.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

۷۰- گزینه «۴» (علیرضا امینی)

گام اول: ΔU برای هر دو مسیر یکسان است؛ چون در هر دو مسیر گاز از حالت معین a به حالت معین b رسیده است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$

گام دوم: در مسیر (۱) گاز ۲۵۰J گرما از دست داده و ۴۲۰J انرژی از

$$Q_1 = -250 \text{ J}, W_1 = +420 \text{ J} \quad \text{طریق کار گرفته است.}$$

در مسیر (۲) گاز ۲۸۰J گرما از دست داده است.

$$Q_2 = -280 \text{ J}, W_2 = ?$$

$$Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2$$

$$\Rightarrow -250 + 420 = -280 + W_2 \Rightarrow W_2 = 450 \text{ J}$$

صورت سؤال کاری که گاز روی محیط انجام داده (یعنی W') را خواسته است.

$$W' = -W_2 = -450 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

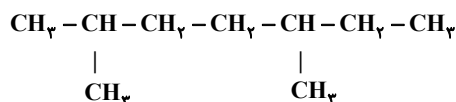
شیمی ۲

گزینه «۳» -۷۱

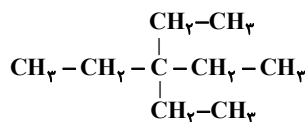
(مسئله لشکری)

(۱) نام درست آن، ۳- اتیل -۴، ۵- دی متیل هپتان است.

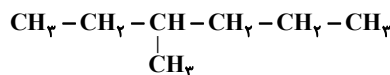
(۲) نام درست آن ۲، ۵- دی متیل هپتان است.



(۳) درست است، با توجه به ساختار زیر درست است.



(۴) نام درست به صورت ۳-متیل هگزان است.



(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

گزینه «۴» -۷۲

(سیررمیم هاشمی دگروری)

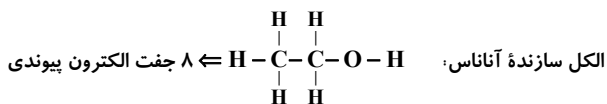
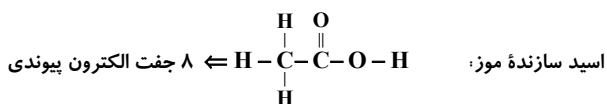
دما ویژگی مشترک همه حالت‌های ماده است که وجود جنبش‌های نامنظم

ذرات آن ماده را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۶۰ و ۶۱)

گزینه «۱» -۷۳

(سالار ملکی)



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۵)

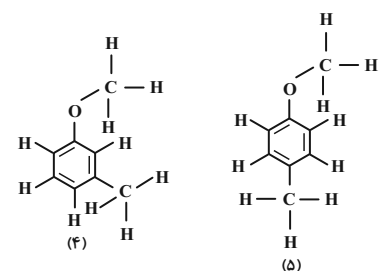
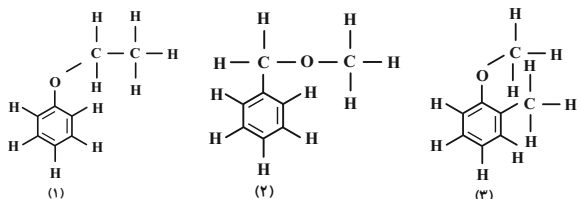
گزینه «۳» -۷۴

(امیر ماثمیان)

در ترکیب مورد نظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد تا پیوند

هیدروژنی تشکیل ندهد. همچنین ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرند و ۲

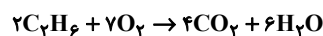
کربن باقی‌مانده است.



(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۳)

۷۵- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



واکنش (I) را در ۳ ضرب، واکنش (II) را قرینه و در ۲ ضرب و

واکنش (III) را قرینه و در ۴ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H = 3(-572) + 2(86) - 4(394) = -3120 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 1120 \text{ mL } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{22400 \text{ mL } C_2H_6} \times \frac{3120 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } C_2H_6} = 78 \text{ kJ}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 78000 \text{ J} = m \times 0.9 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 80^\circ\text{C} \Rightarrow m \approx 1083 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰، ۶۴، ۶۶ تا ۷۲ و ۷۷)

۷۶- گزینه «۴»

(رسول عابدینی زواره)

$$\text{ظرفیت گرمایی ویژه} = \frac{486}{200} = 2/43 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 19/44 \times 10^3 = m \times 2/43 \times (35 - 30)$$

$$m = 1600 \text{ g}$$

$$\text{اتانول} = 1600 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{0.78 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 2 \text{ L}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۷۷- گزینه «۲»

(امین نوروزی)

ابتدا مقدار $Al_2(SO_4)_3$ مصرف شده را تعیین می‌کنیم.

$$? \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 = 160 \text{ L } SO_3 \times \frac{1/8 \text{ g } SO_3}{1 \text{ L } SO_3} \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{80 \text{ g } SO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{3 \text{ mol } SO_3} = 1/2 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3$$

مقدار باقی‌مانده $Al_2(SO_4)_3$ برابر است با:

$$\text{مقدار باقی‌مانده} = 1/4 - 1/2 = 0/2 \text{ mol}$$

با توجه به نمودار زمان لازم برای رسیدن به ۰/۲ مول آلومینیم سولفات

باقی‌مانده برابر با ۱۰ دقیقه است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۷۸- گزینه «۱»

(سیرمهر معروفی)

$$\frac{\bar{R}_A}{A \text{ ضرب}} = \frac{\bar{R}_B}{B \text{ ضرب}} \Rightarrow \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{2/4}{3}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_A = 1/6 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_A = \frac{\Delta n_A}{\Delta t} \Rightarrow 1/6 = \frac{0 - 78/72}{t - 0} \Rightarrow t = 1/2 \text{ min} = 72 \text{ s}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۷۹- گزینه «۲»

(ممنوع عظیمیان/زواره)

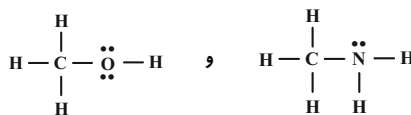
بررسی موارد:

آ) درست- مونومر سازندهٔ تفلون C_2F_4 می‌باشد.

$$\% C = \frac{12 \times 2}{(2 \times 12) + (4 \times 19)} \times 100 = 24 \%$$

ب) درست- ساده‌ترین الکل، متانول و ساده‌ترین آمین متیل آمین می‌باشد.

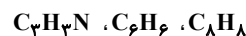
(مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در هر کدام برابر ۷ می‌باشد)



ب) نادرست- انحلال پذیری الکل‌ها در آب با افزایش شمار اتم‌های کربن

کاهش می‌یابد.

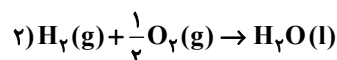
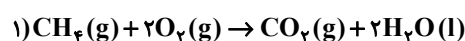
ت) درست- با توجه به فرمول مولکولی آن‌ها:



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶، ۱۱۱، ۱۱۲ و ۱۱۶)

۸۰- گزینه «۲»

(مرتضی عسین/زواره)



ابتدا مقدار مول این مخلوط گازی را محاسبه می‌کنیم:

$$112L \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4L} = 5 \text{ mol}$$

حال فرض می‌کنیم x مول CH_4 و y مول H_2 در مخلوط گازی داریم:

$$y + x = 5 \text{ mol}$$

گرمای حاصل از x مول متان و y مول هیدروژن برابر با 1744 kJ است:

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ mol } CH_4 \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{56 \text{ kJ}}{1 \text{ g } CH_4} = 896x \text{ kJ} \\ y \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{144 \text{ kJ}}{1 \text{ g } H_2} = 288y \text{ kJ} \end{array} \right\} 896x + 288y = 1744$$

سپس با حل دو معادلهٔ زیر، x و y را حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{l} x + y = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 5 - y \\ 896x + 288y = 1744 \quad \Rightarrow \quad y = 4/5 \text{ mol} \end{array}$$

H_2O در هر دو واکنش تولید می‌شود:

$$0/5 \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = 0/5 \text{ mol } CO_2$$

$$0/5 \text{ mol } CH_4 \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4} = 1 \text{ mol } H_2O$$

نسبت خواسته شده در سؤال:

$$\frac{\text{مول } CO_2}{\text{مول } H_2O} = \frac{0/5}{1 + 4/5} = \frac{0/5}{5/5} = 0/09$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)



شیمی ۱

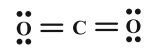
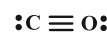
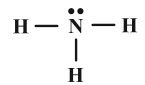
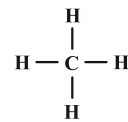
۸۱- گزینه «۴»

(مهمترضا پوریاوید)

به غیر از CH_4 و CO_2 بقیه مولکول‌های داده شده در میدان الکتریکی

جهت گیری می‌کنند. با توجه به ساختارهای زیر، تعداد جفت الکترون‌های

ناپیوندی آنها نیز قابل محاسبه است:



مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی جهت گیری می‌کنند.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۷ و ۱۰۹)

۸۲- گزینه «۳»

(سیرمهمترضا میرقائمی)

آرایش الکترونی فشرده اتم این دو عنصر به صورت زیر است:



تفاوت آرایش الکترونی این دو عنصر در $4p^2$ است. بنابراین مقدار خواسته

شده برابر است با:

(برابر با اختلاف عدد اتمی) $2 \times 1 = 2 =$ تفاوت خواسته شده

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آرایش الکترونی یون‌های H^- ، Li^+ و اتم He به صورت

پایدار و $1s^2$ است.

گزینه «۲»: شمار الکترون جفت شده در عنصرهای گروه ۲ برابر با صفر و در

عنصرهای گروه ۱۶ برابر با دو است.



(زیرلایه d دارای بزرگ‌ترین عدد کوانتومی فرعی با $l = 2$)

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۸)

۸۳- گزینه «۱» (مهمتر وزیر)

در هر خانه از جدول تناوبی، جرم اتمی میانگین نشان داده می‌شود نه عدد جرمی!

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۲، ۲۲، ۲۶، ۳۰ تا ۳۴)

۸۴- گزینه «۱» (مهمترسن مهمترزاده‌مقدم)

ابتدا باید جرم اتمی میانگین X و Y را محاسبه کنیم:

$$X \text{ جرم اتمی میانگین} = 0.06 \times 6 + 0.94 \times 7 = 6.94$$

$$Y \text{ جرم اتمی میانگین} = 0.9998 \times 1 + 0.0002 \times 2 = 1.0002$$



از آن جایی که فراوانی عنصر A، ۱۰۰٪ بیان شده، جرم آن برابر ۱۶ در نظر گرفته می‌شود:

$$XAY = ۲۳/۹۴ = ۱۶ + ۶/۹۴ + ۱/۰۰۰۲ = ۱۶ + ۰.۰۶۳۸ + ۰.۰۰۰۲ = ۱۶.۰۶۴$$

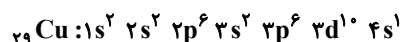
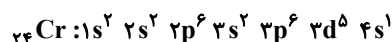
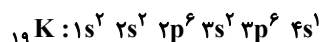
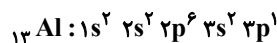
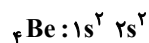
(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۶ و ۱۵)

۸۵- گزینه «۱»

(ممد رضا پوریاوید)

اتمی که مجموع n و l الکترون‌های آخرین زیرلایه آن برابر با ۴ باشد، دارای آرایش الکترونی زیر است:

می‌تواند Al_{۱۳}، Be_۴، Cr_{۲۴}، Cu_{۲۹} و K_{۱۹} باشد.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر بریلیم در گروه ۲ دوره ۲، عنصر آلومینیم در گروه ۱۳ دوره ۳،

عنصر کروم و مس به ترتیب در گروه ۶ و ۱۱ دوره ۴ از جدول دوره‌ای

عنصرها جای دارند. در میان عنصرهای دوره دوم، سوم و چهارم جدول

دوره‌ای، به ترتیب Li_۳، Na_{۱۱} و K_{۱۹} که در گروه ۱ جای دارند،

بیشترین شعاع اتمی را دارند.

(۲) آلومینیم با Ga_{۳۱} هم گروه بوده و با P_{۱۵} هم دوره است.

(۳) B_۵ نخستین عنصری است که دارای الکترونی با l = ۱ (زیرلایه p)

می‌باشد. بنابراین Be_۴ آخرین عنصری است که چنین الکترونی ندارد.

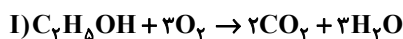
(۴) تمامی عناصر فلز می‌باشند و امکان تشکیل پیوند یونی با اتم‌های دیگر دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله القباوی هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

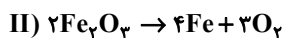
۸۶- گزینه «۳»

(حسن رحمتی لولکنده)

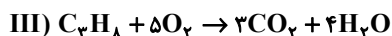
موازنه واکنش‌ها به صورت زیر است:



۵ = مجموع ضرایب فراورده‌ها



۷ = ضریب فراورده‌ها



۷ = مجموع ضرایب فراورده‌ها



۷ = مجموع ضرایب فراورده‌ها

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)



۸۷- گزینه «۳»

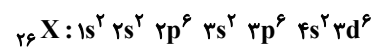
(میثا شرافتی پور)

جرم اتمی هیدروژن اندکی بیشتر از ۱amu است.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۸۸- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



این عنصر همان Fe است که در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارد و در

ترکیب‌های یونی خود، یون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} ایجاد می‌کند.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۸)

۸۹- گزینه «۲»

(یاسر راش)

روش ۱: در هر مرحله تصفیه، مقداری از یون نیترات جذب می‌شود.

با توجه به بازدهی ۵۰ درصدی دستگاه تصفیه داریم:

$$\text{مقدار ppm اولیه } NO_3^- = \frac{\text{مقدار ppm باقی مانده } NO_3^-}{2^n}$$

$n =$ تعداد مراحل تصفیه

$$\Rightarrow \frac{3}{125} = \frac{100}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{100}{3/125} = 32 \Rightarrow n = 5$$

در نتیجه، آب شهری را با دستگاه باید ۵ مرتبه تصفیه کنیم تا غلظت یون نیترات

به ۳/۱۲۵ppm برسد.

با توجه به اینکه اختلاف ppm موردنظر را در دو حالت اولیه و ثانویه داریم، حجم

آب تأثیری در حل مسئله ندارد.

روش ۲: با توجه به الگوی زیر نیز می‌توان به جواب رسید:

$$100 \xrightarrow{n=1} 50 \xrightarrow{n=2} 25 \xrightarrow{n=3} 12.5 \\ \xrightarrow{n=4} 6.25 \xrightarrow{n=5} 3.125$$

۵ مرحله ($n = 5$) نیاز است تا غلظت از ۱۰۰ به ۳/۱۲۵ یکای ppm برسد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۹۰- گزینه «۴»

(ممدپارسا فراهانی)

ابتدا معادله انحلال پذیری لیتیم سولفات که خطی است را به دست می‌آوریم.

انحلال پذیری در دمای صفر

$$S = a\theta + S_1 \Rightarrow S = -\frac{3}{20}\theta + 36$$

با توجه به این که انحلال پذیری لیتیم سولفات با افزایش دما، کاهش می‌یابد،

بر اثر افزایش دما، نمک رسوب خواهد کرد. طبق معادله انحلال پذیری، لیتیم

سولفات در دمای $70^\circ C$ را می‌یابیم:

$$S = -0/15 \times 70 + 36 = 25/5 g$$

(محلول سیر شده در دمای $20^\circ C$) رسوب = ۲۶/۶ g ?

$$x \frac{(33 - 25/5) g \text{ رسوب}}{133 g (20^\circ C \text{ محلول سیر شده در دمای})} = 1/5 g \text{ رسوب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)