

دوازدهم ریاضی



آزمون ۷ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضی پایه	۵۰	۱	۵۰
	هندسه ۱			
	هندسه ۲			
	آمار و احتمال			

دانش آموزان گرامی توجه داشته باشید که در آزمون ۱۶ فروردین در هر درس، علاوه بر سؤالات اجباری نیمسال اول، ۶۰ درصد مباحث نیمسال دوم را به صورت اختیاری آورده ایم.



آزمون «۷ فروردین ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	ریاضی پایه
۲۱-۳۰	۱۰	هندسه ۱
۳۱-۴۰	۱۰	هندسه ۲
۴۱-۵۰	۱۰	آمار و احتمال
۱-۵۰	۵۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
ریاضی پایه	کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-مسعود برملا-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-محمد رضا راسخ کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی-جهانبخش نیکنام	
هندسه و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه‌خان-مه‌دی‌ار راشدی سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مه‌رداد ملوندی-نیلوفر مهدوی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی	مه‌رداد ملوندی	مه‌رداد ملوندی
ویراستاری رتبه‌های برتر	سهیل تقی‌زاده	امیرمحمد کریمی	امیرمحمد کریمی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی	سرژ یقیا‌زاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مه‌رداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-علیرضا زارعی-حسین شهسواری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

۵- توابع $f(x) = a - \sqrt{x+b}$ و $g = \{(-2, 6), (22, 1)\}$ مفروض‌اند. اگر $f + g^{-1} = \{(6, -3), (1, 22)\}$ باشد، حاصل ab کدام است؟

(۱) -۶ (۲) ۶

(۳) -۶۰ (۴) ۶۰

۶- مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = ||x-1| - |x-2||$ و محورهای مختصات کدام است؟

(۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۷- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 6x + 7 = 0$ باشند، حاصل عبارت $(\beta - 3)^{4\alpha} (\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{2\beta}$ کدام است؟

(۱) ۸۱ (۲) ۷۲۹

(۳) ۱۰۲۴ (۴) ۴۰۹۶

۸- اگر جواب‌های معادله $x^2 - ax + b = 0$ جذر جواب‌های معادله $x^2 - (a+8)x + b+2 = 0$ باشند، حاصل ab کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸

(۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۹- نقاط $A(1, 1)$ و $B(3, 7)$ که دو رأس از رئوس مربع $ABCD$ هستند، به همراه نقطه $P(7, 9)$ مفروض‌اند. مساحت مثلث PCD

کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۰

(۳) ۲۰ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۱۰- برای دو تابع خطی f و g روابط زیر را داریم:

$$\begin{cases} f(2x-1) + g(x+1) = 8x-2 \\ f(x+1) - g(2x-1) = -x-2 \end{cases}$$

مقدار $g(1)$ کدام است؟

۵ (۱) -۵ (۲)

۱ (۳) ۱ (۴)

۱۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{2^{x+1} - 2^{-x} + 1}{2^x + 1}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

اول (۱) دوم (۲)

سوم (۳) چهارم (۴)

۱۲- جواب معادله $\log_5 x + \log_6 x = 1$ به صورت $x = 5^n$ است. حاصل 6^n کدام است؟

۱۱ (۱) ۲۴ (۲)

۳۰ (۳) ۳۶ (۴)

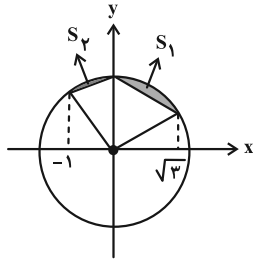
۱۳- اگر $f(x) = (x+3)(\sqrt{x+3})$ و $(f \circ g)(x) = x+8$ باشد، مقدار تابع $g \circ g$ به ازای $x = \left(\frac{9}{8}\right)^3$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{9}{16}$ (۲)

۳ (۳) $\frac{49}{64}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۴- در دایره شکل زیر، به شعاع ۲، مساحت‌های قسمت‌های رنگی با S_1 و S_2 مشخص شده است. حاصل $2S_2 - S_1$ کدام است؟



(۱) $2 - \sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$

(۳) $\sqrt{3} - 2$

(۴) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۵- اگر $f(x) = \frac{\pi}{4} \cos x$ و $g(x) = \sin(x + \frac{5\pi}{12})$ باشد، برد تابع $g \circ f$ بازه $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

(۲) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

۱۶- اگر $\sin(\alpha + \frac{\pi}{8}) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\sin 4\alpha$ کدام است؟

(۲) $-\frac{7}{9}$

(۱) $-\frac{79}{81}$

(۴) $\frac{79}{81}$

(۳) $\frac{7}{9}$

۱۷- اگر $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = 3 \sin(\frac{11\pi}{3} - \alpha)$ باشد، مقدار $\sin^2(\frac{7\pi}{3} + \alpha)$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{10}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۸- توابع $f(x) = x + \frac{m|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 3x + 2}$ و $g(x) = [-x]x^2 + 3x$ مفروض اند. به ازای کدام مقدار m تابع $f \circ g$ در $x = 1$ حد دارد؟

([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۴) امکان پذیر نیست.

۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{5}{8}$

(۴) $-\frac{3}{8}$

۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2 + ax + 18}}{|4x + b|} & ; x \neq 3 \\ c & ; x = 3 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته است. حاصل abc کدام است؟

(۱) $-18\sqrt{2}$

(۲) -36

(۳) $36\sqrt{2}$

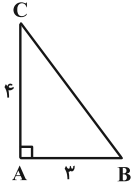
(۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب

۲۱- مثلث قائم الزاویه ABC شکل زیر را حول ضلع BC دوران می‌دهیم. حجم جسم فضایی حاصل چند برابر $\frac{\pi}{5}$ است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۶

(۳) ۴۸

(۴) ۵۶

۲۲- در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۲ و ۷ و ساق‌های ۳ و ۴، اندازه پاره‌خطی که وسط‌های دو قاعده دوزنقه را به هم وصل می‌کند، چقدر است؟

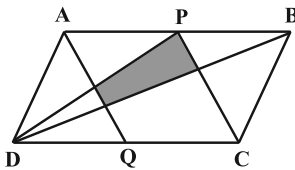
(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۱/۵

(۱) ۲

۲۳- در شکل زیر، P و Q به ترتیب وسط اضلاع AB و CD از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ۳۰ واحد مربع باشد، مساحت چهارضلعی سایه‌زده چند واحد مربع است؟



(۱) ۵

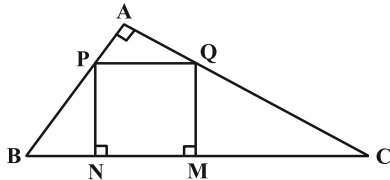
(۲) ۶

(۳) ۳/۲۵

(۴) ۳/۷۵

۲۴- در شکل زیر ABC مثلث قائم‌الزاویه و چهارضلعی $MNPQ$ مربع است. اگر $BN = ۲$ و $CM = ۸$ باشند، طول ارتفاع وارد بر

PQ در مثلث APQ کدام است؟



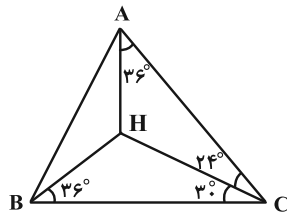
(۱) ۰/۸

(۲) ۱/۲

(۳) ۱/۶

(۴) ۳/۲

۲۵- در شکل زیر اندازه زاویه ABH چقدر است؟



(۱) ۲۴°

(۲) ۱۸°

(۳) ۳۰°

(۴) ۱۲°

محل انجام محاسبات

۲۶- در یک چندضلعی شبکه‌ای مجموع تعداد نقاط درونی و مرزی ۱۲ است. تفاضل حداکثر و حداقل مساحت این چندضلعی کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۴/۵

(۳) ۵

(۴) ۵/۵

۲۷- مجموع تعداد قطرهای سه رأس دوجه‌دو غیرمجاور در یک n ضلعی محدب برابر ۱۸ است. با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس این

n ضلعی، سطح آن به چند مثلث متمایز تقسیم می‌شود؟

(۱) ۸

(۲) ۷

(۳) ۶

(۴) ۹

۲۸- اندازه اضلاع یک مستطیل برابر $2\sqrt{2}$ و ۱ می‌باشد. فاصله وسط ضلع کوچک‌تر تا قطر مستطیل کدام است؟

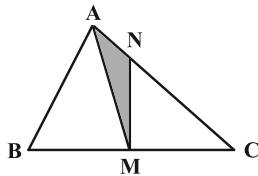
(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۹- در شکل زیر AM میانه وارد بر ضلع BC بوده و $NC = 2AN$ است. مساحت مثلث AMN چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



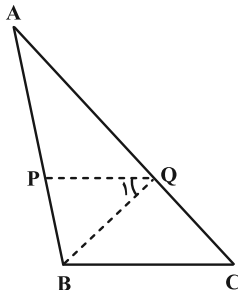
(۱) $\frac{3}{20}$

(۲) $\frac{2}{15}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۳۰- در شکل زیر $AP = 4PB$ ، $BQ = QC$ و $\hat{Q}_1 = \hat{C}$ است. حاصل $\frac{BQ}{AC}$ کدام است؟



(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۲۵

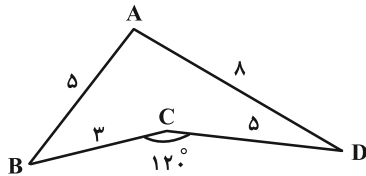
(۳) ۰/۳

(۴) ۰/۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

۳۱- مساحت چهارضلعی مقعر ABCD، چند برابر $25\sqrt{3}$ است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

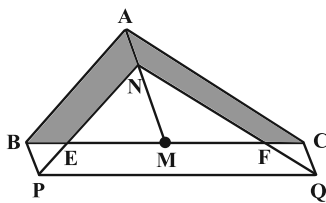
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) ۱

۳۲- در شکل زیر، نقطه N روی میانه AM طوری قرار دارد که $AN = \frac{1}{4}AM$ ؛ مثلث ABC را با بردار \overrightarrow{AN} انتقال داده ایم تا مثلث

NPQ حاصل شود، مساحت ناحیه هاشورزده چه کسری از مساحت مثلث NPQ می باشد؟



(۱) $\frac{11}{16}$

(۲) $\frac{5}{16}$

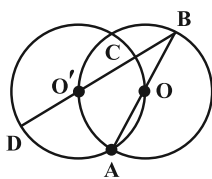
(۳) $\frac{7}{16}$

(۴) $\frac{9}{16}$

۳۳- مطابق شکل، دو دایره که از مرکزهای همدیگر (نقاط O و O') می گذرند در نقطه A مشترکند. امتداد AO دایره سمت راست

را در نقطه B و پاره خط BO' (و امتداد آن)، دایره سمت چپ را در C و D قطع می کند. نسبت اندازه کمان های AD و OC

کدام است؟



(۱) ۴

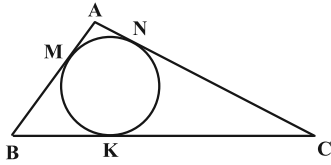
(۲) ۳

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) ۲

محل انجام محاسبات

۳۴- در شکل زیر $AM = 1$ ، $BK = 3$ و $CN = 12$ هستند. نقطه‌ای که از اضلاع AC و BC به فاصله ۱ واحد است، از ضلع AB چه



فاصله‌ای دارد؟

(۱) ۴

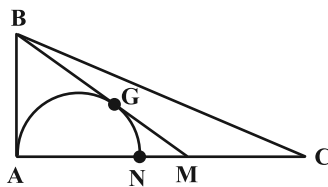
(۲) ۴/۸

(۳) ۵

(۴) ۲۵

۳۵- در شکل زیر، نیم‌دایره به قطر AN بر میانه BM در نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) مماس شده

است. اگر $AB = 2\sqrt{5}$ باشد، آن‌گاه شعاع نیم‌دایره چقدر است؟



(۱) ۵/۳

(۲) ۲

(۳) ۷/۵

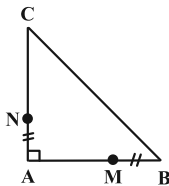
(۴) ۱/۵

۳۶- در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین شکل زیر، اگر $AN = BM$ باشد، آن‌گاه چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) محیط مثلث AMN ثابت است.

ب) عمود منصف MN همواره از نقطه ثابتی می‌گذرد.

ج) زاویه بین CM و BN همواره ثابت است.



(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) هیچ کدام

(۳) ۳

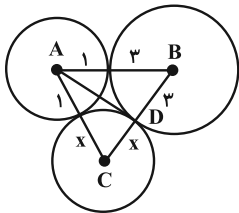
محل انجام محاسبات

۳۷- اگر در مثلث ABC رابطه $a \sin \hat{C} = (2c^2 - 1) \sin \hat{A}$ و $c \sin \hat{C} = b \sin \hat{B}$ برقرار باشد، طول ضلع b کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ۴ (۴) $2\sqrt{2}+1$

۳۸- سه دایره به مرکزهای A ، B و C دایره دو مماس خارجی‌اند. اگر اندازه AD برابر ۲ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



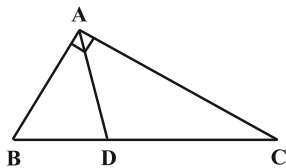
۱ (۱) $\sqrt{8}$

۲ (۲) $\sqrt{10}$

۳ (۳) $\sqrt{15}$

۴ (۴) $\sqrt{20}$

۳۹- نیمساز زاویه قائمه A از مثلث قائم‌الزاویه ABC وتر BC را به دو قسمت به طول‌های ۳ و ۱ واحد تقسیم می‌کند. اندازه نیمساز AD برابر کدام است؟



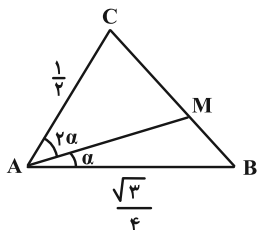
۱ (۱) $\sqrt{1/6}$

۲ (۲) $\sqrt{1/8}$

۳ (۳) $\sqrt{4/8}$

۴ (۴) $\sqrt{2/8}$

۴۰- در مثلث ABC شکل زیر، اگر اندازه CM ، دو برابر اندازه BM باشد، اندازه BM کدام است؟



۱ (۱) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

۲ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{8}$

۳ (۳) $\frac{\sqrt{7}}{9}$

۴ (۴) $\frac{\sqrt{7}}{12}$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۴۱- بازده اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار $1/65$ براساس یک نمونه به صورت $[4/8, 5/4]$ به دست آمده

است. کدام گزینه مجموع اعضای این نمونه را نشان می‌دهد؟

۶۲۹/۲ (۱) ۵۶۶/۱ (۲)

۶۱۷/۱ (۳) ۵۷۱/۱ (۴)

۴۲- در نمودار جعبه‌ای داده‌های مرتب شده $1, 2, 2, 5, 6, 7, 8, 8, 12, 14, x, 17, 18$ نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط

میانه از هم جدا شده‌اند، برابر $\frac{3}{4}$ است. مقدار داده x کدام است؟

۱۴ (۱) ۱۴/۵ (۲)

۱۵ (۳) ۱۵/۵ (۴)

۴۳- اگر میانگین ۲۵ داده جدول زیر برابر ۱۶ باشد، آن‌گاه واریانس این داده‌ها چقدر است؟

مقدار داده	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۲۰
فراوانی	۶	x	۵	۳	y

۱۰/۲۸ (۱)

۱۲/۶۴ (۲)

۱۳/۷۶ (۳)

۱۱/۵۲ (۴)

۴۴- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند که $P(B' - A) - P(A')P(B') = 0$ ، $P(A - B) = \frac{1}{4}$ و $P(A | B) = \frac{3}{8}$ باشند،

$P(B' | A)$ کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۵- احتمال آن که علی دوچرخه بخرد $0/55$ و احتمال آن که رایانه بخرد $0/3$ و احتمال آن که هر دو را بخرد $0/1$ می باشد، اگر علی دوچرخه نخرد، احتمال آن که رایانه نیز نخرد چقدر است؟

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

$$\frac{5}{8} \quad (3)$$

$$\frac{5}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{14} \quad (4)$$

۴۶- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S داریم $P(A' \cap B') = 0/35$ و $P(B \cap A') = 0/3$ مقدار $P(A)$ چقدر است؟

$$0/3 \quad (1)$$

$$0/45 \quad (3)$$

$$0/35 \quad (2)$$

$$0/5 \quad (4)$$

۴۷- اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -n, 3^m \leq 3n\}$ و $B_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -2n, 2^m \leq 2n\}$ باشند، آن گاه $(B_n - A_n) \times A_n$ چند عضو دارد؟

$$12 \quad (1)$$

$$16 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$18 \quad (4)$$

۴۸- اگر A و B دو مجموعه دلخواه و $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = A - B$ باشد، آن گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر غیر تهی است؟

$$B - A \quad (1)$$

$$A' \cap B' \quad (3)$$

$$A \quad (2)$$

$$B \quad (4)$$

۴۹- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، گزاره $[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow [\sim p \vee q]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

$$\sim p \quad (2)$$

$$q \quad (4)$$

$$\sim p \quad (2)$$

$$q \quad (4)$$

$$p \quad (1)$$

$$\sim q \quad (3)$$

۵۰- تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر وجه آن متناسب با عکس تعداد شماره‌های طبیعی آن وجه می باشد، با

کدام احتمال در پرتاب این تاس عددی زوج یا مضرب ۳ می آید؟

$$\frac{21}{37} \quad (1)$$

$$\frac{16}{37} \quad (3)$$

$$\frac{13}{37} \quad (2)$$

$$\frac{19}{37} \quad (4)$$

دوازدهم ریاضی



آزمون ۷ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۲	فیزیک ۱	۳۰	۵۱	۸۰
	فیزیک ۲			
۳	شیمی ۱	۳۰	۸۱	۱۱۰
	شیمی ۲			

دانش آموزان گرامی توجه داشته باشید که در آزمون ۱۶ فروردین در هر درس، علاوه بر سؤالات اجباری نیم سال اول، ۶۰ درصد مباحث نیم سال دوم را به صورت اختیاری آورده ایم.



آزمون «۷ فروردین ۱۴۰۳» اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۵۱-۸۰	۳۰	فیزیک
۸۱-۱۱۰	۳۰	شیمی
۵۱-۱۱۰	۶۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فراز رسولی معصومه شریعت‌ناصری-شیرازادی-غلامرضا محبی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی‌مقدم	فیزیک	
احسان پنجه‌شاهی-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی‌خیایوی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-امیرمحمد کنگرانی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی میلاد میرحیدری
بازبینی نهایی رتبه‌های برتر	حسین بصیر ترکمپور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-علیرضا زارعی-حسین شاهسواری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک ۱ و فیزیک ۲: کل کتاب

۵۱- کدام یک از اعداد گزینه‌های زیر معادل بقیه نیست؟

(۱) $2 \times 10^8 \mu\text{m}^2$ (۲) $2 \times 10^{-2} \text{dam}^2$ (۳) $2 \times 10^2 \text{mm}^2$ (۴) $2 \times 10^{-10} \text{km}^2$

۵۲- یک کره به شعاع 10cm و جرم 4kg را از فلزی با چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ می‌سازیم. اگر حفره درون کره را با مایعی به چگالی $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

پر کنیم، جرم کره چند کیلوگرم خواهد شد؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۵۳- جرم یک جسم توسط چهار ترازوی دیجیتال متفاوت اندازه‌گیری شده است. اندازه اختلاف کمترین و بیشترین دقت اندازه‌گیری بین این ترازوها چند گرم است؟

A: $14/690 \text{kg}$

B: $194/6 \times 10^{-4} \text{Mg}$

C: 14690g

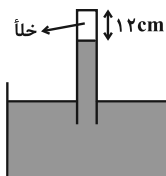
D: $1/94600 \times 10^4 \mu\text{g}$

(۱) $9/99$ (۲) $0/99$ (۳) $0/09$ (۴) $0/009$

۵۴- در شکل زیر، لوله‌ای به صورت قائم درون ظرفی که حاوی مایعی به چگالی $10/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است، قرار دارد. ارتفاع بخش خلأ لوله

12cm و سطح مقطع لوله 5cm^2 است. لوله را در راستای قائم چند سانتی‌متر جابه‌جا کنیم تا نیروی وارد بر ته لوله $4/08$

نیوتون شود؟ ($P_0 = 75 \text{cmHg}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



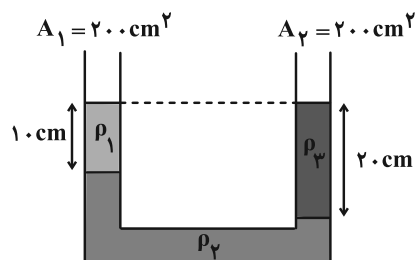
(۱) ۲۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۴

(۴) ۶

۵۵- در شکل زیر چند لیتر از مایع (۱) به شاخه سمت چپ اضافه کنیم تا سطح مایع (۲) در دو طرف هم‌تراز شود؟



($\rho_1 = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_2 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۳

(۲) $2/5$

(۳) ۲

(۴) $3/5$

محل انجام محاسبات

۵۶- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

الف) در جسمی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد $10\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ ، نسبت بیشترین فشار وارد بر سطح زیرین از طرف جسم به کمترین فشار وارده، برابر ۳ است.

ب) سطح آب در یک لوله موئین شیشه‌ای تمیز، به صورت برآمده است.

پ) در آزمایش توریچلی قطر لوله غیرموئین تاثیری بر نتیجه آزمایش ندارد.

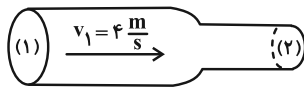
ت) علت وارد شدن نیروی شناوری به جسم درون یک مایع، اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی جسم است.

ث) طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن هم افزایش می‌یابد.

۱) الف، ت و ث ۲) ب و پ ۳) الف، پ و ت ۴) الف و ت

۵۷- در شکل زیر، قطر مقطع (۱) از لوله، $1/5$ برابر قطر مقطع (۲) از آن است. اگر ۲ لیتر آب از قسمت (۱) لوله وارد قسمت (۲) آن

شود، کار کل انجام شده روی آن چند ژول است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



۱۶ (۱)

۶۵ (۲)

۸۱ (۳)

۹۷ (۴)

۵۸- گلوله‌ای را با تندی v در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و حداکثر تا ارتفاع ۵۰ متر بالا می‌رود و هنگامی که به نقطه پرتاب برمی‌گردد، تندی آن نسبت به تندی اولیه $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کاهش می‌یابد. اگر نیروی مقاومت هوا در طول مسیر حرکت گلوله

ثابت در نظر بگیریم، تندی اولیه گلوله (v) چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۴۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

۵۹- یک موتور الکتریکی با توان ۶۰۰ وات و بازده ۸۰ درصد بر روی یک چاه عمیق کشاورزی نصب شده است. این موتور در مدت ۱۵ دقیقه می‌تواند $2/4$ مترمکعب آب را از حالت سکون و از عمق ۱۲ متری بالا کشیده و آن را تا ارتفاع ۴ متری از سطح زمین بالا

ببرد. در این صورت تندی خروج آب از دهانه لوله چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

$2\sqrt{10}$ (۴)

$6\sqrt{10}$ (۳)

$2\sqrt{30}$ (۲)

$\sqrt{130}$ (۱)

۶۰- گلوله‌ای به جرم 2 kg از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین رها شده و با سرعت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می‌رسد. اگر تمام انرژی مکانیکی

تلف شده از لحظه رها شدن تا برخورد به زمین در اثر مقاومت هوا به گرما تبدیل شده و گرمای حاصل به‌طور کامل به گلوله داده

شود، افزایش دمای گلوله در این جابه‌جایی چند درجه سلسیوس خواهد بود؟ $(\text{گلوله } 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{ و } 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \text{گلوله } 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

۶۱- ۸۰ درصد یک ظرف به حجم ۲ لیتر را از مایعی با ضریب انبساط حجمی $(^{\circ}\text{C})^{-1} \times 10^{-3} \times 6$ پر می‌کنیم. اگر دمای ظرف و مایع هم

دمای آن را 60°C بالا ببریم، 32 cm^3 مایع سرریز می‌شود. ضریب انبساط طولی ظرف در SI کدام است؟

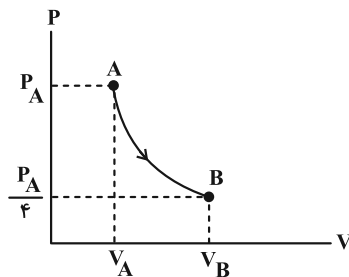
- (۱) 4×10^{-4} (۲) 6×10^{-4} (۳) $1/2 \times 10^{-3}$ (۴) $1/8 \times 10^{-3}$

۶۲- مقداری یخ صفر درجه سلسیوس را در مقداری آب با دمای 55°C وارد می‌کنیم. به تدریج که یخ ذوب می‌شود، دمای آب هم رفته‌رفته کاهش یافته، به طوری که وقتی یخ به طور کامل ذوب می‌شود، دمای آب 40°C کاهش می‌یابد. بعد از رسیدن به حالت

تعادل، دمای نهایی آب چند درجه سلسیوس خواهد بود؟ ($L_{\text{یخ}} = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$)

- (۱) ۵ (۲) $7/5$ (۳) ۱۰ (۴) $12/5$

۶۳- مقداری گاز آرمانی طی یک فرایند بی‌دررو از حالت A به حالت B می‌رود. کدام مورد درست است؟



(۱) $V_B > 4V_A$ و دمای گاز افزایش می‌یابد.

(۲) $V_A > \frac{V_B}{4}$ و دمای گاز افزایش می‌یابد.

(۳) $V_B > 4V_A$ و دمای گاز کاهش می‌یابد.

(۴) $V_A > \frac{V_B}{4}$ و دمای گاز کاهش می‌یابد.

۶۴- بازده ماشین A، ۲۳ درصد بیشتر از بازده ماشین B است. با توان ورودی یکسان، اگر ماشین A، کار W را در مدت ۵ دقیقه

انجام دهد، ماشین B، کار $\frac{4}{3}W$ را در چند ثانیه انجام می‌دهد؟

- (۱) $8/2$ (۲) $1/64$ (۳) ۴۹۲ (۴) $98/4$

۶۵- به ترتیب از راست به چپ، کدام مورد قانون دوم ترمودینامیک را به بیان یخچالی و کدام مورد قانون دوم ترمودینامیک را به بیان

ماشین گرمایی نقض می‌کند؟

(الف) $W = -50\text{ J}$ ، $Q_H = 110\text{ J}$ ، $Q_L = -50\text{ J}$

(ب) $W = 50\text{ J}$ ، $Q_H = -110\text{ J}$ ، $Q_L = 50\text{ J}$

(پ) $W = 0\text{ J}$ ، $Q_H = -100\text{ J}$ ، $Q_L = 100\text{ J}$

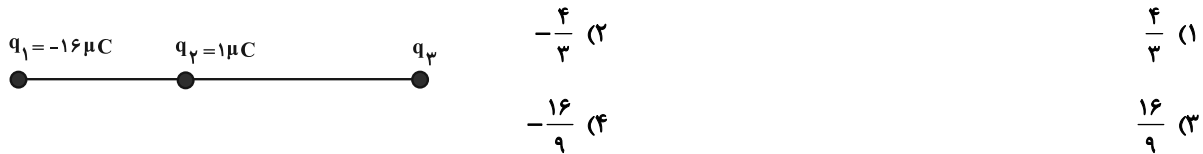
(ت) $W = -100\text{ J}$ ، $Q_H = 100\text{ J}$ ، $Q_L = 0\text{ J}$

- (۱) پ، ت (۲) الف، ب (۳) ت، پ (۴) ب، الف

۶۶- سه کره مشابه و رسانا با بارهای همنام در اختیار داریم. ابتدا کره B را با کره C تماس می‌دهیم و جدا می‌کنیم. کره C، ۲۵٪ از بار خود را از دست می‌دهد. سپس کره C را با کره A تماس می‌دهیم. پس از جدا کردن، کره C $\frac{1}{3}$ از بار خود را از دست می‌دهد. نسبت بار اولیه کره B به بار اولیه کره A کدام است؟

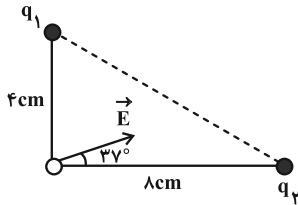
- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۷- در شکل زیر هر سه بار الکتریکی در حال تعادل هستند. بار q_3 چند میکروکولن است؟



۶۸- در دو رأس یک مثلث قائم‌الزاویه، ۲ بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -1/5 \mu C$ و q_2 ثابت شده‌اند. اگر میدان برابند این دو بار در

رأس قائمه به صورت \vec{E} باشد، q_2 چند میکروکولن است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) ، $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

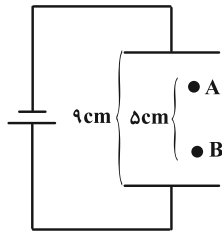


- (۱) -۴ (۲) -۸ (۳) ۸ (۴) ۴

۶۹- مطابق شکل ذره‌ای به جرم ۲۰g و بار $40 \mu C$ را از نقطه A با سرعت اولیه $1 \frac{m}{s}$ پرتاب می‌کنیم و در نقطه B متوقف می‌شود.

اگر بار ذخیره شده در خازن $2/7 nC$ باشد و صفحات خازن دایره‌ای باشد، قطر صفحات خازن چند واحد SI است؟

$(\pi = 3, g = 10 \frac{m}{s^2}, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2})$

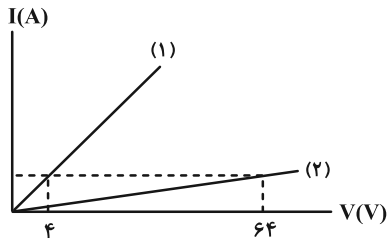


- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۷۰- فاصله بین صفحات خازن شارژ شده‌ای که از باتری جدا است را دو برابر می‌کنیم و فضای خالی بین صفحات آن را با دی‌الکتریک با ضریب $K=4$ پر می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در خازن و میدان الکتریکی بین صفحات خازن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

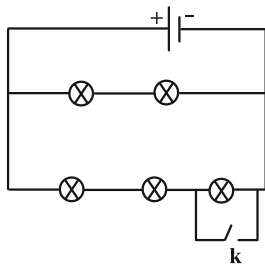
- (۱) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$

۷۱- سیم رسانایی را از دستگاهی عبور می‌دهیم به گونه‌ای که حجم سیم ثابت می‌ماند، اما قطر آن تغییر می‌کند. اگر نمودار $I-V$ سیم اولیه (۱) و سیم ثانویه (۲) به صورت زیر باشد، قطر سیم چند برابر می‌شود؟



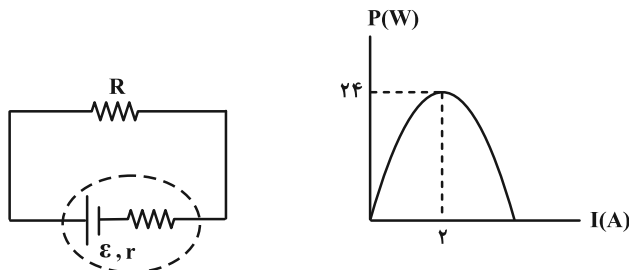
- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۷۲- در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه و مولد آرمانی است و در ابتدا کلید باز است. اگر کلید را ببندیم، توان مصرفی در مجموعه لامپ‌ها $50W$ تغییر می‌کند. توان مصرفی در مجموعه لامپ‌ها پس از بستن کلید چند وات است؟



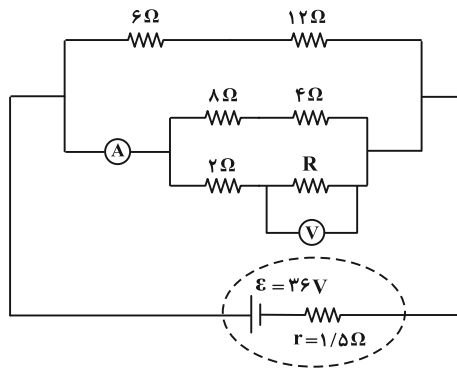
- (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۳۵۰

۷۳- نمودار توان خروجی مولد برحسب جریان عبوری از آن در مدار زیر، مطابق شکل است. اگر مقاومت R برابر 10Ω باشد، توان خروجی مولد برابر چند وات خواهد بود؟



- (۱) ۲۴ (۲) $22/5$ (۳) ۱۲ (۴) $10/5$

۷۴- اگر در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی، $\frac{4}{5}$ آمپر را نشان دهد، ولتسنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



(۱) ۳۰

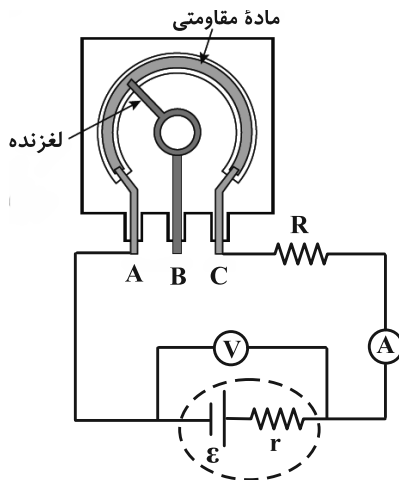
(۲) ۱۵

(۳) $\frac{22}{5}$

(۴) ۱۲

۷۵- شکل زیر یک پتانسیومتر را نشان می‌دهد. با حرکت لغزنده به صورت ساعتگرد، عددی که ولتسنج آرمانی و آمپرسنج آرمانی

نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



(۱) کاهش می‌یابد- افزایش می‌یابد

(۲) کاهش می‌یابد- ثابت می‌ماند

(۳) ثابت می‌ماند- کاهش می‌یابد

(۴) ثابت می‌ماند- ثابت می‌ماند

۷۶- یون He^{2+} در اثر یک واکنش هسته‌ای از درون هسته به بیرون پرتاب می‌شود و با سرعت $v = 5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از داخل یک

سیملوله عمود بر خطوط میدان مغناطیسی آن عبور می‌کند. اگر طول سیملوله ۶۰ سانتی‌متر باشد و در هر متر دارای ۱۰۰۰

دور باشد، در صورت عبور جریان $\frac{100}{\pi}$ A از سیملوله، به یون He^{2+} چه نیرویی از طرف میدان بر حسب نیوتون وارد می‌شود؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \text{ و } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C})$$

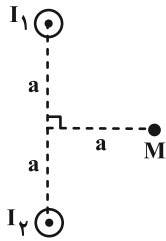
(۴) $3/2 \times 10^{-12}$

(۳) $3/2 \times 10^{-10}$

(۲) $6/4 \times 10^{-12}$

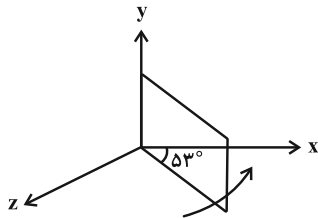
(۱) $6/4 \times 10^{-10}$

۷۷- در شکل زیر، مقطع دو سیم موازی و بسیار بلند که حامل جریان‌های هم‌جهت هستند، عمود بر صفحه شکل قرار گرفته‌اند. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم در نقطه M ، برابر با $2\sqrt{2}G$ است. اگر در نقطه M ، ذره‌ای با بار $q = -2\mu C$ و تندی $10^4 \frac{m}{s}$ عمود بر صفحه به طرف داخل صفحه شلیک شود، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر آن چند نیوتون و جهت آن به کدام سمت است؟



- (۱) 8×10^{-2} ، چپ
 (۲) 8×10^{-2} ، راست
 (۳) 8×10^{-6} ، چپ
 (۴) 8×10^{-6} ، راست

۷۸- مطابق شکل زیر، یک قاب مستطیل شکل به ابعاد $30\text{cm} \times 20\text{cm}$ و مقاومت 10Ω درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (0/0.3T)\vec{i}$ قرار دارد. اگر قاب را حول ضلعی که منطبق بر محور y است، در مدت زمان 2ms به اندازه 16 درجه در جهت نشان داده شده دوران دهیم، اندازه جریان القایی متوسط چند میلی آمپر است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

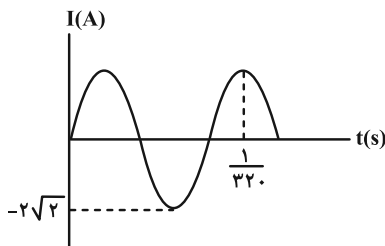


- (۱) $5/4 \times 10^{-2}$
 (۲) $1/8 \times 10^{-2}$
 (۳) ۵۴
 (۴) ۱۸

۷۹- معادله جریان الکتریکی عبوری از القاگری به ضریب القاوری $0/02H$ بر حسب زمان در SI به صورت $I = t^2 - 8t + 20$ می‌باشد. کمینه انرژی ذخیره شده در القاگر چند میلی ژول است؟

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲۰ (۴) ۳۲

۸۰- نمودار تغییرات یک جریان متناوب سینوسی به صورت شکل زیر است. اندازه جریان در لحظه $\frac{1}{330}$ ثانیه چند آمپر است؟



- (۱) ۲
 (۲) $2\sqrt{2}$
 (۳) ۵
 (۴) $5\sqrt{2}$

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی ۱ و شیمی ۲: کل کتاب

۸۱- در یون X^{2+} تعداد الکترون‌ها با $n+1=5$ دو برابر $n+1=4$ است. کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی مشابه جمله زیر است؟
«در اتم X ، ۱۰ الکترون با $I=0$ وجود دارد.»

- ۱) این یون به آرایش گاز نجیبی می‌رسد که آخرین فلز هم‌دوره آن برای دومین بار $I=2$ آن از الکترون کاملاً پر می‌شود.
- ۲) اتم آن می‌تواند اکسیدهایی با فرمول X_2O و XO تشکیل دهد.
- ۳) خاصیت فلزی اتم آن از عنصر قبلی آن کمتر است.
- ۴) عنصری که جرم اتمی میانگین ندارد، می‌تواند با اتم آن هم ستون باشد.

۸۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- کار با واحد جرم اتمی در عمل و آزمایشگاه ممکن نیست.
- عدد جرمی و مقدار عددی جرم اتمی در ایزوتوپ $^{12}_6C$ یکسان است.
- جرم اتمی میانگین کلر به جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر آن نزدیک‌تر است.
- با استفاده از مقیاس amu فقط می‌توان جرم اتم‌های پایدار را اندازه‌گیری کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳- اگر اختلاف تعداد نوترون و الکترون در یون X^{3+} برابر ۱۶ و مجموع ذرات زیراتمی در Y^{2+} برابر ۷۸ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

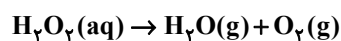
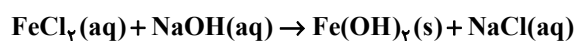
- ۱) اختلاف عدد اتمی عناصر X و Y معادل عددی اتمی یک گاز نجیب است.
- ۲) X و Y دو فلز واسطه و پایدار متعلق به یک گروه جدول تناوبی هستند.
- ۳) طیف نشری خطی عناصر X و Y به یقین متفاوت از هم است.
- ۴) در اتم Y ، الکترون‌های ظرفیت ۲۸ درصد کل الکترون‌ها را تشکیل می‌دهند.

۸۴- در یک آزمایش مخلوطی از گازهای پروپان و اکسیژن به جرم ۱۰۲ گرم در شرایط STP به‌طور کامل با یکدیگر واکنش داده‌اند.

اختلاف حجم این دو گاز در مخلوط ابتدایی چند لیتر بوده است؟ ($H=1, C=12, O=16: g \cdot mol^{-1}$)

۱) صفر ۲) ۲۲/۴ ۳) ۴۴/۸ ۴) ۵۶

۸۵- مجموع ضرایب گونه‌های حاضر در چه تعداد از واکنش‌های زیر پس از موازنه، از مجموع ضرایب H_2O در واکنش‌های سوختن کامل اتانول و استون بیشتر است؟



۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

۸۶- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در هر یک از مولکول‌های HCN و CH_۲O دو برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول کربن مونوکسید می‌باشد.

(ب) نسبت شمار کاتیون به آنیون در مس (I) اکسید با نسبت اکسیژن به نیتروژن در دی‌نیتروژن تترا اکسید یکسان است.

(پ) آرایش الکترونی یون آهن در FeF_۳ با آرایش الکترونی Mn^{۲+} یکسان است.

(ت) مجموع شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول‌های اوزون، گوگرد تری‌اکسید و آب برابر ۱۷ می‌باشد.

(ث) فلز آلومینیم به شکل بوکسیت (Al_۲O_۳ خالص) و سیلیسیم به شکل سیلیس (SiO_۲) در طبیعت وجود دارد.

(۱) آ، ب، پ (۲) ب، ت، ث (۳) آ، پ، ت (۴) پ، ت، ث

۸۷- چند مورد از موارد زیر در اوزون بیشتر از اکسیژن است؟ (O = ۱۶ : g.mol^{-۱})

• میزان نیروی وارد شده از طرف مولکول‌های آن به دیواره ظرف حاوی ۶۴ گرم از آن

• جرم یک لیتر از آن در شرایط استاندارد

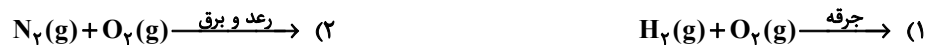
• دمای جوش

• اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی

• میزان آسیب‌رسانی به ریه انسان

(۱) چهار (۲) پنج (۳) شش (۴) سه

۸۸- کدام واکنش در شرایط تعیین شده انجام نمی‌شود؟



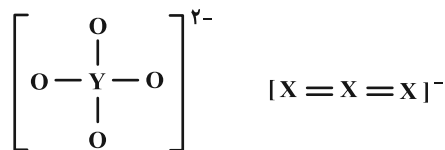
۸۹- محفظه در بسته‌ای در اختیار داریم. دو گاز X و Y را در دمای T کلوین وارد این سیلندر می‌کنیم تا با یکدیگر به‌طور کامل واکنش دهند. در انتهای فرایند مشاهده می‌کنیم دما به ۲T کلوین رسیده و فشار محفظه تغییری نکرده است. با توجه به

اطلاعات داده شده در کدام گزینه واکنش انجام شده به درستی بیان شده است؟



۹۰- اگر در ساختارهای زیر همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی کنند و عنصرهای X و Y به ترتیب به دوره‌های دوم و سوم جدول

تناوبی تعلق داشته باشند، کدام گزینه در مورد این دو عنصر درست است؟



(۱) XO_۲ گازی قهوه‌ای رنگ است و درون آگروز خودروها می‌تواند اوزون تروپوسفری را تولید کند.

(۲) عنصر Y یک جامد زرد رنگ است و در واکنش با فلز نقره به یک جامد سیاه رنگ تبدیل می‌شود.

(۳) سوخت سبز سوختی است که در ساختار خود اوزون بر کربن و هیدروژن، عنصر X نیز داشته باشد.

(۴) گاز YO_۳ مستقیماً از فعالیت‌های صنعتی ایجاد شده و می‌تواند منجر به بارش باران اسیدی شود.

۱۰۴- جدول زیر تغییرات مول سه ماده گازی A، B و C را در یک ظرف ۵ لیتری در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. با توجه به این اطلاعات، سرعت متوسط واکنش در بازه داده شده چند $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ می‌باشد و نسبت a به b کدام است؟

زمان (ثانیه)	۰	۱۵	۳۰
مول A	۲	۱/۲۵	۰/۷۵
مول B	۵	a	۱/۲۵
مول C	۰	۱/۵	b

۱/۱ - ۲/۵ (۱)

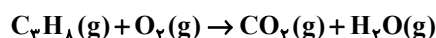
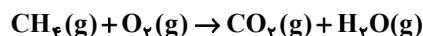
۲/۵ - ۰/۵ (۲)

۱/۱ - ۰/۵ (۳)

۲/۵ - ۲/۵ (۴)

۱۰۵- اگر مخلوطی شامل ۳۵ گرم از متان و پروپان را در مدت ۳۰ ثانیه به‌طور کامل بسوزانیم و در این مدت سرعت متوسط تولید CO_2 برابر ۴/۵ مول بر دقیقه باشد، اختلاف جرم متان و پروپان در مخلوط اولیه کدام است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود).

(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۵ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۱۳ (۱)

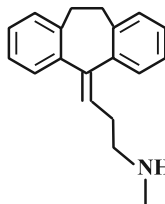
۱۰۶- چند مورد از موارد زیر درباره سنگین‌ترین آلکانی که طویل‌ترین زنجیر کربنی آن پنج کربن دارد صحیح است؟

• اختلاف ضرایب استوکیومتری CO_2 و H_2O حاصل از سوختن یک مول از آن برابر با $\frac{1}{4}$ تفاوت ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش سوختن کامل نونان است.

• از هیدروژن‌دار کردن تنها یک آلکن در شرایط مناسب می‌توان به آلکان مدنظر رسید.

• این ترکیب برخلاف عمده گازهای موجود در هواکره قطبی است.

• اختلاف تعداد پیوندهای C-H و C-C آن برابر تعداد پیوندهای C-H ترکیب زیر است:



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۰۷- درباره ساختار زیر که یک داروی ضد ویروس را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(H=۱, C=۱۲, N=۱۴, O=۱۶ : $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

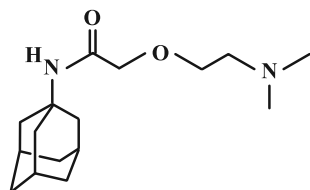
• اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی آن برابر با ۴۴ است.

• مجموع درصد جرمی اتم‌های کربن و اکسیژن در آن برابر با ۷۰٪ می‌باشد.

• همانند ویتامین C می‌تواند با مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

• نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در فرمول شیمیایی آن، ۲ برابر این نسبت در نفتالن است.

• این مولکول می‌تواند از سمت گروه عاملی آمینی خود، با یک کربوکسیلیک اسید واکنش دهد.



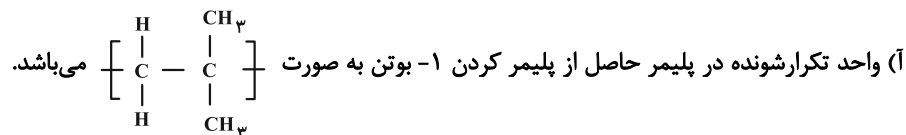
۴ (۴)

۳ (۳)

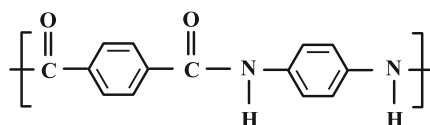
۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۸- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



(ب) در شرایط یکسان، انحلال پذیری استیک اسید در آب از انحلال پذیری $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_3\text{COOH}$ بیشتر است.
(پ) هر دو مونومر پلیمری با واحد تکرارشونده زیر، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارند.



(ت) حالت فیزیکی بوتان در دما و فشار اتاق برخلاف ۱، ۲- دی برمواتان به صورت گازی است.

(ث) در واکنش پلیمری شدن اتن در حضور کاتالیزگرهای محتوی تیتانیوم یا آلومینیم جرم مولی میانگین پلی اتن تولید شده به نسبت مولی کاتالیزگرها بستگی ندارد.

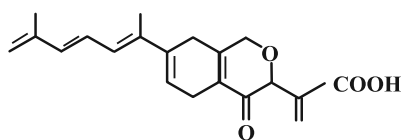
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۰۹- با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟



- دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

- برای سوختن هر مول از آن ۵۷ مول گاز اکسیژن لازم است.

- در واکنش تهیه استر می تواند شرکت کند.

- دارای ۸ اتم کربن بدون اتصال به اتم H است.

- دارای ۲۱ پیوند اشتراکی C-H است.

۱ (۴)

۴ (۳)

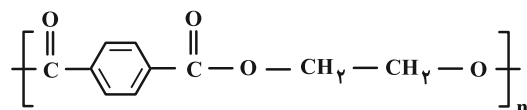
۳ (۲)

۲ (۱)

۱۱۰- همه عبارتهای زیر درست اند به جز:

(۱) در فرمول مولکولی مونومر سازنده پلی سیانواتن نسبت شمار اتمهای C به H با این نسبت در مولکول استیرن یکسان است.

(۲) فرمول مولکولی دی اسید سازنده پلی استر زیر $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ می باشد.



(۳) سلولز همانند پلی اتن یک درشت مولکول می باشد و مونومر سازنده هر دو در طبیعت یافت می شود.

(۴) نسبت شمار جفت الکترونهای پیوندی به ناپیوندی در وینیل کلرید با این نسبت در ساده ترین استر متفاوت است.



آزمون ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-مسعود برملا-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-محمد رضا راسخ-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی جهانبخش نیکنام	ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-مهرداد راشدی سوگند روشنی-هومن عقیلی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و احتمال	
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فراز رسولی معصومه شریعت ناصری-شیلا شیرزادی-غلامرضا محبی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم	فیزیک	
احسان پنجه‌شاهی-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-بیمان خواجوی مجد-حمید ذبحی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی خیابوی امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان زواره-پارسا عیوض پور-امیرمحمد کنگرانی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی میلاد میرحیدری
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	امیرمحمد کریمی	حسین بصیر ترکمبور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
	ویراستاران: امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-علیرضا زارعی-حسین شاهسواری
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



ریاضی پایه

گزینه «۱» ۱-

(سیدرضا اسلامی)

$$[2 \sin 60^\circ] - 2[\sin 60^\circ] = [\sqrt{3}] - 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 1 - 0 = 1$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۳۲)

گزینه «۳» ۲-

(عارل مسینی)

یعنی عرض رأس سهمی $f(x) = x^2 - ax + 5$ برابر ۱ است.

$$\Rightarrow y_S = -\frac{a^2 - 20}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5 \quad \text{یا} \quad x^2 + 4x + 5$$

پس $f(2)$ برابر ۱ یا ۱۷ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه ۸۰)

گزینه «۱» ۳-

(مهمدرضا اسبخ)

$$A = \frac{\sqrt{2+3}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2+3}}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \frac{\sqrt{2+3}}{\sqrt{2}+1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2+3}}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow A = 2\sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (A+1)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

گزینه «۲» ۴-

(مسعود برمل)

اگر x, y, z سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه $xy^2 = xz$ بین آن‌ها برقرار است. در این سؤال داریم:

$$(y^{2a})(x\sqrt{2})^{b+2} = (x\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{\frac{2a+\delta}{2}b+\delta} = 8 = 2^3$$

$$\Rightarrow 2a + \frac{\delta}{2}b + \delta = 3 \Rightarrow 2a + \frac{\delta}{2}b = -2 \quad (*)$$

حال مجموع پنج جمله اول دنباله حسابی داده شده را حساب می‌کنیم:

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5t_3 = 5\left(\frac{t_2 + t_4}{2}\right) = \frac{5}{2}(t_2 + t_4)$$

در این دنباله حسابی داریم:

$$t_2 + t_4 = 2a + 1 + \frac{\delta}{2}b + 3 = 2a + \frac{\delta}{2}b + 4 \stackrel{(*)}{=} -2 + 4 = 2$$

و در نتیجه مجموع پنج جمله اول آن برابر است با:

$$S = \frac{5}{2}(2) = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه «۲» ۵-

(شامر معنوی)

$$g^{-1} = \{(1, 22), (6, -2)\}$$

با توجه به اعضای تابع $f + g^{-1}$ به سادگی پیدا می‌کنیم که $f(1) = 0$ و $f(6) = -1$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} a - \sqrt{1+b} = 0 \\ a - \sqrt{6+b} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6+b} = 1 + \sqrt{1+b} \xrightarrow{\text{توان } 2} 6+b = 2+b+2\sqrt{1+b}$$

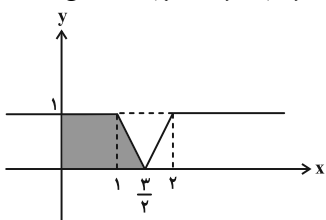
$$\Rightarrow \sqrt{1+b} = 2 \Rightarrow b = 3$$

با جای‌گذاری b ، مقدار a نیز برابر ۲ به دست می‌آید.

(مسایان ۱- پیر و معادله و تابع: صفحه‌های ۲۰، ۲۱، ۵۴ و ۶۳ تا ۶۶)

۶- گزینه «۳» (مهمدرضا اسبخ)

با قرینه کردن قسمت‌های منفی نمودار تابع $y = |x-1| - |x-2|$ نمودار تابع زیر به دست می‌آید:



$$S = \frac{(1 + \frac{3}{2})(1)}{2} = \frac{5}{4}$$

مساحت دوزنقه سایه خورده برابر است با:

(مسایان ۱- پیر و معادله: صفحه ۲۴)

۷- گزینه «۴» (کیان کریمی‌فراسانی)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند:

$$\alpha^2 - 6\alpha + 7 = \beta^2 - 6\beta + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 9 = \beta^2 - 6\beta + 9 = 2$$

پس برای محاسبه عبارت داده شده داریم:

$$(\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{2\beta} (\beta - 3)^{4\alpha} = (\alpha^2 - 6\alpha + 9)^{2\beta} (\beta^2 - 6\beta + 9)^{2\alpha} = 2^{2\beta} \times 2^{2\alpha} = 2^{2(\alpha+\beta)}$$

در معادله داده شده $\alpha + \beta = S = 6$ است و در نتیجه مطلوب مسئله برابر $2^{12} = 4096$ است.

(مسایان ۱- پیر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸- گزینه «۲» (کیان کریمی‌فراسانی)

جواب‌های معادله دوم را α و β در نظر می‌گیریم. در این صورت جواب‌های معادله اول $\sqrt{\alpha}$ و $\sqrt{\beta}$ خواهند بود. داریم:

$$\begin{cases} \alpha\beta = b+2 \\ \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta} = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = b+2 \Rightarrow b^2 - b - 2 = (b+1)(b-2) = 0$$

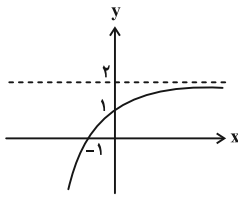
$$\xrightarrow{b>0} b = 2$$

همچنین داریم:

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = a \xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = a^2$$



که نمودار آن مطابق شکل زیر است:



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۲- گزینه «۳» (بجانبش نیکنام)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_{\Delta} x + \frac{\log_{\Delta} x}{\log_{\Delta} 6} = 1 \Rightarrow (1 + \log_{\Delta} 6) \log_{\Delta} x = 1$$

$$\Rightarrow (\log_{\Delta} 30) \log_{\Delta} x = 1 \Rightarrow \log_{\Delta} x = \frac{1}{\log_{\Delta} 30} = \log_{30} \Delta$$

پس جواب معادله $x = \Delta^{\log_{30} \Delta}$ است و این یعنی $n = \log_{30} \Delta$ است.

$$\frac{1}{\Delta^n} = \frac{1}{\Delta^{\log_{30} \Delta}} = \Delta^{\log_{30} 30} = 30$$

پس داریم:

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۳- گزینه «۱» (بجانبش نیکنام)

ضابطه تابع f را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 9 = (\sqrt{x} + 1)^3 + 8$$

و سپس با توجه به ضابطه تابع $f \circ g$ می‌توانیم ضابطه تابع g را پیدا کنیم:

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{g(x)} + 1)^3 + 8 = x + 8 \Rightarrow g(x) = (\sqrt[3]{x} - 1)^2$$

$$(g \circ g)\left(\left(\frac{9}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right) = g\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{9}{16}$$

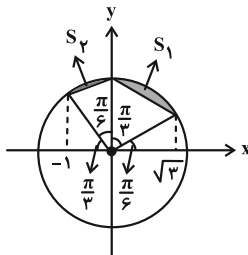
و در نهایت داریم:

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۴- گزینه «۳» (سیدرضا اسلامی)

با توجه به این که شعاع دایره برابر ۲ است، زوایای موجود در شکل را

می‌توان به صورت زیر مشخص کرد:



مساحت هر کدام از سطح‌های مشخص شده، از تفاضل مساحت یک مثلث

متساوی‌الساقین از یک قطاع دایره به دست می‌آید و داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3}\right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6}\right) (2)^2 - \frac{1}{2} (2)^2 \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} - 1$$

$$\Rightarrow 2S_2 - S_1 = \sqrt{3} - 2$$

(حسابان ۱- مثلثات: مکمل تمرین ۳ صفحه ۹۶)

$$\Rightarrow a + 8 + 4 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 12 = (a - 4)(a + 3) = 0$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 4 \Rightarrow ab = 8$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹- گزینه «۲» (کیان کریمی فراسانی)

طول ضلع مربع برابر $AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ است و همچنین فاصله

نقطه P از خط شامل ضلع AB به صورت زیر به دست می‌آید:

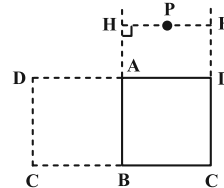
$$\left. \begin{array}{l} P(7, 9) \\ AB: 3x - y - 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow PH = \frac{|21 - 9 - 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

پس فاصله نقطه از خط شامل ضلع CD برابر $|\sqrt{10} \pm 2\sqrt{10}|$ است و

$$PH = \sqrt{10} \text{ یا } 3\sqrt{10}$$

داریم:

$$\Rightarrow S_{PCD} = \frac{1}{2} CD \cdot PH = \frac{1}{2} (2\sqrt{10})(\sqrt{10} \text{ یا } 3\sqrt{10}) = 10 \text{ یا } 30$$



(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۰- گزینه «۱» (مهمدرضا اسبخ)

با جای گذاری $2x - 2$ به جای x در رابطه دوم، روابط به صورت تغییر می‌کند:

$$\begin{cases} f(2x-1) + g(x+1) = 8x-2 \\ f(2x-1) - g(4x-5) = -2x \end{cases}$$

رابطه دوم را از رابطه اول کم می‌کنیم:

$$g(x+1) + g(4x-5) = 10x-2$$

ضابطه تابع g را $g(x) = ax + b$ می‌گیریم و داریم:

$$a(x+1) + b + a(4x-5) + b = 5ax + 2b - 4a = 10x - 2$$

$$\Rightarrow a = 2, \quad b = 3$$

پس $g(x) = 2x + 3$ و در نتیجه $g(1) = 5$ است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

۱۱- گزینه «۴» (کیان کریمی فراسانی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2(2^x) - \frac{1}{2^x} + 1}{2^x + 1} = \frac{2(2^x)^2 + 2^x - 1}{2^x(2^x + 1)}$$

$$= \frac{(2^x + 1)(2(2^x) - 1)}{2^x(2^x + 1)} = 2 - \frac{1}{2^x} \Rightarrow f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



حد چپ: $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 + 3x) = 2$
 اما تابع g با مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (fog)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 - m$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x + \frac{m|(x-1)(x-2)|}{(x-1)(x-2)} \right) = 2 - m$$

حد راست: $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x^2 + 3x) = 1$
 و تابع g از مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (fog)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + m$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف حد}} 2 - m = 1 + m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۱۹- گزینه «۳» (کلمه ایلالی)

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x \cos 2x - 1}{(\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} + 1) \sin x \sin 2x}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x (2 \cos^2 x - 1) - 1}{\sqrt{\cos x} \cos x \sin x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{2 \cos^3 x - \cos x - 1}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(\cos x - 1)(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{-(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{1 + \cos x} = -\frac{5}{8}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۲۰- گزینه «۳» (کلمه ایلالی)

برای این‌که تابع روی \mathbb{R} پیوسته باشد، لازم است که در ابتدا $x = 3$ ، ریشهٔ مخرج ضابطهٔ کسری باشد: $4(3) + b = 0 \Rightarrow b = -12$
 همچنین تابع در $x = 3$ باید حد داشته باشد، بنابراین $x = 3$ باید صفر عبارت صورت کسر نیز باشد، یعنی باید ریشهٔ مضاعف عبارت $2x^2 + ax + 18$ باشد.

$$\Rightarrow 2x^2 + ax + 18 = 2(x-3)^2 = 2x^2 - 12x + 18 \Rightarrow a = -12$$

پس داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|\sqrt{2}}{4|x-3|} & ; x \neq 3 \\ c & ; x = 3 \end{cases}$$

برای پیوستگی، باید c برابر حد تابع در $x = 3$ باشد:

$$c = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|\sqrt{2}}{4|x-3|} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow abc = 36\sqrt{2}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۵- گزینه «۴» (افشین فاضل‌نژاد)

دامنهٔ هر دو تابع f و g و در نتیجه دامنهٔ تابع $g \circ f$ برابر \mathbb{R} است. برد تابع f بازهٔ $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ است و اگر دامنهٔ تابع g را همین بازه در نظر بگیریم، برد آن، برابر برد تابع $g \circ f$ خواهد بود. پس داریم:

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\Delta\pi}{12} \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq g(x) = \sin\left(x + \frac{\Delta\pi}{12}\right) \leq 1$$

پس $R_{g \circ f} = [\frac{1}{2}, 1]$ و در نتیجه $b - a = \frac{1}{2}$ است.

(مسئله ۱- تابع و مثلثات: صفحه‌های ۶۶ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۶- گزینه «۴» (کلمه ایلالی)

ابتدا از اتحاد $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ مقدار $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ را حساب می‌کنیم:

$$\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - 2 \sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{9}$$

و سپس با استفاده از اتحاد $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ داریم:

$$\cos\left(4\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos^2\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = -\frac{79}{81}$$

$$\Rightarrow -\sin 4\alpha = -\frac{79}{81} \Rightarrow \sin 4\alpha = \frac{79}{81}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۷- گزینه «۲» (سیدرضا اسلامی)

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = 3 \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3} - \alpha\right) = -3 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$$

$\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$ را بر حسب \cos می‌نویسیم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\right) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \Rightarrow \cot\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = 3$$

حال از اتحاد $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\sin^2\left(\frac{7\pi}{3} + \alpha\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{1 + \cot^2\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)} = \frac{1}{10}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- گزینه «۱» (عادل حسینی)

باید حدهای چپ و راست تابع $f \circ g$ را در $x = 1$ پیدا کنیم و آن‌ها را برابر قرار دهیم:

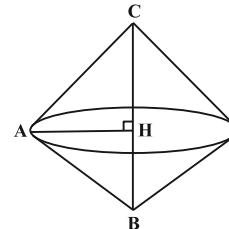


هندسه ۱

۲۱- گزینه «۳»

(اساقی اسفندیار)

ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه برابر است با:



$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

شعاع دایره قاعده، برابر ارتفاع مثلث قائم الزاویه است، پس:

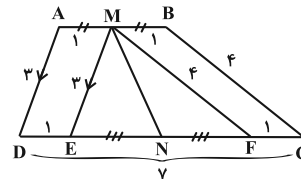
$$r = AH = \frac{12}{5} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 (5) = \frac{48}{5} \pi$$

(هندسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۲- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

از M (وسط قاعده کوچک‌تر) خطوط ME و MF را به موازات ساق‌های AD و BC رسم می‌کنیم.



مطابق شکل، $AD = ME = 3$ و $MF = BC = 4$ در نتیجه

$EF = 5$ پس $\angle EMF = 90^\circ$ و میان‌ه وارد بر مثلث MEF

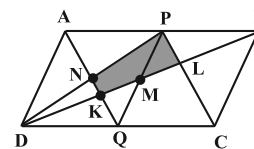
$$\text{است و } MN = \frac{EF}{2} = \frac{5}{2}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

۲۳- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

پاره خط PQ را رسم می‌کنیم. این پاره خط، قطر BD را در نقطه M نصف می‌کند. با توجه به شکل و تقارن موجود در آن، M وسط پاره خط KL نیز هست.



از آنجا که $PC \parallel AQ$ است، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که

$$\triangle KMQ \cong \triangle PLM \text{ و در نتیجه مساحت مثلث } \triangle PNQ \text{ معادل مساحت}$$

چهارضلعی سایه‌زده شده است. می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع APQD،

قطرها، سطح این متوازی‌الاضلاع را به چهار قسمت هم‌مساحت تقسیم می‌کند،

پس:

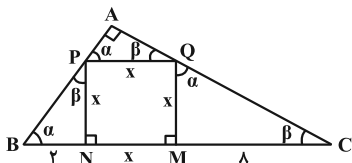
$$S_{PNQ} = \frac{1}{4} S_{APQD} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{1}{8} \times 20 = 3/75$$

در نتیجه مساحت چهارضلعی سایه‌زده، $3/75$ واحد مربع است.

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵، ۶۶ و ۶۸)

۲۴- گزینه «۳» (مهریار راشدی)

مثلث‌های BPN و MQC به حالت برابری دو زاویه متشابهند، پس:



$$\triangle BPN \sim \triangle MQC \Rightarrow \frac{BN}{QM} = \frac{PN}{MC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{x}{8}$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \quad (1)$$

مثلث‌های AQP و BPN به حالت برابری دو زاویه متشابهند، پس:

$$\frac{S_{\triangle BPN}}{S_{\triangle AQP}} = \left(\frac{PB}{PQ}\right)^2 = \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

$$\frac{x^2 = 16}{(1)} \rightarrow \frac{2 \times 4}{S_{\triangle AQP}} = \frac{16 + 4}{16} \Rightarrow S_{\triangle AQP} = \frac{16}{5}$$

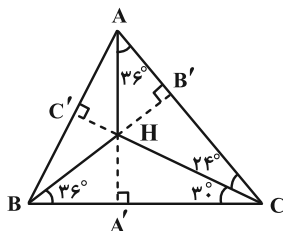
با فرض این‌که ارتفاع وارد بر وتر PQ در مثلث AQP برابر با h باشد، داریم:

$$S_{\triangle AQP} = \frac{h \times PQ}{2} \Rightarrow \frac{16}{5} = \frac{h \times 4}{2} \Rightarrow h = \frac{8}{5} = 1/6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۲۵- گزینه «۱» (سیرمهرضا حسینی فرد)

AH و BH را امتداد می‌دهیم تا اضلاع مثلث را در A' و B' قطع کند.



$$\angle AA'C = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle BB'C = 180^\circ - 36^\circ - (30^\circ + 24^\circ) = 90^\circ$$

پس AA' و BB' ارتفاع‌های مثلث ABC و H محل هم‌رسی

ارتفاع‌هاست، بنابراین امتداد CH نیز بر AB عمود است:

$$\triangle BCC' : \angle ABH = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ - 36^\circ = 24^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)



۲۶- گزینه «۲»

(اعمرضا فلاح)

می‌دانیم مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای از فرمول $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید که در آن نقاط مرزی و i نقاط درونی است. در رابطه $b + i = 12$ با توجه به آن که $b \geq 3$ و $i \geq 0$ ، حداکثر مقدار i و حداقل مقدار b به ترتیب برابر ۹ و ۳ است در حالت $b = 3$ ، حداکثر مقدار مساحت را داریم:

$$S_{\max} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{3}{2} + 9 - 1 = 9/5$$

همچنین حداقل مقدار مساحت به ازای حداقل مقدار i و حداکثر مقدار b یعنی به ترتیب $i = 0$ و $b = 12$ حاصل می‌شود.

$$S_{\min} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{12}{2} + 0 - 1 = 5$$

$$\Rightarrow S_{\max} - S_{\min} = 9/5 - 5 = 4/5$$

(هنرسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۲۷- گزینه «۱»

(اعمرضا فلاح)

از هر رأس $n - 3$ قطر می‌گذرد. با توجه به قطرهای مشترک، در مجموع $3(n - 3) - 3$ قطر بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$3(n - 3) - 3 = 18 \Rightarrow 3(n - 3) = 21 \Rightarrow n = 10$$

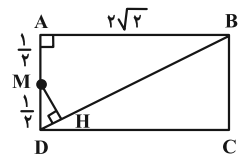
با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n - 2$ مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب $10 - 2 = 8$ می‌باشد.

(هنرسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

۲۸- گزینه «۲»

(اعمرضا فلاح)

مثلث‌های ABD و MDH با هم متشابه هستند:



$$\left. \begin{matrix} \hat{H} = \hat{A} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MDH \sim \triangle ABD$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{DM}{BD} \Rightarrow \frac{MH}{2\sqrt{2}} = \frac{1/2}{3} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

توجه: طول قطر مستطیل برابر $\sqrt{1 + (2\sqrt{2})^2} = 3$ می‌باشد.

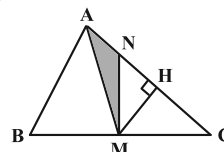
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۹- گزینه «۴»

(افشین فاضل‌نار)

چون AM میانه مثلث ABC است، لذا:

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \quad (1)$$



از طرف دیگر:

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AN \cdot MH$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle AMC} \quad (2)$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AC \cdot MH$$

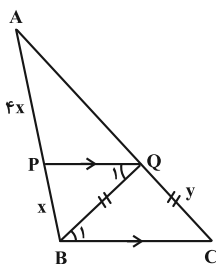
$$\xrightarrow{(1), (2)} S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} S_{\triangle AMC} \right) = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۳۰- گزینه «۱»

(سوگند روشنی)

با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:



$$QC = BQ \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{C} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{Q}_1$$

$$\Rightarrow PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{QC}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{BQ}{AC} = \frac{1}{5} = 0/2$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

هندسه ۲

۳۱- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

ابتدا B را به D وصل می‌کنیم و در $\triangle BCD$ قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم.

$$BD^2 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ = 49 \Rightarrow BD = 7$$

$$P_{ABD} = \frac{7 + 5 + 8}{2} = 10$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD}$$

مقعر دستور هرون

$$= \sqrt{10 \times 5 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sin 120^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= 10\sqrt{3} - \frac{15\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



۳۲ - گزینه «۳»

(امرداد فلاح)

در مثلث NEF، NM میانه وارد بر ضلع EF و اندازه آن $\frac{3}{4}$ طول AM می باشد. از طرفی مثلث های NEF و ABC با هم متشابه هستند و نسبت تشابه همان نسبت میانه ها یعنی $\frac{3}{4}$ می باشد، پس:

$$\frac{S_{\Delta NEF}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

تفضیل در صورت \rightarrow

$$\frac{S_{\Delta ABC} - S_{\Delta NEF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16-9}{16} = \frac{7}{16} \quad (1)$$

از طرفی انتقال تبدیلی طولی است و مساحت اشکال تحت آن، تغییر نمی کند. یعنی:

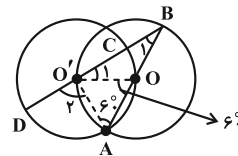
$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta NPQ} \xrightarrow{(1)} \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{7}{16} \Rightarrow \frac{S_{\text{سایه زده}}}{S_{\Delta NPQ}} = \frac{7}{16}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هنر سی و کاربردها: صفحه های ۴۰ و ۴۱)

۳۳ - گزینه «۲»

(مهررادر ملونری)

چون دو دایره از مرکزهای یکدیگر گذشته اند پس شعاع آنها با هم برابر است. اولاً مثلث OAO' متساوی الاضلاع بوده و مثلث OBO' نیز در رأس O متساوی الساقین است و داریم:



$$\hat{B}_1 = \hat{O}'_1 = \frac{\widehat{AOO'}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}'_1 = \widehat{OC} = 30^\circ$$

$$\widehat{AO'B} : (\text{زاویه خارجی}) \hat{O}'_1 = \hat{A} + \hat{B}_1 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه مرکزی} : \hat{O}'_1 = \widehat{AD} = 90^\circ$$

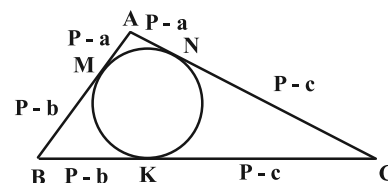
$$\frac{\widehat{AD}}{\widehat{OC}} = \frac{90^\circ}{30^\circ} = 3 \text{ پس}$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه های ۱۱ و ۱۲)

۳۴ - گزینه «۳»

(مهریار راشدی)

به شکل دقت کنید.



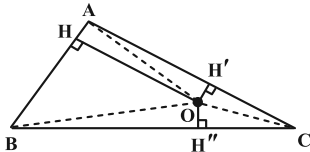
با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} P-a=1 \\ P-b=3 \\ P-c=12 \end{cases}$$

محیط مثلث به راحتی قابل محاسبه است.

$$2P = 2(P-a) + 2(P-b) + 2(P-c) \\ \Rightarrow 2P = 2(1) + 2(3) + 2(12) \Rightarrow 2P = 32 \Rightarrow P = 16$$

به کمک رابطه هرون مساحت مثلث ABC به دست می آید.



$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{16(1)(3)(12)} = \sqrt{16 \times 36} = 4 \times 6 = 24$$

فرض کنید فاصله نقطه O از اضلاع AC و BC برابر ۱ باشد. داریم:

$$S_{\Delta AOC} = \frac{OH' \times AC}{2} = \frac{1 \times 12}{2} = 6/5$$

$$S_{\Delta BOC} = \frac{OH'' \times BC}{2} = \frac{1 \times 15}{2} = 7/5$$

بنابراین مساحت مثلث AOB برابر است با:

$$S_{\Delta AOB} = S_{\Delta ABC} - (S_{\Delta AOC} + S_{\Delta BOC})$$

$$S_{\Delta AOB} = 24 - (6/5 + 7/5) = 10$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{OH \times AB}{2} \Rightarrow 10 = \frac{OH \times 4}{2} \Rightarrow OH = 5$$

فاصله نقطه O از ضلع AB برابر ۵ است.

(هنر سه ۲- راپره: صفحه ۳۰ و

روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۳۵ - گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فردر)

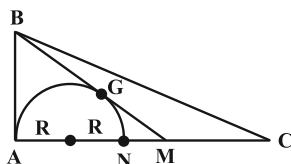
مطابق شکل دو مماس BA و BG بر نیم دایره رسم شده است، پس

$$BG = BA = 2\sqrt{5} \text{ و } GM = \frac{1}{2}BG = \sqrt{5}$$

داریم:

$$\Delta ABM : AM^2 = BM^2 - AB^2 = (3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25$$

$$\Rightarrow AM = 5$$



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MG^2 = MN \times MA \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = (5 - 2R) \times 5 \Rightarrow R = 2$$

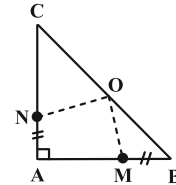
(هنر سه ۲- راپره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)



۳۶- گزینه «۱»

(سیرممد رضا حسینی فردر)

اگر نقطه O وسط BC را مرکز دوران با زاویه 90° در نظر بگیریم آن گاه نقطه N را می توان روی M تصویر کرد یعنی $ON = OM$ و عمود منصف MN همواره از O می گذرد پس فقط گزاره (ب) صحیح است.



(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربرد ها: صفحه های ۳۲ و ۳۳)

۳۷- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

در مثلث ABC : $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$

$$a \sin \hat{C} = c \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow c \sin \hat{A} = (2c^2 - 1) \sin \hat{A} \Rightarrow 2c^2 - 1 = c$$

$$\Rightarrow 2c^2 - c - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

از طرفی:

$$c \sin \hat{C} = b \sin \hat{B} \xrightarrow{\substack{c=2R \sin \hat{C} \\ b=2R \sin \hat{B}}} 2R \sin^2 \hat{C} = 2R \sin^2 \hat{B}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \hat{B} = \sin \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow b = c = 1 \\ \sin \hat{B} = -\sin \hat{C} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۳۸- گزینه «۳»

(امد رضا فلاح)

طبق قضیه استوارت ابتدا x را می یابیم:

$$AD^2 = \frac{CD \times AB^2 + BD \times AC^2}{BC} - BD \times DC$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{x \times 4^2 + 3 \times (x+1)^2}{x+3} - 3x$$

$$\Rightarrow 4 + 3x = \frac{16x + 3x^2 + 6x + 3}{x+3}$$

$$\Rightarrow 13x + 12 + 3x^2 = 22x + 3x^2 + 3 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

حال طبق قضیه هرون مساحت مثلث ABC را می یابیم:

$$P = \frac{4+4+2}{2} = 5$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

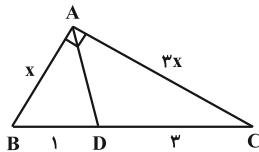
$$\Rightarrow S = \sqrt{5(5-4)(5-2)(5-4)} = \sqrt{15}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۹ و ۷۳)

۳۹- گزینه «۲»

(اعشین فاصه فان)

طبق قضیه نیمسازها $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$. حال با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:



$$x^2 + 9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{10} \Rightarrow x = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

حال طبق قضیه طول نیمساز داخلی داریم:

$$d^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{12}{\sqrt{10}}\right) - (1)(3) \Rightarrow d^2 = \frac{48}{10} - 3 = \frac{18}{10}$$

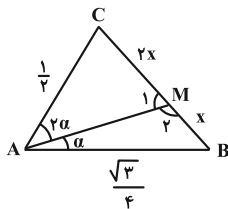
$$\Rightarrow d = \sqrt{1.8}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

۴۰- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

در دو مثلث ACM و ABM قضیه سینوس ها را می نویسیم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta ACM: \frac{2x}{\sin 2\alpha} &= \frac{\frac{1}{2}}{\sin \hat{M}_1} \\ \Delta ABM: \frac{x}{\sin \alpha} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\sin \hat{M}_2 = \sin \hat{M}_1} \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{+} \frac{2x \sin \alpha}{x \sin 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow \frac{2x \sin \alpha}{2x \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

پس مثلث ABC در رأس A قائمه است.

$$\Delta ABC: BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow (BC)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\Rightarrow BC = 3BM \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{7}}{12}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۴۱

(نیلوفر مهدوی)

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای جامعه‌ای با اندازه نمونه n ، میانگین \bar{x} و

انحراف معیار σ به صورت $[\bar{x} - \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}}]$ است.

$$\bar{x} = \frac{4/8 + 5/4}{2} = 5/1$$

$$\frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}} = 5/4 - 4/8 = 0/6 \Rightarrow \frac{4 \times 1/65}{\sqrt{n}} = 0/6$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = 11 \Rightarrow n = 121$$

مجموع اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow 5/1 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{121}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 5/1 \times 121 = 617/1$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

گزینه «۱» - ۴۲

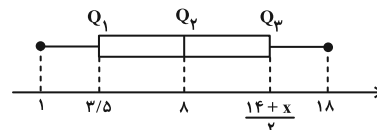
(نیلوفر مهدوی)

داده‌ها عبارتند از:

$$1, 2, 2, 5, 6, 7, 8, 8, 12, 14, x, 17, 18$$

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3/5 \quad Q_2 = 8 \quad Q_3 = \frac{14+x}{2}$$

نمودار جعبه‌ای داده‌ها به صورت زیر است:



نسبت طول دو بخشی از جعبه که توسط میانه از هم جدا شده‌اند را به دو صورت می‌توان نوشت:

$$(I) \frac{(\frac{14+x}{2}) - 8}{8 - 3/5} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\frac{14+x}{2}) - 8 = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = \frac{91}{8} \Rightarrow x = 8/75$$

$$(II) \frac{8 - 3/5}{(\frac{14+x}{2}) - 8} = \frac{3}{4} \Rightarrow (\frac{14+x}{2}) - 8 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{14+x}{2} = 14 \Rightarrow x = 14$$

$x = 8/75$ غیرقابل قبول است زیرا داده‌ها مرتب شده‌اند و مقدار x باید عددی بین ۱۴ و ۱۸ باشد. بنابراین مقدار x برابر ۱۴ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

گزینه «۴» - ۴۳

(سیرمهرضا عسینی فرد)

مجموع فراوانی‌ها برابر ۲۵ است. پس:

$$3 + x + 5 + 6 + y = 25 \Rightarrow x + y = 11$$

از طرفی مجموع انحراف از میانگین برابر صفر است. پس:

مقدار داده	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۲۰
فراوانی	۶	x	۵	۳	y
$x_i - \bar{x}$	-۴	-۳	-۲	-۱	۴

$$\Rightarrow -24 - 3x - 10 - 3 + 4y = 0 \Rightarrow -3x - 37 + 4y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \\ -3x + 4y = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 10 \end{cases}$$

حال می‌توانیم واریانس داده‌ها را حساب کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{6 \times (-4)^2 + 1 \times (-3)^2 + 5 \times (-2)^2 + 3 \times (-1)^2 + 10 \times (4)^2}{25}$$

$$= \frac{288}{25} = 11/52$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۴)

گزینه «۴» - ۴۴

(مهریار راشدی)

$$P(B' - A) = P(B' \cap A')$$

پس طبق فرض $P(B' \cap A') = P(B')P(A')$ است و این یعنی A' و B' دو پیشامد مستقل‌اند پس A و B نیز مستقل‌اند. وقتی دو پیشامد A و B مستقل باشند،

$$P(A|B) = P(A) \text{ است، بنابراین } P(A) = \frac{3}{8}$$

A و B' مستقل‌اند، پس:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \times P(B') \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

با توجه به این که A و B' نیز مستقل‌اند، پس:

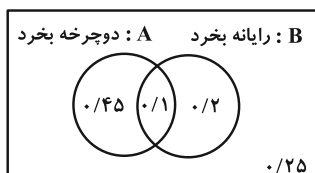
$$P(B' | A) = P(B') = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

گزینه «۱» - ۴۵

(غرزاد بوردی)

روش اول:



$$P(B' | A') = ?$$

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P[(A \cup B)']}{1 - P(A)}$$



۴۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & (\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \\ & \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [\sim q \wedge (\sim p \vee q)] \\ & \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow [(\sim q \wedge \sim p) \vee \underbrace{(\sim q \wedge q)}_F] \\ & \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q) \\ & \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \\ & \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \\ & \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \wedge \sim q \equiv \sim q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۵۰- گزینه «۴»

(امیررضا خلاج)

مطابق فرض:

$$P(۱) = \frac{x}{۱}, P(۲) = \frac{x}{۲}, P(۳) = \frac{x}{۲}, P(۴) = \frac{x}{۳}$$

$$P(۵) = \frac{x}{۲}, P(۶) = \frac{x}{۴}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12x + 6x + 6x + 4x + 6x + 3x}{12} = 1 \Rightarrow 37x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{37}$$

A: پیشامد ظاهر شدن عدد زوج

B: پیشامد ظاهر شدن مضرب ۳

$$P(A \cup B) = P(\{2, 3, 4, 6\})$$

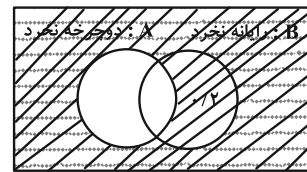
$$= \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{19x}{12} = \frac{19}{37}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

$$= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - [0/55 + 0/3 - 0/1]}{1 - 0/55}$$

$$= \frac{1 - 0/75}{0/45} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

روش دوم: استفاده از نمودار ون:



می‌دانیم دوچرخه نخریده | می‌خواهیم رایانه نخریم (P)

$$= \frac{\text{هاشور افقی}}{\text{هاشور مورب}} = \frac{0/25}{0/2 + 0/25} = \frac{0/25}{0/45} = \frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴۶- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

می‌دانیم $P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$ بنابراین:

$$P(A' \cap B') = 0/35 \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0/35 = 0/65$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/65$$

$$\Rightarrow \underbrace{(P(B) - P(A \cap B))}_{P(B \cap A')} + P(A) = 0/65 \Rightarrow P(A) = 0/35$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۴۷- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

$$B_\varphi = \left\{ \frac{m}{\varphi} \mid m \in \mathbb{Z}, m > -\varphi, \varphi^m \leq \varphi \right\}$$

$$= \left\{ -2/5, -2, -1/5, -1, -0/5, 0, 0/5, 1 \right\}$$

$$A_\varphi = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -3, \varphi^m \leq 9\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_\varphi = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -2, \varphi^m \leq 6\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$|(B_\varphi - A_\varphi) \times A_\varphi| = |B_\varphi - A_\varphi| |A_\varphi| = 4 \times 3 = 12$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۸- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & (A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \\ & = (A' \cap B) \cup \underbrace{[(B \cap A) \cap B]}_{(B \cap A) \subseteq B} = (B \cap A') \cup (B \cap A) \\ & = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B \end{aligned}$$

بنابراین با توجه به فرض، تساوی $B = A - B$ برقرار است. از طرفی B و

$A - B$ دو مجموعه جدا از هم هستند، پس تنها شرط برقراری این تساوی

تهی بودن این دو مجموعه است. در این صورت مجموعه‌های A و $B - A$

نیز قطعاً تهی هستند. ولی برای مجموعه $A' \cap B'$ داریم:

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = \emptyset' = U$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

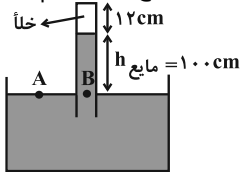


فیزیک ۱ و فیزیک ۲

۵۴- گزینه «۱»

(میشی کویان)

فشار در نقاط هم تراز درون یک مایع ساکن با هم برابر است. بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{مایع}} = 75 \text{ cmHg}$$

پس ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (10/2)h_{\text{مایع}} = (13/6)(75) \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 100 \text{ cm}$$

با پایین آوردن لوله در راستای قائم، مایع بخش خلأ لوله را پر کرده و به ته

لوله نیرو وارد می کند. بنابراین داریم: ته لوله $\times A$ ته لوله $= P_{\text{لوله}} = F_{\text{لوله}}$

$$\Rightarrow P_{\text{لوله}} = \frac{4/0.8}{5 \times 10^{-4}} = 8160 \text{ Pa}$$

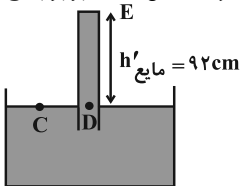
طبق رابطه $P = \rho gh$ ، فشار وارد بر ته لوله را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$P = \rho gh \xrightarrow{P=8160 \text{ Pa}} 8160 = (13600)(10)h$$

$$\rho = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow h = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فشار وارد بر ته لوله در این حالت، برابر با 6 cmHg می گردد.



فشار در نقاط هم تراز C و D با هم برابر است. پس:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_0 = P'_{\text{مایع}} + P_E$$

$$\Rightarrow 75 = P'_{\text{مایع}} + 6 \Rightarrow P'_{\text{مایع}} = 69 \text{ cmHg}$$

ارتفاع ستون مایع را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h'_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h'_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (13/6)(69) = (10/2)h'_{\text{مایع}} \Rightarrow h'_{\text{مایع}} = 92 \text{ cm}$$

بنابراین میزان جابه جایی لوله در راستای قائم (X) به صورت زیر به دست می آید:

$$x = (100 + 12) - 92 = 20 \text{ cm}$$

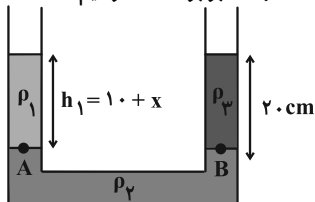
(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۵۵- گزینه «۱»

(سیره ملیحه میرصالحی)

با اضافه کردن مایع به شاخه سمت چپ، وضعیت به شکل زیر درمی آید.

چون فشار در نقاط A و B برابر است، خواهیم داشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 0.8 \times h_1 = 1 \times 20$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{20}{0.8} = 25 \text{ cm} \Rightarrow h_1 = 10 + x$$

۵۱- گزینه «۲»

(غلامرضا مصی)

برای پاسخ کافی است یکای همه را یکسان کنیم تا گزینه ای که با سایر

موارد یکی نیست، مشخص گردد.

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»:

$$2 \times 10^8 \mu\text{m}^2 = 2 \times 10^8 \mu\text{m}^2 \times \frac{10^{-12} \text{ m}^2}{1 \mu\text{m}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

گزینه «۲»:

$$2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{ dam}^2 \times \frac{10^2 \text{ m}^2}{1 \text{ dam}^2} = 2 \times 10^0 \text{ m}^2 = 2 \text{ m}^2$$

گزینه «۳»:

$$2 \times 10^2 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^2 \text{ mm}^2 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^2}{1 \text{ mm}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

گزینه «۴»:

$$2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 = 2 \times 10^{-10} \text{ km}^2 \times \frac{10^6 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۵۲- گزینه «۳»

(شیلما شیرزادی)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

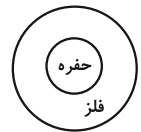
$$= V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}$$

کره از حفره و فلز تشکیل شده است.

$$\rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} + m_{\text{حفره}} = 4 \text{ kg} = 4000 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4000 \text{ g}$$

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{4000}{8} = 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} = 4000 - 500 = 3500 \text{ cm}^3$$



وقتی حفره با مایعی پر شود، حجم مایع با حجم حفره برابر است. پس:

$$m_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \times \rho_{\text{مایع}} = 3500 \times 2 = 7000 \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m_{\text{فلز}} = 7000 + 4000 = 11000 \text{ g} = 11 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۵۳- گزینه «۱»

(علی برزگر)

برای پیدا کردن دقت اندازه گیری وسیله های دیجیتالی رقم آخر سمت راست

را برابر یک فرض کرده و بقیه ارقام را صفر جاگذاری می کنیم:

$$A = 14/690 \text{ kg} \Rightarrow 0.001 \text{ kg} = 0.001 \times 10^3 \text{ g} = 1 \text{ g}$$

$$B = 194/6 \times 10^{-4} \text{ Mg} \Rightarrow 0.1 \times 10^{-4} \text{ Mg} = 0.1 \times 10^{-4} \times 10^6 = 10 \text{ g}$$

$$C = 14690 \text{ g} \Rightarrow 1 \text{ g}$$

$$D = 1/94600 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow 0.00001 \times 10^9 \mu\text{g}$$

$$= 10^{-5} \times 10^9 \times 10^{-6} = 0.01 \text{ g}$$

اختلاف کمترین و بیشترین دقت اندازه گیری برابر خواهد بود با:

$$\Rightarrow 10 \text{ g} - 0.01 \text{ g} = 9.99 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۱۴ و ۱۵)



$$W_f = mgh - \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

در برگشت: $W_f = E_p - E_p = K_p + U_p - K_p - U_p$

$$W_f = \frac{1}{2}m(v-20)^2 - mgh \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} mgh - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v-20)^2 - mgh$$

$$2gh = \frac{1}{2}(v-20)^2 + \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow 4gh = v^2 + 400 - 40v + v^2$$

$$2000 = 2v^2 - 40v + 400 \Rightarrow v^2 - 20v - 800 = 0$$

$$(v-40)(v+20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v-40=0 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s} \\ v+20=0 \Rightarrow v = -20 \frac{m}{s} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

چون جهت حرکت اولیه به سمت بالاست، پس عدد منفی غیر قابل قبول است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۵۹- گزینه «۴» (میشی نکوئیان)

با توجه به رابطه بین توان و بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{600} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 480 \text{ W}$$

از طرفی با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow (mgh \cos 18^\circ) + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{mgh + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{t} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{m=2\text{kg}, h=1.6\text{m}, v_1=0, P_{\text{خروجی}}=480\text{W}} g=10 \frac{m}{s^2}, h=1.6\text{m}, v_1=0, P_{\text{خروجی}}=480\text{W}$$

$$480 = \frac{(2400)(10)(1.6) + 1200v_2^2}{900} \Rightarrow v_2^2 = 40 \xrightarrow{\text{چند}} v_2 = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۶)

۶۰- گزینه «۳» (معمور منهوری)

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، تغییر انرژی مکانیکی آن برابر اختلاف انرژی پتانسیل در نقطه رها شدن و انرژی جنبشی در لحظه برخورد به زمین است. یعنی:

$$E_p - E_1 = W_f, \quad E_1 - E_p = Q \text{ (گرمای تولید شده)}$$

$$mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{+m} gh_1 - \frac{1}{2}v^2 = c\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 10 \times 100 - \frac{1}{2}(20)^2 = 400\Delta\theta \Rightarrow 800 = 400\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- دما و گرما؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ و ۹۸)

$$\Rightarrow 25 = 10 + x \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = A_1 \times x_1 = 15 \times 200 = 3000 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \Delta V_1 = 3L$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه ۳۵)

۵۶- گزینه «۳» (مسام ناری)

موارد (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

علت نادرستی (ب): سطح آب در یک لوله موئین شیشه‌ای تمیز، به صورت فرورفته است.

علت نادرستی (ث): طبق اصل برنولی، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

بررسی مورد (الف): می‌دانیم فشار یک جسم جامد بر سطح زیرین برابر

$$P = \frac{mg}{A} \text{ است که با ساده‌سازی رابطه برای یک مکعب مستطیل خواهیم داشت:}$$

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{m}{V} \rho V g h \Rightarrow \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}} = \frac{h_{\text{max}}}{h_{\text{min}}} = \frac{30}{10} = 3$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۱، ۳۳، ۳۸، ۴۱ و ۴۴)

۵۷- گزینه «۲» (علیرضا بیاری)

با توجه به معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{\pi d_1^2}{4} \times v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \times v_2$$

$$\xrightarrow{d_1=1.5d_2, v_1=4 \frac{m}{s}} (1/5 d_2)^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2$$

$$\Rightarrow 2/25 d_2^2 \times 4 = d_2^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 9 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب عبور کرده را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = \frac{\rho = 1 \frac{g}{cm^3}}{V = 2L = 2000 \text{ cm}^3} \rightarrow m = 1 \times 2000 = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}$$

کار کل انجام شده، با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی به دست می‌آید:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

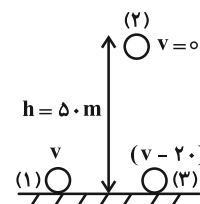
$$\xrightarrow{m=2\text{kg}, v_2=9 \frac{m}{s}, v_1=4 \frac{m}{s}} W_t = \frac{1}{2} \times 2(9^2 - 4^2) = 81 - 16 = 65 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۴۵ و ۶۱)

۵۸- گزینه «۴» (شیدا شیرزادی)

چون اتلاف انرژی داریم و کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت

یکسان است، پس:



(کار مقاومت هوا را در بالا رفتن و پایین آمدن W_f می‌گیریم، مبدأ انرژی

پتانسیل گرانشی را زمین فرض می‌کنیم.)

$$\text{در رفت: } W_f = E_p - E_1 = K_2 + U_2 - K_1 - U_1$$



۶۱- گزینه «۱»

(مجتبی نکلوتیان)

ابتدا تغییر حجم مایع و ظرف را به دست می آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = \alpha V_{\text{ظرف}} \Delta \theta = (3\alpha)(2 \times 10^3)(60) = 36 \times 10^4 \alpha \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \beta V_{\text{مایع}} \Delta \theta = (6 \times 10^{-3}) \left(\frac{1}{10} \times 2 \times 10^3 \right) (60) = 576 \text{ cm}^3$$

با توجه به این که 32 cm^3 مایع سرریز شده است، می توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{خالی}} + 32$$

$$\Rightarrow 576 = (36 \times 10^4 \alpha) + \left(\frac{2}{10} \times 2 \times 10^3 \right) + 32$$

$$\Rightarrow 576 = 36 \times 10^4 \alpha + 432 \Rightarrow 144 = 36 \times 10^4 \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۹۳ و ۹۴)

۶۲- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا برای تعیین نسبت جرم آب و یخ، گرمایی که آب از دست می دهد را برابر گرمایی قرار می دهیم که یخ برای ذوب کامل نیاز دارد.

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow m_1 c \Delta \theta = m_2 L_F$$

$$\Rightarrow m_1 \times 4200 \times 40 = m_2 \times 336000 \Rightarrow m_1 = 2m_2$$

در این حالت، دمای آب 40°C کاهش یافته به 15°C رسیده و یخ تبدیل به آب صفر درجه شده است. حال می توان دمای تعادل آب 15°C و 0°C را محاسبه کرد.

$$\theta_T = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} \quad m_2 = \frac{m_1}{2}$$

$$\theta_T = \frac{m_1 \times 15 + m_2 \times 0}{m_1 + \frac{m_1}{2}} = \frac{15m_1}{\frac{3}{2}m_1} \Rightarrow \theta_T = 10^\circ\text{C}$$

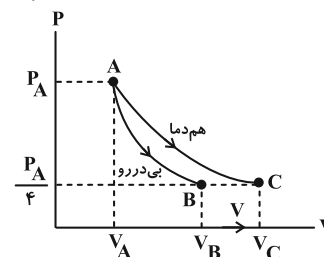
(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه های ۹۶ تا ۱۰۶)

۶۳- گزینه «۴»

(فرزاد رسولی)

در فرایند انبساط بی دررو دمای گاز همواره کاهش و در فرایند تراکم بی دررو دمای گاز همواره افزایش می یابد. بنابراین در فرایند $A \rightarrow B$ دما کاهش خواهد یافت. اگر گاز در یک فرایند هم دما از نقطه A به فشار $\frac{P_A}{4}$ برسد

(نقطه C) نمودار به شکل زیر خواهد بود (شیب فرایند هم دما کمتر است).



و چون فرایند هم دما است پس حاصل ضرب PV در نقاط A و C باید برابر باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} P_A V_A &= P_C V_C \\ P_B &= P_C = \frac{P_A}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A V_A = \frac{P_A}{4} V_C$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} V_C &= 4V_A \\ V_C &> V_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4V_A > V_B \Rightarrow V_A > \frac{V_B}{4}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه های ۱۳۵ تا ۱۳۸)

۶۴- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

چون بازده ماشین A ، 23% درصد بیشتر از ماشین B است. داریم:

$$\eta_A = (1 + 0.23)\eta_B = 1.23\eta_B \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه بازده می توان نوشت:

$$\eta = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{W_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \times 100 \Rightarrow \eta = \frac{W}{P_{\text{ورودی}} \Delta t} \times 100$$

$$(1) \rightarrow \frac{W_A}{P_A \Delta t_A} \times 100 = 1.23 \times \frac{W_B}{P_B \Delta t_B} \times 100$$

$$\frac{W_A = W, W_B = \frac{4}{3}W}{\Delta t_A = 5 \text{ min}, P_A \text{ ورودی} = P_B \text{ ورودی}} \rightarrow \frac{W}{5} = 1.23 \times \frac{\frac{4}{3}W}{\Delta t_B}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = 5 \times 1.23 \times \frac{4}{3} = 8.2 \text{ min} \Rightarrow \Delta t_B = 8.2 \times 60 = 492 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه ۱۴۵)

۶۵- گزینه «۱»

(مهمد نیاوندی مقدم)

قانون دوم به بیان یخچالی یعنی بدون انجام کار گرما از منبع سرد به گرم نمی رود.

$$\begin{cases} W \neq 0 \\ |Q_H| \neq |Q_L| \end{cases}$$

که مورد (پ) این قانون را نقض می کند.

قانون دوم به بیان ماشین گرمایی یعنی کل گرمای دریافت شده به کار تبدیل نمی شود که مورد (ت) این قانون را نقض می کند.

$$\begin{cases} |Q_H| \neq |W| \\ |Q_L| \neq 0 \end{cases}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۶- گزینه «۳»

(فرزاد رسولی)

می دانیم در اثر تماس دو کره مشابه بار نهایی هر یک برابر با نصف جمع جبری بارهای اولیه شان خواهد بود. ابتدا تماس B و C را بررسی می کنیم:

$$C \text{ و } B \text{ تماس: } q'_B = q'_C = \frac{q_B + q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_B}{2} + \frac{q_C}{2} = \frac{3}{4} q_C \Rightarrow \frac{q_B}{2} = \frac{1}{4} q_C$$

$$\Rightarrow q_C = 2q_B \text{ یا } q_B = \frac{q_C}{2}$$

حالا تماس A و C را بررسی می کنیم.

$$C \text{ و } A \text{ تماس: } q''_C = q''_A = \frac{q_A + q'_C}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} q_C$$



۶۶- گزینه «۲»

(ممدکاتم منشاری)

از آنجایی که جسم پایین می‌آید، نیروی وزن هم به آن وارد می‌شود:

$$\Delta U = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \text{انرژی پتانسیل الکتریکی}$$

$$= 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 5 \times 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 1^2$$

$$= 0.01 + 0.01 = 0.02 \text{ J}$$

$$\Delta U = |q| Ed \cos \theta \Rightarrow 40 \times 10^{-6} \times E \times 5 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V = E \times d = 10^4 \times 9 \times 10^{-2} = 900 \text{ V}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2 / 7 \times 10^{-9}}{900} = \frac{2700 \times 10^{-12}}{900} = 3 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1} 3 \times 10^{-12} = 9 \times 10^{-12} \times \frac{A}{9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = \pi r^2 \xrightarrow{\pi=3} r^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow r = 10^{-1} \text{ m}$$

$$\text{قطر دایره } D = 2 \times 10^{-1} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۲، ۲۶ و ۳۶)

۷۰- گزینه «۳»

(معمور منقوری)

ظرفیت جدید خازن (C') نسبت به ظرفیت قبل از تغییرات برابر است با:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{A'}{A} \times \frac{d}{d'} = 4 \times 1 \times \frac{d}{2d} = 2$$

چون خازن از باتری جدا است، بار خازن ثابت است.

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{q^2}{2C'}}{\frac{q^2}{2C}} = \frac{C}{C'} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{V'}{V} \times \frac{d}{d'} = \frac{C}{C'} \times \frac{d}{d'} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۷۱- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 = I_2 \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{R_1} = \frac{64}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{64}{4} = 16$$

چون حجم سیم تغییر نکرده، می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{4} q_C = \frac{1}{2} q_C \Rightarrow \frac{q_A}{2} + \frac{3}{8} q_C = \frac{1}{2} q_C$$

$$\Rightarrow \frac{q_A}{2} = \frac{1}{8} q_C \Rightarrow q_C = 4q_A \text{ یا } q_A = \frac{q_C}{4}$$

$$\frac{q_B}{q_A} = \frac{\frac{1}{2} q_C}{\frac{1}{4} q_C} = 2$$

و در نهایت داریم:

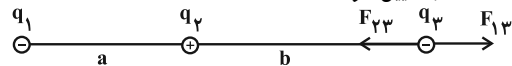
(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۶۷- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی)

برای آن که هر سه بار در حال تعادل باشند (برایند نیروهای وارد بر هر یک از بارها برابر صفر باشد) باید q_1 و q_3 همنام و q_2 مختلف‌العلامه با آن‌ها باشد. بنابراین بار q_3 باید منفی باشد.

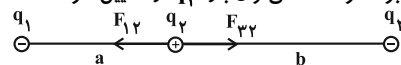
قدم اول: با فرض این که برایند نیروهای وارد بر q_3 برابر صفر است می‌توان نسبت فاصله‌ها را تعیین کرد.



$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{16}{(a+b)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{4}{a+b} \Rightarrow a+b = 4b \Rightarrow a = 3b$$

قدم دوم: حال با داشتن نسبت فاصله‌ها، با فرض این که برایند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، می‌توان بار q_3 را تعیین کرد.



$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_3| |q_2|}{r_{32}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{a^2} = \frac{|q_3|}{b^2} \Rightarrow \frac{16}{(3b)^2} = \frac{|q_3|}{b^2}$$

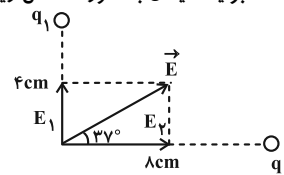
$$|q_3| = \frac{16}{9} \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -\frac{16}{9} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

۶۸- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسعید)

باید بار q_2 منفی باشد تا برایند میدان به صورت شکل زیر شود.



$$\cos^2 37^\circ + \sin^2 37^\circ = 1 \Rightarrow \cos 37^\circ = 0.8$$

$$\tan 37^\circ = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{k \frac{|q_1|}{4 \times 4}}{k \frac{|q_2|}{8 \times 8}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{64 \times 1 / 5}{16 |q_2|} \Rightarrow |q_2| = 8 \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -8 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)



با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$\frac{\epsilon}{2r} = 2, \quad \frac{\epsilon^2}{4r} = 24$$

$$\xrightarrow{\epsilon=4r} \frac{\epsilon^2}{\epsilon} = 24 \Rightarrow \epsilon = 24V \Rightarrow r = 6\Omega$$

اگر مقاومت $R = 10\Omega$ باشد داریم:

$$\Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{24}{10+6} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} A$$

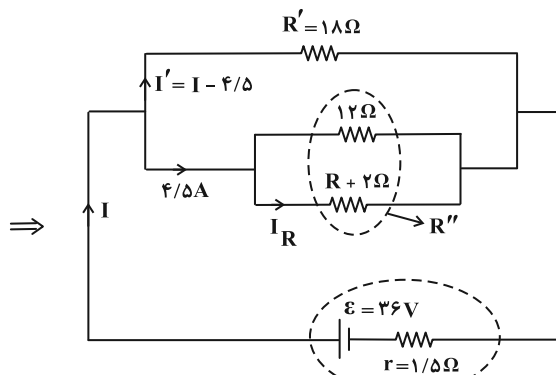
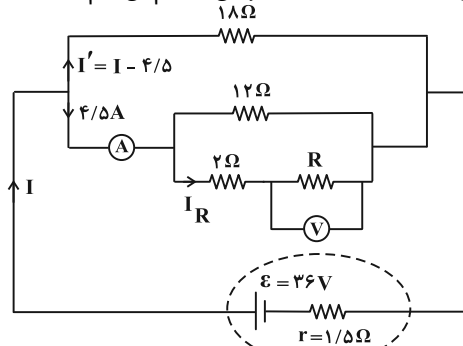
$$P = -rI^2 + \epsilon I = (-6 \times \frac{9}{4}) + (24 \times \frac{3}{2})$$

$$= -\frac{27}{2} + \frac{72}{2} = \frac{45}{2} \Rightarrow P = 22.5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

۷۴- گزینه «۳» (مبتنی نگوئیان)

ابتدا شکل ساده شده‌ای از مدار الکتریکی را رسم می‌کنیم:



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۸ اهمی، برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، بنابراین:

$$\begin{cases} \epsilon - rI = V' = \text{دوسر مولد} \\ V' = RI' \end{cases} \Rightarrow \epsilon - rI = R'I' \Rightarrow 36 - 1/5 I = 18(I - 4/5) \Rightarrow I = 6A; \quad I' = 1/5 A$$

وقتی دو مقاومت به‌طور موازی به هم وصل شوند، نسبت شدت جریان آن‌ها برابر نسبت وارون مقاومت آن‌ها است. پس:

$$R'' = \frac{1/5}{4/5} R' = \frac{1}{4} R' = 6\Omega \Rightarrow 6 = \frac{12(R+2)}{14+R} \Rightarrow R = 10\Omega$$

بنابراین جریان شاخه شامل مقاومت $(I_R)R$ برابر با $2/25 A$ است. پس:

$$V_R = RI_R = (10)(2/25) = 22/5V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4$$

$$\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = 16} \frac{R_2}{R_1} = 16 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = 2 \Rightarrow D_2 = \frac{1}{2} D_1$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

۷۲- گزینه «۳» (شیدا شیرزادی)

در ابتدا باید دقت داشت که چون مولد آرمانی است پس $V = \epsilon$ و ولتاژ دو سر مولد در هر دو حالت مقداری ثابت است. از طرفی ولتاژ دو سر مجموعه

لامپ‌ها با ولتاژ دو سر مولد برابر است. پس طبق رابطه $P_t = \frac{V^2}{R_{eq}}$,

می‌توان گفت $P_t \propto \frac{1}{R_{eq}}$. حال فرض می‌کنیم اندازه مقاومت هر لامپ R

باشد. پس:

در حالت کلید باز:

$$\begin{cases} \text{شاخه بالا } R' = 2R \\ \text{شاخه پایین } R'' = 3R \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 3R}{2R + 3R} = \frac{6}{5} R = 1/2 R \quad (1)$$

در حالت بسته بودن کلید، لامپ پایین سمت راست، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. پس:

در حالت کلید بسته:

$$\begin{cases} \text{شاخه بالا } R' = 2R \\ \text{شاخه پایین } R'' = 2R \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R \quad (2)$$

با مقایسه روابط (۱) و (۲) مشاهده می‌شود که مقاومت معادل با بسته شدن کلید کاهش می‌یابد، پس طبق رابطه (*). توان کل افزایش می‌یابد. پس:

$$P_{2t} = P_{1t} + \Delta P$$

$$(*) \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}} \Rightarrow \frac{P_{2t}}{P_{1t}} = \frac{1/2R}{R} = 1/2 = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow P_{1t} = \frac{5}{6} P_{2t} \Rightarrow P_{2t} = \frac{5}{6} P_{2t} + \Delta P$$

$$\Rightarrow (1 - \frac{5}{6}) P_{2t} = \Delta P \Rightarrow P_{2t} = 300W$$

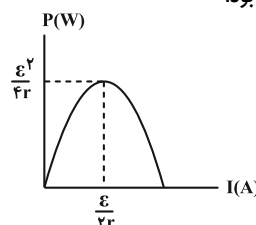
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

۷۳- گزینه «۲» (عباس اصغری)

رابطه توان خروجی مولد برحسب جریان گذرنده از آن به شکل زیر است:

$$P = -rI^2 + \epsilon I$$

بنابراین نمودار آن به شکل سهمی زیر خواهد بود.





۷۵- گزینه «۴»

(غلامرضا ممینی)

در صورتی که پتانسیومتر از پایه‌های A و B به مدار وصل شود، مقاومت متغیر را خواهیم داشت. ولی در مدار داده شده مقاومت متغیر نیست و حرکت لغزنده تاثیری روی مقاومت ندارد.

(فیزیک ۲- پیران الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۷۶- گزینه «۱»

(فرزاد رسولی)

در ابتدا بار ذره گذرنده از درون سیمولوله را محاسبه می‌کنیم:

$$q = +ne \Rightarrow q = 2 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} C = 3.2 \times 10^{-19} C$$

حالا میدان حاصل از سیمولوله درون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \frac{1000 \times 100}{1} = 4 \times 10^{-2} T$$

در نهایت با استفاده از رابطه $F = |q| vB \sin \alpha$ ، نیروی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

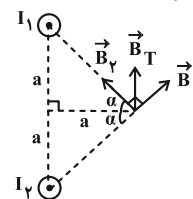
$$F = |q| vB \sin \alpha \Rightarrow F = 3.2 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-2} \times 1 = 6.4 \times 10^{-15} N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۱۰۰)

۷۷- گزینه «۳»

(ممینی نگوئیان)

میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان، در هر نقطه عمود بر خط واصل بین آن نقطه و سیم است. بنابراین با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی برآیند دو سیم را مطابق شکل زیر به دست می‌آوریم:



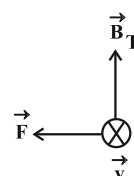
$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 4G = 4 \times 10^{-4} T$$

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر بار منفی به طرف چپ است و اندازه نیروی وارد بر آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = |q| v B_T \sin \theta \quad \left[|q| = 2 \times 10^{-6} C ; v = 1 \frac{m}{s} ; B_T = 4 \times 10^{-4} T ; \theta = 90^\circ \right]$$

$$F = (2 \times 10^{-6}) (1) (4 \times 10^{-4}) (1) = 8 \times 10^{-10} N$$



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۵)

۷۸- گزینه «۴»

(ممینی نگوئیان)

با توجه به رابطه تغییر شار مغناطیسی داریم:

$$\Delta \Phi = BA(\Delta \cos \theta) = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\frac{B = 3 \times 10^{-2} T ; A = 600 \text{ cm}^2 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}^2}{\theta_1 = 37^\circ ; \cos \theta_1 = 0.8} \rightarrow \theta_2 = 53^\circ ; \cos \theta_2 = 0.6$$

$$\Delta \Phi = (3 \times 10^{-2})(6 \times 10^{-2})(0.6 - 0.8) = -3.6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

از طرفی با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توان نوشت:

$$|\bar{I}| = \frac{|\bar{\mathcal{E}}|}{R} = \left| -\frac{N \Delta \Phi}{R \Delta t} \right|$$

$$\frac{N=1 ; \Delta \Phi = -3.6 \times 10^{-5} \text{ Wb}}{R=10 \Omega ; \Delta t = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$$|\bar{I}| = \frac{3.6 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-3}} = 1.8 \times 10^{-3} \text{ A} = 1.8 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیران متناوب: صفحه‌های III تا IIIA)

۷۹- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

با توجه به رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ برای انرژی ذخیره شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 I^2 \Rightarrow U = 0.1 I^2$$

$$\Rightarrow U_{\min} = 0.1 I_{\min}^2 \quad (1)$$

$$I = t^2 - 8t + 20 = (t-4)^2 + 4 \xrightarrow{I=I_{\min}} I_{\min} = 4 \text{ A} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cdot (2)} U_{\min} = 0.1 \times (4)^2 = 0.16 \text{ J} \Rightarrow U_{\min} = 160 \text{ (mJ)}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیران متناوب: صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

۸۰- گزینه «۱»

(معصومه شریعت‌ناصری)

با توجه به نمودار ابتدا دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} \text{ s}$$

در گام بعدی معادله جریان متناوب را نوشته و جریان را در لحظه خواسته شده به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{1}{320} \times \frac{1}{400} \right)$$

$$\Rightarrow I = 2\sqrt{2} \sin \left(2\pi \times \frac{400}{32000} \right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیران متناوب: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۵)

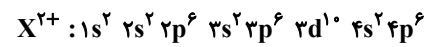
شیمی ۱ و شیمی ۲

۸۱- گزینه «۳»

(امیرمهد کنگرانی)

زیرلایه‌هایی با $n+l=4$ و $n+l=5$ در به ترتیب زیرلایه‌های $5s$ ، $4p$ ، $3d$ و $4s$ هستند.

اگر در یون X^{2+} تعداد الکترون‌ها در $n+l=5$ دو برابر تعداد الکترون‌ها در $n+l=4$ باشد، آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



پس X ، عنصر $38Sr$ است و عبارت صورت سؤال درست است. خلصت فلزی $38Sr$ از $37Rb$ کمتر است.

(شیمی ۱- کیهان‌زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۴)

۸۲- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست

عبارت دوم: درست

عبارت سوم: درست؛ در ایزوتوپ‌های یک عنصر، جرم اتمی میانگین به جرم اتمی ایزوتوپ فراوان‌تر نزدیک‌تر است.

عبارت چهارم: نادرست؛ با استفاده از مقیاس amu جرم اتم‌های پرتوزا (ناپایدار) را نیز می‌توان اندازه‌گیری کرد.

(شیمی ۱- کیهان‌زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ تا ۴۴)

۸۳- گزینه «۲»

(پیمان فولادی‌مید)

عدد اتمی X برابر ۴۳ و عدد اتمی Y برابر ۲۵ است. بر این اساس داریم:

• اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر ۱۸ است. (عدد اتمی آرگون ۱۸ می‌باشد).

• عنصر X پایدار نیست و در زمره عناصر ساختگی قرار دارد.

• دو عنصر متفاوت طیف نشری خطی متفاوت دارند.

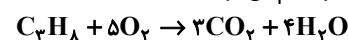
• در Y ، هفت الکترون ظرفیت داریم، پس ۲۸ درصد کل الکترون‌های آن جزو الکترون‌های ظرفیت هستند.

(شیمی ۱- کیهان‌زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

۸۴- گزینه «۳»

(مهم‌رها پورباوری)

سوختن کامل پروپان طبق معادله زیر انجام می‌شود:



مطابق با این معادله، یک مول پروپان (به جرم ۴۴ گرم) با ۵ مول اکسیژن (با جرم ۱۶۰ گرم) به‌طور کامل با یکدیگر واکنش می‌دهند. جرم مخلوط اولیه برابر است با:

به این ترتیب حجم هر یک از این گازها در مخلوط اولیه عبارت است از:

$$102g \text{ مخلوط} \times \frac{44g C_3H_8}{204g \text{ مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44g C_3H_8}$$

$$\times \frac{22/4L C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 11/2L C_3H_8$$

$$102g \text{ مخلوط} \times \frac{160g O_2}{204g \text{ مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32g O_2}$$

$$\times \frac{22/4L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 56L O_2$$

در نتیجه اختلاف حجم این دو گاز در مخلوط اولیه برابر خواهد بود با:

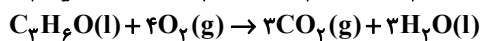
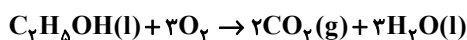
$$56L - 11/2L = 44/8L$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶، ۵۷ و ۶۲ تا ۶۴)

۸۵- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

مطابق واکنش‌های زیر مجموع ضرایب H_2O در واکنش سوختن کامل اتانول و استون برابر ۶ می‌باشد:



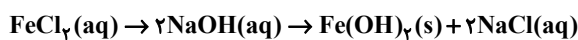
با توجه به واکنش‌های موازنه شده زیر، مجموع ضرایب گونه‌های حاضر در هیچ کدام از واکنش‌ها بزرگ‌تر از ۶ نمی‌باشد:



: مجموع ضرایب = ۶



: مجموع ضرایب = ۶



: مجموع ضرایب = ۶



: مجموع ضرایب = ۵

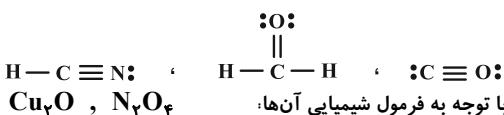
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۶- گزینه «۱»

(مهم‌ر عظیمیان زواره)

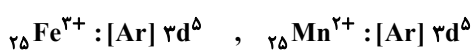
بررسی موارد:

(آ درست

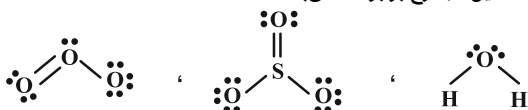


(ب درست؛ با توجه به فرمول شیمیایی آن‌ها: Cu_2O ، N_2O_4

(پ درست



(ت نادرست؛ این مجموع برابر ۱۶ می‌باشد.



(ث نادرست؛ بوکسیت Al_2O_3 ناخالص است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۸۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

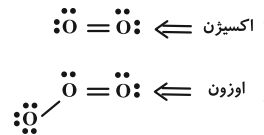
جرم یک لیتر از آن متناسب چگالی است و می‌دانیم که اوزون به دلیل تعداد اتم بیشتر، جرم مولی بیشتر و چگالی بیشتری دارد.

دمای جوش اوزون از اکسیژن، بیشتر است.

$$O_3 : -112^\circ C$$

$$O_2 : -183^\circ C$$

فقط مورد اول برای اوزون کمتر از اکسیژن است. چون $64g$ اوزون حاوی مول‌های کمتری از اوزون است. آسیب‌رسانی اوزون به ریه انسان به خاطر واکنش‌پذیری بیشتر آن است.



اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در اوزون برابر ۳ و در اکسیژن برابر ۲ است.

اوزون واکنش‌پذیری بیشتری از اکسیژن دارد و برخلاف اکسیژن به ریه انسان آسیب می‌رساند.

میزان نیروی وارد شده به دیواره ظرف معادل فشار گاز است. اگر دو نمونه با جرم برابر از این دو گاز داشته باشیم نمونه اکسیژن مول‌های بیشتری داشته و در نتیجه فشار بیشتری به دیواره ظرف وارد می‌کند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

۸۸- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

N_2 و H_2 حتی در حضور جرقه هم واکنش نشان نمی‌دهد، برای انجام این واکنش دمای 450°C و فشار 200 atm و کاتالیزگر آهن نیاز است.

گزینه «۱»: H_2 و O_2 در حضور جرقه و یا کاتالیزگر پلاتین، آب تولید می‌کنند. گزینه «۲»: N_2 و O_2 در موتور خودروها و یا رعد و برق که دما خیلی بالاست واکنش می‌دهد.

گزینه «۴»: NO_2 و O_2 در حضور نور خورشید واکنش داده NO و O_3 تروپوسفری تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶، ۸۱ و ۸۲)

۸۹- گزینه «۲»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

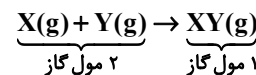
به کمک فرمول مقایسه‌ای زیر می‌توان سؤال را حل کرد.

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1 \times n_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2 \times n_2}$$

با توجه به این که محفظه در بسته است می‌توان نتیجه گرفت $V_1 = V_2$. همچنین طبق اطلاعات سؤال فشار نیز ثابت است پس $P_1 = P_2$. در نتیجه با جای گذاری سایر اطلاعات در فرمول بالا داریم:

$$T_1 \times n_1 = T_2 \times n_2 \Rightarrow T \times n_1 = 2T \times n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{1}{2} n_1$$

به عبارتی با توجه به محاسبات انجام شده، پس از انجام واکنش مول مواد گازی باید نصف مقدار اولیه شود. یعنی باید واکنشی را انتخاب کنیم که مجموع ضرایب مواد گازی در سمت راست معادله، نصف مجموع ضرایب مواد در سمت چپ معادله باشد یعنی گزینه «۲».

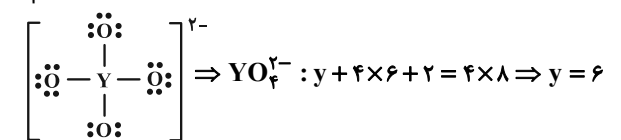


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۹۰- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت Y و X را به ترتیب y و x فرض کنیم:



Y متعلق به گروه ۱۶ و دوره سوم است در نتیجه عنصر Y همان S ۱۶ است.

$$[\ddot{\text{X}} = \text{X} = \ddot{\text{X}}]^- \Rightarrow \text{X}^- : 3x + 1 = 16 \Rightarrow x = 5$$

عنصر X متعلق به گروه ۱۵ و دوره دوم است در نتیجه عنصر X همن N ۷ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) گاز NO_2 درون هوا و در حضور نور خورشید اوزون تروپوسفری را ایجاد می‌کند.

(۳) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز داشته باشد.

(۴) گاز SO_3 می‌تواند باعث ایجاد باران اسیدی شود اما باید دقت داشته باشید که گاز حاصل از فعالیت‌های صنعتی SO_2 است نه SO_3 .

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵، ۵۶ و ۶۰ تا ۶۲، ۷۰، ۷۵ و ۷۶)

۹۱- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

مولکول‌های H_2O و HF به ترتیب تا نقطه جوش 100 و 19 درجه سانتی‌گراد، تنها ترکیب‌های دارای نقطه جوش مثبت در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول دوره‌ای هستند.

تمامی عبارت‌ها درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مولکول‌های H_2O و H_2S مدل فضاپرکن و ساختار لوئیس یکسانی داشته و هر دو به دلیل قطبی بودن در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. در حالی که H_2S در دمای اتاق به حالت گاز و H_2O به حالت مایع است.

عبارت‌های دوم و سوم: مطابق متن صفحات ۱۰۵ و ۱۰۷ کتاب درسی درست می‌باشند.

عبارت چهارم: مطابق اعداد گزارش شده در کتاب درسی نقطه جوش ترکیب‌های آب، اتانول و استون به ترتیب برابر 100 ، 78 و 56 درجه سانتی‌گراد می‌باشد، پس اختلاف نقطه جوش این ترکیب‌ها یکسان و برابر 22 درجه سانتی‌گراد است.

عبارت پنجم: انحراف ترکیب X به سمت میله شیشه‌ای باردار نشان‌دهنده قطبی بودن آن است. تمامی ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای نیز قطبی بوده و همانند مولکول X در میدان جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۹۲- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

ابتدا از روی مولاریته و حجم محلول، کل مول یون‌های نیترات را به دست می‌آوریم:

$$C_M = \frac{n(\text{mol})}{V(\text{L})} \Rightarrow 0.2 = \frac{x \text{ mol NO}_3^-}{3 \text{ L}}$$

$$\Rightarrow x = 0.6$$

در ادامه فرض می‌کنیم x مول از یون نیترات توسط منیزیم نیترات و $x - 0.6$ مول نیز توسط آمونیم نیترات تأمین شده است. سپس از روی مول یون نیترات به جرم منیزیم نیترات و آمونیم نیترات رسیده و مجموع جرم این دو ماده را برابر با $45/6$ گرم قرار می‌دهیم تا x به دست آید:

رسوب $90 - 50 = 40 \text{ g}$

درصد این مقدار رسوب با توجه به مقدار نمک اولیه حل شده برابر است با:

$$\text{درصد رسوب} = \frac{\text{جرم رسوب}}{\text{جرم نمک حل شده}} \times 100 = \frac{40}{90} \times 100 \approx 44/4$$

درصد جرمی نمک باقی مانده در محلول پایانی نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

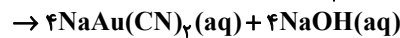
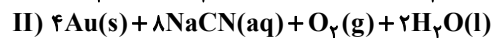
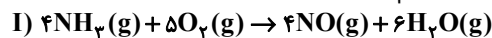
$$\text{درصد جرمی حل شونده} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 \approx 33/3$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

(امسان پنبه‌شاهی)

۹۵- گزینه «۳»

واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی در واکنش (I) برابر ۱۹ و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در واکنش (II) برابر ۱۶ است.

۲) فلز Fe به عنوان کاتالیزگر در تولید NH_3 در فرایند هابر به کار می‌رود.

۳) مخلوطی از O_2 و N_2 (نه NH_3) می‌تواند به جای هوا برای پر کردن تایر خودرو به کار رود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

(روزبه رضوانی)

۹۶- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ این جمله در مورد فلزات درست است، نه همه عناصرها

۲) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها آنیون‌های حاصل از دریافت یک الکترون توسط هالوژن‌ها هستند.

۳) نادرست؛ دقیقاً برعکس است.

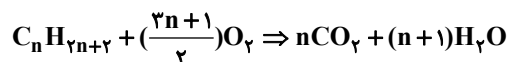
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

(عمید زبئی)

۹۷- گزینه «۲»

بررسی موارد:

مورد اول؛ نادرست؛



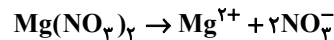
با توجه به معادله موازنه شده واکنش سوختن آلکان‌ها، به ازای سوختن یک مول آلکان، مول آب تولید شده $(n+1)$ یک واحد بیشتر از مول کربن دی‌اکسید تولید شده (n) است، برای مثال اگر دو مول آلکان بسوزد، مول آب تولید شده $(2n+2)$ و مول کربن دی‌اکسید تولید شده $(2n)$ خواهد بود و تفاوت مول آن‌ها دو واحد می‌شود.

نکته: به ازای سوختن کامل X مول آلکان، مول آب تولید شده، X واحد بیشتر از مول کربن دی‌اکسید تولید شده خواهد بود.

مورد دوم؛ درست؛ در آلکان‌ها با افزایش جرم مولی، درصد جرمی C افزایش و درصد جرمی H کاهش می‌یابد.

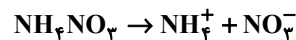
مورد سوم؛ درست؛ در آلکان‌ها با افزایش شماره اتم‌های کربن، تفاوت نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

مورد چهارم؛ نادرست؛ آلکان‌ها، هیدروکربن سیر شده هستند نه کربوهیدرات. (شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴۸)



$$? \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 = x \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2}{2 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{148 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2}{1 \text{ mol Mg}(\text{NO}_3)_2} = 74x \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$



$$? \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = (0/6 - x) \text{ mol NO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NO}_3^-}$$

$$\times \frac{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

$$(74x) \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2 + (48 - 80x) \text{ g NH}_4\text{NO}_3 = 45/6$$

$$\Rightarrow x = 0/4 \text{ mol}$$

حال با جای گذاری X در مقادیر به دست آمده در محاسبات قبلی، گرم آمونیم نیترات و منیزیم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2 = 74x = 74 \times 0/4 = 18/5 \text{ g Mg}(\text{NO}_3)_2$$

$$\text{g NH}_4\text{NO}_3 = 48 - 80x = 48 - (80 \times 0/4) = 16 \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$

در نهایت نسبت جرم منیزیم نیترات به آمونیم نیترات را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{g Mg}(\text{NO}_3)_2}{\text{g NH}_4\text{NO}_3} = \frac{18/5}{16} = \frac{74 \times 0/4}{16} = \frac{74}{40} = \frac{37}{20} = \frac{18/5}{16} = 1/85$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(روزبه رضوانی)

۹۳- گزینه «۳»

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{9/5 \text{ g}}{106 \text{ g}} \Rightarrow \frac{9/5}{95} = 0/1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Mg}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 2/4 \text{ g}$$

$$\text{Mg}^{2+} \text{ درصد جرمی} = \frac{2/4}{106} \times 100 = 2/4 \times 10^{-4} \%$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{9/5}{95} = 0/1 \text{ mol MgCl}_2$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{35/5 \text{ g}}{1 \text{ mol Cl}^-} = 7/1 \text{ g Cl}^-$$

$$\text{Cl}^- \text{ درصد جرمی} = \frac{7/1 \text{ g}}{106 \text{ g}} \times 100 = 7/1 \times 10^{-4} \%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(مهمربنا پوریاوید)

۹۴- گزینه «۳»

اگر فرض کنیم ۱۰۰ گرم آب خالص داریم، جرم محلول‌های سیر شده نمک AB درد مای ذکر شده برابر است با:

$$\text{محلول سیر شده } 100 \text{ g AB} = 190 \text{ g} + 90 \text{ g آب} : 100 \text{ g} \text{ در دمای } 80^\circ \text{C}$$

$$\text{محلول سیر شده } 100 \text{ g AB} = 150 \text{ g} + 50 \text{ g آب} : 100 \text{ g} \text{ در دمای } 30^\circ \text{C}$$

بنابراین رسوب حاصل بر اثر سرد کردن چنین محلولی از دمای 80°C تا 30°C برابر خواهد بود با:



۹۸- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

ابتدا معادله واکنش را به صورت پارامتری برحسب n موازنه می‌کنیم:

$$3M(s) + 4nHNO_3(aq) \rightarrow 3M(NO_3)_n + nNO + 2nH_2O$$

با توجه به معادله بالا، بازده درصدی واکنش برابر با ۲۴n درصد می‌باشد.

$$? g NO = \frac{1}{806} \times 10^{23} \text{ atom M} \times \frac{1 \text{ mol M}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom M}}$$

$$\times \frac{n \text{ mol NO}}{3 \text{ mol M}} \times \frac{24n}{100} \times \frac{30 g NO}{1 \text{ mol NO}} = 2/88 g NO$$

$$\Rightarrow 0.72n^2 = 2/88 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶)

۹۹- گزینه «۱» (امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:
الف) درست؛ سه فلز قلیایی سبک تر، $19K$ ، $11Na$ و $3Li$ می‌باشند، می‌دانیم که هر چه شعاع اتمی کوچک تر باشد جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر بیشتر می‌شود در نتیجه در بین این ۳ فلز، $3Li$ بیشترین جاذبه هسته به الکترون لایه آخر را دارد. همچنین می‌دانیم که در بین فلزهای اصلی هر چه شعاع اتمی بیشتر باشد خصلت فلزی بیشتر است و در واکنش با گاز کلر پرتوی با انرژی بیشتر و طول موج کمتر آزاد می‌کند. از بین این ۳ فلز، Li کمترین خصلت فلزی و بیشترین طول موج پرتوی آزاد شده را دارد.
ب) درست؛ از آنجایی که زیرلایه s تنها گنجایش ۲ الکترون دارد، بنابراین مقدار x برابر با ۱ یا ۲ می‌باشد. از آنجایی که گفته شده $n + x = 5$ می‌باشد. دو فلز بیشتر مطرح نخواهند بود که یکی از آن‌ها $19K$ با زیرلایه آخر $4s^1$ و دیگری $12Mg$ با زیرلایه آخر $3s^2$ می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم شعاع اتمی $19K$ از $12Mg$ بیشتر است.
پ) نادرست؛ هالوژن‌ها در واکنش با گاز هیدروژن ترکیبات مولکولی تشکیل می‌دهند در نتیجه یون هالید نمی‌سازند.
ت) نادرست؛ کاتیون مورد نظر $2e^{2+}$ است.

$${}_{26}Fe^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6$$

$$\Rightarrow \frac{\text{الکترون‌های } d}{\text{کل الکترون‌ها}} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

زیروند کاتیون و آنیون در FeO با یکدیگر برابر است.

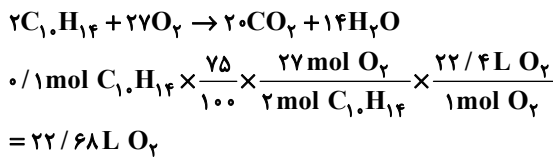
$$Fe^{2+} + O^{2-} \rightarrow FeO$$

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

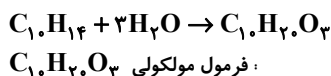
۱۰۰- گزینه «۴» (سعید تیزرو)

تمامی موارد درست می‌باشند.
بررسی موارد:
مورد اول: فرمول مولکولی این ترکیب $C_{10}H_{14}$ بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن با اتم‌های هیدروژن ششمین آلکان (هپتن: C_7H_{14}) یکسان است.
مورد دوم: برای از بین بردن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول برم (Br_2) با جرم $3 \times 16 = 48 g$ نیاز است. در نتیجه نیم مول از این ترکیب برای سیر شدن به نصف این مقدار یعنی ۲۴ گرم Br_2 نیاز دارد.

مورد سوم: واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



مورد چهارم: ساختار حاوی ۶ پیوند $C-H$ بوده و شمار گروه Cr به ۴۴ عنوان نخستین عنصری که از اصل آفیا پیروی نمی‌کند نیز برابر ۶ است.
مورد پنجم: برای شکستن پیوندهای دوگانه و سیر شدن ساختار به ۳ مولکول آب نیاز است و فرمول مولکولی فرآورده نهایی پس از افزودن ۳ مولکول آب به صورت $C_{10}H_{20}O_3$ می‌باشد:

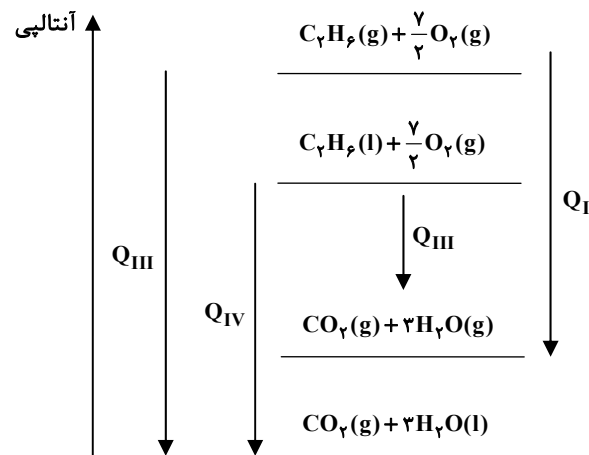


$$(10 \times 12) + (20 \times 1) + (3 \times 16) = 188 g \cdot mol^{-1}$$

(شیمی ۲- قرر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۰۱- گزینه «۲» (عمیر زبئی)

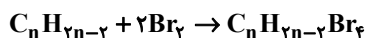
با توجه به نمودار، اختلاف سطح انرژی $C_7H_6(g)$ و $C_7H_6(l)$ کمتر از اختلاف سطح انرژی $H_2O(g)$ و $H_2O(l)$ است، چون نیروهای جاذبه بین مولکولی آب (پیوند هیدروژنی) قوی‌تر از نیروهای جاذبه وان‌دروالسی میان مولکول‌های C_7H_6 است. پس $Q_{IV} > Q_I$ خواهد بود.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۵۹)

۱۰۲- گزینه «۴» (میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

نکته آموزشی: در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها، به ترتیب با افزایش تعداد کربن، درصد جرمی کربن افزایشی، ثابت و کاهش می‌یابد.
با توجه به نکته بالا، ترکیب مورد نظر جزء خانواده آلکین‌هاست و واکنش این مواد با برم به صورت زیر است:

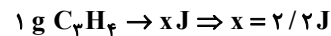


با توجه به این که درصد جرمی کربن در ترکیب حاصل ۱۰ درصد است، می‌توان فرمول آلکین را به دست آورد:

$$10 = \frac{12 \times n}{12 \times n + 1 \times (2n - 2) + 80 \times 4} \times 100 \Rightarrow n = 3$$



پس ترکیب مورد نظر C_3H_4 می‌باشد. جرم مولی این ترکیب ۴۰ گرم بر مول می‌باشد. طبق گفته سؤال برای افزایش دمای ۱ مول از این ترکیب به اندازه $1^\circ C$ ، ۸۸ ژول گرما لازم است پس گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از این ترکیب به اندازه $1^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم تا ظرفیت گرمایی ویژه به دست آید.



پس ظرفیت گرمایی ویژه این ترکیب برابر با $2/22 \frac{\text{J}}{\text{g} \times ^\circ C}$ می‌باشد. حال

گرمای لازم برای افزایش نمونه $20^\circ C$ گرمی به اندازه $10^\circ C$ را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 20 \times 2/22 \times 10 \Rightarrow Q = 440 \text{ J}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۰۳- گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی)

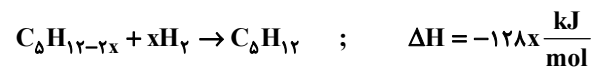
در این واکنش به ازای شکستن هر پیوند دوگانه $C=C$ ، یک پیوند $H-H$ نیز شکسته شده، یک پیوند $C-C$ و ۲ پیوند $C-H$ تولید می‌شود، در نتیجه ΔH این واکنش را می‌توان به این صورت برحسب x محاسبه کرد:

$$\Delta H = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده} \right]$$

$$= x \times (\Delta H_{(C=C)} + \Delta H_{(H-H)} - \Delta H_{(C-C)} - 2\Delta H_{(C-H)})$$

$$= x \times (614 + 436 - 348 - 2(415)) = -128x \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

حال به محاسبه مقدار x می‌پردازیم:



$$? \text{ kJ} = 17 \text{ g } C_5H_{12-2x} \times \frac{1 \text{ mol } C_5H_{12-2x}}{(72-2x) \text{ g } C_5H_{12-2x}}$$

$$\times \frac{128 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_5H_{12-2x}} = 64 \text{ kJ}$$

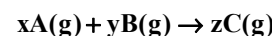
$$\Rightarrow 36x = 72 - 2x \Rightarrow 36x = 72 \Rightarrow x = 2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۸)

۱۰۴- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

از آنجایی که مول A و B در ابتدای واکنش غیرصفر و مول C برابر با صفر می‌باشد پس A و B واکنش دهنده و C فراورده است. پس معادله واکنش به صورت زیر خواهد بود: (x, y, z) ضرایب فرضی هستند.



می‌دانیم در بازه زمانی یکسان، تغییرات غلظت مواد متناسب با ضریب استوکیومتری‌شان است پس:

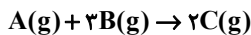
بازه زمانی صفر تا 30 ثانیه:

$$\frac{|\Delta n A|}{|\Delta n B|} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{1/25}{3/75} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = 3x$$

بازه زمانی صفر تا 15 ثانیه:

$$\frac{|\Delta n A|}{\Delta n C} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{0/75}{1/5} = \frac{x}{z} \Rightarrow z = 2x$$

با توجه به نسبت‌های محاسبه شده، واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



برای محاسبه a و b به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{|1/25 - 2|}{|a - 2|} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 2/75$$

بازه زمانی صفر تا 15 ثانیه:

$$\frac{|0/75 - 1/25|}{b - 1/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2/5$$

بازه زمانی 15 تا 30 ثانیه:

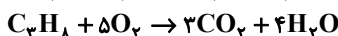
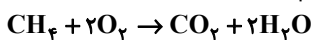
نسبت a به b برابر $1/1$ خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۹۵)

۱۰۵- گزینه «۱»

(پیمان فواوی مجر)

ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



مول تولید شده CO_2 را با توجه به سرعت متوسط آن تعیین می‌کنیم.

$$4/5 = \frac{\text{mol } CO_2}{0/5} \Rightarrow \text{mol } CO_2 = 2/25$$

اگر مول CH_4 را n_1 و مول C_3H_8 را n_2 فرض کنیم داریم:

$$\begin{cases} 16n_1 + 44n_2 = 35 \\ n_1 + 3n_2 = 2/25 \end{cases} \Rightarrow n_2 = 0/25, n_1 = 1/5$$

جرم پروپان و متان در مخلوط اولیه برابر است با:

$$1/5 \text{ mol } CH_4 \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 24 \text{ g}$$

$$0/25 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{44 \text{ g } C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 11 \text{ g}$$

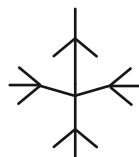
پس اختلاف جرم آن‌ها 13 گرم خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱۰۶- گزینه «۳»

(پارسا عیوض پور)

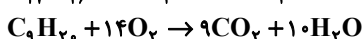
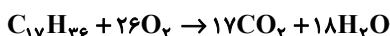
سنگین‌ترین آلکانی که طویل‌ترین زنجیره کربنی آن 5 کربن داشته باشد به شکل زیر است:



فرمول این ترکیب $C_{17}H_{36}$ است.

بررسی موارد:

مورد اول: درست



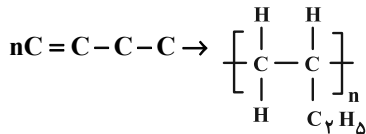
$$\frac{18-17}{(10+9)-(14+7)} = \frac{1}{4}$$



(معمد عظیمیان زواره)

۱۰۸- گزینه «۳»

بررسی موارد:
(آ) نادرست؛ واحد تکرار شونده حاصل از پلیمر کردن ۱- بوتن به صورت زیر می باشد:



(ب) درست؛ زیرا شمار کربن استیک اسید کمتر می باشد. با افزایش شمار کربن در اسیدهای آلی و بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کرده و از انحلال پذیری آن ها در آب کاسته می شود.

(پ) درست؛ زیرا هر دو دارای پیوندهای O-H یا N-H می باشند.

(ت) درست؛ ۴ آلکان اول برخلاف ۱، ۲- دی برمواتان در دمای اتاق به حالت گاز موجودند.

(ث) نادرست؛ جرم مولی میانگین پلی اتن تولید شده به نسبت مولی کاتالیزورها بستگی دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۳۰ و ۱۳۱ و

قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۳۵ و ۴۰)

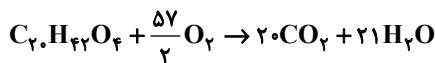
(همید زبئی)

۱۰۹- گزینه «۴»

بررسی موارد:

مورد اول؛ درست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_4$ بوده و دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

مورد دوم؛ نادرست



مورد سوم؛ درست؛ دارای گروه عاملی کربوکسیل ($-\text{C}(=\text{O})-\text{OH}$) است و می تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

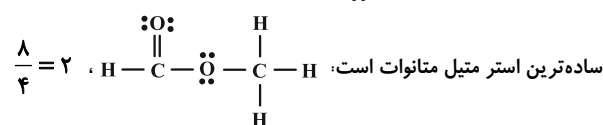
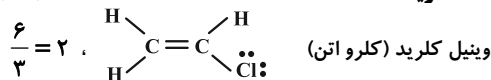
مورد چهارم؛ درست

مورد پنجم؛ درست؛ دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن ها به O متصل است، مابقی اتم های هیدروژن به C متصل شده اند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۹۷ تا ۱۳۱)

(معمد عظیمیان زواره)

۱۱۰- گزینه «۴»



بررسی عبارت های درست:

(۱) فرمول مولکولی سیانواتن و استیرین به ترتیب $\text{C}_7\text{H}_7\text{N}$ و C_8H_8 می باشد.

(۲) فرمول ساختاری این دی اسید به صورت

و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ می باشد.

(۳) واحد سازنده سلولز، گلوکز و واحد سازنده پلی اتن، اتن (اتیلن) می باشد. هر دو مونومر در گیاهان یافت می شوند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۳ و ۱۰۴)

مورد دوم؛ نادرست؛ با توجه به این که در واکنش هیدروژن دار کردن آلکن ها، یک پیوند $\text{C} = \text{C}$ را باید به $\text{C} - \text{C}$ تبدیل کنیم، از هیدروژن دار کردن هیچ آلکنی نمی توان به آلکان مد نظر رسید. چرا که هیچ دو کربنی در این ترکیب امکان برقراری پیوند دوگانه را نداشته اند.

مورد سوم؛ نادرست؛ آلکان ها با هر ساختاری غیرقطبی هستند.

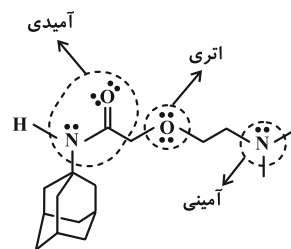
مورد چهارم؛ درست؛ $\text{C}_{17}\text{H}_{36}$ ، ۱۶ پیوند $\text{C} - \text{C}$ و ۳۶ پیوند $\text{C} - \text{H}$ دارد که اختلاف این دو برابر ۲۰ است. ساختار ذکر شده دارای ۲۰ پیوند $\text{C} - \text{H}$ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

۱۰۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

موارد اول و سوم به درستی بیان شده اند.



بررسی همه موارد:

مورد اول؛ درست؛

$$50 = \frac{(16 \times 4) + (28 \times 1) + (2 \times 3) + (2 \times 1)}{2} = \text{تعداد جفت های پیوندی}$$

$$6 = (2 \times 1) + (2 \times 2) = \text{تعداد جفت های ناپیوندی}$$

اختلاف شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در آن برابر $44 = 50 - 6$ می باشد.

مورد دوم؛ نادرست؛

$$100 \times \frac{\text{جرم C} + \text{جرم O}}{\text{جرم کل}} = \text{مجموع درصد جرمی C و O}$$

$$= \frac{(2 \times 16) + (16 \times 12)}{(16 \times 12) + (28 \times 1) + (2 \times 14) + (3 \times 16)} \times 100$$

$$= \frac{224}{280} \times 100 = 80\%$$

مورد سوم؛ درست؛ به دلیل داشتن اتم هیدروژن متصل به اتم N، می تواند با مولکول های خود، پیوند هیدروژنی برقرار کند. ویتامین C نیز به دلیل داشتن هیدروژن متصل به O، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد.

مورد چهارم؛ نادرست؛

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شمار اتم ها} \\ \text{شمار عنصرها} \end{array} \right. = \frac{16+28+2+2}{4} = \frac{48}{4} = 12 \Rightarrow 2 \times 9 \neq 12$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اتم ها} \\ \text{عنصرها} \end{array} \right. : \text{نفتالن } (\text{C}_{10}\text{H}_8) = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

مورد پنجم؛ نادرست؛ گروه عاملی آلکین در این ترکیب پیوند N-H ندارد، به همین دلیل قابلیت واکنش دادن با کربوکسیلیک اسیدها و تشکیل گروه عاملی آمید را ندارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم، پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛

صفحه های ۴۲ و ۶۸ تا ۸۰ و ۱۱۰ تا ۱۱۶)