

## دوازدهم ریاضی



## آزمون ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۴۰	۱	۴۰	حسابان ۲
			هندسه ۳
			ریاضیات گسسته

از نمونه سؤالات امتحانی در سایت کانون به صورت رایگان استفاده کنید

هر ساله با شروع امتحانات، بسیاری از دانش آموزان به سایت کانون می آیند و از نمونه سؤالات امتحانی که همراه با پاسخ تشریحی منتشر می شود، استفاده می کنند. برنامه ی شما برای امتحانات چیست؟ چقدر از وقت خود را صرف تمرین نمونه سؤالات امتحانی خواهید کرد؟

<https://www.kanoon.ir/Public/ExamQuestions>



# آزمون «۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	هندسه ۳
۳۱-۴۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی-افشین خاصه‌خان-احمدرضا ذاکرزاده-مریم زارعی-محمد زنگنه-احسان سیفی سلسله-حامد قاسمیان کیان کریمی خراسانی-محمد رضا کشاورزی-مهسان گوردوزی-رضا ماجدی-مهرداد ملوندی-علیرضا نداف‌زاده غلامرضا نیازی	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-محمدپارسا سبزه‌ای	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته
گزینشگر و تبدیل به تست	کیان کریمی خراسانی	محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سیدسپهر متولیان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاران رتبه‌برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - محمدرضا مهدوی		

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

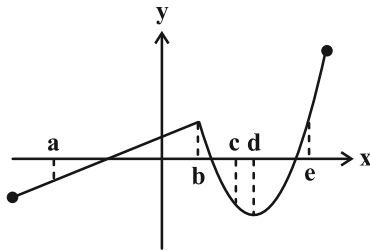
### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: نیمسال دوم: صفحه‌های ۷۱ تا ۱۴۴



۱- با در نظر گرفتن نمودار تابع  $f$  در شکل زیر، چند تا از عبارات زیر صحیح نیست؟

(الف) تابع  $f$  در نقطه  $d$  مشتق پذیر نمی‌باشد.

(ب) مقدار و مشتق تابع  $f$  در نقطه  $e$  اعدادی مثبت هستند.

(پ) علامت مشتق در نقاط  $a$  و  $c$  قرینه یکدیگر است.

(ت)  $m_e < m_a$

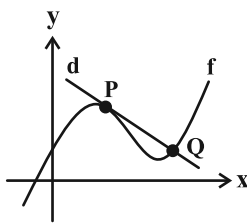
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲- مطابق شکل زیر، خط  $d$  در نقطه  $P(1, 3)$  بر نمودار تابع  $f$  مماس و در نقطه  $Q(2a+1, a)$  آن را قطع می‌کند. اگر  $f'(1) = -1$  باشد، طول پاره خط  $PQ$  کدام است؟



(۱)  $\sqrt{6}$

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{10}$

(۴)  $2\sqrt{3}$

۳- اختلاف مشتق‌های چپ و راست تابع  $f(x) = a|x-2|$  در  $x_0 = 2$  برابر ۶ می‌باشد. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴- مقدار مشتق تابع  $g(x) = \sin^3(2x+1)$  در  $x = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}$  برابر  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  است. مقدار  $a$  برابر با کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵- اگر  $f(3) = 4$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{3x - 9} = 5$  باشد، مشتق تابع  $g(x) = x^2 f(x)$  در  $x = 3$  کدام است؟

۱۵۹ (۴)

۱۲۹ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۷۴ (۱)

۶- اگر  $f'(1) = 2$ ،  $g'(1) = 7$  و  $f(1) = 1$ ، مقدار مشتق  $(f+g)'$  در  $x = 1$  کدام است؟

-۱۸ (۴)

۱۸ (۳)

-۱۰ (۲)

۱۰ (۱)

۷- اگر  $f(x) = \cos 2x$  و  $A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(\frac{\pi}{\lambda} + h) - f'(\frac{\pi}{\lambda})}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  باشد، آن‌گاه  $A$  کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

محل انجام محاسبات

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x \geq 1 \\ ax + b & , x < 1 \end{cases}$$

۸- می دانیم تابع روبه‌رو، روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است. مقدار  $f(a+b)$  کدام است؟

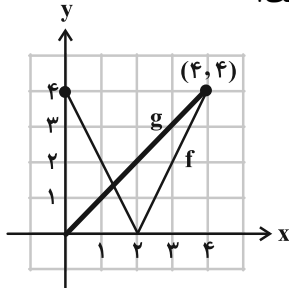
۵ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

۱۱ (۱)

۹- نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  در شکل زیر رسم شده است. اگر  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  باشد، حاصل  $h'(1)$  چقدر است؟



-۱ (۱)

-۴ (۲)

۱ (۳)

۴ (۴)

۱۰- در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{8x+1}{2x^2+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه  $[1, 4]$  چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در لحظه  $x = -2$  می‌باشد؟

$-\frac{9}{8}$  (۴)

$\frac{9}{8}$  (۳)

$-\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۱۱- تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$  مفروض است. در نقطه  $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع کمتر از آهنگ متوسط تغییر آن در

بازه  $[0, 3]$  است. مجموعه مقادیر قابل قبول  $a$  کدام است؟

$(0, 1/5)$  (۴)

$(1, 2)$  (۳)

$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$  (۲)

$(-1, 1)$  (۱)

۱۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) اگر تابع  $f(x)$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشد، قطعاً در  $x = a$  پیوسته است.

ب) اگر تابع  $f(x)$  در  $x = a$  پیوسته باشد، قطعاً در  $x = a$  مشتق پذیر است.

ج) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x)$ ، یک نقطه بحرانی تابع  $f(x)$  است و بالعکس.

۴) هر سه نادرست‌اند.

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳- اختلاف مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  در بازه  $[-1, 2]$  برابر با کدام است؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۴- مطابق شکل زیر، یک مستطیل در یک نیم‌دایره به شعاع ۲ واحد محاط شده است. محیط مستطیل با بیشترین مساحت ممکن،

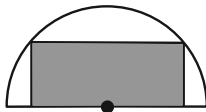
چقدر است؟

$6\sqrt{2}$  (۱)

$4\sqrt{2}$  (۲)

$2+2\sqrt{2}$  (۳)

$2+4\sqrt{2}$  (۴)



محل انجام محاسبات

۱۵- مقدار ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = x\sqrt{6-x}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴)  $4\sqrt{2}$

۱۶- نقطه  $(-1, 1)$  اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = -x^3 + 2ax^2 + b + 1$  می باشد. مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

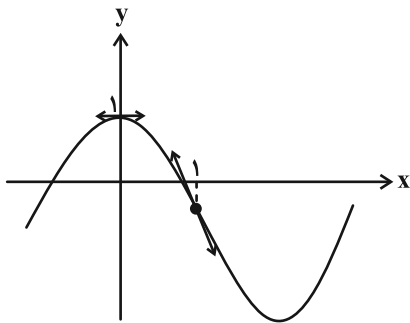
۱۷- تابع  $f(x) = (x+2)(x-4)^2$  در فاصله  $(a, b)$ ، هم نزولی و هم تقعر رو به بالا دارد. بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۸- در تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ ، نقطه  $A(1, 1)$  نقطه عطف منحنی می باشد. مقدار  $a-b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۹- منحنی تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  به شکل زیر است. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) -۲

(۴) -۳

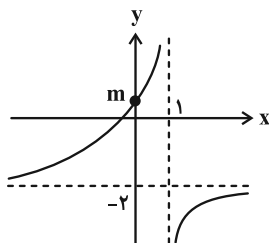
۲۰- اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax-1}{x-b}$  به صورت زیر باشد، مقدار  $f(2m)$  چقدر است؟

(۱) -۵

(۲) -۶

(۳) -۸

(۴) -۱۰



محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: نیم سال دوم: صفحه‌های ۴۷ تا ۸۴

۲۱- کدام یک از موارد زیر درست‌اند؟

الف) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد، بیضی تبدیل به پاره‌خط می‌شود.

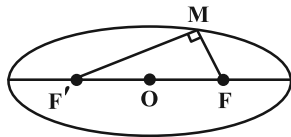
ب) برای دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، داریم  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ .

پ) نقطه با مختصات  $(-2, 3, -4)$  در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.

ت) خط به معادلات  $(x=2, y=3)$  بر صفحه  $xy$  عمود است.

الف، ت، (۱)      ب، ت      (۲)      ب، پ      (۳)      پ، ت      (۴)

۲۲- نقطه  $M$  روی بیضی شکل زیر با طول قطر بزرگ ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. اگر مثلث  $MFF'$  در رأس  $M$  قائم‌الزاویه باشد، فاصله  $M$  به نزدیک‌ترین کانون چقدر است؟



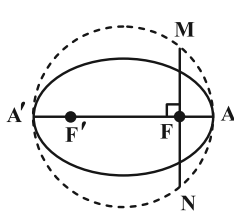
(۱)  $2 + \sqrt{3}$

(۲)  $6 - 2\sqrt{2}$

(۳)  $3 + \sqrt{2}$

(۴)  $5 - \sqrt{7}$

۲۳- قطر دایره شکل زیر، قطر بزرگ بیضی است. از کانون  $F$  عمودی بر قطر  $AA'$  رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند.



اگر خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{7}{9}$  و همچنین فاصله کانونی آن ۷ باشد، طول پاره‌خط  $MN$  چقدر است؟

(۱)  $2\sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{6}$

(۳)  $4\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{6}$

۲۴- سهمی به معادله  $y^2 = 4x - 4$  مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره‌ای رسم می‌کنیم. حاصل ضرب عرض نقاط برخورد دایره و سهمی کدام است؟

(۱) -۶      (۲) -۸      (۳) -۹      (۴) -۱۲

۲۵- در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره‌ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد، فاصله کانونی چقدر است؟

(۱) ۳۰      (۲) ۱۵      (۳) ۲۰      (۴) ۲۵

۲۶- به ازای کدام مقدار  $n$ ، زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (2, -1, n)$  و  $\vec{b} = (1, 0, -1)$  برابر با  $135^\circ$  درجه است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$       (۲)  $-\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۷- بردارهای  $\vec{a} = (-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $\vec{b} = (1, 0, 1)$  مفروض‌اند. مجموع مؤلفه‌های تصویر قائم بردار  $2\vec{a} - \vec{b}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  چقدر است؟

(۱) -۴      (۲) ۴      (۳) -۲      (۴) ۲

۲۸- اگر طول بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به ترتیب ۴ و ۶ باشد و  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ، در این صورت مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  چقدر است؟

(۱)  $6\sqrt{2}$       (۲)  $4\sqrt{2}$       (۳)  $6\sqrt{3}$       (۴)  $4\sqrt{3}$

۲۹- مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود برابر  $6\sqrt{3}$  است. اگر  $|\vec{a}| = 4$  و  $|\vec{b}| = 3$  باشد، حاصل  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$  کدام است؟ (زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  حاده است.)

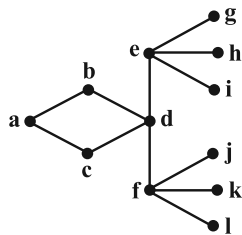
(۱) ۱۰      (۲) ۱۲      (۳) ۱۵      (۴) ۱۸

۳۰- سه بردار  $\vec{a} = (m, -1, 1)$ ،  $\vec{b} = (1, -1, 1)$  و  $\vec{c} = (1, m, -2)$  در یک صفحه واقع‌اند. اختلاف مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

(۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

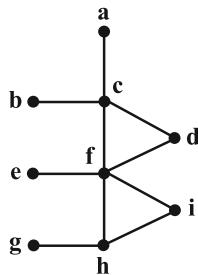
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: نیم سال دوم: صفحه‌های ۴۳ تا ۸۴



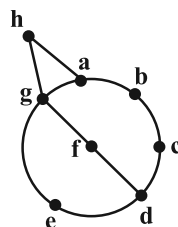
۳۱- بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف شکل زیر، چند عضو دارد؟

- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۱۰



۳۲- گراف G در شکل زیر، چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴



۳۳- عدد احاطه‌گری شکل زیر کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۳۴- اگر داشته باشیم  $A = \{7, 8, 9\}$  و  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، آن‌گاه چند کد افقی با ۶ کاراکتر متمایز می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟

- (۱)  $45 \times 6!$       (۲)  $30 \times 6!$       (۳)  $6 \times 7!$       (۴)  $5 \times 7!$

۳۵- هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار گیرند؟

- (۱) ۲۴۰      (۲) ۲۸۰      (۳) ۳۶۰      (۴) ۴۲۰

۳۶- معادله  $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$  چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

- (۱) ۱۰      (۲) ۲۱      (۳) ۳۱      (۴) ۳۴

۳۷- یک قفل رمزدار شامل ۴ رقم از صفر تا ۵ است. اگر بدانیم رمز بسته شده روی قفل، حداقل یک رقم ۱ و یک رقم ۲ را شامل می‌شود، چند رمز متفاوت برای این قفل می‌توان ساخت؟

- (۱) ۳۰۲      (۲) ۲۸۸      (۳) ۲۷۰      (۴) ۲۵۶

۳۸- به چند طریق می‌توان ۵ سیب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟

- (۱) ۸۴      (۲) ۹۶      (۳) ۱۲۰      (۴) ۱۵۰

۳۹- به چند طریق می‌توان ۳ کلاه متفاوت را بین ۷ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟

- (۱) ۷۰      (۲) ۱۴۰      (۳) ۲۱۰      (۴) ۲۸۰

۴۰- حداقل چند دانش‌آموز در حیاط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست‌کم ۱۲ نفر از آن‌ها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم، یازدهم، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی، تجربی، انسانی) هستند؟

- (۱) ۹۹      (۲) ۱۰۰      (۳) ۶۶      (۴) ۶۷

محل انجام محاسبات

## دوازدهم ریاضی



آزمون ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

تعداد سؤالات	از شماره	تا شماره	مواد امتحانی
۲۰	۴۱	۶۰	فیزیک ۳
۲۰	۶۱	۸۰	شیمی ۳



# آزمون «۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴» اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفتر قلمچی سوال

مدت پاسخ‌گویی: ۵۰ دقیقه  
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۶۰	۲۰	فیزیک ۳
۶۱-۸۰	۲۰	شیمی ۳
۴۱-۸۰	۶۰	جمع کل

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهران اسماعیلی-حسین الهی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-مسعود خندانی-معصومه شریعت‌ناصری محمد کاظم منشادی-سیده‌ملیحه میرصالحی	فیزیک ۳	
هدی بهاری‌پور-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیرمسعود حسینی حمید ذبحی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی	شیمی ۳	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر و تبدیل به تست	مصطفی کیانی	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	بهنام شاهینی حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه‌برتر	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	پرهام مهرآرا سجاد بهارلویی ابراهیم نوری	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

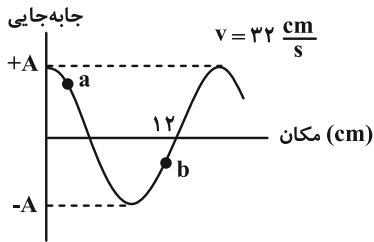
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: نیمسال دوم: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۵۶

۴۱- شکل زیر، یک موج سینوسی را در یک لحظه از زمان نشان می‌دهد که در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. اگر در

لحظه نشان داده شده، ذره a به سمت بالا حرکت کند، شتاب ذره b در حال ..... و بسامد این موج ..... هرگز می‌باشد.



(۱) کاهش، ۰/۵

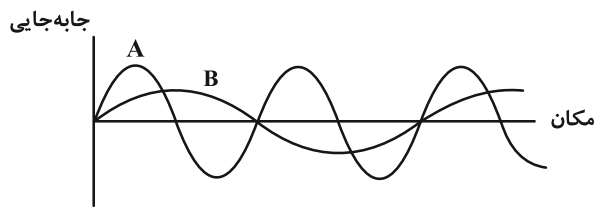
(۲) افزایش، ۲

(۳) کاهش، ۲

(۴) افزایش، ۰/۵

۴۲- نمودار جابه‌جایی- مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، به صورت شکل زیر است. کدام گزینه به ترتیب

از راست به چپ مقایسه بسامد (f)، طول موج ( $\lambda$ ) و دامنه (A) دو موج را به درستی نشان می‌دهد؟



(۱)  $A_A > A_B$  ،  $\lambda_B > \lambda_A$  ،  $f_B < f_A$

(۲)  $A_A > A_B$  ،  $\lambda_B < \lambda_A$  ،  $f_B < f_A$

(۳)  $A_A < A_B$  ،  $\lambda_B < \lambda_A$  ،  $f_B = f_A$

(۴)  $A_A > A_B$  ،  $\lambda_B > \lambda_A$  ،  $f_B > f_A$

۴۳- تراز شدت صوتی ۶۲ dB است. شدت این صوت چند میکرووات بر مترمربع است؟ ( $\log 2 \approx 0.3$  و  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ )

(۲) ۲/۴









(۱) ۱/۶

(۴) ۴/۸

(۳) ۳/۲

محل انجام محاسبات

۴۴- شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک شنونده را در وضعیت‌های مختلف نشان

شنونده	چشمه	می‌دهد. کدام گزینه دربارهٔ بسامد دریافتی شنونده درست است؟
	 وضعیت (۰)	$f_p < f_s, f_s = f_1 = f_p$ (۱)
	 وضعیت (۱)	$f_s = f_1 = f_p = f_s$ (۲)
	 وضعیت (۲)	$f_p < f_s, f_p < f_s, f_1 > f_s$ (۳)
	 وضعیت (۳)	$f_p = f_s, f_p < f_s, f_1 > f_s$ (۴)

۴۵- شخصی در فاصله ۴۸۰ متری از یک دیوار بلند و قائم ایستاده است و رو به آن فریاد می‌زند. شخص پژواک صدای خود را پس از ۳

ثانیه می‌شنود. تندی صوت در هوا چند متر بر ثانیه است؟

۳۰۰ (۱)

۳۲۰ (۲)

۳۶۰ (۳)

۳۸۰ (۴)

۴۶- پرتوی نوری با زاویه تابش  $30^\circ$  از شیشه وارد محیط شفاف دیگر می‌شود. اگر زاویه شکست این پرتو در محیط دوم  $45^\circ$  باشد،

طول موج نور در محیط دوم چند برابر طول موج نور در محیط اول است؟

$\sqrt{2}$  (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

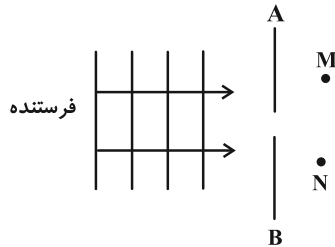
۱ (۳)

۰/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۷- مطابق شکل، یک فرستنده رادیویی، امواجی را به طرف صفحه AB و شکاف روی آن، تابش می کند. گیرنده های M و N این امواج

را دریافت نمی کنند. برای آن که این امواج به گیرنده های M و N نیز برسد، کدام یک از موارد زیر را می توانیم انجام دهیم؟



الف) شکاف را باریک تر کنیم.

ب) طول موج فرستنده را افزایش دهیم.

پ) بسامد موج فرستنده را افزایش دهیم.

ت) گیرنده های M و N را به طرف چپ (به سمت صفحه AB) حرکت دهیم.

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

(۴) پ و ت

(۳) ب و ت

۴۸- بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش دو سر بسته،  $300\text{ Hz}$  و  $360\text{ Hz}$  است. بسامد ارتعاش این تار چند هرتز باشد تا در آن

۵ گره ایجاد شود؟

(۴) ۴۲۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۳۰۰

(۱) ۲۴۰

۴۹- وقتی آب را داخل پارچ استوانه ای می ریزیم، با پر شدن آب، بسامد صدایی که می شنویم ..... خواهد شد، یعنی صدا را ..... خواهیم شنید.

(۴) کمتر- بم تر

(۳) بیشتر- زیر تر

(۲) کمتر- زیر تر

(۱) بیشتر- بم تر

۵۰- حداقل انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز طلا برابر  $5/2\text{ eV}$  است. نور تکفام با طول موج چند نانومتر بر سطح

یک قطعه طلا بتابد تا انرژی جنبشی سریع ترین فوتوالکترون های گسیل شده از آن برابر  $0/8\text{ eV}$  باشد؟

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۶۰

(۲) ۱۴۰

(۱) ۱۰۰

۵۱- در گذار الکترون از تراز  $n_U$  به  $n_L$  در اتم هیدروژن، فوتونی با بسامد  $7/14 \times 10^{14}$  Hz در محدوده مرئی گسیل می‌شود. تراز  $n_U$

کدام است؟ ( $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$  و  $E_R = 13/6 \text{ eV}$ )

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۵۲- در اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیلی در رشته پاشن ( $n' = 3$ ) تقریباً چند نانومتر است؟ ( $R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$ )

- ۲۰۸۴ (۱)      ۱۰۵۷ (۲)      ۱۰۸۴ (۳)      ۲۰۵۷ (۴)

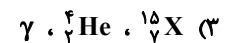
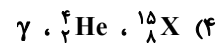
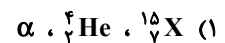
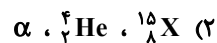
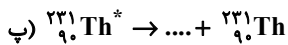
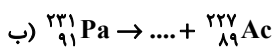
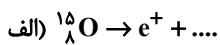
۵۳- الکترونی در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. اگر الکترون، یک بار از این حالت به حالت پایه جهش کند و بار

دیگر، بلندترین طول موج ممکن را جذب کند، اندازه اختلاف طول موج تابشی و جذبی در این دو حالت چند نانومتر است؟

( $E_R = 13/6 \text{ eV}$  و  $hc = 1224 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )

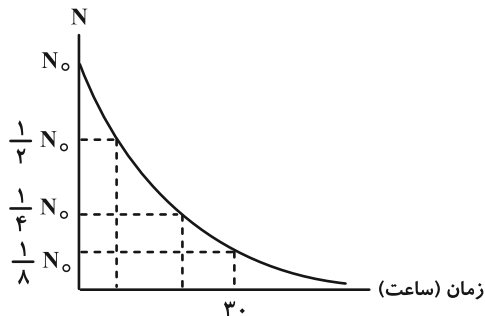
- ۹۶ (۱)      ۳۰۴ (۲)      ۱۸۵۱ (۳)      ۳۹۰۴ (۴)

۵۴- کدام گزینه معادلات واپاشی زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).



۵۵- نمودار زیر، تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده یک ماده پرتوزا بر حسب زمان را نشان می‌دهد. پس از گذشت ۷۰ ساعت چه کسری

از هسته‌های اولیه واپاشیده شده است؟



(۱)  $\frac{1}{128}$

(۲)  $\frac{1}{256}$

(۳)  $\frac{127}{128}$

(۴)  $\frac{255}{256}$

۵۶- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

الف) گرافیت و کادمیم، دو ماده کندساز در واکنش‌های شکافت هسته‌ای هستند.

ب) سطح ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته، بسیار بالاتر از ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم است.

پ) در واپاشی بتا، اختلاف تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته دختر نسبت به هسته مادر، به اندازه دو واحد تغییر می‌کند.

ت) پس از گذشت سه نیمه‌عمر، ۷۵ درصد هسته‌های یک ماده پرتوزا، واپاشی می‌شود.

(۴) پ و ت

(۳) الف و ت

(۲) ب و پ

(۱) الف و ب

۵۷- تابش فرابنفش با طول موج  $200\text{nm}$  بر سطح یک تیغه فلزی می‌تابد. اگر طول موج آستانه برای این فلز  $248\text{nm}$  باشد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز چند ژول است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$  ،  $hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$ )

(۲)  $6/2 \times 10^{-20}$

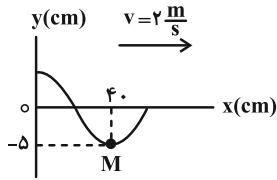
(۱)  $1/2 \times 10^{-19}$

(۴)  $7/5 \times 10^{-20}$

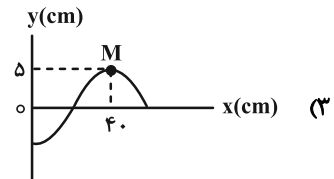
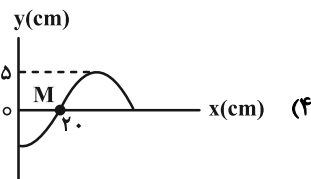
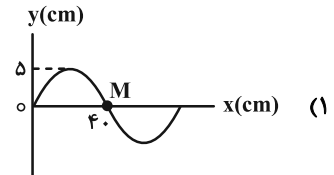
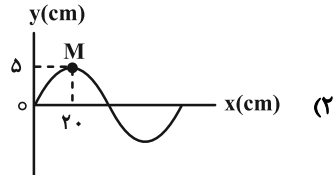
(۳)  $1/92 \times 10^{-19}$

محل انجام محاسبات

۵۸- شکل زیر نقش یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه  $t = 0$  نشان می‌دهد. نقش موج در لحظه  $t = \frac{1}{5}$  s و مکان



ذره M در این لحظه در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟



۵۹- پرتوی نوری از هوا وارد یک محیط شفاف می‌شود. اگر زاویه تابش  $53^\circ$  و زاویه شکست در محیط شفاف  $37^\circ$  باشد، تندی نور در

محیط شفاف چند متر بر ثانیه است و بسامد نور هنگام عبور از مرز دو محیط چگونه تغییر می‌کند؟

$$\left( \sin 37^\circ = 0/6 \text{ و } \sin 53^\circ = 0/8, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

(۲)  $2/25 \times 10^8$  ، کاهش می‌یابد.

(۱)  $3 \times 10^8$  ، کاهش می‌یابد.

(۴)  $2/25 \times 10^8$  ، تغییری نمی‌کند.

(۳)  $2 \times 10^8$  ، تغییری نمی‌کند.

۶۰- تار به طول ۴۰cm بین دو انتهای ثابت بسته شده است. اگر سه بسامد تشدید متوالی در این تار به ترتیب

برابر ۱۵۰ Hz ، ... ، ۳۰۰ Hz باشد، به ترتیب بسامد هماهنگ اول و تندی انتشار موج در تار در SI چقدر هستند؟

(۴) ۶۰ ، ۱۵۰

(۳) ۱۲۰ ، ۷۵

(۲) ۶۰ ، ۷۵

(۱) ۱۲۰ ، ۱۵۰



۶۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) آنتالپی فروپاشی شبکه پتاسیم کلرید بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکه پتاسیم برمید است.

(۲) میانگین آنتالپی پیوند C-C بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند Si-Si است.

(۳) آلیاژ نیتینول به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت فرآوردههای پزشکی و قاب عینک استفاده می شود.

(۴) مولکول  $SO_2$  یک مولکول قطبی و خمیده است که در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آن اتم مرکزی بیشتر به رنگ سرخ است.

۶۵- با توجه به جدول زیر کدام عنصر یک فلز است و نسبت اندازه بار یون A به یون B به ترتیب کدام است؟ (گزینهها را از راست به چپ بخوانید).

عنصر	شعاع اتمی (pm)	شعاع یونی (pm)	نسبت مقدار بار به شعاع یون
A	۱۰۲	۱۸۴	$1/09 \times 10^{-2}$
B	۱۶۰	۷۲	$2/77 \times 10^{-2}$

(۱) A ، ۱

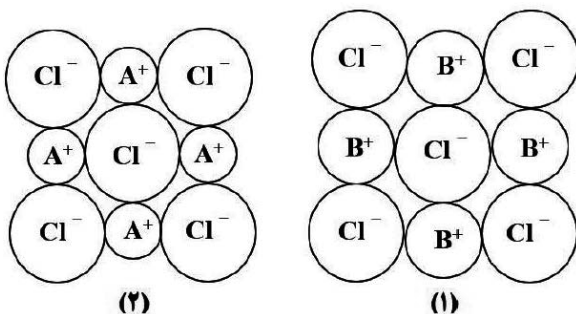
(۲) B ، ۱

(۳) A ، ۲

(۴) B ، ۲

۶۶- با توجه به شکل های زیر که الگویی ساده از ساختار دو ترکیب یونی را نشان می دهد؛ کدام گزینه درست است؟

(۱) آنتالپی فروپاشی شبکه ساختار (۱) از ساختار (۲) بیشتر است.



(۲) نسبت بار به شعاع آنیون داده شده با شعاع یونی  $181 \text{ pm}$ ،

تقریباً برابر  $0/0055 \text{ e} \cdot \text{pm}^{-1}$  است.

(۳) اگر A و B فلزهای قلیایی باشند، شماره دوره عنصر B

از A کوچک تر است.

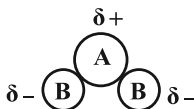
(۴) اگر B سومین عنصر گروه اول جدول تناوبی باشد، عدد کوئوردیناسیون آن در ترکیب یونی BCl برابر با ۴ خواهد بود.

۶۷- آنتالپی فروپاشی شبکه NaCl و KBr به ترتیب ۷۸۷ و ۶۸۹ کیلوژول بر مول است. کدام یک از اعداد داده شده را می توان به

آنتالپی فروپاشی شبکه KCl نسبت داد؟

۸۴۰ (۴)                      ۱۰۳۷ (۳)                      ۶۴۹ (۲)                      ۷۱۷ (۱)

۶۸- همه عبارت های زیر درست اند، به جز ...



(۱) شکل روبهرو نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول  $OF_2$  را نشان می دهد.

(۲) در شرایط یکسان آنتالپی فروپاشی شبکه بلور NaBr از NaCl کمتر است.

(۳) تعداد الکترون های دریای الکترونی در نمونه ای از یک عنصر فلزی، وابسته به جرم و شمار الکترون های ظرفیت آن است.

(۴) در ساخت مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی از آمونیاک به عنوان کاتالیزگر استفاده می شود.

۶۹- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

● سختی سیلیس بیشتر از  $CO_2$  می باشد.

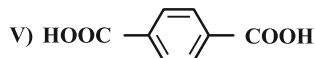
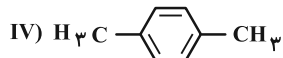
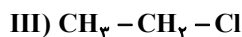
● در شبکه بلوری فلزها، الکترون های نزدیک به هسته، سازنده دریای الکترونی هستند.

● رفتار فیزیکی مواد مولکولی همانند چگالی و دمای جوش به الکترون های ظرفیت بستگی دارد.

● در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، شارژ مولکولی منبع ذخیره انرژی گرمایی است.

۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

۷۰- با توجه به ترکیب های مقابل چند مورد از عبارت های زیر درست است؟



(آ) ترکیب های I و V مونومرهای سازنده PET می باشند.

(ب) مواد II و IV برخلاف ماده V در نفت خام یافت می شوند.

(پ) از ترکیب III در افشانه های بی حس کننده موضعی استفاده می شود.

(ت) در تبدیل ماده IV به ماده V، عدد اکسایش تنها چهار اتم کربن بدون تغییر باقی می ماند.

(ث) از واکنش ترکیب II با هیدروژن کلرید در شرایط مناسب می توان ترکیب III را تهیه کرد.

۵ (۴)                      ۴ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲ (۱)

۷۱- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- از گاز اتان برای تولید ماده صنعتی  $\text{CH}_3\text{OH}$  استفاده می‌شود.
- در تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید از محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات استفاده می‌شود.
- از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند اکسیدهای نیتروژن در هواکره استفاده کرد.
- در فرایند هابر، کاهش دما همانند افزایش غلظت  $\text{N}_2$ ، تعادل را در جهت رفت جابه‌جا می‌کند.
- در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی برای کاهش انرژی فعال‌سازی و گرمای آزاد شده در واکنش تبدیل  $\text{CO}$  به  $\text{CO}_2$ ، از کاتالیزگر استفاده می‌شود.

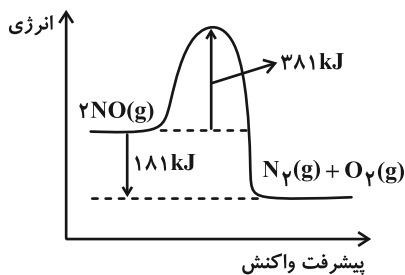
۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۲- با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست هر یک از پرسش‌های زیر در کدام گزینه آمده است؟



الف) انرژی فعال‌سازی واکنش چند کیلوژول است؟

ب) مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده‌ها بیشتر است یا فرآورده‌ها؟

پ) استفاده از کاتالیزگر در واکنش، کدام عدد را در نمودار تغییر می‌دهد؟

۵۶۲ ، واکنش‌دهنده‌ها ، ۵۶۲ (۲)

۳۸۱ ، فرآورده‌ها ، ۵۶۲ (۱)

۱۸۱ ، واکنش‌دهنده‌ها ، ۵۶۲ (۴)

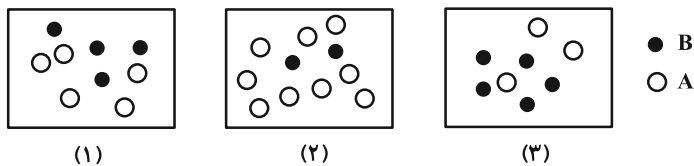
۳۸۱ ، فرآورده‌ها ، ۱۸۱ (۳)

محل انجام محاسبات

۷۳- شکل‌های زیر واکنش تعادلی  $2A(g) \rightleftharpoons B(g)$  را در سه دمای متفاوت نشان می‌دهد. اگر دما در شکل (۱)  $25^{\circ}C$  باشد، کدام

شکل (۲) یا (۳) تعادل را در دمای  $5^{\circ}C$  نشان می‌دهد، و اگر هر ذره را معادل  $0.1$  مول در نظر بگیریم، مقدار ثابت تعادل

واکنش در شکل (۱) با فرض این‌که حجم سامانه ۵ لیتر باشد، کدام است؟



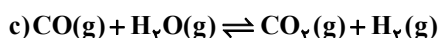
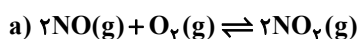
شکل (۲)، ۸

شکل (۳)، ۸

شکل (۲)، ۸۰

شکل (۳)، ۸۰

۷۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد سامانه‌های تعادلی زیر درست است؟



• واحد ثابت تعادل واکنش (a)،  $L \cdot mol^{-1}$  است.

• تنها در واکنش (b)، با افزایش حجم در دمای ثابت مقدار فرآورده‌ها افزایش می‌یابد.

• افزایش فشار بر سامانه (c)، برخلاف سامانه‌های (a) و (b) نمی‌تواند باعث جابه‌جایی تعادل شود.

• میزان پیشرفت واکنش در سامانه (b) در دماهای بالاتر بیشتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۵- اگر در واکنش (I) مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها کوچک‌تر از مجموع آنتالپی فرآورده‌ها بوده و در واکنش (II)

واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فرآورده‌ها باشند، کدام مطلب همواره درست است؟

(۱) واکنش (I) در دمای اتاق انجام‌پذیر بوده در حالی‌که واکنش (II) برای انجام شدن به دماهای بالاتری نیاز دارد.

(۲) سرعت انجام واکنش (I) بیشتر از سرعت انجام واکنش (II) خواهد بود.

(۳) در صورت استفاده از کاتالیزگر مناسب در واکنش (II)، سرعت واکنش افزایش یافته و آنتالپی واکنش تغییر نمی‌کند.

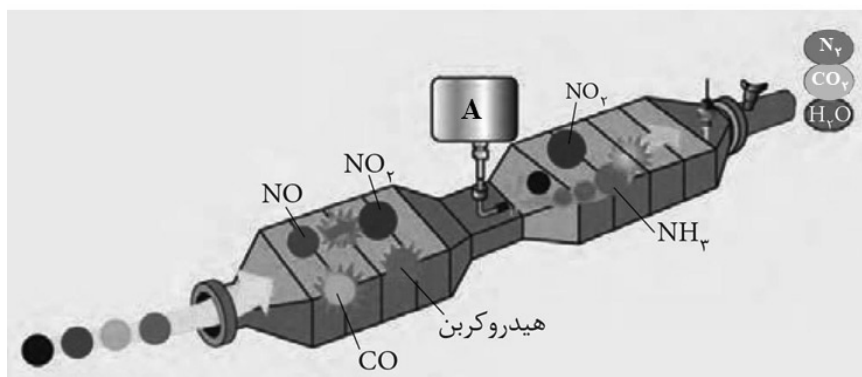
(۴) قدرمطلق  $\Delta H$  واکنش (I) از قدرمطلق  $\Delta H$  واکنش (II) کمتر می‌باشد.

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام گزینه درباره واکنش‌های مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول از ساده‌ترین آلکان نادرست است؟

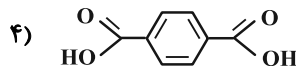
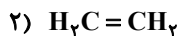
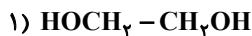
- (۱) در واکنش تولید متانول به روش غیرمستقیم، دمای لازم برای انجام مرحله اول، واکنش بیشتر از دمای لازم برای انجام مرحله دوم است.
- (۲) واکنش‌دهنده لازم برای تولید متانول به روش مستقیم، همان واکنش‌دهنده لازم برای تولید ترفتالیک اسید در حضور کاتالیزگر و با بازده مطلوب است.
- (۳) مرحله اول واکنش تولید متانول به روش غیرمستقیم، برخلاف مرحله دوم آن نیاز به کاتالیزگر ندارد.
- (۴) تولید متانول برای تبدیل (PET) به مواد مفید در صنعت انجام می‌شود.

۷۷- با توجه به شکل داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) گاز خروجی از قسمت A، همان فرآورده واکنش هابر است.
- (۲) این مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی یافت می‌شود.
- (۳) گاز  $\text{CO}_2$  خروجی از این مبدل، حاصل از واکنش‌های مخزن اول می‌توان در نظر گرفت.
- (۴) دو مولکول گازی که اتم مرکزی آن‌ها به آرایش هشت‌تایی نرسیده است، طی واکنش با A به گازهایی دوتایی تبدیل می‌شوند.

۷۸- با توجه به مولکول‌های داده شده، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



(۱) ترکیب (۲) به‌طور مستقیم از نفت خام به دست می‌آید و با استفاده از یک کاهنده مناسب به ترکیب (۱) تبدیل می‌شود.

(۲) ترکیب (۳) که در بازیافت شیمیایی پلی‌اتیلن ترفتالات به کار می‌رود مایعی بی‌رنگ با سمیت ناچیز است.

(۳) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول «۳»، رنگ اتم‌های هیدروژن و اکسیژن مشابه است.

(۴) پارازیلین پیش‌ماده ترکیب (۴) بوده و برخلاف آن توانایی برقراری پیوندهای هیدروژنی را ندارد.

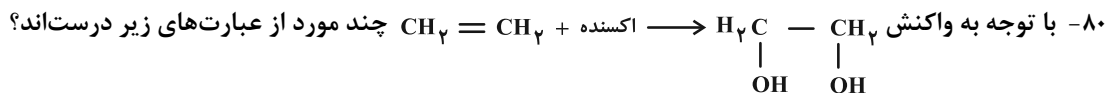
۷۹- کدام گزینه در مورد عامل اصلی رنگ قهوه‌ای هواکره به خصوص در فصل‌های سرد درست است؟

(۱) از واکنش گاز نیتروژن و گاز اکسیژن در دمای بالا ایجاد می‌شود.

(۲) از واکنش گاز نیتروژن با اوزون در تروپوسفر ایجاد می‌شود.

(۳) گونه‌ای رادیکالی می‌باشد که الکترون جفت نشده آن روی یکی از اتم‌های اکسیژن است.

(۴) عامل اصلی رنگ قهوه‌ای هواکره به دلیل واکنش با بخار آب، اسیدهایی تولید می‌کند که عامل باران اسیدی است.



الف) فرآورده واکنش، با آب مخلوطی همگن ایجاد می‌کند و این ترکیب در تولید PET کاربرد دارد.

ب) اکسنده مناسب برای این واکنش محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات است.

پ) در این واکنش عدد اکسایش اتم‌های کربن در مجموع ۲ درجه افزایش می‌یابد.

ت) از واکنش یکی از مواد واکنش‌دهنده این واکنش با HCl، ماده‌ای تولید می‌شود که در افشانه بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



## آزمون ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

### اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
شاهین پروازی-افشین خاصه‌خان-احمدرضا ذاکرزاده-مریم زارعی-محمد زنگنه-احسان سیفی سلسله-حامد قاسمیان کیان کریمی خراسانی-محمدرضا کشاورزی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-مهرداد ملوندی-علیرضا نداف‌زاده غلامرضا نیازی	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-محمدپارسا سبزه‌ای	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	
مهران اسماعیلی-حسین الهی-زهرة آقامحمدی-علیرضا جباری-مسعود خندانی-معصومه شریعت‌ناصری محمدکاظم منشادی-سیده‌ملیحه میرصالحی	فیزیک ۳	
هدی بهاری‌پور-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیرمسعود حسینی حمید ذبیحی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنون	شیمی ۳	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر و تبدیل به تست	کیان کریمی خراسانی	امیرحسین ابومحبوب محمدپارسا سبزه‌ای	مصطفی کیانی	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سیدسپهر متولیان	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	بهنام شاهینی حسین بصیر ترکمبور زهرة آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - محمدرضا مهدوی		پرهام مهرآرا سجاد بهارلویی ابراهیم نوری	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلدا ذاکری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



**حسابان ۲**

**گزینه ۳**

(مهمدرسا کشاورزی - شهریور ۱۴۰۳)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ مقدار مشتق در نقطه  $d$  برابر صفر است پس تابع  $f$  در نقطه  $d$  مشتق پذیر است.

(ب) درست؛ علامت مشتق و مقدار تابع  $f$  در نقطه  $e$  مثبت است.

(پ) درست؛ علامت مشتق در نقطه  $a$  مثبت و در نقطه  $c$  منفی است پس فریقه یکدیگرند.

(ت) نادرست؛  $m_e > m_a$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

**گزینه ۲**

(مریم زارعی - دی ۱۴۰۳)

خط  $d$  در نقطه  $P(1, 3)$  بر تابع  $f(x)$  مماس است، بنابراین شیب خط  $d$  برابر است با  $f'(1) = -1$ . معادله خط  $d$  به صورت زیر می‌شود:

$$y - 3 = -1(x - 1) \Rightarrow y - 3 = -x + 1 \Rightarrow x + y = 4$$

نقطه  $Q(2a + 1, a)$  روی خط  $d$  قرار دارد، پس:

$$2a + 1 + a = 4 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow Q(3, 1)$$

طول پاره خط  $PQ$  برابر است با:

$$PQ = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(مسئله ۲ - مشتق؛ مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۳)

**گزینه ۲**

(غلامرضا نیازی - شهریور ۱۴۰۳)

$$x_0 = 2 \text{ مشتق راست } f \text{ در } x_0 = 2: f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{a|x-2| \cdot |x-2| - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2a(x-2)}{x-2} = 2a$$

$$x_0 = 2 \text{ مشتق چپ } f \text{ در } x_0 = 2: f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a|x-2| \cdot |x-2| - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-a(x-2)}{x-2} = -a$$

طبق فرض  $a > 0$  و داریم:

$$2a - (-a) = 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

**گزینه ۳**

(افشین فاضله‌فان - دی ۱۳۹۸)

$$g(x) = \sin^2(2x+1) \Rightarrow g'(x) = 2 \sin(2x+1) \cos(2x+1)$$

$$x = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+1 = 2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow g'\left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

در نتیجه  $a = 3$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

**گزینه ۴**

(رضا مابری - شهریور ۱۴۰۳)

طبق فرض می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \Delta \Rightarrow f'(3) = 15$$

$$g(x) = x^2 f(x) \Rightarrow g'(x) = 2xf(x) + x^2 f'(x)$$

$$\Rightarrow g'(3) = 2 \times 3 \times 4 + 3^2 \times 15 = 24 + 135 = 159$$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

**گزینه ۳**

(موسان کوردزی - فرورد ۱۴۰۳)

$$((f+g) \circ f)'(1) = (f \circ f)'(1) + (g \circ f)'(1)$$

$$= f'(1) \times f'(f(1)) + f'(1) \times g'(f(1)) = 2 \times 2 + 2 \times 7 = 18$$

$$(f+g) \circ f = (f \circ f) + (g \circ f)$$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

**گزینه ۲**

(مهمر زنگنه - فرورد ۱۴۰۲)

مشتق مرتبه دوم  $f$  در  $x = a$  (در صورت وجود) برابر است با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(a+h) - f'(a)}{h} = f''(a)$$

پس کافی است مشتق دوم  $f(x) = \cos 2x$  را در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  به دست آوریم:

$$f(x) = \cos 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = -4 \cos 2x$$

$$\Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} A = -2\sqrt{2} \Rightarrow A = -4$$

(مسئله ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۸)

**گزینه ۱**

(مهرداد ملونری - دی ۱۳۹۸)

باید تابع  $f$  در  $x = 1$  مشتق پذیر باشد. ابتدا شرط پیوستگی تابع  $f$  در  $x = 1$  و سپس برابری مشتق‌های چپ و راست تابع  $f$  در  $x = 1$  را بررسی می‌کنیم:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\Rightarrow 1 + a = a + b \Rightarrow b = 1$$

$$(ب) \begin{cases} f'_-(1) = a \\ f'_+(1) = 2x|_{x=1} = 2 \end{cases} \xrightarrow{f'_-(1) = f'_+(1)} a = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \geq 1 \\ 2x + 1, & x < 1 \end{cases}$$



ج) نادرست، بخش اول گزاره صحیح است ولی ممکن است نقطه‌ای بحرانی باشد ولی اکسترمم نسبی نباشد، مانند  $x=0$  در تابع  $y=x^3$ .

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹ و

کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۱۳- گزینه «۱» (افشین فاضله‌فان - دی ۱۳۹۸)

طبق فرض داریم:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \quad (\text{بحرانی})$$

نقاط ابتدا و انتهای بازه  $[-1, 2]$  را به همراه نقطه بحرانی تابع  $f$  در این بازه مقایسه می‌کنیم:

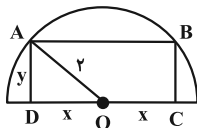
x	-1	1	2
y	13	-7	4
	max	min	

$\max - \min = 20$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴- گزینه «۱» (کیان کریمی فراسانی - دی ۱۴۰۳)

مطابق شکل، طول ضلع  $CD$  را  $2x$  و طول ضلع  $AD$  را  $y$  می‌گیریم. بنابراین تقارن موجود در شکل،  $OC = OD = x$  می‌باشد. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث  $OAD$  داریم:



$$x^2 + y^2 = 2^2 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2 \xrightarrow{y>0} y = \sqrt{4 - x^2}$$

تابع مساحت مستطیل  $ABCD$  به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = 2xy = 2x\sqrt{4 - x^2}$$

از آنجا که  $0 < x < 2$ ، بیشترین مساحت ممکن برای مستطیل  $ABCD$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + 2x \left( \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{4 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 8 \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{2}$$

در نتیجه بیشترین مقدار مساحت مورد نظر به ازای  $x = \sqrt{2}$  به دست

$$y = \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2} \quad \text{می‌آید که در آن صورت داریم:}$$

$$2(2x + y) = 6\sqrt{2} \quad \text{و محیط این مستطیل برابر می‌شود با:}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

$$f(a+b) = f(3) = 3^2 + 2 = 11$$

(مسئله ۲- مشتق: مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۰۰)

۹- گزینه «۲» (علیرضا نرافزاده - دی ۱۳۹۸)

$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

داریم:

می‌بایست مقادیر توابع  $f$  و  $g$  در  $x=1$  و همچنین مشتق آن‌ها را به دست آوریم:

$$0 < x < 2: f(x) = -2x + 4 \Rightarrow f'(x) = -2$$

$$\Rightarrow f(1) = 2, \quad f'(1) = -2$$

$$0 < x < 4: g(x) = x \Rightarrow g'(x) = 1$$

$$\Rightarrow g(1) = g'(1) = 1$$

$$h'(1) = \frac{f'(1) \cdot g(1) - f(1) \cdot g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{-2(1) - 2(1)}{(1)^2} = -4$$

(مسئله ۲- مشتق: مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۱۰۰)

۱۰- گزینه «۳» (رضا مایری - شهریور ۱۴۰۲)

طبق فرض داریم:

$$\Delta \text{ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه } [1, 4] = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$$

$$= \frac{1 - 3}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$f'(x) = \frac{-16x^2 - 4x + 8}{(2x^2 + 1)^2}$$

$$x = -2: f'(-2) = -\frac{48}{81} = -\frac{16}{27}$$

$$\frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{16}{27}} = \frac{9}{8}$$

نسبت مورد نظر برابر است با:

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

۱۱- گزینه «۲» (مهرداد ملونری - دی ۱۴۰۳)

آهنگ متوسط تغییر تابع  $f$  در بازه  $[0, 3]$  برابر است با:

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای برابر  $f'(x) = x^2 - 4$  است و داریم:

$$f'(a) < -1 \Rightarrow a^2 - 4 < -1 \Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

۱۲- گزینه «۱» (شاهین پروازی - الف: فرار ۱۴۰۰، ج: فرار ۱۴۰۲)

بررسی گزاره‌ها:

الف) درست

ب) نادرست؛ ممکن است مشتق چپ و راست نابرابر داشته باشد.



۱۵ - گزینه «۴»

(اعسان سیفی سلسله - فررار ۱۳۹۸)

باید از تابع  $f(x) = x\sqrt{6-x}$  مشتق بگیریم و آن را برابر صفر قرار دهیم. اما قبل از آن بهتر است تابع را کمی ساده کنیم و سپس مشتق بگیریم. توجه به این که ماکزیمم مطلق تابع  $f$  به ازای  $x > 0$  به دست می آید،  $x$  را به زیر رادیکال منتقل می کنیم:

$$f(x) = \sqrt{6x^2 - x^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{12x - 3x^2}{2\sqrt{6x^2 - x^3}} = 0$$

$$\Rightarrow 12x - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$$

حال مقدار تابع را در این نقاط به دست می آوریم:

$$f(0) = 0 \times \sqrt{6-0} = 0, \quad f(4) = 4\sqrt{6-4} = 4\sqrt{2}$$

توجه: دامنه تابع  $[6, -\infty)$  بوده و فاقد مینیمم مطلق است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۶ - گزینه «۴»

(عامر قاسمیان - شهریور ۱۴۰۰)

$$f'(x) = -3x^2 + 4ax$$

طبق فرض:

$$f(-1) = 1 \Rightarrow 1 + 2a + b + 1 = 1 \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (1)$$

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow -3 - 4a = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \xrightarrow{(1)} b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2}$$

در نتیجه:

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۲۶)

۱۷ - گزینه «۱»

(مهمم زنگنه - فررار ۱۴۰۳)

$$f(x) = (x+2)(x-4)^2 = x^3 - 6x^2 + 32$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} x = 0 \text{ یا } x = 4$$

$$f''(x) = 6x - 12 \xrightarrow{f''=0} x = 2$$

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$4$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$-$	$+$
$y''$	$-$	$-$	$0$	$+$	$+$
$y$	$-\infty \cap \nearrow$	$32 \cap \searrow$	$16 \cup \searrow$	$0 \cup \nearrow$	$+\infty$

مطابق جدول، در بازه  $(2, 4)$  هم نزولی و هم تقعر رو به بالا دارد، پس

$$4 - 2 = 2$$

بیشترین مقدار  $b - a$  برابر است با:

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۲۹)

۱۸ - گزینه «۴»

(موسان کوردزی - فررار ۱۳۹۸)

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$$

نقطه  $A(1, 1)$  نقطه عطف تابع  $f$  است، پس:

$$f(1) = 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow b = -3a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a - 3a = 2 \Rightarrow -2a = 2$$

$$\Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(2)} b = 3$$

در نتیجه  $a - b = -4$ .

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۱۹ - گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی - شهریور ۱۴۰۳)

مطابق نمودار تابع  $f$ ، نقطه  $(0, 1)$  ماکزیمم نسبی تابع است، پس:

$$(0, 1) \in f \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2ax + b \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow b = 0$$

خط مماس بر تابع در  $x = 1$  از نمودار تابع گذشته است، پس  $x = 1$  طول نقطه عطف یا همان ریشه مشتق دوم تابع است:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a \Big|_{x=1} = 0 \Rightarrow a = -3$$

در نتیجه ضابطه تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow a + b + c = -3 + 0 + 1 = -2$$

نکته: در نقطه عطف، مقدار مشتق دوم در صورت وجود برابر صفر است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

۲۰ - گزینه «۱»

(احمدرضا زاکر زاره - شهریور ۱۴۰۰)

با توجه به شکل، خطوط  $x = 1$  و  $y = -2$  مجانب های قائم و افقی تابع  $f$  هستند، لذا داریم:

$$f'(x) = \frac{ax-1}{x-b} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانب قائم: } x = b = 1 \\ \text{مجانب افقی: } y = a = -2 \end{cases}$$

در نتیجه ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$  است. مطابق شکل، محل

برخورد نمودار تابع  $f$  با محور  $y$  ها ( $x = 0$ )، مقدار  $m$  را مشخص می کند:

$$m = f(0) = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$f(2) = \frac{-2 \times 2 - 1}{2 - 1} = -5 \quad \text{مقدار } f(2m) \text{ برابر است با:}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۴۱ تا ۱۴۳)



هندسه ۳

گزینه «۲»

تبدیل به تست سؤال‌های هندسه: محمدپارسا سبزه‌ای

(الف: فررار ۱۳۹۸، ب: دی ۱۳۹۹، پ: دی ۱۴۰۰، ت: فررار ۱۴۰۳)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ در حالتی که  $\frac{c}{a} = 0$  باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود.

(ب) درست؛ بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  بر هر دو بردار غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  عمود است و ضرب داخلی‌اش در هر کدام از این دو بردار، صفر می‌شود.

(پ) نادرست؛ نقطه فوق در کنج شماره ۶ محورهای مختصات سه بعدی قرار دارد.

(ت) درست؛ خطوط به معادلات  $(x = a, y = b)$  بر صفحه  $xy$  عمودند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۴۹)

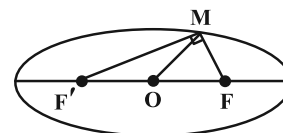
بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸ و ۸۲

گزینه «۴»

(دی ۱۳۹۸)

در مثلث قائم‌الزاویه  $MFF'$ ، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، لذا طبق

فرض داریم:  $2c = FF' = 2MO = 2 \times 4 = 8$



طبق تعریف بیضی  $MF + MF' = 2a = 10$  است؛ از طرفی در مثلث

قائم‌الزاویه  $MFF'$  طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = 64 \quad (*)$$

اگر  $MF = x$  در نظر بگیریم، در این صورت در معادله  $(*)$  داریم:

$$x^2 + (10 - x)^2 = 64 \Rightarrow 2x^2 - 20x + 100 - 64 = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 - 10x + 18 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 72}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 - \sqrt{7}: \text{کمترین فاصله} \\ x_2 = 5 + \sqrt{7}: \text{بیشترین فاصله} \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۳»

(فررار ۱۳۹۹)

فاصله کانونی بیضی برابر  $2c$  است. بنابراین داریم:  $2c = 2 \Rightarrow c = 1$

طبق فرض داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow b = 2\sqrt{2}$$

$$MN = 2MF = 2b = 4\sqrt{2}$$

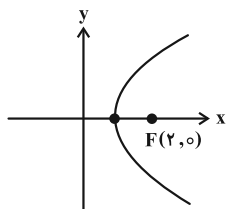
نکته: طبق تمرین ۲ صفحه ۵۷ کتاب درسی، طول  $MF$  برابر نصف قطر کوچک بیضی  $(b)$  است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: تمرین ۲ صفحه ۵۷)

گزینه «۲»

(فررار ۱۳۹۹)

$$y^2 = 4(x-1) \Rightarrow \begin{cases} 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ \text{سهیمی افقی و دهانه به سمت راست} \end{cases}$$



مختصات کانون سهمی را می‌یابیم:

$$\text{رأس سهمی } S(1, 0) \Rightarrow F(1+a, 0) = (2, 0)$$

معادله دایره‌ای به مرکز  $F(2, 0)$  و شعاع ۳ را می‌نویسیم و با سهمی تلاقی

می‌دهیم:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 9 \\ y^2 = 4x - 4 \end{cases} \Rightarrow (x-2)^2 + 4x - 4 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 3 \\ \text{غ ق ق } x = -3 \end{cases}$$

$$y^2 = 4x - 4 \xrightarrow{x=3} y^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \sqrt{8} \\ y_2 = -\sqrt{8} \end{cases} \Rightarrow y_1 y_2 = -8$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: تمرین ۱۰ صفحه ۵۸)



۲۵- گزینه «۴»

(فرزاد ۱۴۰۰)

اگر قطر دهانه دیش را با  $d$  و گودی را با  $h$  نمایش دهیم، فاصله کانونی

$$a = \frac{d^2}{16h}$$

برابر می شود با:

$$a = \frac{60^2}{16 \times 9} = \frac{3600}{144} = 25$$

در نتیجه طبق فرض داریم:

(هنر سه - آشنایی با مقاطع مخروطی، تمرین ۱۳ صفحه ۵۹)

۲۶- گزینه «۲»

(ری ۱۴۰۱)

متناسب فرض، زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $\theta = 135^\circ$  است، پس:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 \times 1 - 1 \times 0 + n(-1)}{\sqrt{5+n^2} \times \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow n - 2 = \sqrt{n^2 + 5} \rightarrow \text{توان } 2 \rightarrow n^2 - 4n + 4 = n^2 + 5$$

$$\Rightarrow 4n = -1 \Rightarrow n = -\frac{1}{4}$$

(هنر سه - بردارها؛ صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۲۷- گزینه «۱»

(فرزاد ۱۴۰۳)

$$2\vec{a} - \vec{b} = 2\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) - (1, 0, 1) = (-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) - (1, 0, 1)$$

تصویر قائم بردار  $2\vec{a} - \vec{b}$  بر امتداد  $\vec{b}$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{u} = \frac{(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{b})}{|\vec{b}|^2} (\vec{b}) = \frac{(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cdot (1, 0, 1)}{(\sqrt{2})^2} (\vec{b})$$

$$= -2\vec{b} = (-2, 0, -2)$$

$$\Rightarrow \vec{u} = \text{جمع مؤلفه های } -2 - 2 = -4$$

(هنر سه - بردارها؛ صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۲۸- گزینه «۳»

(فرزاد ۱۳۹۸)

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{12}{4 \times 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

با توجه به فرض داریم:

در این صورت مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر می شود با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

(هنر سه - بردارها؛ صفحه های ۷۷، ۷۸، ۷۹ و ۸۲)

۲۹- گزینه «۱»

(فرزاد ۱۴۰۳)

نکته: برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  همواره داریم:

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $|\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\begin{cases} |\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3} \\ (|\vec{a} \times \vec{b}|)^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \end{cases}$$

است، پس:

$$\Rightarrow (6\sqrt{3})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 3^2 \Rightarrow |\vec{a} \cdot \vec{b}| = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 6 & \text{ق ق} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = -6 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \underbrace{\vec{a} \cdot \vec{a}}_{|\vec{a}|^2} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 3^2 - 6 = 10$$

در نتیجه:

توجه: چون زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  حاده است، ضرب داخلی آنها مثبت خواهد بود.

(هنر سه - بردارها؛ صفحه های ۷۷ تا ۸۴)

۳۰- گزینه «۴»

(شهریور ۱۴۰۲)

اگر سه بردار  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  در یک صفحه باشند آن گاه حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار برابر صفر می شود، پس:

$$\begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{نسبت به سطر اول}$$

$$m \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ m & -2 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = \frac{-m^2 + 3m - 2}{-(m-1)(m-2)} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow |m_2 - m_1| = 1$$

(هنر سه - بردارها؛ صفحه های ۸۳ و ۸۴)



**ریاضیات گسسته**

تبدیل به تست سؤال‌های ریاضیات گسسته: امیرحسین ابومحیوب

۳۱- گزینه «۳»

(شهریور ۱۴۰۲)

مجموعه احاطه گر مینیمال به مجموعه احاطه گری گفته می‌شود که با حذف هر کدام از رأس‌هایش، دیگر احاطه گر نباشد. طبق این تعریف و با توجه به نمودار گراف، مجموعه شامل تمام اعضای درجه یک گراف و دو رأس از میان رأس‌های  $a, b, c, d$ ، بزرگ‌ترین مجموعه احاطه گر مینیمال این گراف است (بررسی کنید). به عنوان مثال مجموعه  $\{a, d, g, h, i, j, k, l\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال است که دارای حداکثر تعداد عضو یعنی هشت عضو است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۳۲- گزینه «۳»

(فرورداد ۱۴۰۳)

گراف  $G$  دارای ۴ رأس از درجه یک است که به ۳ رأس متفاوت گراف متصل هستند، پس امکان احاطه تمام رأس‌ها با کمتر از ۳ رأس وجود ندارد و عدد احاطه گری گراف برابر ۳ است. مجموعه‌های احاطه گر مینیمم گراف  $G$  عبارتند از:  $\{c, f, h\}$ ,  $\{c, e, h\}$ ,  $\{c, f, g\}$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ کار در کلاس صفحه ۴۷)

۳۳- گزینه «۱»

(شهریور ۱۴۰۱)

در این گراف تعداد رأس‌ها برابر  $n = 8$  و ماکزیمم درجه برابر  $\Delta = 4$  است که به رأس  $g$  تعلق دارد، پس طبق فرمول کران پایین عدد احاطه گری داریم:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{8}{5} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$$

از طرفی مجموعه  $\{c, g\}$  یک مجموعه احاطه گر برای این گراف است، پس  $\gamma(G) = 2$  است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۳۴- گزینه «۱»

(فرورداد ۱۴۰۲)

ابتدا با  $\binom{3}{2}$ ، ۲ رقم از مجموعه  $A$  و به  $\binom{6}{4}$  طریق، ۴ حرف از مجموعه  $B$  انتخاب می‌کنیم و سپس جایگشت‌های ۶ کاراکتر متمایز را در نظر می‌گیریم، بنابراین تعداد این کدها برابر است با:

$$\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6! = 3 \times 15 \times 6! = 45 \times 6!$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۵- گزینه «۲»

(شهریور ۱۳۹۹)

ابتدا ۳ نفر از ۸ نفر را برای اتاق ۳ نفره و سپس ۴ نفر از ۵ نفر باقی‌مانده را

$$\binom{8}{3} \times \binom{5}{4} = 56 \times 5 = 280$$

توجه کنید که نفر آخر به ۱ حالت در اتاق یک نفره قرار می‌گیرد.

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۳۶- گزینه «۴»

(دی ۱۴۰۳)

متغیر  $X_p$  زیر رادیکال قرار دارد، پس برای پیدا کردن تعداد جواب‌های معادله کافی است به این متغیر، مقادیر مناسب اختصاص داده و تعداد جواب‌ها را در هر مرحله به دست آورده و در انتها با هم جمع می‌کنیم.

$$X_p = 0 \Rightarrow X_1 + X_3 + X_4 = 5$$

$$\frac{n=5}{k=3} \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$X_p = 1 \Rightarrow X_1 + X_3 + X_4 = 3$$

$$\frac{n=3}{k=3} \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$$

$$X_p = 4 \Rightarrow X_1 + X_3 + X_4 = 1$$

$$\frac{n=1}{k=3} \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر است با:

$$21 + 10 + 3 = 34$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۷- گزینه «۱»

(شهریور ۱۴۰۳)

فرض کنید مجموعه‌های  $A_1$  و  $A_2$  شامل رمزهایی باشد که به ترتیب فاقد ۱ و ۲ هستند. در این صورت داریم:

$$|S| = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1296$$

$$|A_1| = |A_2| = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 625$$

$$|A_1 \cap A_2| = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 = 256$$

تعداد رمزهایی که حداقل یک رقم ۱ و یک رقم ۲ را شامل می‌شوند، برابر تعداد اعضای مجموعه  $|\overline{A_1} \cap \overline{A_2}|$  است، بنابراین داریم:

$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2}| = |S| - |A_1 \cup A_2| = 1296 - (625 + 625 - 256) = 302$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۳۸- گزینه «۴»

(فرورداد ۱۴۰۱)

تعداد راه‌های توزیع ۵ سیب متمایز بین ۳ نفر، برابر تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی است. تعداد این توابع برابر است با:

$$3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 150$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۹- گزینه «۳»

(فرورداد ۱۴۰۰)

تعداد راه‌های توزیع ۳ کلاه متفاوت بین ۷ نفر به شرط آن‌که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود، برابر است با تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی. تعداد این توابع برابر است با:

$$\frac{7!}{(7-3)!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه ۷۸)

۴۰- گزینه «۲»

(فرورداد ۱۴۰۳)

سه رشته تحصیلی و از هر رشته، سه پایه موجود است، پس تعداد لانه‌ها برابر  $3 \times 3 \times 3 = 27$  است. از طرفی داریم:  $k + 1 = 12 \Rightarrow k = 11$  بنابراین طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، حداقل تعداد دانش‌آموزان در حیاط برابر است با:

$$nk + 1 = 9 \times 11 + 1 = 100$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)



**فیزیک ۳**

**سوالات مشابه نهایی**

۴۱- گزینه «۲» (مسین الهی - شهریور ۱۴۰۳)

با توجه به حرکت ذره  $a$  به سمت بالا متوجه می شویم موج در جهت محور  $x$  منتشر می شود و ذره  $b$  نیز به سمت پایین حرکت خواهد کرد. بنابراین شتاب آن افزایش می یابد و همچنین داریم:

$$\frac{2\lambda}{4} = 12 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}, \quad \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 16 = \frac{22}{f} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۶۹ تا ۷۴)

۴۲- گزینه «۱» (معمومه شریعت ناصری - شهریور ۱۴۰۱)

از نمودار می توان متوجه شد که دامنه موج صوتی  $A$  از  $B$  بیشتر بوده پس  $A_A > A_B$  و مسافتی که موج در مدت یک دوره طی می کند، یعنی طول موج در موج صوتی  $A$  کمتر از  $B$  است. یعنی  $\lambda_B > \lambda_A$ . با توجه به این که دو موج در یک محیط منتشر شده اند، یعنی  $v_A = v_B$  است و از آن جایی که  $\lambda$  با  $f$  رابطه عکس دارد، پس  $f_B < f_A$  است. (فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۷ تا ۷۹)

۴۳- گزینه «۱» (مهران اسماعیلی - دی ۱۴۰۰)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 62 \text{ dB} \rightarrow 62 = 10 \log \frac{I}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$

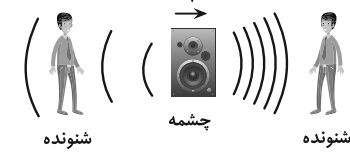
$$\Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 6/2 = 3 \Rightarrow \log I = 3 - 12 = -9$$

$$\Rightarrow I = 10^{-9} \frac{W}{m^2} = 1 \mu W / m^2$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

۴۴- گزینه «۳» (مهمدکظم منشاری - شهریور ۱۳۹۸)

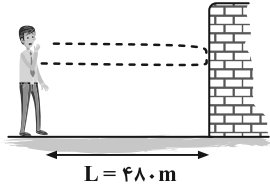
مسئله را در دو حالت بررسی می کنیم:  
 ۱) چشمه متحرک و ناظر (شنونده) ساکن: هنگامی که چشمه به جلو حرکت می کند، فاصله جبهه های موج در جلوی چشمه کمتر از پشت آن خواهد شد. بنابراین اگر ناظر ساکنی را جلوی چشمه در نظر بگیریم، این ناظر طول موج کوتاه تری را نسبت به وضعیتی که چشمه ساکن بود، اندازه می گیرد که این به معنی افزایش بسامد برای این ناظر است. در حالی که ناظر ساکن در پشت چشمه طول موج بلندتری را نسبت به وضعیتی که چشمه ساکن بود، اندازه می گیرد که این به معنی کاهش بسامد برای این ناظر است.



۲) چشمه ساکن و شنونده متحرک: اگر ناظر به طرف چشمه حرکت کند در مقایسه با شنونده ساکن، در مدت زمان یکسان، با جبهه های موج بیشتری مواجه می شود که این منجر به افزایش بسامد صوتی می شود که شنونده می شنود. در حالی که اگر شنونده از چشمه دور شود، در مقایسه با شنونده ساکن، در مدت زمان یکسان، با جبهه های موج کمتری مواجه می شود که این منجر به کاهش بسامد صوتی می شود که شنونده می شنود.



۴۵- گزینه «۲» (مسعود فخرانی - دی ۱۳۹۹)



$$2L = v \Delta t \Rightarrow v = \frac{2 \times 480}{3} = 320 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۲ و ۹۳)

۴۶- گزینه «۱» (سیده ملیحه میرصالحی - دی ۱۴۰۰)

برای به دست آوردن نسبت تندی نور در دو محیط با استفاده از قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \theta_2 = 45^\circ, \theta_1 = 30^\circ \rightarrow \frac{2}{1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۸)

۴۷- گزینه «۱» (علیرضا جباری - دی ۱۴۰۲)

بررسی موارد:

- الف) درست: زیرا هر چه شکاف باریک تر باشد، پراش گسترده تری خواهیم داشت و امواج به گیرنده های  $M$  و  $N$  نیز می رسند.
  - ب) درست: زیرا امواج با طول موج بیشتر، پراش گسترده تری دارند.
  - پ) نادرست: زیرا هر چه بسامد موج بیشتر شود، طول موج کمتر شده و پراش بارزی نخواهیم داشت.
  - ت) نادرست: چون هر چه گیرنده های  $M$  و  $N$  به طرف چپ بروند از ناحیه گسترده پراش دور می شوند و امواج، همچنان به آن ها نمی رسند.
- (فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۴۸- گزینه «۱» (مهران اسماعیلی - دی ۱۴۰۳)

وقتی دو انتهای تار بسته است، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر با بسامد هماهنگ اصلی (اول) است. یعنی:

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \Rightarrow 360 - 300 = f_1 \Rightarrow f_1 = 60 \text{ Hz}$$

وقتی در طول تار  $\Delta$  گره ایجاد می شود، تار هماهنگ چهارم را اجرا می کند:

$$n = 4 - 1 = 3$$

در تار مرتعش دو سر بسته بسامد هماهنگ  $n$ ، برابر بسامد هماهنگ اصلی است. یعنی:

$$f_n = n f_1 \xrightarrow{n=4, f_1=60 \text{ Hz}} f_4 = 4 \times 60 = 240 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)



۴۹- گزینه «۳»

(مسین الهی- شهریور ۱۴۰۲)

چون با پر شدن آب طول لوله صوتی کمتر می شود و طبق رابطه  $f = \frac{nv}{2L}$  بسامد صدا بیشتر می شود، یعنی صدا زیرتر خواهد شد.  
(فیزیک ۳- برهم کنش های موج؛ صفحه های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۵۰- گزینه «۴»

(مهران اسماعیلی- دی ۱۴۰۱)

حداقل انرژی لازم برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز برابر با تابع کار آن فلز است. بنابراین:  
انرژی جنبشی سریع ترین فوتوالکترون های گسیل شده از سطح فلز از رابطه زیر به دست می آید:

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} K_{\max} = h \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$\frac{K_{\max} = 0.8 \text{ eV}, W_0 = 2 \text{ eV}}{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow 0.8 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 2$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{12 \times 10^{-7}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-7} \text{ m} = 200 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۱- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری- فروردین ۱۴۰۳)

طبق معادله گسیل فوتون از اتم هیدروژن، داریم:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = -\frac{E_R}{n^2}} hf = -\frac{E_R}{n_U^2} - \left(-\frac{E_R}{n_L^2}\right)$$

$$\Rightarrow hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}\right)$$

چون فوتون گسیل شده در محدوده مرئی امواج الکترومغناطیسی قرار دارد، بنابراین  $n_L = 2$  (سری بالمر) است:

$$hf = E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_U^2}\right) \xrightarrow{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, E_R = 13/6 \text{ eV}} \xrightarrow{f = 7/14 \times 10^{14} \text{ Hz}}$$

$$4 \times 10^{-15} \times 7/14 \times 10^{14} = 13/6 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_U^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{13/6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n_U^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{4} - \frac{21}{100} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \Rightarrow n_U = 5$$

نکته: توجه کنید که در اتم هیدروژن وقتی الکترون از ترازهای ۶، ۵، ۴، ۳ به تراز  $n = 2$  گذار می کند، فوتون های گسیل شده در محدوده طیف مرئی امواج الکترومغناطیسی قرار دارند.  
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۵۲- گزینه «۴»

(مسعود فخرانی- دی ۱۴۰۰)

بلندترین طول موج به ازای گذار از  $n = 4$  به  $n' = 3$  رخ می دهد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{14400}{7} \approx 2057 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۵۳- گزینه «۴»

(علیرضا بیاری- دی ۱۴۰۳)

سومین حالت برانگیخته یعنی  $n = 4$  و حالت پایه مربوط به  $n = 1$  است. ابتدا اختلاف انرژی بین دو تراز  $n = 4$  و  $n = 1$  را به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{13/6}{n^2} \Rightarrow E_4 - E_1 = -13/6 \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{1^2}\right) = \frac{15}{16} \times 13/6 \text{ eV}$$

سپس به کمک این اختلاف انرژی، طول موج تابش هنگام جهش الکترون از مدار ۴ به مدار اول را پیدا می کنیم:

$$\Delta E = E_4 - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{15}{16} \times 13/6 = \frac{1224}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 96 \text{ nm}$$

در مرحله دوم، برای آن که الکترون، بلندترین طول موج ممکن را جذب کند باید به نزدیک ترین مدار بزرگ تر یعنی به مدار  $n = 5$  برود.

$$E_5 - E_4 = -13/6 \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{13/6 \times 9}{400}$$

اکنون به کمک این اختلاف انرژی، بلندترین طول موج ممکن را که الکترون می تواند جذب کند، محاسبه می کنیم:

$$E_5 - E_4 = \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow \frac{13/6 \times 9}{400} = \frac{1224}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 4000 \text{ nm}$$

در پایان، اندازه اختلاف طول موج در دو حالت را پیدا می کنیم:

$$\lambda' - \lambda = 4000 - 96 = 3904 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۷ تا ۱۲۹)

۵۴- گزینه «۳»

(مهمدکظم منشاری- شهریور ۱۴۰۱)

در قسمت الف، واپاشی  $\beta^+$  می باشد که یکی از پروتون های هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می شود. در نتیجه عدد جرمی ثابت مانده و عدد اتمی یک واحد کاهش می یابد.

در قسمت ب، عدد جرمی ۴ واحد و عدد اتمی ۲ واحد کاهش یافته است که نشان دهنده واپاشی  $\alpha$  می باشد که در آن هسته هلیوم به همراه هسته دختر تولید می شود.

در قسمت پ، هسته برانگیخته به حالت پایه رسیده و عدد جرمی و اتمی ثابت مانده اند که نشان دهنده واپاشی  $\gamma$  می باشد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته ای؛ صفحه های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۵۵- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی- دی ۱۴۰۱)

با توجه به نمودار، پس از ۳۰ ساعت،  $\frac{1}{8}$  هسته های اولیه باقی مانده است

$$(N = \frac{1}{8} N_0) \text{ ، بنابراین داریم:}$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N = \frac{1}{8} N_0} \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{t=30, n=3} 3 = \frac{30}{T} \Rightarrow T = 10 \text{ ساعت}$$

حال با داشتن نیمه عمر می توانیم تعداد هسته های باقی مانده را پس از

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{t=70, T=10} n = \frac{70}{10} = 7$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=7} N = \frac{N_0}{2^7} = \frac{1}{128} N_0$$



و حال تعداد هسته های واپاشیده شده را به دست می آوریم:

$$N' = N_0 - N \xrightarrow{N = \frac{1}{128} N_0} N' = N_0 - \frac{1}{128} N_0 = \frac{127}{128} N_0$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۴۷)

گزینه ۲»

(علیرضا جباری- ری ۱۴۰۳)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا کادمیم به عنوان جذب کننده نوترون در میله‌های کنترل به کار می‌رود و کندکننده نوترون نیست.

ب) درست؛ سطح ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبه  $KeV$  و  $MeV$  است. در حالی که سطح ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبه  $eV$  است.

پ) درست؛ در اثر گسیل هر ذره بتا (الکترون یا پوزیترون)، یا پروتون به نوترون تبدیل می‌شود و یا نوترون به پروتون تبدیل می‌شود. در هر صورت اختلاف تعداد آن‌ها ۲ واحد تغییر می‌کند.

ت) نادرست؛ پس از گذشت سه نیمه‌عمر،  $\frac{1}{8}$  هسته‌های یک ماده پروتوزا واپاشی می‌شود، یعنی  $87.5\%$  درصد هسته‌ها واپاشی می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۱، ۱۴۳، ۱۴۷، ۱۵۰ و ۱۵۱)

گزینه ۳»

(علیرضا جباری- ری ۱۴۰۳)

ابتدا تابع کار مربوط به این فلز را به دست می‌آوریم:

$$W = \frac{hc}{\lambda_0} \quad hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} \quad \lambda_0 = 248 \text{ nm} \quad \Rightarrow W_0 = \frac{1240}{248} = 5 \text{ eV}$$

سپس با معلوم بودن طول موج تابشی، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{1240}{200} - 5 = 6.2 - 5 = 1.2 \text{ eV}$$

در پایان، انرژی جنبشی به دست آمده را بر حسب ژول می‌نویسیم:

$$K_{\max} = 1.2 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1.92 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

گزینه ۳»

(زهرا آقاممیری- فرار ۱۴۰۲)

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در نمودار، طول موج و سپس دوره تناوب

$$\frac{\lambda}{2} = 40 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.8}{2} = 0.4 \text{ s}$$

اکنون حساب می‌کنیم که لحظه  $t$ ، چه کسری از دوره تناوب است:

$$\frac{t}{T} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{0.4}{2}} = \frac{0.2}{0.2} = 1 \Rightarrow t = \frac{T}{2}$$

چون تندی موج ثابت است، در بازه زمانی صفر تا  $t = \frac{T}{4}$ ، مسافت طی شده

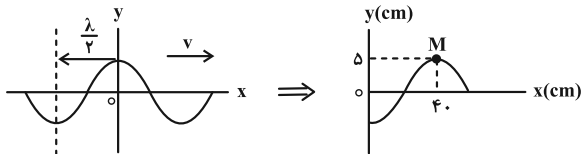
توسط موج برابر  $\frac{\lambda}{4}$  است. از طرفی ذره  $M$  از محیط در مکان  $x = 40 \text{ cm}$

ثابت است ولی در بازه زمانی  $\frac{T}{4}$ ، مسافت طی شده توسط آن برابر  $2A$

است و از نقطه  $y = -5 \text{ cm}$  به  $y = +5 \text{ cm}$  می‌رسد. بنابراین گزینه (۳)

صحیح است. برای به دست آوردن شکل موج در لحظه  $t = \frac{T}{4}$  می‌توانید

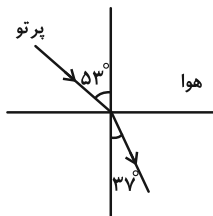
محور  $y$  را خلاف جهت حرکت موج به اندازه  $\frac{\lambda}{4}$ ، جابه‌جا کنید:



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

گزینه ۴»

(ممدکام منشاری- شهریور ۱۴۰۱)



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{v_2}{c}$$

$$\frac{0.6}{0.8} = \frac{v_2}{3 \times 10^8} \Rightarrow v_2 = 2.25 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با تغییر محیط انتشار، بسامد تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

گزینه ۲»

(زهرا آقاممیری- فرار ۱۴۰۳)

اختلاف بسامدهای تشدید متوالی در تار برابر  $f_1$  (بسامد هماهنگ اول) است، بنابراین داریم:

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \Rightarrow 300 - 150 = 2f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{150}{2} = 75 \text{ Hz}$$

تندی انتشار موج در تار برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow v = \frac{2Lf_n}{n} \quad n=1, L=0.4 \text{ m} \quad f_1=75 \text{ Hz}$$

$$v = \frac{2 \times 0.4 \times 75}{1} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)



## شیمی ۳

## سوالات مشابه نهایی

۶۱- گزینه «۲»

(مهمربنا پورجاوید - شهریور ۱۴۰۱)

موارد دوم و چهارم نادرست هستند.

هر سه ترکیب گلوکز ( $C_6H_{12}O_6$ )، سیکلوهگزان ( $C_6H_{12}$ ) و نفتالن ( $C_{10}H_8$ ) جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند.

یخ خشک یک جامد مولکولی با فرمول  $CO_2$  است که ذوب شدن آن مربوط به غلبه بر نیروهای بین مولکولی است در حالی که سیلیس ( $SiO_2$ ) یک جامد کووالانسی بوده و برای ذوب کردن آن باید پیوندهای کووالانسی  $Si-O$  شکسته شوند.

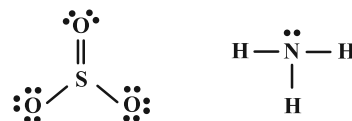
(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۶۲- گزینه «۱»

(سعید تیزرو - شهریور ۱۴۰۳)

بررسی موارد:

الف) درست؛ تراکم بار الکتریکی منفی روی اتم  $O$  بیشتر از اتم  $S$  است (به دلیل خصلت نافلزی بیشتر). همچنین  $NH_3$  قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می‌کند؛ در حالی که  $SO_3$  به دلیل ناقطبی بودن در میدان الکتریکی جهت گیری نمی‌کند.

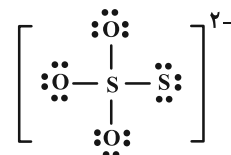


ب) درست؛ در بین ترکیب‌های ارائه شده، سیلیسیم کریید ( $SiC$ ) همانند الماس جزو جامدهای کووالانسی می‌باشد و  $Br_2$  جزو مواد مولکولی است.

پ) درست؛  $q =$  بار الکتریکی یون

مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی - مجموع الکترون‌های ظرفیتی

$$q = 30 - 32 = -2$$



(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۸۰، ۸۹ و ۹۰)

۶۳- گزینه «۲»

(رسول عابرنی زواره - فروردین ۱۴۰۲)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛  $P_4$  در گستره دمایی کمتری به حالت مایع است زیرا تفاوت نقطه ذوب و جوش آن کم است و یک ماده مولکولی است.

۲) درست؛ نقطه ذوب  $XF$  از نقطه ذوب  $YBr$  بیشتر است پس آنتالپی فروپاشی  $XF$  بیشتر از آنتالپی فروپاشی  $YBr$  است بنابراین شعاع  $X^+$  از شعاع  $Y^+$  کمتر است.

۳) نادرست؛  $XF$  یک جامد یونی است، بنابراین از واژه نیروی بین مولکولی برای این ترکیب استفاده نمی‌شود.

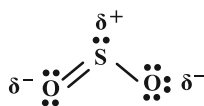
۴) نادرست؛  $P_4$  جامد مولکولی است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۶۴- گزینه «۴»

(امیرمسعود مسینی - فروردین ۱۳۹۹)

مولکول  $SO_2$  به دلیل وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی و ساختار خمیده آن، مولکولی قطبی است. اما با توجه به این که خصلت نافلزی اکسیژن از گوگرد بیشتر است، اتم‌های اکسیژن بار جزئی منفی ( $\delta^-$ ) و اتم گوگرد بار جزئی مثبت ( $\delta^+$ ) دارند.



بررسی گزینه‌های صحیح:

۱) شعاع یون برمید بیشتر از یون کلرید است. بنابراین چگالی بار یون کلرید بیشتر از یون برمید است و همین باعث بیشتر بودن آنتالپی فروپاشی شبکه  $KCl$  نسبت به  $KBr$  است.

۲) به دلیل شعاع اتمی بیشتر  $Si$  نسبت به  $C$ ، میانگین آنتالپی پیوند  $C-C$  بیشتر از میانگین آنتالپی پیوند  $Si-Si$  است. بنابراین پیوند  $C-C$  نسبت به پیوند  $Si-Si$  محکم‌تر است.

۳) آلیاژ نیتنول، آلیاژی از دو فلز نیکل ( $Ni$ ) و تیتانیم ( $Ti$ ) است که به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت فرآورده‌های پزشکی (استنت رگ) و قاب عینک کاربرد دارد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛

صفحه‌های ۷۲، ۷۵ تا ۸۰ و ۸۸)

۶۵- گزینه «۲»

(مسمن مینونی - دی ۱۴۰۱)

با توجه به این که شعاع یونی  $B$  از شعاع اتمی آن کوچک‌تر است، پس  $B$  یک فلز است. فلزها به دلیل از دست دادن تعدادی الکترون، هنگام تبدیل شده به کاتیون، با کاهش شعاع همراه هستند.



شعاع یون  $\times$  چگالی بار = بار یون  $\Rightarrow$   $\frac{\text{بار یون}}{\text{شعاع یون}} = \text{چگالی یون}$

$$\frac{\text{A بار یون}}{\text{B بار یون}} = \frac{1/0.9 \times 10^{-2} \times 184}{2/77 \times 10^{-2} \times 72} \approx 1$$

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرعلی بیات- شهریور ۱۴۰۲)

با توجه به بار و شعاع یون  $\text{Cl}^-$  می‌توان گفت:

$$\frac{\text{بار}}{\text{شعاع}} = \frac{1}{181} \approx 0.0055e.\text{pm}^{-1}$$

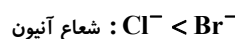
با توجه به شعاع بیشتر کاتیون B نسبت به کاتیون A می‌توان گفت که اگر این دو در یک گروه باشند، شمار دوره B از A بزرگ‌تر می‌باشد. اگر B فلز سدیم باشد، ترکیب یونی حاصل از آن با یون کلرید، NaCl خواهد بود که عدد کوئوردیناسیون آنیون و کاتیون به ترتیب ۶ و ۶ است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۶۷- گزینه «۱»

(امیرعلی بیات- شهریور ۱۴۰۰)

با توجه به این که اندازه بار تمامی یون‌های سازنده ترکیبات داده شده، برابر «یک» است، برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه از شعاع یون‌ها استفاده می‌کنیم:



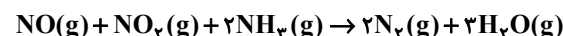
پس آنتالپی فروپاشی شبکه حاصل از دو یون بزرگ‌تر (KBr) کمترین عدد و آنتالپی فروپاشی شبکه حاصل از دو یون کوچک‌تر (NaCl)، بزرگ‌ترین عدد را دارد. پس آنتالپی فروپاشی شبکه KCl باید عددی میان آن‌ها داشته باشد که تنها گزینه اول درست است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۶۸- گزینه «۴»

(مهمر عظیمیان/زواره- ری ۱۴۰۰)

آمونیاک ( $\text{NH}_3$ ) طی واکنش زیر مصرف می‌شود. کاتالیزگر ماده‌ای است که سرعت واکنش را افزایش داده و خود در پایان واکنش بدون مصرف باقی می‌ماند.  $\text{NH}_3$  خود جزء واکنش‌دهنده‌ها است.



بررسی برخی گزینه‌های درست:

(۱) زیرا قدرت نافلزی F از O بیشتر است و بار جزئی آن منفی است.

(۲) زیرا چگالی بار یون  $\text{Br}^-$  از  $\text{Cl}^-$  به دلیل شعاع بزرگ‌تر  $\text{Br}^-$  نسبت به  $\text{Cl}^-$ ، کمتر است و هر چه چگالی بار یون کمتر باشد آنتالپی فروپاشی شبکه کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶ و

۸۰ تا ۸۳ و شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۲)

۶۹- گزینه «۱»

(ممیر زبئی- ری ۱۳۹۸، ۱۳۹۹ و ۱۴۰۳)

تنها مورد اول درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ مواد کووالانسی سختی بیشتری نسبت به مواد مولکولی دارند. مورد دوم: نادرست؛ الکترون‌های ظرفیتی فلزها که سست‌ترین الکترون‌های آن‌ها است، سازنده دریای الکترونی هستند. این الکترون‌ها از هسته فلز دورتر هستند و می‌توانند آزادانه حرکت کنند.

مورد سوم: نادرست؛ رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نیروهای بین مولکولی بستگی دارد و الکترون‌های ظرفیت مولکول‌ها تعیین‌کننده رفتار شیمیایی آن‌هاست. مورد چهارم: نادرست؛ از شماره یونی ( $\text{NaCl(I)}$ ) برای ذخیره انرژی گرمایی استفاده می‌شود و شماره مولکولی باعث چرخش توربین و تولید برق می‌شود. شماره یونی با تبدیل آب به بخار آب به‌طور غیرمستقیم در تولید برق نقش دارد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛

صفحه‌های ۷۴، ۷۵، ۷۸ و ۸۴)

۷۰- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان/زواره- ری ۱۳۹۹)

بررسی موارد:

(آ) درست؛ مونومرهای سازنده PET، اتیلن گلیکول (I) و ترفتالیک اسید (V) می‌باشند.

(ب) درست؛ اتیلن (II) و پارازیلن (IV) برخلاف ترفتالیک اسید (V) و اتیلن گلیکول (I) در نفت خام یافت می‌شوند.

(پ) درست؛ از کلرواتان ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}$ ) در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی استفاده می‌شود.



