دفترچه اختصاصی – ۱

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۱ (از ۲)

علوم
ریاضی
و فنی

آزمون ۲۶ دی ۱۴۰۴

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

فیلم تحلیل آموزشی آزمون امروز
برای مشاهدهٔ فیلم‌ها در سایت کانون، کد روبه‌رو را با دوربین تلفن همراه خود اسکن کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۲۶ دی ۱۴۰۴»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی : ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰
جمع کل	۴۰	۱-۴۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	دانیال آرکیش-علی آزاد-سعید تن‌آرا-روح‌اله حسنی-سینا خیرخواه-مریم زارعی-محمد زنگنه-احسان سیفی‌سلسله-الهام شیخ‌ممو حامد قاسمیان-رضا ماجدی-نیما مهندس-علی ناری‌ابیانه-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رسول حاجی‌زاده-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-مصطفی دیداری-سوگند روشنی علیرضا شریف‌خطیبی-نرگس کارگر-نیلوفر مهدوی-محمد ناری‌ابیانه

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

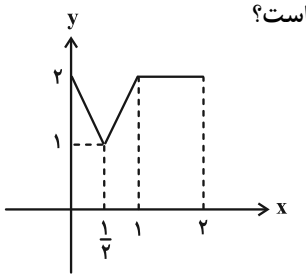
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه
زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه
زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- نمودار تابع $y=۱+f(۲x+۱)$ به صورت زیر است. مساحت سطح بین نمودار تابع $y=۲-f(۳-x)$، خط $x=۲$ و محورهای مختصات کدام است؟

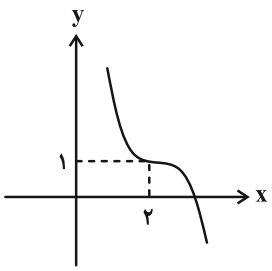


۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۳/۵
۴) ۴

۲- دامنهٔ تابع $y=f(x-۳)$، بازهٔ $[۰,۳]$ است. اگر دامنهٔ تابع $g(x)=۴+f(۳x)$ بازهٔ $[a,b]$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳- اگر نمودار تابع $f(x)=-x^۳+ax^۲+bx+c$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم $g(x)=x^۲+cx+۴$ بر $ax-b$ کدام است؟



۱) ۱۰
۲) -۱۰
۳) ۵
۴) -۵

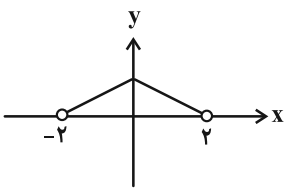
۴- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)=۲x^۲+mx+m-۱$ بر $x-۱$ برابر ۲ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)=mx^۲+mx+۱$ بر $x+۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۵- تابع $f(x)=\begin{cases}۲x-x^۲ & , \quad x<۱\\ \sqrt{x-۱}+a & , \quad x\geq ۱\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است، مجموعه مقادیر a کدام است؟

۱) $a\geq ۱$ ۲) $a<۱$ ۳) $a>۰$ ۴) $a\leq -۱$

۶- نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. اگر بازهٔ $(۲,a)$ بزرگ‌ترین بازهٔ باز باشد که تابع $y=\frac{۱}{f(۱-kx)}$ روی آن صعودی است، حاصل $a+k$ کدام است؟ $(k>۰)$



۱) ۴/۵
۲) ۶
۳) ۶/۵
۴) ۸

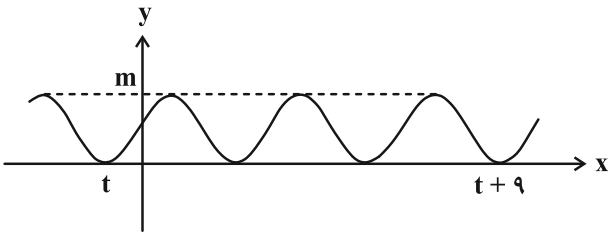
۷- اگر بیشترین مقدار تابع $y=۲+\frac{a}{۳}\sin\frac{\pi x}{a}$، پنج برابر کمترین مقدار آن باشد، دورهٔ تناوب اصلی این تابع کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

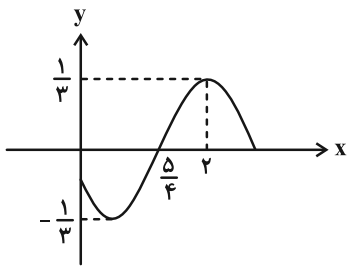
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \sin^{۴}(\frac{ax}{۳}+\frac{\pi}{۴}) - \cos^{۴}(\frac{ax}{۳}+\frac{\pi}{۴}) + k$ به صورت زیر باشد، حاصل $a.m$ کدام است؟



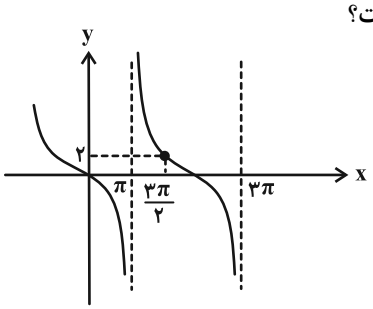
۱) $\frac{۲\pi}{۳}$
۲) $\frac{۳\pi}{۲}$
۳) ۳π
۴) ۲π

۹- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\sin(bx+c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > ۰$ و $۰ < c < \frac{\pi}{۲}$ باشد، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۴}{۳}$
۲) $-\frac{۲}{۳}$
۳) $-\frac{۸}{۳}$
۴) $-\frac{۵}{۳}$

۱۰- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\tan(bx)$ به صورت زیر است. حاصل $|a-b|$ کدام است؟



۱) ۳
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۱/۵

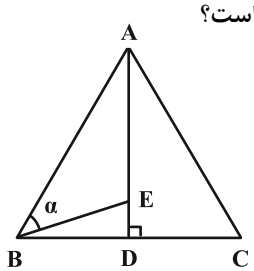
۱۱- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x-\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sin^{۲}x - \cos^{۲}x)$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) ۳π ۳) ۴π ۴) $\frac{۹\pi}{۲}$

۱۲- معادلهٔ $\cos ۲x + ۷\cos x + ۶ = ۰$ چند جواب در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

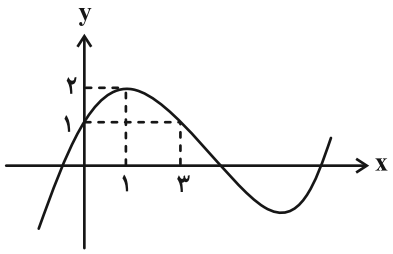
۱۳- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع بوده و $AE = ۴DE$ است، مقدار $\tan\alpha$ چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) ۰/۴
۲) ۰/۵
۳) ۰/۶
۴) ۰/۷۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{(f(x))^2-2}{(fof)(x)-2}$ کدام است؟

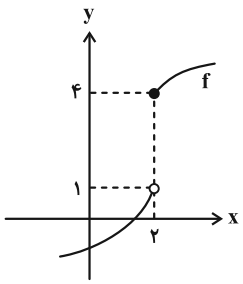


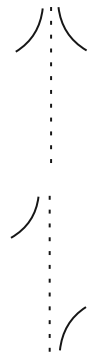
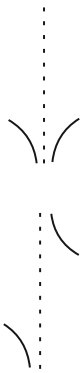
۱) ۱
۲) -۱
۳) $+\infty$
۴) $-\infty$

۱۵- حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sin x-2}{\tan x}$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۶- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=\frac{-f(x)}{f^2(x)-5f(x)+4}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟ (f صعودی اکید است.)



۱) 
۲) 
۳)
۴)

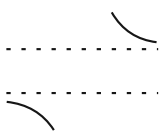
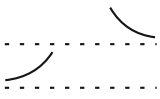
۱۷- اگر $f(x)=\frac{ax^2+x-7}{4x^2-4}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{10}{7}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{13}{8}$ ۴) $\frac{17}{4}$

۱۸- به ازای چند مقدار طبیعی n، حد تابع $f(x)=\frac{2x^{5n+4}-x^3+1}{x^{2n+18}+x^3+2}$ وقتی $x\to+\infty$ برابر صفر است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۹- تابع $f(x)=\frac{2-x^2}{2x|x|+x^2}$ حوالی مجانب‌های افقی خود چگونه است؟

۱) 
۲)
۳) 
۴)

۲۰- منحنی به معادلهٔ $f(x)=\frac{ax^2-x+1}{x^2-1}$، فقط دو خط مجانب دارد. اگر خط $y=x+b$ از نقطهٔ تلاقی این دو مجانب بگذرد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- برای ماتریس مربعی $A=[a_{ij}]_{۲\times۲}$ داریم $a_{ij}=\begin{cases}۰ & i=j\\ j-i & i\neq j\end{cases}$؛ اگر B ماتریسی مربعی و وارون‌پذیر از مرتبهٔ ۲ باشد، حاصل مجموع درایه‌های ماتریس $(B^{-۱}AB)^{۲۰}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

۲۲- دو ماتریس مربعی A و B از مرتبهٔ ۲ و تعویض‌پذیر هستند. اگر $A+B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $A^۲+B^۲=\begin{bmatrix}-۵ & ۱۰\\ -۱۰ & -۵\end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $B\begin{bmatrix}-۲ & ۱\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}B-۲A\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}A$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۲۳- اگر $A=\begin{bmatrix}۲\sin ۸۳^\circ & ۲\cos ۸۳^\circ\\ \sin ۲۳^\circ & \cos ۲۳^\circ\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}|A|-m & |A|\\ -|A| & |A|+m\end{bmatrix}$ و $|B|=-m$، اختلاف مقادیر ممکن m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۴- اگر $\begin{bmatrix}|A| & -۱\\ ۱ & |۲A|\end{bmatrix}=۲A$ باشد، مجموع درایه‌های $(۴A-I)^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۴ ۴) -۳

۲۵- اگر $B=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ ۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۰ & -۱ & ۰\end{bmatrix}$ و $A=B\times C$، در این صورت دترمینان ماتریس $A+I$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) صفر

۲۶- کدام مکان هندسی هیچگاه نمی‌تواند تهی باشد؟

۱) مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله و از نقطهٔ C به فاصلهٔ ۳ باشند.

۲) مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله و از خط d به فاصلهٔ ۳ باشند.

۳) مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله و از دو خط عمود بر هم d و d' به یک فاصله باشند.

۴) مکان هندسی نقاطی که از دو خط موازی d و d' به یک فاصله و از نقطهٔ C به فاصلهٔ ۳ باشند.

۲۷- شعاع دایره‌ای که از $A(-۱,-۲)$ می‌گذرد و در نقطهٔ $B(۲,-۱)$ بر خط $y=-۲x$ مماس می‌باشد، کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{۵}$

۲۸- دایره‌های $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ بر هم مماس هستند. اگر دایرهٔ C از نقاط $A(۰,۰)$ و $B(۳,۰)$ بگذرد و معادلهٔ دایرهٔ C' به صورت $x^۲+y^۲=۱۶$ باشد، عرض مثبت مرکز دایرهٔ C چند برابر $\sqrt{۷}$ است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۲۹- شعاع دایرهٔ محیطی مثلث با رأس‌های $(۰,۰)$، $(۲,۱)$، $(۱,-۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- خطوط $x+y=2$ و $2x-y+2=0$ معادلات دو قطر از دایره‌ای هستند. اگر دایره بر نیمساز ربع دوم و چهارم مماس باشد، آن‌گاه این دایره روی خط $y=2x+1$، وتری با کدام طول جدا می‌کند؟

۱) $0/2\sqrt{5}$ ۲) $0/4\sqrt{5}$ ۳) $0/8\sqrt{5}$ ۴) $1/2\sqrt{5}$

۳۱- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $5x^2-xy+2y-4x=1$ قرار دارد که برای آن‌ها رابطهٔ $x>y$ برقرار باشد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۲- اگر هر دو عدد $4k+1$ و $5k+3$ بر عدد $a>1$ بخش‌پذیر باشد، آنگاه مربع عدد $4k+1$ به کدام صورت نوشته می‌شود؟ $(n\in\mathbb{N})$

۱) $(a+1)n+a$ ۲) $(a+1)n+\frac{a-1}{6}$ ۳) $(a+1)n+\frac{a+1}{2}$ ۴) $(a+1)n+a-1$

۳۳- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۱۱ برابر ۷ و باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۳ برابر ۲ باشد، در این صورت عدد a عضو کدام کلاس هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۶۶ می‌تواند باشد؟

۱) ۲۹ ۲) ۳۰ ۳) ۳۱ ۴) ۳۲

۳۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $6^{40}+5^{40}+4^{40}+3^{40}+2^{40}$ بر ۱۲ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۵- خط به معادلهٔ $y=\frac{5}{11}x+\frac{126}{11}$ از چند نقطه با مختصات صحیح در ناحیهٔ دوم می‌گذرد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

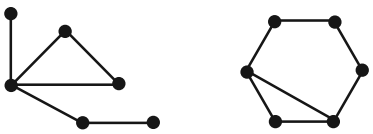
۳۶- دو عدد $5a-7$ و $4a+5$ دارای رقم یکان یکسان هستند. رقم یکان $8a+7$ کدام است؟

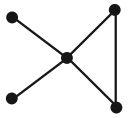
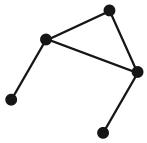
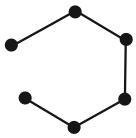
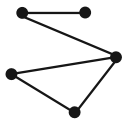
۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۳۷- در گراف سادهٔ G با درجهٔ رأس‌های ۴،۴،۳،۳،۲،۲، رأس‌های با درجهٔ ۲ مجاورند. گراف G چند دور به طول ۳ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۸- گراف‌های G_1 و G_2 به شکل زیر مفروض‌اند. کدام یک از گراف‌های زیر می‌تواند زیرگرافی از هر دو گراف G_1 و G_2 باشند؟


(G_1) (G_2)

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۳۹- در گراف G از مرتبهٔ ۸، به ازای هر رأس v_i، $1\le i\le 8$، مجموعهٔ $N_G[v_i]$ دارای ۷ عضو است. چند یال به گراف G اضافه کنیم تا به گرافی کامل از مرتبهٔ ۸ تبدیل شود؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) گراف G کامل است.

۴۰- در یک گراف از مرتبهٔ ۱۲، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین درجهٔ رئوس به ترتیب برابر ۸ و ۳ هستند. کمترین اندازهٔ گراف مکمل این گراف کدام است؟

۱) ۴۴ ۲) ۴۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۲ (از ۲)

آزمون ۲۶ دی ۱۴۰۴

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۱	۱۰۰	

چرا برنامهٔ کانون مهم است؟

رتبه‌های برتر و دانش‌آموزان موفق همواره از نقش برنامه‌ای کانون در موفقیت خودشان صحبت می‌کنند. کانون فقط یک آزمون نیست و مجموعه‌ای از امکانات را برای موفقیت در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد. به کانون و برنامهٔ کانون اعتماد کنید. مطمئن باشید پیشرفت خواهید کرد.

(کلاس‌های پیشرفت در مدرسه)

درس	مقطع	روز	ساعت	مدرس
حسابان (۲)	دوازدهم ریاضی	شنبه	۱۹	مهرداد ملوندی
گسسته	دوازدهم ریاضی	یکشنبه	۱۹	محمد خندان
فیزیک (۳)	دوازدهم ریاضی	دوشنبه	۱۹	حسام نادری
شیمی (۳)	دوازدهم ریاضی	سه شنبه	۱۹	یاسر راش
هندسه (۳)	دوازدهم ریاضی	چهارشنبه	۱۹	مهرداد ملوندی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۲۶ دی ۱۴۰۴»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
فیزیک ۳	۳۰	۴۱-۷۰
شیمی ۳	۳۰	۷۱-۱۰۰
جمع کل	۶۰	۴۱-۱۰۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	مهران اسماعیلی-ریحانه آزادیان-علی برزگر-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمدرضا خادمی-رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش محمدمهدی فتوحی-مصطفی کیانی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-حسام نادری-محمدرضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-مجید جلیل‌ناغونی-محمدرضا جمشیدی-ندا حسین‌پورمقدم-امیرمسعود حسینی یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مبینا سیدحسینی-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی مجتبی محجوب-مهشید نیازی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات مهرشاد میرزامحمدی
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی امیررضا مرادی	فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	حسام نادری	مجتبی محجوب
مستند سازی	محمدرضا مهدوی	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	مهدی صالحی امیرعباس محمدی عرفان ترابی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

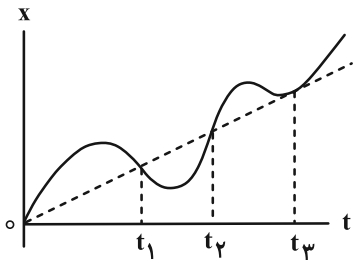
زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- با توجه به نمودار مکان- زمان زیر که برای متحرکی در حال حرکت روی محور x است، چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف) این متحرک در هیچ لحظه‌ای متوقف نشده است.

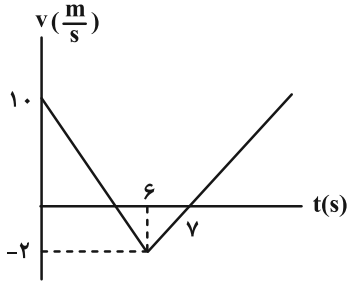
ب) تندی متحرک در لحظهٔ t_3 برابر تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است.

پ) در بازهٔ زمانی صفر تا t_3، مجموع مسافت‌هایی که متحرک در جهت محور x طی کرده از مجموع مسافت‌هایی که در خلاف جهت محور x طی کرده است، بیشتر است. (مقیاس نمودار رعایت شده است.)

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۴۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۴ ثانیه تا ۹ ثانیه، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۰/۲

۲) ۰/۳

۳) ۰/۴

۴) ۰/۵

۴۳- متحرکی مسیر مستقیمی را با تندی ثابت v_1، در مدت ۵۰s و با تندی ثابت v_2، در مدت ۳۰s می‌پیماید. این متحرک همین مسیر را با تندی ثابت $v_1 - v_2$ در چند ثانیه می‌پیماید؟

۱) ۹۰ ۲) ۷۵ ۳) ۶۰ ۴) ۴۵

۴۴- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 20$ است. در بازهٔ زمانی که حرکت آن کندشونده است، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

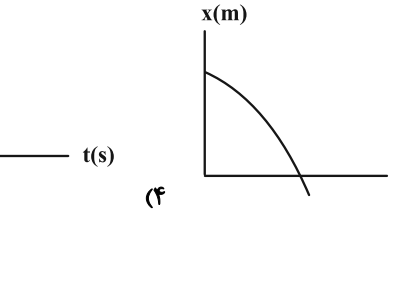
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

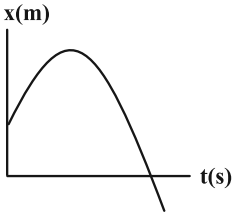
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

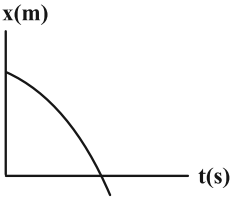
محل انجام محاسبات

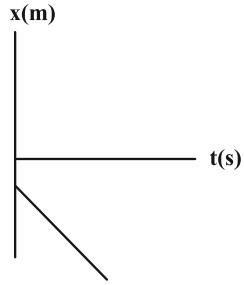
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است. اگر سرعت اولیهٔ این متحرک در خلاف جهت محور x باشد و حرکت متحرک در ابتدا کندشونده باشد، نمودار مکان- زمان متحرک کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

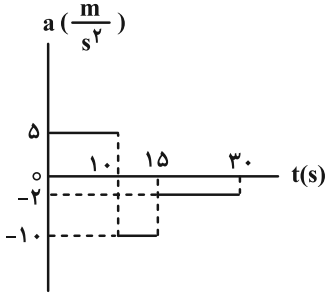
۴۶- متحرکی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حال حرکت است. ناگهان حرکت خود را با شتاب ثابت کند می‌کند و پس از ۱۰s متوقف می‌شود. مسافتی که متحرک در ۵ ثانیهٔ دوم حرکت طی می‌کند، چند برابر مسافتی است که در ۵ ثانیهٔ اول حرکت طی کرده است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

۴۷- اتومبیلی با تندی $۵۴\frac{km}{h}$ روی مسیری مستقیم در حرکت است. رانندهٔ اتومبیل ناگهان مانعی را در فاصلهٔ ۳۰ متری خود دیده و با شتابی به بزرگی $۴/۵\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند. زمان واکنش راننده چند ثانیه باشد تا اتومبیل در فاصلهٔ ۲ متری مانع متوقف شود؟ (منظور از زمان واکنش، زمان بین دیدن مانع و ترمز کردن است و حرکت در این بازهٔ زمانی یکنواخت است.)

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۴۸- نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x در لحظهٔ $t=۰$ بدون سرعت اولیه از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ صفر تا $t=۳۰s$ چند متر است؟



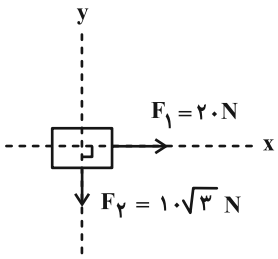
۱) ۱۵۰
۲) ۳۰۰
۳) ۳۷۵
۴) ۱۲۰۰

۴۹- گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها شده است. اگر گلوله در ۳s آخر حرکتش ۱۰۵m حرکت کرده باشد، از چه ارتفاعی برحسب متر رها شده است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۱۵۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- بر جسم ۵ کیلوگرمی شکل زیر، هم‌زمان سه نیرو وارد می‌شود و اندازهٔ شتاب جسم $۴\frac{m}{s^۲}$ و جهت آن در خلاف جهت محور x است. بردار نیروی $\vec{F}_۳$ (که در شکل رسم نشده) در SI کدام است؟



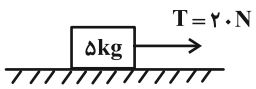
۱) $-۴۰\vec{i}+۱۰\sqrt{۳}\vec{j}$

۲) $-۴۰\vec{i}-۱۰\sqrt{۳}\vec{j}$

۳) $۱۰\sqrt{۳}\vec{j}$

۴) $-۱۰\sqrt{۳}\vec{j}$

۵۱- در شکل زیر، جسمی به جرم ۵kg در لحظهٔ $t=۰$، از حالت سکون، در مسیر افقی و تحت تاثیر نیروی ثابت به حرکت در می‌آید و بعد از ۳s نخ بسته شده به جسم پاره می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰/۲ است. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظهٔ ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۹

۲) ۱۲

۳) ۱۵

۴) ۱۸

۵۲- فنری را یک بار با نیروی $F_۱=۴۰N$ می‌کشیم و بار دیگر با نیروی $F_۲=۵۰N$ فشرده می‌کنیم و طول فنر در دو حالت به ترتیب برابر با ۶۳ و ۴۸ سانتی‌متر می‌شود. در کدام یک از حالت‌های زیر، طول این فنر برابر با ۵۶ سانتی‌متر می‌شود؟

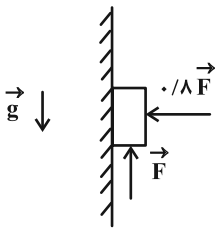
۱) فنر با نیروی ۱N کشیده شود.

۲) فنر با نیروی ۱N فشرده شود.

۳) فنر با نیروی ۲N کشیده شود.

۴) فنر با نیروی ۲N فشرده شود.

۵۳- در شکل زیر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار ۰/۵ و وزن جسم ۷۰N است. مقدار F در چه بازه‌ای باشد تا جسم ساکن بماند؟ (کامل‌ترین بازه را انتخاب کنید.)



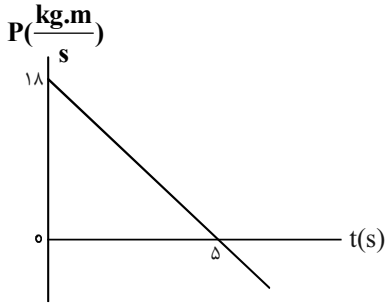
۱) $۵۰N < F < ۱۰۰N$

۲) $۵۰N < F < \frac{۳۵۰}{۳}N$

۳) $۶۰N < F < ۱۰۰N$

۴) $۷۰N < F < \frac{۳۵۰}{۳}N$

۵۴- شکل زیر، نمودار تکانه- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر جرم متحرک ۴۵۰ گرم باشد، بزرگی شتاب آن در لحظهٔ $t=۵s$ چندمتر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۸

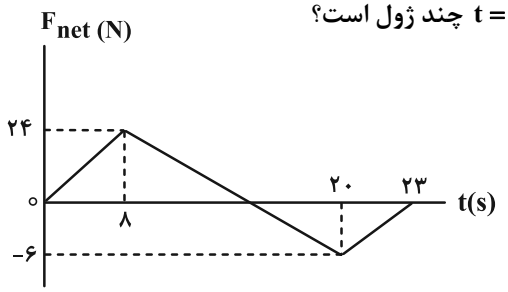
۲) ۶

۳) ۴

۴) ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- جسم به جرم ۱۹/۵ کیلوگرم در لحظهٔ $t = ۰$ روی سطح افقی ساکن است. اگر در بازهٔ زمانی $t = ۰s$ تا $t = ۲۳s$، نیروی خالص افقی مطابق نمودار داده شده بر آن اثر کند، انرژی جنبشی جسم در $t = ۲۳s$ چند ژول است؟



۱) ۱۰۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۹۷۵
۴) ۱۲۰۰

۵۶- گلوله‌ای به جرم ۴۰g با تکانهٔ $۰/۱۶ \frac{kg.m}{s}$ در حال حرکت است. انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۰/۶۴ ۲) ۰/۳۲ ۳) ۰/۱۶ ۴) ۰/۴۸

۵۷- اگر شعاع کرهٔ زمین را با R_e نشان دهیم، شتاب گرانش زمین در فاصلهٔ $۳R_e$ از سطح زمین، چند برابر شتاب گرانش در فاصلهٔ $۲R_e$ از سطح زمین است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۵۸- کدام موارد زیر نادرست است؟

الف) در حرکت خودرو بر روی پیچ مسطح افقی (بدون لغزش)، نیروی اصطکاک جنبشی نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند.

ب) در یک دیسک گردان شهر بازی که توسط یک موتور الکتریکی می‌چرخد، هر چه از مرکز دیسک دور شویم، تندی حرکت افراد بیشتر می‌شود در حالی که دورهٔ تناوب برای همهٔ افراد یکسان است.

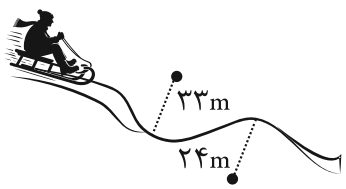
پ) برای جسمی که با تندی ثابت در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند.

۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) الف و پ ۴) همهٔ موارد

۵۹- دو ماهوارهٔ A و B، روی مدارهای دایره‌ای به‌طور یکنواخت به دور زمین می‌چرخند. اگر دورهٔ حرکت ماهوارهٔ A، $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ دورهٔ حرکت ماهوارهٔ B باشد، اندازهٔ شتاب حرکت ماهوارهٔ B، چند برابر اندازهٔ شتاب حرکت ماهوارهٔ A است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۰- شکل زیر، مسیر حرکت سورتمه‌ای را در مسابقهٔ المپیک زمستانی نشان می‌دهد. سورتمه روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی حرکت سورتمه در کل مسیر $۳۳ \frac{m}{s}$ باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر سورتمه در پیچ اول و دوم، در کدام گزینه درست مقایسه شده است؟ (جرم سورتمه و سرنشین آن ۴۸kg است و پیچ‌ها بخشی از مسیرهای دایره‌ای با مراکز و شعاع‌های نشان داده شده در شکل هستند.)



۱) در پیچ دوم ۵۹۴N بیشتر است.
۲) در پیچ دوم ۳۸۴N بیشتر است.
۳) در پیچ دوم ۵۹۴N کمتر است.
۴) در پیچ دوم ۳۹۴N کمتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- نوسانگر ساده‌ای بر روی پاره‌خطی به طول ۴۰cm با دورهٔ تناوب ۴s از مکان مثبت دامنهٔ خود $(x=+A)$ در مبدأ زمان شروع به نوسان می‌کند. چه تعداد از موارد زیر در مورد این حرکت هماهنگ ساده، نادرست است؟

الف) در لحظهٔ $t=\frac{T}{8}$، مکان نوسانگر برابر $x=\frac{A}{\sqrt{2}}$ است.

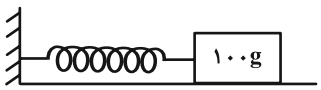
ب) حداقل زمان رسیدن نوسانگر از $x=+A$ به $x=0$ برابر ۱s است.

پ) مسافت طی شده از $t=0$ تا $t=\frac{3T}{8}$ برابر ۱/۵A است.

ت) در حداکثر بازهٔ زمانی که اندازهٔ سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است، جهت بردار تکانهٔ یک بار تغییر می‌کند.

۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) چهار مورد

۶۲- مطابق شکل زیر، یک سامانهٔ جرم و فنر در حال تعادل قرار دارد. جسم را ۱۰cm به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم تا روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. بیشینهٔ بزرگی تکانهٔ این جسم به چند واحد SI می‌رسد؟ $(k=250\frac{N}{m})$

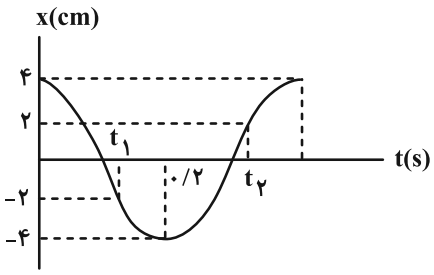


۱) ۰/۵
۲) ۰/۰۵
۳) ۲/۵
۴) ۰/۲۵

۶۳- نوسانگری در لحظهٔ t_1 در مکان $x_1=\frac{3A}{2\sqrt{3}}$ و در لحظهٔ t_2 در مکان $x_2=\frac{A}{2}$ قرار دارد. بیشترین مقدار سرعت متوسط برحسب دامنهٔ (A) و فرکانس (f) کدام است؟

۱) $3(\sqrt{3}-1)Af$ ۲) $\frac{3}{2}(2-\sqrt{3})Af$ ۳) $6(\sqrt{3}-1)Af$ ۴) $\frac{2}{3}(2-\sqrt{3})Af$

۶۴- نمودار مکان- زمان نوسانگری با حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۴۰

۶۵- یک نوسانگر ساده در دو زمان $t_1=1s$ و $t_2=1/6s$ از مرکز نوسان می‌گذرد. اگر در این فاصلهٔ زمانی جهت حرکت فقط ۳ مرتبه تغییر کرده باشد، بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

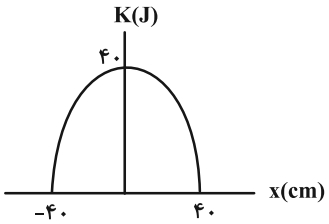
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶- از بین کمیت‌های زیر کدام عامل (عوامل) بر دورهٔ تناوب آونگ ساده موثر است؟

الف) وزن وزنهٔ آونگ　　ب) طول آونگ　　ج) دامنهٔ اولیهٔ نوسان

۱) الف و ب　　۲) فقط ب　　۳) فقط الف　　۴) همهٔ موارد

۶۷- نمودار انرژی جنبشی- مکان نوسانگر جرم و فنری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر برابر ۵۰ گرم باشد، ثابت فنر در SI و تندی نوسانگر در $x = ۳۰cm$ چند متر بر ثانیه است؟ (انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر در $x = ۳۰cm$ برابر ۲۲/۵ ژول است.)



۱) $۳\sqrt{۷۰}$ ، ۵۰۰

۲) ۳۰ ، ۴۰۰

۳) $۱۰\sqrt{۷۰}$ ، ۴۰۰

۴) $۱۰\sqrt{۷}$ ، ۵۰۰

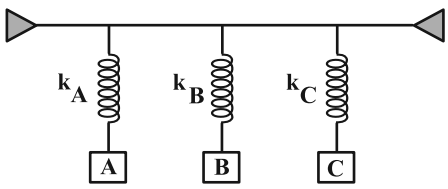
۶۸- جسمی به جرم ۱۰۰ گرم به فنری متصل است و با دورهٔ تناوب $T = ۰/۲\pi s$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ تندی نوسانگر $v_{max} = ۲\frac{m}{s}$ باشد، انرژی پتانسیل سامانه (برحسب ژول) در لحظه‌ای که تندی آن $v = ۱\frac{m}{s}$ است، چقدر است؟

۱) ۰/۲　　۲) ۰/۰۵　　۳) ۰/۱　　۴) ۰/۱۵

۶۹- در لحظه‌ای که انرژی جنبشی یک نوسانگر ۵ برابر انرژی پتانسیل آن است، اندازهٔ سرعت نوسانگر چند برابر اندازهٔ سرعت بیشینهٔ آن است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$　　۲) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۶}$　　۳) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۵}$　　۴) $\frac{\sqrt{۱۵}}{۶}$

۷۰- مطابق شکل زیر، ۳ سامانهٔ جرم- فنر به میله‌ای افقی متصل شده‌اند. اگر با نوسان سامانهٔ A، در هر دو سامانهٔ B و C پدیدهٔ تشدید رخ دهد، نسبت $\frac{k_C}{k_B}$ کدام است؟ ($m_C = ۱/۵kg$ ، $m_B = ۴/۵kg$ ، $m_A = ۳kg$ و k نماد ثابت فنر است.)



۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) ۳

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۱- کدام گزینه درست است؟

۱) اتیلن گلیکول ماده‌ای محلول در آب بوده و در ساختار خود فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل دارد.

۲) اوره ماده‌ای است که در ساختار خود علاوه بر اتم اکسیژن، اتم نیتروژن نیز دارد و در هگزان حل می‌شود.

۳) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار روغن زیتون بیش از دو برابر شمار اتم‌های کربن در ساختار آن است.

۴) اگر در فرمول شیمیایی وازلین تعداد اتم‌های هیدروژن را برابر با a و تعداد اتم‌های کربن را برابر با b در نظر بگیریم، مقدار a بیش از دو برابر مقدار b است.

۷۲- کدام گزینه درست است؟

۱) شربت معده برخلاف رنگ پوششی، مخلوطی ناهمگن است و نور را پخش می‌کند.

۲) به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند اسید تک پروتون‌دار می‌گویند.

۳) در دمای $۲۵^{\circ}C$ از بین دو اسید HA و HB اسیدی قوی‌تر است که غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر است.

۴) به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی سازنده‌اش تبدیل می‌شود یونش می‌گویند.

۷۳- معادلهٔ واکنش زیر مربوط به واکنش میان نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر (شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم) عرضه می‌شود با آب است. از این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود. مادهٔ X، گرماگیر یا گرماده بودن واکنش و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد (پس از موازنه) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$NaOH(s)+Al(s)+H_۲O(l)\rightarrow NaAl(OH)_۴(aq)+X(g)$$

۱) $O_۲$، گرماگیر، ۱۳ ۲) $H_۲$، گرماگیر، ۱۳ ۳) $O_۲$، گرماده، ۱۵ ۴) $H_۲$، گرماده، ۱۵

۷۴- جرم مولی یک صابون مایع (با کاتیون فلزی) که دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده است، برابر با ۳۵۰ گرم بر مول می باشد. اگر تعداد اتم‌های هیدروژن این صابون باتعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی دارای کاتیون سدیم (که گروه R آن سیرشده) برابر باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند فرمول شیمیایی این پاک‌کنندهٔ غیرصابونی باشد؟

$(H=۱ , C=۱۲ , O=۱۶ , Na=۲۳ , K=۳۹ : g.mol^{-۱})$

۱) $C_{۱۹}H_{۳۹}SO_۳Na$ ۲) $C_{۲۵}H_{۳۹}SO_۴Na$ ۳) $C_{۱۷}H_{۳۵}SO_۳Na$ ۴) $C_{۲۳}H_{۳۹}SO_۳Na$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵- درستی یا نادرستی مطالب زیر در کدام گزینه آمده است؟

- می‌توان گفت قدرت لکه‌بری یک صابون حاوی آنزیم در آب در دمای $40^\circ C$ از یک پارچهٔ نخی، بیشتر از پاک‌کنندگی آن در آب $20^\circ C$ است.
- اگر درصد لکهٔ باقی‌مانده بر روی پارچهٔ نخی پس از شست‌وشو با یک صابون بدون آنزیم، ۵ درصد باشد، قدرت پاک‌کنندگی آن ۹۵ درصد است.
- محلولی با قدرت پاک‌کنندگی بالاتر در حذف لکه‌های چربی از یک پارچه، درصد لکهٔ چربی باقی‌مانده بر روی آن پارچه را کاهش می‌دهد.
- اگر دو پارچهٔ نخی و پلی‌استر به یک اندازه با یک لکه چربی آلوده شوند، پس از شست‌وشو با صابون آنزیم‌دار، درصد باقی‌ماندهٔ لکه بر روی پارچهٔ نخی کمتر خواهد بود.

۱) نادرست، نادرست، درست، درست
۲) درست، درست، درست، درست
۳) نادرست، درست، نادرست، نادرست
۴) درست، نادرست، درست، نادرست

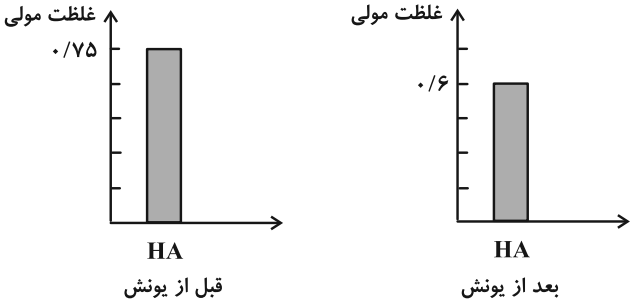
۷۶- یک نمونه آب سخت به حجم ۱/۵ لیتر حاوی ۱۲ میلی‌گرم یون منیزیم Mg^{2+} و ۲۴ میلی‌گرم یون کلسیم Ca^{2+} در هر لیتر است. چند مول از یک پاک‌کنندهٔ صابونی به نام پتاسیم اولئات $(C_{17}H_{33}COOK)$ به این نمونه آب سخت اضافه کنیم، تا یون‌های منیزیم و کلسیم به‌طور کامل مصرف شده و رسوب تشکیل شود؟

$$(C_{17}H_{33}COO = 281 \, , \, Ca = 40 \, , \, Mg = 24 : g.mol^{-1})$$

$$X^{2+}(aq) + 2C_{17}H_{33}COO^{-}(aq) \rightarrow (C_{17}H_{33}COO)_2X(s)$$

۱) $2/5\times10^{-3}$ ۲) $3/3\times10^{-3}$ ۳) $1/8\times10^{-3}$ ۴) $4/5\times10^{-3}$

۷۷- با توجه به نمودار داده شده که غلظت مولی HA را قبل و بعد از یونش نشان می‌دهد، درجهٔ یونش و ثابت یونش آن به ترتیب کدامند؟



۱) ۰/۲۰ ، ۰/۰۳۷۵
۲) ۰/۲۵ ، ۰/۰۲۷۵
۳) ۰/۲۰ ، ۰/۰۲۷۵
۴) ۰/۲۵ ، ۰/۰۳۷۵

۷۸- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با عبارت زیر مشابه است؟

«محلول آبی نمک خوراکی، همانند محلول آبی شکر، رسانای یونی بوده و هر دو محلول الکترولیت هستند.»

۱) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیم می‌توان به کاربرد، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است.

۲) هرگاه محلول آبی سدیم کلرید در مدار الکتریکی قرار گیرد، یون‌های آن به سمت قطب‌های همنام حرکت می‌کنند و جریان الکتریکی برقرار می‌شود.

۳) محلول اسید ضعیف در آب، با وجود این‌که یونش جزئی دارد، ممکن است به دلیل غلظت اولیه بالاتر نسبت به اسید قوی رقیق، یون هیدرونیوم بیشتری در محلول داشته باشد.

۴) تفکیک کامل نمک‌هایی مانند NaCl در آب به یون‌های سازنده، با فرایند یونش ترکیب مولکولی متفاوت است، اما هر دو منجر به ایجاد محلول الکترولیت می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹- کدام یک از عبارت‌های زیر دربارهٔ آرنیوس و نظریهٔ اسید و باز وی درست است؟

۱) آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد و نخستین کسی بود که با ویژگی‌های اسیدها و بازها و واکنش‌های آن‌ها آشنا شد و آن‌ها را بررسی کرد.

۲) براساس مدل آرنیوس می‌توان بیشتر بودن غلظت یون هیدرونیوم در محلول آبی حاصل از انحلال N_2O_5 نسبت به محلول آبی حاصل از انحلال BaO را توجیه کرد.

۳) براساس مدل آرنیوس می‌توان بیشتر بودن غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی NaOH نسبت به محلول آبی حاصل از انحلال NH_3 را توجیه کرد.

۴) ترکیب هیدروژن با هفدهمین عنصر جدول تناوبی یک اسید آرنیوس است زیرا با حل شدن در آب سبب پیدایش یون هیدرونیوم برای اولین بار در آب می‌شود.

۸۰- ورود فاضلاب‌های صنعتی حاوی مقادیر بسیار زیادی از اسیدهای قوی به آب رودخانه، چه تاثیری بر رسانایی الکتریکی آب می‌گذارد و چرا؟

۱) رسانایی افزایش می‌یابد، زیرا اسیدهای قوی در آب به یون‌های مثبت و منفی سازنده خود تفکیک می‌شوند.

۲) رسانایی افزایش می‌یابد، زیرا شمار یون‌های آزاد در واحد حجم آب رودخانه بیشتر می‌شود.

۳) رسانایی تغییر نمی‌کند، زیرا اسیدها تاثیری بر تغییر غلظت یون‌ها در آب ندارند.

۴) رسانایی تغییر نمی‌کند، زیرا رسانایی فقط در حضور نمک‌ها افزایش می‌یابد.

۸۱- اگر در محلول ۰/۰۵ مولار اسید HA، مقدار غلظت یون A^-، ۵ برابر مقدار ثابت یونش اسید باشد، مقدار ثابت یونش اسید به تقریب کدام است؟

۱) ۰/۰۰۶ ۲) ۰/۰۰۱۷ ۳) ۰/۰۰۳ ۴) ۰/۰۰۲

۸۲- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) در واکنش یک اسید قوی با منیزیم، می‌توان گفت سرعت تولید گاز هیدروژن به غلظت یون‌های هیدرونیوم در ابتدای واکنش بستگی دارد.

ب) درجهٔ یونش یک اسید ضعیف با تغییر غلظت اولیهٔ آن اسید می‌تواند تغییر کند ولی ثابت یونش آن تنها تابع دمای آن است.

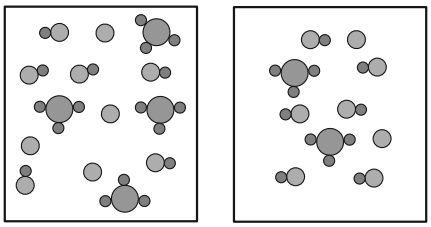
پ) ثابت یونش (K_a) یک اسید ضعیف در دمای اتاق، با رقیق کردن محلول آن (افزودن آب خالص)، افزایش می‌یابد، زیرا تعادل به سمت تولید بیشتر یون‌ها جابه‌جا می‌شود.

ت) اگر محلول دو اسید رسانایی الکتریکی یکسانی داشته باشند، می‌توان نتیجه گرفت که هر دو اسید به میزان یکسانی یونش یافته‌اند.

۱) الف و ب ۲) ب و ت ۳) الف و پ ۴) پ و ت

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳- با توجه به شکل‌های فرضی داده شده که محلول آبی اسیدهای HX و HY (با غلظت مولی و دمای یکسان) را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟


HY

HX

۱) HX از HY اسید ضعیف‌تری است.

۲) واکنش یونش HX در آب برخلاف یونش HY در آب به صورت کامل است.

۳) اگر HX، هیدروفلوئوریک اسید باشد، HY می‌تواند هیدرویدیک اسید باشد.

۴) در شرایط یکسان ثابت یونش اسید HY از ثابت یونش نیتریک اسید کوچک‌تر است.

۸۴- چند گرم فرمیک اسید با درجهٔ یونش ۰/۳ باید در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر حل شود تا pH محلول در دمای اتاق برابر ۱/۳ شود؟

(از تغییرات حجم محلول صرف‌نظر شود، $H=1, O=16, C=12: g.mol^{-1}$ ، $\log 5 \simeq 0/7$)

۱) ۳/۲۷ ۲) ۳/۸۳ ۳) ۳/۴۴ ۴) ۲/۸۵

۸۵- مقدار pH محلول حاصل از مخلوط کردن ۸۰ میلی‌لیتر هیدروکلریک اسید با غلظت $0/01 mol.L^{-1}$ با ۷۰ میلی‌لیتر محلول هیدرویدیک اسید با $pH=1/5$ و ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید 9×10^{-3} مولار، در دمای اتاق کدام است؟ ($\log 2 \simeq 0/3$, $\log 3 \simeq 0/5$)

۱) ۲/۱ ۲) ۲/۴ ۳) ۹/۱ ۴) ۹/۴

۸۶- کدام یک از گزینه‌های زیر، درست است؟

۱) در هر واکنش اکسایش- کاهش، اتم‌های فلزی اکسایش و یون‌های فلزی کاهش می‌یابد.

۲) واکنش میان دو ترکیب یونی، همواره نوعی واکنش اکسایش- کاهش محسوب می‌شود.

۳) می‌توان گفت اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند.

۴) در واکنش فلز منیزیم با گاز اکسیژن، فراوردهٔ نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش به ترتیب، $Mg^{2+}(s)$ و $O^{2-}(s)$ هستند.

۸۷- واکنش تبدیل کدام دو گونه به یکدیگر از نوع اکسایش- کاهش است و شمار بیشتری از الکترون‌ها در آن جابه‌جا می‌شوند؟

۱) گوگرد تری اکسید به سولفوریک اسید
۲) دی نیتروژن پنتا اکسید به نیتریک اسید
۳) آهن (III) اکسید به فلز آهن
۴) یون MnO_4^- به یون MnO_4^{2-}

محل انجام محاسبات

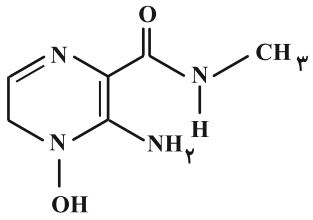
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش اکسایش- کاهش زیر چقدر بوده و به ازای ۴/۲ مول الکترون در این واکنش چند مول از گونهٔ کاهنده مصرف می‌شود؟

$$Cr_2O_7^{2-} + NO_2^- + H^+ \rightarrow Cr^{3+} + NO_3^- + H_2O$$

۱) ۲۱ ، ۲/۱ ۲) ۱۸ ، ۴/۲ ۳) ۲۱ ، ۴/۲ ۴) ۱۸ ، ۲/۱

۸۹- مجموع عددهای اکسایش اتم‌های نیتروژن در ترکیبی با ساختار زیر برابر ..... است.



۱) -۱۰

۲) -۱۱

۳) -۱۲

۴) -۱۳

۹۰- در دمای $25^\circ C$، اگر از واکنش ۲ گرم گوگرد با ۳ لیتر محلول آبی NaOH، pH محلول نهایی برابر ۱۱/۶ شود، غلظت مولی یون Na^+ در محلول کدام است؟ (از تغییرات حجم محلول صرف‌نظر شود؛ معادلهٔ واکنش موازنه شود، $S = 32 g.mol^{-1}$ و $\log 2 \simeq 0/3$)

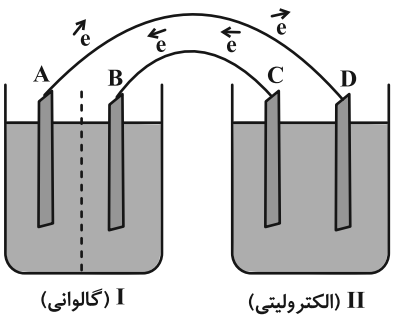
$$S(s) + NaOH(aq) \rightarrow Na_2S(aq) + Na_2S_2O_3(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۰/۰۱۲ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۰۵ ۴) ۰/۰۳۵

۹۱- در آزمایش تجزیهٔ ۱۰۰۰ گرم آب به روش برقکافت، از محلول ۲ درصد جرمی NaCl به عنوان الکترولیت استفاده شده است. اگر آزمایش تا زمانی ادامه پیدا کند که درصد جرمی NaCl در محلول دو برابر شود، حجم گاز اکسیژن تولید شده در این آزمایش در شرایط STP به تقریب چند لیتر است؟ $(H = 1 , O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۲۹۸ ۲) ۳۹۸ ۳) ۳۱۱ ۴) ۴۱۶

۹۲- با توجه به شکل زیر که یک سلول گالوانی و یک سلول الکترولیتی متصل به هم را نشان می‌دهد، کدام یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ آن نادرست است؟ (الکترولیت‌ها، حجم زیادی از محلول‌های ترکیبات یونی هستند.)



۱) الکترود C قطب مثبت سلول II و الکترود A قطب منفی سلول I است.

۲) سلول (II) انرژی الکتریکی را تولید و سلول (I) آن را مصرف می‌کند.

۳) در نتیجه کارکرد سلول‌ها کاتیون الکترولیت‌ها روی الکترودهای B و D رسوب می‌کنند.

۴) این سیستم تا جایی کار می‌کند که حداقل یکی از الکترودهای A یا C به‌طور کامل مصرف شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳- هنگام شارژ شدن باتری لیتیمی، یون‌های لیتیم در الکترولیت از کدام سمت به کدام سمت حرکت می‌کنند؟

۱) از الکترود لیتیم (کاتد) به سمت $LiMnO_2$ (آند)

۲) از $LiMnO_2$ (آند) به سمت الکترود لیتیم (کاتد)

۳) همیشه از قطب مثبت به قطب منفی باتری

۴) حرکت یون‌ها فقط مختص خالی شدن باتری است و در هنگام شارژ شدن باتری متوقف می‌شود.

۹۴- با توجه به معادلهٔ واکنش که به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

$$Fe^{3+} + Sn^{2+} \rightarrow Fe^{2+} + Sn^{4+}$$

الف) Fe^{3+} نقش کاهنده و Sn^{2+} نقش اکسنده را دارد.

ب) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۶ است.

پ) $E^\circ(Fe^{3+} / Fe^{2+})$ در مقایسه با $E^\circ(Sn^{4+} / Sn^{2+})$ عدد بزرگ‌تری است.

ت) به ازای تولید ۰/۲۵ مول Fe^{2+}، ۱ مول الکترون مبادله می‌شود.

۱) الف و ب ۲) پ و ت ۳) الف و ت ۴) ب و پ

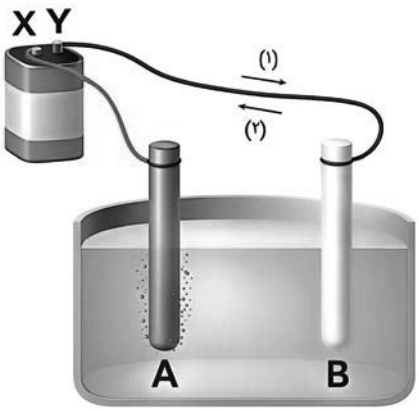
۹۵- برای روشن کردن یک لامپ کوچک نیاز است یک باتری با حداقل ولتاژ ۱/۵ ولت به آن متصل شود. اگر قصد داشته باشیم انرژی این لامپ کوچک را با یک سلول گالوانی تامین کنیم، کدام دو فلز مناسب ساخت این سلول هستند؟

$E^\circ(Cu^{2+} / Cu) = +0/34\,V$ $E^\circ(Ag^+ / Ag) = +0/8\,V$

$E^\circ(Fe^{2+} / Fe) = -0/44\,V$ $E^\circ(Zn^{2+} / Zn) = -0/76\,V$

۱) نقره، روی ۲) نقره، آهن ۳) مس، روی ۴) مس، آهن

۹۶- شکل زیر مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب است، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



۱) X و Y به ترتیب قطب منفی و مثبت باتری را نشان می‌دهند.

۲) در اطراف الکترودهای A و B به ترتیب نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش انجام می‌شود.

۳) مسیر (۱) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی را نشان می‌دهد.

۴) برای کاهش دمای ذوب NaCl، می‌توان از ترکیب یونی استفاده کرد که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن $\frac{1}{2}$ برابر همین نسبت در سدیم کلرید است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱) در سلول آبکاری نقره- مس برای آبکاری قاشق مسی، الکترولیت را محلولی از نمک نقره انتخاب می‌کنیم.

۲) لیتیم در میان فلزات کمترین چگالی و بیشترین E° را دارد و برای ساخت باتری‌های سبک‌تر مناسب است.

۳) نیم‌سلول استاندارد روی، شامل تیغهٔ روی در محلول یک مولار از یون آن در شرایط STP است.

۴) در سلول گالوانی آهن- مس قطعاً افزایش دما بر مقدار emf سلول بی‌تاثیر است.

۹۸- در شرایط یکسان، جرم برابر از MgF_2 و NaCl را در دو سلول الکترولیتی جداگانه به طور کامل برقکافت می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر در سلول الکترولیتی NaCl نسبت به سلول الکترولیتی MgF_2 بیشتر است؟

$(Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ , Cl = ۳۵/۵ , F = ۱۹ : g.mol^{-۱})$

- تعداد الکترون‌های مبادله شده
- جرم فلز تولید شده در کاتد
- حجم گاز تولیدی در آند
- تعداد مول فراورده‌های تولید شده

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟ $(Zn = ۶۵ , Fe = ۵۶ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) فلز آلومینیم همانند آهن می‌تواند اکسید شود، اما لایه‌های زیرین آن دچار خوردگی نمی‌شود.

۲) در صورت ایجاد خراش در سطح آهن سفید، از تبادل هر مول الکترون، ۴۹/۵ گرم هیدروکسید فلزی تولید می‌شود.

۳) با قرار گرفتن تیغه‌ای از جنس قلع در محلول نقره نیترات، دمای محلول افزایش یافته و یون Ag^+ نقش اکسنده دارد.

۴) نیم‌واکنش اکسایش برقکافت آلومینیم اکسید مذاب همانند نیم واکنش کاهش برقکافت سدیم کلرید مذاب، با تولید گاز همراه است.

۱۰۰- در آبکاری یک کلید ۵ گرمی مسی توسط نقره در شرایط مناسب، جرم کلید ۲۰ درصد افزایش یافته است. تعداد الکترون‌های مبادله شده در طی این فرایند به تقریب کدام است؟ $(Ag = ۱۰۸ g.mol^{-۱})$

۱) $۲/۸\times۱۰^{۲۱}$ ۲) $۵/۶\times۱۰^{۲۱}$ ۳) $۸/۴\times۱۰^{۲۱}$ ۴) $۱۱/۱\times۱۰^{۲۱}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۶ دی ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	دانیال آرکیش-علی آزاد-سعید تن‌آرا-روح‌اله حسنی-سینا خیرخواه-مریم زارعی-محمد زنگنه-احسان سیفی‌سلسله-الهام شیخ‌ممو حامد قاسمیان-رضا ماجدی-نیما مهندس-علی ناری‌ابیانه-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رسول حاجی‌زاده-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-مصطفی دیداری-سوگند روشنی علیرضا شریف‌خطیبی-نرگس کارگر-نیلوفر مهدوی-محمد ناری‌ابیانه
	فیزیک	مهران اسماعیلی-ریحانه آزادیان-علی برزگر-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمدرضا خادمی-رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش محمدمهدی فتوحی-مصطفی کیانی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-حسام نادری-محمدرضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-مجید جلیل‌ناغونی-محمدرضا جمشیدی-ندا حسین‌پورمقدم-امیرمسعود حسینی یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مبینا سیدحسینی-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی مجتبی محجوب-مهشید نیازی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا نداف‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات مهرشاد میرزامحمدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی امیررضا مرادی	فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	محمدرضا مهدوی	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی			مهدی صالحی امیرعباس محمدی عرفان ترابی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی ناری‌ابیانه)*

مراحل رسم تابع خواسته شده از تابع $y=1+f(2x+1)$ به شرح زیر است:

$$y=1+f(2x+1)\xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}}y=f(2x+1)$$

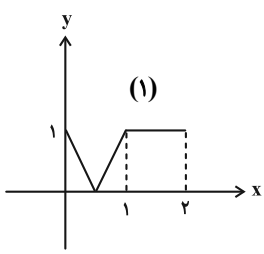
$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}y=-f(2x+1)\xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}}$$

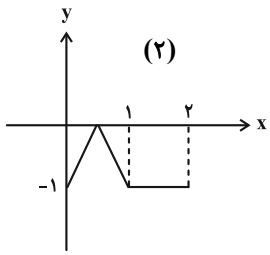
$$y=2-f(2x+1)\xrightarrow[x\to x+1]{\text{یک واحد به چپ}}$$

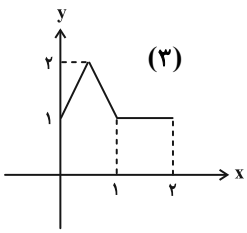
$$y=2-f(2x+3)\xrightarrow[x\to\frac{x}{2}]{\text{طول نقاط دو برابر}}y=2-f(x+3)$$

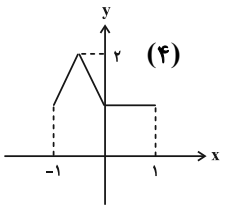
$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y ها}}y=2-f(3-x)$$

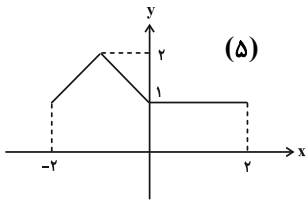
تمامی مراحل فوق در نمودارهای زیر اجرا شده است:

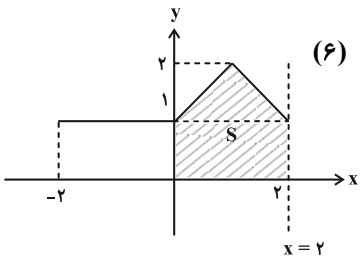












$$S=\frac{1\times2}{2}+2\times1=3$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(حامد قاسمیان)*

طبق فرض داریم: $D_{f(x-3)}=[0,3)\Rightarrow D_{f(x)}=[-3,0)$

برای تبدیل تابع $f(x)$ به $f(3x)$ کافی است طول نقاط دامنه را بر ۳ تقسیم کنیم، بنابراین دامنهٔ تابع $g(x)=4+f(3x)$ به صورت زیر می‌شود:

$$D_{g(x)}=[-\frac{3}{3},\frac{0}{3})=[-1,0)\Rightarrow a=-1\ ,\ b=0\Rightarrow b-a=1$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۱۰)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمد زنگنه)*

با توجه به نمودار، تابع x^3 نسبت به محور xها قرینه شده، دو واحد به راست و یک واحد به بالا منتقل شده است. یعنی می‌توان نوشت:

$$f(x)=-(x-2)^3+1=-x^3+6x^2-12x+9$$

که با مقایسه با $f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$a=6\ ,\ b=-12\ ,\ c=9$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم $g(x)=x^2+9x+4$ بر $6x+12$ عبارت است از:

$$6x+12=0\Rightarrow x=-2$$

$$\Rightarrow R=g(-2)=(-2)^2+9(-2)+4=-10$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۸ تا ۲۲)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(حامد قاسمیان)*

طبق فرض داریم: $P(1)=2\Rightarrow 2m+1=2\Rightarrow m=\frac{1}{2}$

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1\ ,\quad x+2=0\Rightarrow x=-2$$

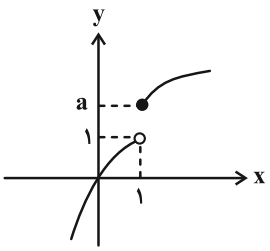
$$\Rightarrow R=f(-2)=2-1+1=2$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(مشابه نهایی- دی ۱۴۰۲)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(دانیال آرکیش)*

طبق فرض، هر دو ضابطه در دامنهٔ خود اکیداً صعودی هستند، لذا با توجه به نمودار تابع $y=2x-x^2$ به ازای $x<1$، کافی است عرض نقطهٔ توپُر از عرض نقطهٔ توخالی بزرگ‌تر یا مساوی باشد.



یعنی مقدار تابع $y=\sqrt{x-1}+a$ از مقدار تابع $y=2x-x^2$ به ازای $x=1$ بزرگ‌تر یا مساوی باشد:

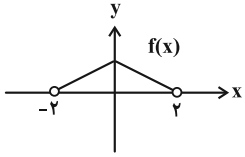
$$\sqrt{x-1}+a\geq 2x-x^2\xrightarrow{x=1}a\geq 1$$

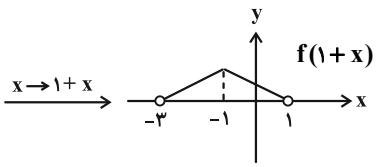
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

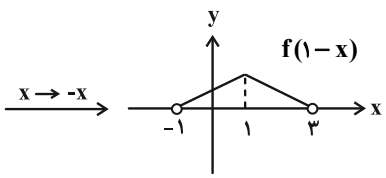
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

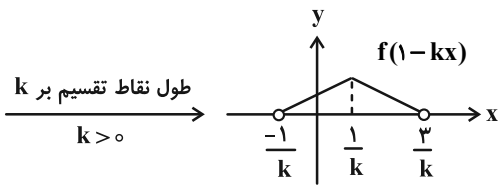
۶- **گزینهٔ «۳»** (غلامرضا نیازی)

از روی نمودار تابع $y=f(x)$، نمودار تابع $y=f(1-kx)$ را می‌یابیم:









تابع $y=f(1-kx)$ در بازهٔ $(\frac{1}{k},\frac{3}{k})$ مثبت و نزولی است، پس تابع $y=\frac{1}{f(1-kx)}$ در این بازه صعودی است و داریم:

$$\begin{cases}\frac{1}{k}=2\Rightarrow k=\frac{1}{2}\\ \frac{3}{k}=a\Rightarrow a=\frac{3}{\frac{1}{2}}=6\end{cases}\Rightarrow a+k=6/5$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷- **گزینهٔ «۴»** (دانیال آرکیش)

مقادیر مینیمم و ماکزیمم تابع فوق به صورت زیر می‌شود:

$$y_{min}=-|\frac{a}{3}|+2\quad,\quad y_{max}=|\frac{a}{3}|+2$$

طبق فرض داریم: $y_{max}=5y_{min}\Rightarrow|\frac{a}{3}|+2=5(-|\frac{a}{3}|+2)$

$$\Rightarrow 2|a|=8\Rightarrow|a|=4$$

دورهٔ تناوب اصلی تابع به صورت زیر می‌شود:

$$T=\frac{2\pi}{|\frac{\pi}{a}|}=2|a|\xrightarrow{|a|=4}T=8$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه مثال صفحهٔ ۲۷)

۸- **گزینهٔ «۴»** (غلامرضا نیازی)

ضابطهٔ تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y=(\sin^2(\frac{ax}{3}+\frac{\pi}{4})-\cos^2(\frac{ax}{3}+\frac{\pi}{4}))$$

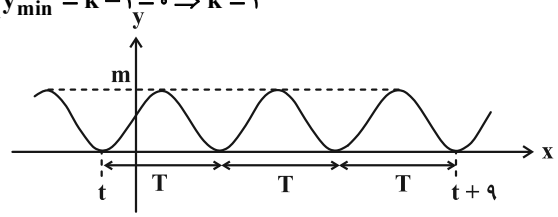
$$(\sin^2(\frac{ax}{3}+\frac{\pi}{4})+\cos^2(\frac{ax}{3}+\frac{\pi}{4}))+k$$

$$\Rightarrow y=-\cos\left(2(\frac{ax}{3}+\frac{\pi}{4})\right)+k$$

$$=k-\cos(\frac{2ax}{3}+\frac{\pi}{2})=k+\sin(\frac{2ax}{3})$$

با توجه به ضابطه و نمودار تابع داریم:

$$\begin{cases}y_{max}=1+k\\ y_{min}=k-1=0\Rightarrow k=1\end{cases}\Rightarrow y_{max}=2\Rightarrow m=2$$



$\Rightarrow 3T=(t+9)-t=9\Rightarrow T=3$ دورهٔ تناوب

از طرفی: $T=\frac{2\pi}{|\frac{2a}{3}|}=\frac{3\pi}{|a|}=3\Rightarrow|a|=\pi\Rightarrow\begin{cases}a=\pi\\ a=-\pi\end{cases}$ (غ‌ق‌ق)

$$\Rightarrow a.m=\pi\times2=2\pi$$

توجه: طبق ضابطهٔ تابع و نمودار آن، ضریب x در ورودی عبارت $\sin$ باید مثبت باشد، یعنی $\frac{2a}{3}>0$.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹- **گزینهٔ «۱»** (سینا خیرخواه)

با توجه به ضابطهٔ نمودار تابع داریم:

$$\max(f)=\frac{1}{3}\Rightarrow|a|=\frac{1}{3}\Rightarrow a=\pm\frac{1}{3}\xrightarrow[b>0]{\text{مختلف‌العلامت }a,b}a=-\frac{1}{3}$$

$$\begin{cases}f(2)=\frac{1}{3}\Rightarrow-\frac{1}{3}\sin(2b+c)=\frac{1}{3}\\ \Rightarrow\sin(2b+c)=-1\xrightarrow{0<c<\frac{\pi}{2}}2b+c=\frac{3\pi}{2}\quad(1)\\ f(\frac{5}{4})=0\Rightarrow-\frac{1}{3}\sin(\frac{5b}{4}+c)=0\\ \Rightarrow\sin(\frac{5b}{4}+c)=0\xrightarrow{0<c<\frac{\pi}{2}}\frac{5b}{4}+c=\pi\quad(2)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{3b}{4}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow b=\frac{2\pi}{3}\xrightarrow{(1)}c=\frac{3\pi}{2}-\frac{4\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow\frac{ab}{c}=\frac{-\frac{1}{3}\times\frac{2\pi}{3}}{\frac{\pi}{6}}=-\frac{4}{3}$$

توجه: با توجه به نمودار تابع سینوس و این‌که تابع f، انتقال یافتهٔ تابع سینوس به اندازهٔ c واحد به سمت چپ است، نتیجه بگیرید که $a.b<0$، یعنی a و b مختلف‌العلامت هستند.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(علی آزاد)*

نمودار تابع تانژانت داده شده، در بین هر دو مجانب قائم، نزولی است، پس $ab<0$، یعنی a و b مختلف‌العلامت هستند. از طرفی دورهٔ تناوب تابع برابر با 2π می‌باشد، پس داریم:

$$T=\frac{\pi}{|b|}=2\pi \xrightarrow{\text{فرض } b<0} b=-\frac{1}{2}$$

$$f(\frac{3\pi}{2})=2 \Rightarrow a\tan\left((-\frac{1}{2})(\frac{3\pi}{2})\right)=2$$

$$\Rightarrow a\tan(-\frac{3\pi}{4})=2 \Rightarrow -a\tan\frac{3\pi}{4}=2 \Rightarrow -a(-1)=2$$

$$\Rightarrow a=2 \Rightarrow |a-b|=|2+\frac{1}{2}|=2/5$$

توجه: به ازای $b>0$ هم به همین جواب می‌رسیدیم.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(رضا ماجدی)*

می‌دانیم:

$$\sin(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)$$

در نتیجه:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin^2 x-\cos^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin-\cos x=\sin^2 x-\cos^2 x$$

$$\Rightarrow (\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x-\cos x=0 \Rightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow[[0,2\pi]]{\text{در بازهٔ}} x\in\{\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\} \\ \text{یا} \\ \sin x+\cos x-1=0 \Rightarrow \sin x+\cos x=1 \\ \xrightarrow[[0,2\pi]]{\text{در بازهٔ}} x\in\{0,\frac{\pi}{2},2\pi\} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی در بازهٔ $[0,2\pi]$ برابر است با:

$$0+\frac{\pi}{2}+2\pi+\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}=4\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(الهام شیخ‌ممو)*

$$\cos 2x+7\cos x+6=0 \xrightarrow{\cos 2x=2\cos^2 x-1}$$

$$2\cos^2 x-1+7\cos x+6=0 \Rightarrow \underbrace{2\cos^2 x+7\cos x+5}_{(2\cos x+5)(\cos x+1)}=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x=-\frac{5}{2} & \times \\ \cos x=-1 \Rightarrow x=2k\pi+\pi \ , \ k\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ دو جواب π و $-\pi$ قابل قبول هستند.

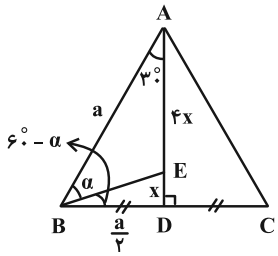
(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۴۴)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را a قرار دهیم، آنگاه داریم:

$$AD^2=AB^2-BD^2=a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4} \Rightarrow AD=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\xrightarrow[AE=4x]{DE=x} 5x=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x=\frac{a\sqrt{3}}{10}$$



از طرفی $\alpha+E\hat{B}D=60^\circ$، پس: $E\hat{B}D=60^\circ-\alpha$

در مثلث BED: $\tan(60^\circ-\alpha)=\tan E\hat{B}D$

$$=\frac{\frac{x}{\frac{a}{2}}}{\frac{a}{2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{10}}{\frac{a}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \frac{\tan 60^\circ-\tan\alpha}{1+\tan 60^\circ\tan\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\xrightarrow{\tan 60^\circ=\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}-\tan\alpha}{1+\sqrt{3}\tan\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}+3\tan\alpha=5\sqrt{3}-5\tan\alpha$$

$$\Rightarrow 8\tan\alpha=4\sqrt{3} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}=0/5\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تن‌آرا)*

با توجه به نمودار تابع f داریم:

$$\lim_{x\to 3^-}(fof)(x)=\lim_{x\to 3^-}f(f(x))$$

$$=f(\lim_{x\to 3^-}f(x))=f(1^+)=2^-$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{(f(x))^2-2}{(fof)(x)-2}=\frac{1-2}{2^--2}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(الهام شیخ‌ممو)*

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin x-2}{\tan x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin x-2}{\frac{\sin x}{\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cos x(\sin x-2)}{\sin x}=\frac{1\times(-2)}{0^-}=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ مشابه مثال صفحهٔ ۵۳)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{-f(x)}{(f(x)-۱)(f(x)-۴)}=\frac{-۴}{۳}\times\lim_{x\to ۲^+}\frac{۱}{f(x)-۴}$$

$$=-\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۴^+-۴}=-\infty$$

$$\lim_{x\to ۲^-}\frac{-f(x)}{(f(x)-۱)(f(x)-۴)}=\frac{-۱}{-۳}\times\lim_{x\to ۲^-}\frac{۱}{f(x)-۱}$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۱^--۱}=-\infty$$

پس در اطراف مجانب قائم خود، یعنی $x=۲$، نمودار تابع به صورت زیر می‌باشد.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(مریم زارعی)*

توجه: به ازای $a=۰$، حد تابع f وقتی $x\to+\infty$ برابر صفر می‌شود که طبق فرض قبول نیست.

داریم:
$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax^۲+x-۷}{۴x^۲-۴}=\frac{a}{۴}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow a=۶$$

بنابراین:
$$\lim_{x\to ۱}f(x)=\lim_{x\to ۱}\frac{۶x^۲+x-۷}{۴x^۲-۴}$$

$$=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(۶x+۷)}{۴(x-۱)(x+۱)}=\frac{۶(۱)+۷}{۴(۱+۱)}=\frac{۱۳}{۸}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۶۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(احسان سیفی‌سلسله)*

به ازای هر عدد طبیعی n، اعداد $۵n+۴$ و $۲n+۱۸$ بزرگ‌تر از ۳ هستند.

پس جملات مربوط به بزرگ‌ترین درجهٔ صورت و مخرج برابر $۲x^{۵n+۴}$ و $x^{۲n+۱۸}$ هستند. داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x^{۵n+۴}}{x^{۲n+۱۸}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}۲x^{(۵n+۴)-(۲n+۱۸)}=\lim_{x\to+\infty}۲x^{۳n-۱۴}$$

برای آن‌که حاصل این حد برابر صفر باشد، باید توان x منفی باشد.

$$۳n-۱۴<۰\Rightarrow n<\frac{۱۴}{۳}\Rightarrow n\le ۴$$

پس حاصل این حد به ازای ۴ عدد طبیعی $n=۱,۲,۳,۴$ برابر صفر است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(نیما مهندس)*

ابتدا معادلهٔ مجانب‌های افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x):\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۲-x^۲}{۳x^۲}=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow y=-\frac{۱}{۳}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۲-x^۲}{-x^۲}=۱\Rightarrow y=۱\end{cases}$$

برای به دست آوردن رفتار تابع f حوالی مجانب‌های افقی خود باید $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(-\frac{۱}{۳}))$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-۱)$ را به دست آوریم:

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(-\frac{۱}{۳}))=\lim_{x\to+\infty}(\frac{۲-x^۲}{۳x^۲}+\frac{۱}{۳})$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲}{۳x^۲}>۰$$

پس وقتی $x\to+\infty$، تابع f با مقادیر بیشتر از $-\frac{۱}{۳}$ به آن نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-۱)=\lim_{x\to-\infty}(\frac{۲-x^۲}{-x^۲}-۱)$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-۲}{x^۲}<۰$$

پس وقتی $x\to-\infty$، تابع f با مقادیر کمتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(سینا خیرخواه)*

اگر $a=۰$، خط $y=۰$ و اگر $a\neq۰$، خط $y=a$ مجانب افقی تابع f است. در نتیجه برای این‌که تابع فقط دو مجانب داشته باشد، بایستی دقیقاً یک مجانب قائم داشته باشد.

$$x^۲-۱=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\Rightarrow\text{صورت}:a-۱+۱=۰\Rightarrow a=۰\\ x=-۱\Rightarrow\text{صورت}:a+۱+۱=۰\Rightarrow a=-۲\end{cases}$$

حالت اول: اگر $a=۰$ باشد، در آن صورت:

$$f(x)=\frac{-x+۱}{x^۲-۱}=\frac{-(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{-۱}{x+۱}\quad,\quad(x\neq۱)$$

در این حالت $x=-۱$ مجانب قائم و $y=۰$ مجانب افقی بوده و محل تلاقی این دو مجانب، نقطهٔ $(۰\,,-۱)$ است که باید در معادلهٔ خط $y=x+b$ صدق کند:

$$۰=-۱+b\Rightarrow b=۱$$

حالت دوم: اگر $a=-۲$ باشد، در آن صورت:

$$f(x)=\frac{-۲x^۲-x+۱}{x^۲-۱}=\frac{(x+۱)(-۲x+۱)}{(x+۱)(x-۱)}=\frac{-۲x+۱}{x-۱}\quad,\quad(x\neq-۱)$$

$$(۱\,,-۲)\xrightarrow[y=x+b\text{ صدق می‌کند}]{\text{در معادله خط}}-۲=۱+b\Rightarrow b=-۳$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(اسحاق اسفندیار)*

روش اول: ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی می‌نویسیم:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$$

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}=-I$$

$$(B^{-1}AB)^2=(B^{-1}AB)(B^{-1}AB)=B^{-1}A(\underbrace{BB^{-1}}_{I})AB$$

$$=B^{-1}A^2B=B^{-1}(-I)B=-B^{-1}B=-I$$

$$(B^{-1}AB)^{20}=((B^{-1}AB)^2)^{10}=(-I)^{10}=I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر ۲ است.

روش دوم: برای ماتریس مربعی A و وارون‌پذیر B (که هم‌مرتبه هستند)

داریم: $(B^{-1}AB)^n=B^{-1}A^nB$

$$(B^{-1}AB)^{20}=B^{-1}A^{20}B=B^{-1}(-I)^{10}B$$

$$=B^{-1}(I)B=B^{-1}B=I$$

مجموع درایه‌های ماتریس فوق برابر است با ۲.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

چون A و B تعویض‌پذیر هستند پس $AB=BA$؛ از طرفی:

$$(A+B)^2=A^2+AB+BA+B^2=A^2+B^2+2AB$$

$$\Rightarrow AB=\frac{1}{2}((A+B)^2-(A^2+B^2))$$

همچنین داریم: $(A+B)^2=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & -4\\ 4 & -3\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow AB=\frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix}-3 & -4\\ 4 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-5 & 10\\ -10 & -5\end{bmatrix}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & -14\\ 14 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -7\\ 7 & 1\end{bmatrix}$$

ماتریس مورد نظر سوال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}B-2A\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 2 & -1\end{bmatrix}B$$

$$=A\left(\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}-2\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 2 & -1\end{bmatrix}\right)B$$

$$=A\left(\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 4 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & 2\\ 4 & -2\end{bmatrix}\right)B$$

$$=A\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}B=A(3I)B=3AB=3\begin{bmatrix}1 & -7\\ 7 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & -21\\ 21 & 3\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با: $3-21+21+3=6$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

داریم: $|A|=2\sin 83^\circ\cos 23^\circ-2\sin 23^\circ\cos 83^\circ$

$$=2(\sin 83^\circ\cos 23^\circ-\sin 23^\circ\cos 83^\circ)$$

$$=2\sin(83^\circ-23^\circ)=2\sin 60^\circ=2(\frac{\sqrt{3}}{2})=\sqrt{3}$$

پس $B=\begin{bmatrix}\sqrt{3}-m & \sqrt{3}\\ -\sqrt{3} & \sqrt{3}+m\end{bmatrix}$، بنابراین:

$$|B|=(\sqrt{3}-m)(\sqrt{3}+m)-(-\sqrt{3})(\sqrt{3})$$

$$=3-m^2+3=6-m^2$$

چون $|B|=-m$، پس: $6-m^2=-m\Rightarrow m^2-m-6=0$

$$\Rightarrow(m-3)(m+2)=0\Rightarrow\begin{cases}m=3\\ m=-2\end{cases}$$

بنابراین اختلاف مقادیر ممکن m برابر است با: $3-(-2)=5$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

دترمینان ماتریس $2A$ را می‌یابیم: $|2A|=|A||2A|-(-1)(1)$

$$\Rightarrow 4|A|=4|A|^2+1\Rightarrow 4|A|^2-4|A|+1=0$$

$$\Rightarrow(2|A|-1)^2=0\Rightarrow|A|=\frac{1}{2}$$

در نتیجه: $2A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow 4A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & 4\end{bmatrix}\Rightarrow 4A-I=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$

$$(4A-I)^{-1}=\frac{1}{0\times 3-(-2)(2)}\begin{bmatrix}3 & 2\\ -2 & 0\end{bmatrix}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}3 & 2\\ -2 & 0\end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر است:

$$\frac{1}{4}(3+2-2+0)=\frac{3}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۷ و ۲۸)

(مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۳۰)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ماتریس A را تشکیل می‌دهیم:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+I=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

دترمینان ماتریس $A+I$ را توسط روش ساروس به دست می‌آوریم:

$$|A+I|=\begin{vmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=(1+0+0)-(-1+1+0)=1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۹)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

بررسی گزینه‌ها:

در گزینهٔ «۱»، نقاط مشترک عمودمنصف AB و دایره‌ای به مرکز C می‌تواند تهی، یک نقطه یا دو نقطه باشد.

در گزینهٔ «۲»، نقاط مشترک عمودمنصف AB و دو خط موازی با d می‌تواند تهی، دو نقطه یا بی‌شمار نقطه باشد.

در گزینهٔ «۴»، نقاط مشترک خط بین d و d' (موازی و متساوی‌الفاصله با آن‌ها) با دایره به مرکز C می‌تواند تهی، یک نقطه یا دو نقطه باشد.

اما در گزینهٔ «۳»، نقاط مشترک عمودمنصف AB و نیمسازهای زوایای بین دو خط عمود بر هم، یک یا دو یا بی‌شمار نقطه است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(مشابه مثال صفحهٔ ۳۸)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

راه‌حل اول: دایره در نقطهٔ $B(-1,2)$ بر خط $y=-2x$ مماس است پس معادلهٔ قطر دایره که از نقطهٔ تماس می‌گذرد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y=-2x\Rightarrow m_1=-2\Rightarrow \text{شیب قطر دایره}: m_2=\frac{-1}{m_1}=\frac{1}{2}$$

$$\text{نقطهٔ تماس}: B(-1,2)\Rightarrow y-2=\frac{1}{2}(x-(-1))$$

$$\Rightarrow y-2=\frac{1}{2}(x+1)\Rightarrow 2y-x=5 \quad \text{(معادلهٔ قطر مورد نظر)}$$

بنابراین مرکز دایره به صورت $O(2\beta-5\ ,\ \beta)$ است و داریم:

$$OA=OB\Rightarrow\sqrt{(2\beta-5+2)^2+(\beta+1)^2}=\sqrt{(2\beta-5+1)^2+(\beta-2)^2}$$

$$\Rightarrow 4\beta^2-12\beta+9+\beta^2+2\beta+1$$

$$=4\beta^2-16\beta+16+\beta^2-4\beta+4\Rightarrow\beta=1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{مرکز دایره}: O(-3,1)\\ \text{شعاع دایره}: R=OA=\sqrt{5}\end{cases}$$

راه‌حل دوم: مرکز دایره از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله است، پس اگر عمودمنصف AB را با خط گذرنده از قطر تلاقی دهیم، مرکز دایره به دست می‌آید:

$$\begin{cases}A(-2,-1)\\ B(-1,2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\text{نقطهٔ وسط پاره‌خط } AB: M(-\frac{3}{2},\frac{1}{2})\\ \text{شیب پاره‌خط } AB: m_{AB}=\frac{2+1}{-1+2}=3\end{cases}$$

شیب عمودمنصف AB برابر $-\frac{1}{3}$ و معادلهٔ آن به صورت زیر می‌شود:

$$y-\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2})\Rightarrow y=-\frac{1}{3}x$$

در راه‌حل اول معادلهٔ یکی از قطرهای دایره را نیز به دست آوردیم. داریم:

$$\begin{cases}\text{معادلهٔ خط شامل قطر}: 2y-x=5\\ \text{معادلهٔ عمودمنصف } AB: y=-\frac{1}{3}x\end{cases}\Rightarrow O(-3\ ,\ 1)$$

$$\Rightarrow R=OA=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(عباس الهی)*

هر دو نقطهٔ $A(0,0)$ و $B(3,0)$ روی محیط دایرهٔ C قرار دارند. پس عمودمنصف پاره‌خط بین این دو نقطه از مرکز دایرهٔ C عبور خواهد کرد، در نتیجه مرکز دایرهٔ C به صورت $O(\frac{3+0}{2}\ ,\ \beta)=(\frac{3}{2}\ ,\ \beta)$ می‌باشد.

از طرفی مرکز و شعاع دایرهٔ C' به ترتیب برابر $O'(0,0)$ و $R'=4$ می‌باشند و دو دایره باید بر هم مماس درون باشند، پس:

$$OO'=|R-R'|\Rightarrow\sqrt{(\frac{3}{2}-0)^2+(\beta-0)^2}=|R-4|$$

$$\Rightarrow\frac{9}{4}+\beta^2=R^2-8R+16 \qquad (*)$$

با توجه به این‌که نقطه $A(0,0)$ روی محیط دایرهٔ C است پس فاصلهٔ آن از مرکز دایرهٔ C یعنی $O(\frac{3}{2},\beta)$ برابر R می‌باشد، یعنی داریم:

$$(\frac{3}{2}-0)^2+(\beta-0)^2=R^2\Rightarrow\frac{9}{4}+\beta^2=R^2$$

در نتیجه در رابطهٔ (*) خواهیم داشت:

$$R^2=R^2-8R+16\Rightarrow 8R=16\Rightarrow R=2$$

پس:

$$\frac{9}{4}+\beta^2=4\Rightarrow\beta^2=4-\frac{9}{4}=\frac{7}{4}\Rightarrow\beta=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد ناری‌ایانه)*

روش اول: شعاع دایرهٔ محیطی این مثلث، همان شعاع دایرهٔ گذرنده از سه رأس فوق است. داریم:

(معادلهٔ گستردهٔ دایره) $x^2+y^2+ax+by+c=0$

$$\begin{cases}(0,0): 0+c=0\Rightarrow c=0\\ (2,1): 4+1+2a+b=0\\ (1,-2): 1+4+a-2b=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a+b=-5\\ a-2b=-5\end{cases}$$

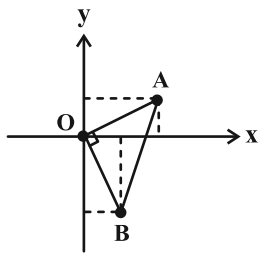
$$\Rightarrow a=-3\ ,\ b=1$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

در نتیجه معادلهٔ دایره به صورت زیر می‌شود: $x^۲+y^۲-۳x+y=۰$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره}: R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۳)^۲+۱^۲-۴\times ۰}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$$

روش دوم: نقاط را در دستگاه مختصات دوبعدی مشخص می‌کنیم:



مطابق شکل، مثلث OAB قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است. مرکز دایرهٔ محیطی این مثلث، نقطهٔ وسط وتر AB و شعاع این دایره برابر با نصف طول وتر است، پس:

$$R=\frac{۱}{۲}AB=\frac{۱}{۲}(OA\sqrt{۲})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\sqrt{۲^۲+۱^۲}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

(مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۴۶)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(نرگس کارگر)*

از تلاقی دو قطر دایره، مختصات مرکز دایره را پیدا می‌کنیم:

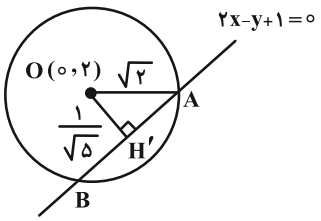
$$\begin{cases}x+y=۲\\ ۲x-y=-۲\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}۳x=۰\Rightarrow x=۰\Rightarrow y=۲$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دایره}: O(۰,۲)$$

نیمساز ربع دوم و چهارم، خط $x+y=۰$ است. با توجه به فرض، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط، برابر شعاع دایره است:

$$OH=\frac{|۰+۲|}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

مطابق شکل داریم:



$$OH'=\frac{|۰-۲+۱|}{\sqrt{۵}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\overset{\Delta}{OAH'}\xrightarrow{\text{فیثاغورس}}(\sqrt{۲})^۲=(\frac{۱}{\sqrt{۵}})^۲+AH'^۲$$

$$\Rightarrow AH'=\sqrt{۲-\frac{۱}{۵}}=\sqrt{\frac{۹}{۵}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$$

$$\Rightarrow AB=۲AH'=\frac{۶\sqrt{۵}}{۵}=۱/۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

عبارت $۵x^۲-xy+۲y-۴x=۱$ را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$y=\frac{۵x^۲-۴x-۱}{x-۲}$$

پس لازم است عبارت $۵x^۲-۴x-۱$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر باشد:

$$x-۲\,|\,۵x^۲-۴x-۱\Rightarrow x-۲\,|\,۵x^۲-۴x-۱-۵x(x-۲)-۶(x-۲)$$

$$\Rightarrow x-۲\,|\,۱۱\Rightarrow\begin{cases}x-۲=۱\Rightarrow x=۳\Rightarrow y=۳۲ & \text{غ ق ق}\\ x-۲=-۱\Rightarrow x=۱\Rightarrow y=۰ & \text{ق ق}\\ x-۲=۱۱\Rightarrow x=۱۳\Rightarrow y=۷۲ & \text{غ ق ق}\\ x-۲=-۱۱\Rightarrow x=-۹\Rightarrow y=-۴۰ & \text{ق ق}\end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

$$\begin{cases}a\,|\,۴k+۱\xrightarrow{\times ۵}a\,|\,۲۰k+۵\\ a\,|\,۵k+۳\xrightarrow{\times ۴}a\,|\,۲۰k+۱۲\end{cases}\xrightarrow{\text{تفاضل}}a\,|\,۷$$

$$\xrightarrow{a>۱}a=۷$$

عدد $۴k+۱$ فرد است، پس مربع آن به صورت $۸n+۱$ است. به ازای $a=۷$ فقط گزینهٔ «۲» درست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲، ۱۵، ۱۶)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(سوکند روشنی)*

طبق فرض داریم:

$$a=۱۱q+۷\xrightarrow{\times ۴\times ۳}۱۲a=۳۳(۴q)+۸۴$$

$$a=۳q'+۲\xrightarrow{\times ۱۱}۱۱a=۳۳q'+۲۲$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}}a=۳۳q''+۶۲$$

برای q'' دو حالت زوج و فرد وجود دارد:

$$\begin{cases}q''=۲t\Rightarrow a=۶۶t+۶۲\\ q''=۲t+۱\Rightarrow a=۶۶t+۹۵=۶۶(t+۱)+۲۹\end{cases}$$

پس برای عدد a یکی از دو حالت زیر وجود دارد:

$$a\in[۶۲]_{۶۶}\quad\text{یا}\quad a\in[۲۹]_{۶۶}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۸)

(مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

نکته:

$$a\overset{m}{\equiv}b\ ,\ a\overset{n}{\equiv}b\Rightarrow a\overset{[m,n]}{\equiv}b$$

طبق فرض داریم:

$$A=۲^{۴۰}+۳^{۴۰}+۴^{۴۰}+۵^{۴۰}+۶^{۴۰}$$

$$\overset{۳}{\equiv}(-۱)^{۴۰}+۰+۱^{۴۰}+(-۱)^{۴۰}+۰\overset{۳}{\equiv}۳$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$A = ۲^{۴۰} + ۳^{۴۰} + ۴^{۴۰} + ۵^{۴۰} + ۶^{۴۰}$$
$$\overset{۴}{\equiv} (۲^۲)^{۲۰} + (-۱)^{۴۰} + ۰ + ۱^{۴۰} + (۲^۲)^{۲۰}$$
$$\overset{۴}{\equiv} \underbrace{۴^{۲۰}}_{۴k} + ۱ + ۰ + ۱ + \underbrace{۴^{۲۰}}_{۴k} \overset{۴}{\equiv} ۲$$

در نتیجه داریم:
$$\begin{cases} A \overset{۳}{\equiv} ۳^۳ \overset{۳}{\equiv} ۶ \\ A \overset{۴}{\equiv} ۲^۴ \overset{۴}{\equiv} ۶ \end{cases} \Rightarrow A \overset{[۳,۴]}{\equiv} ۶$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

معادلهٔ خط را می‌توان به صورت مقابل نوشت: $۱۱y = ۵x + ۱۲۶$

$$\Rightarrow ۱۱y \overset{۵}{\equiv} ۱۲۶ \Rightarrow ۶y \overset{۵}{\equiv} ۱۲۶ \xrightarrow[(۶,۵)=۱]{\times ۶} y \overset{۵}{\equiv} ۲۱ \overset{۵}{\equiv} ۱$$
$$\Rightarrow y = ۵k + ۱$$

پس:
$$۵x = ۱۱(۵k+۱) - ۱۲۶ = ۵۵k - ۱۱۵$$
$$\xrightarrow{\div ۵} x = ۱۱k - ۲۳$$

در ناحیهٔ دوم مختصات باید $x < ۰$ و $y > ۰$ باشد، پس:

$$\begin{cases} ۱۱k - ۲۳ < ۰ \Rightarrow k < \frac{۲۳}{۱۱} \\ ۵k + ۱ > ۰ \Rightarrow k > -\frac{۱}{۵} \end{cases} \Rightarrow -\frac{۱}{۵} < k < \frac{۲۳}{۱۱}$$

عدد صحیح k می‌تواند ۰، ۱ یا ۲ باشد. بنابراین خط داده شده از ۳ نقطه با مختصات صحیح در ناحیهٔ دوم می‌گذرد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** (اسحاق اسفندیار)

دو عدد دارای رقم یکان یکسانی هستند، اگر و فقط اگر به پیمانهٔ ۱۰ هم‌نهشت باشند:
$$۵a - ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۴a + ۵ \Rightarrow ۵a - ۴a \overset{۱۰}{\equiv} ۵ + ۷ = ۱۲$$
$$a \overset{۱۰}{\equiv} ۱۲ \ , \ ۱۲ \overset{۱۰}{\equiv} ۲ \Rightarrow a \overset{۱۰}{\equiv} ۲$$

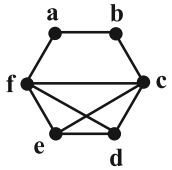
در نتیجه:
$$۸a + ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۸(۲) + ۷ = ۲۳ \overset{۱۰}{\equiv} ۳$$

رقم یکان عدد $۸a + ۷$ برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه تمرین ۱۰ صفحهٔ ۲۹)

۳۷- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

با توجه به اطلاعات داده شده، نمودار گراف G را به صورت زیر می‌توان رسم کرد:



تمام دورهای به طول ۳ در این گراف به صورت زیر است:

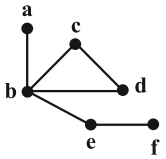
fcef , fcdf , fdef , edce

پس گراف G، ۴ دور به طول ۳ دارد.

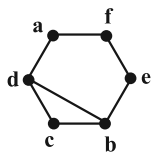
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** (رسول حاجی‌زاده)

اگر گراف‌های $G_۱$ و $G_۲$ و نیز گراف موجود در گزینهٔ «۴» را به صورت‌های زیر نام‌گذاری کنیم، آنگاه معلوم خواهد شد که گراف موجود در گزینهٔ «۴»، زیرگراف هر دو گراف $G_۱$ و $G_۲$ است:

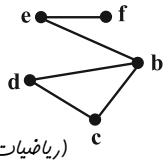


$(G_۱)$



$(G_۲)$

گزینهٔ «۴»:



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۷)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** (نیلوفر مهروی)

طبق فرض داریم: $\forall v_i \in V(G) : |N_G[v_i]| = ۷$

بنابراین همسایگی بستهٔ تمام رأس‌های گراف G دارای ۷ عضو است و این یعنی درجهٔ هر رأس در گراف G برابر ۶ است. داریم:
$$\sum \deg(v_i) = ۲q \Rightarrow ۸(۶) = ۲q \Rightarrow q = ۲۴$$

در گراف کامل $K_۸$ تعداد یال‌ها برابر است با:
$$q(K_۸) = \binom{۸}{۲} = \frac{۸ \times ۷}{۲} = ۲۸$$

باید به گراف G، $۲۸ - ۲۴ = ۴$ اضافه گردد تا به گرافی کامل از مرتبهٔ ۸ تبدیل شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

(مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۴۱)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی دیداری)

هر چه تعداد یال‌های خود گراف (و به بیان دیگر درجهٔ رئوس) بیشتر باشد، تعداد یال‌های گراف مکمل آن کمتر می‌شود. به ازای ۳ , ۸ , ... , ۸ (۱۱ تا)، بیشترین درجهٔ رئوس را در گراف داریم ولی از آنجا که تعداد رئوس فرد، عددی زوج است، دنبالهٔ درجهٔ رئوس به صورت زیر است:

$$\underbrace{۸ , ۸ , ... , ۸}_{\text{۱۰ تا}} , ۷ , ۳$$
$$\Rightarrow \text{مجموع درجات} = ۲q(G) \Rightarrow ۸۰ + ۷ + ۳ = ۲q(G)$$
$$\Rightarrow q(G) = ۴۵$$

می‌دانیم: $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۴۵ + q(\bar{G}) = \frac{۱۲ \times ۱۱}{۲}$

$$\Rightarrow q_{min}(\bar{G}) = ۶۶ - ۴۵ = ۲۱$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۴۱- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد خاجی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ خط مماس بر نمودار در لحظاتی افقی است و بنابراین متحرک در آن لحظه‌ها متوقف شده است.

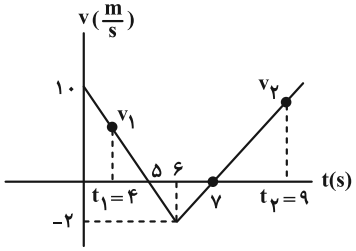
ب) نادرست؛ چون شیب خط واصل بین دو لحظهٔ t_1 تا t_2 با شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ t_3 برابر است، بنابراین سرعت متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 برابر با سرعت لحظه‌ای در لحظهٔ t_3 است ولی چون متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 تغییر جهت حرکت داشته است، تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط در این بازه یکسان نیست.

پ) درست؛ در هر کدام از بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_3، مسافتی که متحرک در جهت محور x طی می‌کند، از مسافتی که در خلاف جهت محور x طی می‌کند، بیشتر است و بنابراین در مجموع دو بازه یعنی صفر تا t_3، مجموع مسافت‌های طی شده در جهت محور x بیشتر از مجموع مسافت‌های طی شده در خلاف جهت محور x است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (محمود منصوری)

با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\begin{cases}\frac{v_1}{1}=\frac{10}{5}\Rightarrow v_1=2\frac{m}{s}\\ \frac{v_2}{2}=\frac{2}{1}\Rightarrow v_2=4\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{4-2}{9-4}=\frac{2}{5}=0/4\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

با توجه به اطلاعات مسئله، حرکت یکنواخت است. پس اگر طول مسیر را برابر L فرض کنیم، خواهیم داشت: $\Delta x = vt$

$$L=v_1\times 50\Rightarrow v_1=\frac{L}{50}$$

$$L=v_2\times 30\Rightarrow v_2=\frac{L}{30}$$

$$L=(v_2-v_1)\times\Delta t=(\frac{L}{30}-\frac{L}{50})\times\Delta t=(\frac{50L-30L}{1500})\times\Delta t$$

$$=\frac{20L}{1500}\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1500}{20}=75s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا جباری)

ابتدا به کمک معادلهٔ مکان- زمان متحرک، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیهٔ آن را تعیین می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\\ x=-t^2+6t-20\end{array}\right\}\xrightarrow{\frac{1}{2}a=-1}\begin{cases}a=-2\frac{m}{s^2}\\ v_0=6\frac{m}{s}\\ x_0=-20m\end{cases}$$

سپس معادلهٔ سرعت متحرک را می‌نویسیم:

$$v=at+v_0\Rightarrow v=-2t+6$$

از طرفی می‌دانیم در حرکت کندشونده، شتاب و سرعت متحرک غیرهم‌علامت هستند، یعنی: $av<0\xrightarrow{a<0}v>0\Rightarrow -2t+6>0$

$$\Rightarrow 6>2t\Rightarrow 3>t$$

بنابراین در بازهٔ زمانی ۰ تا ۳s، حرکت متحرک کندشونده است. مکان متحرک در لحظهٔ $t=3s$ را حساب می‌کنیم:

$$t=3\Rightarrow x=-(3)^2+6(3)-20=-9+18-20$$

$$\Rightarrow x=-11m$$

در این بازهٔ زمانی، متحرک فقط در جهت مثبت حرکت می‌کند در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط آن برابر هستند.

$$s_{av}=v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x-x_0}{t-t_0}=\frac{-11-(-20)}{3-0}=\frac{9}{3}=3\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** (رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)

نمودار $x-t$ حرکت با شتاب ثابت یک سهمی است نه یک خط راست؛ پس گزینهٔ «۴» قابل قبول نیست. سرعت اولیهٔ متحرک در خلاف جهت محور x است که به معنی منفی بودن سرعت اولیه است. در نمودار $x-t$ شیب خط مماس بر نمودار سرعت لحظه‌ای را نشان می‌دهد که این به معنی منفی بودن شیب نمودار در $t=0$ است که برای نمودارهای (۱) و (۳) این‌گونه است (رد گزینهٔ «۲»). از طرفی حرکت در ابتدا کندشونده بوده است، پس اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار باید کم شود، به عبارت دیگر باید نمودار $x-t$ به یک کمینه یا بیشینه نزدیک شود. این دو اتفاق فقط در نمودار گزینهٔ «۱» رخ می‌دهد. بنابراین گزینهٔ «۱» درست است.

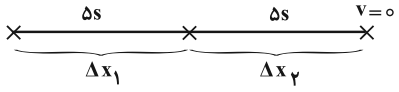
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(مشابه پرسش‌های ۸ و ۹ آخر فصل صفحهٔ ۲۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

کافی است معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه $(\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt)$ را یک بار برای ۵ ثانیهٔ دوم و یک بار برای کل مسیر بنویسیم.



۵ ثانیهٔ دوم حرکت:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow[t=5s]{v=0} \Delta x_2 = -\frac{1}{2}a\times 5^2 + 0\times 5$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{25}{2}a \qquad (1)$$

کل مسیر حرکت:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow[t=10s]{v=0} \Delta x_1 + \Delta x_2 = -\frac{1}{2}a\times 10^2 + 0\times 10$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = -50a \qquad (2)$$

با تقسیم کردن رابطهٔ (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = \frac{-\frac{25}{2}a}{-50a} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_1 = 3\Delta x_2 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا نصیری)*

در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل حرکتی با سرعت ثابت دارد.

$$\Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{54}{3/6}\times t_1 = 15t_1$$

متحرک در مدت زمان ترمز، حرکتی با شتاب ثابت دارد و خط ترمز برابر است با:

$$\Delta x_2 = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-15^2}{2\times -4/5} = \frac{225}{9} = 25\,m$$

برای توقف در ۲ متری مانع باید مجموع جابه‌جایی‌های متحرک در این دو مرحله برابر ۲۸ متر باشد:

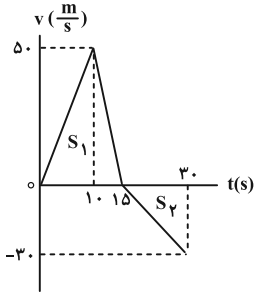
$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 28\,m$$

$$15t_1 + 25 = 28 \Rightarrow 15t_1 = 3 \Rightarrow t_1 = 0/2\,s = \frac{1}{5}\,s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد کاظم منشادی)*

با استفاده از سطح زیر نمودار شتاب- زمان که بیانگر تغییرات سرعت است، نمودار سرعت- زمان این متحرک را رسم می‌کنیم:



$$x_{15} = S_1 = \frac{50\times 15}{2} = 375\,m$$

$$x_{30} = S_1 - S_2 = 375 - \frac{15\times 30}{2} = 150\,m$$

بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ در لحظهٔ $t = 15s$ است که برابر $375m$ می‌باشد.

(فیزیک ۱- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

چون گلوله در شرایط خلأ و تحت تاثیر شتاب گرانشی زمین سقوط کرده است، این حرکت آرمانی، سقوط آزاد نامیده می‌شود.

۱) محاسبهٔ سرعت اولیه در مرحلهٔ دوم حرکت:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_{02}t_2 \Rightarrow -105 = -5\times 9 + 3v_{02}$$

$$\Rightarrow v_{02} = -20\,\frac{m}{s}$$

۲) محاسبهٔ مدت زمان مرحلهٔ اول حرکت:

$$v_{02} = -gt_1 + v_0 \xrightarrow{v_0=0} -20 = -10\times t \Rightarrow t_2 = 2s$$

۳) کل زمان حرکت برابر است با:

$$t_{کل} = t_1 + t_2 \Rightarrow t_{کل} = 2 + 3 = 5s$$

۴) محاسبهٔ ارتفاع کل حرکت:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt_{کل}^2 + v_0 t_{کل} \xrightarrow{v_0=0} \Delta y = -\frac{1}{2}\times 10\times (5)^2 = -125\,m$$

$$h = |\Delta y| = 125\,m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

(مشابه پرسش ۲۵ آخر فصل صفحهٔ ۲۸)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

شتاب حرکت $4\,\frac{m}{s^2}$ و در خلاف جهت محور x است، پس می‌توانیم بردار شتاب را به این صورت نشان دهیم: $\vec{a} = -4\vec{i}$. با داشتن شتاب، نیروی خالص وارد بر جسم را طبق قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آید:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 5\times(-4\vec{i}) = -20\vec{i}\,(N)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

نیروی ۲۰ نیوتونی $\vec{F}_1$ در جهت محور x و نیروی $10\sqrt{3}$ نیوتونی $\vec{F}_2$ در خلاف جهت محور y است یعنی:

$$\vec{F}_1 = 20\vec{i}\ (N) \quad ، \quad \vec{F}_2 = -10\sqrt{3}\vec{j}\ (N)$$

نیروی خالص $(\vec{F}_{net})$ و همچنین $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را داریم و $\vec{F}_3$ را به‌دست می‌آوریم:

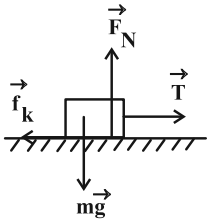
$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} = +20\vec{i} + (-10\sqrt{3}\vec{j}) + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = (-20\vec{i}) - (20\vec{i}) - (-10\sqrt{3}\vec{j}) = -40\vec{i} + 10\sqrt{3}\vec{j}\ (N)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۳۳)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را در مدت ۳s که نخ به جسم متصل است، به‌دست می‌آوریم:



$$T - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} 20 - 0/2\times 50 = 5\times a$$

$$\Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

سپس جابه‌جایی آن را در این مدت محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}\times 2\times 3^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 9m$$

در لحظه‌ای که نخ پاره می‌شود، سرعت جسم برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2\times 3 + 0 = 6\frac{m}{s}$$

پس از پاره شدن نخ، شتاب حرکت جسم را با توجه به قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:

$$0 - f_k = ma' \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma' \Rightarrow a' = -0/2\times 10 = -2\frac{m}{s^2}$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت-جابه‌جایی، جابه‌جایی جسم را در مرحلهٔ دوم به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0\ ,\ v_0=6\frac{m}{s}} 0 - 6^2 = 2(-2)\times \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 9m$$

جابه‌جایی جسم برابر با مجموع جابه‌جایی در دو مرحله است.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 18m$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشاری)*

$$\begin{cases} F_1 = k(\ell_1 - \ell_0) \Rightarrow 40 = k(63 - \ell_0) \\ F_2 = k(\ell_0 - \ell_2) \Rightarrow 50 = k(\ell_0 - 48) \end{cases} \xrightarrow{+} 90 = k(15) \Rightarrow k = 6\frac{N}{cm}$$

$$50 = 6(\ell_0 - 48) \Rightarrow \ell_0 = \frac{169}{3}cm$$

با توجه به این‌که $\ell_0 > 56$، فنر باید فشرده شود.

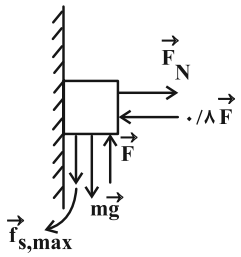
$$F = kx = 6(\frac{169}{3} - 56) = 6(\frac{1}{3}) = 2N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمهدی فتوحی)*

برای آن‌که جسم ساکن بماند، باید دو حالت نامطلوب یعنی یکی در آستانهٔ حرکت به سمت بالا (در اثر نیروی F) و دیگری در آستانهٔ حرکت به سمت پایین (در اثر وزن) را درنظر گرفت که در هر کدام از حالات به ترتیب نیروی اصطکاکی در سمت پایین و بالا داریم:

حالت (۱): جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا:



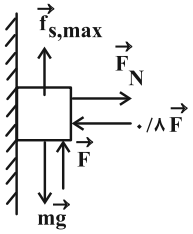
$$f_{s,max} = F_N \times 0/5 = 0/4F$$

$$mg + f_{s,max} = F \Rightarrow 70 + 0/4F = F \Rightarrow F = \frac{350}{3}N$$

پس اگر F بیشتر از $\frac{350}{3}$ نیوتون باشد، جسم به سمت بالا حرکت می‌کند

پس F کمتر از $\frac{350}{3}N$ است.

حالت (۲): جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین:



$$f_{s,max} = F_N \times 0/5 = 0/4F$$

$$\Rightarrow mg = F + f_{s,max} \Rightarrow 70 = F + 0/4F \Rightarrow F = 50N$$

پس اگر F از ۵۰N کمتر باشد، جسم در اثر نیروی وزن به سمت پایین حرکت می‌کند، پس F باید بزرگ‌تر از ۵۰N باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۲)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(کنکور ریاضی- تیر ۱۴۰۳)*

$$|F| = |\frac{\Delta p}{\Delta t}| = |\text{شیب خط نمودار } p-t| = \frac{18}{5}N$$

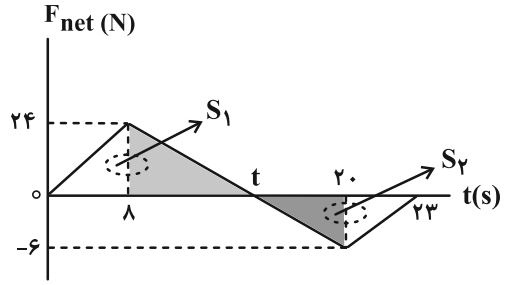
$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{\frac{18}{5}}{\frac{45}{100}} = 8\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (ابوالفضل نکومنشی نژاد)

برای حل سوال از تشابه دو مثلث استفاده می‌کنیم:



$$\frac{t-8}{20-t}=\frac{24}{6}=4\Rightarrow 80-4t=t-8\Rightarrow 5t=88\Rightarrow t=17/6s$$

$$F_{net}-t \text{ مساحت زیر نمودار } =\Delta p$$

$$S_1-S_2=p_{23s}-0\quad,\quad S_1=\frac{17/6\times 24}{2}=211/2$$

$$S_2=\frac{5/4\times 6}{2}=16/2$$

$$\Delta p=211/2-16/2=195\frac{kg.m}{s}=p_{t=23s}$$

$$k=\frac{p_{t=23s}^2}{2m}=\frac{195\times 195}{2(19/5)}=975J$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** (مصطفی کیانی)

ابتدا جرم گلوله را برحسب kg یافته و سپس با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{p^2}{2m}$، انرژی جنبشی گلوله را می‌یابیم:

$$m=40g=40\times 10^{-3}kg$$

$$K=\frac{p^2}{2m}\xrightarrow[m=40\times 10^{-3}kg]{p=0/16\frac{kg.m}{s}}K=\frac{(0/16)^2}{2\times 40\times 10^{-3}}=0/32J$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۴۷)

(مشابه سوال ۶ امتحان نهایی- دی ۱۴۰۲)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

شتاب گرانش از سطح زمین، با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد.

$$g=\frac{GM}{r^2}\Rightarrow\frac{g_2}{g_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2=(\frac{R_e+h_1}{R_e+h_2})^2$$

$$\xrightarrow[h_2=3R_e]{h_1=2R_e}\frac{g_2}{g_1}=(\frac{R_e+2R_e}{R_e+3R_e})^2=\frac{9}{16}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۵۶)

(مکمل پرسش ۲۲ آخر فصل صفحهٔ ۶۰)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در حرکت خودرو بر روی پیچ مسطح افقی (بدون لغزش)، نیروی اصطکاک ایستایی، نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند.

ب) درست؛ مطابق رابطهٔ $v=\frac{2\pi r}{T}$، با ثابت بودن T و افزایش r، v (تندی) افزایش می‌یابد.

پ) نادرست؛ در حرکت دایره‌ای یکنواخت، تندی ثابت است، اما جهت بردار سرعت متغیر است و در نتیجه نیروهای وارد بر جسم در این حرکت متوازن نیستند و حرکت شتابدار است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

(مشابه سوال ۴ امتحان نهایی- دی ۱۴۰۱)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** (کنکور دی ۱۴۰۱)

نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت ماهواره به دور زمین توسط نیروی گرانشی تأمین می‌گردد. داریم:

$$F_{net}=ma_c\Rightarrow G\frac{M_em}{r^2}=m\frac{4\pi^2r}{T^2}\Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2}{GM_e}r^3$$

$$\Rightarrow(\frac{T_A}{T_B})^2=(\frac{r_A}{r_B})^3\Rightarrow(\frac{\sqrt{2}}{4})^2=(\frac{r_A}{r_B})^3\Rightarrow\frac{r_A}{r_B}=\frac{1}{2}$$

از طرفی داریم:

$$F_{net}=ma_c\Rightarrow G\frac{M_em}{r^2}=ma_c\Rightarrow a_c=\frac{GM_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow\frac{a_{c,B}}{a_{c,A}}=(\frac{r_A}{r_B})^2=(\frac{1}{2})^2\Rightarrow\frac{a_{c,B}}{a_{c,A}}=\frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد خاجی)

در پیچ اول نیروی مرکزگرای وارد بر سورتمه برابر است با:

$$F_1=\frac{mv^2}{r_1}=\frac{48\times 33^2}{33}=1584N$$

در پیچ دوم نیروی مرکزگرا برابر است با:

$$F_2=\frac{mv^2}{r_2}=\frac{48\times 33^2}{24}=2178N$$

$$F_2-F_1=594N$$

یعنی نیروی مرکزگرای وارد بر سورتمه در پیچ دوم ۵۹۴ نیوتون بیشتر از پیچ اول است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۵۲)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

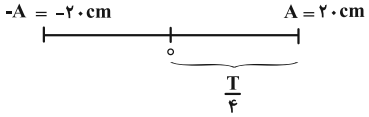
۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

بررسی موارد:

الف) درست $x = A\cos\omega t \xrightarrow[t=\frac{T}{8}]{\omega=\frac{2\pi}{T}} x = A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{8})$

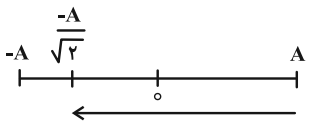
$\Rightarrow x = A\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{A}{\sqrt{2}}$

ب) درست؛ حداقل زمان رسیدن از A به صفر برابر $\frac{T}{4}$ و $T = 4s$ است، پس زمان رسیدن برابر $1s$ است.



پ) نادرست؛ در لحظهٔ $t = 0$ نوسانگر در $x = A$ است و باید ببینیم در $\frac{3T}{8}$ کجا است:

$x = A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{3T}{8}) \Rightarrow x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$



مسافت طی شده از A تا $-\frac{A}{\sqrt{2}}$:

$\ell = A + \frac{A}{\sqrt{2}} = A(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$

$\xrightarrow{\sqrt{2}\simeq 1/4} \ell \simeq 1/7\,A$

ت) نادرست؛ در بازهٔ زمانی $0 \le t \le \frac{T}{2}$ که نوسانگر تغییر جهت حرکت نداده است، تندی متوسط برابر با اندازهٔ سرعت متوسط است و در این بازه جهت سرعت و تکانه تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

چون در ابتدا متحرک را $10cm$ از وضع تعادل دور کرده‌ایم، دامنهٔ نوسان برابر $A = 10cm$ است. برای محاسبهٔ بسامد زاویه‌ای می‌توان نوشت:

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{250}{0/1}} = 50\frac{rad}{s}$

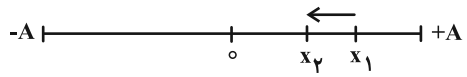
$v_{max} = A\omega = 0/1\times 50 = 5\frac{m}{s}$

$p_{max} = mv_{max} = 0/1\times 5 = 0/5\frac{kg.m}{s}$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا خارمی)*

وقتی گفته می‌شود بیشترین سرعت متوسط یعنی کوتاه‌ترین (زمان کمینه) مسیر در بازهٔ زمانی را در نظر بگیریم و نوسانگر باید از x_1 به x_2 برود.



$x_1 = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1) \Rightarrow \frac{3A}{2\sqrt{3}} = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1)$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{6} = \cos(\frac{2\pi}{T}t_1) \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$

$x_2 = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_2) \Rightarrow \frac{A}{2} = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_2)$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{3} = \cos(\frac{2\pi}{T}t_2) \Rightarrow t_2 = \frac{T}{6}$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} \quad , \quad |\Delta x| = \frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}A$

$\Rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{(\frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}})A}{\frac{T}{12}} = \frac{6(3-\sqrt{3})A}{\sqrt{3}T} = 6(\sqrt{3}-1)Af$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

برای محاسبهٔ تندی متوسط لازم است لحظات t_1 و t_2 را تعیین کنیم. برای این منظور ابتدا باید معادلهٔ مکان- زمان نوسانگر را به‌دست آوریم. با توجه به نمودار داریم:

$\frac{T}{2} = 0/2s \Rightarrow T = 0/4s$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=0/4s} \omega = \frac{2\pi}{0/4} = 5\pi\frac{rad}{s}$

$x = A\cos\omega t \xrightarrow[\omega=5\pi\frac{rad}{s}]{A=4cm} x = 4\cos 5\pi t$

با داشتن معادلهٔ مکان- زمان می‌توان لحظات t_1 و t_2 را تعیین کرد.

$x = 4\cos 5\pi t \xrightarrow{x=-2cm} -2 = 4\cos 5\pi t \Rightarrow \cos 5\pi t = -\frac{1}{2}$

$5\pi t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{15}s$

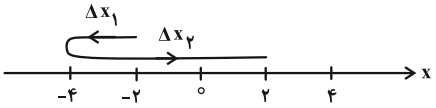
$x = 4\cos 5\pi t \xrightarrow{x=2cm} 2 = 4\cos 5\pi t \Rightarrow \cos 5\pi t = \frac{1}{2}$

$5\pi t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{3}s$

$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{1}{5}s$

با توجه به نمودار و مسیر حرکت متحرک می‌توان مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را تعیین کرد.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir



$$d=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=|-4-(-2)|+|2-(-4)|=8cm$$

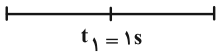
اکنون می‌توان تندی متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را تعیین کرد.

$$s_{av}=\frac{d}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=\frac{1}{5}s]{d=8cm} s_{av}=\frac{8}{\frac{1}{5}}=40\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** (محمود منصوری)

در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار تغییر جهت می‌دهد؛ پس اگر از مرکز نوسان شروع کنیم، در هر $\frac{T}{2}$، یک بار تغییر جهت می‌دهد. پس در اینجا که ۳ بار تغییر جهت داده است:



$$\Delta t=T+\frac{T}{2}=0/6\Rightarrow\frac{3T}{2}=0/6$$

$$\Rightarrow T=\frac{1/2}{3}=0/4s\Rightarrow f=2/5Hz$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** (ریحانه آزادیان)

با مراجعه به کتاب درسی می‌دانیم دورهٔ تناوب آونگ ساده به طول آونگ و شتاب گرانشی بستگی دارد.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

(مکمل مثال ۳- ۴ کتاب صفحهٔ ۶۷)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** (علی برزگر)

$$E=K_{max}=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow 40=\frac{1}{2}k(0/4)^2$$

$$\Rightarrow k=500\frac{N}{m}$$

$$E=U+K\Rightarrow 40=22/5+K\Rightarrow K=17/5J$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow 17/5=\frac{1}{2}\times\frac{5}{100}\times v^2$$

$$\Rightarrow v^2=700\Rightarrow v=10\sqrt{7}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** (محمدمهدی فتوحی)

طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌دانیم: $E=K+U$ و انرژی مکانیکی کل یک نوسانگر برابر با بیشینهٔ انرژی جنبشی آن است.

$$E=K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2$$

اکنون انرژی کل را محاسبه می‌کنیم:

$$E=\frac{1}{2}(0/1kg)(2\frac{m}{s})^2=0/2J\Rightarrow$$ انرژی کل سامانه

در مرحلهٔ بعد انرژی جنبشی (K) در لحظهٔ مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}(0/1kg)(1\frac{m}{s})^2=0/05J$$

در آخرین مرحله انرژی پتانسیل را محاسبه می‌کنیم:

$$U=E-K\Rightarrow U=0/2-0/05=0/15J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** (محمدکاظم منشادی)

$$E=K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$E=U+K=\frac{1}{5}K+K=\frac{6}{5}K=\frac{6}{5}(\frac{mv^2}{2})$$

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{6}{5}(\frac{mv^2}{2})\Rightarrow\frac{v^2}{v_{max}^2}=\frac{5}{6}\Rightarrow\frac{v}{v_{max}}=\sqrt{\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

برای این‌که در سامانهٔ B و C تشدید رخ دهد باید بسامد طبیعی آن‌ها با بسامد سامانهٔ A برابر شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\quad,\quad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_A=\omega_B\Rightarrow\sqrt{\frac{k_A}{m_A}}=\sqrt{\frac{k_B}{m_B}}$$

$$\Rightarrow k_B=\frac{m_B}{m_A}k_A=\frac{4/5}{3}k_A=\frac{3}{2}k_A$$

$$\omega_A=\omega_C\Rightarrow\sqrt{\frac{k_A}{m_A}}=\sqrt{\frac{k_C}{m_C}}$$

$$\Rightarrow k_C=\frac{m_C}{m_A}k_A=\frac{1/5}{3}k_A=\frac{1}{2}k_A$$

$$\Rightarrow\frac{k_C}{k_B}=\frac{\frac{1}{2}k_A}{\frac{3}{2}k_A}=\frac{1}{3}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی محبوب)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) در ساختار اتیلن گلیکول دو گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

۲) فرمول شیمیایی اوره $CO(NH_2)_2$ است ولی در هگزان حل نمی‌شود.

۳) فرمول شیمیایی روغن زیتون $C_{57}H_{104}O_6$ است که شمار اتم‌های هیدروژن در آن کمتر از دو برابر اتم‌های کربن است.

۴) فرمول شیمیایی وازلین $C_{25}H_{52}$ است که در آن شمار اتم‌های هیدروژن (a) بیش از دو برابر شمار اتم‌های کربن (b) است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۴)

(برگرفته از خود را بیازمایید)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

طبق متن کتاب درسی به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند اسید تک پروتون‌دار می‌گویند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) شربت معده یک سوسپانسیون و رنگ پوششی یک کلوئید محسوب می‌شود. هر دو ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کنند.

۳) در دمای ثابت از بین دو اسید با غلظت یکسان، اسیدی قوی‌تر است که غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر است. به بیانی دیگر در شرایط یکسان بیشتر یونش یافته و K_a بزرگ‌تری نیز دارد.

۴) به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند. (نه یون‌های مثبت و منفی سازنده‌اش)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۷، ۱۸، ۲۲ و ۲۳)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

این یک واکنش گرماده است و در آن گاز هیدروژن تولید می‌شود. معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2NaOH(s)+2Al(s)+6H_2O(l)\rightarrow 2NaAl(OH)_4(aq)+3H_2(g)$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۳)

(برگرفته از با هم بیندیشیم)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

فرمول عمومی صابون مایع دارای کاتیون فلزی به صورت عمومی $RCOOK$ می‌باشد. برای تعیین فرمول R (گروه آلکیل) از جرم مولی این صابون استفاده می‌شود:

$$\text{جرم مولی } C_nH_{2n+1}COOK = 12n+2n+1+12+16+16+39=350$$

$$\Rightarrow 14n=266 \Rightarrow n=19$$

به این ترتیب فرمول شیمیایی این صابون $C_{19}H_{39}COOK$ بوده و دارای ۳۹ اتم هیدروژن است. فرمول عمومی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی دارای سدیم به صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است که اگر طبق اطلاعات مسئله دارای ۳۹ اتم H باشد، ۴ اتم آن به C_6H_4 تعلق دارد و گروه R نیز دارای ۳۵ اتم H خواهد بود. بنابراین R (بخش هیدروکربنی سیرشده) دارای فرمول شیمیایی $C_{17}H_{35}$ بوده و فرمول شیمیایی این پاک‌کننده غیرصابونی به صورت $C_{23}H_{39}SO_3Na$ خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

همهٔ موارد درست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: زیرا افزایش دما (تا نقطهٔ بهینه که موجب آسیب به پارچه و ساختار آنزیم نشود)، فعالیت آنزیم‌ها را برای از بین بردن لکه‌ها افزایش می‌دهد. فعالیت آنزیمی در دمای پایین‌تر به دلیل کاهش تحرک مولکولی کندتر است. فعالیت سریع‌تر در دمای $40^\circ C$، منجر به تجزیهٔ موثرتر لکه و در نتیجه قدرت پاک‌کنندگی بیشتر می‌شود.

مورد دوم: پاک‌کنندگی را می‌توان به صورت درصد لکهٔ حذف شده تعریف کرد و محاسبهٔ آن از طریق تفریق درصد لکهٔ باقی‌مانده از ۱۰۰٪ انجام می‌گیرد. بنابراین ۵٪ باقی مانده به معنای حذف ۹۵٪ از لکه است.

مورد سوم: قدرت پاک‌کنندگی به توانایی محلول در حذف لکه اشاره دارد که معادل با کاهش مقدار لکه است. اگر قدرت پاک‌کنندگی افزایش یابد، به‌طور مستقیم یعنی لکهٔ چربی کمتری پس از شستشو بر روی پارچه باقی مانده است.

مورد چهارم: اثر پاک‌کنندگی صابون آنزیم‌دار روی پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استر است و در نتیجه درصد لکهٔ باقی‌ماندهٔ کمتری نسبت به پارچه‌های پلی‌استری روی آن‌ها باقی می‌ماند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(برگرفته از خود را بیازمایید)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

مطابق با معادلهٔ واکنش، هر مول یون $X^{2+}(aq)$ (یون منیزیم و یون کلسیم) با دو مول صابون وارد واکنش می‌شود و رسوب تشکیل می‌دهد. بنابراین ابتدا مجموع شمار مول یون‌های $X^{2+}(aq)$ را حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,Mg^{2+}=1/5\,L\times\frac{12\times10^{-3}\,g\,Mg^{2+}}{1\,L}\times\frac{1\,mol\,Mg^{2+}}{24\,g\,Mg^{2+}}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$= ۷/۵\times۱۰^{-۴}\,mol\,Mg^{۲+}$

$$?\,mol\,Ca^{۲+} = ۱/۵\,L\times\frac{۲۴\times۱۰^{-۳}\,g\,Ca^{۲+}}{۱\,L}\times\frac{۱\,mol\,Ca^{۲+}}{۴۰\,g\,Ca^{۲+}}$$

$= ۹\times۱۰^{-۴}\,mol\,Ca^{۲+}$

$?\,mol\,X^{۲+} = ۷/۵\times۱۰^{-۴}\,molMg^{۲+} + ۹\times۱۰^{-۴}\,mol\,Ca^{۲+}$

$= ۱۶/۵\times۱۰^{-۴}\,mol\,X^{۲+}$

$$۱۶/۵\times۱۰^{-۴}\,mol\,X^{۲+}\times\frac{۲\,mol\,C_{۱۷}H_{۳۳}COO^{-}}{۱\,mol\,X^{۲+}}$$

$= ۳/۳\times۱۰^{-۳}\,mol$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(احسان روستایی)*

با توجه به مقدار نشان داده شده قبل از یونش، هر خط بیانگر ۰/۱۵ است و می‌توان غلظت مولی HA، H^+ و A^- را بعد از یونش به دست آورد.

$[HA]_{\text{بعد از یونش}} = ۰/۷۵ - ۰/۱۵ = ۰/۶\,mol.L^{-۱}$

$[H^+] = [A^-] = ۰/۱۵\,mol.L^{-۱}$

حال می‌توان درجهٔ یونش و ثابت یونش (K_a) را به دست آورد.

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} = \frac{۰/۱۵}{۰/۷۵} = ۰/۲$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{(۰/۱۵)(۰/۱۵)}{۰/۶} = ۰/۰۳۷۵$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

عبارت صورت سوال نادرست است، زیرا محلول آبی شکر یک محلول غیرالکترولیت است و یون آزاد تولید نمی‌کند که بتواند رسانای یونی باشد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) طبق متن کتاب درسی سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی یکی از روش‌هایی است که می‌توان برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم به کار برد.

۲) محلول آبی سدیم کلرید حاوی یون‌های Na^+ و Cl^- است که در سرتاسر آن پراکنده‌اند. هرگاه این محلول در مدار الکتریکی قرار گیرد، جریان برق در مدار برقرار می‌شود، زیرا یون‌ها به سمت قطب‌های ناهمنام حرکت می‌کنند.

۳) اگرچه اسید ضعیف درجهٔ یونش کمتری دارد، اما اگر غلظت اولیهٔ اسید ضعیف بسیار بیشتر از غلظت اولیهٔ اسید قوی رقیق باشد، ممکن است غلظت نهایی یون هیدرونیوم آن بیشتر شود.

۴) فرایند یونش مربوط به ترکیبات مولکولی مانند اسیدها یا بازهای ضعیف است که در آب، مولکول آن‌ها شکسته شده و به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود (مانند فورمیک اسید). در مقابل، تفکیک یونی مربوط به ترکیباتی است که از قبل به صورت یون‌ها در شبکهٔ بلوری وجود دارند (مانند نمک خوراکی) و فقط در آب از یکدیگر جدا شده و توسط حلال آب‌پوشی می‌شوند. با این حال، در نهایت هر دو منجر به ایجاد محلول الکترولیت می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمسعود حسینی)*

براساس مدل آرنیوس می توان اسید یا باز بودن یک ماده را تشخیص داد اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهارنظر کرد. اما با توجه به این‌که انحلال اکسید نافلزی $N_۲O_۵$ در آب، غلظت H^+ و انحلال اکسید فلزی BaO در آب، غلظت OH^- را افزایش می‌دهد، می‌توان گفت غلظت یون هیدرونیوم در محلول $N_۲O_۵$ قطعاً بیشتر از محلول BaO است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهد شیمی‌دان‌ها ز گذشته افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند و آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

۳) $NaOH$ و $NH_۳$ هر دو باز هستند و طبق توضیحات فوق، براساس مدل آرنیوس نمی‌توان دربارهٔ میزان بازی بودن محلول آن‌ها اظهارنظر کرد.

۴) HCl یک اسید آرنیوس است که سبب افزایش (و نه پیدایش برای اولین بار) یون هیدرونیوم در آب می‌شود. (آب خالص حاوی مقادیر بسیار کمی از یون هیدرونیوم است.)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

ورود اسیدهای قوی (مانند $H_۲SO_۴$) به آب رودخانه، به دلیل فرایند یونش کامل آن‌ها در محیط‌های آبی، منجر به افزایش چشمگیر در شمار یون‌های آزاد در واحد حجم می‌شود. اسیدها یون‌های هیدرونیوم را آزاد می‌کنند که دارای بار الکتریکی هستند. افزایش شدید غلظت یون‌ها، رسانایی الکتریکی آب رودخانه‌ها را افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(هری بهاری‌پور)*

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq) \quad , \quad K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

غلظت A^- با غلظت H^+ با هم برابر است.

$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{[H^+]}{K_a} = 5 \Rightarrow \frac{\alpha M}{\frac{\alpha^2 M}{1-\alpha}} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} = 5 \Rightarrow 5\alpha = 1-\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{6}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{(0/05)(\frac{1}{6})^2}{1-\frac{1}{6}} \simeq 0/0017$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

بررسی موارد:

الف) سرعت واکنش‌های اسید و فلز توسط غلظت گونه‌های واکنش‌دهنده یعنی یون هیدرونیوم تعیین می‌شود. از آنجایی که اسید قوی تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابد، پس غلظت یون هیدرونیوم در ابتدای واکنش برابر با غلظت اولیهٔ اسید است.

ب) با تغییر غلظت اولیه یک اسید ضعیف درجهٔ یونش آن می‌تواند تغییر کند ولی طبق کتاب درسی ثابت یونش اسید فقط تابع دما است.

پ) ثابت یونش (K_a) تنها با دما تغییر می‌کند و با تغییر غلظت (رقیق‌سازی یا تغلیظ) تغییر نمی‌کند. (رقیق‌سازی باعث می‌شود که تعادل به سمت یونش بیشتر جابه‌جا شود، اما مقدار عددی ثابت یونش بدون تغییر باقی می‌ماند.)

ت) رسانایی الکتریکی محلول به مجموع غلظت کل یون‌های متحرک بستگی دارد. برای مثال اسید قوی با غلظت اولیه کم (غلظت کم یون‌های هیدرونیوم و آنیون حاصل از یونش اسید) ممکن است رسانایی الکتریکی یکسانی با اسید ضعیفی داشته باشد که درصد یونش بسیار پایینی دارد اما غلظت اولیهٔ آن بالاتر بوده است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۸۳- **گزینهٔ «۴»** *(احسان روستایی)*

درجهٔ یونش دو اسید را محاسبه می‌کنیم که نشان می‌دهد اسید HX دارای درجهٔ یونش بیشتر است و به علت این‌که غلظت آن‌ها یکسان است پس در نتیجه HX اسید قوی‌تری است.

$$\alpha_{HX} = \frac{4}{10} = 0/4$$

$$\alpha_{HY} = \frac{2}{8} = 0/25$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) HX دارای درجهٔ یونش بیشتر و اسید قوی‌تری است.

۲) هر دو اسید ضعیف بوده و یونش آن‌ها به صورت تعادلی است.

۳) هیدروفلوئوریک اسید، اسید ضعیفی است و یونش آن در آب کامل نیست ولی هیدرویدیک اسید یک اسید قوی است و در آب تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابد.

۴) HY اسید ضعیفی بوده و ثابت یونش آن از نیتریک اسید که یک اسید قوی است، کمتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۹)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(ندا حسین‌پورمقدم)*

$$pH = 1/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{0/7} = 5 \times 10^{-2}$$

$$[H^+] = \alpha M \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = 0/3M$$

$$\Rightarrow M = \frac{5 \times 10^{-2}}{0/3} \simeq \frac{1}{6} mol.L^{-1}$$

α : درجهٔ یونش M : غلظت اولیهٔ اسید

$$M = \frac{n\,mol}{V(L)} \Rightarrow n = M \times V \Rightarrow \frac{1}{6} \times 0/5 = \frac{1}{12} mol$$

M : غلظت مولار n : تعداد مول V : حجم

$$n_{HCOOH} = \frac{m(g)}{M_{HCOOH}(g.mol^{-1})} \Rightarrow m = n \times M$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} \times 46 \simeq 3/83 g$$

n : تعداد مول m : جرم M : جرم مولی

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۲۸)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در محلول تولید شده دو واکنش زیر انجام می‌گیرند:

$$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$$

$$HI + NaOH \rightarrow NaI + H_2O$$

ابتدا لازم است غلظت محلول HI را براساس pH داده شده محاسبه کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/5} = 10^{-2+0/5} = 10^{-2} \times 10^{0/5}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{\log 3} = 3 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

HI غلظت اولیهٔ : $[H^+] = 3 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

حال می‌توان تعداد مول هر دو اسید موجود در محلول را به دست آورد:

$$\left.\begin{array}{l} \text{مول اولیه } HCl = 0/08L \times 0/01 mol.L^{-1} \\ = 8 \times 10^{-4} mol\,HCl \\ \text{مول اولیه } HI = 0/07L \times 3 \times 10^{-2} mol.L^{-1} \\ = 21 \times 10^{-4} mol\,HI \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مول اسید موجود در محلول} = 29 \times 10^{-4} mol$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

از طرفی مقدار مول باز موجود در محلول نیز برابر است با:

$$\text{مول اولیه } NaOH = ۰/۱L \times ۹ \times ۱۰^{-۳}\, mol.L^{-۱}$$

$$= ۹ \times ۱۰^{-۴}\, mol\, NaOH$$

از آنجا که مجموع مول اسیدهای اولیه بیشتر از مجموع مول باز اضافه شده است، مقدار مول اسید باقی‌مانده (خنثی نشده) برابر است با:

$$۲۹ \times ۱۰^{-۴}\, mol - ۹ \times ۱۰^{-۴}\, mol = ۲۰ \times ۱۰^{-۴}\, mol$$

به این ترتیب محلول نهایی اسیدی بوده و غلظت یون H^+ موجود در آن برابر است با:

$$[H^+] = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۴}\, mol}{(۰/۰۸ + ۰/۰۷ + ۰/۱)L} = ۸ \times ۱۰^{-۳}\, mol.L^{-۱}$$

در نتیجه pH محلول نهایی برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۸ \times ۱۰^{-۳}) = -\log(۲^۳ \times ۱۰^{-۳})$$

$$= ۳ - ۳\log ۲ = ۳ - ۳(۰/۳) = ۲/۱$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) به عنوان مثال در واکنش زیر که نوعی واکنش اکسایش- کاهش است، گونهٔ فلزی شرکت نمی‌کند.

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(g)$$

۲) این گزینه لزوماً درست نیست، به عنوان نمونه در واکنش زیر، عدد اکسایش هیچ کدام از عناصر تغییری نکرده است پس از نوع اکسایش- کاهش نیست.

$$NaCl(aq) + AgNO_۳(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_۳(aq)$$

۳) مطابق با متن کتاب درسی درست است.

۴) در واکنش فلز منیزیم با گاز اکسیژن، نیم‌واکنش‌های انجام شده به شکل زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $۲Mg(s) \rightarrow ۲Mg^{۲+}(s) + ۴e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $O_۲(g) + ۴e^- \rightarrow ۲O^{۲-}(s)$

واکنش کلی: $۲Mg(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲MgO(s)$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

گزینهٔ «۱»: اکسایش- کاهش نیست.

$$\underset{+۶}{\underline{S}O_۳} \rightarrow H_۲\underset{+۶}{\underline{S}}O_۴$$

صفر

گزینهٔ «۲»: اکسایش- کاهش نیست.

$$\underset{+۵}{\underline{N}_۲O_۵} \rightarrow H\underset{+۵}{\underline{N}}O_۳$$

صفر

گزینهٔ «۳»: تعداد الکترون مبادله شده: $۶e^-$

$$\underset{+۳}{\underline{Fe}_۲O_۳} \rightarrow ۲\underset{۰}{\underline{Fe}}$$

$۳ \times ۲ = ۶$

گزینهٔ «۴»: تعداد الکترون مبادله شده: $۱e^-$

$$\underset{+۷}{\underline{Mn}O_۴^-} \rightarrow \underset{+۶}{\underline{Mn}}O_۴^{۲-}$$

$۱\downarrow$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(مینا سیدحسینی)*

عدد اکسایش کروم از ۶+ به ۳+ و عدد اکسایش نیتروژن از ۳+ به ۵+ تغییر کرده؛ بنابراین گونهٔ $Cr_۲O_۷^{۲-}$ کاهش و گونهٔ $NO_۲^-$ اکسایش یافته است.

نیم‌واکنش کاهش خام: $Cr_۲O_۷^{۲-} \rightarrow Cr^{۳+}$

ابتدا تغییرات عدد اکسایش گونه‌های اکسنده و کاهنده را نوشته و الکترون‌های مبادله شدهٔ آن‌ها را موازنه می‌کنیم، حواسمان به موازنهٔ کروم باشد:

$$\overset{+۶}{Cr_۲O_۷^{۲-}} + \overset{+۳}{NO_۲^-} + H^+ \rightarrow \overset{+۳}{۲Cr^{۳+}} + \overset{+۵}{NO_۳^-} + H_۲O$$

۲ واحد افزایش (اکسایش)

واحد کاهش $۲ \times ۳ = ۶$

پس ضریب ۳ را به $NO_۲^-$ و $NO_۳^-$ می‌دهیم تا تعداد الکترون‌های مبادله شدهٔ آن‌ها موازنه شود.

$$Cr_۲O_۷^{۲-} + ۳NO_۲^- + H^+ \rightarrow ۲Cr^{۳+} + ۳NO_۳^- + H_۲O$$

حال تعداد O و H را به روش وارسی موازنه کرده و به واکنش زیر دست می‌یابیم:

$$Cr_۲O_۷^{۲-} + ۳NO_۲^- + ۸H^+ \rightarrow ۲Cr^{۳+} + ۳NO_۳^- + ۴H_۲O$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ضرایب} = ۲۱$$

در این واکنش نیتریت $(NO_۲^-)$ به نیترات $(NO_۳^-)$ اکسید شده یعنی $NO_۲^-$ گونهٔ کاهنده است. طبق واکنش موازنه شده در این واکنش به ازای مصرف ۳ مول $NO_۲^-$، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

$$۳NO_۲^- \sim ۶e^-$$

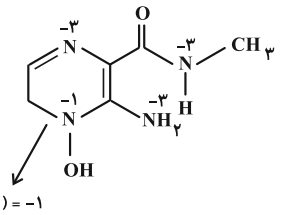
$$۴/۲ mol\, e^- \times \frac{۳ mol\, NO_۲^-}{۶ mol\, e^-} = ۲/۱ mol\, NO_۲^-$$

به ازای مبادلهٔ ۴/۲ مول الکترون، ۲/۱ مول $NO_۲^-$ (گونهٔ کاهنده) مصرف می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲، ۵۲، ۵۳، ۶۴ و ۶۵)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(احسان روستایی)*



نکته: عدد اکسایش اتم‌های نیتروژنی که فقط به C و H متصل باشد، ۳- است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(ندا حسین‌پورمقدم)*

برای موازنهٔ واکنش ابتدا عدد اکسایش اتم‌های گوگرد را حساب می‌کنیم.

$$S(s)+NaOH(aq)\rightarrow Na_2S(aq)+Na_2S_2O_3(aq)+H_2O(l)$$

$$0 \xrightarrow{\text{۲ درجه کاهش}} -2 \qquad 0 \xrightarrow{\text{۲ درجه اکسایش}} +2$$

با توجه به این‌که عنصر گوگرد در سمت چپ معادله دارای عدد اکسایش صفر است در سمت راست معادله دارای ۲ نوع عدد اکسایش است. بنابراین می‌توان گفت که عنصر گوگرد هم اکسایش یافته و هم کاهش. در چنین شرایطی تغییرات عدد اکسایش گونه‌های اکسنده و کاهنده را در سمت راست (نه در سمت چپ) معادله تبادل می‌کنیم و در ادامه به کمک ضرایب $Na_2S_2O_3$ و Na_2S سایر گونه‌ها را موازنه می‌کنیم.

$$4S(s)+6NaOH(aq)\rightarrow 2Na_2S(aq)+Na_2S_2O_3(aq)+3H_2O(l)$$

$$\text{تعداد مول NaOH شرکت کرده در واکنش} = 2g\ S\times\frac{1mol\ S}{32g\ S}\times\frac{6mol\ NaOH}{4mol\ S}\simeq 0/093mol$$

$$pH=11/6\Rightarrow [H^+]=10^{-11/6}=10^{-0/6}\times 10^{-11}$$

$$=\frac{1}{4}\times 10^{-11}=2/5\times 10^{-12}mol.L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14}\Rightarrow [OH^-]=\frac{10^{-14}}{2/5\times 10^{-12}}$$

$$=4\times 10^{-3}mol.L^{-1}$$

حال تعداد مول NaOH باقی‌مانده در محلول را حساب می‌کنیم:

$$[OH^-]=\frac{n_{OH^-}}{V(L)}\Rightarrow n_{OH^-}=4\times 10^{-3}\times 3=0/012mol$$

M: غلظت مولار n: تعداد مول

$$\text{تعداد مول NaOH}\Rightarrow 0/093+0/012\Rightarrow 0/105\ mol\ NaOH$$

$$M_{Na}=\frac{n_{Na}}{V(L)}\Rightarrow\frac{0/105}{3}=0/035mol\ Na^+$$

M: غلظت مولار

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰، ۳۹ تا ۴۲، ۵۲ و ۵۳)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کلکرانی)*

افزایش غلظت محلول الکترولیت به علت تجزیهٔ آب به گازهای هیدروژن و اکسیژن و در نتیجه کاهش مقدار حلال است.

$$2H_2O(l)\rightarrow 2H_2(g)+O_2(g)$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{g حل‌شونده}}{\text{g محلول}}\times 100\Rightarrow 2\% = \frac{x\ g\ \text{نمک}}{1000\ g\ \text{محلول}}\times 100$$

$$x\ g\ \text{نمک} = 20\ g\ \text{نمک}$$

حال با دو برابر شدن درصد جرمی نمک داریم:

$$4\% = \frac{20\ g\ \text{نمک}}{\text{جرم محلول}}\times 100\Rightarrow \text{جرم محلول} = 500g$$

پس جرم آب تجزیه شده برابر است با: $1000-500=500g$

حجم گاز اکسیژن تولید شده به ازای تجزیهٔ ۵۰۰ گرم آب در شرایط STP:

$$500g\ H_2O\times\frac{1mol\ H_2O}{18g\ H_2O}\times\frac{1mol\ O_2}{2mol\ H_2O}\times\frac{22/4L\ O_2}{1mol\ O_2}$$

$$=311L\ O_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۴)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(محسن مجنونی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) الکترود C قطب مثبت (آند) سلول الکترولیتی و الکترود A قطب منفی (آند) سلول گالوانی است.

۲) سلول گالوانی یعنی سلول (I) انرژی الکتریکی را تولید و سلول الکترولیتی یعنی سلول (II) آن را مصرف می‌کند.

۳) الکترود B کاتد سلول گالوانی و الکترود D کاتد سلول الکترولیتی است. می‌دانیم که کاتدها محل رسوب کاتیون فلزها می‌باشند.

۴) پس از تمام شدن یکی از الکترودهای A یا C جریان الکتریکی دیگر برقرار نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶، ۵۴ تا ۵۶ و ۶۶ (برگرفته از تمرین دوره‌ای صفحهٔ ۶۶)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

در سلول‌های الکتروشیمیایی (چه گالوانی و چه الکترولیتی)، کاتیون‌ها (یون‌های مثبت) همواره از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند. در هنگام شارژ شدن باتری لیتیمی، $LiMnO_2$ نقش آند (محل اکسایش) و الکترود لیتیم نقش کاتد (محل کاهش) را ایفا می‌کند. بنابراین یون‌های لیتیم که در $LiMnO_2$ تولید شده‌اند، از طریق الکترولیت به سمت الکترود لیتیم فلزی حرکت می‌کنند تا در آنجا کاهش یابند تا دوباره لیتیم فلزی را بسازند. نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش زیر را در هنگام شارژ شدن باتری ببینید:

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

نیم‌واکنش آندی : $LiMnO_2(s) \rightarrow MnO_2 + Li^+(s) + e^-$

نیم‌واکنش کاتدی : $Li^+(s) + e^- \rightarrow Li(s)$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۰، ۶۴ و ۶۵)

(برگرفته از تمرین دوره‌ای صفحهٔ ۶۴)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(احسان روستایی)*

معادله موازنه شده به صورت زیر است:

$$2Fe^{3+} + Sn^{2+} \rightarrow 2Fe^{2+} + Sn^{4+}$$

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ Fe^{3+} کاهش یافته و اکسنده است در حالی که Sn^{2+} اکسایش یافته و کاهنده است.

ب) درست

پ) درست؛ با توجه به این‌که Fe^{3+} کاهش یافته پس E° بزرگ‌تری دارد.

ت) نادرست تعداد مول الکترون مبادله شده $= 2 \times 1 = 2$

$$?\,mol\,e^- = 0/25\,mol\,Fe^{2+} \times \frac{2\,mol\,e^-}{2\,mol\,Fe^{2+}} = 0/25\,mol\,e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۴۱، ۴۳ و ۴۷)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(موشید نیازی)*

برای تامین انرژی این لامپ و روشن شدن آن لازم است از یک سلول گالوانی استفاده شود که نیروی الکتروموتوری آن حداقل $1/5V$ باشد.

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

$$emf(Ag-Zn) = E^\circ(Ag^+/Ag) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$$

$$= 0/8 - (-0/76) = 1/56\,V > 1/5\,V$$

$$emf(Ag-Fe) = E^\circ(Ag^+/Ag) - E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$$

$$= 0/8 - (-0/44) = 1/24\,V$$

$$emf(Cu-Zn) = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$$

$$= 0/34 - (-0/76) = 1/1\,V$$

$$emf(Cu-Fe) = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(Fe^{2+}/Fe)$$

$$= 0/34 - (-0/44) = 0/78\,V$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ این نوع سلول، یک سلول الکترولیتی است و در الکترود B کاهش رخ می‌دهد، الکترود B کاتد است و کاتد به قطب منفی باتری وصل می‌شود پس Y قطب منفی باتری است.

۲) درست؛ در اطراف الکترودهای A و B که به ترتیب آند و کاتد هستند به ترتیب نیم‌واکنش اکسایش و کاهش انجام می‌شود.

۳) درست؛ مسیر حرکت الکترون در مدار خارجی، از سمت آند به کاتد است، پس مسیر (۱) مسیر حرکت الکترون است.

۴) درست؛ برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید، از $CaCl_2$ استفاده می‌شود که در آن نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر $\frac{1}{2}$ است و نسبت شمار کاتیون به آنیون در NaCl برابر با ۱ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۵)

(برگرفته از متن و مثال کتاب درسی)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

طبق خود را بیازمایید صفحهٔ ۶۰ کتاب درسی گزینهٔ «۱» صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲) لیتیم در میان فلزات کمترین چگالی و کمترین E° را دارد.

۳) شرایط استاندارد برای نیم‌سلول‌ها، دمای $25^\circ C$، فشار $1atm$ و غلظت یک مولار می‌باشد. اما شرایط STP مخصوص گازها در دمای $0^\circ C$ $(273\,K)$ و فشار $1atm$ است.

۴) افزایش دما در سلول گالوانی emf سلول را تغییر می‌دهد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۷، ۴۹، ۶۰ و ۶۱)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

واکنش‌های انجام شده طبق برقکافت‌ها:

$$2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$$

$$MgF_2(l) \rightarrow Mg(l) + F_2(g)$$

اگر مقدار جرم هر ترکیب را x گرم فرض کنیم:

برقکافت NaCl :

$$x\,g\,NaCl \times \frac{1\,mol\,NaCl}{58/5\,g\,NaCl} = \frac{2x}{117}\,mol\,NaCl$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

جرم فلز تولید شده در کاتد : $\frac{۲x}{۱۱۷}\text{mol NaCl}$

$$\times\frac{۲\text{mol Na}}{۲\text{mol NaCl}}\times\frac{۲۳\text{g Na}}{۱\text{mol Na}}=\frac{۴۶x}{۱۱۷}\text{g Na}$$

تعداد الکترون مبادله شده : $\frac{۲x}{۱۱۷}\text{mol NaCl}$

$$\times\frac{۲\text{mol e}^-}{۲\text{mol NaCl}}\times\frac{N_A\,e^-}{۱\text{mol e}^-}=\frac{۲\,x\,N_A}{۱۱۷}e^-$$

حجم گاز تولیدی : $\frac{۲x}{۱۱۷}\text{mol NaCl}$

$$\times\frac{۱\text{mol Cl}_۲}{۲\text{mol NaCl}}\times\frac{۲۲/۴\text{L Cl}_۲}{۱\text{mol Cl}_۲}=\frac{۲۲/۴x}{۱۱۷}\text{L Cl}_۲$$

تعداد مول فراورده : $\frac{۲x}{۱۱۷}\text{mol NaCl}$

$$\times\frac{۳\text{mol فراورده}}{۲\text{mol NaCl}}=\frac{۳x}{۱۱۷}\text{mol فراورده}$$

برقکافت $MgF_۲$:

$$x\text{g MgF}_۲\times\frac{۱\text{mol MgF}_۲}{۶۲\text{g MgF}_۲}=\frac{x}{۶۲}\text{mol MgF}_۲$$

مانند محاسبات انجام شده برای $NaCl$ عمل می‌کنیم.

جرم فلز تولید شده در کاتد : $\frac{۲۴x}{۶۲}\text{g Mg}$

تعداد الکترون مبادله شده : $\frac{x\,N_A}{۳۱}e^-$

حجم گاز تولیدی : $\frac{۲۲/۴x}{۶۲}\text{L F}_۲$

تعداد مول فراورده : $\frac{x}{۳۱}\text{mol}$ فراورده

طبق محاسبات، تنها جرم فلز تولید شده در کاتد سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید بیشتر از سلول منیزیم فلوئورید است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

گزینهٔ «۴» نادرست و بقیهٔ گزینه‌ها درست می‌باشند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) فلز آلومینیم همانند فلز آهن می‌تواند اکسید شود ولی لایه چسبنده و متراکم $Al_۲O_۳$ را ایجاد می‌کند که از خوردگی لایه‌های زیرین آن جلوگیری می‌کند.

۲) به ازای مبادلهٔ ۴ مول الکترون، واکنش زیر در صورت ایجاد خراش در سطح آهن سفید رخ می‌دهد و ۲ مول $Zn(OH)_۲$ تولید می‌شود:

$$۲Zn+O_۲+۲H_۲O\rightarrow ۲Zn(OH)_۲$$

در نتیجه به ازای مبادلهٔ هر مول الکترون، ۴۹/۵ گرم $Zn(OH)_۲$ تولید می‌شود:

$$۱\text{mol e}^-\times\frac{۲\text{mol Zn(OH)}_۲}{۴\text{mol e}^-}\times\frac{۹۹\text{g Zn(OH)}_۲}{۱\text{mol Zn(OH)}_۲}$$

$$=۴۹/۵\text{g Zn(OH)}_۲$$

۳) قلع نسبت به نقره دارای E° کوچک‌تری است. در نتیجه با قرار گرفتن تیغه‌ای از جنس قلع در محلول $AgNO_۳$، دمای محلول افزایش یافته و قلع اکسایش می‌یابد. همچنین یون Ag^+ کاهش یافته و به فلز نقره تبدیل می‌شود. بنابراین یون Ag^+ نقش اکسنده دارد.

۴) در نیم‌واکنش اکسایش برقکافت $Al_۲O_۳$ مذاب، گاز $CO_۲$ تولید می‌شود، در حالی که در نیم‌واکنش کاهش برقکافت سدیم کلرید مذاب، یون Na^+ با گرفتن الکترون به فلز Na تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۴۳، ۵۵، ۵۹ و ۶۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا باید میزان افزایش جرم کلید مسی را به صورت زیر تعیین کنیم:

$$\text{درصد افزایش جرم}=\frac{\text{میزان افزایش جرم}}{\text{جرم اولیه}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۰=\frac{\text{میزان افزایش جرم}}{۵}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{میزان افزایش جرم}=۱\text{g}$$

در این فرایند یک گرم نقره طی نیم‌واکنش $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$ بر روی کلید قرار می‌گیرد. به این ترتیب تعداد الکترون مبادله شده برابر است با:

$$\text{تعداد e}^- \text{ مبادله شده}=۱\text{g Ag}\times\frac{۱\text{mol Ag}}{۱۰۸\text{g Ag}}$$

$$\times\frac{۱\text{mol e}^-}{۱\text{mol Ag}}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\text{e}^-}{۱\text{mol e}^-}$$

$$=۵/۵۷\times۱۰^{۲۱}\text{e}^- \simeq ۵/۶\times۱۰^{۲۱}\text{e}^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir