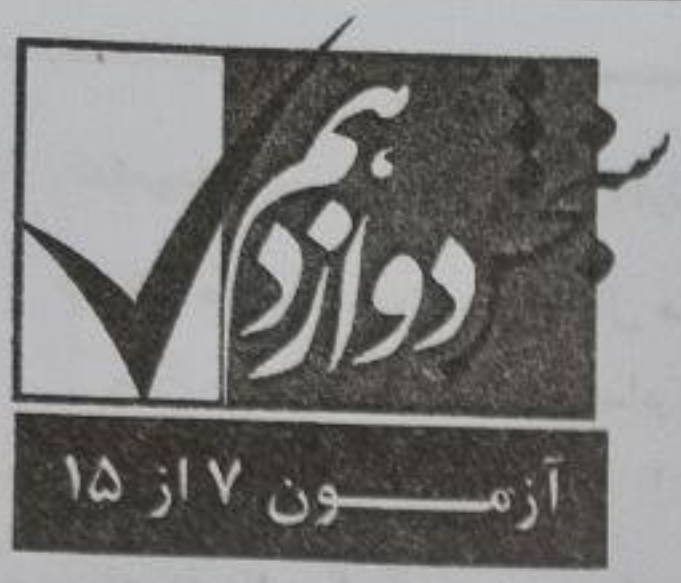


شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:
نام خانوادگی:
شمارهٔ داوطلبی:

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحلهٔ پنجم

صبح جمعه
۱۴۰۳/۱۰/۲۸

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی(دوازدهم)

تعداد سؤال: ۸۰ | مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

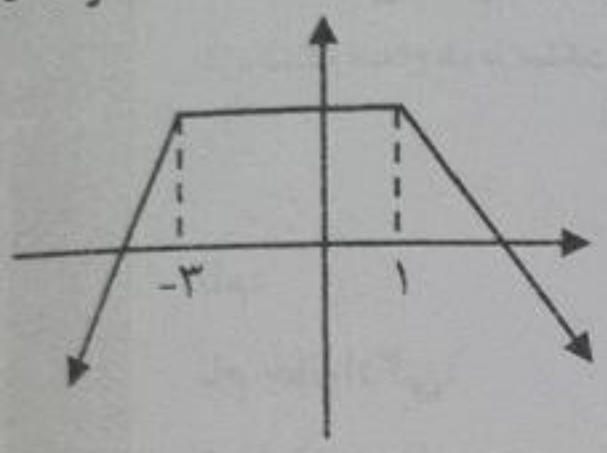
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۱- نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x+k}{x-۱}$ را k واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم و در نهایت k واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۸ قطع کند، مجموع جواب‌های ممکن برای k کدام است؟

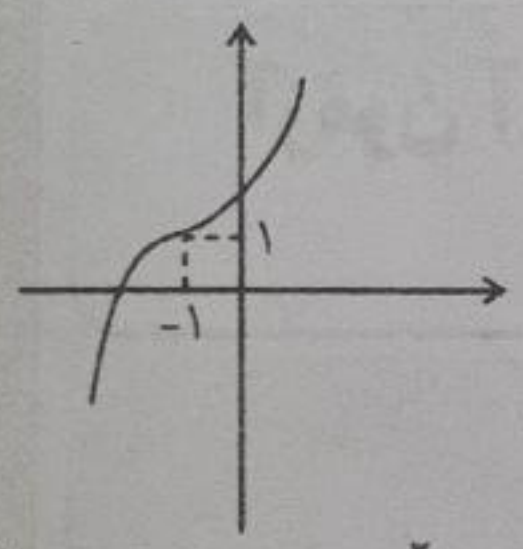
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

۲- نمودار تابع f به‌صورت زیر است. اگر تابع $y=-۲f(a-\frac{x}{۳})$ در بازهٔ $(-۲,+\infty)$ صعودی باشد، حداکثر a کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲}$

۳- نمودار تابع $f(x)=(x-\alpha)^۳+\beta$ به‌صورت زیر است. به‌ازای کدام مقدار k، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{xf(\beta x-k)}$ برابر $\mathbb{R}$ است؟



۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۳

۴- چند جمله‌ای $x-۲f(x+۱)$ بر $x^۲-۴$ و چند جمله‌ای $۲x+f(x-۱)$ بر $x^۲-۱$ بخش‌پذیر است. باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $xf(۱-x)+(۱-x)f(x)$ بر $x+۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۸

۵- در کدام تابع بیشترین مقدار تابع سه برابر دورهٔ تناوب تابع و مقدار دورهٔ تناوب ۳ واحد بیشتر از کمترین مقدار تابع است؟

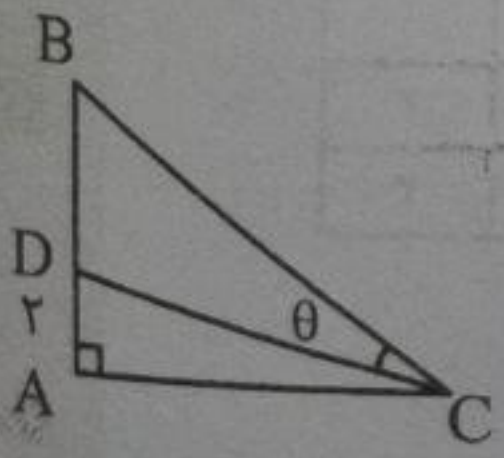
۱) $f(x)=\frac{۷}{۲}-۳\sin(\frac{۲\pi}{۵}x-\frac{\pi}{۴})$

۲) $f(x)=۴+\frac{۷}{۲}\cos(\frac{۲\pi}{۵}+\frac{\pi}{۸})$

۳) $f-(x)=۴-\frac{۷}{۲}\sin(\frac{۴\pi}{۵}+\frac{\pi}{۶})$

۴) $f(x)=\frac{۷}{۲}+۴\cos(\frac{۴\pi}{۵}x+\frac{\pi}{۳})$

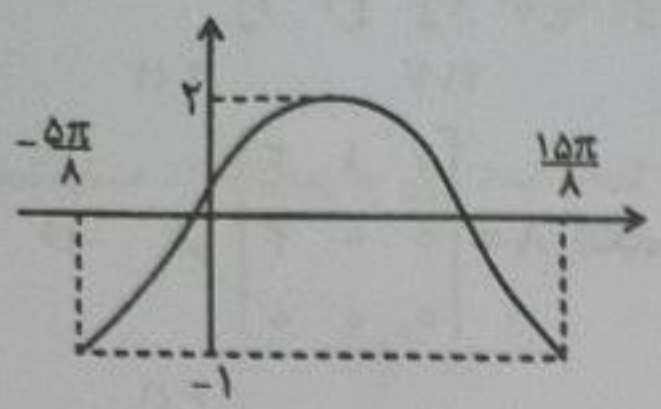
۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر $B=\frac{\pi}{۴}$ و $\tan ۲\theta=\frac{۴}{۳}$ طول ضلع AC کدام است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$ ۲) ۶ ۳) $\frac{۱۲}{۵}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲}$

آزمون وی ای پی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۷- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x)=a\sin^{۲}(\frac{\pi}{۴}+bx)+c$ را در یک تناوب آن نمایش می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



۱) $\frac{۱۲}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۶}{۵}$
۴) $\frac{۸}{۵}$

۸- جمع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(\frac{۱۷\pi}{۸}-x)\sin(\frac{۳\pi}{۸}+x)=\sin^{۲}\frac{۱۱\pi}{۶}$ در بازهٔ $[-\frac{\pi}{۲},\frac{۳\pi}{۲}]$ چه عددی است؟

۱) ۲π
۲) $\frac{۷\pi}{۴}$
۳) $\frac{۹\pi}{۴}$
۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

۹- جمع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos x\cos۲x=۲\sin^{۲}x\cos x+۱$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ برابر θ باشد و اولین جواب مثبت معادله α باشد، مقدار $\frac{\theta}{\alpha}$ چه عددی است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۳

۱۰- اگر $\lim_{x\to۰^{+}}\left(a\sqrt{\frac{۱}{x}+\sqrt{\frac{۱}{x}}}+b\sqrt{\frac{۱}{x}+۱}\right)=۱$، آنگاه $[\frac{ab}{۳}]$ کدام است؟

۱) -۲
۲) -۱
۳) ۱
۴) ۲

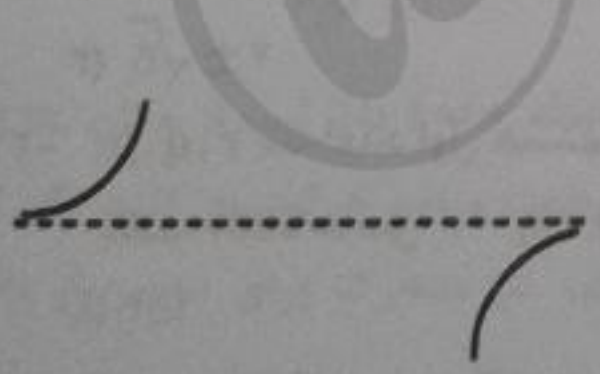
۱۱- اگر خط $ax+b=۰$ مجانب $y=\frac{\cot\pi x}{\cos(\sqrt{x})+۲}$ در بازهٔ $[\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}]$ باشد، مقدار $\frac{-۲a}{b}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

۱۲- اگر $\lim_{x\to(-۲)}\frac{x^{۲}+x-۲}{-۲x^{۳}+۳ax^{۲}-bx+c}=+\infty$ حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۳- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x)=۲-\sqrt{\frac{۴x+a}{x-۲}}$ به‌صورت زیر باشد، آنگاه a چند مقدار صحیح نامثبت را شامل می‌شود؟



۱) ۷
۲) ۹
۳) ۸
۴) ۱۰

۱۴- ماتریس $A=[a_{ij}]_{۲\times۲}$ به‌طوری‌که $a_{۱۲}=-\frac{۳}{۲}a_{۱۱}=-۳a_{۲۱}=۳a_{۲۲}=۳$ را در نظر بگیرید. حاصل $A^{۱۴۰۳}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) I
۲) A
۳) $A^{۲}$
۴) $-I$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Medal Watermark. Full version doesn't put this mark.

۱۵- اگر $\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}M\begin{bmatrix}۴ & ۷\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد. در این‌صورت مجموع درایه‌های ماتریس $M_{۲\times۲}$ کدام گزینه است؟

۱) ۲ ۲) ۲- ۳) ۶ ۴) ۶-

۱۶- اگر $A=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۰ & ۰ & ۳\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$ آنگاه حاصل جمع درایه‌های وارون ماتریس $A+I$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۷- دستگاه $\begin{cases}۲x+my=۴\\ (m-۱)x+y=۲\end{cases}$ فاقد جواب است. اگر دستگاه $\begin{cases}mx+y=۲\\ x-(m+۳)y=۲\end{cases}$ جوابی یکتا به‌صورت $(x_۰,y_۰)$ داشته باشد؛ حاصل $x_۰+y_۰$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰- ۳) ۸ ۴) ۸-

۱۸- اگر $|A|=-۲, |A-I|=۱۲$، A وارون‌پذیر از مرتبهٔ ۳ باشد، دترمینان ماتریس $I-A^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۶- ۲) ۶ ۳) ۲۴ ۴) ۲۴-

۱۹- مربع ABCD به ضلع ۴ واحد مفروض است. چهار نقطهٔ E,F,P,Q روی محیط مربع وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها از قطر AC برابر $\sqrt{۲}$ واحد است. مساحت چند ضلعی AEFCPQ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) $۸\sqrt{۲}$ ۴) $۱۲\sqrt{۲}$

۲۰- مساحت دایره‌ای که معادلهٔ دو قطر آن به‌صورت $۳x+۲y=۱۳$ و $۲x-۳y=۰$ بوده و برخط به معادلهٔ $x+\frac{۴}{۳}y=-۱$ مماس باشد، چقدر است؟

۱) ۹π ۲) ۱۶π ۳) ۲۵π ۴) π

۲۱- دایرهٔ C به معادلهٔ $x^۲+y^۲+۴x-۶y-۱۲=۰$ و دایرهٔ C' به مرکز $(-۱,۱)$ که بر محورهای مختصات مماس است، نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

۱) متخارج ۲) مماس خارج ۳) متقاطع ۴) مماس داخل

۲۲- دایره‌ای به شعاع ۴ از نقطهٔ $(۲,۱)$ می‌گذرد، فاصلهٔ مرکز دایره از خط $y=۵$ برابر ۸ واحد است. اگر مرکز این دایره در ناحیهٔ چهارم مختصات باشد، آنگاه طول نقاط تقاطع این دایره با محور x ها کدام است؟

۱) $۲\pm\sqrt{۷}$ ۲) $-۲\pm\sqrt{۷}$ ۳) $۲\pm\sqrt{۵}$ ۴) $-۲\pm\sqrt{۵}$

۲۳- p,q,r سه عدد اول هستند که $r<q<p$ و $p-q+r=۴$ است. اگر p بزرگ‌ترین عدد اول دو رقمی ممکن باشد، آنگاه حاصل $p+q-r$ کدام است؟

۱) ۱۵۴ ۲) ۱۴۴ ۳) ۱۵۲ ۴) ۱۴۲

۲۴- چند عدد طبیعی $a<۲۰۰$ هست که $(a,۹۶)=۱۶$ باشد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۲۵- حاصل جمع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی عضو مجموعهٔ $\{۱۸۷m+۲۲۱n : m,n\in\mathbb{Z}\}$ چقدر است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۱۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۲۶- در تقسیم a بر ۱۳ باقی‌مانده برابر ۷ است. اگر x واحد به مقسوم اضافه کنیم، باقی‌مانده برابر ۳ می‌شود. اگر بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مانند x به شکل $\overline{abc}$ باشد، حاصل $a-b+c$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۷

۲۷- اگر n عددی طبیعی و سه رقمی باشد، آنگاه عدد $۶^n+۴^n+۳^n+۲^n$ با کدام عدد زیر به پیمانهٔ ۱۲ همنهشت است؟

۱) $۷^n+۸^n$ ۲) $۶^n+۹^n$ ۳) $۵^n+۱۰^n$ ۴) ۱۵^n

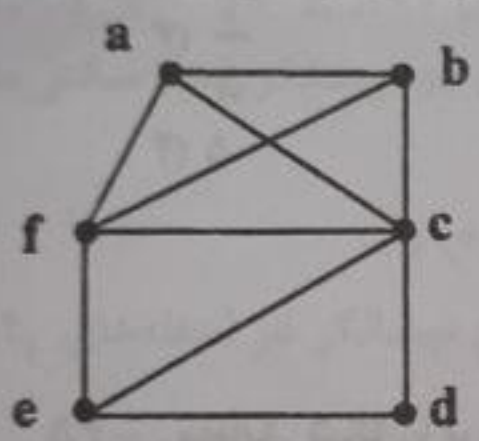
۲۸- رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی x که در معادلهٔ $۵^{۵۵}\overset{11}{\equiv}x(۳^{۳۳}+۲^{۲۲})$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۹- اگر $\Delta(G)+\delta(G)=۷$, $\Delta(\bar{G})-\delta(\bar{G})=۳$ و گراف G کمترین تعداد رأس ممکن را داشته باشد، آنگاه این گراف حداقل چند یال دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۰- در گراف زیر به غیر از دورهای abcfa و fcdef چند دور دیگر به طول ۴ شامل رأس c وجود دارد؟



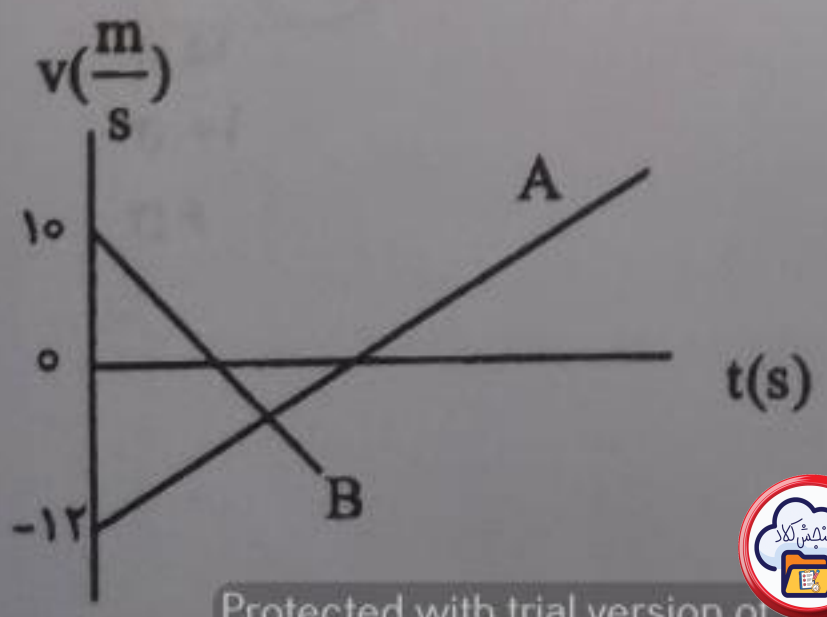
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

فیزیک

۳۱- متحرکی روی خط راست $\frac{۱}{۵}$ مسیر حرکت خود را با سرعت ثابت $۴\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و با تندی ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور حرکت، $\frac{۴}{۵}$ مسیر حرکت را باز می‌گردد. اندازه سرعت متوسط متحرک در طی این مسیر چند متر بر ثانیه است؟ آزمون وی ای پی

۱) $\frac{۱۱۸}{۷}$ ۲) $\frac{۳۶}{۷}$ ۳) ۲۲/۵ ۴) ۶/۵

۳۲- شکل زیر، نمودار سرعت زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در لحظه $t=۰$ به‌ترتیب از مکان ۲۰m و مبدأ محور عبور می‌کنند. مدت زمانی‌که هر دو متحرک همزمان در خلاف جهت محور حرکت می‌کنند یک ثانیه است و اندازه شتاب متحرک‌ها یکسان است. در کدام لحظه برحسب ثانیه دو متحرک برای دومین‌بار به هم می‌رسند؟



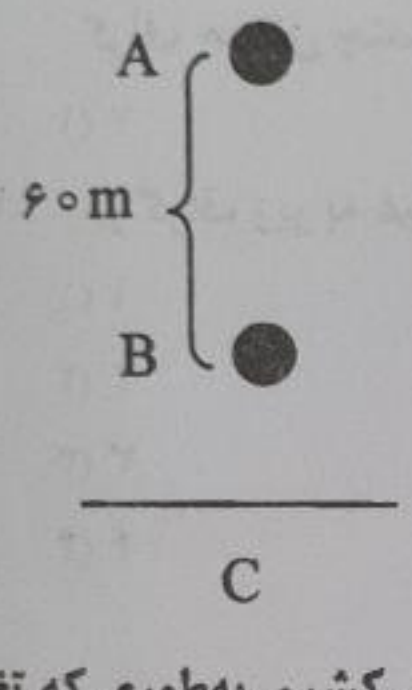
۱) ۵/۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Medal Watermark. Full version doesn't put this mark.

۳۳- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ به حرکت در می‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و در نهایت با اندازهٔ شتابِ $۳\frac{m}{s^۲}$ حرکتش کندشونده و می‌ایستد. اگر مدت زمان حرکت یکنواخت متحرک برابر مجموع زمان حرکت شتاب‌دار آن بوده و کل زمان حرکت ۶۴ ثانیه باشد، سرعت متوسط متحرک در کل این حرکت چند متر بر ثانیه است؟

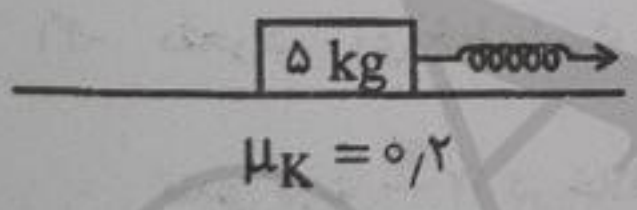
۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۳۴- مطابق شکل در شرایط خلاء و در امتداد قائم، گلوله‌ای از نقطه A و ۲s بعد گلوله دیگری از نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. اگر دو گلوله همزمان به نقطه C (سطح زمین) برسند، نسبت $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ کدام است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



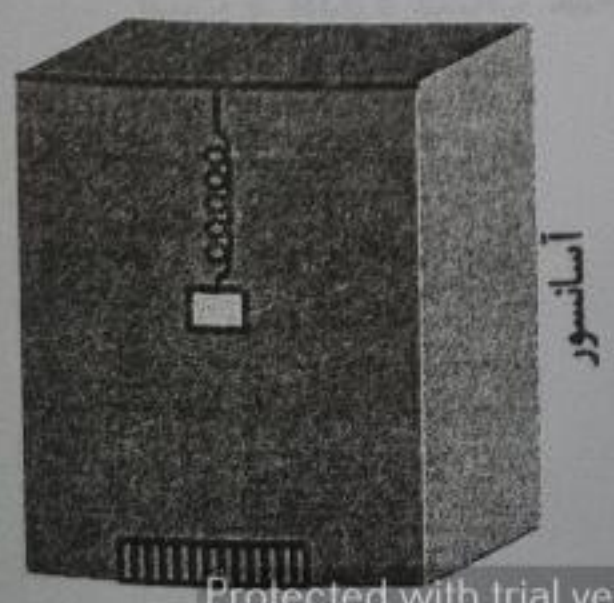
۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) ۴
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) ۵

۳۵- مطابق شکل زیر، با فنری با ثابت $\frac{۲۷}{cm}$ جسمی به جرم ۵kg را روی سطح افقی می‌کشیم. به‌طوری که تغییر طول فنر ۱۰cm می‌شود. پس از ۵s، جرم هم اندازهٔ با جسم روی آن قرار می‌دهیم و همزمان نیروی خود را حذف می‌کنیم. جسم در کل چند متر جابه‌جا می‌شود؟



۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۳۷/۵
۴) ۵۰

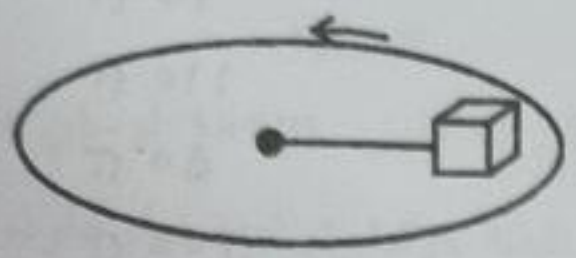
۳۶- وزنه‌ای به جرم ۵kg را به فنر سبکی به طول ۴۰cm که از سقف آسانسور ساکنی آویزان است، وصل می‌کنیم. بعد از رسیدن وزنه به حالت تعادل، طول فنر ۱۲/۵ درصد افزایش یافته و فاصلهٔ آن از ترازوی نیروسنج واقع در کف آسانسور به ۲/۵cm می‌رسد. آسانسور با چه شتابی در (SI) رو به بالا شروع به حرکت کند تا جسم بر روی سطح ترازو قرار گرفته و عدد نشان داده‌شده توسط ترازو ۵ نیوتن گردد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۲۵
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۳۷- مطابق شکل، جعبه‌ای به جرم $2kg$ روی دیسک گردانی قرار دارد و با یک نخ افقی به طول $1m$ به مرکز دیسک وصل است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی جعبه با سطح دیسک ۰/۴ و تندی جعبه $3\frac{m}{s}$ باشد، نیروی کشش نخ چند نیوتن است؟



۱) ۱۰
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۳۸- کلمات کدام گزینه، عبارت زیر را به‌درستی کامل می‌کند؟

«دو نوسانگر A و B با دوره‌های $3/6s$ و $4/8s$ همزمان و از یک نقطه شروع به نوسان می‌کنند. در مدت $43/2s$ پس از شروع حرکت، نوسانگر B، ..... نوسان کامل ..... نوسانگر A انجام می‌دهد.»

۱) ۳ - بیشتر ۲) ۶ - کمتر ۳) ۶ - بیشتر ۴) ۳ - کمتر

۳۹- دو نوسانگر A و B را با هم و با دامنه $5cm$ به نوسان در می‌آوریم. اگر دوره نوسان A برابر ۱/۵ ثانیه و دوره نوسان B برابر ۱/۲ ثانیه باشد، پس از گذشت ۳۰ ثانیه مسافت طی‌شده توسط این دو نوسانگر چند سانتی‌متر اختلاف دارد؟

۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۵

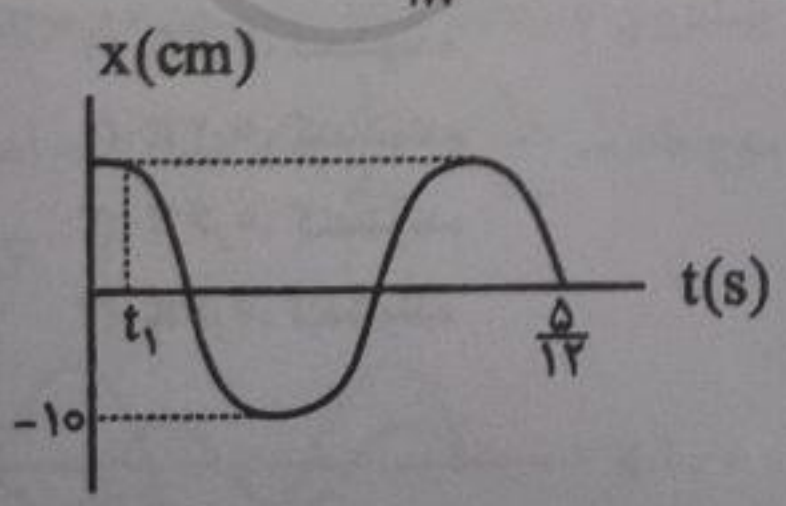
۴۰- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی محور x در مدت نیم دقیقه، ۳ نوسان می‌کند. اگر این نوسانگر در لحظه‌های t_1 و $t_2=\frac{5}{3}t_1$ برای اولین و دومین‌بار از مکان $x=-5cm$ عبور کند، معادله حرکت این نوسانگر کدام است؟

۱) $x=5\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{5}t$ ۲) $x=5\sqrt{2}\cos\frac{2\pi}{5}t$ ۳) $x=10\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\frac{\pi}{5}t$ ۴) $x=10\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\frac{2\pi}{5}t$

۴۱- معادله حرکت نوسانگر ساده در SI به‌صورت $x=0/2\cos 20\pi t$ است. در بازهٔ زمانی $t_1=\frac{1}{20}s$ تا $t_2=\frac{1}{8}s$ مسافتی که نوسانگر به‌صورت تندشونده می‌پیماید، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۴۲- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب نوسانگر در لحظه $t_1=\frac{1}{18}s$ در SI، کدام است؟ $(\pi^2=10)$

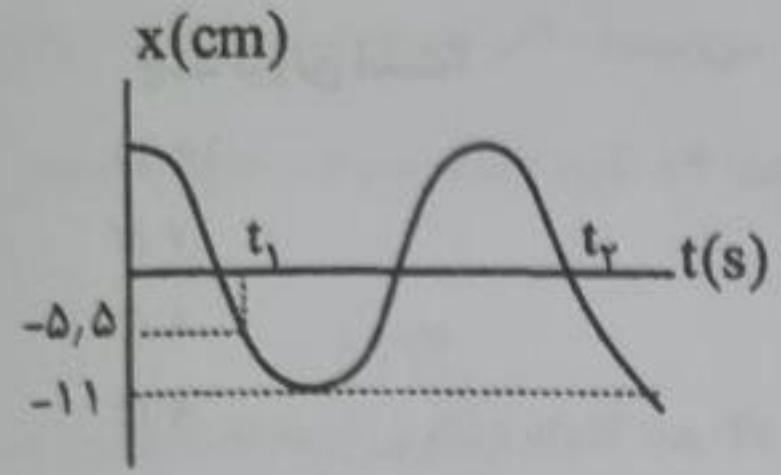


۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۸
۴) ۲۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۴۳- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل است. اگر تندی متوسط آن در بازهٔ t_1 تا t_2 ، $70\frac{cm}{s}$ باشد، بیشینه سرعت نوسانگر چند $\frac{cm}{s}$ است؟ $(\pi = 3)$

آزمون وی ای پی

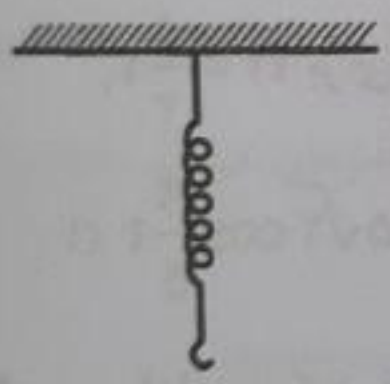


۱) ۲۰
۲) ۱۱۰
۳) ۵۰
۴) ۲۰۰

۴۴- در حرکت هماهنگ ساده در لحظهٔ t_1 اندازهٔ شتاب نوسانگر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر بیشینه شتاب و در حال کاهش است و در لحظهٔ t_2، اندازهٔ شتاب نوسانگر $\frac{1}{2}$ برابر شتاب بیشینه و در حال کاهش است. حداقل بازهٔ زمانی $(t_1 - t_2)$ چند برابر دورهٔ حرکت است؟

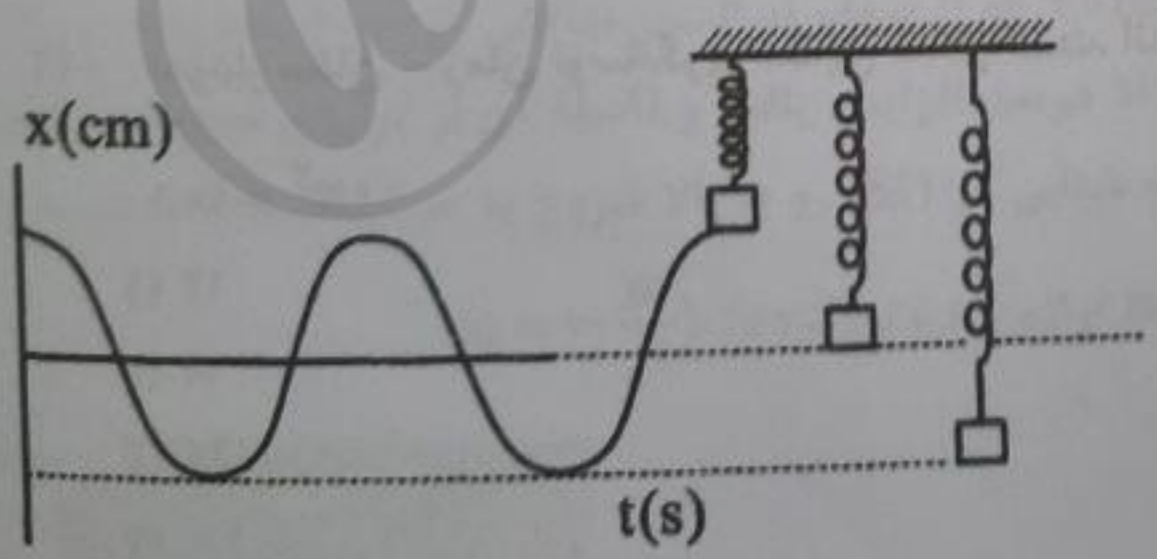
۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{5}{12}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{7}{12}$

۴۵- در شکل زیر، اگر جسمی به جرم m_1 را از فنر آویزان کنیم، جسم با دوره تناوب ۱٫۲s و اگر جسم m_2 را به جسم m_1 متصل و از فنر آویزان کنیم، جسم با دوره تناوب ۱٫۳s نوسان می‌کند. اگر جسم m_2 را به تنهایی از فنر آویزان کرده و به نوسان در آوریم، بسامد نوسان‌های آن برابر چند هرتز می‌شود؟



۱) ۲
۲) ۱٫۵
۳) ۱
۴) ۰٫۵

۴۶- مطابق شکل، جرم متصل به یک فنر با بسامد ۱۰HZ و دامنه ۶cm به‌طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می‌کند. پس از گذشت $\frac{1}{60}s$ از رها شدن جسم از بالای نقطه تعادل، تندی جسم ..... متر بر ثانیه و حرکت آن شتابدار ..... است.



۱) $0/3\pi$، تندشونده
۲) $0/3\pi$، کندشونده
۳) $0/6\pi$، کندشونده
۴) $0/6\pi$، تندشونده

۴۷- دورهٔ نوسان یک آونگ ساده یک ثانیه است. اگر از طول آونگ ۱۹% کاهش یابد اختلاف زمان آونگ در مدت ده دقیقه، چند ثانیه و چگونه خواهد بود؟

۱) ۶۰ ثانیه عقب می‌افتد.
۲) ۶۰ ثانیه جلو می‌افتد.
۳) ۱ ثانیه عقب می‌افتد.
۴) ۱ ثانیه جلو می‌افتد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Medal Watermark. Full version doesn't put this mark.

۴۸- دو آونگ ساده A و B با طول $L_A = ۱۶L_B$ بر روی پاره‌خطی به طول ۴cm به‌صورت همزمان به نوسان در می‌آیند. در مدت ۲۴ ثانیه آونگ B، ۹ نوسان بیشتر از آونگ A انجام می‌دهد. وقتی آونگ B در دورترین فاصله از نقطه تعادل خود قرار می‌گیرد، شتاب، حرکتش چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) صفر ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۸

۴۹- رابطهٔ انرژی پتانسیل برحسب اندازهٔ سرعت نوسانگری که بر روی پاره‌خطی به طول ۱۰cm نوسان می‌کند به‌صورت $U = ۱۸ - ۲V^۲$ است. در لحظه‌ای که این نوسانگر در فاصلهٔ ۲cm نقطهٔ بازگشت خود قرار دارد، اندازهٔ شتاب آن چند مترمربع ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

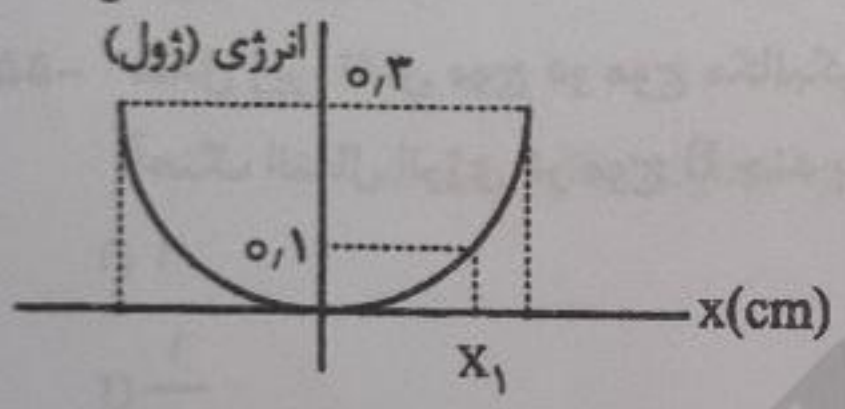
۱) ۱۲۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۰۸ ۴) ۲۴۰

۵۰- کدام‌یک عبارت‌های زیر، درست هستند؟

الف: در نوسان جرم و فنر اگر جرم نوسانگر ۲ برابر شود، انرژی مکانیکی نوسانگر دو برابر می‌شود.

ب: در نوسان جرم و فنر اگر بیشینه انرژی پتانسیل ۲ برابر شود، تندی نوسانگر در مرکز نوسان $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود.

پ: اگر شکل زیر نمودار یکی از انرژی‌های مکانیکی نوسانگری به جرم ۲۰۰ گرم باشد، تندی نوسانگر در مکان $x_۱$، $\frac{۲m}{s}$ است.



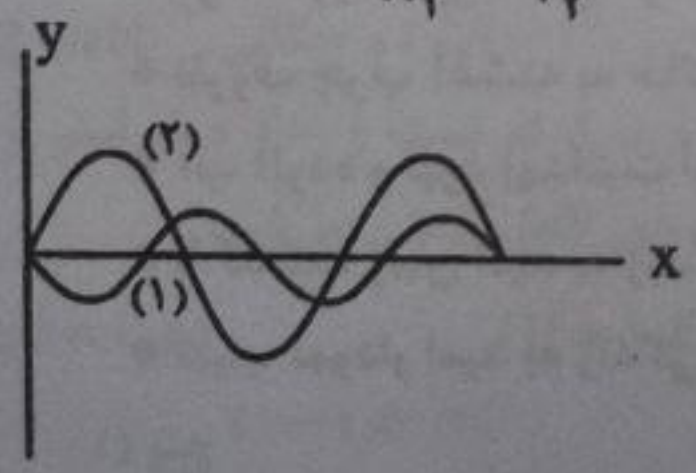
ت: در حرکت هماهنگ ساده، لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{۱}{۳}$ انرژی پتانسیل آن است، تندی نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ برابر تندی بیشنیه آن است.

۱) «الف» و «ت» ۲) «الف» و «ب» ۳) «ب» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

۵۱- بین حرکات آونگ ساده کم دامنه‌ای و نوسانگر وزنه - فنر هماهنگ ساده، تشدید رخ داده است. اگر طول آونگ را ۲ برابر کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده باید چند برابر کنیم تا بین نوسانات آن‌ها مجدداً تشدید رخ دهد؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۲}$

۵۲- دو موج عرضی (۱) و (۲) که دریک محیط منتشر می‌شود و در حال پیشروی هستند. شکل وضعیت دو موج را در یک لحظه نشان می‌دهد. λ اگر طول موج و v بزرگی سرعت انتشار موج باشد، $\frac{v_۱}{v_۲}$ و $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}$ به‌ترتیب کدام است؟



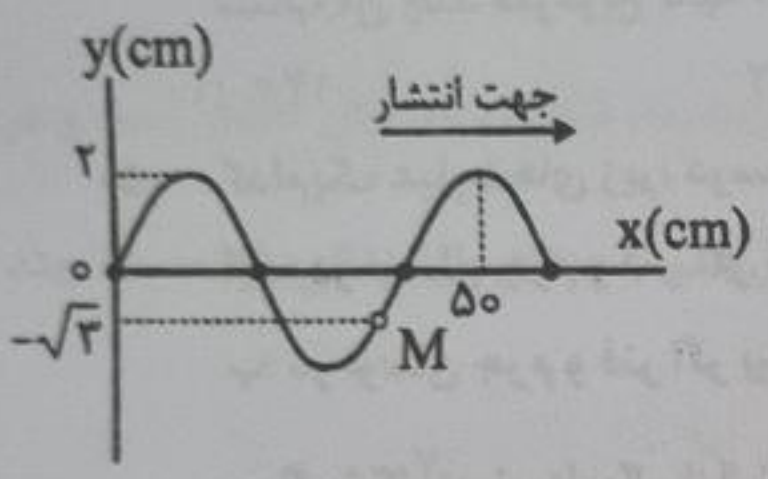
۱) $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۴ و $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۱ و $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۱ و $\frac{۴}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Medal Watermark. Full version doesn't put this mark.

۵۳- دو تار یکنواخت و هم‌جنس A و B را به‌ترتیب با نیروهای F_A و $F_B = \frac{۱}{۲}F_A$، می‌کشیم. اگر تندی انتشار امواج عرضی در دو تار V_A و V_B و $V_A = ۲\sqrt{۲}V_B$ باشد، قطر تار چرخش A چند برابر قطر تار B است؟

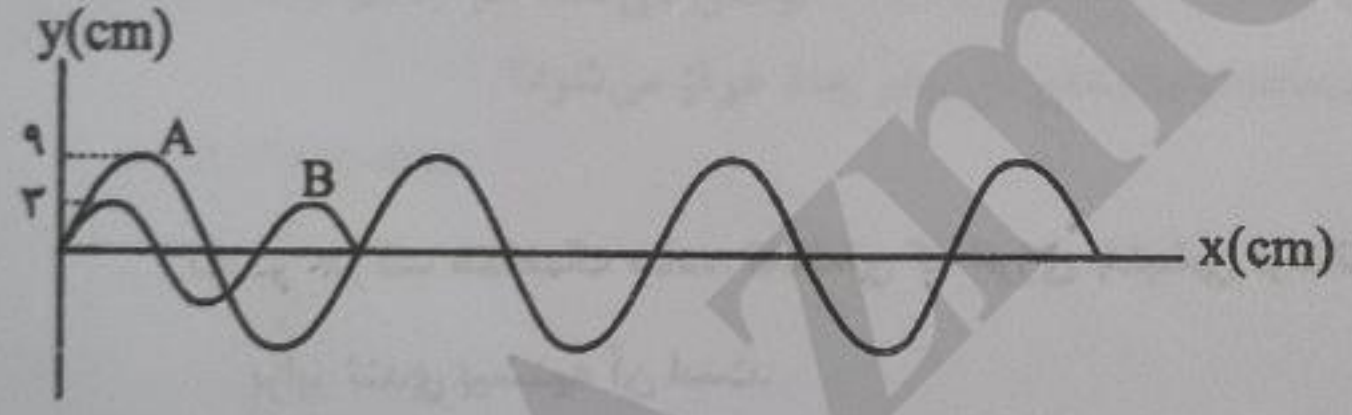
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۴- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t=۰$ نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمانِ کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. اگر نیروی کشش ریسمان ۲۰۰ نیوتن و چگالی خطی (جرم واحد طول) آن ۵۰۰ گرم بر متر باشد، در چه لحظه‌ای برای اولین‌بار تندی نوسان نقطهٔ M به ۶ متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($\pi \cong ۳$)



۱) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۸۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴۰}$

۵۵- شکل زیر، نقش موج دو موج مکانیکی سینوسی که در یک محیط در حال انتشارند را نشان می‌دهد. مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی در موج B چند برابر موج A است؟



۱) ۹ ۲) $\frac{۱}{۸۱}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۲۷}$

شیمی

۵۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند.
- ظروف چرب آغشته به خاکستر چوب با آب گرم آسان‌تر شسته می‌شوند.
- آب آلوده و نبود بهداشت از عوامل شیوع بیماری وبا می‌باشد.
- با گذشت زمان امید به زندگی در سطح جهان افزایش یافته است.
- شیب نمودار امید به زندگی در مناطق برخوردار بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است.

۱) پنج ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Watermark. Full version doesn't put this mark.

۵۷- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بنزین یک هیدروکربن ناقطبی با ۲۵ پیوند کووالانسی است.
- اتیلن گلیکول برخلاف اوره به‌دلیل پیوند هیدروژنی در آب محلول است.
- روغن زیتون هر چند دارای پیوند هیدروژنی است ولی در آب حل نمی‌شود.
- عسل به‌دلیل داشتن گروه کربوکسیل زیاد در آب حل می‌شود.
- نمک خوراکی به‌طور فیزیکی در هگزان حل می‌شود.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۵۸- تعداد کربن‌های یک پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر سیرشده با تعداد کربن‌های اسید چرب روغن زیتون برابر است. کدام موارد زیر دربارهٔ این پاک‌کننده درست است؟

الف: در زنجیر آلکیل آن ۳۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

ب: نسبت شمار پیوندهای $C-C$ به $C=C$ در آن برابر ۵ است.

پ: تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی صابون جامد هم‌کربن با زنجیر هیدروکربنی سیرشده برابر ۴۲ گرم است.

ت: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن برابر ۶ است.

۱) «الف» - «پ» ۲) «ب» - «پ» ۳) «ب» - «ت» ۴) «الف» - «ت»

۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱) شیر، ژله و سس مایونز نمونه‌هایی هستند که از توده‌هایی مولکولی با اندازهٔ متفاوت تشکیل شده‌اند.

۲) مس (II) سولفات در آب برخلاف شربت معده نور را عبور می‌دهد.

۳) مخلوط آب و روغن ناپایدار است و با اضافه کردن صابون همگن می‌شود.

۴) کلوئیدها رفتاری بین محلول و سوسپانسیون دارند.

۶۰- کدام مورد از موارد زیر درست است؟ آزمون وی ای پی

الف: محلول یک مولار همهٔ اسیدها رسانای جریان برق است.

ب: برای کاهش pH خاک به آن آهک می‌افزایند.

پ: عامل ایجاد رسانای الکتریکی فلزها و گرافیت با عامل رسانایی الکتریکی محلول سدیم کلرید متفاوت است.

ت: در اثر انحلال مول برابر از N_2O_5 و Na_2O در مقدار یکسان آب شمار مول‌های یون برابری وارد آب می‌شود.

۱) «الف» - «ب» - «ت» ۲) «الف» - «پ» - «ت» ۳) «ب» - «پ» ۴) «پ» - «ت»

۶۱- اختلاف pH محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید و محلولی از باریم هیدروکسید برابر ۱۲/۳ است. در ۲۵ میلی‌لیتر از محلول باریم هیدروکسید چند میلی‌گرم از آن وجود دارد؟ $\log 2 = 0/3$ $(H=1, O=16, Ba=137 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۴۲/۵ ۲) ۲۱۳/۷۵ ۳) ۴۲۷/۵ ۴) ۵۷۰

۶۲- بر روی یک میلی‌لیتر محلول ۳۰ درصد جرمی اسید قوی HA ($M=120 : g.mol^{-1}$) و چگالی $1/2 g.mol^{-1}$، آب خالص اضافه کرده تا به حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر برسد. pH محلول جدید کدام است و ۲۰ میلی‌لیتر از این محلول با چند میلی‌گرم پتاسیم هیدروکسید با خلوص ۸۰ درصد جرمی به‌طور کامل خنثی می‌شود؟

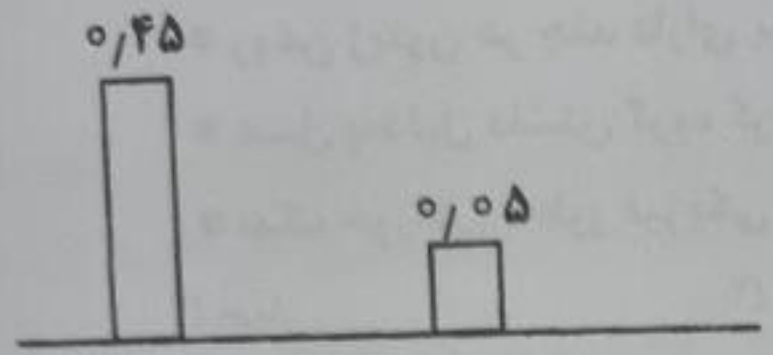
$(H=1, O=16, K=39 : g.mol^{-1})$ $(\log 3 = 0/5)$

۱) ۱/۵−۲۱ ۲) ۲/۵−۴۲ ۳) ۱/۸−۴۲ ۴) ۲/۵−۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۶۳- در اثر انحلال چند گرم استیک اسید در ۲۰۰ میلی‌لیتر آب، نمودار غلظت پس از یونش به شکل زیر درآمده و در این شرایط درصد یونش اسید کدام خواهد بود؟ (از تغییر حجم آب در اثر اضافه کردن اسید صرف‌نظر شود.)

$(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$



۱) ۶ – ۱۱/۱
۲) ۵/۴ – ۱۱/۱
۳) ۶ – ۱۰
۴) ۵/۴ – ۱۰

۶۴- اگر رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار آلومینیم نیترات با رسانایی الکتریکی محلولی از سدیم هیدروکسید برابر باشد غلظت مولی سدیم هیدروکسید کدام است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۶

۶۵- با رقیق کردن محلول یک اسید ضعیف و غلیظ با آب خالص، چه تعداد از موارد زیر افزایش می‌یابد؟ (دما $25\ ^\circ C$)

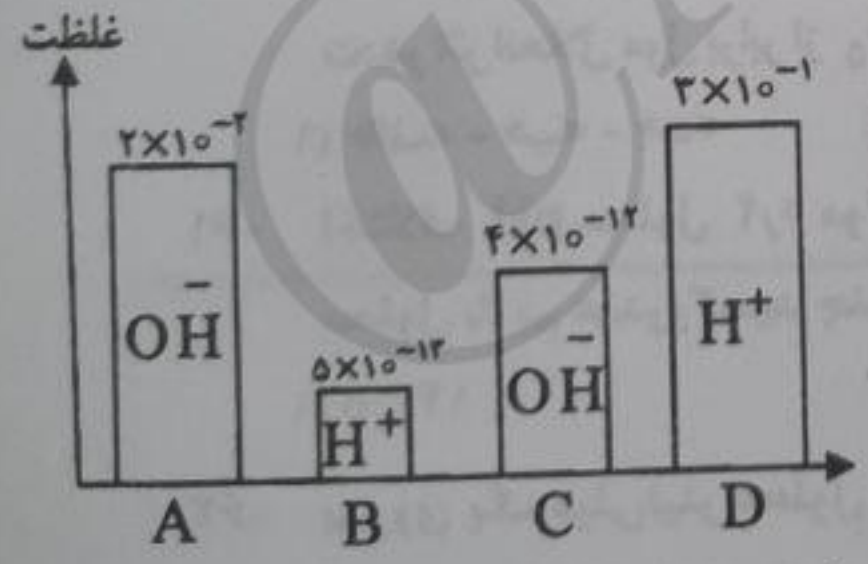
- ثابت یونش اسید
- نسبت غلظت یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم
- درجهٔ یونش اسید
- pH محلول اسید
- رسانایی الکتریکی محلول
- سرعت واکنش با فلز روی
- مقدار گاز هیدروژن تولیدشده با مقدارکافی فلز منیزیم

۱) شش ۲) پنج ۳) چهار ۴) سه

۶۶- ثابت یونش اسید HA برابر $5\times10^{-10}\ mol.L^{-1}$ است. pH محلول ۰/۲ مولار این اسید چند واحد با pH آب خالص در دمای $25\ ^\circ C$ اختلاف دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۶۷- با توجه به نمودار که مربوط به غلظت یون هیدرونیوم یا هیدروکسید برای چهار محلول در دمای اتاق است. کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟



۱) محلول C از انحلال لیتیم اکسید در آب حاصل شده است.
۲) اختلاف pH دو محلول A و D برابر ۱/۲ است.
۳) محلول B همانند محلول A کاغذ pH را آبی رنگ می‌کند.
۴) از محلول C برخلاف محلول B می‌توان به‌عنوان ضد اسید استفاده کرد.

۶۸- فنانترن یک ترکیب آروماتیک موجود در دود سیگار است که ساختار آن داده‌شده است. نسبت مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن به مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در نفتالن کدام است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵۰
۳) ۱/۷۵ ۴) ۲/۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۶۹- با توجه به جدول داده‌شده کدام عبارت‌ها درست است؟ $(Al = ۲۷ : g.mol^{-۱})$

الف: با قرار دادن تیغهٔ روی در محلول نقره نیترات، دمای محلول افزایش می‌یابد.

ب: از میان گونه‌ها، $Al^{۳+}$ قویترین کاهنده و Au قوی‌ترین اکسنده است.

پ: در واکنش ۱۳٫۵ گرم آلومینیم با مقدار کافی محلول روی سولفات $۹٫۰۳\times۱۰^{۲۳}$ الکترون بین اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود.

ت: با استفاده از این نیم‌سلول‌ها، می‌توان ۶ سلول گالوانی با آند و کاتد متفاوت ساخت که emf پنج سلول معادل گالوانی بیشتر از یک ولت است.

۱) «الف» - «ب» - «پ»

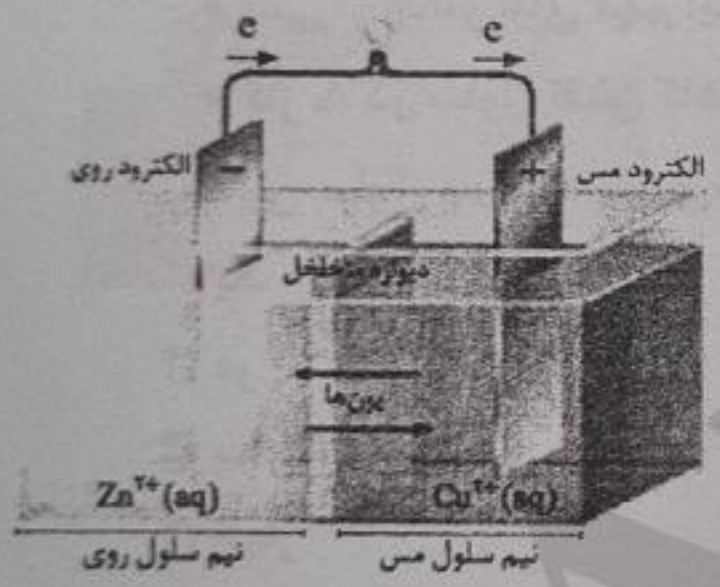
۲) «الف» - «پ» - «ت»

۳) «ب» - «ت»

۴) «پ» - «الف»

نیم‌واکنش کاهش	$E^{\circ}(V)$
$Au^{۳+}(aq)+۳e^{-}\rightarrow Au(s)$	+۱٫۵۰
$Ag^{+}(aq)+e^{-}\rightarrow Ag(s)$	+۰٫۸۰
$Zn^{۲+}(aq)+۲e^{-}\rightarrow Zn(s)$	−۰٫۷۶
$Al^{۳+}(aq)+۳e^{-}\rightarrow Al(s)$	−۱٫۶۶

۷۰- با توجه به سلول گالوانی داده‌شده، اگر به جای نیم‌سلول مس، نقره و به جای نیم‌سلول روی آهن قرار دهیم، کدام مورد درست است؟ $(Fe = ۵۶ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$



- $E^{\circ}(Zn^{۲+}/Zn) = -۰٫۷۶V$
- $E^{\circ}(Ag^{+}/Ag) = +۰٫۸V$
- $E^{\circ}(Fe^{۲+}/Fe) = -۰٫۴۴V$
- $E^{\circ}(Cu^{۲+}/Cu) = +۰٫۳۴V$

۱) ولتاژ سلول ایجادشده بیشتر است و برخلاف سلول اولیه قادر است لامپی که به یک ولت نیاز دارد را روشن کند.

۲) شیب تغییر غلظت کاتیون در کاتد سلول ایجادشده نسبت به شیب تغییر غلظت کاتیون در آند کمتر خواهد بود.

۳) به‌ازای عبور یک مول الکترون از سلول حاصل، تغییر جرم کاتد به‌تقریب ۳٫۸۵ برابر تغییر جرم آند خواهد بود.

۴) می‌توان در نیم‌سلول‌های ایجادشده از محلول کلرید فلزات یاد شده استفاده کرد.

۷۱- از بین عبارت‌های زیر کدام موارد درست است؟

الف: آبکاری از جمله مهمترین کاربردهای الکتروشیمی در قلمروی تولید مواد است.

ب: با کمک دو تیغهٔ مسی و یک لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت که قادر به روشن کردن لامپ LED است.

پ: اکسیژن در واکنش $۲Mg(s)+O_۲(s)\rightarrow ۲MgO(s)$، اکسنده و در واکنش $O_۲(g)+۲F_۲(g)\rightarrow ۲OF_۲(g)$، کاهنده است.

ت: واکنش کلی انجام‌شده در باتری دکمه‌ای «روی - نقره» به‌صورت $ZnO(s)+۲Ag(s)\rightarrow Ag_۲O(s)+Zn(s)$ است.

ث: واکنش سدیم هیدروکسید با سولفوریک اسید در زمرهٔ واکنش‌های اکسایش - کاهش به‌شمار نمی‌روند.

۱) «الف» - «ب» - «ت»

۲) «ب» - «ث»

۳) «الف» - «پ» - «ث»

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۷۲- تیغه‌ای از جنس آهن به جرم ۲۴/۳ گرم را در $500mL$ محلول $0/4mol.L^{-1}$ نقرهٔ نیترات وارد می‌کنیم، اگر پس از مدتی غلظت محلول نقرهٔ نیترات به $0/2mol.L^{-1}$ و جرم تیغهٔ فلزی به ۲۹/۶ گرم برسد، چند درصد از فلز نقره روی تیغهٔ آهن رسوب کرده است؟ (حجم محلول ثابت فرض شود.) $(Fe=56, Ag=108: g.mol^{-1})$

$$Fe(s)+AgNO_3(aq)\rightarrow Fe(NO_3)_2(aq)+Ag(s)$$

۱) ۷۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

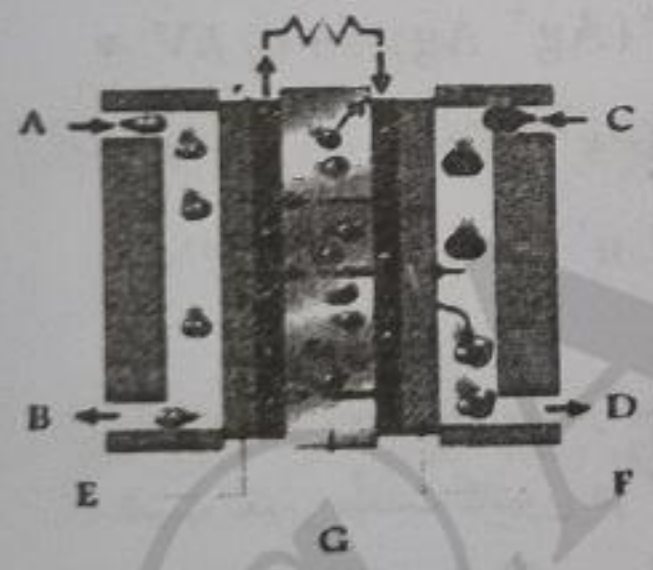
۷۳- در معادلهٔ واکنش زیر پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد کدام است و به‌ازای مصرف ۰/۲ مول Fe^{2+} چند گرم آب در این واکنش تولید می‌شود؟ $(H=1, O=16, Fe=56: g.mol^{-1})$

$$Fe^{2+}(aq)+MnO_4^-(aq)+H^+(aq)\rightarrow Fe^{3+}(aq)+Mn^{2+}(aq)+H_2O(l)$$

۱) ۱/۴۴, ۲۲ ۲) ۱/۴۴, ۲۴ ۳) ۲/۸۸, ۲۲ ۴) ۲/۸۸, ۲۴

۷۴- شکل داده‌شده مربوط به سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» است. چند مورد از توصیف‌های زیر در مورد آن درست است؟

- D محل خروج بخار آب از آند سلول است.
- G غشای مبادله‌کننده یون هیدرونیوم است و جهت حرکت این یون به سمت F است.
- یکی از چالش‌های مهم این سلول تأمین گاز C است که می‌توان آن را از برقکافت آب به‌دست آورد.
- گاز A در سلول نقش کاهنده و یون‌های C نقش اکسنده را دارند.
- این سلول به مانند باتری‌ها، از نوع سلول گالوانی است و قادر به ذخیرهٔ انرژی شیمیایی است.



۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

۷۵- مخلوطی به جرم ۹۱/۵ گرم کلسیم برمید و سدیم برمید را در حالت مذاب برقکافت می‌کنیم. اگر ۰/۴۵ مول Br_2 در اطراف آند تولید شود، نسبت جرم سدیم به کلسیم تولیدشده در کاتد به‌تقریب کدام است؟ $(Na=23, Ca=40, Br=80: g.mol^{-1})$

۱) ۰/۷۴ ۲) ۰/۸۶ ۳) ۱/۲۲ ۴) ۱/۴۴

۷۶- کدام مطلب دربارهٔ استخراج منیزیم از آب دریا نادرست است؟

۱) چگالی منیزیم مذاب از چگالی منیزیم کلرید مذاب کمتر است و در سطح آن قرار می‌گیرد.
۲) در مرحلهٔ نخست منیزیم موجود در آب دریا را با افزودن ماده‌ای با $pH > 7$ به‌صورت رسوب سفید رنگ در می‌آورند.
۳) بر اثر برقکافت محلول $MgCl_2$ در این فرآیند، منیزیم در کاتد و گاز کلر در آند تولید می‌شود.
۴) در یکی از مراحل آن واکنشی انجام می‌شود که مشابه واکنش اسید معده با یک ضد اسید می‌باشد.

آزمون وی ای پی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Watermark. Full version doesn't put this mark.

۷۷- در مورد برقکافت محلول یک مولار روی فلوئورید توسط الکترودهای زغالی، کدام مطلب درست است؟

$E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0/76V$

$E^\circ(F_2/F^-) = +2/8V$

$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l) \quad E^\circ = +1/23\,V$

$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq) \quad E^\circ = -0/83V$

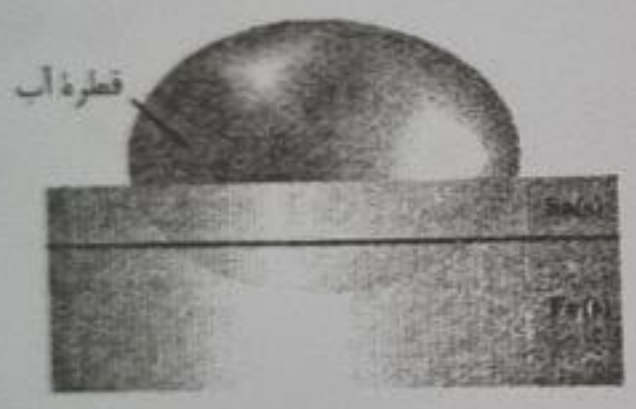
۱) در آند، فلز روی و در کاتد گاز هیدروژن ایجاد می‌شود.

۲) یکی از محصولات برقکافت محلول اسیدی است که معادلهٔ یونش آن در آب برگشت‌پذیر است.

۳) در آند گاز، اکسیژن تولید می‌شود و در سمت کاتد $Zn(OH)_2$ رسوب می‌کند.

۴) واکنش در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و emf آن $3/63\,V$ است.

۷۸- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه درست است؟



۱) شکل مربوط به آهن روکش‌شده با قلع است که در ساخت کانال کولر و تانکر آب کاربرد دارد.

۲) بر اثر خراش نیم‌واکنش آندی به‌صورت $Sn \rightarrow Sn^{2+} + 2e^-$ انجام می‌شود.

۳) در محیط اسیدی و بر اثر خراش نیم‌واکنش $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$ انجام می‌شود.

۴) در فرآیند خوردگی این قطعه، قلع کاهنده، آب الکترولیت و اکسیژن، اکسنده است.

۷۹- اگر برای آبکاری یک قاشق مسی ۰/۱۶۲ گرم نقره مصرف شود و برای تأمین الکترون‌های مورد نیاز در این فرآیند از سلول سوختی «متان - اکسیژن» استفاده گردد، برای آبکاری ۲۰ قاشق مسی چند گرم متان باید در سلول سوختی مصرف شود؟ (بازدهٔ سلول سوختی را ۸۰ درصد فرض کنید.)

$(H = 1, C = 12, Cu = 64, Ag = 108 : g.mol^{-1})$

$CH_4(g) + H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + H^+(aq) + e^-$ موازنه شود.

۱) ۰/۰۶

۲) ۰/۰۷۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Visual Watermark. Full version doesn't put this mark.

۸۰- با توجه به جدول زیر که نیروی الکترو موتوری سه سلول گالوانی را نشان می‌دهد، اگر $E^\circ(C^{2+}/C)$ برابر $0V$ و فلز A با C^{2+} واکنش ندهد، کدام مطلب درست است؟ آزمون وی ای پی

	B^{2+}/B	C^{2+}/C
A^{2+}/A	$0/89V$	$0/58V$
B^{2+}/B	-	$0/31V$

۱) محلول نیترات فلز A را می‌توان در ظرفی از فلز B نگهداری کرد.

۲) قدرت کاهندگی B از A بیشتر است و $E^\circ(B^{2+}/B)$ برخلاف $E^\circ(A^{2+}/A)$ منفی است.

۳) برای حفاظت کاتدی آهن استفاده از فلز A نسبت به B مناسب‌تر است.

۴) در سلول گالوانی حاصل از A و B، کاتیون‌ها در مدار خارجی از سمت نیم‌سلول B به A حرکت می‌کنند.

@Azmoon
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
Protected with trial version of Medal Watermark. Full version doesn't put this mark.

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

سنجش دوازدهم
آزمـــون ۷ از ۱۵

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

ویژهٔ پایهٔ دوازدهم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم ــ مرحلهٔ پنجم
(۱۴۰۳/۱۰/۲۸)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامهٔ آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینهٔ ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

کانال‌های ارتباطی:
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

به‌ترتیب زیر، تبدیلات را انجام می‌دهیم:

k واحد چپ : $f(x+k)$

قرینه نسبت به yها : $f(-x+k)$

واحد بالا: $f(-x+k)+k$

نقطهٔ برخورد با محور yها: $x=0 \rightarrow y=f(k)+k=8$

$$\Rightarrow \frac{3k}{k-1}+k=8$$

$$\Rightarrow \frac{k^2+2k}{k-1}=8$$

$$\Rightarrow k^2-6k+8=0$$

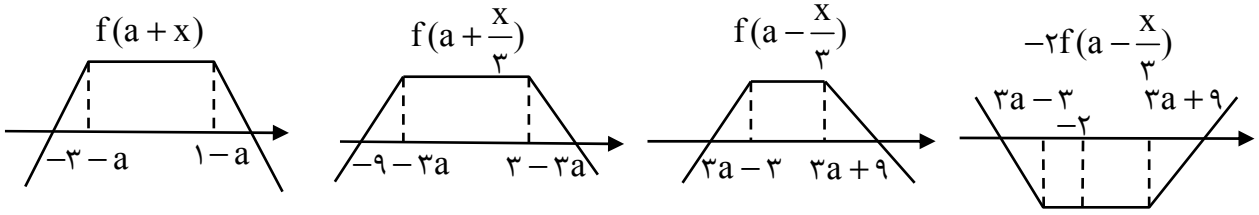
$$\Rightarrow k=2 \text{ یا } 4$$

$$\Rightarrow \text{جمع جواب‌ها}=6$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: آسان)

۲. گزینه ۱ درست است.

صرف‌نظر از جایگاه محور yها، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow 3a-3 \le -2 \Rightarrow a \le \frac{1}{3}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نمودار تابع، ضابطهٔ f به‌صورت $f(x)=(x+1)^3+1$ است؛ پس $\alpha=-1, \beta=1$ است. به شرطی رابطهٔ $xf(\beta x-k)\ge 0$ همواره برقرار است که نمودار $f(\beta x-k)$ از مبدأ عبور کند. در واقع در این حالت نمودار $f(\beta x-k)$ از دو ناحیه ۱ و ۳ عبور می‌کند.

$$y=f(\beta x-k)=f(x-k)$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow f(-k)=0 \Rightarrow (-k+1)^3+1=0$$

$$\Rightarrow k=2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۲ درست است.

$$x-2f(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \rightarrow 2-2f(3)=0 \Rightarrow f(3)=1 \\ x=-2 \rightarrow -2-2f(-1)=0 \Rightarrow f(-1)=-1 \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$۲x+f(x-۱)=۰\rightarrow\begin{cases}x=۱\rightarrow ۲+f(۰)=۰\Rightarrow f(۰)=-۲\\ x=-۱\rightarrow -۲+f(-۲)=۰\Rightarrow f(-۲)=۲\end{cases}$$

حال باقی‌ماندهٔ تقسیم $g(x)$ بر $x+۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$g(x)=xf(۱-x)+(۱-x)f(x)$$
$$R=g(-۲)=-۲f(۳)+۳f(-۲)=-۲\times ۱+۳\times ۲=۴$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۵. **گزینه ۴ درست است.**

$$f(x)=a\pm b\sin cx \qquad \max=a+|b|$$
$$f(x)=a\pm b\cos cx \qquad \min=a-|b|$$
$$T=\frac{۲\pi}{|c|}$$

اگر فرض کنیم $\min=k$ آنگاه $T=k+۳$ و $\max=۳k+۹$ در این صورت:

$$\begin{cases}a+|b|=۳k+۹\\ a-|b|=k\end{cases}\Rightarrow a=\frac{۴k+۹}{۲}$$
$$|b|=\frac{۴k+۹}{۲}-k=\frac{۲k+۹}{۲}$$

از طرفی:

$$T=\frac{۲k}{|c|}=k+۳\Rightarrow|c|=\frac{۲\pi}{k+۳}$$

پس:

$$f(x)=\frac{۴k+۹}{۲}\pm\frac{۲k+۹}{۲}\cos(\frac{۲\pi}{k+۳})x$$

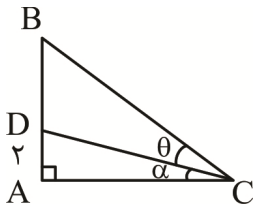
گزینهٔ قابل قبول گزینهٔ ۴ است که $k=-\frac{۱}{۲}$

$$f(x)=\frac{۷}{۲}\pm ۴\cos\frac{۴\pi}{۵}x\Rightarrow f(x)=\frac{۷}{۲}+۴\cos(\frac{۴\pi}{۵}x+\frac{\pi}{۳})$$

قابل قبول است.

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۶. **گزینه ۲ درست است.**



چون $B=\frac{\pi}{۴}$، پس $C=\frac{\pi}{۴}$ از طرفی $\tan ۲\theta=\frac{۴}{۳}$ پس:

$$\frac{۲\tan\theta}{۱-\tan^۲\theta}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۶\tan\theta=۴-۴\tan^۲\theta\Rightarrow$$
$$۲\tan^۲\theta+۳\tan\theta-۲=۰\Rightarrow\tan\theta=\frac{-۳\pm\sqrt{۹+۱۶}}{۴}\xrightarrow{\tan\theta>۰}\tan\theta=\frac{۱}{۲}$$
$$\alpha+\theta=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۴}-\theta\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\tan\frac{\pi}{۴}-\tan\theta}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\tan\theta}$$
$$\tan\alpha=\frac{۱-\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\tan=\frac{AD}{AC}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{AC}\Rightarrow AC=۶$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷. گزینه ۳ درست است.

با توجه به اتحاد $\sin^{۲}\alpha=\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$

داریم:

$$f(x)=a\frac{۱-\cos(\frac{\pi}{۲}+۲bx)}{۲}+c$$

$$f(x)=\frac{a}{۲}+c+\frac{a}{۲}\sin ۲bx$$

با توجه به نمودار:

$$\begin{aligned}&max=۲\\&min=-۱\\&T=\frac{۲\circ\pi}{۸}=\frac{۵\pi}{۲}\end{aligned}\Rightarrow\begin{cases}\frac{a}{۲}+c+|\frac{a}{۲}|=۲\\\frac{a}{۲}+c-|\frac{a}{۲}|=-۱\end{cases}$$

$$\frac{۲\pi}{|۲b|}=\frac{\pi}{|b|}=\frac{۵\pi}{۲}\Rightarrow|b|=\frac{۲}{۵}$$

با توجه به نمودار $ab>\circ$ پس $a>\circ$ و $b>\circ$ فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases}a+c=۲\\c=-۱\\b=\frac{۲}{۵}\end{cases}\quad\begin{aligned}&a=۳\\&b=\frac{۲}{۵}\end{aligned}\Rightarrow ab=\frac{۶}{۵}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۸. گزینه ۴ درست است.

نکته:

$$\alpha+\beta=\frac{\pi}{۲}\rightarrow\sin\alpha=\cos\beta$$

$$\sin(\frac{۱۷\pi}{۸}-x)=\sin(۲\pi+\frac{\pi}{۸}-x)=\sin(\frac{\pi}{۸}-x)$$

به این ترتیب:

$$\sin(\frac{\pi}{۸}-x)\sin(\frac{۳\pi}{۸}+x)=\sin^{۲}\frac{۱۱\pi}{۶}$$

چون $(\frac{۳\pi}{۸}+x)+(\frac{\pi}{۸}-x)=\frac{\pi}{۲}$ پس $\sin(\frac{۳\pi}{۸}+x)=\cos(\frac{\pi}{۸}-x)$ به این ترتیب

$$\sin(\frac{\pi}{۸}-x)\cos(\frac{\pi}{۸}-x)=(\frac{-۱}{۲})^{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲\sin(\frac{\pi}{۸}-x)\cos(\frac{\pi}{۸}-x)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow$$

$$\sin(\frac{۲\pi}{۸}-۲x)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\sin(\frac{\pi}{۴}-۲x)=\frac{۱}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\sin(\frac{\pi}{۴}-۲x)=\sin\frac{\pi}{۶}\begin{cases}\frac{\pi}{۴}-۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ \frac{\pi}{۴}-۲x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi+\frac{\pi}{۲۴}\\ x=k\pi-\frac{۷\pi}{۲۴}\end{cases}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}\begin{matrix}x=\frac{\pi}{۲۴},\frac{۲۵\pi}{۲۴}\\ x=\frac{-۷\pi}{۲۴},\frac{۱۷\pi}{۲۴}\end{matrix}$$

جمع $S=\frac{۳۶\pi}{۲۲۴}=\frac{۳\pi}{۲}$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۱ درست است.

نکته:

$$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)$$

$$\cos x\ \cos۲x=۲\sin^۲x\cos x+۱$$

$$\cos x\ \cos۲x=\underbrace{۲\sin x\cos x}_{\sin۲x}\times\ \sin x+۱$$

$$\cos x\ \cos۲x-\sin۲x\ \sin x=۱\Rightarrow\cos۳x=۱$$

$$۳x=۲k\pi,k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}$$

اولین جواب مثبت $\frac{۲\pi}{۳}$ است، پس $\alpha=\frac{۲\pi}{۳}$ از طرفی :

$$۰\le x\le۲\pi\Rightarrow x=۰,\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳},۲\pi\Rightarrow\theta=\frac{۱۲\pi}{۳}=۴\pi$$

$$\Rightarrow\frac{\theta}{\alpha}=\frac{۴\pi}{\frac{۲\pi}{۳}}=۶$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۱ درست است.

با فرض $\sqrt{\frac{۱}{x}}=t$ وقتی $x\to۰^+$ داریم $t\to+\infty$

$$\lim_{x\to۰}+(a\sqrt{\frac{۱}{x}+\sqrt{\frac{۱}{x}}}+b\sqrt{\frac{۱}{x}+۱})=۱$$

$$\lim_{t\to+\infty}(a\sqrt{t^۲+t}+b\sqrt{t^۲+۱})\times\frac{a\sqrt{t^۲+t}-b\sqrt{t^۲+۱}}{a\sqrt{t^۲+t}-b\sqrt{t^۲+۱}}$$

$$=\lim_{t\to+\infty}\frac{a^۲(t^۲+t)-b^۲(t^۲+۱)}{a|t|-b|t|}=\lim_{t\to+\infty}\frac{\overbrace{(a^۲-b^۲)}^{۰}t^۲+a^۲t-b^۲}{(a-b)t}=۱\xrightarrow[a-b\neq۰]{a^۲-b^۲=۰}a=-b$$

$$\Rightarrow\lim_{t\to+\infty}\frac{a^۲t}{(a-b)t}=۱\xrightarrow{a=-b}\lim_{t\to+\infty}\frac{a^۲t}{۲at}=۱\to\frac{a}{۲}=۱\ \begin{matrix}a=۲\\ b=-۲\end{matrix}\to[\frac{ab}{۳}]=-۲$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$y=\frac{\cos \pi x}{\cos(\sqrt{x})+2} \xrightarrow[\text{مجانب قائم است}]{\text{خط } ax+b=0} y=\frac{\cos \pi x}{\sin \pi x(\cos \sqrt{x}+2)} \xrightarrow{\cos \sqrt{x} \neq -2}$$

$$\sin \pi x=0 \rightarrow \pi x=k\pi \rightarrow x=k \xrightarrow[k\in\mathbb{Z}]{\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}} x=1 \rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ ax+b=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=n \\ b=-n \end{cases} \rightarrow \frac{-2a}{b}=2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x\to(-2)} \frac{x^2+x-2}{-2x^3+3ax^2-bx+c}=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)(x-1)}{-2(x+2)^3}=\lim_{x\to -2} \frac{(x-1)}{-2(x+2)^2}=\frac{-3}{0^-}=+\infty$$

مخرج: $-2(x+2)^3=-2(x^3+6x^2+12x+8)=\begin{cases} -2x^3-12x^2-24x-16 \\ -2x^3+3ax^2-bx+c \end{cases}$

$$\begin{cases} a=-4 \\ b=24 \\ c=-16 \end{cases} \rightarrow a+b+c=4$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مجانب افقی تابع را می‌یابیم:

$$f(x)=2-\sqrt{\frac{4x+a}{x-2}} \rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} 2-\sqrt{\frac{4x}{x}}=2-2=0 \rightarrow y=0 \quad \text{مجانب افقی}$$

سپس حدود $+\infty,-\infty$ را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{4x+a}{x-2}=\frac{4x-8+a+8}{x-2}=\frac{\overbrace{4(x-2)}^{4x-8}}{x-2}+\frac{a-8}{x-2}=4+\frac{a+8}{x-2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} 2-\sqrt{\underbrace{4+\frac{a+8}{x-2}}_{4^+}}=0^- \rightarrow \frac{a+8}{+\infty}=0^+ \rightarrow a+8>0 \rightarrow a>-8$$

$$\lim_{x\to-\infty} 2-\sqrt{\underbrace{4+\frac{a+8}{x-2}}_{4^-}}=0^+ \rightarrow \frac{a+8}{-\infty}=0^- \rightarrow a+8>0 \rightarrow a>-8$$

$a>-8 \Rightarrow$ اعداد صحیح نامثبت $=\{-7,-6,-5,\ldots,0\}$ هشت عدد

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} a_{11}=-2 & a_{12}=3 \\ a_{21}=-1 & a_{22}=1 \end{cases} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & -۲\end{bmatrix}$$

$$A^{۳}=A^{۲}\times A=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$$

$$A^{۱۴۰۳}=(A^{۳})^{۴۶۷}\times A^{۲}=I^{۴۶۷}\times A^{۲}=I\times A^{۲}=A^{۲}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۱ درست است.

$$A=\begin{bmatrix}۳ & ۵\\ ۱ & ۲\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}۴ & ۷\\ ۱ & ۲\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$$

طرفین رابطه $AMB=C$ را از سمت راست در $B^{-۱}$ و از سمت چپ در $A^{-۱}$ ضرب می‌کنیم.

$$A^{-۱}AMBB^{-۱}=A^{-۱}CB^{-۱}\Rightarrow M=A^{-۱}CB^{-۱}$$

$$M=\begin{bmatrix}۲ & -۵\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۷\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & -۳\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۷\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}-۳ & ۹\\ ۲ & -۶\end{bmatrix}\Rightarrow ۲=\text{مجموع درایه‌ها}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۰ & ۰ & ۳\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۲}=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۳\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۳}=\overline{O}$$

$$\Rightarrow A^{۳}+I=I\Rightarrow (A+I)(A^{۲}-A+I)=I$$

$$\Rightarrow (A+I)^{-۱}=A^{۲}-A+I=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۳\\ ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۰ & ۰ & ۳\\ ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۱\\ ۰ & ۱ & -۳\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: دشوار)

۱۷. گزینه ۲ درست است.

دستگاه $\begin{cases}۲x+my=۴\\ (m-۱)x+y=۲\end{cases}$ فاقد جواب است، بنابراین:

$$\frac{۲}{m-۱}=\frac{m}{۱}\neq\frac{۴}{۲}\Rightarrow m^{۲}-m-۲=۰\Rightarrow\begin{cases}m=-۱\\ m=۲\end{cases}$$

$$m=-۱\Rightarrow\frac{۲}{-۲}=\frac{-۱}{۱}\neq\frac{۴}{۲}\quad\boxtimes$$

$$m=۲\Rightarrow\frac{۲}{۱}=\frac{۲}{۱}\neq\frac{۴}{۲}\quad\boxtimes$$

بنابراین $m=-۱$ قابل قبول است.

$$\begin{cases}-x+y=۲\\ x-۲y=۲\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$-y_{\circ}=۴\Rightarrow y_{\circ}=-۴$$
$$x_{\circ}+۸=۲\Rightarrow x_{\circ}=-۶$$
$$x_{\circ}+y_{\circ}=-۱۰$$

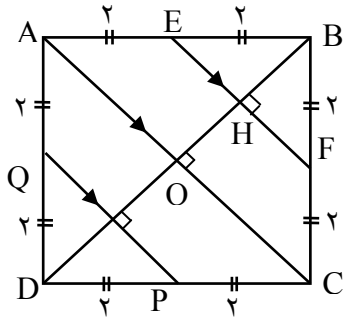
(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۸. گزینه ۱ درست است.

$$|I-A^{-۱}|=|AA^{-۱}-A^{-۱}|=|(A-I)A^{-۱}|$$
$$=|A-I||A^{-۱}|=|A-I|\frac{۱}{|A|}=۱۲(\frac{۱}{-۲})=-۶$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۲ درست است.



مکان هندسی نقاطی که از قطر **AC** به فاصلهٔ $\sqrt{۲}$ واحد باشند، دو خط به موازات قطر **AC** و به فاصلهٔ $\sqrt{۲}$ از آن است. محل برخورد این دو خط با محیط مربع را Q,P,F,E می‌نامیم.

$$\text{اندازهٔ ضلع مربع}=a=۴\Rightarrow \text{قطر مربع } BD=\sqrt{۲}a=۴\sqrt{۲}$$
$$\Rightarrow OB=\frac{۱}{۲}BD=۲\sqrt{۲}\ ,\ OH=BH=\sqrt{۲}$$
$$EF\parallel AC\xrightarrow[\text{تالس}]{}\frac{BH}{OH}=\frac{BE}{AE}=\frac{BF}{FC}=۱$$

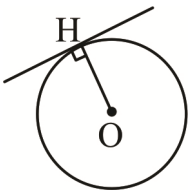
در نتیجه **E** و **F** به همین ترتیب **P** و **Q** وسط اضلاع مربع هستند.

$$S_{ABEFCPQ}=S_{\text{مربع}}-۲S_{\underset{BEF}{\Delta}}=۱۶-۲(\frac{۱}{۲}\times۲\times۲)=۱۲$$

(هندسه (۳) - سطح دشوار: دشوار)

۲۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases}۳x+۲y=۱۳\\ ۲x-۳y=۰\end{cases}\Rightarrow x=۳\ ,\ y=۲\Rightarrow O(۳,۲)$$



$$R=OH=\frac{|۳+\frac{۸}{۳}+۱|}{\sqrt{۱+\frac{۱۶}{۹}}}=۴$$

مساحت دایره برابر $S=\pi R^{۲}=۱۶\pi$ است.

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$C: x^{۲}+y^{۲}+۴x-۶y-۱۲=۰\Rightarrow O(-۲,۳), r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶+۴۸}=۵$$

معادلهٔ دایره‌ای که محورهای مختصات مماس‌اند، به‌صورت $(x\pm\alpha)^{۲}+(y\pm\alpha)^{۲}=\alpha^{۲}$ است.

با توجه به اینکه مرکز این دایره نقطهٔ $O'(۱,-۱)$ است، معادلهٔ دایرهٔ C' به‌صورت زیر خواهد بود:

$$(x-۱)^{۲}+(y+۱)^{۲}=۱\Rightarrow r'=۱\ ,\ O'(۱,-۱)$$
$$|OO'|=\sqrt{(-۲-۱)^{۲}+(۳+۱)^{۲}}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$r+r'=۵+۱=۶ \qquad r-r'=۵-۱=۴$

$\Rightarrow r-r'<|OO'|<r+r' \Rightarrow$ دو دایره متقاطع‌اند

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۱ درست است.

فرض کنیم معادلهٔ دایره به‌صورت $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=۱۶$ باشد.

دایره از نقطهٔ $(۲,۱)$ می‌گذرد مختصات نقطه در معادله صدق می‌کند.

$$(۲-\alpha)^۲+(۱-\beta)^۲=۱۶ \qquad (I)$$

از طرفی فاصلهٔ مرکز دایره $O(\alpha,\beta)$ تا خط $y=۵$ برابر با ۸ واحد است. یعنی:

$$|\beta-۵|=۸ \Rightarrow \beta=۱۳,\beta=-۳$$

مرکز دایره در ناحیهٔ چهارم واقع است. $\beta<۰$ قابل قبول است. $\beta=-۳$

با جایگذاری در رابطه (I) داریم:

$$(۲-\alpha)^۲+(۱+۳)^۲=۱۶$$

$$(۲-\alpha)^۲=۰ \Rightarrow \alpha=۲ \ , \ O(۲,-۳)$$

معادلهٔ دایره به‌صورت $(x-۲)^۲+(y+۳)^۲=۱۶$ است.

$$y=۰ \Rightarrow (x-۲)^۲+۳^۲=۱۶ \Rightarrow (x-۲)^۲=۷$$

$$\Rightarrow x-۲=\pm\sqrt{۷} \Rightarrow x=۲\pm\sqrt{۷}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

حاصل $p-q+r$ عددی زوج است؛ بنابراین یا هرسه عدد زوج هستند یا یکی زوج و دوتا فرد است. تنها عدد اول زوج عدد ۲ است؛ بنابراین امکان ندارد که هر سه زوج باشند. پس قطعاً یکی از این اعداد زوج و دوتا فرد است. **r** کوچک‌ترین عدد است، پس $r=۲$ است و در نتیجه:

$$r=۲ \Rightarrow p-q+۲=۴ \Rightarrow p-q=۲$$

p و q دو عدد اول هستند که ۲ واحد با هم اختلاف دارند. بزرگ‌ترین اعداد اول دو رقمی با این شرایط اعداد ۷۱ و ۷۳ هستند، بنابراین:

$$p=۷۳,q=۷۱,r=۲ \Rightarrow p+q-۲=۷۳+۷۱-۲=۱۴۲$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$(a,۹۶)=۱۶ \Rightarrow (a,۲^۵\times۳)=۲^۴ \Rightarrow ۲^۴ \mid a \Rightarrow a=۲^۴\times q$$

با توجه به اینکه ب . م . م **a** و $۲^۵\times۳$ است، پس **q** نه عامل ۲ دارد و نه عامل ۳ بنابراین:

q	۱	۵	۷	۱۱	۱۳	.....
a	۱۶	۸۰	۱۱۲	۱۷۶	۲۰۸	.....

بنابراین **a** می‌تواند اعداد ۱۶، ۸۰، ۱۱۲و ۱۷۶ باشد. تعداد این اعداد برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۵. گزینه ۱ درست است.

اگر فرض کنیم که $(۱۸۷,۲۲۱)=d$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d \mid ۱۸۷ \\ d \mid ۲۲۱ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۱۸۷m+۲۲۱n \quad (m,n\in\mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow ۱۸۷m+۲۲۱n=kd \quad (k\in\mathbb{Z})$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بنابراین هر عضو این مجموعه مضربی صحیح از ب. م. م ۱۸۷ و ۲۲۱ است.

$$(۱۸۷,۲۲۱)=(۱۱\times۱۷,۱۳\times۱۷)=۱۷$$
$$\Rightarrow ۱۸۷m+۲۲۱n=۱۷k \quad (k\in\mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مضرب ۱۷ برابر با $۱۷\times۵=۸۵$ و مجموع ارقامش برابر $۸+۵=۱۳$ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۴ درست است.

ابتدا با اضافه کردن ۶ واحد به طرفین رابطهٔ تقسیم، باقی‌مانده را برابر صفر می‌کنیم:

$$a+۶=۱۳q+۷+۶=۱۳q+۱۳=۱۳(q+۱)=۱۳q'$$

سپس با اضافه کردن ۳ واحد دیگر به طرفین رابطه، باقی‌مانده را برابر ۳ می‌کنیم:

$$a+۶+۳=۱۳q'+۳$$

حالا اگر ۱۳ تا ۱۳ تا به مقسوم اضافه کنیم، باقی‌مانده تغییر نمی‌کند:

$$a+۹+۱۳k=۱۳q'+۳+۱۳k \quad (k\in\mathbb{Z})$$
$$\Rightarrow a+(۱۳k+۹)=۱۳(q'+k)+۳=۱۳q''+۳$$

بنابراین پاسخ مسئله عددی به‌صورت $۱۳k+۹$ است. حالا باید بزرگ‌ترین عدد سه رقمی به‌شکل $۱۳k+۹$ را بیابیم:

$$۱۳k+۹\le۹۹۹\Rightarrow ۱۳k\le۹۹۰\Rightarrow k\le\frac{۹۹۰}{۱۳}\Rightarrow k\le۷۶$$
$$k=۷۶\Rightarrow ۱۳k+۹=(۱۳\times۷۶)+۹=۹۹۷$$
$$\Rightarrow \overline{abc}=۹۹۷\Rightarrow a-b+c=۹-۹+۷=۷$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۷. گزینه ۱ درست است.

یک نکته: اگر **n** عددی طبیعی باشد، آنگاه $a^n+b^n\overset{ab}{\equiv}(a+b)^n$

$$\begin{cases}۲^n+۶^n\overset{۲\times۶}{\equiv}(۲+۶)^n\Rightarrow ۲^n+۶^n\overset{۱۲}{\equiv}۸^n\\ ۳^n+۴^n\overset{۳\times۴}{\equiv}(۳+۴)^n\Rightarrow ۳^n+۴^n\overset{۱۲}{\equiv}۷^n\end{cases}$$
$$\Rightarrow ۲^n+۳^n+۴^n+۶^n\overset{۱۲}{\equiv}۷^n+۸^n$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$۲^۵\overset{۱۱}{\equiv}۳۲\overset{۱۱}{\equiv}-۱\Rightarrow ۲^{۱۰}\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow ۲^{۲۰}\equiv۱\Rightarrow ۲^{۲۲}\overset{۱۱}{\equiv}۲^۲\overset{۱۱}{\equiv}۴$$
$$۳^۵\overset{۱۱}{\equiv}۲۴۳\overset{۱۱}{\equiv}۳-۴+۲\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow ۳^{۳۰}\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow ۳^{۳۳}\overset{۱۱}{\equiv}۳^۳\overset{۱۱}{\equiv}۲۷\overset{۱۱}{\equiv}۵$$
$$۵^۲\overset{۱۱}{\equiv}۲۵\overset{۱۱}{\equiv}۳\Rightarrow ۵^۴\overset{۱۱}{\equiv}۹\overset{۱۱}{\equiv}-۲\Rightarrow ۵^۵\overset{۱۱}{\equiv}-۱۰\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow ۵^{۵۰}\overset{۱۱}{\equiv}۱$$
$$\Rightarrow ۵^{۵۵}\overset{۱۱}{\equiv}۵^۵\overset{۱۱}{\equiv}۱$$

بنابراین:

$$(۲^{۲۲}+۳^{۳۳})x\overset{۱۱}{\equiv}۵^{۵۵}\Rightarrow (۴+۵)x\overset{۱۱}{\equiv}۱$$
$$\Rightarrow ۹x\overset{۱۱}{\equiv}۱\overset{۱۱}{\equiv}۴۵\Rightarrow x\overset{۱۱}{\equiv}۵\Rightarrow x=۱۱k+۵$$
$$k=۹\Rightarrow x=۹۹+۵=۱۰۴$$

پس رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند **x** برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۹. گزینه ۲ درست است.

یک نکته: در هر گراف سادهٔ **G** رابطهٔ $\Delta(G)-\delta(G)=\Delta(\overline{G})-\delta(\overline{G})$ برقرار است.

$$\begin{cases}\Delta(G)+\delta(G)=۷\\ \Delta(\overline{G})-\delta(\overline{G})=۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\Delta(G)+\delta(G)=۷\\ \Delta(G)-\delta(G)=۳\end{cases}\Rightarrow ۲\Delta(G)=۱۰$$

$$\Rightarrow \Delta(G)=۵\Rightarrow \delta(G)=۲$$

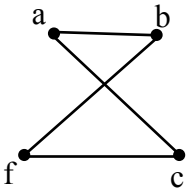
با توجه به اینکه $\Delta(G)=۵$ است، پس گراف **G** باید حداقل ۶ رأس داشته باشد و در این شرایط درجات رأس‌های این گراف با کمترین تعداد یال به‌صورت ۵,۳,۲,۲,۲,۲ خواهد بود:

$$۲q=\sum \deg vi=۲+۲+۲+۲+۳+۵=۱۶\Rightarrow q_{min}=۸$$

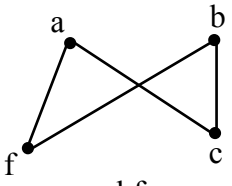
(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۳۰. گزینه ۴ درست است.

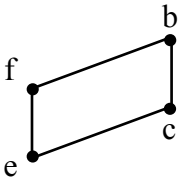
چهار دور دیگر به طول ۴ شامل رأس **c** وجود دارد که عبارتند از:



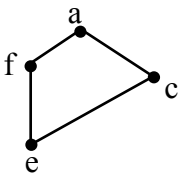
acfba



acbfa



bcefa



acefa

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

در قسمت اول حرکت داریم:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۵}L\Rightarrow t_۱=\frac{L_۱}{v_۱}\Rightarrow t_۱=\frac{\frac{۱}{۵}L}{۴}=\frac{L}{۲۰}$$

در قسمت دوم حرکت داریم:

$$\Delta x_۲=\frac{۴}{۵}L\Rightarrow t_۲=\frac{L_۲}{v_۲}\Rightarrow t_۲=\frac{\frac{۴}{۵}L}{۱۲}=\frac{L}{۱۵}$$

حال داریم:

$$|v_{avT}|=\frac{|\Delta x_۱-\Delta x_۲|}{t_۱+t_۲}=\frac{|\frac{۱}{۵}L-\frac{۴}{۵}L|}{\frac{L}{۲۰}+\frac{L}{۱۵}}$$

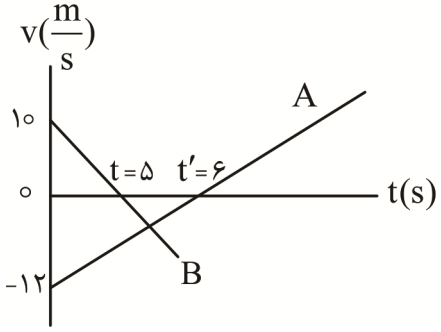
$$\Rightarrow |v_{avT}|=\frac{\frac{۳}{۵}L}{\frac{۷}{۶۰}L}=\frac{۳۶}{۷}\frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه بزرگی شتاب هر دو متحرک یکسان است از رابطهٔ $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای هر متحرک استفاده می‌کنیم و داریم:



$$\left.\begin{aligned} a_A &= \frac{0-(-12)}{t'}=\frac{12}{t'} \\ a_B &= \frac{0-10}{t}=\frac{-10}{t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow |a_A|=|a_B|$$

$$\Rightarrow \frac{12}{t'}=\frac{10}{t} \rightarrow 6t=5t' \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به اینکه در بازهٔ زمانی t تا t' علامت سرعت دو متحرک همزمان منفی است، نتیجه می‌گیریم $t'-t=1s$ و از معادلهٔ (۱) استفاده می‌کنیم و t و t' را حساب می‌کنیم.

$$6(t'-1)=5t' \rightarrow 6t'-6=5t' \rightarrow t'=6s \rightarrow t=6-1=5s$$

گام سوم: شتاب متحرک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$a_A=\frac{0-(-12)}{6}=2\frac{m}{s^2}$$

شتاب B منفی، اما هم اندازهٔ شتاب A است.

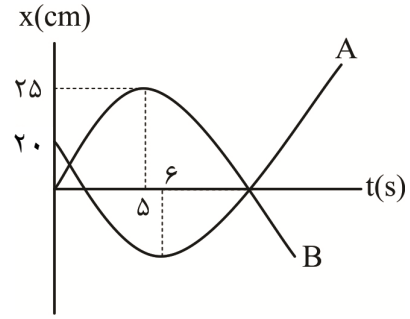
$$\rightarrow a_B=-2\frac{m}{s^2}$$

گام چهارم: معادله مکان – زمان هر متحرک را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

$$x_A=\frac{1}{2}\times 2t^2-12t+20 \Rightarrow x_A=t^2-12t+20$$

$$x_B=\frac{1}{2}\times -2t^2+10t \rightarrow x_B=-t^2+10t$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام چهارم: مکان دو متحرک را برابر هم قرار می‌دهیم تا لحظهٔ به هم رسیدن آن‌ها به یکدیگر را حساب کنیم:

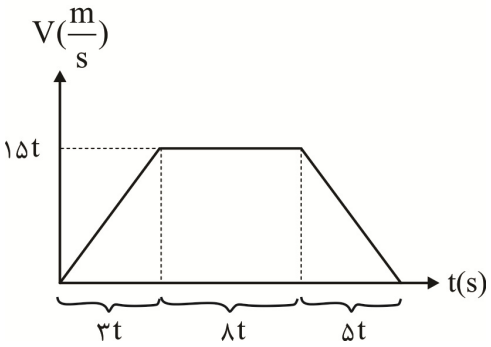
$$t^۲ - ۱۲t + ۲۰ = -t^۲ + ۱۰t \rightarrow ۲t^۲ - ۲۲t + ۲۰ = ۰ \rightarrow t^۲ - ۱۱t - ۱۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۱)(t-۱۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s & \text{برای اولین‌بار} \\ t_۲ = ۱۰s & \text{برای دومین‌بار} \end{cases}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

برای حل تست از نمودار سرعت - زمان بهره می‌گیریم از آنجا که اندازه تغییرات سرعت، در بخش تندشونده و کندشونده حرکت یکسان است. طبق رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ زمان با شتاب رابطه عکس داشته و چون نسبت شتاب ۵ به ۳ است. نسبت زمان آن‌ها ۳ به ۵ خواهد خواهد بود. زمان در بخش تندشونده را $۳t$ و زمان در بخش کندشونده را $۵t$ فرض می‌کنیم. به این ترتیب طبق فرض زمان حرکت یکنواخت مجموع این دو یعنی $۸t$ است.



نهایی $v = at + V_۰$

نهایی $v = ۵ \times ۳t = ۱۵t$

کل $t = ۳t + ۸t + ۵t = ۱۶t = ۶۴s \Rightarrow t = ۴s$

$$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = \frac{(۱۶t + ۸t) \times ۵t}{۲} = ۶۰t^۲$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰t^۲}{۱۶t} = \frac{۶۰ \times t}{۱۶}$$

$$t = ۴s \Rightarrow v_{av} = \frac{۶۰ \times ۴}{۱۶} = ۱۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن گلوله A فرض می‌کنیم و معادله مکان - زمان گلوله‌ها را می‌نویسیم:

$$y_A = \frac{۱}{۲}gt_A^۲ + y_{۰A} \xrightarrow[t_A = t]{y_{۰A} = ۰} y_A = -\frac{۱}{۲}(۱۰t^۲) = -۵t^۲$$

$$y_B = -\frac{۱}{۲}gt_B^۲ + y_{۰B} \xrightarrow[t_B = t-۲]{y_{۰B} = -۶۰m} y_B = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰(t-۲)^۲ - ۶۰$$

$$y_B = -۵t^۲ + ۲۰t - ۸۰$$

گام ۲: با توجه به اینکه دو گلوله هم‌زمان به زمین می‌رسند، می‌توان نوشت $y_A = y_B$ و زمان حرکت گلوله‌ها را به‌دست آورد.

$$-۵t^۲ = -۵t^۲ + ۲۰t - ۸۰ \Rightarrow t = ۴s$$

$$t_A = t = ۴s \; , \; t_B = t_A - ۲ \Rightarrow t_B = ۲s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام ۳: فاصله AC و BC از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم.

$$y_A = -۵t^۲ = -۵(۴)^۲ = -۸۰\,m \Rightarrow \overline{AC} = ۸۰\,m$$

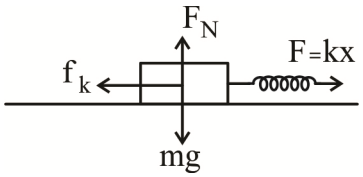
$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \xrightarrow{\overline{AB}=۶۰m} \overline{BC} = ۲۰\,m$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{۸۰}{۲۰} = ۴$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در مرحله اول در نظر می‌گیریم و با استفاده از قانون دوم نیوتن و نیروی کشسانی فنر شتاب جسم را حساب می‌کنیم.



$$F - f_k = ma \rightarrow kx - \mu_a mg = ma \rightarrow ۲\times۱۰ - ۰/۲\times۵۰ = ۵a \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: از رابطه $v = at + v_۰$ استفاده می‌کنیم و سرعت جسم را در لحظه $t = ۵s$ حساب می‌کنیم:

$$v = ۵\times۲ + ۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

گام سوم جابه‌جایی جسم را تا لحظه $t = ۵s$ حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}\times۲\times۵^۲ + ۰ = ۲۵m\,.$$

گام چهارم: در لحظه $t = ۵s$ جرم جسم دو برابر می‌شود و همزمان با آن نیروی F حذف می‌شود، پس نتیجه می‌گیریم که فقط نیروی اصطکاک لغزشی برجسم وارد می‌شود و این نیرو ۲ برابر نیروی اصطکاک در مرحله اول است:

$$-f_k = -\mu_k \times ۲mg = ma \rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

گام پنجم: از رابطه مستقل از شتاب یا سرعت - جابه‌جایی با شتاب ثابت مسافت توقف جسم را حساب می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x' \rightarrow \Delta x' = \frac{۱۰^۲}{۴} = ۲۵m$$

گام ششم: جابه‌جایی کل متحرک را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۲۵ + ۲۵ = ۵۰\,m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

در حالت نخست نیروی فنر با نیروی وزن جسم هم اندازه است:

$$\text{فنر } x = \frac{۱۲/۵}{۱۰۰}\ell_۱ = \frac{۱}{۸}\times۴۰ = ۵cm$$

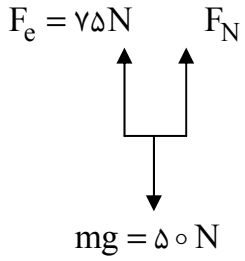
در حالت دوم جسم بر روی ترازو قرار گرفته و به طول فنر $۲/۵cm$ افزوده می‌گردد و تغییر طول فنر $۷/۵cm$ می‌شود:

در حالت اول: $k\times۵ = mg = ۵۰ \Rightarrow k = ۱۰\frac{N}{cm}$

در حالت دوم: فنر $F = kx = ۱۰\times۷/۵ = ۷۵N$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نیروهای وارد بر جسم در حالت دوم را رسم می‌کنیم:



خالص $F = ma$

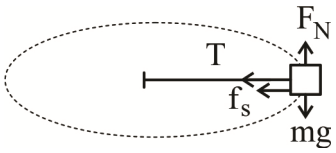
$$F_e + f_N - mg = ma$$

$$۷۵ + ۵ - ۵۰ = ۵ \times a$$

$$۳۰ = ۵a \quad a = ۶ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۱ درست است.



گام اول: نیروهایی که بر جسم وارد می‌شود را نشان می‌دهیم. نیروهای اصطکاک ایستایی (f_s) و کشش نخ (T) در راستای مرکز دایره برجسم اثر می‌کنند و نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت جسم را تأمین می‌کنند. اما در این حالت می‌توان فرض کرد که در ابتدا که سرعت دیسک به‌تدریج زیاد می‌شود نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند و تا لحظه‌ای که تندی دیسک به قدری زیاد شود که نیروی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک بیشینه شود. از این رو این تندی را حساب می‌کنیم:

$$m \frac{v^۲}{r} = \mu_s mg$$

$$V = \sqrt{\mu_s r g} = \sqrt{۰/۴ \times ۱ \times ۱۰} = ۲ \frac{m}{s}$$

گام دوم: چون تندی دیسک بیشتر از $۲ \frac{m}{s}$ است؛ پس نیروی مرکزگرای بیشتری از $f_{s_{max}} = \mu_s mg$ مورد نیاز است تا حرکت دایره‌ای جسم حفظ شود و این نیروی مرکزگرا را کشش نخ تأمین می‌کند و اکنون آن را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{نخ}} + f_{s_{max}} = m \frac{v^۲}{r} \rightarrow F_{\text{نخ}} + \mu_s mg = \frac{۱}{۲} mv^۲$$

$$F_{\text{نخ}} + ۰/۴ \times ۲ \times ۱۰ = ۲ \times \frac{۳^۲}{۱} \rightarrow F_{\text{نخ}} = ۱۰N$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

با توجه به رابطه زیر داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T}$$

پس:

$$n_A = \frac{۴۳/۲}{۳/۶} = ۱۲ \quad \text{و} \quad n_B = \frac{۴۳/۲}{۴/۸} = ۹$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در نهایت داریم:

$$n_A - n_B = ۱۲ - ۹ = ۳$$

پس نوسانگر B، ۳ نوسان کامل کمتر از نوسانگر A انجام می‌دهد.

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تعداد نوسان‌های کامل هر نوسانگر را با تقسیم زمان کل به دوره تناوب آن به‌دست می‌آوریم:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow \begin{cases} N_A = \frac{۳۰}{۱/۵} = ۲۰ & \text{نوسان کامل} \\ N_B = \frac{۳۰}{۱/۲} = ۲۵ & \text{نوسان کامل} \end{cases}$$

در هر نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط نوسان طی‌شده و مسافتی به اندازه ۴ برابر دامنه طی می‌شود:

$$\ell_A = ۲۰ \times ۴A = ۸۰ \times ۵ = ۴۰۰\,cm$$

$$\ell_B = ۲۵ \times ۴A = ۱۰۰ \times ۵ = ۵۰۰\,cm$$

$$\Delta\ell = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\,cm$$

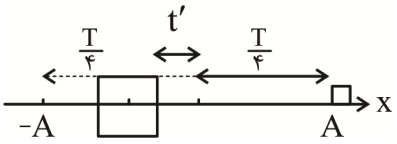
البته در روشی سریع می‌توانید از رابطه زیر نیز بهره بگیرید:

$$\Delta\ell = \Delta N \times ۴A = ۵ \times ۴ \times ۵ = ۱۰۰\,cm$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

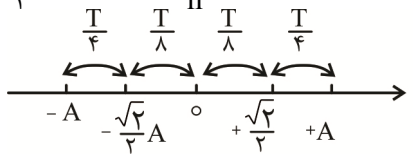
گام ۱: وضعیت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ به شکل زیر است.



فرض می‌کنیم مدت‌زمان حرکت نوسانگر از مبدأ نوسان (نقطه تعادل) تا مکان $x = -۵\,cm$، برابر با t' باشد. در این صورت مدت‌زمان حرکت از مکان $x = -۵\,cm$ تا انتهای پاره‌خط نوسان برابر $(\frac{T}{۴} - t')$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_۱ = \frac{I}{۴} + t' \quad , \quad t_۲ = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۴} + (\frac{T}{۴} - t') = ۳\frac{T}{۴} - t' \\ t_۲ = \frac{۵}{۳}t_۱ \quad \Rightarrow ۳\frac{T}{۴} - t' = \frac{۵}{۳}(\frac{T}{۴} + t') \Rightarrow t' = \frac{T}{n} \end{cases}$$

گام ۲: با توجه به الگوی زمانی در شکل روبه‌رو، $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌شود.



$$x = -\sqrt{\frac{۲}{۲}}A \xrightarrow{A=-۵cm} -۵ = -\sqrt{\frac{۲}{۲}}A$$

$$A = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} = ۵\sqrt{۲}\,cm$$

گام ۳: معادله مکان زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=۳]{t=۳۰s} T = ۱۰\,s$$

$$x = A\cos(\frac{۲\pi}{T})t \xrightarrow[T=۱۰s]{x=۵\sqrt{۲}cm} x = ۵\sqrt{۲}\cos\frac{\pi}{۵}t$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

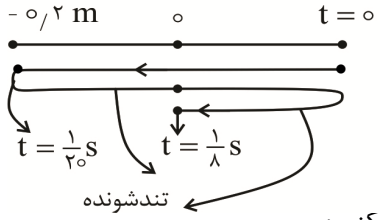
۴۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t_1 = ۲۰\,s$ مشخص می‌کنیم:

$$t = \frac{۱}{۲۰}s \rightarrow x = ۰/۲\cos(۲۰\pi \times \frac{۱}{۲۰}) = ۰/۲m$$

چون تندی نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه است، هنگامی‌که نوسانگر به نقطه تعادل نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است

گام دوم:



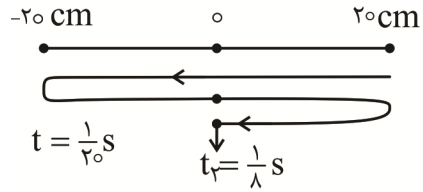
با توجه به شکل نوسانگر می‌توان دریافت نوسانگر در لحظه $t = \frac{۱}{۸}s$ در مرکز نوسان قرارداد و می‌توان دریافت نوسانگر بـه انـدازهٔ $۲A = ۲\times ۰/۲ = ۰/۴$ متـر؛ تندشونده حرکت کرده است $۲A = ۰/۴\times ۱۰۰ = ۴۰\,cm$

روش دوم: دورهٔ نوسان را حساب می‌کنیم و تعداد نوسان را در بازهٔ موردنظر حساب می‌کنیم:

$$۲۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow T = ۰/۱s \;,\; \Delta t = nt \rightarrow n = \frac{\frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۲۰}}{۰/۱} = \frac{۱/۵}{۲۰} = \frac{۱/۵}{۲}$$

$$n = \frac{۳}{۴}$$

چون در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰}s$ مکان جسم $x = -۰/۲m$ است. مطابق شکل مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و مطـابق روش اول مسافت تندشونده را حساب می‌کنیم.



(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۲. گزینه ۳ درست است.

گام ۱: بسامد زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۵T}{۴} = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow T = \frac{۱}{۳}s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۳}} = ۶\pi \frac{rad}{s}$$

گام ۲: معادله حرکت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow[\omega = ۶\pi \frac{rad}{s}]{A = ۰/۱m} x = ۰/۱\cos ۶\pi t$$

گام ۳: با قرار دادن اندازه t_1، مقدار x در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x = ۰/۱\cos ۶\pi t \xrightarrow{t_1 = \frac{۱}{۱۸}s} x = ۰/۱\cos ۶\pi(\frac{۱}{۱۸}) = \frac{۱}{۲۰}m$$

گام ۴: اندازه شتاب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$a = |-x\omega^۲| \xrightarrow[\omega = ۶\pi]{x = \frac{۱}{۲۰}m} a = |\frac{۱}{۲۰} \times ۳۶\pi^۲|$$

$$a = ۱۸\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به نمودار مسافت طی‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$L = ۵/۵ + ۱۱ + ۱۱ + ۱۱ = ۳۸/۵cm$$

حال با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow ۷۰ = \frac{۳۸/۵}{\Delta t} = \Delta t = ۰/۵۵s$$

حال با توجه به نمودار و Δt می‌توانیم T را به‌دست آوریم:

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۴} + \frac{T}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۱T}{۱۲} = ۰/۵۵ \Rightarrow T = ۰/۶s$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۶} \Rightarrow \omega = \frac{۱۰\pi}{۳}\frac{rad}{s}$$

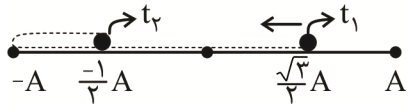
حال سرعت بیشینه نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow V_{max} = ۱۱ \times \frac{۱۰\pi}{۳} = \frac{۱۱۰\pi}{۳}\frac{cm}{s} \xrightarrow{\pi=۳} V_{max} = ۱۱۰\frac{cm}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

گام اول: می‌دانیم اندازهٔ شتاب نوسانگر برحسب مکان از رابطه $a = \omega^۲x$ به‌دست می‌آید و همچنین می‌دانیم در نقاط بازگشت اندازهٔ شتاب بشینه است و در مرکز نوسان $(x = ۰)$، شتاب نوسانگر صفر است؛ بنابراین هرگاه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود شتاب نوسانگر کاهش می‌یابد.



گام دوم: با توجه به اینکه اندازه بشینه شتاب نوسانگر از رابطه $a_m = \omega^۲A$ به‌دست می‌آید، در لحظه $t_۱$ می‌توان مکان نوسانگر را به‌صورت زیر حساب کرد.

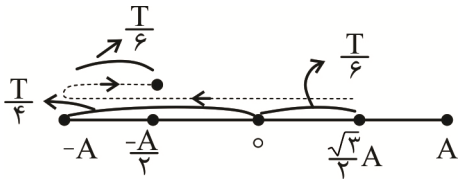
در حال نزدیک شدن به مرکز:

$$\frac{a_۱}{a_m} = \frac{\omega^۲x_۱}{\omega^۲A} \rightarrow \frac{a_۱}{a_m} = \frac{x_۱}{A} \rightarrow \frac{x_۱}{A} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow x_۱ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

همچنین در لحظه $t_۲$ می‌توان نوشت:

$$\frac{a_۲}{a_m} = \frac{|x_۲|}{A} \rightarrow \frac{|x_۲|}{A} = \frac{۱}{۲} \rightarrow x_۲ = \frac{-A}{۲}$$

چون در لحظه $t_۲$ شتاب برای اولین‌بار در حال کاهش، است نتیجه می‌گیریم نوسانگر در مکان منفی است. اکنون با توجه به شکل می‌توان دریافت بین دو لحظه $t_۱$ و $t_۲$ مدت‌زمان $\Delta t = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۴} + \frac{T}{۶} = \frac{۷T}{۱۲}$ می‌شود.



(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

www.sanjeshserv.ir
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv
کانال‌های ارتباطی:
SanjeshCloud

۴۵. گزینه ۱ درست است.

ثابت فنر در تمامی حالت‌ها ثابت بوده و طبق رابطه $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$، می‌توان گفت: $Ta\sqrt{m}$ و در نتیجه:

$$T^۲am \Rightarrow \frac{m_۱ + m_۲}{m_۱} = (\frac{۱/۳}{۱/۲})^۲ = (\frac{۱۳}{۱۲})^۲ = \frac{۱۶۹}{۱۴۴}$$

$$\Rightarrow ۱۶۹m_۱ = ۱۴۴m_۱ + ۱۴۴m_۲ \Rightarrow m_۲ = \frac{۲۵}{۱۴۴}m_۱$$

$$Ta\sqrt{m} \Rightarrow T_۲ = \frac{۵}{۱۲}T_۱ = \frac{۵}{۱۲} \times ۱/۲ = ۰/۵$$

توجه کنید بسامد مورد سؤال است:

$$f_۲ = \frac{۱}{T_۲} = \frac{۱}{۰/۵} = ۲HZ$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: ابتدا معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم و مکان جسم را در لحظه $t = \frac{۱}{۶۰}$ حساب می‌کنیم.

$$\omega = ۲\pi f \xrightarrow{f=۱۰HZ} \omega = ۲\pi \times ۱۰ = ۲۰\pi \frac{rad}{s}$$

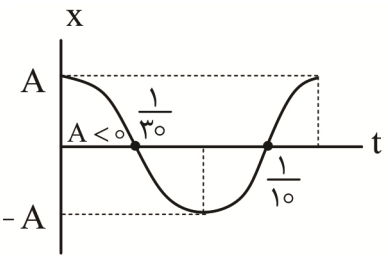
$$x = A\cos\omega t \xrightarrow[\omega=۲۰\pi]{A=۰/۰۶m} x = ۰/۰۶\cos ۲۰\pi t$$

$$x = ۰/۰۶\cos ۲۰\pi t \xrightarrow{t=\frac{۱}{۶۰}s} x = ۰/۰۶\cos ۲۰\pi(\frac{۱}{۶۰}) = ۰/۰۳m$$

گام ۲: تندی جسم را از رابطه $V = x\omega$ به‌دست می‌آوریم.

$$V = x\omega \xrightarrow[w=۲۰\pi\frac{rad}{s}]{x=۰/۰۳m} V = ۰/۰۳ \times ۲۰\pi = ۰/۶\pi \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار این معادله در یک دوره تناوب و وضعیت نوسانگر در لحظه $t = \frac{۱}{۶۰}s$، جسم در ربع اول قرار دارد و حرکت تندشونده است.



$$\begin{cases} \frac{۱}{۶۰} < \frac{۱}{۴۰} \\ a.v > ۰ \end{cases}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

از رابطه $T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$، دوره نوسان آونگ را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}} \xrightarrow{\ell_۲ = \ell_۱ - ۰/۹\ell_۱} \frac{T_۲}{۱} = \sqrt{\frac{۰/۸۱\ell_۱}{\ell}} \rightarrow T_۲ = ۰/۹s$$

اکنون اختلاف زمانی آونگ را در مدت ۱۰ دقیقه حساب می‌کنیم:

چون به‌ازای هر یک ثانیه آونگ $۱ - ۰/۹ = ۰/۱s$ کمتر نشان می‌دهد، بنابراین عقب می‌افتد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

می‌توان نوشت:

$$\frac{۱s \mid ۰/۱}{۱۰\times۶۰ \mid \Delta t} \rightarrow \Delta t = ۶۰s$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به رابطه دوره حرکت آونگ ساده داریم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{۲\pi\sqrt{\frac{LA}{g}}}{۲\pi\sqrt{\frac{LB}{g}}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۲۴}{N}}{\frac{۲۴}{N+۹}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = ۴ \Rightarrow \frac{N+۹}{N} = ۴$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ می‌توانیم دوره تناوب آهنگ B را به‌دست آوریم:

$$T_B = \frac{t}{N_B} \Rightarrow T_B = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲s$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega_B = \frac{۲\pi}{T_B} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \frac{rad}{s}$$

چون طول پاره‌خط $۴cm$ است، پس دامنه آن $۲cm$ است. همچنین در انتهای مسیر نوسان شتاب بیشینه است.

$$a_{max} = A\omega^۲ \Rightarrow a_{max} = (۲\times۱۰^{-۲})\times(\pi)^۲ \xrightarrow{\pi^۲ \simeq ۱۰}$$

$$a_{max} = ۰/۲ \frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

دامنه $A = \frac{۱}{۲}\times۱۰cm = ۵cm = \frac{۱}{۲۰}m$

در فاصله $۲cm$ از نقطه بازگشت:

$$x = ۵ - ۲ = ۳cm$$

رابطه داده‌شده برای انرژی پتانسیل، تفاضل انرژی کل از انرژی جنبشی است:

$$\left.\begin{array}{l} u = E - k = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ - \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ \text{طبق فرض}: u = ۱۸ - ۲v^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = ۱۸ \\ \frac{۱}{۲}m = ۲ \end{cases}$$

تقسیم روابط: $A^۲\omega^۲ = ۹ \Rightarrow A\omega = ۳$

$$A = \frac{۱}{۲۰}m \Rightarrow \frac{۱}{۲۰}w = ۳ \Rightarrow w = ۶۰\frac{rad}{s}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

اینک از فرمول ارتباطی بین شتاب و مکان استفاده می‌کنیم:

$$a=-\omega^{۲}x \Rightarrow |a|=(۶۰)^{۲}\times\frac{۳}{۱۰۰}=۱۰۸\frac{m}{s^{۲}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف: نادرست است؛ زیرا بنابر رابطه $E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}$، جرم نوسانگر تأثیری بر انرژی مکانیکی نوسانگر ندارد. دقت کنید که اگر از رابطه $E=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$ استفاده کنید به اشتباه گزینه ۱ یا ۲ را انتخاب می‌کنید. باید توجه کنید که بنابر رابطه $\omega^{۲},\omega^{۲}=\frac{k}{m}$ متناسب با وارون جرم نوسانگر است و اگر جرم نوسانگر ۲ برابر شود. $\omega^{۲},\frac{۱}{۲}$ برابر می‌شود و انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند.

ب: درست است. بنابر رابطه:

$$E=u_{max}=k_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{m}^{۲}$$

$$\frac{E_{۲}}{E_{۱}}=\left(\frac{V_{m,۲}}{V_{m,۱}}\right)^{۲}\rightarrow ۲=\left(\frac{V_{m,۲}}{V_{m,۱}}\right)^{۲}\rightarrow\frac{V_{m,۲}}{V_{m,۱}}=\sqrt{۲}$$

پ: نادرست است؛ زیرا نمودار مربوط به انرژی پتانسیل نوسانگر است و از آن می‌توان نتیجه گرفت:

$$u_{max}=E=۰/۳J$$

و همچنین در مکان $x_{۱}$، انرژی پتانسیل نوسانگر برابر $۰/۱J$ است و از رابطه $E=k+u$ می‌توان انرژی جنبشی نوسانگر را در این مکان حساب کرد.

$$۰/۳=k+۰/۱\rightarrow k=۰/۲J$$

و اکنون از رابطه $k=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ ، تندی نوسانگر را در این لحظه حساب می‌کنیم:

$$۰/۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times V^{۲}\rightarrow V^{۲}=۲\rightarrow V=\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

ت: درست است. از رابطه $E=k+u$ می‌توان نوشت:

$$k=\frac{۱}{۳}u\rightarrow u=۳k$$

$$E=k+۳k=۴k\rightarrow\frac{k}{E}=\frac{۱}{۴}\xrightarrow[E=\frac{۱}{۲}mv_{m}^{۲}]{k=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}(\frac{V}{V_{m}})^{۲}=\frac{۱}{۴}\quad V=\frac{۱}{۲}V_{m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

برای آنکه بین دو حرکت تشدید رخ دهد، باید بسامد و یا دوره حرکت آن‌ها با هم یکسان شوند.

دوره تناوب نوسان آونگ ساده از رابطه $T=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ به‌دست می‌آید. اگر طول آونگ را دو برابر کنیم داریم:

$$\frac{T_{۲}}{T_{۱}}=\sqrt{\frac{L_{۲}}{L_{۱}}}\Rightarrow\frac{T_{۲}}{T_{۱}}=\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دوره تناوب سامانه وزنه - فنر $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. با دو برابر کردن طول آونگ ساده، دوره تناوب آونگ ساده $\sqrt{۲}$ برابر شده است. برای آنکه بخواهد تشدید رخ دهد، پس دوره تناوب سامانه وزنه - فنر نیز باید $\sqrt{۲}$ برابر شود.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \sqrt{۲} = \sqrt{\frac{k}{k'}}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{k'} = ۲ \Rightarrow k' = \frac{۱}{۲}k$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۲. گزینه ۳ درست است.

با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$۲\lambda = ۳\frac{\lambda_۲}{۲} \Rightarrow \frac{\lambda_۱}{\lambda_۱} = \frac{۳}{۴}$$

چون، هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند، در نتیجه تندی انتشار آن‌ها یکسان است.

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲} = ۱$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

دو تار هم جنس هستند؛ یعنی $\rho_A = \rho_B$

با توجه به رابطه $V = \sqrt{\frac{F}{\rho_A}}$ با استفاده از رابطه $V = \frac{۲}{d}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{d_A}{d_B}\sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{P_A}{P_B}} \xrightarrow[F_A = ۲F_B]{V_A = ۲\sqrt{۲}V_B} \frac{d_A}{d_B} = \frac{۱}{۲}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۲۰۰}{۰/۵}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$x = \frac{۵}{۴}\pi = ۵۰ \Rightarrow \pi = ۴۰\,cm$$

$$\pi = \frac{V}{f} \Rightarrow f = \frac{V}{\pi} = \frac{۲۰}{۰/۴} = ۵۰\,HZ$$

$$\omega = ۲\pi f = ۲\pi \times ۵۰ = ۱۰۰\pi\frac{rad}{s}$$

می‌توان نشان‌داد مقدار داده‌شده برای سرعت همان V_{max} است:

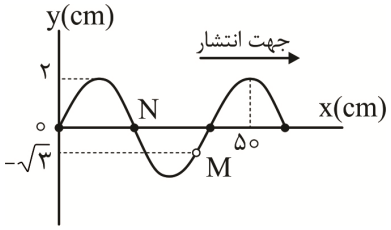
$$V_{max} = A\omega = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۱۰۰\pi = ۲\pi \simeq ۲ \times ۳ = ۶\frac{m}{s}$$

سرعت نوسانگر هنگام گذر از مبدأ حداکثر می‌شود. پس باید نقطه m به مبدأ برسد.

می‌دانیم در نقش موج، هر نقطه از محیط تلاش می‌کند رفتار خود را مانند نقاط قبل از خودش نماید:

پس نقطه M باید خود را مانند نقطه N نماید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



$$x = A\cos\omega t \Rightarrow -\sqrt{۳} = ۲\cos\omega t$$

$$\Rightarrow \cos\omega t = \frac{-\sqrt{۳}}{۲}$$

از آنجا که نقطه M با گذشت زمان به نقطه بازگشت منفی می‌رسد:

$$\Rightarrow \theta_M = \omega t = \frac{۵\pi}{۶}$$

از طرفی برای نقطه N، $x = ۰$ بوده و چون نقطه N با گذشت زمان به نقطه بازگشت مثبت می‌رسد:

$$\theta_N = \omega t = \frac{۳\pi}{۲}$$

اختلاف این دو مقدار، تغییر زاویه برحسب رادیان و زمان موردنیاز را مشخص می‌کند:

$$\Delta\theta = \frac{۳\pi}{۲} - \frac{۵\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{۲\pi}{۳} = ۱۰۰\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{۱}{۱۵۰}s$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

چون دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند؛ پس تندی انتشار دو موج یکسان است. با توجه به نقش موج و رابطه $f = \frac{V}{\lambda}$ نسبت بسامد دو موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A_A = ۹cm \\ A_B = ۳cm \\ \lambda_B = ۳\lambda_A \end{cases}$$

$$\frac{f_B}{f_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = ۱ \times \frac{\lambda_A}{۳\lambda_A} = \frac{۱}{۳}$$

می‌دانیم متوسط آهنگ انرژی (Pav) با مربع دامنه $(A^۲)$ و مربع بسامد $(f^۲)$ رابطه مستقیم دارد؛ پس:

$$\frac{Pav_B}{Pav_A} = (\frac{f_B}{f_A})^۲ \times (\frac{A_B}{A_A})^۲ \Rightarrow \frac{Pav_B}{Pav_A} = (\frac{۱}{۳})^۲ \times (\frac{۳}{۹})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{Pav_B}{Pav_A} = \frac{۱}{۹} \times \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{۸۱}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

موردهای اول، دوم و سوم و چهارم با توجه به متن کتاب درست است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا شیب نمودار امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم نادرست است؛ زیرا اتیلن گلیکول همانند اوره به‌دلیل پیوند هیدروژنی در آب محلول هستند.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا در بین مولکول‌های روغن زیتون پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا عسل دارای گلوکز و گروه عاملی هیدروکسیل است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا نمک خوراکی یک ترکیب یونی است و در حلال ناقطبی حل نمی‌شود.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

اسید چرب روغن زیتون دارای فرمول $C_{۱۸}H_{۳۴}O_۲$ است.

فرمول پاک‌کنندهٔ غیرصابونی هم‌کربن با اسید چرب روغن زیتون با زنجیر سیرشده به‌صورت زیر است:

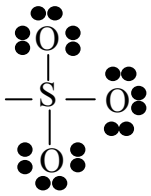
$$C_{۱۲}H_{۲۵}-C_۶H_۴-SO_۳Na$$

مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در آلکیل آن ۲۵ اتم هیدروژن وجود دارد.

مورد «ب» درست است؛ زیرا دارای ۱۵ پیوند $C-C$ و ۳ پیوند $C=C$ است، که در حلقهٔ بنزن قرار دارد.

گزینهٔ «پ» درست است.

$$\text{تفاوت جرم مولی} = ۴۲ \Rightarrow \begin{cases} \text{فرمول مولکولی صابون جامد سیرشده هم‌کربن با آن} \Rightarrow C_{۱۸}H_{۳۵}O_۲Na \\ \text{فرمول مولکولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی} \Rightarrow C_{۱۸}H_{۲۹}SO_۳Na \end{cases}$$



گزینهٔ «ت» نادرست است؛ زیرا دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن است.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

گزینه ۱ درست است؛ زیرا شیر، ژله و سس مایونز کلوئید هستند، پس از توده‌های مولکولی با اندازهٔ متفاوت تشکیل شده‌اند.

گزینه ۲ درست است، محلول نور را عبور می‌دهد ولی شربت معده (سوسپانسیون) نور را پخش می‌کند.

گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا مخلوط آب و روغن ناپایدار است و با اضافه کردن صابون پایدار شده ولی ناهمگن است؛ چون یک کلوئید است.

گزینه ۴ درست است، اندازهٔ ذرات در کلوئید بین محلول و سوسپانسیون است و برخی خواص محلول و برخی خواص سوسپانسیون را دارد.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۶۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی موارد:

مورد «الف» درست است. محلول یک مولار همهٔ اسیدها رسانای برق است؛ چون در اثر انحلال در آب، یون ایجاد می‌کنند.

مورد «ب» نادرست است؛ زیرا برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک یا افزایش pH خاک آهک می‌افزایند.

SanjeshCloud

مورد «پ» درست است. فلزها و گرافیت رسانای الکترونی و محلول سدیم‌کلرید از نوع رسانای یونی است.

مورد «ت» درست است.

معادلهٔ واکنش‌های انجام شده به‌صورت زیر است:

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$$

$$Na_2O + H_2O \rightarrow 2Na^+ + 2OH^-$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

محلول ۰/۲ مولار نیتریک‌اسید ⇐

$$\left[H^+\right] = 2\times10^{-1}$$

$$pH = -\log\left[H^+\right] = 1 - \log 2 = 0/7$$

محلول باریم هیدروکسید ⇐

$$pH_{Ba(OH)_2} - pH_{HNO_3} = 12/3$$

$$\Rightarrow pH_{Ba(OH)_2} = 13 \Rightarrow [H^+] = 10^{-13} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1}$$

$$mg_{Ba(OH)_2} = 25mL_{\text{محلول}} \times \frac{10^{-1}\,mol\,OH^-}{1L\ \text{محلول}} \times \frac{1mol\,Ba(OH)_2}{2mol\,OH^-} \times \frac{171\,g\ Ba(OH)_2}{1mol\ Ba(OH)_2} = 213/75\,mg$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۳ درست است.

با توجه به رابطهٔ

$$M = \frac{10\ \ a\ \ \ d}{M}$$

غلظت مولار $M = \frac{10\times30\times1/2}{120} = 3$

با رقیق کردن یک محلول با آب خالص غلظت آن به همان نسبت کاهش می‌یابد، یعنی حجم محلول ۱۰۰ برابر شده است؛ پس غلظت $\frac{1}{100}$ برابر می‌شود. یعنی غلظت مولار جدید برابر ۰/۰۳ است.

$$[H^+] = 3\times10^{-2} \Rightarrow pH = -\log(3\times10^{-2}) = 1/5$$

$$mg_{\text{ناخالص}}KOH = 20\,mL\,HA \times \frac{3\times10^{-2}\,mol\,HA}{1L} \times \frac{1mol\,KOH}{1mol\,HA} \times \frac{56\,g\,KOH}{1mol\ KOH} \times \frac{100g}{80g}$$

$$= 42 \text{ میلی‌گرم}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار غلظت اولیه اسید $0/45 + 0/05 = 0/5$

$$g_{CH_3COOH} = 0/2L_{\text{محلول}} \times \frac{0/5\,mol\ CH_3COOH}{1L\ \text{محلول}} \times \frac{60\,g\,CH_3COOH}{1mol\,CH_3COOH} = 6\,g$$

$$\text{درصد یونش}\ \alpha\% = \frac{\text{(غلظت) تعداد مول یونش یافته}}{\text{(غلظت) تعداد مول حل‌شده}} \times 100 = \frac{0/05}{0/5} \times 100 = 10$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها وابسته است که در حالت کلی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

[یون‌ها] = غلظت مولار × تعداد یون‌های ماده × درجهٔ یونش

دو محلول آلومینیم نیترات و سدیم هیدروکسید، به‌طور کامل به یون تبدیل می‌شوند؛ پس درجهٔ یونش برابر یک است.

$Al(NO_3)_3 \Rightarrow [\text{یون‌ها}] = 4 \times 0/2 \times 1$

$NaOH \Rightarrow [\text{یون‌ها}] = 2 \times x \times 1$

حال برای برابری رسانایی الکتریکی دو محلول باید غلظت یون‌ها برابر باشد.

$4 \times 0/2 = 2x \Rightarrow x = 0/4$ مولار

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

با رقیق کردن محلول یک اسید با آب خالص موردهای ۲، ۳ و ۴ افزایش می‌یابد.

مورد ۱) ثابت یونش **Ka** تغییر نمی‌کند چون تنها به دما وابسته است.

مورد ۲) چون محلول رقیق می‌شود، $[H^+]$ کم می‌شود و چون $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$ است، $[OH^-]$ افزایش می‌یابد.

پس نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ زیاد می‌شود.

مورد ۳) در اسیدهای ضعیف با کاهش غلظت، درجهٔ یونش افزایش می‌یابد.

مورد ۴) چون میزان اسیدی بودن $[H^+]$ کاهش می‌یابد، پس pH افزایش می‌یابد.

مورد ۵) رسانایی الکتریکی به میزان اسیدی بودن محلول اسید وابسته است، پس کم می‌شود.

مورد ۶) سرعت واکنش یک فلز با محلول اسید به میزان اسیدی بودن یعنی $[H^+]$ بستگی دارد، پس آن هم کاهش می‌یابد.

مورد ۷) مقدار گاز هیدروژن تولیدشده به مول اسید وابسته است که مول اسید تغییر نکرده، پس مقدار هیدروژن تولیدشده تغییر نمی‌کند.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$HA \Rightarrow H^+ + A^-$

$Ka = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 5 \times 10^{-10} = \frac{[H^+]^2}{2 \times 10^{-1}}$

$\Rightarrow [H^+] = 10^{-5} \Rightarrow pH = 5$

$pH_{\text{آب خالص}} = 7 \Rightarrow pH_{\text{اختلاف}} = 2$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$[OH^-]_A = 2 \times 10^{-2} > 10^{-7} \Rightarrow$ خاصیت بازی دارد A

$[H^+]_B = 5 \times 10^{-13} < 10^{-7} \Rightarrow$ خاصیت بازی دارد **B**

$[OH^-]_C = 4 \times 10^{-12} < 10^{-7} \Rightarrow$ خاصیت اسیدی دارد **C**

$[H^+]_D = 3 \times 10^{-1} > 10^{-7} \Rightarrow$ خاصیت اسیدی دارد **D**

گزینهٔ ۱) نادرست است؛ زیرا **C** خاصیت اسیدی دارد، پس از انحلال لیتیم اکسید در آب حاصل نمی‌شود.

گزینهٔ ۲) نادرست است.

$$\left.\begin{array}{l} [OH^-]_A = 2 \times 10^{-2} \Rightarrow [H^+]_A = 5 \times 10^{-13} \Rightarrow pH = 12/3 \\ [H^+]_D = 3 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = 0/5 \end{array}\right\} pH_{\text{اختلاف}} = 11/8$$

@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv
کانال‌های ارتباطی:
www.sanjeshserv.ir
SanjeshCloud

گزینهٔ ۳) درست است ⟸ هر دو محلول خاصیت بازی دارند، پس کاغذ pH را آبی می‌کنند.

گزینهٔ ۴) نادرست است؛ زیرا محلول C اسید است، پس به‌عنوان ضد اسید استفاده نمی‌شود.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی فنانترن $C_{14}H_{10}$ و فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است.

$$C_{14}H_{10} \Rightarrow 14C + 10H = 0 \Rightarrow 14C = -10$$

$$C_{10}H_8 \Rightarrow 10C + 8H = 0 \Rightarrow 10C = -8$$

مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در فنانترن برابر -10 و در نفتالن برابر -8 است؛ پس نسبت خواسته‌شده معادل $1/25$ خواهد بود.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف» درست است. از آنجا که Zn قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به Ag دارد، لذا با قرار دادن تیغه روی در محلول نقره نیترات دمای محلول افزایش می‌یابد.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا Al کاهنده‌ترین و Au^{3+} اکسنده‌ترین گونه در بین گونه‌های جدول است.

عبارت «پ» درست است. واکنش $2Al + 3Zn^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Zn$ با مبادلهٔ ۶ الکترون همراه است.

$$13/5gAl \times \frac{1mol\,Al}{27g\,Al} \times \frac{6mol\,e^-}{2mol\,Al} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\,e}{1mol\,e^-} = 9/03 \times 10^{23}\,e^-$$

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا emf سلول‌های گالوانی «نقره - طلا» و «آلومینیوم - روی» کمتر از یک ولت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

۱) نادرست است؛ زیرا هم سلول اولیه و هم سلول حاصل، نیروی الکترو موتوری بیش از یک ولت دارند.

$$emf_1 = 0/34 - (-0/76) = 1/1V$$

$$emf_2 = 0/8 - (-0/44) = 1/24V$$

۲) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی سلول ایجادشده به‌صورت $Fe + 2Ag^+ \rightarrow Fe^{2+} + 2Ag$ است که در آن شیب تغییر غلظت کاتیون در کاتد دو برابر شیب تغییر غلظت کاتیون در آند است.

۳) درست است. به‌ازای مصرف ۱ مول Fe در آند، ۲ مول Ag در کاتد ایجاد می‌شود.

$$\frac{2 \times 108}{56} \cong 3/85$$

۴) نادرست است؛ زیرا $AgCl$ ترکیبی نامحلول در آب است و نمی‌تواند به‌عنوان الکترولیت در نیم‌سلول نقره به‌کار رود.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست است. برقکافت و آبکاری از مهمترین کاربردهای الکتروشیمی در قلمرو تولید مواد هستند.

ب) نادرست است؛ زیرا در تولید باتری لیمویی باید از دو تیغه با جنس‌های متفاوت استفاده کرد.

پ) درست است. در واکنش $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$ عدد اکسایش اکسیژن از صفر به -2 و در واکنش $O_2 + 2F_2 \rightarrow 2OF_2$ عدد اکسایش اکسیژن از صفر به $+2$ رسیده است.

ت) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی به‌صورت $Zn + Ag_2O \rightarrow ZnO + 2Ag$ است.

www.sanjeshserv.ir
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv
کانال‌های ارتباطی:
SanjeshCloud

ث) درست است. در واکنش $H_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$ عدد اکسایش همهٔ اتم‌ها ثابت می‌ماند.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

معادله پس از موازنه به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Fe(s) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow Fe(NO_3)_2(aq) + 2Ag(s)$$

به‌ازای مصرف دو مول نقره نیترات، ۵۶ گرم از جرم تیغهٔ آهن کاسته و به‌جای آن $(216\times\frac{a}{100})$ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

$$0/2 = \frac{\text{مول}}{0/5} \Rightarrow 0/1 mol\, AgNO_3 \text{ مصرف شده}$$

$$29/6 - 24/3 = 5/3\, g \qquad \text{افزایش جرم تیغه}$$

$$0/1 mol\, AgNO_3 \times \frac{(2/16a - 56)g \text{ افزایش جرم}}{2 mol AgNO_3} = 5/3 \Rightarrow a = 75$$

پس ۷۵ درصد از فلز نقره روی تیغهٔ آهن رسوب کرده است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

معادله پس از موازنه به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$5Fe^{2+}(aq) + 1MnO_4^-(aq) + 8H^+(aq) \rightarrow 5Fe^{3+}(aq) + 1Mn^{2+}(aq) + 4H_2O(l)$$

مجموع ضرایب گونه‌ها پس از موازنه برابر ۲۴ است.

$$0/2 mol\, Fe^{2+} \times \frac{4 mol\, H_2O}{5 mol\, Fe^{2+}} \times \frac{18 g\, H_2O}{1 mol\, H_2O} = 2/88 g\, H_2O$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد:

فقط مورد دوم درست است.

مورد اول نادرست است؛ زیرا بخار آب از کاتد سلول سوختی خارج می‌شود.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا یکی از چالش‌های مهم در محلول سوختی تأمین سوخت (H_2) است.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا گاز **A** (H_2) در این سلول کاهنده و گاز C (O_2) در آن اکسنده است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا سلول سوختی برخلاف باتری‌ها قادر به ذخیرهٔ انرژی شیمیایی نیست.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم a مول $CaBr_2$ و b مول NaBr داریم. بر اثر برقکافت هر مول $CaBr_2$ یک مول Br_2 و بر اثر برقکافت هر مول NaBr، ۰/۵ مول Br_2 تولید می‌شود.

$$\begin{cases} 200a + 103b = 91/5 \\ a + 0/5b = 0/45 \end{cases} \Rightarrow a = 0/2 \ , \ b = 0/5$$

بر اثر برقکافت ۰/۲ مول $CaBr_2$، ۰/۲ مول کلسیم (۸ گرم) و بر اثر برقکافت ۰/۵ مول NaBr، ۰/۵ مول سدیم (۱۱/۵ گرم) تولید می‌شود.

$$\frac{\text{جرم Na}}{\text{جرم Ca}} = \frac{11/5}{8} \cong 1/44$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۶. گزینه ۳ درست است.

در یکی از مراحل استخراج منیزیم از آب دریا، منیزیم کلرید مذاب را برقکافت می‌کنند تا Mg در کاتد و Cl_2 در آند تولید شود.

$$MgCl_2(l) \xrightarrow{\text{برقکافت}} Mg(l) + Cl_2(g)$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

نیم واکنش‌های انجام‌شده در آند و کاتد عبارت است از:

نیم‌واکنش کاتدی: $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

نیم‌واکنش آندی: $2H_2O \rightarrow 4H^+ + O_2 + 4e^-$

(۱) درست است. در کاتد فلز روی و در آند گاز اکسیژن تولید می‌شود.

(۲) درست است. H^+ تولید شده در آند و F^- واکنش نداده و در سلول تولید محلول HF می‌کنند که اسیدی ضعیف است.

گزینهٔ (۳) نادرست است؛ زیرا در این سلول $Zn(OH)_2$ تشکیل نمی‌شود.

(۴) نادرست است؛ زیرا emf سلول برابر $-1/99$ ولت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) نادرست است؛ زیرا حلبی در ظروف بسته‌بندی مواد غذایی کاربرد دارد.

گزینهٔ ۲) نادرست است؛ زیرا بر اثر خراش نیم‌واکنش اکسایش به‌صورت $Fe \rightarrow Fe^{2+} + 2e^-$ است.

گزینهٔ ۳) درست است. نیم‌واکنش کاهش در فرآیند خوردگی در محیط اسیدی به‌صورت $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$ است.

گزینهٔ ۴) نادرست است؛ زیرا Fe کاهنده و O_2 اکسنده و H_2O الکترولیت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نیم‌واکنش‌های انجام‌شده، داریم:

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$$

$$CH_4(g) + 2H_2O \rightarrow CO_2(g) + 8H^+(aq) + 8e^-$$

$$\text{۲۰ قاشق} \times \frac{0/162\,g\,Ag}{\text{۱ قاشق}} \times \frac{1\,mol\,Ag}{108\,g\,Ag} \times \frac{1\,mol\,e^-}{1\,mol\,Ag} \times \frac{1\,mol\,CH_4}{8\,mol\,e^-} \times \frac{16\,g\,CH_4}{1\,mol\,CH_4} \times \frac{100}{80} = 0/075\,g$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

$E^\circ(B^{2+}/B)$ برابر $-0/31\,V$ و $E^\circ(A^{2+}/A)$ برابر $+0/58\,V$ است.

مطلب ۱ نادرست است؛ محلول نمک‌های **A** را نمی‌توان در ظرف **B** نگهداری کرد، زیرا قدرت کاهندگی **B** از **A** بیشتر است.

مطلب ۲ درست است. به‌دلیل کوچک‌تر بودن $E^\circ(B^{2+}/B)$ نسبت به $E^\circ(A^{2+}/A)$، فلز **B** از فلز **A** کاهنده‌تر است.

مطلب ۳ نادرست است؛ فلز **A** برای حفاظت کاتدی آهن مناسب نیست؛ زیرا در حفاظت کاتدی آهن به فلزی نیاز داریم که از آهن کاهنده‌تر باشد.

مطلب ۴ نادرست است؛ زیرا کاتیون‌ها از دیواره متخلخل (مدار داخلی) از نیم‌سلول آند به‌سمت کاتد حرکت می‌کنند.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

SanjeshCloud