دفترچه اختصاصی – ۱

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۱ (از ۲)

علوم ریاضی و فنی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

یک منبع مناسب برای آزمون ۲۸ دی: کارنامه‌ی اشتباهات

به صفحه‌ی شخصی خود در سایت کانون بروید و از جعبه‌ابزار کارنامـه، کارنامـه‌ی اشـتباهات خودتـان را ببینید. شما می‌توانید اشتباهات خود را به دو طریق دریافت کنید؛ یکی آزمون‌محور و دیگری درس‌محور! اشتباهات شما بهترین معلم شما هستند و می‌توانید در این بـازه‌ی یـک هفتـه‌ای اشـتباهات خـود را در آزمون‌هایی که تاکنون داده‌اید و تعدادشان محدود است، دوباره تمرین کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۲۱ دی ۱۴۰۳»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی : ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰
جمع کل	۴۰	۱-۴۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-دانیال آرکیش-علی آزاد-مهدی حاجی‌زاده-داود حسین‌پور-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-احمدرضا ذاکرزاده محمدرضا راسخ-مسعود شفیعی-حامد قاسمیان-محمدرضا کشاورزی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی‌زاده-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب
ویراستاری رتبه های برتر	سیدماهد عبدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-معصومه صنعت‌کار		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح الله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه
زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه
زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=(x-2)^3-a$، از ناحیهٔ دوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند. اگر a کمترین مقدار ممکن باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱) -۹۹۲
۲) -۱۰۰۸
۳) -۱۰۰۰
۴) -۹۹۸

۲- نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. بار دیگر نمودار تابع f را ابتدا ۵ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط روی نمودار را نصف می‌کنیم و در نهایت نمودار به دست آمده را یک واحد به بالا می‌بریم تا به نمودار تابع h برسیم. فاصلهٔ نقطهٔ برخورد نمودار توابع g و h از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $2\sqrt{5}$
۲) $\sqrt{13}$
۳) $2\sqrt{7}$
۴) $3\sqrt{2}$

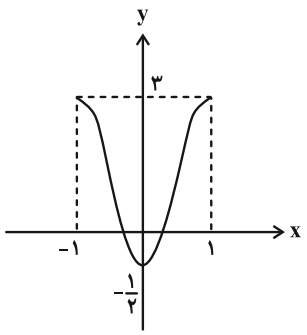
۳- تابع $f=\{(1,-3),(2,-2),(3,2x),(4,x+2)\}$، اکیداً یکنواست. x چند مقدار صحیح دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴- تابع $f(x)=x^2-4x+\sqrt{4-2x}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

۱) اکیداً صعودی
۲) اکیداً نزولی
۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی
۴) ابتدا نزولی، سپس صعودی

۵- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، آن‌گاه نمودار تابع $y=-\frac{1}{2}f(1-2x)$ در کدام بازه صعودی است؟



۱) $[-\frac{1}{2},0]$
۲) $[0,\frac{1}{2}]$
۳) $[\frac{1}{2},1]$
۴) $[0,2]$

۶- خارج قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x+3)$ بر $9+5x-7x^2$ به ترتیب برابر $Q(x)$ و صفر است. اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $Q(x)$ بر $x+1$ برابر ۶ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

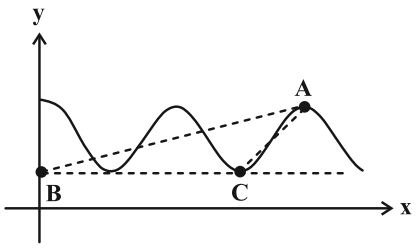
۱) ۹۶
۲) ۱۱۶
۳) ۱۲۶
۴) ۱۳۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

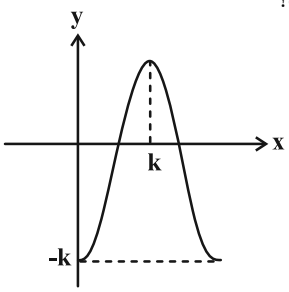
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷- قسمتی از نمودار تابع $y = \sin^{۴}(\pi ax) + \cos^{۴}(\pi ax)$ به صورت زیر است. به ازای کدام مقدار a، مساحت مثلث ABC، برابر $\frac{۱}{۱۲}$ می‌باشد؟ $(a > ۰)$



۱) $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) ۳

۸- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\cos(\frac{\pi x}{۴}) - ۱$ به صورت زیر باشد، مقدار $a + k$ کدام است؟

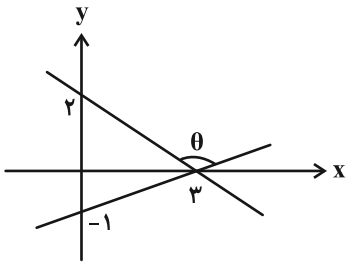


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۹- چند عدد حقیقی در دامنهٔ تابع $f(x) = \tan(\frac{۶\pi}{|x| + ۴})$، قرار ندارند؟

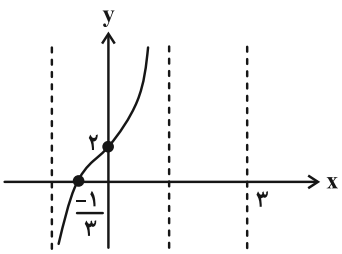
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰- با توجه به شکل زیر، مقدار $\tan\theta$ کدام است؟



۱) $-\frac{۲}{۹}$
۲) $-\frac{۳}{۱۱}$
۳) $-\frac{۹}{۷}$
۴) $-\frac{۱۱}{۳}$

۱۱- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = b\tan(a\pi x) + c$ را نشان می‌دهد. حاصل abc کدام است؟



۱) ۳
۲) $-۳\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) -۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

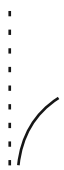
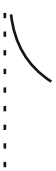
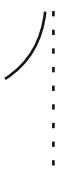
۱۲- مجموع جواب‌های معادلهٔ $3\sin^2 x+\cos^2 x-(\sqrt{2}-2)\sin x=\sqrt{2}+1$ در بازه $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) 2π ۲) $\frac{5\pi}{2}$ ۳) 3π ۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۳- معادلهٔ $3\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\sin 6x+7$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۴- اگر $\lim\limits_{x\to 2}\frac{a+1}{-x^2+4x-a^2}=+\infty$، آن‌گاه نمودار تابع $f(x)=\frac{x-a}{\sqrt{-x}}$ در همسایگی $x=0$، به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳)
۴) 

۱۵- اگر $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(a-2)x^3+2x^2+3}{bx^2+1}=2$، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۶- فرض کنید $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-4}$، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}(fof)(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $+\infty$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\infty$

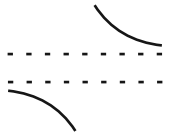
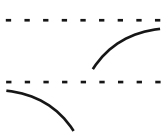
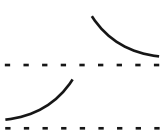
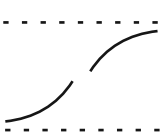
۱۷- کمترین فاصله بین دو مجانب قائم تابع $y=-3+\tan(2x+\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) π ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) 2π

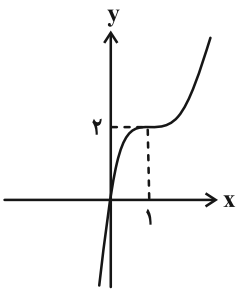
۱۸- فاصلهٔ مجانب‌های افقی تابع $f(x)=\frac{ax-|x|}{ax+|x|-1}$ برابر $\frac{3}{2}$ است. مقدار a کدام است؟ $(a>1)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{x^2-1}{x|x|+2}$ در اطراف مجانب‌های افقی خود، به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۲۰- اگر نمودار تابع درجه سوم $y=f(x)$ به صورت زیر باشد، فاصلهٔ مجانب‌های افقی تابع $g(x)=\frac{|f(x)|}{f(-\frac{x}{2})}$ کدام است؟



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، به ازای کدام مقدار k، ماتریس $A^۳-kA$ اسکالر است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۲- ماتریس مربعی A طوری مفروض است که $A^{-۱}+I=\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۲ & ۵\end{bmatrix}$، دترمینان ماتریس $A+I$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۲ ۳) ۰/۲۵ ۴) -۰/۵

۲۳- اگر A ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases}ax+by=-۲\\ a'x+b'y=۴\end{cases}$ و $۲A=\begin{bmatrix}|A|^۲ & -۳\\ ۴ & |A|-۳\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $x-y$ کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{۱۶}{۳}$ ۴) $\frac{۸}{۳}$

۲۴- برای ماتریس‌های مربعی و وارون‌پذیر A و B داریم $B-A=\begin{bmatrix}۱ & ۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$ و $|AB|=۶$؛ حاصل $|B^{-۱}-A^{-۱}|$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) -۱ ۴) ۱

۲۵- ماتریس $\begin{bmatrix}a & -۴ & ۲\\ -\frac{۱}{۲} & ۰ & ۱\\ ۳ & b & -۱\end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نیست. به ازای کدام مقدار m، دستگاه $\begin{cases}ax-۲y=m-۱\\ ۹x+(b+۱)y=۲m-۳\end{cases}$ حداقل دو جواب دارد؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۵ ۳) -۱/۸ ۴) -۲/۵

۲۶- نقطهٔ A به طول ۴ روی نیمساز ناحیهٔ اول قرار دارد. چند دایره وجود دارد که از نقطهٔ A گذشته و بر هر دو نیمساز نواحی مختصات مماس باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۲۷- دایرهٔ $x^۲+y^۲=۴$ مفروض است. از نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر محور xها، دو خط مماس بر دایره رسم می‌کنیم، طول نقاط مماس کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲۸- اگر خط $x+۲y+۳a-۲=۰$ و دایرهٔ $(x+۱)^۲+(y-۱)^۲=۲a+۱$ فقط یک نقطهٔ مشترک داشته باشند، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای شعاع دایره چند برابر $\sqrt{۵}$ است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۲۹- بر روی کدام یک از خطوط زیر نقطه‌ای وجود ندارد که از آن نقطه بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایرهٔ C به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۶y+۲=۰$ رسم کرد؟

۱) $x=-۳$ ۲) $x=۳$ ۳) $y=-۳$ ۴) $y=۳$

۳۰- دو دایره به شعاع ۳ وجود دارد که مرکز هر دو، روی خط $d: y=x+۱$ قرار داشته و بر خط $d': y=۴$ مماس می‌باشند. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) مماس خارج ۲) مماس درون ۳) متقاطع ۴) متخارج

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- اگر n عددی طبیعی و $3n^2-2n+5 \mid 2n+3$، آن‌گاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مضرب n کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۳۲- اگر a عددی اول و دو رقمی باشد و $a+2^{101} \mid b$، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2+b^2+17 بر ۸ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۳- در تقسیم ۴۵ بر عدد طبیعی b، باقی‌مانده ۳ برابر خارج قسمت است. برای b چند جواب طبیعی وجود دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۴- به ازای چند مقدار طبیعی دو رقمی n، عدد 4^n+55 بر ۱۷ بخش‌پذیر می‌باشد؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۱ ۳) ۲۳ ۴) ۲۴

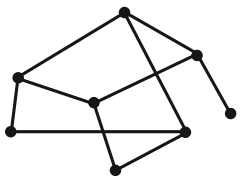
۳۵- اگر عدد $\overline{77a1a}$ مضرب ۹ باشد، آن‌گاه a^a به کدام کلاس هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۴۲ تعلق دارد؟

۱) [۳۰] ۲) [۲۳] ۳) [۱۷] ۴) [۳۶]

۳۶- عدد P اول بوده و معادلهٔ سیالهٔ $(P^2-1)x+9y=P$ در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار طبیعی و دو رقمی x کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

۳۷- در گراف زیر چند دور به طول ۵ وجود دارد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۸- در گراف G، اگر $|V(G)|=10$ و $|E(G)|=25$ باشد، حداکثر تعداد رأس‌های با درجه ۹ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۳۹- در یک گراف $r-$ منتظم، تعداد یال‌ها ۳ واحد بیشتر از تعداد رأس‌هاست. برای r چند جواب وجود دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۴۰- G گرافی با کمترین مرتبهٔ ممکن است که حاصل‌ضرب درجات رأس‌های آن برابر ۳۶۰ می‌باشد. حاصل $q(\overline{G})+\Delta(\overline{G})$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم
ریاضی
و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۲ (از ۲)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

آزمــون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۱	۱۰۰	

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۲۱ دی ۱۴۰۳»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
فیزیک ۳	۳۰	۴۱-۷۰
شیمی ۳	۳۰	۷۱-۱۰۰
جمع کل	۶۰	۴۱-۱۰۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی‌وند محمدرضا شریفی-مهدی شریفی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی یاسر راش-حسین شاهسواری-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم حسین شاهسواری احسان پنجه‌شاهی آرش ظریف
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی	آرمان قنواتی ماهان فرهمندفر
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار سیدمحمدرضا مهدوی ابراهیم نوری	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملائی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

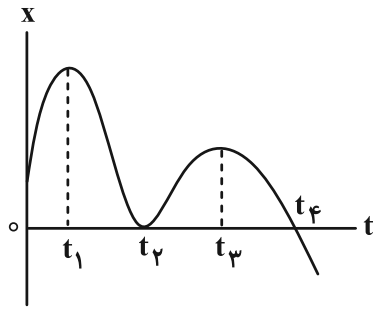
زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- با توجه به نمودار مکان- زمان شکل زیر،کدام موارد درست است؟



الف) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

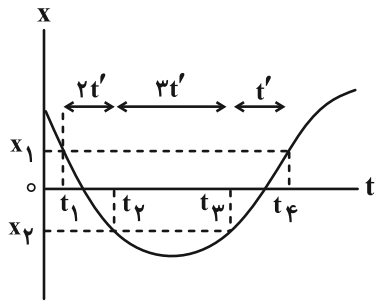
ب) اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، کوچک‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 است.

پ) در کل حرکت، بردار مکان متحرک، تنها یک بار تغییر جهت داده است.

ت) طبق نمودار، جهت حرکت متحرک، دو بار تغییر کرده است.

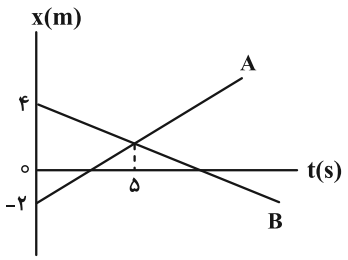
۱) الف، ب و پ
۲) الف و پ
۳) ب و ت
۴) ب، پ و ت

۴۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در جابه‌جایی بین مکان‌های x_1 و x_2، $12\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰
۲) $\frac{۱۵}{۴}$
۳) ۴
۴) ۶

۴۳- دو متحرک با سرعت ثابت در مسیری مستقیم طبق شکل زیر، خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. در لحظهٔ $t = 8s$ فاصلهٔ این دو متحرک چند متر می‌شود؟



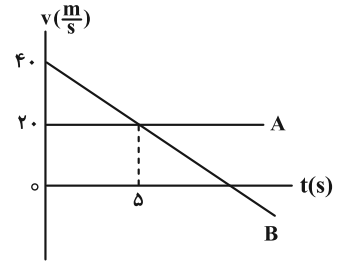
۱) ۳/۶
۲) ۲/۶
۳) ۴/۶
۴) ۵/۶

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B است که بر روی خط راست در حرکت بوده و در مبدأ زمان در مکان‌های $x_A = -۲m$ و $x_B = ۲۰m$ قرار دارند. مسافت طی شده توسط متحرک B از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، چند متر است؟

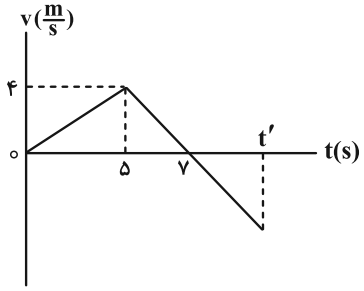


۱) ۱۵۰
۲) ۱۹۸
۳) ۲۰۰
۴) ۲۰۲

۴۵- متحرکی که بر مسیری مستقیم در حال حرکت است، با شتاب ثابت و پس از طی مسافت ℓ متوقف می‌شود. اگر این متحرک $\frac{۵}{۹}$ اول مسیر را در مدت ۶ ثانیه طی کند، بقیهٔ مسیر را در چند ثانیه می‌پیماید؟

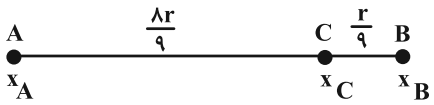
۱) ۴/۸ ۲) ۸ ۳) ۹/۶ ۴) ۱۲

۴۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت زیر است. اگر سرعت متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر $۰/۵\frac{m}{s}$ باشد، t' برحسب ثانیه کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۴

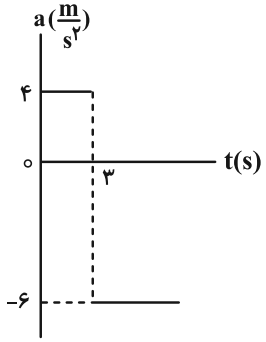
۴۷- متحرکی با شتاب ثابت و با سرعت‌های v_A و v_B از دو نقطهٔ A و B که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، بدون تغییر جهت عبور می‌کند. اندازهٔ سرعت این متحرک در نقطهٔ C که در فاصلهٔ $\frac{r}{۹}$ از نقطهٔ B قرار دارد، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}\sqrt{v_B^۲ + ۸v_A^۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}\sqrt{۸v_B^۲ + v_A^۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۹}{۲}v_B^۲ - \frac{۱}{۲}v_A^۲}$
۴) $\frac{۱}{۲}\sqrt{\frac{۱}{۲}v_B^۲ - \frac{۹}{۲}v_A^۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مبدأ زمان و از حال سکون بر روی مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، سرعت متوسط متحرک صفر خواهد شد؟



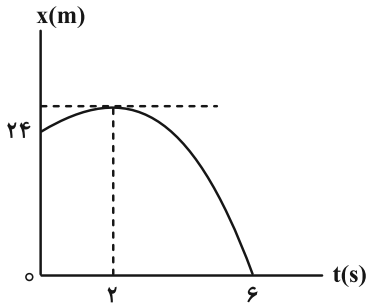
۱) $\sqrt{۱۰}$

۲) $۵+\sqrt{۱۰}$

۳) ۲

۴) ۵

۴۹- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خطی راست در حرکت است، مطابق سهمی شکل زیر است. در فاصلهٔ چند متری از مبدأ مکان، سرعت متحرک برابر با $۴\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۲۶

۲) ۲۸

۳) ۳۰

۴) ۳۲

۵۰- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع چند متری از سطح زمین رها شود تا تندی متوسط آن در $\frac{۵}{۹}$ آخر مسیرش $۲۵\frac{m}{s}$ باشد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۵۱- جسمی به جرم m توسط نیروی ثابت و قائم F با شتاب a در حالت تندشونده به طرف بالا کشیده می‌شود. اگر نیروی وارد بر جسم دو برابر شود، شتاب حرکت جسم a' می‌شود. در این صورت کدام رابطه صحیح است؟

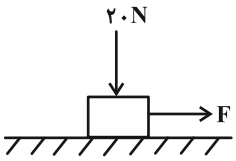
۱) $a'=۲a$ ۲) $a'>۲a$ ۳) $۲a>a'>a$ ۴) $a'<a$

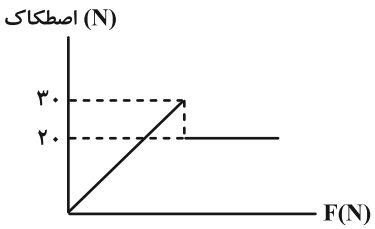
۵۲- رابطهٔ بین اندازهٔ نیروی مقاومت هوا و تندی چتربازی در SI به صورت $f_D=۱۲۰v^۲$ می‌باشد. اگر تندی حدی این چترباز $۲\frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت آن در لحظه‌ای که به تندی $۱\frac{m}{s}$ می‌رسد، چند متربر مجذورثانیه می‌باشد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- مطابق شکل زیر، جعبه‌ای به جرم ۲kg روی سطح افقی ساکن است. این جعبه را توسط نیروی ثابت و افقی F می‌کشیم. اگر نمودار تغییرات اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد شده به جعبه برحسب نیروی F به صورت زیر باشد، ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$





۱) $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۱۰}$ ، $\frac{۳}{۱۰}$

۴) $\frac{۳}{۱۰}$ ، $\frac{۲}{۱۰}$

۵۴- نردبانی به جرم M به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و در حال سکون قرار دارد. اگر شخصی به جرم m در وسط نردبان روی آن قرار گیرد و نردبان همچنان ساکن بماند، کدام یک از نیروهای زیر افزایش می‌یابد؟

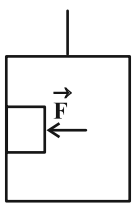
الف) نیرویی که سطح دیوار به نردبان وارد می‌کند.

ب) نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند.

پ) نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان

۱) الف و ب ۲) ب ۳) پ ۴) الف و پ

۵۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲kg با نیروی افقی $\vec{F}$ بر دیوارهٔ قائم آسانسوری فشرده شده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیواره $\mu_s = ۰/۶$ باشد و آسانسور با شتاب رو به بالای $۲ \frac{m}{s^۲}$ حرکت کند، حداقل اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ باید چند نیوتون باشد تا جسم روی دیوارهٔ آسانسور نلغزد؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



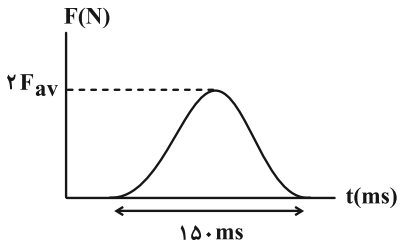
۱) ۲۵ ۲) ۴۰

۳) $\frac{۸۰}{۳}$ ۴) $\frac{۱۶۰}{۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶- نمودار نیروی وارد شده برحسب زمان برای جسمی به جرم ۱۰۰g مطابق شکل زیر است. اگر تغییر تکانهٔ جسم در مدت زمان ۱۵۰ms، برابر با $۳\frac{kg.m}{s}$ باشد، بیشینه نیروی F چند نیوتون است؟ (F_{av}، متوسط نیروی F در مدت زمان ۱۵۰ms می‌باشد.)



۱) ۸۰

۲) ۲۰

۳) ۳۰

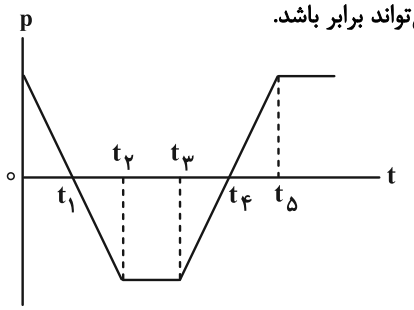
۴) ۴۰

۵۷- نمودار تکانه- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر الزاماً صحیح است؟

الف) در بازهٔ زمانی ۰ تا t_5 بردار نیروی خالص وارد بر جسم ۲ مرتبه تغییر جهت می‌دهد.

ب) در بازهٔ زمانی ۰ تا t_5 اندازهٔ بردار جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک می‌تواند برابر باشد.

پ) حرکت متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2 با شتاب ثابت است.



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۵۸- اگر شعاع سیاره‌ای نصف شعاع زمین و چگالی آن ۶ برابر چگالی زمین باشد، در این صورت، اندازهٔ شتاب گرانشی در سطح آن سیاره چند واحد SI است؟ $(g_e = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۵۹- جرم ماهواره‌ای ۱۴۴kg است. اگر مدار گردش آن از فاصلهٔ ۱۲۸۰۰ کیلومتری سطح زمین به فاصلهٔ ۲۵۶۰۰ کیلومتری از مرکز زمین تغییر یابد، نیروی وزن آن به اندازهٔ چند نیوتون تغییر می‌کند؟ (شعاع کرهٔ زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر فرض کنید و در سطح زمین $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ است.)

۱) ۷۰ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۶۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- دو ماهوارهٔ هم جرم A و B در مدارهایی به شعاع r_A و r_B به دور زمین می‌چرخند. اگر تندی ماهوارهٔ A، ۲۰ درصد بیشتر از تندی ماهوارهٔ B باشد، اندازهٔ شتاب گرانش زمین در محل ماهوارهٔ A تقریباً چند برابر اندازهٔ شتاب گرانش زمین در محل ماهوارهٔ B است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۰/۷ ۴) ۱/۵

۶۱- متحرکی با تندی ثابت $۶\frac{m}{s}$، روی یک دایرهٔ افقی به قطر ۴۰m حرکت می‌کند. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند برابر اندازهٔ شتاب مرکزگرای آن در همین مدت است؟ $(\pi = ۳)$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۲- جسمی به جرم ۵۰۰ گرم را به فنری که طول اولیه‌اش ۶۰cm است، می‌بندیم و روی یک صفحهٔ افقی بر روی مسیری دایره‌ای شکل با تندی یکنواخت می‌چرخانیم و طول فنر به ۸۰cm می‌رسد. اگر جسم در هر دقیقه ۳۰ دور بزند، ضریب سختی فنر چند نیوتون برمتر خواهد بود؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

۶۳- در یک حرکت هماهنگ سادهٔ جرم- فنر روی سطح افقی، حداقل زمان عبور متوالی نوسانگر از نقطهٔ $x_۱$، $\frac{T}{۹}$ می‌باشد. حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از نقطهٔ $x_۱$ به نقطهٔ تعادل برسد، مطابق کدام گزینه است؟ (T دورهٔ تناوب نوسانگر می‌باشد.)

۱) $\frac{۷T}{۳۶}$ ۲) $\frac{T}{۱۸}$ ۳) $\frac{T}{۳۶}$ ۴) $\frac{۵T}{۳۶}$

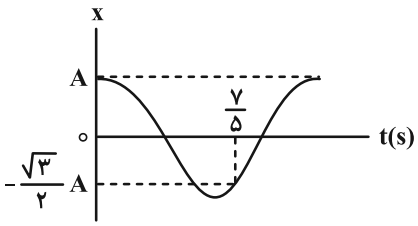
۶۴- معادلهٔ مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۱\cos ۴۰\pi t$ است. تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱ = \frac{۱}{۸۰}s$ تا $t_۲ = \frac{۵}{۱۲۰}s$ چند متربرثانیه است؟

۱) $\frac{۴۲}{۳۵}$ ۲) $\frac{۶}{۷}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به صورت شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۴s$ تا $t_2 = ۱/۶s$، تندی متوسط نوسانگر چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) ۳

۶۶- معادلهٔ حرکت نوسانگری به جرم ۴۰g که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $x = ۰/۰۲\cos(۱۰۰t)$ است. در لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x = ۲cm$ می‌گذرد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟

۱) ۰/۰۸ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۱۲

۶۷- در حرکت هماهنگ ساده برای یک نوسانگر، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است، کدام کمیت‌ها بیشینه‌اند؟

۱) اندازهٔ مکان- شتاب- نیرو

۲) نیرو- انرژی جنبشی- سرعت

۳) شتاب- سرعت- انرژی جنبشی

۴) سرعت- انرژی جنبشی- مکان

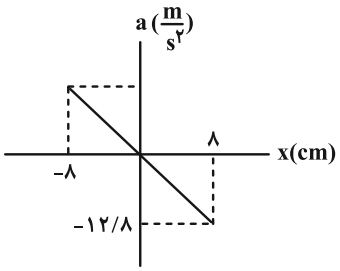
۶۸- در مکانی، دورهٔ تناوب آونگ ساده‌ای ۵s است. طول آونگ چند درصد تغییر کند تا دورهٔ تناوب آونگ، در همان مکان، ۲s کاهش یابد؟

۱) ۶۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۴ ۴) ۳۶

۶۹- یک آونگ ساده کم‌دامنه روی سطح زمین، در مدت ۱۰۴ ثانیه، ۵۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد و چگونه تغییر دهیم که اگر در فاصلهٔ R_e از سطح زمین قرار گیرد، در همان مدت، ۲۰ نوسان کامل انجام دهد؟ (R_e شعاع زمین است)

۱) ۳۲ درصد، افزایش ۲) ۳۶ درصد، کاهش ۳) ۶۹ درصد، افزایش ۴) ۶۹ درصد، کاهش

۷۰- نوسانگری روی یک پاره‌خط به طول ۱۶cm، حرکت هماهنگ ساده دارد و نمودار شتاب برحسب مکان آن به صورت زیر است. طول یک آونگ ساده چند سانتی‌متر باشد تا روی سطح زمین با این نوسانگر تشدید حاصل کند؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و $\pi^۲ \simeq ۱۰$)



۱) ۶/۲۵

۲) ۱۲/۵

۳) ۱۶

۴) ۲۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۱- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی به نام صابون برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.
- ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بیماری وبا، فقط کلرزنی به آب‌های آلوده است.
- اگرچه وبا در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده، اما اکنون این بیماری کنترل شده و دیگر نمی‌تواند تهدیدکننده باشد.
- امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن‌ها مواجه‌اند، دست‌کم چند سال در این جهان زندگی می‌کنند.
- میزان امید به زندگی برخلاف شیب نمودار امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از کم‌برخوردار است.

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

۷۲- در بین مخلوط‌های زیر، چند کلوئید و چند مخلوط پایدار وجود دارند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(مخلوط آب و بنزین- شیر- شربت خاک‌شیر- مخلوط آب و قند- سس مایونز- مخلوط آب و روغن و صابون- شربت معده)

۱) ۳ ، ۴ ۲) ۳ ، ۵

۳) ۴ ، ۴ ۴) ۴ ، ۵

۷۳- از واکنش یک استر سه عاملی با فرمول $C_xH_yO_6$ با مقدار کافی سدیم هیدروکسید در شرایط مناسب صابونی با فرمول شیمیایی $RCOO^-Na^+$ تولید شده است. اگر از واکنش کامل ۰/۲ مول از این صابون با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید مقدار ۵۳/۴ گرم رسوب تولید شده باشد، مجموع x و y در فرمول مولکولی این استر کدام است؟ (R سیرشده می‌باشد.)

$(H=1 , C=12 , O=16 , Mg=24 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۴۳ ۲) ۱۳۸

۳) ۱۴۶ ۴) ۱۴۹

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

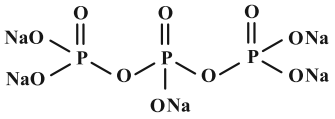
۷۴- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی درست است؟

۱) در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حداکثر سه پیوند $C=C$ وجود دارد.

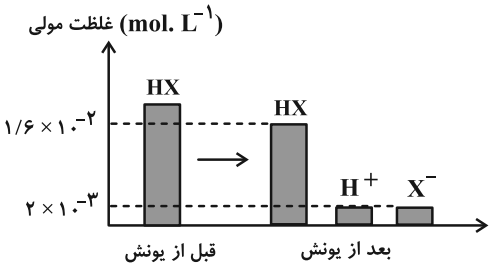
۲) برای زدودن کامل یک لکهٔ چربی از روی پارچهٔ نخی، می‌توان آن را در دمای $40^\circ C$ با صابون آنزیم‌دار شست.

۳) با جایگزینی کاتیون یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با هر یک از کاتیون‌های عامل آب سخت، ترکیبی نامحلول حاصل می‌شود.

۴) برای افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب‌کشی صابون می‌توان ترکیب زیر را به آن افزود.



۷۵- با توجه به شکل زیر که یونش اسید فرضی HX را نشان می‌دهد، ثابت یونش اسیدی و درجهٔ یونش آن به تقریب کدام گزینه است؟ (عددها را از راست به چپ بخوانید.)



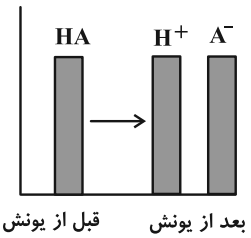
۱) $0/11 \text{ ، } 2/5\times10^{-4}$

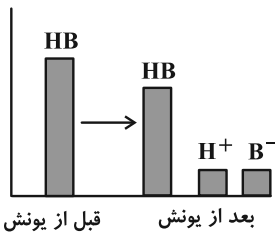
۲) $0/125 \text{ ، } 1/8\times10^{-4}$

۳) $0/125 \text{ ، } 2/5\times10^{-4}$

۴) $0/11 \text{ ، } 1/8\times10^{-4}$

۷۶- نمودارهای زیر غلظت نسبی گونه‌های موجود در محلول دو اسید را قبل و بعد از یونش نشان می‌دهند. با توجه به این نمودارها کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟





الف) به علت قدرت اسیدی بیشتر محلول HA نسبت به محلول HB، در شرایط یکسان سرعت واکنش یک قطعه نوار منیزیم با محلول اسید HB بیشتر است.

ب) یون‌های B^- و A^- به ترتیب می‌توانند آرایش الکترونی مشابه با $_{10}Ne$ و $_{54}Xe$ داشته باشند.

پ) فرایند یونش اسید HB در آب یک فرایند تعادلی و فرایند یونش اسید HA در آب یک فرایند یک طرفه است.

ت) محلول HA یک الکترولیت قوی و محلول HB غیرالکترولیت است.

۱) الف و ب ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب، پ و ت

۷۷- کدام گزینه مقایسهٔ قدرت اسیدی را به درستی نشان می‌دهد؟ (دما را یکسان درنظر بگیرید.)

۱) $HNO_2 > HCOOH > H_2CO_3$

۲) $HNO_3 > HI > HNO_2$

۳) $HCN > CH_3COOH > HNO_2$

۴) $H_2CO_3 > HCOOH > CH_3COOH$

۷۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اسیدها هنگام یونش در آب به یون‌های سازندهٔ خود تفکیک می‌شوند.
- در ساختار اسید تک پروتون‌دار باران اسیدی همانند اسید موجود در باران معمولی، پیوند دوگانه دیده می‌شود.
- در یک سامانهٔ خنثی، همواره $[H^+]=[OH^-]$ بوده و $pH=7$ است.
- با قرار گرفتن محلول آبی ترکیب‌های دارای پیوند هیدروژنی در مدار الکتریکی، جریان برق در مدار برقرار می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹- با توجه به واکنش‌های زیر چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

(I) $HSO_4^-(aq) \rightleftharpoons SO_4^{2-}(aq) + H^+(aq)$ $\quad K_a = ۱/۲ \times ۱۰^{-۲}$

(II) $HF(aq) \rightleftharpoons F^-(aq) + H^+(aq)$ $\quad K_a = ۶/۸ \times ۱۰^{-۴}$

الف) در شرایط یکسان، درجهٔ یونش HSO_4^- بیشتر از درجهٔ یونش $HF(aq)$ است.

ب) در محلول هیدروفلوئوریک اسید در لحظهٔ تعادل، واکنش ترکیب شدن یون‌های $F^-(aq)$ با $H^+(aq)$ سریع‌تر از واکنش یونش $HF(aq)$ انجام می‌شود.

پ) در شرایط یکسان (دما و غلظت اولیه) غلظت SO_4^{2-} بیشتر از غلظت F^- است.

ت) در شرایط یکسان میزان رسانایی الکتریکی محلول یک مولار HSO_4^- کمتر از میزان رسانایی الکتریکی محلول یک مولار HF است.

ث) در شرایط یکسان از نظر دما، فشار و غلظت، غلظت یون H^+ در محلول HF کمتر از محلول HSO_4^- است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

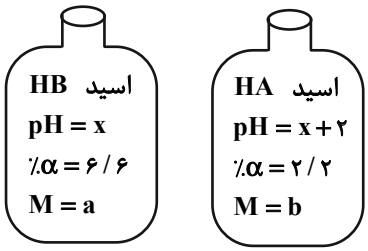
۸۰- محلولی از اسید HA با ثابت یونش $K_a = ۵ \times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$ دارای $pH = ۱/۷$ است. اگر چگالی این محلول برابر ۱/۱۲ گرم بر میلی‌لیتر باشد، درصد جرمی HA در محلول برابر چند است؟ $(HA = ۱۲۰ g.mol^{-۱})$ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۴

۸۱- مقادیر مولی برابری از اسید قوی HX و اسید ضعیف HY را به‌طور جداگانه در ظرف‌های (۱) و (۲) که دارای حجم یکسانی از آب هستند می‌ریزیم، اگر در لحظهٔ تعادل در محلول (۲) شمار ذرات اسید یونیده نشده ۳/۵ برابر شمار یون‌ها بوده و $pH = ۴/۳$ باشد، درصد یونش محلول (۲) و pH محلول (۱) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳$ و $\log ۵ \simeq ۰/۷)$

۱) ۲/۴ ، ۱۲/۵ ۲) ۲/۴ ، ۶/۲۵ ۳) ۳/۴ ، ۱۲/۵ ۴) ۳/۴ ، ۶/۲۵

۸۲- دانشجویی هنگام کار در آزمایشگاه شیمی، متوجه می‌شود که برخی از اطلاعات موجود بر روی برچسب دو اسید پاک شده است. با توجه به شکل، مقدار a چند برابر b است؟



۱) ۰/۰۳
۲) ۱۰۰
۳) ۳۰۰
۴) $\frac{۱۰۰}{۳}$

۸۳- ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول اسید آبی HA با $pH = ۲/۷$، مقدار ۳/۲ گرم محلول سدیم هیدروکسید ۲۵ درصد جرمی را به‌طور کامل خنثی می‌کند. درصد یونش و ثابت یونش اسید در دمای آزمایش به تقریب از راست به چپ کدام است؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۴ ، ۴×۱۰^{-۵} ۲) ۴ ، ۸×۱۰^{-۵} ۳) ۸ ، ۸×۱۰^{-۵} ۴) ۸ ، ۴×۱۰^{-۵}

۸۴- اگر در دمای $۲۵^\circ C$، دو محلول $۰/۶ mol.L^{-۱}$ هیدروکلریک اسید (با حجم ۳۰۰ میلی‌لیتر) و $۰/۷۵ mol.L^{-۱}$ پتاسیم هیدروکسید (با حجم ۲۰۰ میلی‌لیتر) را با یکدیگر مخلوط کنیم، pH محلول نهایی تقریباً چقدر خواهد بود؟

$(\log ۲ \simeq ۰/۳$ و $\log ۳ \simeq ۰/۵)$

۱) ۵/۲ ۲) ۱/۲ ۳) ۷ ۴) ۸/۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

* گل ادریسی در خاک اسیدی قرمز و در خاک بازی، آبی است.
* محلول جوش شیرین برخلاف شیشه‌پاک‌کن، رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند.
* تولید گاز در واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، قدرت پاک‌کنندگی این مخلوط را کاهش می‌دهد.
* برای رفع گرفتگی لوله‌ها فقط از مواد اسیدی استفاده می‌شود.
* در شرایط یکسان، محلول سود، رنگ کاغذ pH را بنفش رنگ می‌کند و صابون نسبت به آن رنگ کاغذ pH را بیشتر تغییر می‌دهد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۶- تیغه‌ای از جنس روی را درون محلول مس (II) سولفات قرار می‌دهیم. کدام یک از عبارت‌های زیر دربارهٔ آن نادرست است؟ $(Zn = 65 , Cu = 64 : g.mol^{-1})$

۱) رنگ آبی محلول به دلیل حضور گونهٔ اکسنده در آن است که به مرور زمان از شدت آن کاسته می‌شود.

۲) این واکنش برخلاف واکنش الیاف آهن با محلول Cu^{2+} به‌طور خودبه‌خودی انجام می‌شود.

۳) شعاع گونهٔ کاهنده از گونهٔ اکسنده بزرگ‌تر است.

۴) اگر تمام فراوردهٔ جامد تولید شده روی تیغه رسوب کند، به ازای مبادلهٔ $4/816\times10^{22}$ الکترون میان گونه اکسنده و کاهنده، 40mg از جرم تیغه کاسته می‌شود.

۸۷- تیغه‌ای از جنس آلومینیم را درون محلول مس (II) سولفات قرار می‌دهیم. اگر ۰/۶ مول الکترون میان گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله شود و ۷۰ درصد فلز تولید شده بر روی تیغه بنشیند، ..... $(Cu = 64 , Al = 27 : g.mol^{-1})$

۱) ۸/۰۴ گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود. ۲) ۸/۰۴ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

۳) ۱۲/۰۶ گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود. ۴) ۱۲/۰۶ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

۸۸- جدول زیر مربوط به قرار دادن تیغه‌های فلزی A، B، C و D درون محلول نمکی از فلز M با دمای $20^{\circ}C$ را نشان می‌دهد. با توجه به این داده‌ها چند مورد از مطالب داده شده درست می‌باشد؟ (هر حرف معرف نماد فرضی یک فلز است.)

نماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}C$)
A	۲۹
B	۲۳
C	۲۶
D	۲۰

- ترتیب قدرت کاهندگی آن‌ها به صورت $A > C > B > D > M$ می‌باشد.
- واکنش موازنه نشدهٔ $B^{b+} + A \rightarrow A^{a+} + B$ انجام‌پذیر می‌باشد.
- emf سلول گالوانی استاندارد حاصل از الکترودهای A و B بیشتر از سلول گالوانی استاندارد B و C می‌باشد.
- محلول حاوی نمک C را نمی‌توان در ظرفی از جنس B نگهداری کرد.
- اگر A فلز Sn باشد، D می‌تواند Au باشد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۹- با توجه به E°های داده شده کدام گزینه درست است؟

$E^{\circ}(Pb^{2+} / Pb) = -0/12\,V$ $E^{\circ}(Zn^{2+} / Zn) = -0/76\,V$

$E^{\circ}(Mg^{2+} / Mg) = -2/38\,V$ $E^{\circ}(Cu^{2+} / Cu) = +0/34\,V$

۱) واکنش $Pb(s) + Zn^{2+}(aq) \rightarrow Pb^{2+}(aq) + Zn(s)$ در شرایط استاندارد به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

۲) بیشترین ولتاژ سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌ها برابر ۳/۱۴ ولت می‌باشد.

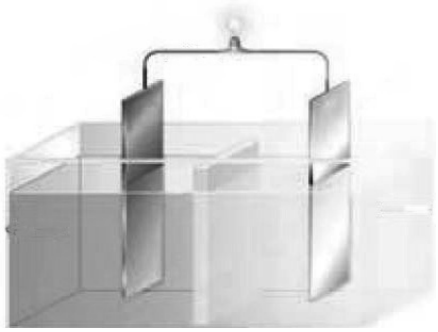
۳) محلول حاوی نمک سرب (II) را می‌توان در ظرف روی نگهداری کرد.

۴) در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول روی و منیزیم، تیغهٔ منیزیم به مرور زمان دچار کاهش جرم می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- دستگاه مقابل سلول گالوانی $(Cu - Ag)$ را نمایش می‌دهد، چند مورد درست است؟ (جرم تیغه‌ها در ابتدا برابر است.)

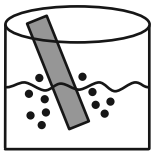
$(Cu = ۶۴ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$ (فرض کنید رسوب روی الکترود تشکیل می‌شود.)



- در نیم‌سلول سمت راست، نیم‌واکنش کاهش رخ می‌دهد و در واکنش کلی، مجموع ضرایب یون‌ها برابر مجموع ضرایب اتم‌ها است.
- این سلول همانند سلول الکترولیتی آند محل اکسایش و قطب منفی است اما کاتد محل کاهش و قطب مثبت است.
- اگر در این سلول ۲۱/۶ گرم نقره تولید شود، اختلاف جرم الکترودها $۱۵/۲g$ می‌شود.
- به مرور زمان رنگ محلول نیم‌سلول چپ پررنگ‌تر می‌شود زیرا غلظت یون Ag^{+} کاهش می‌یابد.
- با مصرف شدن ۳ مول مس، تعداد الکترون منتقل شده از آند به کاتد برابر ۶ است.

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۱- ۳۲/۵۵ گرم از آلیاژ نقره و روی را داخل محلول هیدروکلریک اسید می‌اندازیم. اگر چگالی گاز حاصل از انجام واکنش برابر $۰/۱۲g.L^{-۱}$ باشد و در پایان واکنش ۴/۵ لیتر گاز آزاد شود، درصد جرمی نقره به تقریب کدام است؟



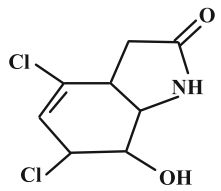
$(H = ۱ , Zn = ۶۵ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$ $(E^{\circ}(Zn^{۲+} / Zn) = -۰/۷۶V \quad , \quad E^{\circ}(Ag^{+} / Ag) = ۰/۸۰V)$

۱) ۱۵ ۲) ۵۳
۳) ۴۶ ۴) ۴۰

۹۲- کدام واکنش اکسایش- کاهش محسوب نمی‌شود؟

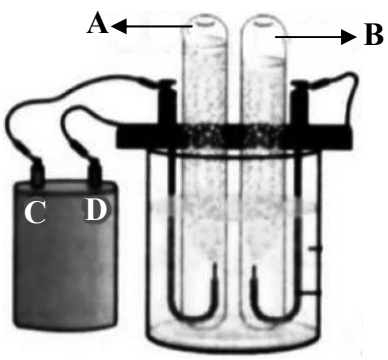
۱) $۴HNO_۳ + ۳S \rightarrow ۳SO_۲ + ۴NO + ۲H_۲O$ ۲) $۴ClF_۳ + ۳N_۲H_۴ \rightarrow ۱۲HF + ۳N_۲ + ۲Cl_۲$
۳) $۲NaHCO_۳ + H_۲SO_۴ \rightarrow Na_۲SO_۴ + ۲CO_۲ + ۲H_۲O$ ۴) $CH_۲O + Ag_۲O \rightarrow HCOOH + ۲Ag$

۹۳- چند اتم در ساختار زیر وجود دارد و در این ساختار چند عدد اکسایش متفاوت برای کربن‌ها می‌توان یافت؟



۱) ۲۰ ، ۵
۲) ۲۲ ، ۶
۳) ۲۰ ، ۶
۴) ۲۲ ، ۵

۹۴- کدام موارد از عبارت‌های بیان شده در رابطه با «فرایند برقکافت آب» نادرست است؟



الف) در برقکافت آب، محیط اطراف آند اسیدی و محیط اطراف کاتد بازی است.
ب) با توجه به شکل، A و B به ترتیب $H_۲(g)$ و $O_۲(g)$ هستند.
پ) C و D به ترتیب قطب‌های مثبت و منفی باتری هستند که توسط سیم‌هایی جریان را به آب منتقل می‌کنند تا به عناصر سازنده‌اش تجزیه شود.
ت) در این فرایند نیم واکنش اکسایش در قطب مثبت رخ می‌دهد و به صورت $۴H_۲O(l) + ۴e^{-} \rightarrow ۲H_۲(g) + ۴OH^{-}(aq)$ می‌باشد.

۱) الف و ب ۲) ب و پ
۳) ب و ت ۴) الف و پ

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵- یکی از روش‌های مؤثر برای جذب سرب از آب، فرایند اکسیداسیون است. در این روش، سرب با واکنش شیمیایی و به وسیلهٔ اکسنده‌های قوی (مثل گاز اوزون و یون پرمنگنات)، اکسید شده و به PbO_2 که نامحلول است، تبدیل و به راحتی از آب جدا می‌شود. با توجه به واکنش‌های زیر بر اثر تصفیهٔ دو نمونهٔ مشابه آب آلوده به یون سرب با گاز اوزون و یون پرمنگنات، شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش (I)، چند برابر شمار الکترون‌های مبادله شده در واکنش (II) است؟

I) $2MnO_4^-(aq)+3Pb^{2+}(aq)+2H_2O(l)\rightarrow 2MnO_2(s)+3PbO_2(s)+4H^+(aq)$

II) $Pb^{2+}(aq)+O_3(g)+H_2O(l)\rightarrow PbO_2(s)+O_2(g)+2H^+(aq)$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۹۶- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از موارد بیان شده نادرست است؟

A) $MnO_4^-+2H_2C_2O_4+4H^+\rightarrow MnO_2+2H_2O+4CO_2$

B) $Zn(s)+2H_2SO_4(aq)\rightarrow ZnSO_4(aq)+SO_2(g)+2H_2O(l)$

- در واکنش (A) انجام واکنش سبب کاهش pH محلول می‌شود.
- در واکنش (B) عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن و اکسیژن بدون تغییر می‌ماند.
- در واکنش (B) اتم روی اکسید شده و کاهنده است.
- در واکنش (A) هر اتم منگنز سه واحد اکسایش می‌یابد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۷- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

آ) مجموع ضرایب استوکیومتری عنصرها در معادلهٔ واکنش $Fe(s)+H_2O(l)+O_2(g)\rightarrow Fe(OH)_3(s)$ پس از موازنه برابر ۱۷ می‌باشد.

ب) عدد اکسایش هر اتم کربن در ساده‌ترین آلکین با عدد اکسایش H در سدیم هیدرید یکسان است.

پ) در تهیهٔ فلز منیزیم از آب دریا فرایندهای فیزیکی و شیمیایی استفاده می‌شود و چگالی منیزیم مذاب از $MgCl_2$ مذاب بیشتر است.

ت) آهنی که با لایهٔ نازکی از نخستین فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای پوشیده شده است حلبی نام دارد.

ث) هرگاه با قرار دادن دو تیغهٔ فلزی A و B در محلول هیدروکلریک اسید، فقط تیغهٔ B واکنش داده و گاز هیدروژن تولید نماید، آن‌گاه پتانسیل کاهشی B به یقین منفی خواهد بود.

۱) آ، ب، ت ۲) ب، ت، ث ۳) آ، پ، ث ۴) ب، پ، ت

۹۸- کدام گزینه درست نیست؟ $(H=1\ ,\ C=12\ ,\ O=16\ ,\ Al=27\ ,\ Fe=56\ ,\ Ag=108 : g.mol^{-1})$

۱) در فرایند برقکافت آب، به ازای مبادلهٔ ۱۶ مول الکترون، ۸۰ لیتر گاز با چگالی ۰/۸ گرم بر لیتر در آند تولید می‌شود.

۲) برای زنگ زدن کامل یک قطعهٔ آهنی به جرم ۱۱/۲ گرم در رطوبت کافی، به ۳/۳۶ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP نیاز است.

۳) در فرایند آبکاری یک قاشق آهنی با فلز نقره، در صورتی که $1/806\times10^{23}$ الکترون در مدار بیرونی سلول جابه‌جا شده باشد، ۳۲/۴ گرم بر جرم قاشق افزوده می‌شود.

۴) در سلول الکترولیتی استخراج فلز آلومینیم به روش هال، تولید ۸۱۰ گرم فلز آلومینیم با تولید کمتر از یک کیلوگرم گاز CO_2 همراه است.

۹۹- برای تولید چرخ‌دنده‌ها از آلومینیم استفاده می‌شود. اگر برای تولید نوعی چرخ‌دنده که در موتور خودروها استفاده می‌شود به ۱۰۸۰kg آلومینیم نیاز باشد، در فرایند هال به چند کیلوگرم گرافیت نیاز است و چند لیتر گاز در شرایطی که حجم مولی گازها برابر ۲۵ لیتر است تولید می‌شود؟ $(Al=27\ ,\ C=12\ ,\ O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۶۰ ، $7/5\times10^5$ ۲) ۷۲۰ ، $2/5\times10^5$ ۳) ۳۶۰ ، $2/5\times10^5$ ۴) ۷۲۰ ، $7/5\times10^5$

۱۰۰- «نیم‌واکنش کاتدی در خوردگی آهن در محیط اسیدی» و «نیم‌واکنش آندی سلول سوختی هیدروژن» به ترتیب با کدام نیم‌واکنش‌های زیر یکسان است؟

۱) نیم‌واکنش کاتدی در سلول «نور- الکتروشیمیایی» سیلیسیم- نیم‌واکنش اکسایش نیم‌سلول SHE در آند یک سلول گالوانی

۲) نیم‌واکنش کاتدی در سلول «نور- الکتروشیمیایی» سیلیسیم- نیم‌واکنش آندی سلول برقکافت آب

۳) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن- نیم‌واکنش آندی سلول برقکافت آب

۴) نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن- نیم‌واکنش اکسایش نیم‌سلول SHE در آند یک سلول گالوانی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۱ دی ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-دانیال آرکیش-علی آزاد-مهدی حاجی‌زاده-داود حسین‌پور-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-احمدرضا ذاکرزاده محمدرضا راسخ-مسعود شفیعی-حامد قاسمیان-محمدرضا کشاورزی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی‌زاده-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی‌وند محمدرضا شریفی-مهدی شریفی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی یاسر راش-حسین شاهسواری-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی امیرحسین ابومحبوب	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم حسین شاهسواری احسان پنجه‌شاهی آرش ظریف
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سیدماهد عبدی محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	امیرحسین ملازینل محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	آرمان قنواتی ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-معصومه صنعت‌کار			معصومه صنعت‌کار سیدمحمدرضا مهدوی ابراهیم نوری	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی ملینا ملائی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

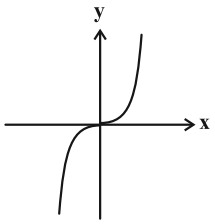
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

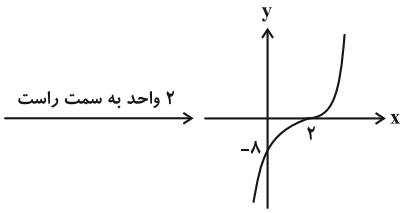
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا کشاورزی)

ابتدا نمودار تابع $y=(x-2)^3$ را رسم می‌کنیم:





اگر $a>0$ باشد نمودار تابع $y=(x-2)^3-a$، به اندازهٔ a واحد به سمت پایین منتقل شده و از ناحیهٔ دوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

اگر $a<0$ باشد نمودار تابع $y=(x-2)^3-a$، به اندازهٔ a واحد به سمت بالا منتقل می‌شود. با توجه به عرض از مبدأ تابع $y=(x-2)^3$ اگر حداکثر انتقال به سمت بالا ۸ واحد باشد، نمودار تابع f از ناحیهٔ دوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند. در نتیجه حدود a برای این‌که نمودار تابع f، از ناحیهٔ دوم محورهای مختصات عبور نکند به صورت $[-8,+\infty)$ است و کمترین مقدار a برابر ۸- است:

$$f(x)=(x-2)^3+8 \Rightarrow f(-8)=(-8-2)^3+8=-992$$

(حسابان ۲- تابع؛صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۳ و ۱۴)

۲- **گزینهٔ «۲»** (سینا خیرخواه)

ابتدا ضابطهٔ توابع g و h را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{۱ واحد به چپ}} g(x)=\sqrt{x+1}$$

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{۵ واحد به راست}} y=\sqrt{x-5} \xrightarrow{\text{طول نقاط، نصف}}$$

$$y=\sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{۱ واحد به بالا}} h(x)=\sqrt{2x-5}+1$$

حال برای محاسبهٔ محل برخورد نمودار توابع g و h، معادلهٔ $h(x)=g(x)$ را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-5}+1 \Rightarrow x+1=2x-5+1+2\sqrt{2x-5}$$

$$\Rightarrow 5-x=2\sqrt{2x-5} \Rightarrow x^2-10x+25=4(2x-5)$$

$$\Rightarrow x^2-18x+45=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 & \text{ق ق} \\ x=15 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

حال با قرار دادن طول محل برخورد یعنی $x=3$ در ضابطهٔ g یا h مقدار عرض آن را به دست می‌آوریم:

$$g(3)=\sqrt{3+1}=2 \Rightarrow \text{نقطهٔ برخورد: } A(3,2)$$

$$\Rightarrow OA=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۳- **گزینهٔ «۲»** (مهدی حاجی‌زاده)

با توجه به دو زوج مرتب $(-2,2)$ و $(-3,1)$، تابع f اکیداً صعودی است، در نتیجه:

$$\begin{cases} 2x>-2 \Rightarrow x>-1 \\ x+2>2x \Rightarrow x<2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -1<x<2$$

بنابراین x شامل دو مقدار صحیح صفر و ۱ است.

(حسابان ۲- تابع؛صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴- **گزینهٔ «۲»** (علی آزاد)

ابتدا دامنهٔ تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$D_f=\{x\in\mathbb{R} \mid 4-2x\geq 0\}=(-\infty,2]$$

هر دو تابع $y=\sqrt{4-2x}$ و $y=x^2-4x$ در محدودهٔ $x\leq 2$، اکیداً نزولی هستند و جمع دو تابع نزولی اکید، یک تابع اکیداً نزولی است، بنابراین $f(x)=x^2-4x+\sqrt{4-2x}$ تابعی اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵- **گزینهٔ «۲»** (غلامرضا نیازی)

با توجه به این‌که می‌خواهیم محدوده‌ای که تابع $y=-\frac{1}{2}f(1-2x)$ روی آن صعودی است را مشخص کنیم پس در آن محدوده تابع $y=f(1-2x)$ نزولی است. چون تابع $y=1-2x$ نزولی است و ترکیب دو تابع زمانی نزولی است که یکی نزولی و دیگری صعودی باشد پس $y=f(x)$ باید صعودی باشد. با توجه به نمودار، تابع $y=f(x)$، روی بازهٔ $[0,1]$ صعودی است در نتیجه:

$$0\leq 1-2x\leq 1 \Rightarrow 0\leq x\leq \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- **گزینهٔ «۳»** (داود حسین‌پور)

با توجه به رابطهٔ تقسیم و اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{cases} P(x+3)=(7x^2-5x+9)Q(x) & (*) \\ Q(-1)=6 \end{cases}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حال برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x-۲$، باید مقدار $P(۲)$ را محاسبه کنیم. با توجه به رابطهٔ (*) داریم:

$$P(۲)=P(-۱+۳)=(۷(-۱)^۲-۵(-۱)+۹)Q(-۱)$$

$$\xrightarrow{Q(-۱)=۶} P(۲)=۲۱\times ۶=۱۲۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)

ابتدا ضابطهٔ تابع را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$y=\sin^۴(\pi ax)+\cos^۴(\pi ax)=۱-۲\sin^۲(\pi ax)\cos^۲(\pi ax)$$

$$=۱-۲(\sin(\pi ax)\cos(\pi ax))^۲=۱-۲(\frac{۱}{۲}(\sin ۲\pi ax))^۲$$

$$=۱-\frac{۱}{۲}(\frac{۱-\cos(۴\pi ax)}{۲})=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}\cos(۴\pi ax)$$

حال مقادیر دورهٔ تناوب و Max و Min تابع را مشخص می‌کنیم:

$$Max=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱\ ,\ Min=-\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۲}\ ,\ T=\frac{۲\pi}{|۴\pi a|}=\frac{۱}{۲a}$$

حال از روی نمودار، قاعده و ارتفاع مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} BC=\frac{۳}{۲}T=\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۲a}=\frac{۳}{۴a} \\ \text{ارتفاع}=Max-Min=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴a}=\frac{۳}{۱۶a}\Rightarrow\frac{۳}{۱۶a}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow a=\frac{۹}{۴}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا راسخ)

با توجه به ضابطهٔ تابع f داریم:

$$T=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۴}}=۸$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع داریم:

$$\frac{T}{۲}=k\Rightarrow k=۴\Rightarrow Min=-۴$$

$$Min=-۱-|a|=-۴\Rightarrow|a|=۳\Rightarrow a=\pm ۳$$

از آنجا که نمودار تابع f در همسایگی راست $x=۰$ صعودی است در نتیجه $a<۰$:

$$a=-۳\Rightarrow a+k=-۳+۴=۱$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

با توجه به این که دامنهٔ تابع $y=\tan x$ به صورت $\{x\in\mathbb{R}\mid x\neq\frac{(۲k+۱)\pi}{۲}\ ,\ k\in\mathbb{Z}\}$ است، داریم:

$$\frac{۶\pi}{|x|+۴}=(۲k+۱)\frac{\pi}{۲}\Rightarrow|x|+۴=\frac{۱۲}{۲k+۱}$$

$$\Rightarrow|x|=\frac{۸-۸k}{۲k+۱}\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

چون $|x|\geq ۰$، پس:

$$\frac{۸-۸k}{۲k+۱}\geq ۰\Rightarrow -\frac{۱}{۲}<k\leq ۱\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k\in\{۰,۱\}$$

حال به ازای مقادیر به دست آمده برای k داریم:

$$k=۰\Rightarrow|x|=۸\Rightarrow x=\pm ۸$$

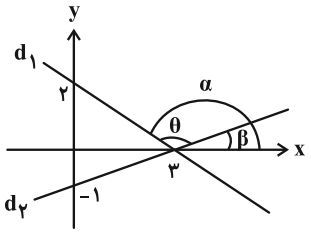
$$k=۱\Rightarrow|x|=۰\Rightarrow x=۰$$

بنابراین فقط سه عدد صفر، ۸ و ۸- در دامنهٔ تابع f قرار ندارند.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

می‌دانیم شیب هر خط با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد برابر است، لذا براساس نام‌گذاری شکل زیر داریم:



$$m_{d_۱}=\tan\alpha=-\frac{۲}{۳}\ ,\ m_{d_۲}=\tan\beta=\frac{۱}{۳}$$

از طرفی $\theta=\alpha-\beta$، در نتیجه:

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}$$

$$=\frac{-\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۳}}{۱+(-\frac{۲}{۳})(\frac{۱}{۳})}=\frac{-۱}{۱-\frac{۲}{۹}}=-\frac{۹}{۷}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۱- **گزینهٔ «۳»** (سینا خیرخواه)

با توجه به نمودار داریم:

$$f(۰)=۲\Rightarrow c=۲$$

$$\frac{۳T}{۲}=۳\Rightarrow T=۲\Rightarrow\frac{\pi}{|a\pi|}=۲\Rightarrow|a|=\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=\pm\frac{۱}{۲}$$

حال چون نقطهٔ $(-\frac{۱}{۳}\ ,\ ۰)$ روی نمودار تابع قرار دارد، داریم:

$$a=\frac{۱}{۲}\ \text{اگر}\ \Rightarrow ۰=b(\tan(\frac{۱}{۲}\times\pi\times(-\frac{۱}{۳})))+۲$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{3}b+2=0 \Rightarrow b=2\sqrt{3} \Rightarrow a\times b\times c=2\sqrt{3}$$

اگر $a=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow 0=b(\tan(-\frac{1}{2}\times\pi\times(-\frac{1}{3})))+2$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}b+2=0 \Rightarrow b=-2\sqrt{3} \Rightarrow a\times b\times c=2\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا ذاکرزاده)*

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2\sin^2 x+\sin^2 x+\cos^2 x-(\sqrt{2}-2)\sin x-(\sqrt{2}+1)=0$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x-(\sqrt{2}-2)\sin x-\sqrt{2}=0$$

حال با فرض $t=\sin x$ داریم: $2t^2-(\sqrt{2}-2)t-\sqrt{2}=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{x\in(0,2\pi)} x=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4} \\ t=-1 \Rightarrow \sin x=-1 \xrightarrow{x\in(0,2\pi)} x=\frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع جواب‌های معادله در این بازه برابر است با:

$$\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}+\frac{3\pi}{2}=\frac{5\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود شفیعی)*

می‌دانیم $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$، پس داریم:

$$3\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\sin 6x+7$$

$$\Rightarrow 6\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin 6x+7$$

با توجه به این‌که $-6\le 6\sin(x+\frac{\pi}{4})\le 6$ و $6\le \sin 6x+7\le 8$

است. داریم:

الف) $\sin 6x+7=6 \Rightarrow \sin 6x=-1$

$$\Rightarrow 6x=2k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}-\frac{\pi}{12},\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\xrightarrow{x\in(0,2\pi)} x=\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12},\frac{11\pi}{12},\frac{5\pi}{4},\frac{19\pi}{12},\frac{23\pi}{12}$$

ب) $6\sin(x+\frac{\pi}{4})=6 \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{4})=1$

$$\Rightarrow x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\xrightarrow{x\in(0,2\pi)} x=\frac{\pi}{4}$$

اشتراک جواب‌های به دست آمده برابر $x=\frac{\pi}{4}$ است. در نتیجه معادله یک جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به حد داده شده، مخرج دارای ریشهٔ مضاعف $x=2$ است:

$$-x^2+4x-a^2=-(x-2)^2 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-2 \end{cases}$$

به ازای $a=2$ حاصل حد برابر $-\infty$ می‌شود پس $a=-2$ قابل قبول است. حال ضابطهٔ تابع f را می‌نویسیم:

$$f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{-x}}$$

با توجه به دامنه، تابع f در همسایگی راست $x=0$ تعریف نشده است. در نتیجه:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x+2}{\sqrt{-x}}=\frac{2}{0^+}=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(دانیال آرکیش)*

با توجه به این‌که حاصل حد وقتی $x\to-\infty$، برابر مقدار متناهی ۲ شده است و چندجمله‌ای مخرج از درجه ۲ است پس درجه چندجمله‌ای صورت نیز باید برابر ۲ باشد:

$$a-2=0 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2+3}{bx^2+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2}{bx^2}=\frac{2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{b}=2 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a-b=2-1=1$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا کشاورزی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-4}=\frac{2(x^2-4)+9}{x^2-4}=2+\frac{9}{x^2-4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)=2,\quad f(x)>2$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حال با توجه به این‌که وقتی $x \to +\infty$، آن‌گاه $f(x) \to ۲^+$ و داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}(fof)(x)=\lim_{x\to+\infty}f(f(x))$$

$$=\lim_{t\to۲^+}f(t)=\lim_{t\to۲^+}\frac{۲t^۲+۱}{t^۲-۴}=+\infty$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (حامد قاسمیان)

راه اول: مجانب‌های قائم تابع $y=\tan x$ به صورت $(k\in\mathbb{Z})$ $x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ است، در نتیجه:

$$۲x+\frac{\pi}{۲}=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow ۲x=k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

بنابراین مجانب‌های قائم تابع $y=-۳+\tan(۲x+\frac{\pi}{۲})$ به صورت $(k\in\mathbb{Z})$ $x=\frac{k\pi}{۲}$ است و کمترین فاصله بین دو مجانب قائم برابر است با:

$$|\frac{(k+۱)\pi}{۲}-\frac{k\pi}{۲}|=\frac{\pi}{۲}$$

راه دوم: فاصلهٔ بین دو مجانب تابع، همان دورهٔ تناوب (T) است: $T=\frac{\pi}{۲}$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲ و حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (سینا خیرخواه)

ابتدا مجانب‌های افقی تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{(a+۱)x}{(a-۱)x}=\frac{a+۱}{a-۱}$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(a-۱)x}{(a+۱)x}=\frac{a-۱}{a+۱}$$

با توجه به این‌که فاصلهٔ مجانب‌های افقی برابر $\frac{۳}{۲}$ است داریم:

$$|\frac{a+۱}{a-۱}-\frac{a-۱}{a+۱}|=\frac{۳}{۲}\Rightarrow|\frac{۴a}{a^۲-۱}|=\frac{۳}{۲}\xrightarrow{a>۱}\frac{۴a}{a^۲-۱}=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow ۳a^۲-۳=۸a\Rightarrow ۳a^۲-۸a-۳=۰\xrightarrow{a>۱}a=۳$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (نیما مهندس)

با توجه به ضابطهٔ تابع f، حاصل $\lim f(x)$ وقتی $x\to\pm\infty$ را مشخص می‌کنیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۲-۱}{x|x|+۲}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^۲-۱}{x^۲+۲}=\lim_{x\to+\infty}(۱-\frac{۳}{x^۲+۲})=۱$$

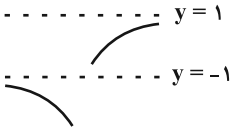
$$\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}f(x)=۱\ ,\ f(x)<۱$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^۲-۱}{x|x|+۲}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^۲-۱}{-(x^۲-۲)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}(-۱+\frac{۱}{-(x^۲-۲)})=-۱$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}f(x)=-۱\ ,\ f(x)<-۱$$

بنابراین نمودار تابع f، اطراف مجانب‌های افقی خود به صورت زیر است:



(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا راسخ)

با توجه به نمودار تابع f که از انتقال نمودار تابع $y=x^۳$ به دست آمده است، ضابطهٔ آن را مشخص می‌کنیم:

$$f(x)=a(x-۱)^۳+۲\xrightarrow{(۰,۰)\in f}۰=a(۰-۱)^۳+۲\Rightarrow a=۲$$

$$\Rightarrow f(x)=۲(x-۱)^۳+۲$$

حال به کمک ضابطهٔ تابع f، ضابطهٔ تابع g را تشکیل می‌دهیم و مجانب‌های افقی آن را مشخص می‌کنیم:

$$g(x)=\frac{|۲(x-۱)^۳+۲|}{۲(-\frac{x}{۲}-۱)^۳+۲}$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{|۲(x-۱)^۳+۲|}{۲(-\frac{x}{۲}-۱)^۳+۲}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{|۲x^۳|}{-\frac{x^۳}{۴}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۲x^۳}{-\frac{x^۳}{۴}}=-۸$$

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{|۲(x-۱)^۳+۲|}{۲(-\frac{x}{۲}-۱)^۳+۲}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{|۲x^۳|}{-\frac{x^۳}{۴}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-۲x^۳}{-\frac{x^۳}{۴}}=۸$$

در نتیجه فاصلهٔ مجانب‌های افقی تابع g برابر است با: $|۸-(-۸)|=۱۶$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱- **گزینهٔ «۴»** (فرشاد صدیقی‌فر)

ماتریس مورد نظر را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} A^2 = A\times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ A^3 = A^2\times A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ kA = \begin{bmatrix} 2k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A^3 - kA = \begin{bmatrix} 8-2k & 0 \\ 0 & 1-k \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{ماتریس اسکالر}} 8-2k = 1-k \Rightarrow k = 7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۰)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

از روی فرض، ماتریس A^{-1} را یافته و سپس ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}} A = (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4-6}\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A+I| = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۳۱)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A|^2 & -3 \\ 4 & |A|-3 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A|^2 & -3 \\ 4 & |A|-3 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^2(|A|-3)+12$$

$$\Rightarrow |A|^2(|A|-3) - 4(|A|-3) = 0$$

$$\Rightarrow (|A|^2-4)(|A|-3) = 0 \Rightarrow |A| = -2, 2, 3$$

به ازای هر مقدار $|A|$، مقادیر x و y را به دست می‌آوریم:

الف) $|A| = -2 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{11}{2} \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = \frac{1}{2}$$

ب) $|A| = 2 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = -\frac{5}{2}$$

ج) $|A| = 3 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{9}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{22}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = -\frac{16}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** (اسحاق اسفندیار)

ماتریس $B^{-1} - A^{-1}$ را از سمت چپ و راست به ترتیب در ماتریس‌های A و B ضرب می‌کنیم:

$$A(B^{-1} - A^{-1})B = A\underbrace{B^{-1}B}_{I} - \underbrace{AA^{-1}}_{I}B = A - B$$

در این صورت داریم:

$$|A - B| = |A(B^{-1} - A^{-1})B|$$

$$= |A||B^{-1} - A^{-1}||B| = |AB||B^{-1} - A^{-1}|$$

ماتریس $B - A$ مربعی از مرتبه ۲ بوده و داریم:

$$|B - A| = |-(A - B)| = (-1)^2|A - B| = |A - B|$$

$$\Rightarrow |B^{-1} - A^{-1}| = \frac{|B - A|}{|AB|} = \frac{1\times 2 - (4)(-1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۹ و ۳۱)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

چون ماتریس اولی وارون‌پذیر نیست، پس دترمینان آن صفر است. دترمینان این ماتریس را از روش ساروس به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} a & -4 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 3 & b & -1 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{\text{ساروس}} (0 - 12 - b) - (0 - 2 + ab) = 0$$

$$\Rightarrow -10 - b(a+1) = 0 \Rightarrow b(a+1) = -10 \qquad (1)$$

این که دستگاه داده شده، حداقل دو جواب دارد، به این معناست که دارای بی‌شمار جواب است و در نتیجه:

$$\underbrace{\frac{a}{9} = \frac{-2}{b+1}}_{a(b+1)=-18\ (2)} = \frac{m-1}{2m-3} \qquad (*)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} ab + b = -10 \\ ab + a = -18 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} b - a = 8 \Rightarrow b = a + 8$$

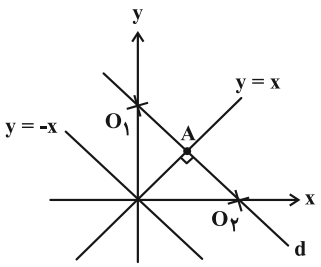
$$\xrightarrow{(1)} (a+8)(a+1) = -10 \Rightarrow \underbrace{a^2 + 9a + 18}_{(a+3)(a+6)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -3 \xrightarrow{(*)} -\frac{3}{9} = \frac{m-1}{2m-3} \xrightarrow{\text{نهایتاً}} m = 1/2 \\ a = -6 \xrightarrow{(*)} -\frac{6}{9} = \frac{m-1}{2m-3} \xrightarrow{\text{نهایتاً}} m = \frac{9}{7} \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۹)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

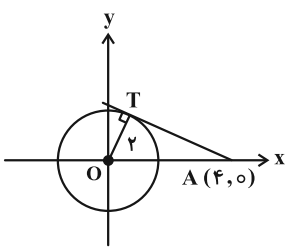
مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر هر دو نیمساز نواحی مختصات (خطوط $y = x$ و $y = -x$) مماس باشد، خطوط نیمساز این دو خط (یعنی محور xها و yها) را تشکیل می‌دهد. همچنین مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از نقطهٔ A روی خط $y = x$ گذشته و بر خط $y = x$ مماس باشند، خط d گذرا از A و عمود بر خط $y = x$ می‌باشد. خط d محورهای مختصات را در دو نقطهٔ (O_1, O_2) قطع می‌کند. بنابراین مسئله ۲ جواب دارد.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** (فرشاد صدیقی‌فر)

مرکز دایره به معادلهٔ $x^2 + y^2 = 4$، مبدأ مختصات و شعاع آن برابر $r = 2$ است. شعاع (OT) عمود بر خط مماس را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$OA^۲ = OT^۲ + AT^۲ \Rightarrow ۱۶ = ۴ + AT^۲ \Rightarrow AT = \sqrt{۱۲}$$

نقطهٔ تماس را به صورت $T(x\ ,\ \sqrt{۴-x^۲})$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$AT = \sqrt{(x-۴)^۲ + (\sqrt{۴-x^۲})^۲} = \sqrt{۱۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-۸x+۲۰} = \sqrt{۱۲} \Rightarrow x = ۱$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

مرکز و شعاع دایره $(x+۱)^۲ + (y-۱)^۲ = ۲a+۱$ عبارتند از:

$$O'(-۱\ ,\ ۱) \text{ و } r = \sqrt{۲a+۱}$$

با توجه به فرض، خط باید بر دایره مماس باشد و در نتیجه فاصلهٔ مرکز دایره از خط مفروض برابر شعاع دایره است:

$$\frac{|-۱+۲(۱)+۳a-۲|}{\sqrt{۱^۲+۲^۲}} = \sqrt{۲a+۱}$$

$$\Rightarrow |۳a-۱| = \sqrt{۵} \times \sqrt{۲a+۱} \Rightarrow ۹a^۲ - ۶a + ۱ = ۵(۲a+۱)$$

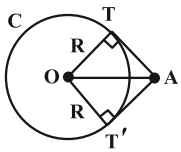
$$\Rightarrow ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰ \Rightarrow (a-۲)(۹a+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ a = -\frac{۲}{۹} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = ۲ \Rightarrow R_۱ = \sqrt{۵} \\ a = -\frac{۲}{۹} \Rightarrow R_۲ = \frac{\sqrt{۵}}{۳} \end{cases} \Rightarrow R_۱ + R_۲ = \sqrt{۵} + \frac{\sqrt{۵}}{۳} = \frac{۴}{۳}\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحهٔ ۴۵)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

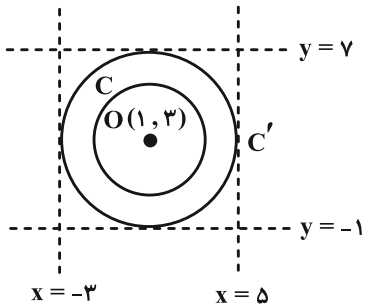
فرض کنید از نقطهٔ A، دو مماس عمود بر هم بر دایرهٔ $C(O\ ,\ R)$ رسم کرده باشیم. چهارضلعی $ATOT'$ چهار زاویهٔ قائمه دارد و دو ضلع مجاور آن برابر یکدیگرند $(OT = OT' = R)$، پس این چهارضلعی مربع است و در نتیجه OA قطر مربع و اندازهٔ آن برابر $R\sqrt{۲}$ است.



$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۲)^۲ + (-۶)^۲ - ۴(۲)} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow R\sqrt{۲} = ۴$: شعاع دایره

پس نقطهٔ A روی دایرهٔ C' به مرکز O و شعاع ۴ قرار دارد.

با توجه به مختصات مرکز دایره، یعنی $O(۱\ ,\ ۳)$، خطوط قائم $x = ۵$ و $x = -۳$ و خطوط افقی $y = ۷$ و $y = -۱$ بر دایرهٔ C' مماس‌اند. هر خط افقی یا قائم که خارج از فاصلهٔ بین این چهار خط مذکور باشد، فاقد نقطه‌ای است که بتوان از آن نقطه، دو مماس عمود بر هم بر دایرهٔ C رسم کرد. در بین خطوط داده شده، خط $y = -۳$ دارای این ویژگی است.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

مرکزهای این دو دایره را که روی خط $y = x + ۱$ قرار دارند به صورت پارامتری $O'(\alpha\ ,\ \alpha+۱)$ در نظر می‌گیریم.

فاصلهٔ مرکز دایره تا خط $y = ۴$ برابر شعاع دایره می‌باشد، پس:

$$R = |y_{O'} - ۴| = |\alpha + ۱ - ۴| = ۳ \Rightarrow |\alpha - ۳| = ۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha - ۳ = ۳ \Rightarrow \alpha = ۶ \Rightarrow O_۱(۶\ ,۷) \\ \alpha - ۳ = -۳ \Rightarrow \alpha = ۰ \Rightarrow O_۲(۰\ ,\ ۱) \end{cases}$$

طول خط‌المرکزین را با مقادیر جمع و تفاضل شعاع دایره‌ها مقایسه می‌کنیم:

$$O_۱O_۲ = \sqrt{(۶-۰)^۲ + (۷-۱)^۲} = \sqrt{۷۲} = ۶\sqrt{۲} \quad , \quad \begin{cases} R_۱ + R_۲ = ۶ \\ |R_۱ - R_۲| = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow O_۱O_۲ > R_۱ + R_۲ \Rightarrow \text{ دو دایره متخارج‌اند.}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق ویژگی‌های رابطهٔ عاد کردن داریم:

$$\begin{cases} ۲n+۳ \mid ۳n^۲-۲n+۵ \xrightarrow{\times ۲} ۲n+۳ \mid ۶n^۲-۴n+۱۰ \\ ۲n+۳ \mid ۲n+۳ \xrightarrow{\times ۳n} ۲n+۳ \mid ۶n^۲+۹n \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۲n+۳ \mid ۱۳n-۱۰$$

$$\begin{cases} ۲n+۳ \mid ۱۳n-۱۰ \xrightarrow{\times ۲} ۲n+۳ \mid ۲۶n-۲۰ \\ ۲n+۳ \mid ۲n+۳ \xrightarrow{\times ۱۳} ۲n+۳ \mid ۲۶n+۳۹ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۲n+۳ \mid ۵۹ \qquad (*)$$

n عددی طبیعی و عدد ۵۹ اول است، پس از رابطهٔ (*) نتیجه می‌شود:

$$۲n+۳=۵۹ \Rightarrow n=۲۸$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مضرب ۲۸، عدد $۴\times ۲۸=۱۱۲$ است که مجموع ارقامش برابر ۴ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

اعداد اول بزرگ‌تر از ۲، اعدادی فرد هستند، پس a عددی فرد است و $a+۲^{۱۰۱}$ نیز عددی فرد می‌باشد و چون b مقسوم‌علیه $(a+۲^{۱۰۱})$ است، پس b نیز فرد می‌باشد. می‌دانیم مربع هر عدد فرد به شکل $۸k+۱$، $(k \in \mathbb{Z})$، نوشته می‌شود، پس:

$$a^۲+b^۲+۱۷=(۸k+۱)+(۸k'+۱)+۱۷$$
$$=۸(k+k')+۱۹=۸(k+k'+۲)+۳=۸q+۳$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

طبق فرض باید در تقسیم $a=bq+r$، رابطهٔ $r=۳q$ برقرار باشد، داریم:

$$۴۵=bq+۳q \Rightarrow q(b+۳)=۴۵=۳\times ۱۵=۵\times ۹=۱\times ۴۵$$

در قضیهٔ تقسیم، همواره $r<b$ است پس $۳q<b$، یعنی $q<b$ و در نتیجه $q<b+۳$ و داریم:

$$q=۳\ ,\ b+۳=۱۵ \Rightarrow b=۱۲ \qquad (۱)$$

$$q=۵\ ,\ b+۳=۹ \Rightarrow b=۶ \qquad (۲)$$

$$q=۱\ ,\ b+۳=۴۵ \Rightarrow b=۴۲ \qquad (۳)$$

تنها موارد (۱) و (۳) قابل قبول است و مورد (۲) با شرط $۳q<b$ همخوانی ندارد و غیرقابل قبول است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق فرض داریم:

$$۴^n+۵۵ \overset{۱۷}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۴^n \overset{۱۷}{\equiv} -۵۵ \overset{۱۷}{\equiv} -۴$$

یعنی توان‌هایی از ۴ را می‌خواهیم که در تقسیم بر ۱۷ با ۴- هم‌نهشت باشند:

$$۴^۲ \overset{۱۷}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\times ۴} ۴^۳ \overset{۱۷}{\equiv} -۴ \xrightarrow{\times ۴} ۴^۴ \overset{۱۷}{\equiv} -۱۶ \overset{۱۷}{\equiv} ۱$$

$$\xrightarrow{\times ۴} ۴^۵ \overset{۱۷}{\equiv} ۴ \xrightarrow{\times ۴} ۴^۶ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۶ \overset{۱۷}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\times ۴} ۴^۷ \overset{۱۷}{\equiv} -۴$$

بنابراین $n=۳\ ,\ ۷\ ,\ \dots$، پس $n=۴k+۳$، $(k \geq ۰)$، الگوی توان‌هایی از ۴ می‌باشد که در تقسیم بر ۱۷ با ۴- هم‌نهشت می‌باشند.

$$n=۴k+۳ \xrightarrow{n \text{ دورقمی}} ۱۰ \leq ۴k+۳ < ۱۰۰$$
$$\Rightarrow k=۲\ ,\ \dots\ ,\ ۲۴ \Rightarrow \text{۲۳ مقدار}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

عدد داده شده مضرب ۹ است، پس طبق قاعدهٔ بخش‌پذیری بر ۹ داریم:

$$\overline{۷۷a۱a} \overset{۹}{\equiv} ۷+۷+a+۱+a \overset{۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۲a \overset{۹}{\equiv} -۱۵ \overset{۹}{\equiv} -۱۵+۲۷ \overset{۹}{\equiv} ۱۲$$

$$\xrightarrow[(۲\ ,\ ۹)=۱]{+۲} a \overset{۹}{\equiv} ۶ \xrightarrow{۰\leq a\leq ۹} a=۶$$

خواستهٔ سؤال: $۶^{۶} \overset{۴۲}{\equiv} ? \Rightarrow \begin{cases} ۶^{۶} \overset{۶}{\equiv} ۰ \overset{۶}{\equiv} -۶ \\ ۶^{۶} \overset{۷}{\equiv} (-۱)^{۶} \overset{۷}{\equiv} ۱ \overset{۷}{\equiv} -۶ \end{cases}$

$$\xrightarrow{[۶\ ,\ ۷]=۴۲} ۶^{۶} \overset{۴۲}{\equiv} -۶ \overset{۴۲}{\equiv} ۳۶$$

در نتیجه $۶^{۶} \in [۳۶]_{۴۲}$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

معادلهٔ سیالهٔ فوق در $\mathbb{Z}$ جواب دارد، پس: $(P^۲-۱\ ,\ ۹) \mid P \qquad (*)$

از آنجا که $۳^۲=۹$، پس مقدار $(P^۲-۱\ ,\ ۹)$ یکی از سه مقدار ۱، ۳ یا ۹ می‌تواند باشد. اگر $P \neq ۳$، در این صورت عدد اول P به صورت $۳k+۱$ یا $۳k+۲$ است و در این صورت:

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$P^۲-۱=(P-۱)(P+۱)\begin{cases}\xrightarrow{P=۳k+۱}=۳k(۳k+۲)\\ \xrightarrow{P=۳k+۲}=۳(۳k+۱)(k+۱)\end{cases}$$

یعنی به ازای $P\neq ۳$ ، عدد $P^۲-۱$ مضرب ۳ است.

در نتیجه حاصل $(P^۲-۱\ ,\ ۹)$ یکی از دو مقدار ۳ یا ۹ است که از رابطهٔ (*) تنها عدد اول $P=۳$ می‌تواند قرار بگیرد که غیرقابل قبول است. پس فرض $P\neq ۳$ غلط است و $P=۳$ می‌باشد و معادلهٔ سیاله به صورت زیر می‌شود:

$$۸x+۹y=۳$$

$$\xrightarrow{\text{پیمانهٔ }۹}۸x\overset{۹}{\equiv}۳\Rightarrow -x\overset{۹}{\equiv}۳\Rightarrow x\overset{۹}{\equiv}-۳\Rightarrow x=۹m-۳$$

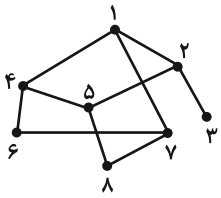
به ازای $m=۱۱$ ، بزرگ‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی x به دست می‌آید:

$$x_{max}=۹\times ۱۱-۳=۹۶\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=۱۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق نمودار، رئوس را شماره‌گذاری می‌کنیم.



سه دور به طول ۵ وجود دارد:

۱۲۵۸۷۱ ، ۴۵۸۷۶۴ ، ۱۴۵۸۷۱

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

تعداد یال‌های گراف کامل هم‌مرتبهٔ G برابر است با:

$$q(K_{۱۰})=\binom{۱۰}{۲}=\frac{۱۰\times ۹}{۲}=۴۵$$

گراف G، ۲۰ یال کمتر از $K_{۱۰}$ دارد. برای رسم ۲۰ یال حداقل ۷ رأس لازم است $(q(K_۷)=\binom{۷}{۲}=۲۱>۲۰)$. پس از گراف کامل مرتبهٔ ۱۰، ۲۰ یال را به صورت فشرده، از یک مجموعهٔ ۷ رأسی جدا می‌کنیم. لذا سه رأس دیگر از درجه ۹ باقی خواهد ماند، که حداکثر تعداد رئوس ممکن است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(آرین تفضلی‌زاده)*

در این گراف $r-$ منتظم، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$pr=۲q\xrightarrow{q=p+۳}pr=۲(p+۳)\Rightarrow pr-۲p=۶$$

$$p(r-۲)=۶\Rightarrow p=\frac{۶}{r-۲}$$

$$\begin{cases}r=۳\Rightarrow p=۶ & \checkmark\\ r=۴\Rightarrow p=۳ & \times\\ r=۵\Rightarrow p=۲ & \times\\ r=۸\Rightarrow p=۱ & \times\end{cases}$$

توجه داشته باشید که $۰\leq r\leq p-۱$.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا عدد ۳۶۰ را به عامل‌های اول آن تجزیه می‌کنیم:

$$۳۶۰=۲^۳\times ۳^۲\times ۵$$

با توجه به این‌که یکی از عامل‌ها عدد ۵ است، پس $\Delta(G)\geq ۵$.

درجات گرافی از مرتبهٔ ۶ با اعدادی که حاصل‌ضرب آن‌ها ۳۶۰ باشد، به صورت زیر است:

$$G:۵\ ,\ ۴\ ,\ ۳\ ,\ ۳\ ,\ ۲\ ,\ ۱$$

در این صورت داریم:

$$q(G)=\frac{۵+۴+۳+۳+۲+۱}{۲}=۹$$

$$q(\bar{G})=\frac{p(p-۱)}{۲}-q(G)=\frac{۶\times ۵}{۲}-۹=۶$$

$$\delta(G)+\Delta(\bar{G})=p-۱\Rightarrow ۱+\Delta(\bar{G})=۵\Rightarrow \Delta(\bar{G})=۴$$

در نتیجه:

$$q(\bar{G})+\Delta(\bar{G})=۱۰$$

توجه: حاصل‌ضرب دنبالهٔ اعداد ۲ ، ۲ ، ۲ ، ۳ ، ۳ ، ۵ نیز برابر ۳۶۰ است ولی این دنباله نمی‌تواند درجات رئوس گراف ساده باشد!

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۴۱- **گزینهٔ «۲»** (حسام نادری)

بررسی موارد:

الف) درست؛ جهت تقعر (گودی) نمودار $x-t$، علامت شتاب را نشان می‌دهد که در بازهٔ ۰ تا t_1، گودی به سمت پایین و در نتیجه علامت شتاب منفی و در خلاف جهت محور x است.

ب) نادرست؛ شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $x-t$، سرعت متوسط را نشان می‌دهد که در نمودار داده شده، اندازهٔ شیب خط واصل دو لحظهٔ t_1 و t_2، بزرگ‌تر از اندازهٔ شیب خط واصل دو لحظهٔ t_3 و t_4 است.

پ) درست؛ بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که اولاً $x=0$ و ثانیاً علامت x تغییر کند که تنها در لحظهٔ t_4 این اتفاق می‌افتد. دقت کنید که در لحظهٔ t_2، $x=0$ می‌شود ولی تغییر علامت نمی‌دهد.

ت) نادرست؛ جهت حرکت متحرک زمانی تغییر می‌کند که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که بیانگر سرعت است، صفر شود و تغییر علامت بدهد. در نمودار داده شده در لحظات t_1، t_2 و t_3 این اتفاق رخ می‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی نکوئیان)

برای به دست آوردن سرعت متوسط $(\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t})$ در جابه‌جایی بین مکان‌های x_1 و x_2، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_1\le t\le t_2 : |v_{av_1}|=\frac{x_1-x_2}{2t'}$$

$$t_1\le t\le t_3 : |v_{av_2}|=\frac{x_1-x_2}{5t'}$$

$$t_2\le t\le t_4 : |v_{av_3}|=\frac{x_1-x_2}{4t'}$$

$$t_3\le t\le t_4 : |v_{av_4}|=\frac{x_1-x_2}{t'}$$

ملاحظه می‌شود که $|v_{av_4}|$ بیشترین و $|v_{av_2}|$ کمترین اندازهٔ سرعت متوسط می‌باشند. بنابراین:

$$|v_{av_4}|-|v_{av_2}|=12\Rightarrow\frac{4(x_1-x_2)}{5t'}=12\Rightarrow\frac{x_1-x_2}{t'}=15\frac{m}{s}$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

$$v_{av_3}=\frac{x_1-x_2}{4t'}=\frac{15}{4}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (بهزاد آزادخو)

طبق نمودار حرکت با سرعت ثابت است، پس:

$$x_A=v_At+x_{0A}\Rightarrow x_A=v_At-2$$

$$x_B=v_Bt+x_{0B}\Rightarrow x_B=v_Bt+4$$

دو متحرک در لحظهٔ $t=5s$ به هم می‌رسند:

$$x_A=x_B\xrightarrow{t=5s}5v_A-2=5v_B+4$$

$$v_A-v_B=1/2\frac{m}{s}$$

فاصلهٔ ۲ متحرک در لحظهٔ $t=8s$ برابر است با:

$$|x_A-x_B|=|(v_At+x_{0A})-(v_Bt+x_{0B})|$$

$$=|8v_A-2-8v_B-4|=|8(v_A-v_B)-6|$$

$$=|8(1/2)-6|=|9/6-6|=3/6m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** (زهره آقامحمدی)

با توجه به نمودار مشخص است که حرکت متحرک A با سرعت ثابت و حرکت متحرک B با شتاب ثابت صورت می‌گیرد، در نتیجه سرعت متحرک A و شتاب متحرک B برابرند با:

$$v_A=20\frac{m}{s}$$

$$a_B=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_5-v_0}{5}=\frac{20-40}{5}=-4\frac{m}{s^2}$$

با داشتن شتاب متحرک B، با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان، لحظهٔ تغییر جهت متحرک B را که در آن سرعت متحرک صفر می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$v=at+v_0\xrightarrow[v_0=40\frac{m}{s}]{a=-4\frac{m}{s^2}}0=-4t+40\Rightarrow t=10s$$

سپس معادلهٔ حرکت هر دو متحرک را در SI، می‌نویسیم:

$$x_A=v_At+x_{0A}\xrightarrow[x_{0A}=-2m]{v_A=20\frac{m}{s}}x_A=20t-2\qquad(1)$$

$$x_B=\frac{1}{2}at^2+v_{0B}t+x_0\xrightarrow[x_{0B}=20m]{a=-4\frac{m}{s^2},\ v_{0B}=40\frac{m}{s}}$$

$$x_B=\frac{1}{2}\times(-4)t^2+40t+20\Rightarrow x_B=-2t^2+40t+20\qquad(2)$$

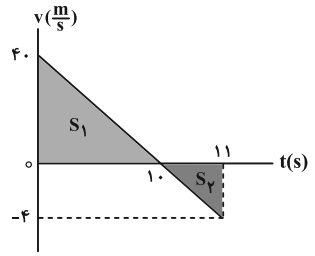
لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان یکسانی دارند. بنابراین داریم:

$$x_A=x_B\xrightarrow{(1),(2)}20t-2=-2t^2+40t+20$$

$$\Rightarrow 2t^2-20t-22=0\Rightarrow t^2-10t-11=0$$

$$\Rightarrow(t+1)(t-11)=0\Rightarrow\begin{cases}t=-1 & \text{غ ق ق}\\ t=11s\end{cases}$$

اکنون مسافت طی شده توسط متحرک B را از لحظهٔ صفر تا $t=11s$ به دست می‌آوریم. توجه کنید که چون متحرک B در لحظهٔ $t=10s$ تغییر جهت می‌دهد، مسافت طی شده برابر حاصل جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها از لحظهٔ صفر تا $t=10s$ و $t=10s$ تا $t=11s$ است. با توجه به این‌که مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، برابر جابه‌جایی است، داریم:



$$\ell=S_1+S_2=\frac{40\times10}{2}+\frac{4\times1}{2}=202m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۵- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

چون حرکت بر مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت است، جابه‌جایی و مسافت، برابر هستند.

$$v_0 \xrightarrow[\frac{5}{9}\ell]{t_1=6s} \xrightarrow[\frac{4}{9}\ell]{t_2} v=0$$

رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه (حرکت برعکس جهت شکل بالا) در حرکت با شتاب ثابت را یک بار برای کل مسیر و بار دیگر برای $\frac{4}{9}$ آخر مسیر می‌نویسیم و از تقسیم آن‌ها بر یکدیگر t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt \xrightarrow[v=0\ ,\ \Delta x=\ell]{t=t_1+t_2}\\ \ell=-\frac{1}{2}a(t_1+t_2)^2\\ \Delta x=-\frac{1}{2}at^2+vt \xrightarrow[\Delta x=\ell-\frac{5}{9}\ell=\frac{4}{9}\ell]{t=t_2\ ,\ v=0}\\ \frac{4}{9}\ell=-\frac{1}{2}at_2^2\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\ell}{\frac{4}{9}\ell}=\frac{(t_1+t_2)^2}{t_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}=\frac{(t_1+t_2)^2}{t_2^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{3}{2}=\frac{t_1+t_2}{t_2}$$

$$\Rightarrow 3t_2=2t_1+2t_2 \Rightarrow t_2=2t_1 \xrightarrow{t_1=6s} t_2=12s$$

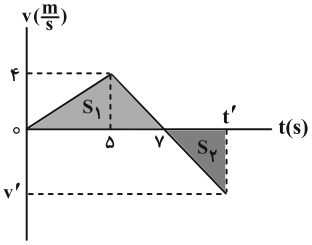
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

سرعت متحرک در لحظهٔ t' را با v' نشان می‌دهیم. شتاب متحرک در بازهٔ زمانی ۵s تا t' ثابت است، بنابراین می‌توانیم شتاب حرکت در بازهٔ زمانی ۵s تا ۷s را با شتاب حرکت در بازهٔ زمانی ۷s تا t' برابر قرار دهیم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-4}{7-5}=\frac{v'-0}{t'-7} \Rightarrow -2=\frac{v'}{t'-7} \Rightarrow v'=-2(t'-7)$$

سطح محصور بین نمودار سرعت و محور زمان، جابه‌جایی متحرک را نشان می‌دهد:



$$\Delta x=S_1+S_2=\frac{7\times4}{2}+\frac{(t'-7)v'}{2} \xrightarrow{v'=-2(t'-7)}$$

$$\Delta x=14-\frac{2(t'-7)(t'-7)}{2} \Rightarrow \Delta x=14-(t'-7)^2$$

اکنون رابطهٔ سرعت متوسط را برای بازهٔ زمانی صفر تا t' می‌نویسیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av}=0/5\frac{m}{s}} 0/5=\frac{14-(t'-7)^2}{t'-0}$$

$$\Rightarrow 0/5t'=14-(t'-7)^2 \Rightarrow t'^2-13/5t'+35=0$$

$$(t'-10)(t'-3/5)=0 \xrightarrow{t'>7} \begin{cases}t'=3/5 & \text{غ ق ق}\\ t'=10 & \text{ق ق}\end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** (محمدکاظم منشاری)

$$\left.\begin{array}{l}v_B^2-v_A^2=2a(x_B-x_A)\\ v_C^2-v_A^2=2a(x_C-x_A)\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_B^2-v_A^2}{v_C^2-v_A^2}=\frac{r}{\frac{8r}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{9}v_B^2-\frac{8}{9}v_A^2=v_C^2-v_A^2$$

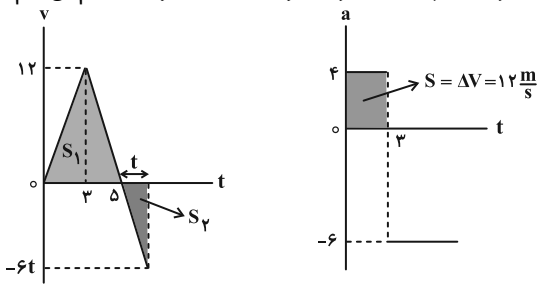
$$\Rightarrow v_C^2=\frac{8}{9}v_B^2+\frac{1}{9}v_A^2=\frac{1}{9}(8v_B^2+v_A^2)$$

$$\Rightarrow v_C=\frac{1}{3}\sqrt{8v_B^2+v_A^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحهٔ ۱۸)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (مهدی شریفی)

سطح زیر نمودار شتاب- زمان نشان‌دهندهٔ تغییرات سرعت است، پس ابتدا به کمک نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



چون مساحت زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی است، فرض می‌کنیم t ثانیه بعد از لحظهٔ $t=5s$ مقادیر S_1 و S_2 برابر می‌شوند تا $\Delta x=0$ شود:

$$S_1=\frac{5\times12}{2}=30m \Rightarrow |S_2|=30m$$

$$|S_2|=30=\frac{t\times6t}{2} \Rightarrow t=\sqrt{10}s$$

پس در لحظهٔ $t=5+\sqrt{10}s$، جابه‌جایی متحرک و در نتیجه سرعت متوسط آن تا این لحظه صفر می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** (مهران اسماعیلی)

با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان و معادلهٔ مکان- زمان متحرک، می‌توان شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک را محاسبه کرد:

$$v=at+v_0 \xrightarrow[v=0]{t=2s} 0=a\times2+v_0 \Rightarrow 2a+v_0=0 \quad (1)$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow[t=6s\ ,\ x=0]{x_0=24m}$$

$$0=\frac{1}{2}a\times6^2+v_0\times6+24 \Rightarrow 18a+6v_0+24=0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)} \begin{cases}2a+v_0=0\\ 18a+6v_0=-24\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-4\frac{m}{s^2}\\ v_0=8\frac{m}{s}\end{cases}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی (مستقل از زمان) مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow[v_0=8\frac{m}{s},\ v=4\frac{m}{s}]{a=-4\frac{m}{s^2},\ x_0=24m}$$

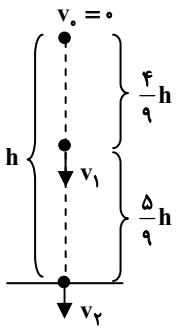
$$4^2 - 8^2 = 2(-4)(x-24) \Rightarrow 16-64 = -8(x-24)$$

$$\Rightarrow x = 30m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی (مستقل از زمان) را یک بار برای $\frac{4}{9}$ اول مسیر و بار دیگر برای کل مسیر می‌نویسیم:



$$\begin{cases} v_1^2 = 2g(\frac{4}{9}h) \\ v_2^2 = 2gh \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{2g(\frac{4}{9}h)}{2gh}$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{2}{3}v_2$$

چون حرکت گلوله سقوط آزاد و با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌باشد، تندی متوسط در $\frac{5}{9}$ آخر مسیر میانگین v_1 و v_2 است.

$$s_{av} = v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow[s_{av}=25\frac{m}{s}]{v_1=\frac{2}{3}v_2} 25 = \frac{\frac{2}{3}v_2 + v_2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6}v_2 = 25 \Rightarrow v_2 = 30\frac{m}{s}$$

$$v_2^2 = 2gh \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{v_2=30\frac{m}{s}} 30^2 = 2\times 10 h \Rightarrow h = 45m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱- **گزینهٔ «۲»** (محمدرضا شریفی)

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

حالت اول: $F - mg = ma \Rightarrow F = m(g+a)$ (۱)

حالت دوم: $2F - mg = ma' \Rightarrow 2F = m(g+a')$ (۲)

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(mg+ma) = mg + ma'$$

$$2mg + 2ma = mg + ma'$$

$$mg = ma' - 2ma \Rightarrow g = a' - 2a$$

$$a' = g + 2a \Rightarrow a' > 2a$$

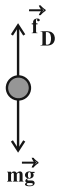
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

زمانی چترباز به تندی حدی می‌رسد که $f_D = mg$ باشد.

$$f_D = 120v^2 = 120\times 2^2 = 480N \xrightarrow{f_D=mg} 480 = m\times 10$$

$$\Rightarrow m = 48kg$$



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 480 - (120\times 1^2) = 48\times a \Rightarrow 360 = 48\times a$$

$$\Rightarrow a = 7/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** (امیراحمد میرسعید)

ابتدا نیروی عمودی سطح را به دست آورده و سپس μ_k و μ_s را می‌یابیم:

$$F_N = mg + 20 \Rightarrow F_N = 40N$$

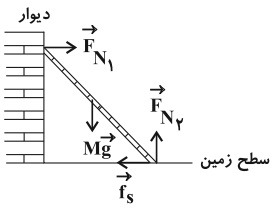
$$f_{s,max} = 30N \Rightarrow \mu_s F_N = 30 \Rightarrow 40\mu_s = 30 \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

$$f_k = 20N \Rightarrow \mu_k F_N = 20 \Rightarrow 40\mu_k = 20 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۴- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

نیروهای وارد بر نردبان، به صورت شکل زیر است که در آن F_{N_1}، نیروی عمودی سطح از طرف دیوار به نردبان، F_{N_2}، نیروی عمودی سطح از طرف سطح زمین به نردبان، mg نیروی وزن و f_s نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان است. چون نردبان ساکن است، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند و داریم:



$$\begin{cases} F_{N_1} = f_s \\ F_{N_2} = Mg \end{cases}$$

با قرار گرفتن شخص روی نردبان، نیروی وزن و در نتیجه نیروی F_{N_2} افزایش می‌یابد، ولی نیروهای f_s (نیروی اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و نردبان) و F_{N_1} (نیرویی که سطح دیوار به نردبان وارد می‌کند)، ثابت می‌مانند. نیرویی که سطح زمین به نردبان وارد می‌کند (R)، طبق رابطهٔ زیر افزایش می‌یابد:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_s^2} \xrightarrow{F_{N_2} \text{ افزایش می‌یابد}} R \text{ افزایش می‌یابد}$$

توجه کنید که با افزایش F_{N_2}، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بین نردبان و سطح زمین افزایش می‌یابد و نردبان همچنان ساکن می‌ماند:

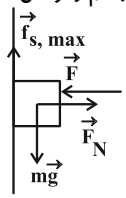
$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۵- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

حداقل نیروی F برای زمانی است که جسم در آستانهٔ لغزش رو به پایین باشد، بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم و دیوارهٔ آسانسور از نوع $f_{s,max}$ است. با رسم نیروهای وارد بر جسم و نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



در راستای افقی: $F_N = F$

در راستای قائم: $F_{net} = ma \Rightarrow f_{s,max} - mg = ma$

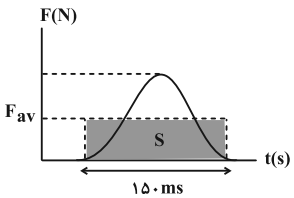
$$\xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=2kg\ ,\ a=2\frac{m}{s^2}} f_{s,max} - 2\times10 = 2\times2 \Rightarrow f_{s,max} = 24N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s=0/6\ ,\ F_N=F]{f_{s,max}=24N} 24 = 0/6F \Rightarrow F = 40N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** (امیراحمد میرسعید)

مساحت زیر نمودار $F-t$ برابر Δp می‌باشد و اگر مساحت شکل قابل محاسبه نبود، می‌توان مساحت مستطیل زیر را محاسبه کرده و برابر مساحت شکل قرار داد. پس می‌توان نوشت:



$$S = F_{av}\times150\times10^{-3}$$

مساحت مستطیل برابر اندازهٔ تغییرات تکانه است. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta p = S \Rightarrow 3 = F_{av}\times150\times10^{-3} \Rightarrow F_{av} = 20N$$

$$F_{max} = 2F_{av} = 2\times20 = 40N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (مسعود فندانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ شیب خط مماس بر نمودار $p-t$ همان نیروی خالص است که فقط یک مرتبه تغییر علامت (و جهت) داده است.

ب) نادرست؛ زیرا متحرک تغییر جهت داده است (در لحظات t_1 و t_4) و بنابراین مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی برابر نیستند.

پ) درست؛ چون شیب خط مماس بر نمودار $(F_{net} = ma)$ ثابت است پس حرکت با شتاب ثابت است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** (محمود منصوری)

ابتدا رابطهٔ شتاب گرانشی را براساس چگالی محاسبه می‌کنیم:

$$g = G\frac{M}{R^2} \xrightarrow{m=\rho.V} g = G\frac{\rho.V}{R^2} \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi R^3} g = \frac{\frac{4}{3}G.\rho.\pi R^3}{R^2}$$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{3}G\rho\pi R$$

حال مقدار شتاب سیاره (g_s) را به دست می‌آوریم:

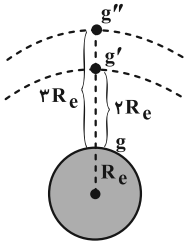
$$\frac{g_s}{g_e} = \frac{\rho_s}{\rho_e}\times\frac{R_s}{R_e} \xrightarrow[R_s=\frac{1}{2}R_e]{\rho_s=6\rho_e\ ,\ g_e=10\frac{N}{kg}}$$

$$\frac{g_s}{10} = \frac{6\rho_e}{\rho_e}\times\frac{\frac{1}{2}R_e}{R_e} \Rightarrow g_s = 10\times6\times\frac{1}{2} = 30\frac{N}{kg}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

با تغییر مدار ماهواره، جرم آن عوض نمی‌شود اما هر چه از زمین دور شود، شتاب گرانش کاهش و در نتیجه، وزن آن هم کاهش می‌یابد.



$$12800km = 2\times6400km = 2R_e$$

$$25600km = 4\times6400km = 4R_e$$

$$\frac{g'}{g} = (\frac{r}{r'})^2 \xrightarrow[r'=R_e+2R_e]{r=R_e} \frac{g'}{g} = (\frac{R_e}{3R_e})^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow g' = \frac{g}{9}$$

$$\frac{g''}{g} = (\frac{r}{r''})^2 \xrightarrow[r''=4R_e]{r=R_e} \frac{g''}{g} = (\frac{R_e}{4R_e})^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow g'' = \frac{g}{16}$$

تغییر وزن ماهواره، بین این دو مدار به صورت زیر است:

$$W'' - W' = mg'' - mg' = m(g'' - g') = m(\frac{g}{16} - \frac{g}{9})$$

$$\xrightarrow[m=144kg]{g=10\frac{N}{kg}} W'' - W' = 144(\frac{10}{16} - \frac{10}{9}) = 90 - 160 = -70N$$

علامت منفی نشان می‌دهد که وزن ماهواره، کاهش یافته است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره در گردش به دور زمین، همان نیروی گرانش است. بنابراین داریم:

$$F_c = W \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = G\frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{r} \Rightarrow (\frac{v_A}{v_B})^2 = \frac{r_B}{r_A} \quad (1)$$

چون تندی ماهوارهٔ A، ۲۰ درصد بیشتر از تندی ماهوارهٔ B است، $(v_A = 1/2v_B = \frac{6}{5}v_B)$ داریم:

$$\xrightarrow{(1)} (\frac{6}{5})^2 = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{36}{25} \quad (2)$$

از طرفی شتاب گرانش در فاصلهٔ r از مرکز زمین برابر است با:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = (\frac{r_B}{r_A})^2 \xrightarrow{(2)} \frac{g_A}{g_B} = (\frac{36}{25})^2 = 2/07 \simeq 2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

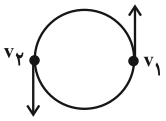
۶۱- **گزینهٔ «۱»** (مهدی شریفی)

ابتدا شتاب متوسط را در ۱۰s اول پیدا می‌کنیم:

محیط دایره $= ۲\pi r = ۲\times ۳\times ۲۰ = ۱۲۰m$

مسافت طی شده : $\ell = s.t = ۶\times ۱۰ = ۶۰m$

$\frac{\ell}{۲\pi r} = \frac{۶۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲}$ (متحرک نصف محیط دایره را پیموده است.)



$|\Delta v| = |v_۲ + v_۱|$

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۲}{۱۰} = ۱/۲\frac{m}{s^۲}$

$a_c = \frac{v^۲}{r} = \frac{۶^۲}{۲۰} = \frac{۳۶}{۲۰} = \frac{۱۸}{۱۰} = ۱/۸\frac{m}{s^۲}$ (شتاب مرکزگرا)

$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{۱/۲}{۱/۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳}$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (علی برزگر)

نیروی فنر نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند و چون فنر در نهایت با طول ۸۰cm می‌چرخد، پس شعاع مسیر دایره‌ای برابر ۸۰cm می‌شود. لذا می‌توان نوشت:

$F_{فنر} = F_{مرکزگرا} \Rightarrow kx = \frac{mv^۲}{r}$

طبق رابطهٔ $T = \frac{t}{n}$ می‌توان نوشت: $T = \frac{t}{n} = \frac{۶۰}{۳۰} = ۲s$

از طرفی داریم:

$v = r(\frac{۲\pi}{T}) \xrightarrow[T=۲s]{r=۰/۸m} v = ۰/۸\times(\frac{۲\pi}{۲}) = ۰/۸\pi\frac{m}{s}$

$\Rightarrow v^۲ = ۰/۶۴\pi^۲$

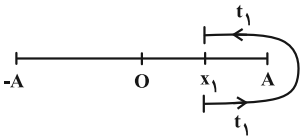
با جای‌گذاری در رابطهٔ اول خواهیم داشت:

$kx = \frac{mv^۲}{r} \xrightarrow[r=\frac{۸}{۱۰}m\ ,\ m=\frac{۱}{۲}kg]{x=\frac{۲}{۱۰}m\ ,\ v^۲=۰/۶۴\pi^۲} k(\frac{۲}{۱۰}) = \frac{(\frac{۱}{۲})(\frac{۶۴}{۱۰۰}\pi^۲)}{\frac{۸}{۱۰}}$

$k = ۲\pi^۲ \xrightarrow{\pi^۲=۱۰} k = ۲۰\frac{N}{m}$

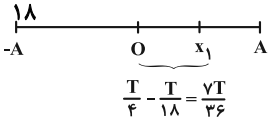
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۳)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** (امیراحمد میرسعید)



حداقل زمان یعنی طبق شکل بالا از $x_۱$ به A رفته و بازمی‌گردد.

$۲t_۱ = \frac{T}{۹} \Rightarrow t_۱ = \frac{T}{۱۸}$



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا با توجه به معادلهٔ مکان- زمان نوسانگر، دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ x = ۰/۰۱\cos ۴۰\pi t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = ۰/۰۱m \\ \omega = ۴۰\pi \end{cases} \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T} = ۴۰\pi$

$\Rightarrow T = \frac{۱}{۲۰}s$

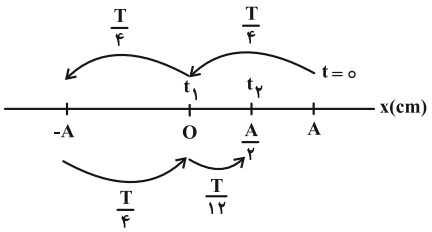
اکنون لحظهٔ $t_۱$ و بازهٔ $\Delta t = t_۲ - t_۱$ را برحسب T محاسبه می‌کنیم:

$\frac{t_۱}{T} = \frac{\frac{۱}{۸۰}}{\frac{۱}{۲۰}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow t_۱ = \frac{T}{۴}$

$\Delta t = t_۲ - t_۱ = \frac{۵}{۱۲۰} - \frac{۱}{۸۰} = \frac{۷}{۲۴۰}s \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۷}{۲۴۰}}{\frac{۱}{۲۰}} = \frac{۷}{۱۲}$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{۷T}{۱۲} = \frac{T}{۲} + \frac{T}{۱۲}$

در نتیجه مسیر حرکت نوسانگر به صورت زیر است:



$\ell = ۲A + \frac{A}{۲} = ۲/۵A$

$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=\frac{۷}{۲۴۰}s]{\ell=۲/۵A\ ,\ A=۰/۰۱m} s_{av} = \frac{۲/۵\times ۰/۰۱}{\frac{۷}{۲۴۰}} = \frac{۶}{۷}\frac{m}{s}$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به معادلهٔ مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$x = A\cos(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow[t=\frac{۷}{۵}s]{x=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A} -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A = A\cos(\frac{۲\pi}{T}\times\frac{۷}{۵})$

$\Rightarrow \frac{۷\pi}{۶} = \frac{۱۴\pi}{۵T} \Rightarrow T = \frac{۱۲}{۵}s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۵\pi}{۶}\frac{rad}{s}$

سپس مکان نوسانگر را در لحظات $t_۱$ و $t_۲$ به دست می‌آوریم:

$t = t_۱ = ۰/۴s \Rightarrow x_۱ = A\cos(\frac{۵\pi}{۶}\times\frac{۲}{۵})$

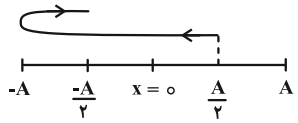
$= A\cos(\frac{\pi}{۳}) = \frac{A}{۲}$ (ربع اول)

$t = t_۲ = ۱/۶s \Rightarrow x_۲ = A\cos(\frac{۵\pi}{۶}\times\frac{۸}{۵})$

$= A\cos(\frac{۴\pi}{۳}) = -\frac{A}{۲}$ (ربع سوم)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۲A}{۱/۲} = \frac{۵A}{۳} \\ v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = -\frac{A}{۱/۲} = -\frac{۵A}{۶} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = ۲$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی شریفی)*

در حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی همواره ثابت است، پس:

$$E = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \xrightarrow[A=۰/۰۲m\ ,\ \omega=۱۰۰\frac{rad}{s}]{m=۴۰g=۴۰\times۱۰^{-۳}kg}$$

$$E = \frac{۱}{۲}\times۴۰\times۱۰^{-۳}\times۴\times۱۰^{-۴}\times۱۰^۴ = ۸\times۱۰^{-۲}J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن سلماسی‌ونر)*

انرژی پتانسیل زمانی بیشترین مقدار خواهد بود که نوسانگر در نقاط بازگشت باشد، پس نوسانگر در نقطهٔ A یا $-A$ قرار دارد. در این شرایط نیرو نیز بیشینه می‌شود چون نیرو بیشینه است، پس شتاب نیز بیشینه خواهد بود. همچنین در A یا $-A$ مکان جسم نیز بیشینه است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدعلی موسوی)*

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}}$$

$$\frac{۳}{۵} = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}} \Rightarrow \frac{\ell_۲}{\ell_۱} = \frac{۹}{۲۵}$$

$$\Delta\ell = \ell_۲ - \ell_۱ = \frac{۹}{۲۵}\ell_۱ - \ell_۱ = -\frac{۱۶}{۲۵}\ell_۱$$

$$\Rightarrow \left|\frac{\Delta\ell}{\ell_۱}\right|\times۱۰۰ = \frac{۱۶}{۲۵}\times۱۰۰ = ۶۴٪$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۶۷)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر آونگ در مدت t، N نوسان کامل انجام دهد، دورهٔ نوسان آونگ برابر است با:

$$T = \frac{t}{N}$$

پس می‌توان نوشت:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{N_۱}{N_۲} = \frac{۵۲}{۲۰} = ۲/۶s$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ شتاب گرانش می‌توان رابطهٔ مقایسه‌ای شتاب گرانش با فاصله را نوشت:

$$g = G\frac{M_e}{r^۲} \Rightarrow \frac{g_۱}{g_۲} = \left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)^۲ \xrightarrow[r_۲=R_e+R_e=۲R_e]{r_۱=R_e}$$

$$\frac{g_۱}{g_۲} = \left(\frac{۲R_e}{R_e}\right)^۲ = ۴$$

حال با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}\times\frac{g_۱}{g_۲}} \xrightarrow{\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{N_۱}{N_۲}}$$

$$\frac{N_۱}{N_۲} = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}\times\frac{g_۱}{g_۲}} \xrightarrow[\frac{g_۱}{g_۲}=۴]{\frac{N_۱}{N_۲}=۲/۶} ۲/۶ = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}\times۴}$$

$$\Rightarrow ۱/۳ = \sqrt{\frac{\ell_۲}{\ell_۱}} \Rightarrow \frac{\ell_۲}{\ell_۱} = ۱/۶۹ \Rightarrow \ell_۲ = ۱/۶۹\ell_۱$$

درصد افزایش طول $= \frac{\Delta\ell}{\ell_۱}\times۱۰۰ = \frac{\ell_۲-\ell_۱}{\ell_۱}\times۱۰۰$

$$= \frac{۱/۶۹\ell_۱ - \ell_۱}{\ell_۱}\times۱۰۰ = ۶۹٪$$

(فیزیک ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۶۷)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

طول پاره‌خط نوسانی، ۲ برابر دامنه است. پس داریم:

$$۱۶ = ۲A \Rightarrow A = ۸cm$$

رابطهٔ شتاب برحسب مکان برای نوسانگری که روی محور x و در طرفین مبدأ مکان، نوسان می‌کند، به صورت $a = -\omega^۲x$ است.

$$a = -\omega^۲x \xrightarrow[a=-۱۲/۸\frac{m}{s^۲}]{x=A=۸cm} -۱۲/۸ = -\omega^۲\times۸\times۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow \omega^۲ = \frac{۱۲۸۰}{۸} = ۱۶۰$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega^۲ = \frac{۴\pi^۲}{T^۲} \xrightarrow[\omega^۲=۱۶۰]{\pi^۲=۱۰} ۱۶۰ = \frac{۴\times۱۰}{T^۲}$$

$$\Rightarrow T^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow T = \frac{۱}{۲}s$$

برای آن‌که آونگ با نوسانگر فوق تشدید حاصل کند باید دورهٔ نوسان آن‌ها یکسان باشد.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow[g=\pi^۲]{T=\frac{۱}{۲}s} \frac{۱}{۲} = ۲\pi\sqrt{\frac{\ell}{\pi^۲}} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \sqrt{\ell}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{۱}{۱۶}m \Rightarrow \ell = \frac{۱۰۰}{۱۶}cm = ۶/۲۵cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسین شاهسواری)*

به جز مورد آخر، بقیهٔ موارد نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: شبیه به صابون (نه خود صابون)

مورد دوم: رعایت بهداشت فردی و همگانی (نه صرفاً یک مرحله از پیشگیری)

مورد سوم: وبا هنوز هم می‌تواند خطرناک باشد

مورد چهارم: میانگین (نه دست کم)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در بین مخلوط‌های گفته شده شیر، سس مایونز و مخلوط آب و روغن و صابون همگی کلوئید هستند. از طرفی مخلوط آب و قند نیز یک محلول است. از آنجا که محلول‌ها و کلوئیدها همگی مخلوط‌هایی پایدار هستند، در بین گزینه‌های داده شده ۳ کلوئید و ۴ مخلوط پایدار وجود دارند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$۲RCOO^-Na^+(aq)+MgCl_۲(aq)\rightarrow (RCOO)_۲Mg(s)+۲NaCl(aq)$$

$$۵۳/۴g\ (RCOO)_۲Mg = ۰/۲mol\ RCOO^-Na^+$$

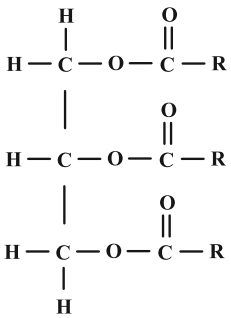
$$\times\frac{۱mol\ (RCOO)_۲Mg}{۲mol\ RCOO^-Na^+}\times\frac{a\,g\ (RCOO)_۲Mg}{۱mol\ (RCOO)_۲Mg}$$

$$\Rightarrow a = ۵۳۴g \Rightarrow \text{جرم مولی} = ۵۳۴g.mol^{-۱}$$

$$a = ۲R+۸۸+۲۴ = ۵۳۴ \Rightarrow R = ۲۱۱g.mol^{-۱}$$

$$۱۴n+۱ = ۲۱۱ \Rightarrow n = ۱۵ \Rightarrow C_{۱۵}H_{۳۱}$$

با توجه به ساختار استرهای سه عاملی و فرمول $(C_{۱۵}H_{۳۱})$ R فرمول مولکولی این استر به صورت $C_{۵۱}H_{۹۸}O_۶$ خواهد بود.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۸ و ۹)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمسعود حسینی)*

با شستشوی پارچهٔ نخی با صابون آنزیم‌دار در دمای $۴۰^\circ C$، درصد لکهٔ چربی باقی‌مانده روی پارچه به صفر می‌رسد.

بررسی موارد نادرست:

۱) با توجه به ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی ($R-C_۶H_۴-SO_۳^-Na^+$) حداقل سه پیوند $C=C$ در ساختار آن‌ها وجود دارد و اگر زنجیر هیدروکربنی سیرشده نباشد و پیوند $C=C$ داشته باشد، تعداد این پیوندها بیشتر از ۳ می‌شود.

۳) نمک‌های منیزیم یا کلسیم مربوط به یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی در آب محلول بوده و تولید رسوب نمی‌کند.

۴) برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون باید ترکیبات شیمیایی کلردار اضافه کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرعلی بیات)*

با توجه به رابطهٔ α داریم:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[H^+]+[HX]} = \frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۲\times۱۰^{-۳}+۱/۶\times۱۰^{-۲}} = \frac{۱}{۹} \simeq ۰/۱۱$$

حال می‌دانیم که:

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{[H^+]^۲}{[HX]} = \frac{(۲\times۱۰^{-۳})^۲}{(۱/۶\times۱۰^{-۲})} = \frac{۱}{۴۰۰۰}$$

$$= ۰/۲۵\times۱۰^{-۳} = ۲/۵\times۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (الف) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) محلول HA یک اسید قوی و محلول HB یک اسید ضعیف است و سرعت واکنش اسید با فلز در شرایط یکسان به قدرت اسیدی (K_a) وابسته است. بنابراین سرعت واکنش محلول HA بیشتر است.

ب) محلول‌های HA و HB به ترتیب می‌توانند HI و HF باشند لذا داریم: $_{۹}F^- \rightarrow {}_{۱۰}Ne$ و $_{۵۳}I^- \rightarrow {}_{۵۴}Xe$

پ) یونش اسیدهای ضعیف یک فرایند تعادلی و یونش اسیدهای قوی یک فرایند یک‌طرفه و غیرتعادلی است.

ت) محلول HB یک الکترولیت ضعیف است و غیرالکترولیت ماده‌ای است که در اثر انحلال یونی تولید نکند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

گزینهٔ «۲»: دقت کنید مطابق جدول صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی، $HNO_۳$ در بین اسیدهای قوی ضعیف‌تر از سایرین است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمسعود حسینی)*

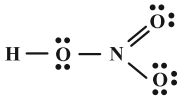
تنها عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: یونش فرایندی است که در آن یک ترکیب مولکولی (فاقد یون در ساختار خود) در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود.

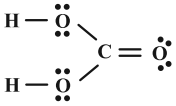
عبارت دوم: اسیدهای باران اسیدی شامل:

- نیتریک اسید (HNO_3) ← تک پروتون‌دار



- سولفوریک اسید (H_2SO_4) ← دو پروتون‌دار

اسید باران معمولی ← H_2CO_3



عبارت سوم: در یک سامانهٔ خنثی همواره و در هر دمایی $[H^+]=[OH^-]$ است و در دمای اتاق ($25^\circ C$)، $[H^+]=[OH^-]=10^{-7}\,mol.L^{-1}$ است. بنابراین در این دما ($25^\circ C$)، pH سامانه خنثی برابر است با:

$$pH=-\log[H^+]=-\log 10^{-7}=7$$

بدیهی است که با تغییر دما، pH سامانه خنثی نیز تغییر می‌کند.

عبارت چهارم: محلول آبی ترکیب اتانول (C_2H_5OH) علی‌رغم داشتن پیوند هیدروژنی قابلیت عبور برق را ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۷)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) HSO_4^- اسید قوی‌تری است؛ یعنی بیشتر یونیده می‌شود و درجهٔ یونش آن بیشتر است.

ب) محلول اسیدهای ضعیف (مانند HF) نمونه‌ای از سامانه‌های تعادلی هستند که در لحظه تعادل در آن سرعت واکنش رفت (یونش HF) با سرعت واکنش برگشت (ترکیب شدن F^- و H^+) برابر است.

پ) $K_a(HSO_4^-)>K_a(HF)\xrightarrow{\text{در شرایط یکسان}}[SO_4^{2-}]>[F^-]$

ت) HSO_4^- اسید قوی‌تری از HF است. چون K_a آن بزرگ‌تر است در نتیجه در شرایط یکسان بیشتر یونیده شده و غلظت یون‌های تولید شدهٔ آن بیشتر است. به همین دلیل محلول HSO_4^- نسبت به محلول HF رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

ث) HF اسید ضعیف‌تری است، لذا کمتر یونش یافته و H^+ کمتری تولید می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

ابتدا با استفاده از pH، غلظت یون هیدرونیوم را حساب می‌کنیم:

$$pH=1/7\Rightarrow[H^+]=10^{-1/7}=10^{-2}\times 10^{0/3}=0/02\,mol.L^{-1}$$

حالا با استفاده از ثابت یونش و $[H^+]$، غلظت مولی اسید (M) را به دست می‌آوریم:

$$HA(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+A^-(aq)$$

$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+][A^-]}{M-[H^+]}\xrightarrow{[H^+]=[A^-]}$$

$$0/05=\frac{(0/02)^2}{M-0/02}\Rightarrow M=0/028\,mol.L^{-1}$$

در ادامه با استفاده از رابطهٔ «$M=\frac{10ad}{\text{جرم مولی}}$»، درصد جرمی HA در محلول را حساب می‌کنیم:

$$0/028=\frac{10\times a\times 1/12}{120}\Rightarrow a=0/3\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیدی)*

$$1)\ HX\rightarrow H^+ + X^-\xrightarrow{\text{قوی}}[H^+]_1=M$$

$$2)\ HY\rightleftarrows H^+ + Y^-\xrightarrow{\text{ضعیف}}[H^+]_2=M\alpha$$

$$\frac{\text{شمار ذرات یونیده نشده}}{\text{شمار یون‌ها}}=\frac{[HY]}{[H^+]+[Y^-]}=\frac{M-M\alpha}{2M\alpha}=3/5$$

$$\xrightarrow{\text{حذف M}}\alpha=\frac{1}{8}=0/125\Rightarrow 12/5\%$$

$$pH_{(2)}=4/3\Rightarrow[H^+]=10^{-4/3}=10^{-5}\times 10^{0/7}$$

$$=5\times 10^{-5}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+]_2=M\alpha\Rightarrow 5\times 10^{-5}=M\times\frac{1}{8}\Rightarrow M=4\times 10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$pH_1=-\log[H^+]_1=-\log(4\times 10^{-4})=4-\log 4=3/4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۴، ۲۵ و ۲۶)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

با توجه به این‌که pH اسید HB دو واحد کمتر از pH اسید HA است، پس غلظت یون هیدرونیوم در اسید HB، ۱۰۰ برابر غلظت یون هیدرونیوم در اسید HA خواهد بود.

$$[H^+]=10^{-pH}\Rightarrow\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}}=\frac{10^{-x}}{10^{-(x+2)}}=10^2$$

$$[H^+]=M.\alpha\Rightarrow\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}}=\frac{\alpha_{HB}\times M_{HB}}{\alpha_{HA}\times M_{HA}}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow ۱۰^{۲} = \frac{\frac{۶/۶}{۱۰۰}\times a}{\frac{۲/۲}{۱۰۰}\times b} \Rightarrow ۱۰^{۲} = \frac{۶۶\times ۱۰^{-۳}a}{۲۲\times ۱۰^{-۳}b}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{۲} = ۳\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱۰۰}{۳}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** (رسول عابدینی‌زواره)

$$NaOH + HA \rightarrow NaA + H_۲O$$

$$?\,mol\,HA = ۳/۲g\,NaOH\,\text{محلول} \times \frac{۲۵g\,NaOH\,\text{خالص}}{۱۰۰g\,NaOH\,\text{محلول}}$$

$$\times \frac{۱mol\,NaOH}{۴۰g\,NaOH} \times \frac{۱mol\,HA}{۱mol\,NaOH} = ۰/۰۲mol\,HA$$

$$[HA] = \frac{n}{V} = \frac{۰/۰۲mol}{۰/۴L} = ۰/۰۵mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۲/۷} = ۱۰^{۰/۳}\times ۱۰^{-۳} = ۲\times ۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = M.\alpha \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۵\alpha \Rightarrow \alpha = ۰/۰۴$$

$$\xrightarrow[\text{درصد یونش}]{\times ۱۰۰} \alpha\% = ۴\%$$

$$HA \rightleftarrows A^- + H^+$$

$$K_a = \frac{[A^-][H^+]}{[HA]} \xrightarrow{[A^-]=[H^+],\,[HA]\simeq M}$$

$$K_a = \frac{(۲\times ۱۰^{-۳})^{۲}}{۵\times ۱۰^{-۲}} = ۸\times ۱۰^{-۵}mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** (محمدرضا پورجاوید)

واکنش انجام شده به صورت زیر است.

$$HCl(aq) + KOH(aq) \rightarrow KCl(aq) + H_۲O(l)$$

در ابتدا باید تعداد مول هر یک از واکنش‌دهنده‌ها را تعیین کنیم:

$$KOH\,\text{مول} = ۰/۲L\,\text{محلول} \times \frac{۰/۷۵mol\,KOH}{۱L\,\text{محلول}}$$

$$= ۰/۱۵mol\,KOH$$

$$HCl\,\text{مول} = ۰/۳L\,\text{محلول} \times \frac{۰/۶mol\,HCl}{۱L\,\text{محلول}}$$

$$= ۰/۱۸mol\,HCl$$

با توجه به این‌که مقدارمول HCl بیشتر است، مقدار باقی‌مانده از آن پس از واکنش با اسید برابر است با: $۰/۱۸ - ۰/۱۵ = ۰/۰۳mol\,HCl$

از آنجا که حجم محلول نهایی برابر با حجم کل محلول‌های مخلوط شده با یکدیگر است، غلظت HCl باقی‌مانده و مقدار pH آن عبارتند از:

$$[H^+] \simeq [HCl] = \frac{۰/۰۳mol}{(۰/۲+۰/۳)L} = ۰/۰۶mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۶\times ۱۰^{-۲}) = -\log(۲\times ۳\times ۱۰^{-۲})$$

$$= (-\log ۲)+(-\log ۳)+(-\log ۱۰^{-۲}) = (-۰/۳)+(-۰/۵)+۲ = ۱/۲$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۰ و ۳۱)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** (علی جعفری)

تمامی موارد نادرست هستند.

بررسی موارد:

* عملکرد گل ادریسی عکس کاغذ pH می‌باشد؛ یعنی در محیط اسیدی آبی و در محیط بازی، قرمز رنگ است.

* محلول جوش شیرین ($NaHCO_۳$) و شیشه‌پاک‌کن هر دو خاصیت بازی دارند و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کنند.

* کاملاً برعکس! تولید گاز $H_۲$ در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد.

* در برخی موارد که لوله‌ها با اسید چرب گرفتگی داشته باشند، باید از موادی مانند NaOH (سود) برای رفع گرفتگی استفاده کرد.

* به‌طور کلی محلول سود نسبت به صابون بازی‌تر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۳، ۲۶، ۲۹، ۳۲ و ۳۴)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (امیرمسعود حسینی)

با قرار دادن تیغه روی درون محلول $CuSO_۴$، واکنش اکسایش- کاهش به صورت زیر انجام می‌گیرد.

$$Zn(s) + Cu^{۲+}(aq) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + Cu(s)$$

Zn(s): ↓ ۲ الکترون می‌دهد — اکسایش می‌یابد — کاهنده

$Cu^{۲+}(aq)$: ↓ ۲ الکترون می‌گیرد — کاهش می‌یابد — اکسنده

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ از آنجا که یون $Cu^{۲+}(aq)$ (گونهٔ اکسنده) آبی رنگ و یون $Zn^{۲+}(aq)$ بی‌رنگ است، با گذشت زمان از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

۲) نادرست؛ واکنش فلزهایی مانند روی و آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.

۳) درست؛ با توجه به تصویر صفحهٔ ۴۱ کتاب درسی، شعاع اتم Zn از کاتیون $Cu^{۲+}$ بزرگ‌تر است.

۴) درست؛ به ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده، ۱ مول Zn و ۱ مول $Cu^{۲+}$ مصرف می‌شوند. همچنین به ازای مصرف هر مول فلز روی و تشکیل هر مول فلز مس، ۱ گرم $(۶۵g - ۶۴g = ۱g)$ از جرم تیغه کاسته می‌شود.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۲}\ \text{مبادله شده } e^- \times \frac{\text{۱ مول } e^- \text{ مبادله شده}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{مبادله شده } e^-} \times \frac{\text{۱ مول Zn مصرف شده}}{\text{۲ مول } e^- \text{ مبادله شده}} \times \frac{\text{۱g کاهش جرم تیغه}}{\text{۱ مول Zn مصرف شده}} \times \frac{۱۰۰۰\text{mg}}{\text{۱g}} = ۴۰\text{mg}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا جمشیری)*

واکنش اکسایش- کاهش انجام شده به شکل زیر است:

$$۲Al(s)+۳Cu^{۲+}(aq)\rightarrow ۲Al^{۳+}(aq)+۳Cu(s)$$

جرم فلز آلومینیم جدا شده از تیغه:

$$۰/۶\,\text{mol } e^- \times \frac{۲\,\text{mol Al}}{۶\,\text{mol } e^-} \times \frac{۲۷\,\text{g Al}}{۱\,\text{mol Al}} = ۵/۴\,\text{g Al}$$

جرم رسوب مس که بر روی تیغه می‌نشیند:

$$۰/۶\,\text{mol } e^- \times \frac{۳\,\text{mol Cu}}{۶\,\text{mol } e^-} \times \frac{۶۴\,\text{g Cu}}{۱\,\text{mol Cu}} \times \frac{۷۰}{۱۰۰} = ۱۳/۴۴\,\text{g Cu}$$

از آنجا که جرم Al جدا شده از تیغه از جرم رسوب مس که بر روی تیغه می‌نشیند کمتر است، بنابراین جرم تیغه افزایش می‌یابد.

میزان افزایش جرم تیغه: $۱۳/۴۴-۵/۴=۸/۰۴\,\text{g}$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا بیانی)*

هر چه تفاوت E° مابین تیغهٔ فلز با کاتیون موجود در محلول بیشتر باشد واکنش با میل و شدت بیشتری انجام شده و گرمای بیشتری آزاد می‌شود. بنابراین تغییر دمای محلول نیز بیشتر است. بدین ترتیب جدول الکتروشیمیایی زیر را تنظیم می‌کنیم:

$$D^{d+}/D$$
$$M^{m+}/M$$
$$B^{b+}/B$$
$$C^{c+}/C$$
$$A^{a+}/A$$

بررسی موارد نادرست:

- ترتیب قدرت کاهندگی به صورت $A>C>B>M>D$ می‌باشد.
- محلول حاوی نمک C را می‌توان در ظرفی از جنس B نگهداری کرد زیرا قدرت کاهندگی B از C کمتر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا بیانی)*

با توجه به E° های داده شده جدول زیر را مرتب می‌کنیم.

$$Cu^{۲+}/Cu$$
$$Pb^{۲+}/Pb$$
$$Zn^{۲+}/Zn$$
$$Mg^{۲+}/Mg$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) واکنش مورد نظر انجام نمی‌شود.

۲) بیشترین ولتاژ برای سلول حاصل از $Mg-Cu$ می‌باشد که برابر ۲/۷۲ ولت است.

۳) نمک سرب (II) در ظرف روی واکنش می‌دهد و نگهداری اتفاق نمی‌افتد.

۴) در سلول گالوانی روی- منیزیم، تیغهٔ منیزیم نقش آند را دارد که به مرور زمان دچار کاهش جرم می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین شاهسواری)*

تنها مورد اول درست است، واکنش رخ داده به صورت زیر است:

$$Cu(s)+۲Ag^+(aq)\rightarrow Cu^{۲+}(aq)+۲Ag(s)$$

نکته: در سلول گالوانی، نیم‌واکنش اکسایش در آند و نیم‌واکنش کاهشی در کاتد رخ می‌دهد (همانند الکترولیتی)

نکته: در سلول گالوانی، الکترون در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند (همانند الکترولیتی)

نکته: در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند حرکت می‌کنند (همانند الکترولیتی)

مورد دوم: در سلول الکترولیتی، آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی است.

مورد سوم:

$$\frac{\text{اختلاف جرم الکترود (در گالوانی)}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی Ag} + \text{ضریب} \times \text{جرم مولی Cu}} = \frac{\text{جرم Ag تولیدی}}{\text{جرم مولی Ag} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۱/۶}{۲\times۱۰۸} = \frac{x}{۲۱۶+۶۴} \Rightarrow x = ۲۸\,\text{g}$$

مورد چهارم: رنگ محلول چپ، پررنگ‌تر می‌شود به علت افزایش غلظت یون $Cu^{۲+}$ (نه کاهش غلظت یون Ag^+)

مورد پنجم: با مصرف شدن ۳ مول اتم مس، $۶N_A$ الکترون از آند به کاتد منتقل می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

با توجه به مقدار E° های داده شده، دریافت می‌شود که در سری الکتروشیمیایی، نقره بالاتر از هیدروژن است و با HCl واکنش نمی‌دهد و تنها روی با HCl وارد واکنش می‌شود.

$$Zn(s)+۲HCl(aq)\rightarrow ZnCl_۲(aq)+H_۲(g)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$H_2 \text{ چگالی گاز} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow ۰/۱۲ = \frac{H_2 \text{ جرم}}{۴/۵}$$

$$\Rightarrow H_2 \text{ جرم} = ۰/۵۴g\ H_2$$

$$?g\ Zn = ۰/۵۴g\ H_2 \times \frac{۱mol\ H_2}{۲g\ H_2} \times \frac{۱mol\ Zn}{۱mol\ H_2}$$

$$\times \frac{۶۵g\ Zn}{۱mol\ Zn} = ۱۷/۵۵g\ Zn$$

$$?g\ Ag = ۳۲/۵۵ - ۱۷/۵۵ = ۱۵g\ Ag$$

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{۱۵}{۳۲/۵۵} \times ۱۰۰ \simeq ۴۶٪$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

واکنش‌های (۱)، (۲) و (۴) حاوی گونهٔ آزاد بوده و قطعاً جزو واکنش‌های اکسایش- کاهش محسوب می‌شوند؛ اما در واکنش (۳) که مربوط به واکنش خنثی شدن جوش شیرین با سولفوریک اسید می‌باشد، گونهٔ آزادی وجود نداشته و عدد اکسایش تمامی عناصر در دو سمت واکنش برابر است.

هرگاه در واکنش، در یک سمت یک گونهٔ آزاد عنصری (مثل F_2) داشته باشیم و در سمت دیگر آن عنصر در ترکیب وجود داشته باشد، واکنش از نوع اکسایش- کاهش است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** *(محسن مجنونی)*

ابتدا فرمول مولکولی آن را به دست می‌آوریم؛ n : تعداد کربن است

H تعداد $= ۲n + ۲ - ۲$ (تعداد حلقه + تعداد پیوند دوگانه)

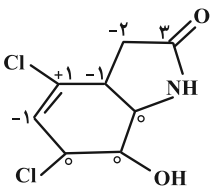
$+ N$ تعداد هالوژن‌ها – تعداد اتم

$$n = ۸ \Rightarrow H = ۲\times۸ + ۲ - ۲(۲+۲) + ۱ - ۲ = ۹$$

فرمول مولکولی ؛ $C_۸H_۹NO_۲Cl_۲$

$$\Rightarrow \text{مجموع اتم‌ها} = ۸+۹+۱+۲+۲ = ۲۲$$

اعداد اکسایش $(۳\ ,\ ۱\ ,\ ۰\ ,\ -۱\ ,\ -۲)$ برای کربن در این ساختار مشاهده می‌شود.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی هر یک از عبارت‌ها؛

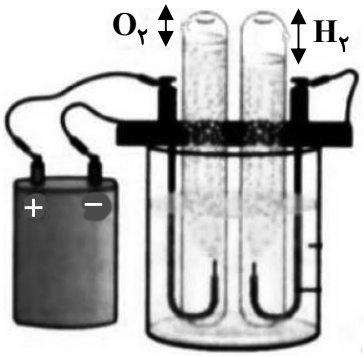
الف) مطابق واکنش‌های انجام شده در آند و کاتد صحیح است.

(تولید H^+ و محیط اسیدی) $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ ⇐ قطب مثبت ← آند

(تولید OH^- و محیط بازی) $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$ ⇐ قطب منفی ← کاتد

ب) با توجه به شکل A و B به ترتیب O_2 و H_2 هستند.

$$2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$$



پ) در سلول‌های الکترولیتی برخلاف گالوانی آند به قطب مثبت باتری و کاتد به قطب منفی باتری وصل است ولی همچنان الکترون‌ها در سیم از آند به کاتد حرکت می‌کنند.

ت) نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به صورت زیر است؛

نیم‌واکنش کاهش ؛ $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

نیم‌واکنش اکسایش ؛ $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

ابتدا شمار الکترون‌های مبادله شده به ازای مصرف هر مول اکسنده را به دست می‌آوریم؛

$$\text{I)}\ \underset{+۷}{MnO_۴^-} + ۳e^- \rightarrow \underset{+۴}{MnO_۲}$$

$$\text{II)}\ Pb^{۲+} + O_۳ + H_۲O \rightarrow PbO_۲ + O_۲ + ۲H^+$$

پس با توجه به معادله‌های موازنه شدهٔ واکنش‌ها، به ازای مصرف ۲ مول $MnO_۴^-$، ۶ مول الکترون و به ازای مصرف یک مول $O_۳$، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

$$\begin{cases} ۲MnO_۴^- \sim ۳Pb^{۲+} \sim ۶e^- \\ O_۳ \sim Pb^{۲+} \sim ۲e^- \end{cases}$$

از طرفی با توجه به مشابه بودن نمونه‌های آب آلوده، شمار یون‌های سرب در نمونه‌ها برابر است، پس ضریب یون سرب در واکنش‌ها را یکسان کرده و بین دو واکنش ارتباط برقرار می‌کنیم؛

$$\begin{cases} ۲MnO_۴^- \sim ۳Pb^{۲+} \sim ۶e^- \\ ۳O_۳ \sim ۳Pb^{۲+} \sim ۶e^- \end{cases}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

با توجه به هم‌ارزی‌های به دست آمده و یکسان بودن ضرایب الکترون در هم‌ارزی‌ها، مشخص می‌شود که شمار الکترون‌های مبادله شده یکسان است.

نتیجه‌گیری: بر اثر اکسایش شمار یون‌های برابری از Pb^{2+} در دو محلول مشابه، شمار الکترون‌های یکسانی مبادله می‌شود و فرقی نمی‌کند از چه اکسنده‌ای در این فرایند استفاده شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

عبارت‌های اول و چهارم نادرست هستند.

$$\overset{+7}{MnO_4^-} + 2H_2C_2O_4 + 4H^+ \rightarrow \overset{+4}{MnO_2} + 2H_2O + 4CO_2$$

(۳ واحد کاهش)

$$Zn(s) + 2H_2SO_4(aq) \rightarrow \overset{+2}{ZnSO_4}(aq) + SO_2(g) + 2H_2O(l)$$

(۲ واحد اکسایش (کاهنده))

در واکنش (A)، H^+ مصرف و غلظت آن کاهش پیدا می‌کند، پس pH افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری عنصرها (O_2 و Fe) برابر ۷ خواهد بود:

$$4Fe(s) + 6H_2O(l) + 3O_2(g) \rightarrow 4Fe(OH)_3(s)$$

ب) درست؛ عدد اکسایش هر اتم کربن در اتین (C_2H_2) برابر ۱- و عدد اکسایش H در NaH نیز برابر ۱- می‌باشد.

پ) نادرست؛ چگالی $Mg(l)$ از چگالی $MgCl_2(l)$ کمتر است.

ت) درست، نخستین فلز گروه ۱۴ قلع می‌باشد.

ث) درست؛ فلزهای دارای E° منفی با محلول اسیدها، واکنش داده و گاز H_2 تولید می‌کنند زیرا قدرت کاهندگی آن‌ها از H_2 بیشتر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ اول: نیم‌واکنش اکسایش (آندی) در برقکافت آب:

$$2H_2O \rightarrow O_2 + 4e^- + 4H^+ \Rightarrow 1mol\ O_2 \sim 4mol\ e^-$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{16mol\ e^-}{4} = \frac{XL \times 0/8 g.L^{-1}}{1 \times 32} \Rightarrow X = 160L \quad \text{(نادرست)}$$

گزینهٔ دوم: معادلهٔ کلی واکنش زنگ زدن آهن در هوای مرطوب:

$$4Fe + 3O_2 + 6H_2O \rightarrow 4Fe(OH)_3 \Rightarrow 4mol\ Fe \sim 3mol\ O_2$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{11/2g\ Fe}{4 \times 56} = \frac{XL\ O_2}{3 \times 22/4} \Rightarrow X = 3/36L \quad \text{(درست)}$$

بررسی گزینهٔ سوم: نیم‌واکنش کاتدی در فرایند آبکاری با نقره:

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s) \Rightarrow 1mol\ Ag \sim 1mol\ e^-$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{1/806 \times 10^{23}}{1 \times 6/02 \times 10^{23}} = \frac{Xg\ Ag}{1 \times 108}$$

$$\Rightarrow X = 32/4g \quad \text{(درست)} \qquad \text{افزایش جرم تیغهٔ کاتدی (نقره)}$$

بررسی گزینهٔ چهارم: واکنش کلی سلول هال:

$$2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2 \Rightarrow 4mol\ Al \sim 3mol\ CO_2$$

$$\text{در نتیجه: } \frac{810g\ Al}{4 \times 27} = \frac{xg\ CO_2}{3 \times 44} \Rightarrow x = 990g\ CO_2 < 1kg\ CO_2 \quad \text{(درست)}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

واکنش کلی فرایند هال به صورت زیر است:

$$2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

$$?\ kg\ C = 1080kg\ Al \times \frac{1000g\ Al}{1kg\ Al} \times \frac{1mol\ Al}{27g\ Al}$$

$$\times \frac{3mol\ C}{4mol\ Al} \times \frac{12g\ C}{1mol\ C} \times \frac{1kg\ C}{1000g\ C} = 360kg\ C$$

$$?\ kg\ CO_2 = 1080kg\ Al \times \frac{1000g\ Al}{1kg\ Al} \times \frac{1mol\ Al}{27g\ Al}$$

$$\times \frac{3mol\ CO_2}{4mol\ Al} \times \frac{25L\ CO_2}{1mol\ CO_2} = 7/5 \times 10^5 L\ CO_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحهٔ ۶۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

نیم‌واکنش‌های مطرح شده به صورت زیر هستند:

- نیم‌واکنش کاتدی در فرایند خوردگی آهن در محیط اسیدی و نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن:

$$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$$

- نیم‌واکنش کاهش آب در کاتد سلول «نور- الکتروشیمیایی» سیلیسیم:

$$2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$$

- نیم‌واکنش اکسایش گاز هیدروژن در الکترود SHE زمانی که در نقش آند است و نیم‌واکنش اکسایش گاز هیدروژن در آند سلول سوختی هیدروژن:

$$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$$

- نیم‌واکنش اکسایش آب در آند سلول برقکافت آب:

$$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۷، ۵۱، ۵۷ و ۶۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir