



آزمون ۷ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
مرحله پنجم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۸۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

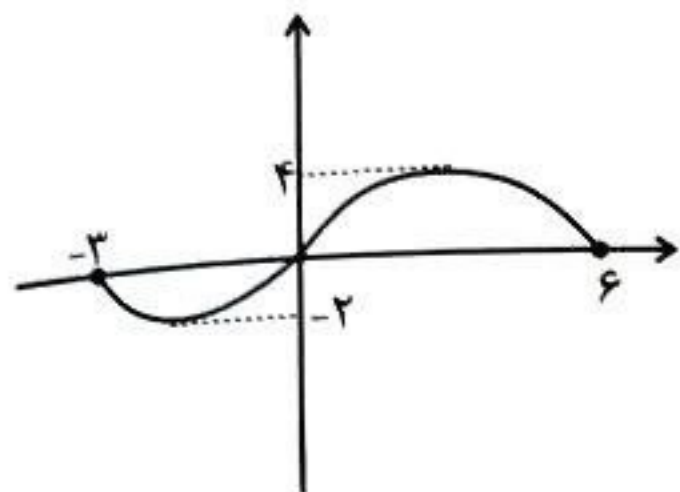
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

ویژه پایه دوازدهم



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- نمودار تابع $y = f(x+3)$ به صورت زیر است. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(1-\frac{x}{3})}{x}}$ چند مورد صحیح را شامل می شود؟



- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۸
- (۴) ۵

۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-3}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده، دو واحد به سمت چپ و K واحد به سمت پایین انتقال می دهیم. تابع نهایی را $g(x)$ می نامیم. به ازای کدام مقدار K ، نمودار $g(x)$ نیمساز ناحیه سوم را در نقطه ای به طول -3 قطع می کند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

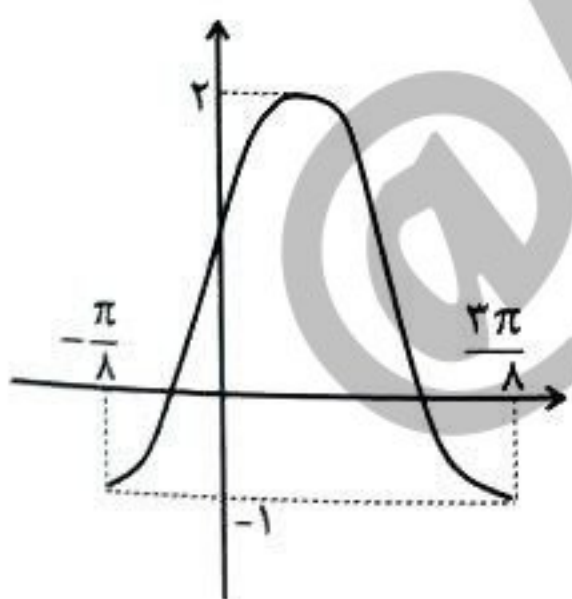
۳- نمودار تابع $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ را دو واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می دهیم. تابع $g(x)$ به دست می آید. مجموعه جواب نامعادله $g(g(x)) < g(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) بی شمار

۴- باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x) = x^5 - 4x^3 + ax^2 + b$ بر $(x-1)(x+2)$ برابر $3x-1$ است. باقی مانده تقسیم $xf(4+x) + f(x+1)$ بر $x+2$ کدام است؟

- (۱) ۲۲
- (۲) ۲۰
- (۳) ۱۹
- (۴) ۱۸

۵- نمودار تابع $y = a \cos^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. کدام است $\frac{a}{b}$ ؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $-\frac{2}{3}$
- (۳) $-\frac{3}{2}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۶- اگر $\tan(\alpha + \beta)$ و $\tan \alpha$ ریشه های معادله $x(5-2x) = 2$ باشند، مقدار $\tan(2\beta)$ کدام است؟ (α و β هر دو حاده اند).


- (۱) $\frac{12}{7}$
- (۲) $\frac{12}{5}$
- (۳) $\frac{24}{5}$
- (۴) $\frac{24}{7}$

۷- مجموع جواب های معادله $2 \sin x \cot 2x - 1 = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{3}$
- (۲) 3π
- (۳) 2π
- (۴) $\frac{4\pi}{3}$

۸- معادله $\frac{1 + \cos nx}{\sin nx} = \cot x$ در بازه $(0, \pi)$ جواب ندارد. حداکثر مقدار طبیعی n کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{3 + a[-x]}{1 + ax + [-x]^2}$ در مجاورت $x = 0$ به صورت  است. حداکثر مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰- فرض کنید f تابعی خطی و $g(x) = f(x) + \sqrt{x^2 + x}$ باشد. اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱- فرض کنید خطوط $x = 2$ و $y = b$ مجانب‌های تابع $f(x) = \log_2 \frac{ax + 8}{4a - 2x}$ باشند. نمودار تابع f در مجاورت مجانب افقی خود، چگونه است؟



۱۲- تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ مفروض است. اگر تابع $y = f(k - 2f(x))$ به ازای $k = \alpha$ فاقد مجانب قائم و به ازای $k = \beta$ فاقد مجانب افقی باشد، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۴ (۴)

۱۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ مفروض است. درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^F کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴- ماتریس A به گونه‌ای است که $A^{-1} + A = 4I$. اگر $A^F = mA + nI$ ، آنگاه دوتایی مرتب (m, n) کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵- به ازای چند مقدار حقیقی k دستگاه $\begin{cases} k^2x + (k^2 - k - 1)y = k^2 \\ kx - y = k \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2|A^2| & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر A وارون پذیر باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $(|A| B)$ برابر با کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-2y & x+z+2 & 0 \\ 3x+z & \frac{x+2z}{3} & y+z-2 \\ 0 & y-2z-5 & y-x \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & x & y \\ z & x & -y \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده‌اند. اگر A یک ماتریس

قطری باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $A^2 B$ برابر کدام است؟

- (۱) -۳۰۰ (۲) -۱۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۳۰۰

۱۸- خط d و خط L ، به ترتیب مولد و محور یک رویهٔ مخروطی‌اند. با کدام شرط، شکل پدیدآمده از برخورد صفحهٔ مفروض P با این رویه، دو خط متقاطع خواهد بود؟

- (۱) $L \parallel P$ (۲) $L \subseteq P$ (۳) $d \subseteq P$ (۴) $d \parallel P$

۱۹- اگر شعاع دایره‌ای به معادلهٔ $x^2 + y^2 - 2x - 4y + a = 0$ برابر ۲ واحد باشد، در این صورت معادلهٔ $x^2 + y^2 - x + 3y + 3a = 0$ نشان‌دهندهٔ مکان هندسی

- (۱) یک دایره است. (۲) تهی است. (۳) یک نقطه است. (۴) به a بستگی دارد.

۲۰- قدرمطلق تفاضل شعاع‌های دو دایره که از نقطهٔ $(-2, -4)$ می‌گذرند و بر هر دو محور مختصات مماس‌اند، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۱- نقاط $A(-2, 3)$ و $B(2, -1)$ دو سر وتر مشترک دو دایره‌اند که فاصلهٔ مراکز آن‌ها برابر $5\sqrt{2}$ و مرکز دایرهٔ کوچک‌تر روی محور x هاست. اگر خط $y = x + 1$ عمودمنصف پاره‌خط AB باشد و $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

معادلهٔ دایرهٔ بزرگ‌تر، مقدار $a + b + c$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۱۹ (۲) -۱۱ (۳) ۳ (۴) ۷

۲۲- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، حداقل مقدار $(x+y+3)\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+2}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۳- اگر a و b دو عدد صحیح ناصفر و متمایز باشند، به‌گونه‌ای که برای دو عدد صحیح و ناصفر m و n داشته باشیم

$ma + nb = 1$ ، آنگاه حاصل $[a^2, ab), [a, b]$ برابر کدام است؟

- (۱) $a^2 b^2$ (۲) $|ab|$ (۳) $a^2 |b|$ (۴) $|a| b^2$

۲۴- چند عدد طبیعی دو رقمی مانند n می‌توان یافت، به‌گونه‌ای که $4^n \equiv 1 \pmod{117}$ ؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۲۵- عدد شش رقمی $\overline{8a5b36}$ بر ۲۲ بخش‌پذیر است. باقی‌ماندهٔ تقسیم این عدد بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی a بر ۷ برابر ۳ است. اگر در تقسیم a بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت برابر ۴ و باقی‌مانده ۲۳ باشد، رقم یکان کوچک‌ترین مقدار a کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۷- اگر عدد اول $d > 2$ ، بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد طبیعی $9n + 7$ و $14n - 4$ باشد، آنگاه مجموع

رقم‌های کوچک‌ترین عدد سه رقمی n ، برابر کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟ (G یک گراف ساده است.)

الف) اگر a و b دو رأس متمایز در گراف G باشند، آنگاه $N_G(a) \neq N_G(b)$.

ب) گراف G از مرتبه ۴ که دقیقاً ۳ رأس تنها داشته باشد، رسم‌پذیر نیست.

پ) اگر $\delta(G) = \Delta(G)$ ، آنگاه گراف G ، منتظم است.

ت) گراف ۳- منتظم G از مرتبه ۵، ۱۰ یال دارد.

ث) اگر G گراف کامل از مرتبه ۸ باشد، دارای ۳۶ یال است.

۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۲۹- یک گراف، ۶ مسیر به طول صفر و ۵ مسیر به طول ۱ دارد. اگر این گراف مسیری به طول ۵ داشته باشد، چند مسیر به طول غیرصفر دارد؟

۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴)

۳۰- حاصل ضرب درجه‌های رأس‌های گراف ساده G برابر با ۷۲ است. اگر G فاقد رأس درجه ۱ و \bar{G} همبند باشد، آنگاه G چند دور با طول فرد دارد؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) صفر

فیزیک

۳۱- متحرکی که بر مسیر مستقیم و در یک جهت در حرکت است، $\frac{1}{2}$ مسیروش را با سرعت ثابت $30 \frac{m}{s}$ و در ادامه

حرکت $\frac{1}{6}$ مسیروش را با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ و بقیه مسیروش را با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این

متحرک $15 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت v چند متر بر ثانیه بوده است؟

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۸ (۴)

۳۲- دو متحرک با تندی یکسان $10 \frac{m}{s}$ و شتاب یکسان $2 \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده از دو نقطه به فاصله $32m$ از

یکدیگر، روی دو خط موازی به طرف هم حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، دو متحرک برای دومین بار از کنار هم می‌گذرند؟

۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۳۳- متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از طی ۲۵ متر به سرعت $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

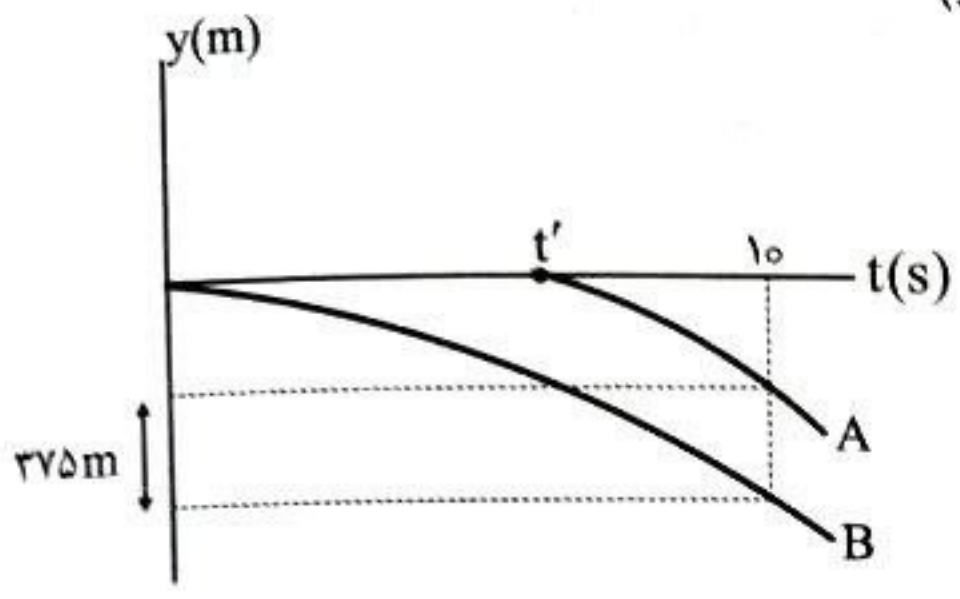
سپس $50m$ با همین سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و پس از آن در مدت $2s$ با شتاب ثابت ترمز می‌کند و

می‌ایستد. بزرگی شتاب متوسط متحرک بین لحظه‌های $t_1 = 3s$ تا لحظه توقف چند متر بر مربع ثانیه است؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

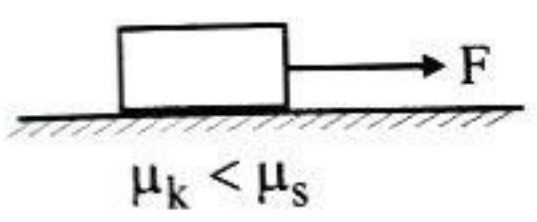
۳۴- نمودار مکان - زمان دو گلوله A و B که در شرایط خلأ و با فاصله زمانی t' از ارتفاع h نسبت به سطح زمین، از حال سکون رها می‌شوند، مطابق شکل زیر است. فاصله دو گلوله در لحظه $t = 6s$ چند متر است؟

($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و نقطه رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان فرض کنید.)



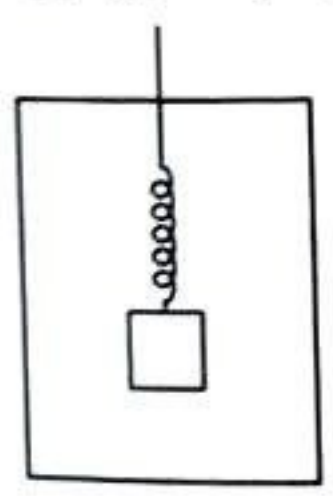
- ۱۲۵ (۱)
- ۱۴۰ (۲)
- ۱۶۵ (۳)
- ۱۷۵ (۴)

۳۵- در شکل زیر، نیروی افقی F را از صفر به تدریج افزایش می‌دهیم. زاویه نیروی وارده از سطح بر جسم با نیروی اصطکاک چگونه تغییر می‌کند؟



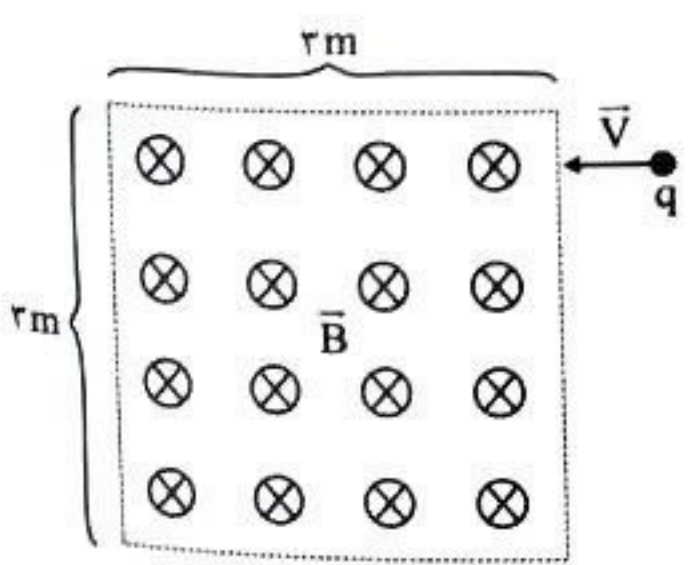
- (۱) پیوسته ثابت می‌ماند.
- (۲) به تدریج کاهش می‌یابد و سپس بر روی مقداری معین ثابت می‌ماند.
- (۳) ابتدا کاهش یافته و ناگهان زیاد شده و روی مقداری معین ثابت می‌ماند.
- (۴) ابتدا افزایش یافته و ناگهان کم شده و روی مقداری معین ثابت می‌ماند.

۳۶- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم $2kg$ را به فنری که به سقف اتاق آسانسور متصل است، می‌آویزیم. در مدتی که آسانسور با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ متوقف می‌شود. تغییر طول فنر برابر $6cm$ می‌شود. ثابت فنر چند $\frac{N}{cm}$ است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- ۶ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

۳۷- مطابق شکل ذره‌ای به جرم $4mg$ و بار الکتریکی $+10 \mu C$ را با سرعت $100 \frac{m}{s}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سو به شدت $40 T$ شلیک می‌کنیم. این ذره پس از مدت چند میلی‌ثانیه از میدان مغناطیسی خارج می‌شود؟ ($\pi = 3$ و از نیروی گرانشی وارد بر ذره صرف نظر کنید.)



- ۳ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

۳۸- در یک حرکت هماهنگ ساده فاصله بالاترین و پایین‌ترین وضعیت نوسانگر، d است. اگر این نوسانگر در هر ثانیه

۵ نوسان انجام دهد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از بالاترین نقطه مسیر به اندازه $\frac{d}{4}$ پایین بیاید؟

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) $\frac{1}{30}$

۳۹- جسمی روی محور x ، در مسیری به طول 20 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر جسم در مدت 0.5

دقیقه 120 بار طول مسیر را طی کند، کدام عبارت‌های زیر برای حرکت این جسم می‌تواند درست باشد؟ ($\pi^2 = 10$)

الف) دوره حرکت $\frac{1}{4}$ ثانیه است.

ب) بیشترین شتاب نوسانگر $0.16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

پ) تندی متوسط نوسانگر هنگامی که 20 cm را می‌پیماید برابر $0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

ت) بین دو لحظه که شتاب و تندی نوسانگر بیشینه شود، حداقل $\frac{1}{8}\text{ s}$ طول می‌کشد.

- (۱) ب، ت (۲) پ، ت (۳) الف، ت (۴) الف، ب

۴۰- معادله حرکت یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $x = A \cos\left(\frac{3}{5}\pi t\right)$ است.

اگر بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1 = \frac{5}{9}\text{ s}$ و $t_2 = \frac{5}{3}\text{ s}$ برابر $\frac{5}{4}\text{ cm/s}$ باشد، A چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۴

۴۱- نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خطی افقی به طول 10 cm حول مبدأ مختصات نوسان کرده و در هر 2 ثانیه، یک بار

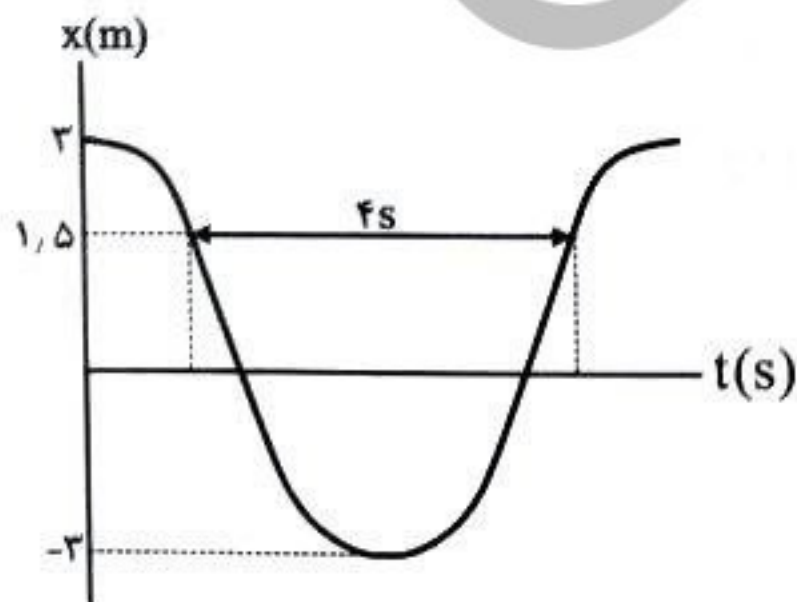
طول این پاره‌خط را طی می‌کند. بیشینه اندازه سرعت متوسط این نوسانگر هنگامی که به صورت کندشونده از

مکان $x = 3\text{ cm}$ گذر کرده و به مکان $x = -3\text{ cm}$ می‌رود، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

۴۲- نمودار مکان - زمان حرکت یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت شکل زیر است.

بیشینه سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



(۱) π

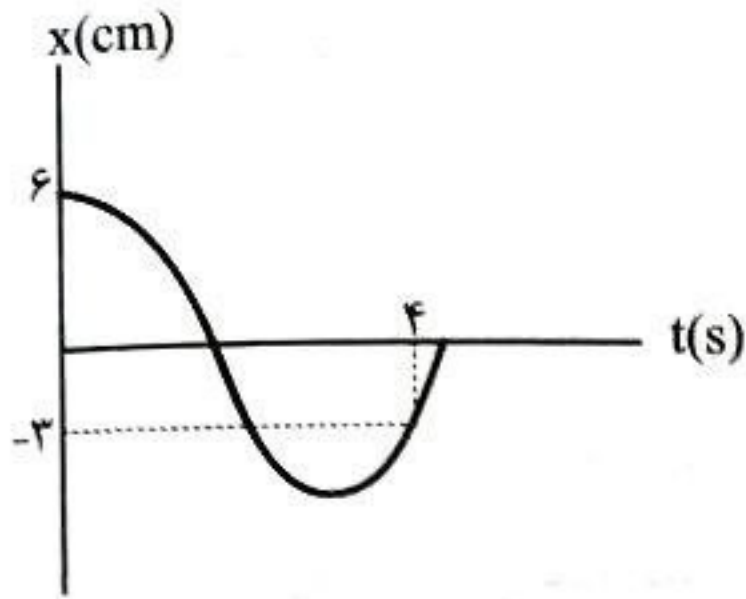
(۲) $\frac{\pi^2}{3}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4}$

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۴۳- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای که در راستای محور x نوسان می‌کند به شکل زیر است. معادله مکان - زمان

این نوسانگر در (SI) کدام است؟



$$x = 0,06 \cos \frac{5\pi}{16} t \quad (1)$$

$$x = 0,06 \cos \frac{\pi}{3} t \quad (2)$$

$$x = 6 \cos \frac{5\pi}{16} t \quad (3)$$

$$x = 6 \cos \frac{\pi}{3} t \quad (4)$$

۴۴- در یک حرکت هماهنگ ساده روی محور x ، رابطه بین مکان و شتاب نوسانگر در SI به صورت $2a + 50x = 0$ است.

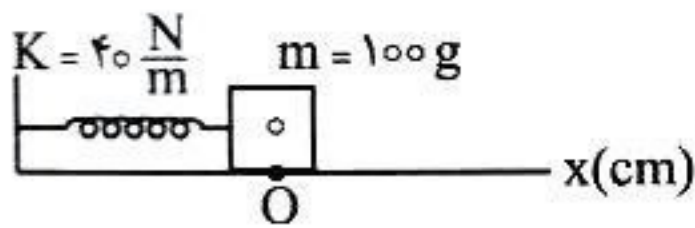
حد اقل زمان لازم برای طی مسافتی به اندازه دامنه نوسان توسط این نوسانگر چند ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

- (1) 0,2 (2) 0,3 (3) 0,4 (4) 0,6

۴۵- مطابق شکل زیر، جسم l را به اندازه 5cm به سمت راست می‌کشیم و در لحظه $t = 0$ آن را رها می‌کنیم تا

حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه برای دومین بار از $x = -2,5\text{cm}$ عبور می‌کند؟

(اصطکاک ناچیز است و $\pi = 3$)



$$0,2 \quad (2)$$

$$\frac{11}{40} \quad (4)$$

$$\frac{7}{40} \quad (1)$$

$$\frac{6}{10} \quad (3)$$

۴۶- وزنه‌ای به جرم 200g به انتهای فنری با ثابت $80 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ بسته شده است و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به

نوسان درمی‌آید و بیشینه سرعت این سامانه جرم - فنر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر کمترین طول فنر در هنگام نوسان

10cm باشد، بیشترین طول فنر در هنگام نوسان چند سانتی‌متر است؟

- (1) 15 (2) 40 (3) 60 (4) 90

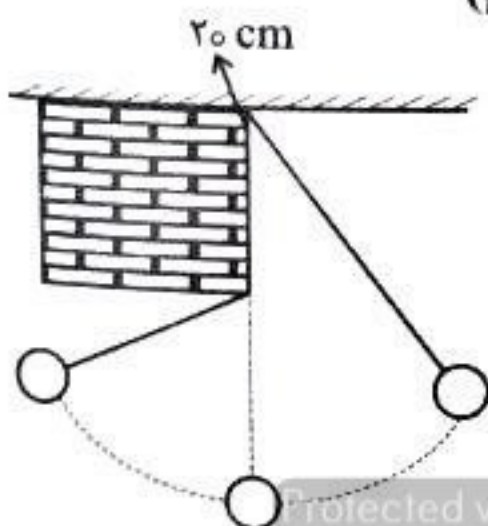
۴۷- هنگامی که طول آونگ ساده‌ای را 11cm افزایش می‌دهیم، دوره تناوب آن 20% درصد تغییر می‌کند. تعداد

نوسان‌های کامل این نوسانگر در مدت یک دقیقه چه اندازه تغییر می‌کند؟ ($g = \pi^2$)

- (1) 10 (2) 12 (3) 15 (4) 20

۴۸- مطابق شکل، مانعی در مسیر نوسان آونگی به طول 36cm قرار دارد و آونگ به دلیل وجود این مانع نوسانی

به شکل زیر دارد. دوره تناوب نوسان آونگ در SI، بر حسب ثانیه کدام است؟ ($g = \pi^2$)



$$2 \quad (1)$$

$$1,2 \quad (2)$$

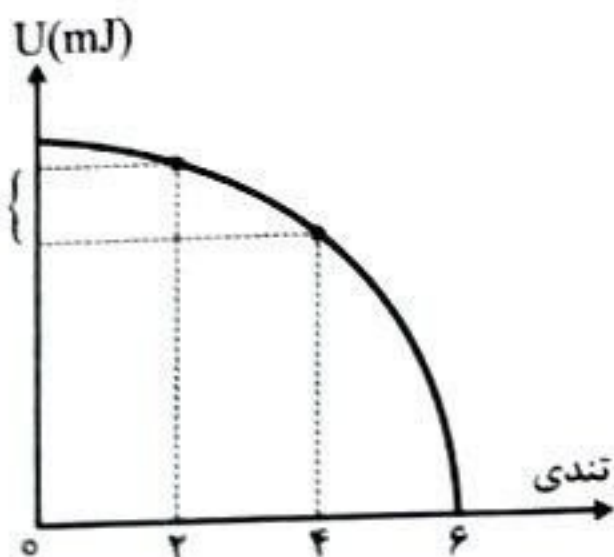
$$1 \quad (3)$$

$$0,8 \quad (4)$$

۴۹- انرژی جنبشی نوسان هماهنگ ساده جرم - فنر هنگام عبور از وسط میز ۲.۱ است. اگر فقط بسامد نوسانگر ۲ برابر شود در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۲.۱ است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول خواهد بود؟

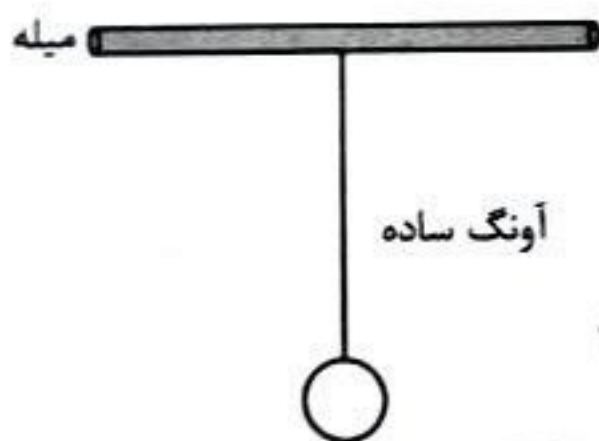
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۵۰- نمودار انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده بر حسب تندی آن مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر صفر می‌شود، انرژی جنبشی آن چند میلی‌ژول خواهد بود؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷.۵ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

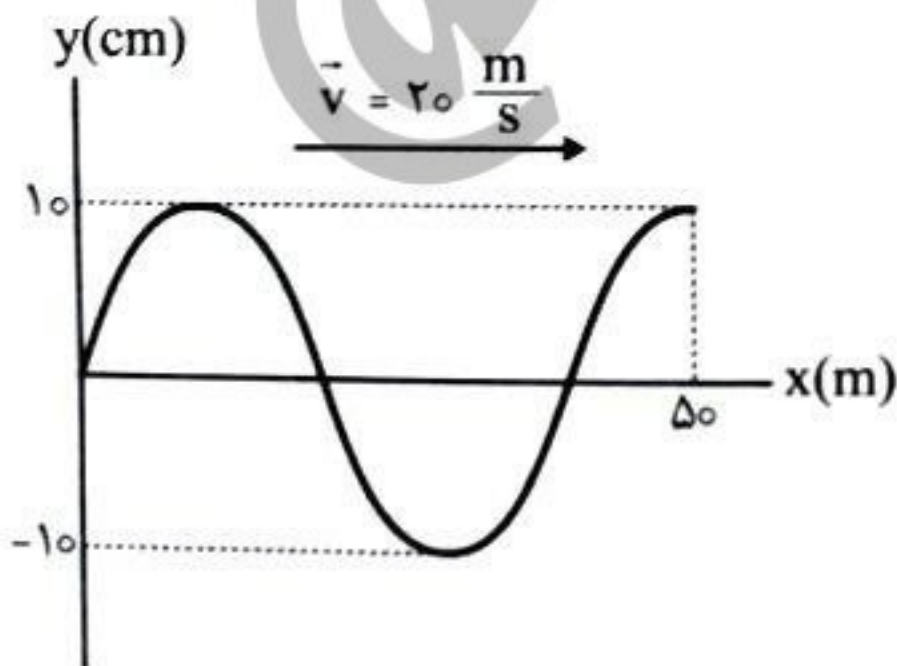
۵۱- مطابق شکل، آونگ ساده‌ای به میله‌ای متصل است و می‌تواند به نوسان درآید. اگر میله با بسامد زاویه‌ای در گستره $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ به‌طور افقی به نوسان درآید، طول آونگ چقدر و چگونه تغییر کند تا نوسان آن با دامنه بزرگ‌تری انجام شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



بزرگ‌تری انجام شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۱۰ cm و ۲۲/۳ cm ، کاهش
 (۲) ۱۰ cm و ۲۲/۳ cm ، افزایش
 (۳) ۴۰ cm و ۲۲/۷ cm ، کاهش
 (۴) ۴۰ cm و ۲۲/۷ cm ، افزایش

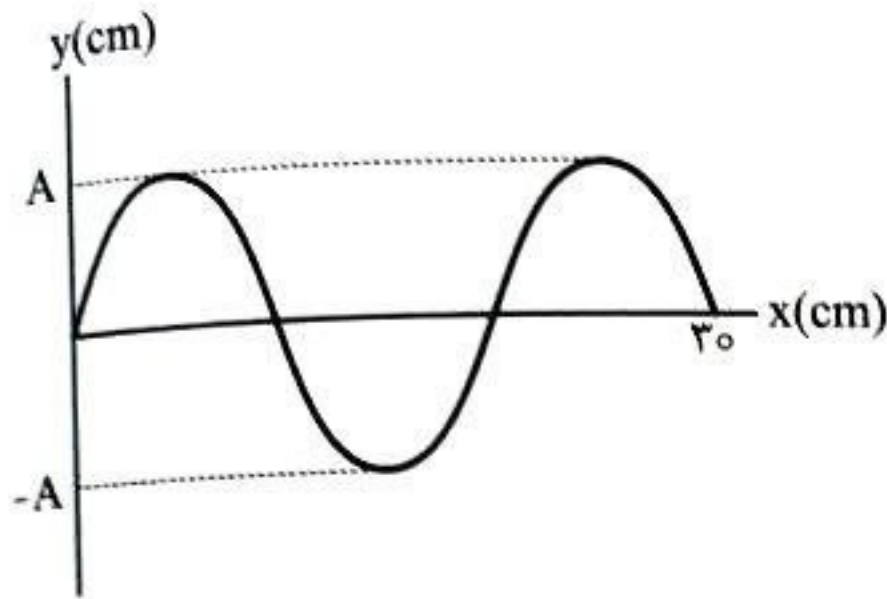
۵۲- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه‌ای نشان می‌دهد. تندی موج منتشر شده در موج چند برابر بیشینه تندی هر ذره از محیط انتشار است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) $\frac{100}{3}$
 (۲) $\frac{200}{3}$
 (۳) ۴۰۰
 (۴) $\frac{500}{3}$

۵۳- شکل زیر، یک موج سینوسی که در یک طناب با چگالی خطی $\frac{1}{8} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ که با نیروی 45 N کشیده شده است را نشان می‌دهد. اگر نسبت تندی انتشار موج به بیشینه تندی ذرات طناب برابر 0.5 باشد، بیشینه شتاب ذرات

طناب چند متر بر مجذور ثانیه است؟

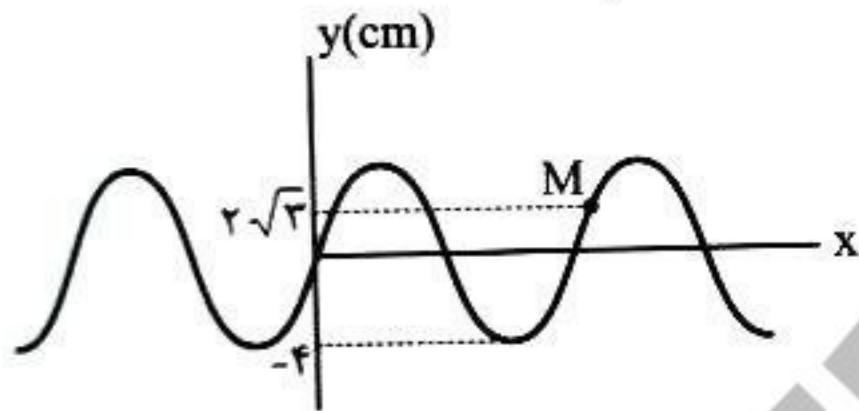


- (۱) 50π
- (۲) 500π
- (۳) 2π
- (۴) 10π

۵۴- شکل زیر، نقش یک موج عرضی رونده را در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد. اگر موج به طرف راست منتشر شود، در

لحظه $t = \frac{1}{12} \text{ s}$ اندازه شتاب ذره برای اولین بار بیشینه می‌شود. اگر همین نقش موج در لحظه $t=0$ به طرف چپ

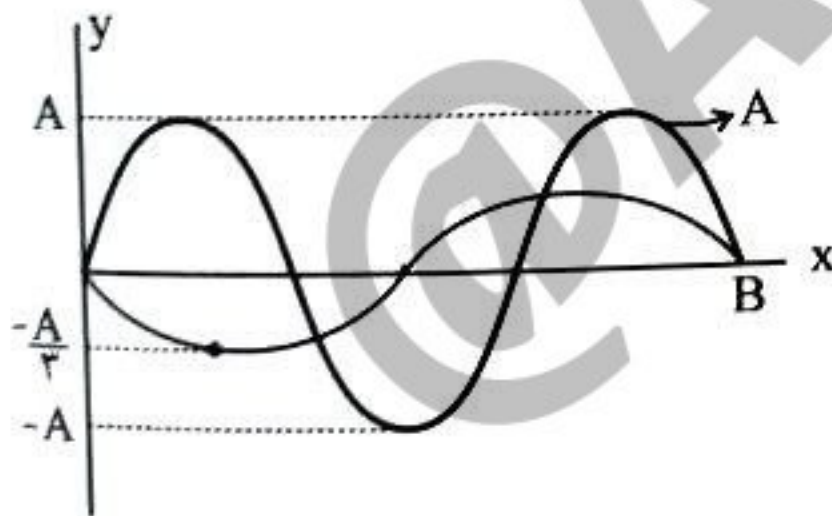
منتشر شود تا لحظه $t = \frac{7}{6} \text{ s}$ ، تندی متوسط ذره تقریباً چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ خواهد بود؟ ($\sqrt{3} \approx 1.7$)



- (۱) 0.65
- (۲) 0.75
- (۳) 0.73
- (۴) 0.95

۵۵- شکل زیر، نقش دو موج A و B را که در یک طناب منتشر می‌شوند، در یک لحظه نشان می‌دهد. نسبت توان

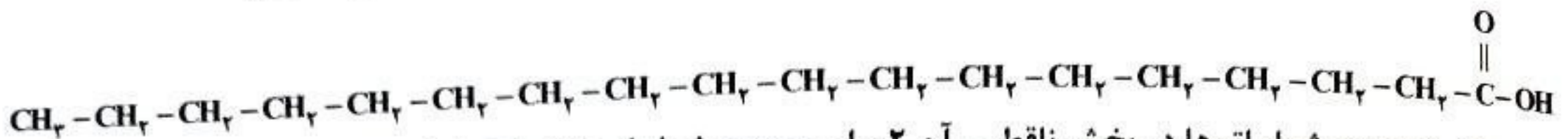
متوسط موج B به توان متوسط موج A کدام است؟



- (۲) $\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{81}{4}$

- (۱) $\frac{4}{9}$
- (۳) $\frac{4}{81}$

۵۶- با توجه به ساختار ترکیب داده شده کدام عبارت‌ها درست است؟ ($H=1, C=12 : g.mol^{-1}$)



(الف) مجموع شمار اتم‌ها در بخش ناقطبی آن ۲ برابر مجموع شمار اتم‌ها در اوکتان است.

(ب) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار این ترکیب ۴ برابر مجموع شمار اتم‌ها در اوره است.

(پ) درصد جرمی کربن در این ترکیب ۶ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

(ت) نیروی بین مولکولی غالب در این ترکیب نیروی وان‌دروالسی است و مخلوط آن با آب و صابون باعث ایجاد مخلوطی ناهمگن و پایدار می‌شود.

(۱) الف، ت (۲) ب، پ (۳) ب، پ، ت (۴) الف، پ، ت

۵۷- شمار اتم‌های کربن در بخش ناقطبی یک پاک‌کننده صابونی (دارای کاتیون چند اتمی) برابر ۱۶ است. اگر ۸۶/۱

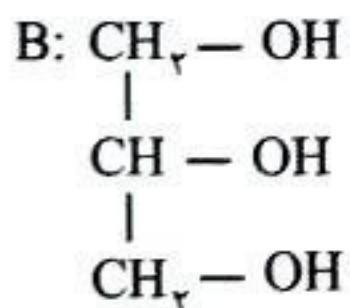
گرم از این پاک‌کننده در آبی که دارای منیزیم کلرید است وارد شود و ۵۰ درصد آن رسوب کند، غلظت یون

Mg^{2+} در این نمونه آب چند ppm است؟ (حجم آب را ۲ لیتر و چگالی آب را $1g.mL^{-1}$ فرض کنید).

($H=1, C=12, N=14, O=16, Na=23, Mg=24 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۴۵۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۶۰۰

۵۸- با توجه به ساختارهای A و B، کدام مطلب درست است؟



(۱) ترکیب A پاک‌کننده‌ای است که حتی در آب سخت هم با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد.

(۲) ترکیب B محلول در آب است که از آبکافت روغن زیتون تولید می‌شود.

(۳) در ترکیب A در مجموع ۲۵ اتم وجود دارد که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

(۴) سدیم کلرید به مانند ترکیب B از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است و مخلوط آن با آب همگن است.

۵۹- اگر درصد جرمی محلولی از اسید HA برابر ۲۰ و چگالی این محلول برابر $1/3 g.mL^{-1}$ باشد و در محلول این

اسید ضعیف غلظت مولکول‌های یونیده نشده اسید $19/5$ برابر غلظت یون‌های آب پوشیده باشد، pH محلول

کدام است؟ از یونش اندک مولکول‌های آب صرف‌نظر شود. ($HA = 130 g.mol^{-1}$)

(۱) ۲/۷ (۲) ۱/۷ (۳) ۲/۳ (۴) ۱/۳

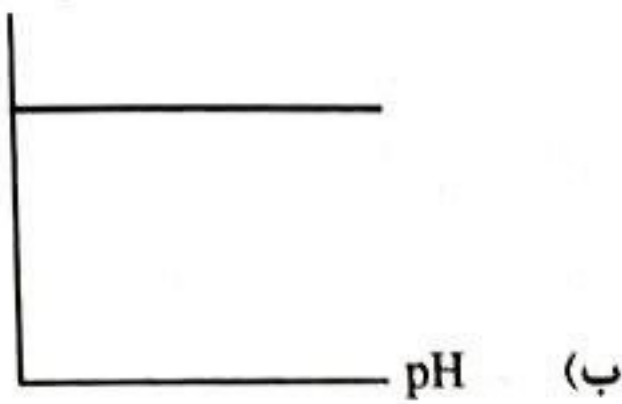
۶۰- اگر غلظت یون هیدرونیوم در یک نمونه عصاره گوجه‌فرنگی $4/9 \times 10^5$ برابر غلظت یون هیدروکسید باشد، pH

این محلول کدام است؟ ($\log 7 = 0/85$)

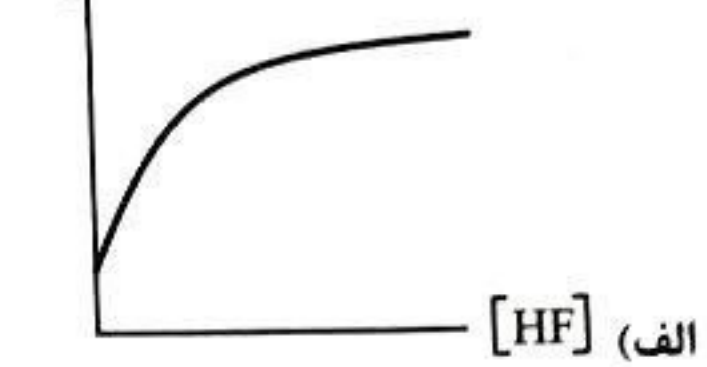
(۱) ۴/۱۵ (۲) ۳/۸۵ (۳) ۳/۸۵ (۴) ۴/۸۵

۶۱- چه تعداد از نمودارهای زیر درست است؟

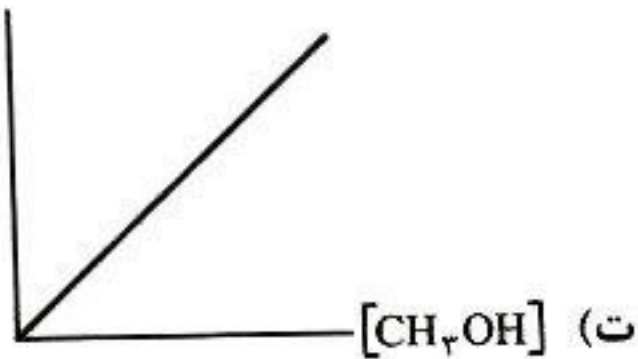
$[H^+][OH^-]$



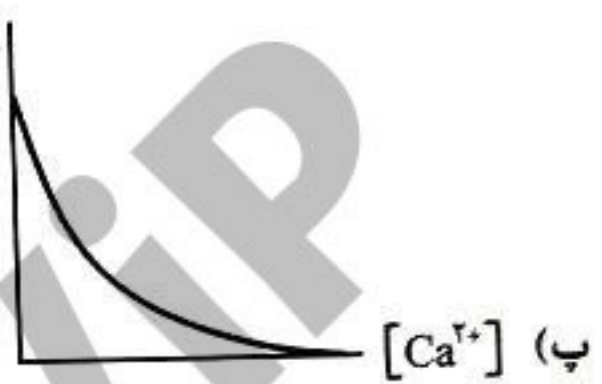
K_a



رسانایی الکتریکی
محلول متانول در آب



میزان پاک‌کنندگی
پاک‌کننده غیرصابونی



(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۶۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- N_2O_5 به مانند SO_3 و برخلاف Rb_2O یک اسید آرنیوس محسوب می‌شود.
- پارچه‌های نخی نسبت به پارچه‌های پلی‌استری چسبندگی کمتری با چربی‌ها دارند.
- اگر به حجم معینی از محلول HCl ، 0.2 مولار، همان حجم آب اضافه شود، pH محلول 0.5 واحد افزایش می‌یابد.
- 0.2 مول سدیم هیدروکسید توسط 0.4 مول سولفوریک اسید خنثی می‌شود.

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۶۳- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- شمار یون‌های حاصل از انحلال 0.1 مول سدیم اکسید و 0.1 مول منیزیم کلرید در مقدار کافی آب برابر است.
- سدیم هیدروژن کربنات یک ضد اسید است و به مانند نمک‌های فسفات برای بالا بردن خاصیت پاک‌کنندگی به شوینده‌ها اضافه می‌شود.
- اوره ترکیبی قطبی و محلول در آب است و برخلاف استیک اسید می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۶۴- اگر 200 mL محلول نیتریک اسید با $pH = 2$ را با 300 mL محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH = 12$ مخلوط کنیم، pH محلول حاصل کدام است و با pH محلول چند گرم بر لیتر سدیم هیدروکسید برابر است؟ (از راست به چپ بخوانید) ($H = 1, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)

(۱) $0.8, 11/7$

(۲) $0.2, 11/3$

(۴) $0.2, 11/7$

(۳) $0.8, 11/3$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵- کدام گزینه درست است؟

- (۱) محلول HCl با $pH = 3$ رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به محلول HF با $pH = 3$ در شرایط یکسان دارد.
 (۲) از میان فورمیک اسید و استیک اسید، اسیدی که جرم مولی کمتری دارد، K_a بیشتری دارد.
 (۳) همه نافلرها برخلاف فلزها فاقد رسانایی الکتریکی هستند.
 (۴) اتیلن گلیکول به دلیل داشتن دو گروه $(-OH)$ خاصیت بازی دارد.

۶۶- اگر $8/55$ میلی گرم باریوم هیدروکسید را در مقداری آب حل کنیم و حجم محلول را به $2/5$ لیتر برسانیم، pH

محلول کدام است؟ ($H = 1, O = 16, Ba = 137 : g.mol^{-1}$) ($\log 2 = 0/3, \log 5 = 0/7$)

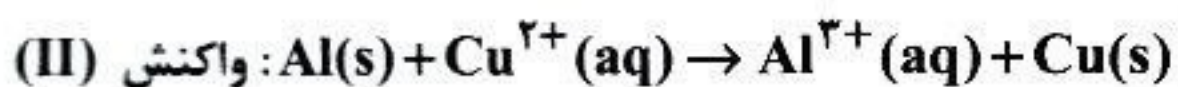
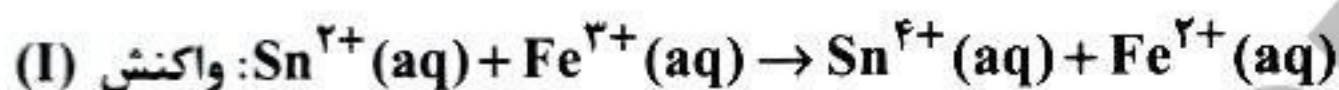
- (۱) $11/7$ (۲) $11/3$ (۳) $12/3$ (۴) $12/6$

۶۷- اگر در محلول اسید ضعیف HA، غلظت یون هیدرونیوم $0/002$ مولار و ثابت یونش برابر $0/001$ باشد، غلظت

اولیه اسید بر حسب $mol.L^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $0/006$ (۲) $0/004$ (۳) $0/008$ (۴) $0/012$

۶۸- با توجه به معادله واکنش‌های زیر کدام گزینه درست است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شوند.)



(۱) ضریب اکسند در واکنش (I) با ضریب کاهنده در واکنش (II) برابر است.

(۲) به ازای تولید ۳ مول مس در واکنش (II)، ۳ مول الکترون در این واکنش مبادله می‌شود.

(۳) نیم‌واکنش اکسایش معادله (I) به صورت $Sn^{2+}(aq) \rightarrow Sn^{4+}(aq) + e^{-}$ است.

(۴) اگر واکنش (I) به صورت طبیعی انجام شود، قدرت اکسندگی $Fe^{3+}(aq)$ کمتر از $Sn^{4+}(aq)$ است.

۶۹- موقعیت سه فلز A، D و E در جدول پتانسیل کاهش بالاتر از SHE است. اگر در سلول گالوانی A-D با

گذشت زمان جرم D کاهش یابد و نیترات فلز D را نتوان در ظرفی از جنس فلز E نگهداری کرد، چند مورد از

مطالب زیر به یقین درست است؟

- فلز E با محلول $0/1$ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد.
- در سلول گالوانی A-D، کاتیون‌ها توسط دیواره متخلخل به سمت نیم سلول A در حرکت هستند.
- واکنش $A(s) + E^{2+}(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + E(s)$ در یک سلول گالوانی انجام می‌شود.
- emf سلول گالوانی D-E بزرگ‌تر از emf سلول گالوانی A-D است.

- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۷۰- اگر در سلول گالوانی روی - نقره، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر قطب منفی و مثبت را $1/28$ ولت نشان دهد. با

عبور $18/06 \times 10^{23}$ الکترون از مدار بیرونی، جرم آند چند گرم کاهش می‌یابد؟

($E^{\circ}(Zn^{2+}/Zn) = -0/76V, E^{\circ}(Ag^{+}/Ag) = +0/84V, 1molAg = 107g, 1molZn = 65g$)

- (۱) $97/5$ (۲) $12/875$ (۳) $95/7$ (۴) $95/7$

۷۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف) لیتیم به دلیل داشتن کمترین چگالی و بیشترین قدرت کاهندگی در میان عناصرها، در ساخت باتری‌های دگمه‌ای استفاده می‌شود.

ب) در سلول‌های سوختی، بخش عمده‌ای از انرژی سوخت اولیه به شکل گرما وارد محیط می‌شود و در فرآیند تولید انرژی الکتریکی وارد نمی‌شود.

پ) آند و کاتد سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن دارای کاتالیزگرهایی هستند که باعث افزایش سرعت واکنش‌های اکسایش - کاهش می‌شوند.

ت) در قطب مثبت سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، نیم‌واکنش $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ انجام می‌شود که E° این نیم‌واکنش با emf سلول برابر است.

(۱) الف، ب (۲) الف، ت (۳) پ، ت (۴) ب، ت

۷۲- فلوروآسیل جزو داروهای ضد سرطان معده است. با توجه به فرمول ساختاری این مولکول، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن در آن ۳- است.

• عدد اکسایش یکی از اتم‌های کربن در آن با عدد اکسایش کربن در CH_4O برابر است.

• براساس متفاوت بودن عدد اکسایش، در این ترکیب ۵ نوع کربن وجود دارد.

• توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را دارد و بخش‌های آب‌دوست آن بر آب‌گریز غلبه دارد.

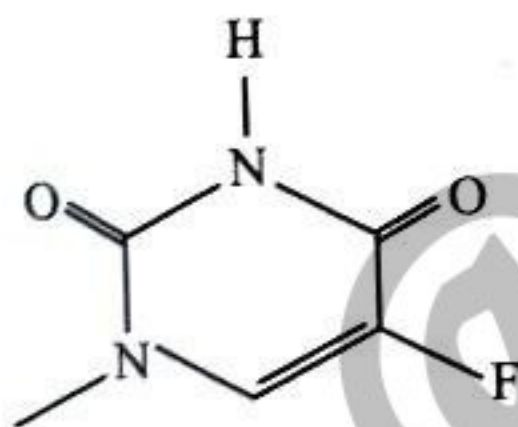
• نسبت شمار کل اتم‌ها به مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر ۳ است.

(۱) سه

(۲) چهار

(۳) دو

(۴) یک



۷۳- سلول‌های گالوانی و الکترولیتی در کدام موارد زیر مشابهت دارند؟

الف) انجام نیم‌واکنش اکسایش در آند

ب) حرکت الکترون‌ها از آند به سمت کاتد

پ) داشتن دیواره متخلخل

ت) خودبه‌خودی بودن واکنش کلی

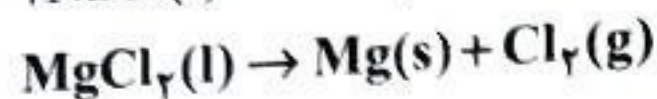
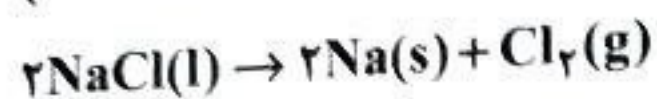
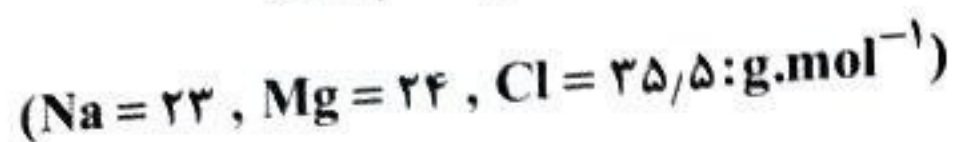
(۱) الف، پ

(۲) ب، پ

(۳) پ، ت

(۴) الف، ب

۷۴- با عبور ۱۰ مول الکترون از مخلوطی به جرم ۴۹۷ گرم از نمک‌های سدیم کلرید مذاب و منیزیم کلرید مذاب، این نمک‌ها به طور کامل تجزیه می‌شوند. تفاوت جرم فلزهای تولیدشده در کاتد بر حسب گرم کدام است؟



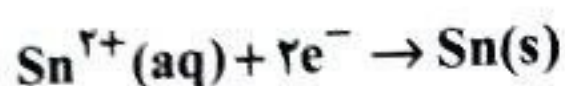
(۴) ۲۵

(۳) ۵۰

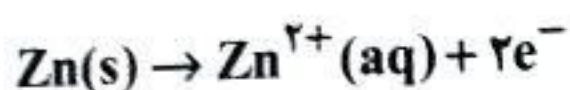
(۲) ۹۶

(۱) ۴۶

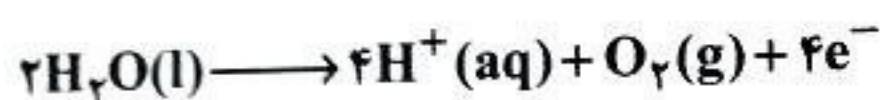
۷۵- در چه تعداد از فرآیندهای زیر نیم‌واکنش نوشته شده، درست است؟



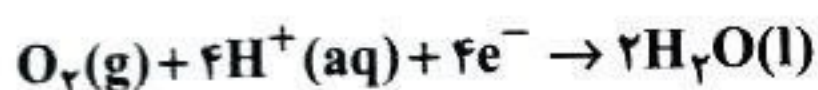
• حلی خراش دیده (نیم‌واکنش کاتدی)



• آهن سفید خراش دیده (نیم‌واکنش اکسایش)



• برقکافت آب (قطب مثبت)

• خوردگی آهن در $pH < 7$ (نیم‌واکنش کاهش)

(۴) یک

(۳) دو

(۲) سه

(۱) چهار

۷۶- درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟

الف) زنگ زدن آهن در هوای مرطوب، یک واکنش اکسایش - کاهش است که به طور طبیعی در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

ب) در فرآیند خوردگی آهن با گذشت زمان، و با انجام نیم‌واکنش کاهش pH محیط افزایش می‌یابد.

پ) از فلزی با $E^\circ = -0.14V$ می‌توان برای حفاظت کاتدی آهن ($E^\circ(Fe^{2+}/Fe) = -0.41V$) استفاده کرد.

ت) چون اسید موجود در مواد غذایی با فلز به کار رفته در حلی واکنش نمی‌دهد، از این نوع ورقه آهن می‌توان برای ساخت قوطی غذا استفاده کرد.

(۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۱) نادرست - درست - نادرست - درست

(۴) نادرست - نادرست - درست - درست

(۳) درست - نادرست - درست - نادرست

۷۷- چند مورد از مطالب زیر درباره فرآیند آبکاری درست است؟

• در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

• فلز پوشاننده در آن به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

• محلول الکترولیت در آن باید دارای کاتیون‌های فلز پوشاننده باشد.

• شیء مورد آبکاری نقش کاتد این سلول را ایفا می‌کند.

(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۷۸- اگر در سلول هال برای تولید فلز آلومینیوم، 9.03×10^{24} الکترون از مدار عبور کند، گاز کربن دی‌اکسید

تولیدشده را با چند گرم آهک می‌توان به‌طور کامل حذف کرد؟ ($O = 16, Ca = 40 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۴۲۰ (۲) ۶۳۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۸۴۰

۷۹- پاسخ درست پرسش‌های (الف) و (ب) در کدام گزینه است؟

الف) در واکنش سوختن کامل اتیلن گلیکول، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن چند درجه افزایش می‌یابد؟

ب) عدد اکسایش اتم گوگرد در بخش آنیونی یک پاک‌کننده غیرصابونی جامد، چند است؟

(۱) +۴.۱۰ (۲) +۶.۸ (۳) +۴.۸ (۴) +۶.۱۰

۸۰- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

• آند و کاتد سلول فرآیند هال از یک جنس هستند و گاز خروجی از آند این سلول اکسیژن است.

• در آبکاری قاشق مسی با الکترولیت نقره نیترات، اگر از آند نقره‌ای استفاده شود، با گذشت زمان غلظت کاتیون الکترولیت ثابت می‌ماند.

• در سلول حاصل از تماس دو فلز در هوای مرطوب، فلزی که کاتیون آن اکسندتر است، در برابر اکسایش محافظت می‌شود.

• یون نیترات مانند یون‌های فسفات و سولفات در واکنش‌های شیمیایی نمی‌توانند نقش کاهنده ایفا کنند.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار



آزمون ۷ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم – مرحله پنجم
(۱۴۰۲/۱۰/۲۲)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

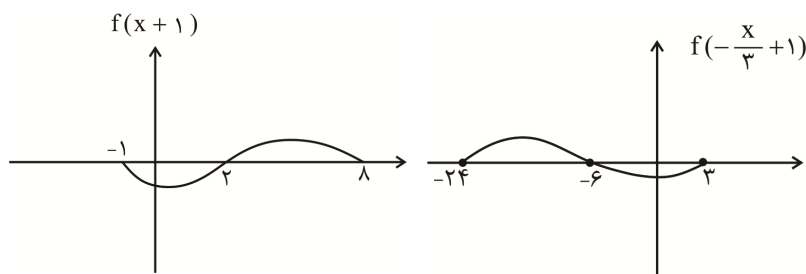
کانال‌های ارتباطی:

ویژه پایانه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

نمودار تابع $f(1 - \frac{x}{3})$ را رسم می‌کنیم:



عبارت زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم:

	-24	-6	0	3
$f(1 - \frac{x}{3})$	+	-	-	+
x	-	-	+	-
p	-	+	-	+

$$D = [-6, 0) \cup \{-2, 4, 3\}$$

دامنه تابع شامل ۸ عدد صحیح است.

۲. گزینه ۲ درست است.

ها $y = \frac{-2x}{-x-3} = \frac{2x}{x+3}$: قرینه نسبت به محور y

$$y = \frac{2(x+2)}{x+2+3} - k = \frac{2x+4}{x+5} - k \Rightarrow g(-3) = -3 \Rightarrow \frac{-2}{2} - k = -3 \Rightarrow k = 2$$

۳. گزینه ۲ درست است.

$$g(x) = 2 + \sqrt{3 - (x-2)} + 1 \Rightarrow g(x) = \sqrt{5-x} + 3$$

تابع g نزولی است؛ پس:

$$\begin{aligned} g'(g(x)) < g'(x) &\Rightarrow g(x) > x \Rightarrow \sqrt{5-x} + 3 > x \Rightarrow \sqrt{5-x} > x-3 \Rightarrow 5-x > x^2 - 6x + 9 \\ &\Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow x < 4 \end{aligned}$$

از طرفی شرایط دامنه به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x \in D_g \Rightarrow x \leq 5 \\ g(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{5-x} + 3 \leq 5 \Rightarrow \sqrt{5-x} \leq 2 \Rightarrow 5-x \leq 4 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases}$$

نتیجه نهایی آن است که $1 \leq x < 4$ است که شامل سه عدد صحیح است.

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x+2)g(x) + 3x - 1 \\ \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(-2) = -7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 2 \\ 4a + b = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 9 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^5 - 4x^3 - 4x^2 + 9 \\ g(x) = xf(4+x) + f(x+1) \end{cases} \\ g(-2) &= -2f(2) + f(-1) = -2(-7) + (8) = 22 \end{aligned}$$

۵. گزینه ۱ درست است.

$$y = \frac{a}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2bx \right) \right) + c$$

از اتحاد $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$y = \frac{a}{2} + c + \frac{a}{2} \sin(2bx)$$

در $x = 0$ تابع صعودی است؛ پس می‌توان a و b را مثبت فرض کرد.

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + c + \left| \frac{a}{2} \right| = 2 \\ \frac{a}{2} + c - \left| \frac{a}{2} \right| = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 2 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{2b} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

۶. گزینه ۴ درست است.

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2, \frac{1}{2}$$

$$\tan \beta = \tan(\alpha + \beta - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \cdot \tan(\alpha + \beta)} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 1} = \frac{3}{4}$$

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{24}{7}$$

۷. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{1}{\cot 2x} = 2 \sin x \Rightarrow 2 \sin x = \tan 2x \Rightarrow 2 \sin x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{\cos 2x}$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi \\ \cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = \pm x + 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

پس فقط $x = \frac{2\pi}{3}$ و $x = \frac{4\pi}{3}$ قابل قبول است که جمع آن‌ها برابر 2π است.

۸. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{2 \cos^2 \frac{nx}{2}}{2 \sin \frac{nx}{2} \cos \frac{nx}{2}} = \cot x \Rightarrow \cot \frac{nx}{2} = \cot x \Rightarrow \frac{nx}{2} = x + k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{n-2}$$

$$\frac{2\pi}{n-2} \geq \pi \Rightarrow n-2 \leq 2 \Rightarrow n \leq 4$$

کوچک‌ترین جواب برابر $\frac{2\pi}{n-2}$ است که باید خارج بازه باشد.

به‌ازای $n = 5$ جواب معادله $x = \frac{2\pi}{3}$ در معادله صدق می‌کند.

۹. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{3-a}{a \times 0^+} = +\infty \Rightarrow \frac{3-a}{a} > 0 \Rightarrow 0 < a < 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{3}{a \times 0^-} = -\infty \Rightarrow a > 0$$

پس $0 < a < 3$ و $0 \leq [a] \leq 2$ است.

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = ax + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + b + \sqrt{x^2 + 2x}}{ax + b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{ax} = \frac{a-1}{a} = \frac{2}{3}$$

پس $a = 3$ و $b = -3$ است. $f(0) = b = -3$

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \log_2\left(\frac{a}{-2}\right) = b \Rightarrow -\frac{a}{2} = 2^b \Rightarrow a = -2^{b+1}$$

a عددی است منفی پس $x = 2$ نمی‌تواند ریشهٔ مخرج کسر $\frac{ax + 8}{4a - 2x}$ باشد پس باید ریشهٔ صورت کسر باشد.

$$ax + 8 = 0 \xrightarrow{x=2} a = -4 \Rightarrow f(x) = \log_2 \frac{-4x + 8}{-8 - 2x} = \log_2 \frac{2x - 4}{x + 4}$$

تابع $y = \frac{2x - 4}{x + 4}$ در دو طرف ریشهٔ مخرج صعودی است، پس نمودار f در اطراف مجانب افقی صعودی است که فقط گزینه

۴ به این صورت است.

۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(k - 2f(x)) = f(k - 4)$$

برای آنکه مجانب افقی نداشته باشد باید $k - 4 = 1$ باشد که حد وجود نداشته باشد؛ پس $k = \beta = 5$ است.

برای وجود مجانب قائم باید $k - 2f(x) = 1$ باشد معادلهٔ $f(x) = 2$ جواب ندارد؛ پس:

$$k - 4 = 1 \Rightarrow k = \alpha = 5$$

پس $\alpha + \beta = 10$ است.

۱۳. گزینه ۴ درست است.

اگر بخواهیم ماتریس‌ها را در هم ضرب کنیم بسیار زمان‌بر است. پس بهتر است، A^4 را ماتریس D بنامیم و به شیوهٔ زیر عمل کنیم:

$$D = A \times A \times A \times A \Rightarrow d_{23} = [A \text{ سطر دوم}] \times A \times A \times [A \text{ ستون سوم}]$$

$$\Rightarrow d_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow \\ [1 & -2 & 1] & \times & \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = 1 \times 1 - 2 \times 1 + 1 \times (-2) = -3 \end{matrix}$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

با ضرب A در دو طرف معادله داده شده، خواهیم داشت:

$$A^{-1} + A = 4I \Rightarrow A \times A^{-1} + A \times A = 4A \times I \Rightarrow I + A^2 = 4A \Rightarrow A^2 = 4A - I \quad (*)$$

$$A^4 = (A^2)^2 \Rightarrow A^4 = (4A - I)^2 = 16A^2 - 8A + I = 16(4A - I) - 8A + I \\ = 64A - 16I - 8A + I = 56A - 15I$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

برای اینکه دستگاه، بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد. پس:

$$\begin{vmatrix} k^2 & k^2 - k - 1 \\ k & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -k^2 - (k^2 - k^2 - k) = 0 \Rightarrow k^2 - k = 0 \Rightarrow k(k-1)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ یا } 1 \text{ یا } -1$$

حال باید از شرط $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ بهره بگیریم. توجه کنید که به‌ازای $k = \pm 1$ داریم:

$$k = \pm 1 \Rightarrow \frac{k^2}{k} = \frac{k^2 - k - 1}{-1} = \frac{k^2}{k} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \pm 1 \quad \text{پس: } \frac{c}{c'} = \frac{k^2}{k} = k$$

به‌ازای $k = 0$ دستگاه تبدیل به $\begin{cases} -y = 0 \\ -y = 0 \end{cases}$ می‌شود. پس به‌ازای $k = 0$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد؛ زیرا با شرط $y = 0$ ،

x هر عدد حقیقی می‌تواند باشد. در نتیجه به‌ازای هر سه مقدار -1 یا 1 یا 0 دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2|A^2| & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 3 \times |A| - (-2 \times 2 |A^2|) = 4|A^2| + 3|A|$$

از آن‌جا که $|A^2| = |A|^2$ ، پس برابری بالا به صورت زیر درخواهد آمد:

$$|A| = 4|A|^2 + 3|A| \Rightarrow 4|A|^2 + 2|A| = 0 \Rightarrow 2|A|(2|A| + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{|A| \neq 0 \text{ و } A \text{ وارون پذیر}} 2|A| + 1 = 0 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{2} \quad (*)$$

حال با بسط نسبت به سطر دوم ماتریس B (که درایه صفر دارد و بسط نسبت به آن، ساده‌تر است) داریم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 0 - 3 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = -(-3 + 4) - 3(-2 - 9) = -1 + 33 = 32$$

با توجه به اینکه می‌دانیم $|k B_{3 \times 3}| = k^3 |B|$ ، خواهیم داشت:

$$||A| B| = |A|^3 \times |B| = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 32 = -4$$

۱۷. گزینه ۱ درست است.

چون A قطری است، پس همه درایه‌های بیرون قطر اصلی آن صفر هستند و در نتیجه باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} x + z + 2 = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + z = -2 \\ z = -3x \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} x = 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$y + z + 4 = 0 \xrightarrow{z = -3} y - 3 + 4 = 0 \Rightarrow y = -1$$

و طبیعی است که برای $y = -1$ و $z = -3$ مقدار درایه سطر سوم و ستون دوم A ، یعنی $5 - 2z - y$ ، نیز برابر صفر

$$A = \begin{bmatrix} x - 2y & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x + 2z}{3} & 0 \\ 0 & 0 & y - x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

می‌شود. پس:

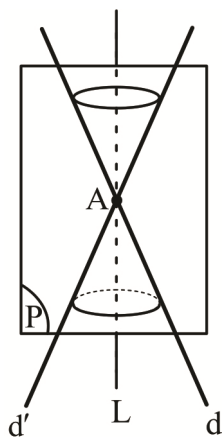
و بنابر مطلب صفحه ۳۰ کتاب هندسه ۳، دترمینان هر ماتریس قطری برابر حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی آن است، از این‌رو:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 3 \times \frac{-5}{3} \times -2 = 10 \Rightarrow |A^2| = |A|^2 = 100$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & x & y \\ z & x & -y \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر سوم}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (1 - (-1)) - (2 - (-3 \times 1))$$

$$= 2 - 5 = -3 \Rightarrow |A^2 B| = |A|^2 |B| = 100 \times -3 = -300$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.



بنابر تعریف رویه مخروطی و مطالب صفحه‌های ۳۴ و ۳۵ کتاب هندسه ۳ و نیز تمرین ۵ در صفحه ۳۹، اگر صفحه P شامل محور یک رویه مخروطی باشد، شکل پدیدآمده از برخورد P و رویه، دو خط متقاطع d و d' (خطهای پررنگ) هستند که در شکل روبه‌رو رسم شده‌اند و در رأس رویه، یعنی نقطه A با هم برخورد می‌کنند. AzmonVip

۱۹. گزینه ۲ درست است.

روش اول: فرض کنیم شعاع R و مرکز دایره باشد. بنابر فرمول $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ در معادله هر دایره به فرم

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

در اینجا و از معادله اول در صورت سؤال داریم:

$$R = 2 = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 - 4a} \Rightarrow 4 = \sqrt{20 - 4a} \Rightarrow 16 = 20 - 4a \Rightarrow a = 1$$

پس معادله دوم در صورت سؤال، به فرم $x^2 + y^2 - x + 3y + 3 = 0$ در می‌آید. دوباره و با به‌کارگیری عدد زیر رادیکال $\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{(-1)^2 + 3^2 - 4 \times 3} = \sqrt{10 - 12} = \sqrt{-2}$$

از آنجا که عدد منفی برای زیر رادیکال، تعریف نشده است؛ پس معادله دوم، مکان هندسی تهی است.

روش دوم: با مربع‌سازی عمل می‌کنیم. داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + a = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 - 1 + (y - 2)^2 - 4 + a = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = \underbrace{\Delta - a}_{=R^2} \Rightarrow \Delta - a = 4 \Rightarrow a = 1$$

جای گذاری در معادله دوم $\rightarrow x^2 + y^2 - x + 3y + 3 = 0 \Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + (y + \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + 3 = 0$

$$\Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{10}{4} - 3 = \frac{10-12}{4} < 0$$

که ناممکن است، زیرا مجموع مربع دو عدد، هیچگاه منفی نمی شود. پس مکان هندسی تهی است.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

در دایره‌ای که به هر دو محور مختصات مماس است، طول و عرض مرکز و شعاع دایره با هم برابرند. چون نقطه داده شده در ربع سوم است، پس با فرض اینکه O مرکز و R شعاع دایره باشد، داریم:

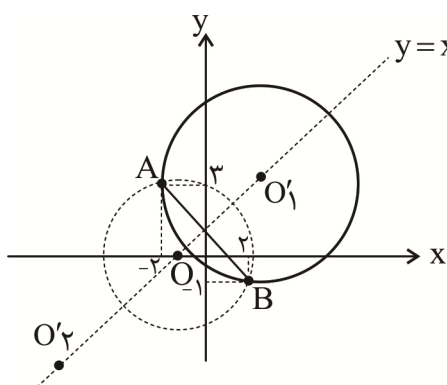
$$R, O(-R, -R) \Rightarrow \begin{cases} O(-R, -R) \\ A(-2, -4) \end{cases} ; |OA|^2 = R^2 \Rightarrow (R-2)^2 + (R-4)^2 = R^2$$

شعاع دایره

$$\Rightarrow R^2 - 12R + 20 = 0 \Rightarrow (R-10)(R-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=2 \\ R=10 \end{cases} \Rightarrow |R_1 - R_2| = 8$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

نقطه برخورد خط $y = x + 1$ با محور xها، یعنی $O(-1, 0)$ مرکز دایره کوچک تر (دایره خط چین) است. پس اگر O' را مرکز دایره بزرگ تر بنامیم، با توجه به شرط $OO' = 5\sqrt{2}$ داریم:



$$\begin{cases} O'(x, x+1) \\ O(-1, 0) \end{cases} \Rightarrow OO' = \sqrt{(x+1)^2 + (x+1)^2} \Rightarrow \text{چون } O' \text{ روی خط } y = x + 1 \text{ قرار دارد.}$$

$$\Rightarrow OO' = |x+1|\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow |x+1| = 5 \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O'_1(4, 5) \\ O'_2(-6, -5) \end{cases} \begin{cases} \text{شعاع های ممکن برای} \\ \text{دایره بزرگ تر} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_1 = O'_1A = \sqrt{(4+2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{40} \\ R_2 = O'_2A = \sqrt{(-6+2)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{80} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{معادله های دایره بزرگ تر} : \begin{cases} (x-4)^2 + (y-5)^2 = 40 \\ (x+6)^2 + (y+5)^2 = 80 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبه و ساده کردن}} \begin{cases} x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 12x + 10y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = -8-10+1 = -17 \\ a+b+c = 12+10-19 = 3 \end{cases}$$

۲۲. گزینه ۱ درست است.

همان طور که در کتاب درسی آمده است، می توان با اثبات بازگشتی نشان داد که اگر a و b دو عدد هم علامت غیر صفر باشند، آنگاه:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \geq 2 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$$

ابتدا این رابطه را اثبات می‌کنیم:

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0 \quad (\text{رابطه بدیهی});$$

حال در سؤال خودمان اگر برای سهولت محاسبات، تغییر متغیرهای $x + 1 = A$ و $y + 2 = B$ را انجام دهیم، آنگاه:

$$(x + y + 3) \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+2} \right) = (A + B) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right) = \frac{A}{A} + \frac{A}{B} + \frac{B}{A} + \frac{B}{B} = 2 + \frac{A}{B} + \frac{B}{A}$$

A و B مثبت هستند، پس هم‌علامت هستند. بنابراین مطابق آنچه بالاتر ثابت کردیم داریم:

$$\frac{A}{B} + \frac{B}{A} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{A}{B} + \frac{B}{A} + 2 \geq 4$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

گیریم $d = (a, b)$ باشد؛ در این صورت بنابر ویژگی‌های بخش‌پذیری در صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب ریاضیات گسسته داریم:

$$\begin{cases} d | a \\ d | b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | ma \\ d | na \end{cases} \Rightarrow d | (ma + nb) = 1 \Rightarrow d = 1 \quad d \in \mathbb{N}$$

پس $(a, b) = 1$ ، که یعنی دو عدد a و b نسبت به هم اول‌اند (با همین استدلال می‌توان گفت که دو عدد m و n نیز نسبت به هم اول‌اند). حال بنابر مطالب پایانی صفحه ۱۳ کتاب ریاضیات گسسته می‌توان نوشت:

$$\left[(a^2, ab), [a, b] \right] = \left[a \underbrace{(a, b)}_{=1}, |ab| \right] = \left[a, |ab| \right] = |ab|$$

بنابر تعریف (ک.م.م)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

نخست توجه کنید که اگر $a \equiv b$ و $a \equiv b$ و $a \equiv b$ آنگاه $a \equiv b$ در اینجا کافی است بنابر اینکه $117 = 9 \times 13$ ، پیمانه‌ها را ۹ و ۱۳ در نظر بگیریم. داریم:

$$\begin{cases} 4^3 \equiv 1 \\ 4^2 \equiv 3 \Rightarrow 4^3 \equiv 12 \equiv -1 \Rightarrow 4^6 \equiv 1 \end{cases} \quad (*)$$

به توان ۲

پس با توجه به اینکه طرفین یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان رسانید، در سطر اول محاسبه‌های بالا نیز می‌توانیم بنویسیم $4^6 \equiv 1$ ، که به کمک این رابطه و رابطه (*) و مطلب آمده در آغاز پاسخ، خواهیم داشت:

$$(4^6)^m \equiv 1 \Rightarrow 4^{6m} \equiv 1 \quad (m \in \mathbb{N})$$

یعنی در صورت سؤال، n باید به صورت $6m$ (مضرب‌های ۶) باشد و در نتیجه:

$$10 \leq 6m \leq 99 \Rightarrow 2 \leq m \leq 16 \Rightarrow \text{تعداد } m \text{ ها} = (16 - 2) + 1 = 15$$

توجه: آن دسته از دانش‌آموزان که عادت به بهره‌گیری از روش فرما دارند، دقت کنند که اگر در اینجا به روش فرما پیش بروند، به مضرب‌های ۱۲ (گزینه ۲) می‌رسند که خطاست!

۲۵. گزینه ۳ درست است.

عدد ۶ رقمی داده‌شده به جهت اینکه رقم یکان زوج دارد، بر ۲ بخش‌پذیر است. حال برای اینکه این عدد بر ۲۲ نیز بخش‌پذیر باشد، باید بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، پس باید داشته باشیم:

$$\overline{aa\delta b3\epsilon} \equiv 0 \Rightarrow \overline{6 - 3 + b - \delta + a - 8} \equiv 0 \Rightarrow \overline{a + b} \equiv 10 \Rightarrow a + b = 10 \quad (*)$$

$$\overline{8a5b36} \equiv 8 + a + 5 + b + 3 + 6 \equiv a + b + 4 \equiv 10 + 4 \equiv 5 \quad (*)$$

بنابراین باقی مانده تقسیم این عدد بر ۹ برابر ۵ است.

۲۶. گزینه ۳ درست است.

بنابر داده‌های سؤال: $a = 7k + 3$; از طرفی $a = b \times 4 + 23$ است. بنابر شرط باقی مانده در الگوریتم تقسیم داریم:

$$r < b \Rightarrow 23 < b \Rightarrow 24 \leq b$$

$$a = 7k + 3 \Rightarrow a \equiv 3$$

حال داریم:

$$4b + 23 \equiv 3 \Rightarrow 4b \equiv -20 \Rightarrow b \equiv -5 \equiv 2 \Rightarrow b = 7q + 2$$

بنابراین:

از طرفی چون $24 \leq b$ ، بنابراین کوچک‌ترین مقدار طبیعی b ، زمانی است که $q = 4$ ، که در این صورت: $b = 30$. بنابراین:

$$a_{\min} = 30 \times 4 + 23 = 143 \Rightarrow a = 143$$

۲۷. گزینه ۲ درست است.

گیریم $d = (9n + 7, 14n - 4)$ ، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d \mid 14n - 4 \\ d \mid 9n + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 9(14n - 4) = 126n - 36 \\ d \mid 14(9n + 7) = 126n + 98 \end{cases} \xrightarrow{d \text{ تفاضل را می‌شمارد}} d \mid 126n + 98 - (126n - 36) \Rightarrow d \mid 134$$

از آنجا که $134 = 2 \times 67$ و $d > 2$ ، پس باید $d = 67$ باشد. در نتیجه $67 \mid 9n + 7$ و $67 \mid 14n - 4$. بنابر تعریف معادله هم‌نهستی می‌توانیم بنویسیم:

$$9n \equiv -7 \quad \text{و} \quad -7 \equiv 60 \Rightarrow 9n \equiv 60$$

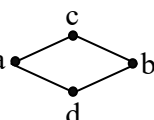
$$\xrightarrow{\substack{(3,67)=1 \\ \text{دو طرف، تقسیم بر 3}}} 3n \equiv 20 \equiv 20 + 67 = 87 \xrightarrow{\substack{(3,67)=1 \\ \text{دو طرف، تقسیم بر 3}}} n \equiv 29 \Rightarrow n = 67k + 29 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$\Rightarrow n = 10 = 1 + 6 + 3 = 10 = \text{مجموع رقم‌های } 163 \Rightarrow 163 = 67 \times 2 + 29 = \text{کوچک‌ترین مقدار } n$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

بررسی گزاره‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا در گراف a دو رأس a و b متمایزند ولی $N_G(a) = N_G(b) = \{b, c\}$.



ب) درست است؛ زیرا اگر سه رأس از گراف ساده G از مرتبه ۴، تنها باشند باید رأس چهارم نیز تنها باشد (گراف تهی در روبه‌رو) و در گراف‌های ساده، هیچ رأسی طوقه ندارد.

پ) درست است؛ زیرا درجه همه رأس‌ها به صورت $\Delta(G) = \delta(G) = r$ درمی‌آید.

ت) نادرست است؛ زیرا گراف فرد - منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد.

ث) نادرست است؛ زیرا گراف کامل K_8 دارای $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ یال است.

در نتیجه تنها گزاره‌های «ب» و «پ» درست هستند.

۲۹. گزینه ۱ درست است.

در یک گراف، تعداد مسیرهای به طول صفر با تعداد رأس‌ها و تعداد مسیرهای به طول ۱ با تعداد یال‌ها برابر است. پس در گراف داده شده $p = 6$ و $q = 5$. از طرفی چون گراف مسیری به طول ۵ دارد، پس گراف ما، همان گراف P_6 است.



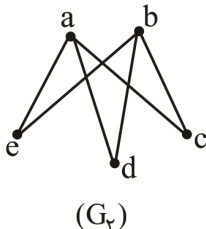
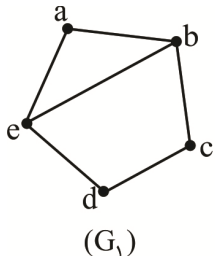
تعداد مسیرهای به طول غیرصفر، تعداد کل مسیرها بین رئوس متمایز گراف است. چون در گراف P_n بین هر دو رأس، یک و

تنها یک مسیر وجود دارد، پس تعداد کل مسیرها بین رئوس متمایز برابر است با $\binom{n}{2}$ ؛ بنابراین:

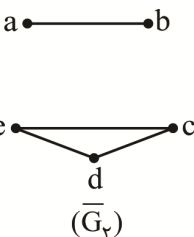
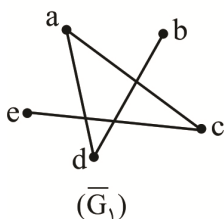
$$P_6 = \binom{6}{2} = 15$$

۳۰. گزینه ۲ درست است.

چون G رأس با درجه ۱ ندارد، درجه‌های رأس‌هایش به صورت ۳، ۳، ۲، ۲، ۲ هستند؛ یعنی G از مرتبه ۵ است. گرافی با درجه‌های رئوس یادشده را به دو صورت می‌توان رسم کرد:



در این صورت داریم:



همان‌گونه که روشن است، \overline{G}_1 همبند است و همان مکمل گراف مورد نظر ماست همان‌گونه که پیداست، در گراف G_1 سه دور \overline{abcdea} ، \overline{ebcde} و \overline{abea} وجود دارند که دو دور، با طول فرد هستند. با طول ۵ با طول ۴ با طول ۳

فیزیک

۳۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: کل زمان حرکت را ΔT در نظر می‌گیریم. جابه‌جایی متحرک در هر قسمت برابر است با:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t_1 \Rightarrow \frac{\Delta x}{2} = 30 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{60}$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\Delta x}{6} = 10 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{60}$$

$$\Delta x_3 = v \Delta t_3 \Rightarrow \frac{\Delta x}{3} = v \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x}{3v}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $\overline{v} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$ می‌توانیم v را به دست آوریم.

$$15 = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x}{60} + \frac{\Delta x}{60} + \frac{\Delta x}{3v}} \Rightarrow 15 = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{3v}} \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta x \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \frac{1}{3v} \right)} = \frac{2}{60} \text{ یا } \frac{1}{30}$$

(دوازدهم - فصل ۱، صفحات ۱۲ و ۱۳)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

حرکت دو متحرک کندشونده بوده و لذا قطعاً دچار تغییر جهت می‌شوند و مطابق فرض، یک‌بار قبل از تغییر جهت و یک‌بار بعد از آن، از کنار یکدیگر می‌گذرند. مکان اولی را مبدأ مختصات فرض کنید:

$$\begin{array}{c}
 \bullet \xrightarrow{V_1 = 10 \frac{m}{s}} \quad 32 \text{ m} \quad \xleftarrow{V_2 = -10 \frac{m}{s}} \bullet \\
 a_1 = -2 \frac{m}{s^2} \qquad \qquad \qquad a_2 = +2 \frac{m}{s^2}
 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -t^2 + 10t \\ x_2 = +t^2 - 10t + 32 \end{cases}$$

گام اول: حرکت شامل سه مرحله است. در مرحله اول با شتاب ثابت انجام می‌شود از معادله مستقل از زمان شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} 10^2 = 2 \times a \times 25 \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow -t^2 + 10t = +t^2 - 10t + 32$$

$$\Rightarrow 2t^2 - 20t + 32 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-8) = 0 \Rightarrow t = \begin{cases} 2s \\ 8s \end{cases}$$

که دومین لحظه تلاقی مورد نظر است. (فصل ۱، صفحات ۱۵، ۱۶، ۱۷)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: حرکت شامل سه مرحله است. در مرحله اول با شتاب ثابت انجام می‌شود از معادله مستقل از زمان شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} 10^2 = 2 \times a \times 25 \rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

در این مرحله سرعت متحرک را در لحظه $t = 3s$ حساب می‌کنیم تا بعداً بتوانیم شتاب متوسط را به دست آوریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2 \times 3 = 6 \frac{m}{s} \quad \text{AzmonVip}$$

گام دوم: مرحله دوم حرکت متحرک با سرعت ثابت انجام شده است. از معادله $\Delta x = vt$ ، مدت زمان این حرکت را حساب می‌کنیم:

$$50 = 10t \rightarrow t = 5s$$

گام سوم: مرحله سوم حرکت کندشونده با شتاب ثابت است و پس از $2s$ به سرعت صفر رسیده است.

گام چهارم: از رابطه شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$ ، برای بازه $t_1 = 3s$ تا لحظه توقف، استفاده می‌کنیم. قبل از آن لحظه توقف را می‌یابیم. مدت زمان کل حرکت برابر $12 = 5 + 5 + 2$ است و از لحظه $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 12s$ می‌توان نوشت:

$$v_2 = 0, v_1 = 6 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{0 - 6}{12 - 3} \rightarrow a_{av} = -\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فصل ۱، صفحات ۱۵ تا ۲۰)

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$h_B = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=10s} h_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 500 \text{ m} \quad \text{برای گلوله B:}$$

$$h' = h - 375 = 500 - 375 = 125 \text{ m} \quad \text{برای گلوله A:}$$

$$h' = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5s$$

پس t' را به دست می‌آوریم:

$$t' = 10 - 5 = 5s$$

پس گلوله A، $5s$ دیرتر از گلوله B رها می‌شود. در نتیجه $1s$ در حرکت است.

فاصله دو گلوله در لحظه $t = 6s$:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5m$$

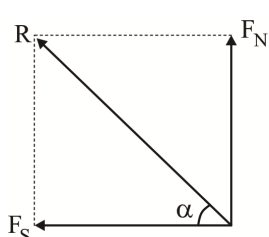
$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 = 180m$$

حال فاصله دو گلوله A و B در لحظه $t = 6s$:

$$\Delta h = |\Delta y_B - \Delta y_A| = |180 - 5| = 175m$$

(فصل ۱، صفحات ۲۳، ۲۴)

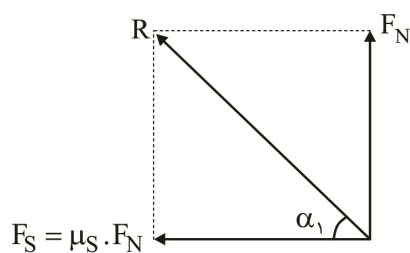
۳۵. گزینه ۳ درست است.



از لحظه نخست تا لحظه رسیدن جسم به آستانه حرکت، نیروی اصطکاک سکونی به تدریج افزایش یافته و زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد:

F_N : ثابت }
 F_S : افزایش } $\Rightarrow \alpha$: کاهش

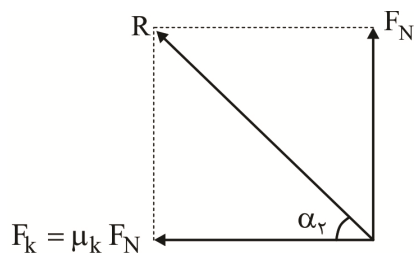
حداقل زاویه هنگامی رقم می‌خورد که جسم در آستانه حرکت باشد. بلافاصله بعد از این لحظه جسم به حرکت درآمده و اصطکاک جنبشی که مقدار آن کوچک‌تر است به جسم وارد می‌شود که موجب می‌گردد زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک افزایش یافته و روی مقداری معین ثابت بماند. روابط زیر تنها برای توضیح بیشتر تقدیم شما می‌گردد:



در آستانه حرکت:

$$\tan \alpha_1 = \frac{F_N}{\mu_s \cdot F_N} \Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{1}{\mu_s}$$

در خلال حرکت:



$$\tan \alpha_2 = \frac{F_N}{\mu_k \cdot F_N} \Rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{1}{\mu_k}$$

با مقایسه $\tan \alpha$ در دو حالت واضح است که چون $\mu_s > \mu_k$ می‌باشد، $\alpha_2 > \alpha_1$ بوده و با به حرکت درآمدن جسم، زاویه نیروی سطح با نیروی اصطکاک افزایش یافته و بر روی مقداری معین ثابت می‌ماند. (فصل ۲، مسائل ترکیبی نیروهای خاص) ۳۶. گزینه ۴ درست است.

گام اول: در حالت اول شتاب آسانسور به طرف پایین است و با توجه به نیروهای وارد بر جسم از قانون دوم نیوتن و رابطه نیروی کشسانی فنر می‌توان نوشت:

$$mg - F_e = ma \quad \xrightarrow{F_e = K(L - L_0)}$$

$$K(L - L_0) = mg - ma \quad (1)$$

در حالت دوم حرکت جسم به طرف پایین و کندشونده است. پس شتاب جسم رو به بالا است و می‌توان نوشت:

$$F'_e - mg = ma'$$

$$K(L' - L_0) = mg + ma' \quad (2)$$

گام دوم: اگر طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را از یکدیگر کم کنیم می‌توان نوشت:

$$K(L' - L_0) - K(L - L_0) = mg + ma' - mg + ma$$

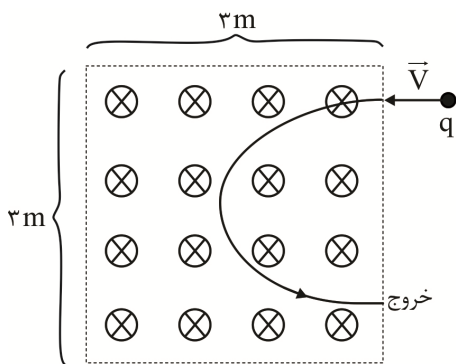
$$K(L' - L) = m(a' + a) \xrightarrow{a'=2, a=1 \frac{m}{s^2}} \frac{L' - L = 6cm}{s^2} \rightarrow K(6cm) = 2(kg) \times 3 \frac{m}{s^2}$$

$$K = \frac{6N}{6cm} \rightarrow K = 1 \frac{N}{cm}$$

(فصل ۲، مسائل ترکیبی نیروهای خاص)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برای آن در حکم نیروی جانب مرکز بوده و ذره پس از طی یک مسیر نیم‌دایره‌ای، از معرض میدان خارج می‌شود. ابتدا شعاع این مسیر دایره‌ای را تعیین می‌کنیم:



$$F_B = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow q \cancel{v} \cdot B = m \frac{v \cancel{v}}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{4 \times 10^{-6} \times 10^2}{10^{-5} \times 40} = 1m$$

مسافت طی‌شده توسط ذره نصف محیط دایره است.

$$v = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi R}{v} = \frac{3 \times 1}{100} = 0,03s = 30ms$$

(فصل ۲، صفحات ۴۹ تا ۵۲)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

$$T = \frac{1}{5} = 0,2s \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$x = \frac{d}{2} - \frac{d}{4} = \frac{d}{4}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\substack{x=\frac{d}{4} \\ A=\frac{d}{2}}} \frac{d}{4} = \frac{d}{2} \cos 10\pi t$$

$$\cos 10\pi t = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$10\pi t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{30}s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۴)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به اینکه متحرک در مدت ۰/۵ دقیقه ۱۲۰ بار طول مسیر را می‌پیماید می‌توان نتیجه گرفت که در مدت ۰/۵

دقیقه ۶۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. پس از رابطه $T = \frac{t}{n}$ دوره نوسان را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{30s}{60} = \frac{1}{2}s$$

پس «الف» نادرست است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(ب) همچنین بسامد زاویه‌ای نوسان را به دست می‌آوریم:

$$a_m = A\omega^2 \xrightarrow{A=1\text{cm}} a_m = 0.1 \times (4\pi)^2 = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بیشینه شتاب متحرک را حساب می‌کنیم:

پس «ب» درست است.

$$S_{av} = \frac{0.2}{\frac{1}{4}} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(پ) از رابطه $S_{av} = \frac{l}{t}$ به ازای $l = 0.2\text{m}$ و $t = \frac{T}{2} = \frac{1\text{s}}{4}$ داریم:

پس «پ» نادرست است.

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \text{ s}$$

(ت) مدت زمان $\frac{T}{4}$ را حساب می‌کنیم:

(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳ و ۶۷)

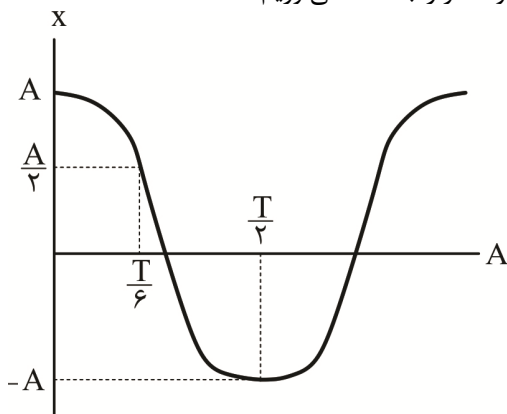
۴۰. گزینه ۴ درست است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{3}{5}\pi} \frac{3}{5}\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{10}{3} \text{ s}$$

گام اول: ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{9} \text{ s} \leq t < \frac{5}{3} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{6} \leq t < \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{10}{3} \text{ s}$$

گام دوم: با استفاده از نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده، جابه‌جایی نوسانگر را به دست می‌آوریم:



$$|\Delta x| = |-A - \frac{A}{2}| = \frac{3}{2} A (\text{cm})$$

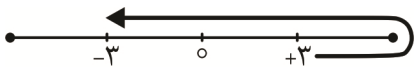
گام سوم: با استفاده از فرمول سرعت متوسط داریم:

$$|V_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{2} A = \frac{\frac{3}{2} A}{\frac{10}{9}} \Rightarrow A = 4 \text{ cm}$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۴)

۴۱. گزینه ۲ درست است.

از فرض مسأله مشخص است که ابتدا ذره به نقطه بازگشت نزدیک شده و در ادامه به قرینه مکان اولیه می‌رود. با کمی دقت مشخص می‌شود که ذره به اندازه نصف نوسان کامل را طی کرده و طبعاً این حرکت به اندازه نصف دوره تناوب یعنی $\frac{T}{2}$ ثانیه طول می‌کشد:



$$\bar{V}_{max} = \frac{\Delta x}{\Delta t_{min}} \Rightarrow \bar{V}_{max} = \frac{6 \text{ cm}}{2 \text{ s}} = 3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ و ۶۳)

۴۲. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ابتدا دوره نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = 4 \text{ s} \Rightarrow \frac{2T}{3} = 4 \Rightarrow T = 6 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

گام دوم: بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم:

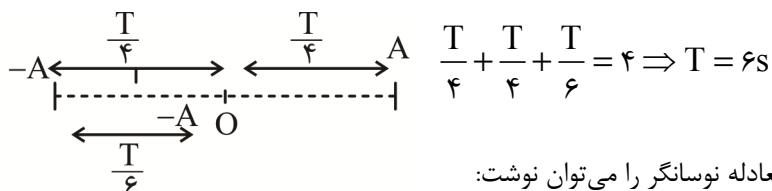
گام سوم: با توجه به رابطه بیشینه سرعت نوسانگر داریم:

$$V_{\max} = A\omega \Rightarrow V_{\max} = 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳، ۶۴ و ۶۷)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

گام اول: دوره نوسان را به دست می‌آوریم:



گام دوم: با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ معادله نوسانگر را می‌توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s} \quad x = 0.6 \cos \frac{\pi}{3} t$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳، ۶۴)

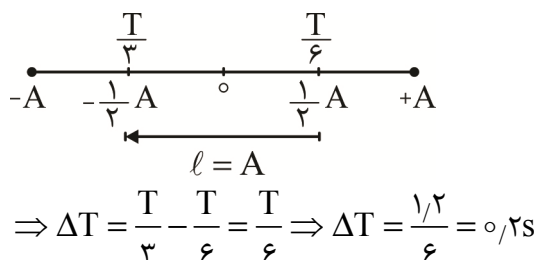
۴۴. گزینه ۱ درست است.

ثابت می‌شود بین شتاب و مکان یک نوسانگر رابطه زیر وجود دارد:

$$\left. \begin{aligned} a &= -\omega^2 x \\ 2a + 5 \cdot x &= 0 \Rightarrow a = -2.5x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega^2 = 2.5 \Rightarrow \omega = \sqrt{2.5} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \cong \frac{2 \times 3}{\sqrt{2.5}} = 1.2 \text{ s}$$

برای تحقق حداقل زمان، می‌بایست حول مبدأ که در آن سرعت نوسانگر بیشینه است حرکت کنیم. پس کافی است از مکان

$$x = \frac{1}{2}A \text{ به } x = -\frac{1}{2}A \text{ منتقل شویم.}$$



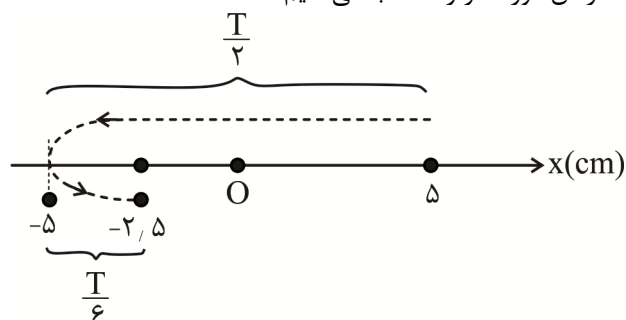
(فصل ۳، صفحات ۶۲، ۶۳ و ۶۴)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.1}{40}} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \cong \frac{3}{10} \text{ s}$$

گام اول: با استفاده از دوره جرم و فنر یعنی $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

گام دوم: با توجه به الگوهای زمانی خاص و مطابق شکل زیر مدت زمان مورد نظر را حساب می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{4T}{6} = \frac{2}{3}T$$

$$\Delta t = \frac{2}{3} \times \frac{3}{10} = 0.2s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۵)

۴۶. گزینه ۳ درست است.

گام اول: ابتدا بسامد زاویه‌ای سامانه جرم فنر را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{80}{200 \times 10^{-3}}} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه بیشینه سرعت داریم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 5 = A \times 20 \Rightarrow A = 0.25m = 25cm$$

گام سوم: در نهایت داریم:

$$\begin{aligned} x_{\min} = 10cm &\Rightarrow A = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} \Rightarrow 25 = \frac{x_{\max} - 10}{2} \Rightarrow x_{\max} = 60cm \\ A = 25cm &\end{aligned}$$

(فصل ۳، صفحات ۶۲ تا ۶۵)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ، با افزایش طول آونگ، دوره تناوب آن افزایش یافته و طبق فرض ۲۰٪ زیاد می‌شود:

$$T_2 = T_1 + \frac{20}{100}T_1 = \frac{6}{5}T_1$$

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{\text{برابر } \frac{36}{25}} \\ \Rightarrow l_2 &= \frac{36}{25}l_1 = l_1 + 11cm \Rightarrow \frac{11}{25}l_1 = 11 \Rightarrow l_1 = 25cm \end{aligned}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{g \cong \pi^2} T = 2\sqrt{l}$$

$$l_1 = 25cm \Rightarrow T_1 = 2\sqrt{\frac{25}{100}} = 1s$$

$$l_2 = 36cm \Rightarrow T_2 = 2\sqrt{\frac{36}{100}} = 1.2s$$

$$N = \frac{60}{T} = \text{تعداد نوسان‌های کامل در مدت یک دقیقه}$$

$$N_1 = \frac{60}{T_1} = \frac{60}{1} = 60 \text{ نوسان}$$

AzmonVip

$$N_2 = \frac{60}{T_2} = \frac{60}{1.2} = 50 \text{ نوسان}$$

$$\text{تفاوت تعداد نوسان‌ها} = N_1 - N_2 = 10$$

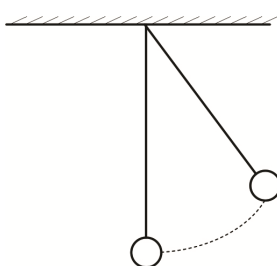
(فصل ۳، صفحات ۶۶، ۶۷)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

گام اول: دوره تناوب آونگ را در صورتی که مانعی در مسیر آونگ نبوده، محاسبه می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.36}{\pi^2}} = 2(0.6) = 1.2s$$

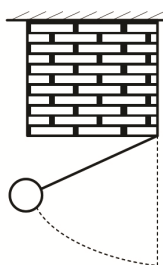


گام دوم: با توجه به شکل، حرکت آونگ تا رسیدن به دیواره، $\frac{1}{4}$ نوسان است و مدت‌زمان این

نوسان برابر است با:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{1.2}{4} = 0.3s$$

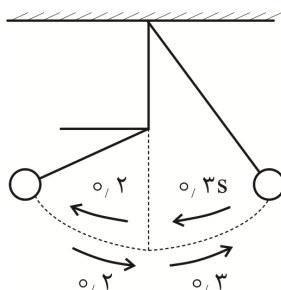
گام سوم: پس از درگیر شدن با مانع (دیوار) فقط قسمت پایین آونگ قادر به نوسان است و طول آونگ تغییر می‌کند. در این حالت دوره آونگ برابر می‌شود با:



$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}, \quad L' = 36 - 20 = 16cm$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{0.16}{\pi^2}} \Rightarrow T' = 0.8s$$

حرکت این آونگ تا از راستای قائم انتهای مسیر نیز $\frac{1}{4}$ نوسان است و مدت‌زمان این نوسان را می‌توان چنین به‌دست آورد.



$$t' = \frac{T'}{4} = \frac{0.8}{4} = 0.2s$$

گام ۴: مدت‌زمان یک نوسان کامل آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = 2t + 2t' \longrightarrow T = 2 \times 0.3 + 2 \times 0.2 = 1s$$

(فصل ۳، صفحات ۶۴ تا ۶۷)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر بیشترین انرژی جنبشی یا بیشترین انرژی پتانسیل آن است و در وسط مسیر انرژی جنبشی بیشینه است داریم:

$$E_1 = K_{\max_1} = 2J$$

گام دوم: می‌دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر متناسب با مجذور بسامد آن است، پس انرژی مکانیکی نوسانگر در حالت دوم برابر است با:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times 1 \Rightarrow E_2 = 8J$$

گام سوم: از رابطه $E = K + U$ انرژی پتانسیل نوسانگر را در حالت دوم و به‌زای $K = 2J$ حساب می‌کنیم:

$$8 = 2 + U_2 \rightarrow U_2 = 6J$$

(فصل ۳، صفحات ۶۵ تا ۶۷)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

به عنوان یک روش سریع و زیبا، با معلوم بودن نسبت سرعت در هر نقطه به سرعت بیشینه، نسبت انرژی جنبشی به انرژی کل و در ادامه نسبت انرژی پتانسیل به انرژی کل مشخص می شود. توجه کنید انرژی جنبشی با مجذور سرعت متناسب است.

$$v_1 = 2 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v}{v_{\max}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} K = \frac{1}{9} E \\ U_1 = \frac{8}{9} E \end{cases}$$

$$v_2 = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v}{v_{\max}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} K = \frac{4}{9} E \\ U_2 = \frac{5}{9} E \end{cases}$$

$$U_1 - U_2 = 10 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{8}{9} E - \frac{5}{9} E = 10 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{3}{9} E = 10 \text{ mJ} \Rightarrow E = 30 \text{ mJ}$$

(فصل ۳، صفحات ۶۶، ۶۷)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: با استفاده از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ ، گستره طول آونگی را که با بسامد زاویه‌ای $5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ دچار تشدید می شوند، حساب می کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{\omega_1=5, g=10} 5 = \sqrt{\frac{10}{L_1}} \Rightarrow L_1 = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{\omega_2=6, g=10} 6 = \sqrt{\frac{10}{L_2}} \Rightarrow L_2 = 27.7 \text{ cm}$$

گام دوم: برای اینکه آونگ با دامنه بزرگ‌تری نوسان کند بایستی طول آونگ برابر L یا L_2 باشد. بنابراین از طول آونگ بایستی کاسته شود.

$$50 - 40 = 10 \text{ cm} \quad \text{یا} \quad 50 - 27.7 = 22.3 \text{ cm}$$

(فصل ۳، ص ۶۸)

۵۲. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به نمودار نقش موج، طول موج و بسامد زاویه‌ای را محاسبه می کنیم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = 50 \Rightarrow \frac{5\lambda}{4} = 50 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{40}{20} = 2 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

حال تندی بیشینه هر ذره را به دست می آوریم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = 10 \times 10^{-2} \times \pi = 3 \times 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{v_{\text{موج}}}{v_{\text{max}}} = \frac{20}{3 \times 10^{-1}} = \frac{200 \text{ m}}{3 \text{ s}}$$

در نهایت داریم:

(فصل ۳، صفحات ۷۰ و ۷۱)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

گام اول: ابتدا طول موج را به دست می آوریم:

گام دوم: حال تندی انتشار موج و بسامد زاویه ای را به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{45}{1/8}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{20 \times 10^{-2}}{5} = 0.4 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام سوم: با توجه به صورت مسئله داریم:

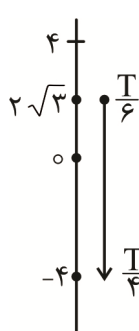
$$\frac{v_{\text{تندی انتشار موج}}}{v_{\text{max ذرات}}} = 0.5 \Rightarrow \frac{v}{A\omega} = 0.5 \Rightarrow \frac{5}{A \times 5\pi} = 0.5 \Rightarrow A = \frac{1}{5\pi} \text{ (m)}$$

$$a_{\text{max}} = A\omega^2 \Rightarrow a_{\text{max}} = \frac{1}{5\pi} \times (5\pi)^2 = 5\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام چهارم: بیشینه شتاب ذرات را داریم:

(فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳)

۵۴. گزینه ۳ درست است.



گام اول: در حالت اول موج به طرف راست حرکت می کند، پس ذره M در حال پایین آمدن است و تا لحظه ای که به مکان $x = -4 \text{ cm}$ می رسد برای اولین بار شتاب ذره بیشینه می شود. با توجه به الگوی زمانی خاص دوره موج مشخص می کنیم:

$$\frac{y_M}{A} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow y_M = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} \rightarrow \frac{1}{12} - 0 = \frac{2T + 3T}{12} \rightarrow 5T = 1 \rightarrow T = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$$

گام دوم: در حالت دوم موج به طرف چپ حرکت می کند در لحظه $t = 0$ ذره M در حرکت به طرف بالاست و

با توجه به $T = 0.2 \text{ s}$ ، بازه زمانی $\Delta t = \frac{1}{6} - 0 = \frac{1}{6} \text{ s}$ را در نظر می گیریم و نسبت $\frac{\Delta t}{T}$ را حساب می کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/6}{0.2} = \frac{1}{12} \rightarrow \Delta t = \frac{1}{12} T \rightarrow t = \frac{1}{12} T$$

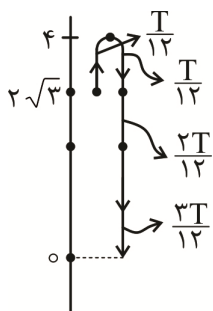
گام سوم: اکنون با استفاده از الگوهای زمانی خاص مکان ذره را در لحظه $t = \frac{1}{12} T$ مشخص می کنیم. با

توجه به شکل مقابل می توان دریافت در لحظه $t = \frac{1}{12} T = \frac{1}{60} \text{ s}$ ، ذره M در مکان $y = -4 \text{ cm}$ است.

گام چهارم: اکنون مسافت طی شده و سپس تندی متوسط را حساب می کنیم:

$$4 - 2\sqrt{3} = 4 - 2 \times 1.7 = 0.6 \text{ cm}$$

$$l = 0.6 + 4 + 4 = 8.6 \text{ cm}$$



$$S_{av} = \frac{1,6 \times 10^{-2} \text{ m}}{\frac{7}{60}} = \frac{516}{7} \times 10^{-2} = 0,73 \quad (\text{فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳})$$

۵۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به نقش دو موج، نسبت طول موج و دامنه دو موج را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{3\lambda_A}{2} = \lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{A}{\frac{1}{3}A} = 3 \Rightarrow A_B = \frac{1}{3}A_A$$

گام دوم: سرعت انتشار دو موج یکسان و برابر است. (هر دو موج در یک طناب منتشر می‌شوند).

$$v_A = v_B = \frac{f = \frac{v}{\lambda}}{\lambda} \rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{2}{3}$$

پس می‌توانیم بنویسیم:

گام سوم: مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) موج متناسب است. بنابراین:

$$\frac{\bar{P}_B}{\bar{P}_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2$$

$$\frac{\bar{P}_B}{\bar{P}_A} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{81}$$

(فصل ۳، صفحات ۷۰ تا ۷۳)

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» درست است.

الف: بخش ناقطبی آن دارای ۵۲ اتم (۱۷ اتم کربن و ۳۵ اتم هیدروژن) است که شمار اتم‌های آن دو برابر شمار اتم‌ها در C_8H_{18} است.

ب: فرمول مولکولی اوره $CO(NH_2)_2$ است که در مجموع دارای هشت اتم است. تعداد اتم هیدروژن اسید چرب داده شده ۳۶ است.

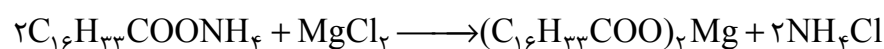
پ: نسبت درصد جرمی کربن در این ترکیب ۶ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{12 \times 18}{36} = 6$$

ت: در اسیدهای چرب نیروی بین مولکولی غالب از نوع وان‌دروالس است. مخلوط چربی‌ها با آب و صابون منجر به تولید کلوئید می‌شود که ناهمگن و پایدار است.

۵۷. گزینه ۲ درست است.

فرمول شیمیایی این پاک‌کننده به صورت $C_{16}H_{33}COONH_4$ است. معادله واکنش این ماده با منیزیم کلرید به صورت زیر است:



$$86,1g \times \frac{50}{100} = 43,05g$$

جرم صابون رسوب کرده برابر است با:

حال جرم Mg^{2+} موجود در آب را محاسبه می‌کنیم:

$$43,05g \text{ صابون} \times \frac{1 \text{ mol صابون}}{287g \text{ صابون}} \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{2 \text{ mol صابون}} \times \frac{24g Mg^{2+}}{1 \text{ mol } Mg^{2+}} = 1,8g Mg^{2+}$$

حال می‌توان غلظت Mg^{2+} را محاسبه کرد:

$$\text{غلظت ppm} = \frac{1/8g}{2000} \times 10^6 = 900$$

۵۸. گزینه ۲ درست است.

ترکیب B الکلی قطبی با سه گروه هیدروکسیل است. این ترکیب از آبکافت استرهای سنگین سه عاملی تولید می‌شود. (روغن زیتون استری سنگین است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ترکیب A پاک‌کننده غیرصابونی است. پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند و فقط برهم کنش فیزیکی دارند.

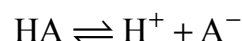
(۳) فرمول شیمیایی ترکیب A به صورت $C_{18}H_{29}SO_3Na$ است که اتم‌های هیدروژن آن از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

(۴) سدیم کلرید ترکیبی یونی است و از مولکول مجزا و مستقل تشکیل نشده است.

۵۹. گزینه ۴ درست است.

$$M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 20 \times 1/3}{130} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

ابتدا مولار اسید را محاسبه می‌کنیم:



$$2-x \quad x \quad x$$

$$2-x = 19/5(2x) \Rightarrow 2-x = 39x \Rightarrow x = 0/05$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log 5 \times 10^{-2} = 1/3$$

برای تعیین pH داریم:

۶۰. گزینه ۱ درست است.

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 49 \times 10^4 [OH^-]^2 = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{1}{7} \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = 49 \times 10^4 \times \frac{1}{7} \times 10^{-9} = 7 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log 7 \times 10^{-5} = -(0/85 - 5) = 4/15$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

نمودار «الف» نادرست است؛ زیرا K_a اسیدها، فقط تابع دماست و با تغییر غلظت تغییر نمی‌کند.

نمودار «ب» درست است؛ زیرا $[H^+][OH^-]$ فقط تابع دماست.

نمودار «پ» نادرست است؛ زیرا پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را از دست نمی‌دهند.

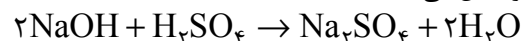
نمودار «ت» نادرست است؛ زیرا محلول متانول در آب غیرالکترولیت است و رسانایی الکتریکی ندارد.

۶۲. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های اول و دوم درست است.

- با افزودن آب به محلول HCl دو برابر کردن حجم محلول، pH آن $0/3$ واحد افزایش می‌یابد.

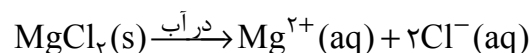
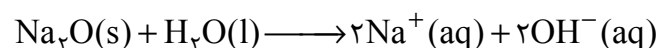
- $0/2$ مول سدیم هیدروکسید با $0/1$ مول سولفوریک اسید طبق معادله زیر واکنش می‌دهد.



۶۳. گزینه ۳ درست است.

فقط عبارت‌های دوم و پنجم درست هستند.

عبارت اول: نادرست است. از انحلال یک مول سدیم‌اکسید ۴ مول یون و از انحلال یک مول منیزیم‌کلرید ۳ مول یون وارد آب می‌شود.



عبارت سوم نادرست است. $CO(NH_2)_2$ (اوره) مانند CH_3COOH (استیک اسید) قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با

مولکول‌های آب را دارد.

عبارت چهارم نادرست است. معادله یونش HCN مانند معادله یونش HNO_3 برگشت پذیر است. زیرا هر دو اسید، ضعیف هستند. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مول اسید و باز را با استفاده از pH های داده شده به دست می آوریم:

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \quad V=200\text{mL} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \text{ mol H}^+$$

$$\text{pH} = 12 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \quad V=300\text{mL} \Rightarrow 3 \times 10^{-3} \text{ mol OH}^-$$

محلول نهایی خاصیت بازی دارد و مولار آن به صورت زیر محاسبه می شود Azmon Vip

$$[\text{OH}^-] = \frac{(3 \times 10^{-3}) - (2 \times 10^{-3})}{0.5\text{L}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس pH محلول نهایی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$[\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-3} \Rightarrow [\text{H}^+] = 5 \times 10^{-12} \Rightarrow \text{pH} = -\log 5 \times 10^{-12} = 11.3$$

برای آنکه pH محلول NaOH برابر ۱۱/۳ شد و باید غلظت مولار آن 2×10^{-3} باشد.

$$2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{40\text{g}}{1\text{mol}} = 0.08\text{g.L}^{-1}$$

گزینه ۲ درست است.

قدرت اسیدی فورمیک اسید (HCOOH) از استیک اسید (CH_3COOH) بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ نادرست است. محلول‌های HF و HCl با $\text{pH} = 3$ رسانایی الکتریکی برابری دارند زیرا غلظت یون‌ها در دو محلول یکسان است.

گزینه ۳ نادرست است. گرافیت رسانای الکترونی است.

گزینه ۴ نادرست است. اتیلن گلیکول ماده‌های غیرالکترولیت است و خاصیت بازی ندارد.

گزینه ۴ درست است.

$$8.55\text{g Ba(OH)}_2 \times \frac{1\text{mol Ba(OH)}_2}{171\text{g Ba(OH)}_2} = 0.05\text{mol Ba(OH)}_2$$

$$M = \frac{0.05\text{mol}}{2.5\text{L}} = 0.02\text{mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = 0.02 \times 2 = 0.04\text{mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{H}^+] = 25 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 14 - 1.4 = 12.6$$

گزینه ۱ درست است.

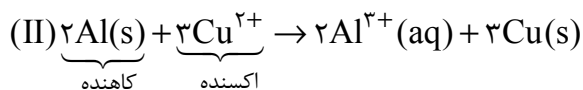
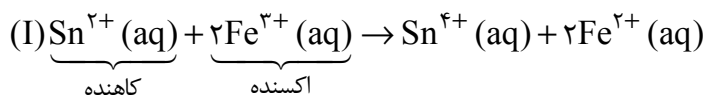
$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}}{[\text{HA}]} \Rightarrow [\text{HA}] = 0.004\text{mol.L}^{-1}$$

غلظت HA پس از یونش 0.004 مولار است، پس غلظت اولیه آن برابر است با:

$$[\text{HA}]_{\text{اولیه}} = 0.004 + 0.002 = 0.006\text{mol.L}^{-1}$$

۶۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا معادله واکنش‌ها موازنه شوند.



گزینه ۱ درست است. اکسنده واکنش (I) یون Fe^{3+} است که ضریب آن ۲ است و کاهنده واکنش (II) فلز Al است که ضریب آن هم ۲ است.

گزینه ۲ نادرست است. به ازای تولید ۳ مول فلز Cu در واکنش (II)، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. هر مول Al سه مول الکترون می‌دهد. پس ۲ مول Al، ۶ مول الکترون از دست می‌دهد.

گزینه ۳ نادرست است. نیم‌واکنش اکسایش (I) به صورت $\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Sn}^{4+}(\text{aq}) + 2e^{-}$ است.

گزینه ۴ نادرست است. اگر واکنش به صورت طبیعی انجام شود اکسنده واکنش دهنده قوی‌تر از اکسنده فرآورده است.

قدرت اکسندگی: $\text{Fe}^{3+} > \text{Sn}^{4+}$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به توضیحات موقعیت این سه فلز در جدول E° ‌ها چنین است:

A

D

E

SHE

عبارت اول نادرست است؛ زیرا فلزات بالای SHE دارای E° مثبت هستند با محلول اسیدها واکنش نمی‌دهند.

عبارت دوم درست است. در سلول A-D، فلز A نقش کاتد را ایفا می‌کند. در دیواره متخلخل کاتیون‌ها به سمت نیم سلول کاتدی حرکت می‌کنند.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا قدرت کاهندگی A کمتر از E است پس فلز A نمی‌تواند به کاتیون E^{2+} الکترون بدهد.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا E° فلز A، D، E را نمی‌دانیم پس به یقین نمی‌توانیم emf سلول‌های D-E و A-D را مقایسه کنیم.

۷۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا emf سلول روی - نقره را حساب کنید:

$$\text{emf} = E_{\text{Ag}}^{\circ} - E_{\text{Zn}}^{\circ} = 0,84 - (-0,76) = 1,6 \text{ V}$$

$$\text{بازده درصدی سلول} = \frac{1,28 \text{ V}}{1,6 \text{ V}} \times 100 = 80\%$$

$$\text{مول الکترون} = \frac{18,06 \times 10^{23}}{6,02 \times 10^{23}} = 3 \text{ mole}^{-}$$

$$3 \text{ mole}^{-} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mole}^{-}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 97,5 \text{ g Zn}$$

بازده واکنش ۸۰٪ است، پس باید واکنش دهنده بیشتری مصرف شود.

$$97,5 \times \frac{100}{80} = 121,875 \text{ g}$$

جرم آند (Zn) به اندازه ۱۲۱,۸۷۵ گرم کاهش می‌یابد.

۷۱. گزینه ۳ درست است.

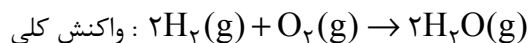
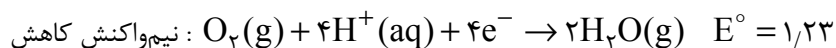
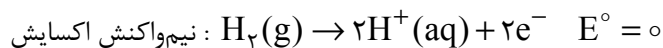
گزینه ۳ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا لیتیم کمترین چگالی را در میان فلزها دارد.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا در سلول سوختی بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

عبارت «پ» درست است. در سلول سوختی، آند و کاتد کاتالیزگرهایی دارند که باعث افزایش سرعت نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش می‌شوند.

عبارت «ت» درست است. نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن چنین است:



$$E^\circ = 1,23 - 0 = 1,23\text{V}$$

۷۲. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول درست است. عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر ۳- است.

عبارت دوم درست است. عدد اکسایش کربن در CH_2O برابر صفر است.

عبارت سوم درست است. در این ترکیب اتم‌های کربن دارای ۵ نوع عدد اکسایش (صفر، ۲-، ۱+، ۳+ و ۴+) هستند.

عبارت چهارم درست است. اتم H متصل به N توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با آب را دارد.

عبارت پنجم نادرست است؛ زیرا فرمول این ترکیب $\text{C}_5\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2\text{F}$ است که در مجموع ۱۵ اتم دارد. مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن (صفر، ۲-، ۱+، ۳+ و ۴+) برابر ۶ است.

۷۳. گزینه ۴ درست است.

عبارت «الف» درست است. همواره نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود.

عبارت «ب» درست است. جهت حرکت الکترون‌ها در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی همواره از آند به سمت کاتد است.

عبارت «پ» نادرست است. سلول گالوانی دیواره متخلخل دارد اما سلول الکترولیتی تنها یک الکترولیت دارد و نیازی به دیواره ندارد.

عبارت «ت» نادرست است. واکنش کلی در سلول گالوانی خودبخودی است اما واکنش کلی در سلول الکترولیتی غیر خودبخودی است.

۷۴. گزینه ۳ درست است.

مول NaCl را n_1 و مول MgCl_2 را n_2 در نظر می‌گیریم و با توجه به جرم مولی $(58,5\text{g})\text{NaCl}$ و $(95\text{g})\text{MgCl}_2$ می‌توان نوشت:

$$58,5n_1 + 95n_2 = 497$$

در ضمن هر مول NaCl ، یک مول الکترون و هر مول MgCl_2 ، دو مول الکترون می‌گیرند تا تجزیه شوند، پس می‌توان نوشت:

$$n_1 + 2n_2 = 10$$

می‌توان این دستگاه را حل کرد:

$$\begin{cases} 58,5n_1 + 95n_2 = 497 \\ n_1 + 2n_2 = 10 \Rightarrow n_1 = 2, \quad n_2 = 4 \text{ mol} \end{cases}$$

پس ۲ مول Na و ۴ مول Mg تولید می‌شود.

$$\text{Na} \text{ مول } 2 = 2 \times 23 = 46\text{g}$$

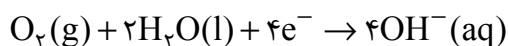
$$\text{Mg} \text{ مول } 4 = 4 \times 24 = 96\text{g}$$

$$96 - 46 = 50$$

تفاوت جرم فلزهای تولیدشده در کاتد ۵۰ گرم است.

۷۵. گزینه ۲ درست است.

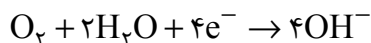
مطلب اول نادرست است؛ زیرا در حلبی خراش دیده، مولکول‌های اکسیژن محلول در آب الکترون می‌گیرند و کاهش می‌یابند:



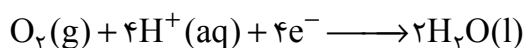
مطلب دوم درست است. در آهن سفید خراش دیده، اتم‌های روی اکسید می‌شوند.

مطلب سوم درست است. در برقکافت آب نیم‌واکنش $2H_2O(l) \rightarrow 4H^+(aq) + O_2(g) + 4e^-$ در قطب مثبت (آند) انجام می‌شود.

مطلب چهارم درست است. در فرآیند خوردگی آهن در محیط خنثی ($pH = 7$) مولکول‌های اکسیژن کاهش می‌یابند:



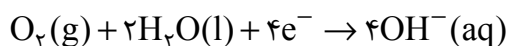
اما در محیط اسیدی مولکول‌های O_2 در حضور H^+ ، کاهش می‌یابند.



۷۶. گزینه ۱ درست است.

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا زنگ زدن آهن خودبه‌خودی است پس یک سلول گالوانی محسوب می‌شود.

عبارت «ب» درست است. نیم‌واکنش کاهش در خوردگی آهن به‌صورت زیر انجام می‌شود و یون هیدروکسید تولید می‌کند.



عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا برای حفاظت کاتدی آهن باید فلزی با E° کوچک‌تر از E° آهن (کوچک‌تر از $-0.41V$) به آن متصل کرد.

عبارت «ت» درست است. فلز به‌کار رفته در حلبی، قلع (Sn) است که با اسید موجود در مواد غذایی واکنش نمی‌دهد.

۷۷. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. آبکاری در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

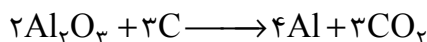
عبارت دوم درست است. فلز پوشاننده باید اکسید شود. از این رو به قطب مثبت باتری «آند» متصل می‌شود تا نیم‌واکنش اکسایش در آن انجام شود.

عبارت سوم درست است. برای آبکاری با فلز M باید الکترولیت دارای کاتیون‌های فلز M (مثلاً M^{2+}) باشد.

عبارت چهارم درست است. جسمی را که می‌خواهیم آبکاری کنیم. نقش کاتد سلول را ایفا می‌کند زیرا نیم‌واکنش کاهش، بر سطح آن انجام می‌شود.

۷۸. گزینه ۳ درست است.

واکنش انجام شده در سلول هال چنین است:



در این واکنش به‌ازای ۱۲ مول الکترون، ۳ مول گاز CO_2 تولید می‌شود:

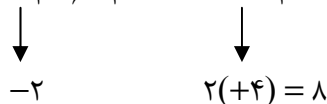
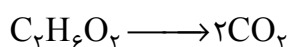
$$9.03 \times 10^{24} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23}} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{12 \text{ mole}^-} \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{56 \text{ g } CaO}{1 \text{ mol } CaO} = 210 \text{ g } CaO$$

(معادله حذف CO_2 به‌صورت $CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$ است.)

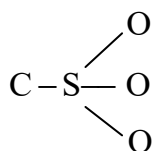
۷۹. گزینه ۱ درست است.

الف) فرمول اتیلن گلیکول $C_2H_6O_2$ است که مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر -2 است.

$$(x + 6 - 4 = 0, x = -2)$$



پس در مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن 10 درجه افزایش یافته است.



ب) ساختار لوویس گروه SO_3^- در پاک‌کننده غیرصابونی چنین است:

پس الکترون‌های نسبت داده‌شده به آن، برابر ۲ است که باعث می‌شود عدد اکسایش آن $+4 = 6 - 2$ شود.

۸۰. گزینه ۳ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا گاز تولیدشده در آند سلول هال، گاز O_2 است اما گاز خروجی از آند CO_2 است.

عبارت دوم درست است؛ زیرا با گذشت زمان یون‌های Ag^+ محلول کاهش می‌یابند $(\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s}))$ از

طرف دیگر آند نقره‌ای اکسید می‌شود و دوباره یون Ag^+ تولید می‌کند.

عبارت سوم درست است. اگر اکسندگی A^{2+} از D^{2+} بیشتر باشد، کاهندگی فلز A از D کمتر است. از این رو اگر دو فلز A

و D با هم در تماس باشند فلز D که کاهنده‌تر است اکسید می‌شود و فلز A محافظت می‌شود.

عبارت چهارم درست است. اگر عدد اکسایش اتم مرکزی در گونه‌ای بیشینه عدد اکسایش آن اتم باشد. آن گونه دیگر نمی‌تواند اکسید شود و خاصیت کاهندگی ندارد.