

پیش آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



دفترچه شماره ۱

دی ماه ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.



۱- با تبدیل انقباض افقی و انبساط قائم از نمودار $y = \frac{3}{4}f(\frac{4}{3}x)$ به کدام تابع می توان رسید؟

$$y = \frac{2}{3}f(\frac{3}{2}x) \quad (۱)$$

$$y = \frac{4}{3}f(\frac{3}{4}x) \quad (۳)$$

$$y = \frac{3}{5}f(\frac{5}{3}x) \quad (۴)$$

۲- نمودار $y = f(2-x)$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده، سپس نسبت به خط $x=1$ بازتاب می دهیم. به نمودار تابع

$$y = 8x - x^2 + 12 \quad y = f(x) \text{ رسیده ایم، ضابطه } y = f(x) \text{ کدام بوده است؟}$$

$$f(x) = x^2 - 4 \quad (۱)$$

$$f(x) = 4 - x^2 \quad (۲)$$

$$f(x) = x^2 - 28 \quad (۳)$$

$$f(x) = 28 - x^2 \quad (۴)$$

۳- تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ مفروض است. با کدام تبدیلات بر روی منحنی $y = 1 - f^{-1}(x-1)$ می توان به نمودار $y = \sqrt[3]{x}$ رسید؟

(۱) دو واحد انتقال به پایین و سپس قرینه نسبت به محور y ها

(۲) دو واحد انتقال به بالا و سپس قرینه نسبت به محور x ها

(۳) دو واحد انتقال به راست و سپس قرینه نسبت به محور y ها

(۴) دو واحد انتقال به چپ و سپس قرینه نسبت به محور x ها

۴- تابع $f(x) = \frac{2x+a}{x+b}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $y = f(\frac{1}{x})$ را سه واحد به راست و ۲ واحد به پایین انتقال دهیم، نقطه برخورد

مجانباتهای آن بر مبدأ مختصات منطبق می شود. حاصل $a+b$ کدام است؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad \frac{1}{4} \quad (۳) \quad \frac{1}{4} \quad (۴)$$

۵- هرگاه باقیمانده چندجمله ای $g(x)$ بر $2x^2 - 3x + 1$ برابر $2x + 1$ و باقیمانده چندجمله ای $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر $2 - 3x$ باشد،

باقیمانده fog بر $2x - 1$ چه عددی است؟

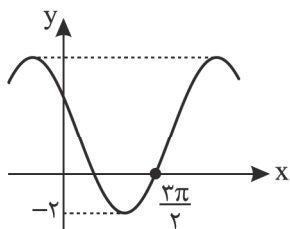
$$-۴ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad -۲ \quad (۴)$$

۶- تابع $y = 2 - 3\sin(\frac{\pi}{4}x)$ در بازه $(\alpha, -\frac{3}{4})$ یکنواست. حداکثر α کدام است؟

$$-\frac{1}{4} \quad (۱) \quad \frac{1}{4} \quad (۲) \quad ۱ \quad (۳) \quad -۱ \quad (۴)$$

محل انجام محاسبه

۷- نمودار تابع $f(x) = 2 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$ به صورت زیر است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟



(۱) -۶

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۴) -۴

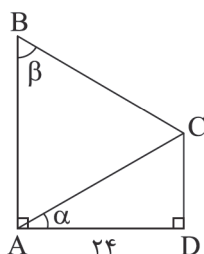
۸- مجموع جواب‌های معادله $1 - 3 \cos^2 x = \frac{1}{4} \sin(2x)$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر θ است. حاصل $\cot \theta$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۹- معادله $\cos x \cdot \tan^3 x = -\sin x$ در بازه $(0, \pi)$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، $AB = BC$ است. اگر $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{3}{8}$ باشد، طول چقدر است CD ؟



(۱) ۱۲

(۲) ۸

(۳) ۱۶

(۴) ۹

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{abx^2 - 6x + b} = -\infty$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

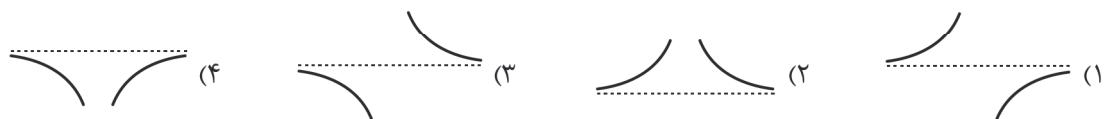
۱۲- هرگاه $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x \cos(\frac{\pi x + b}{2x + 2})) = \frac{\pi}{8}$ برابر $\frac{\pi}{8}$ باشد، مقدار b کدام است؟

(۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{3\pi}{8}$

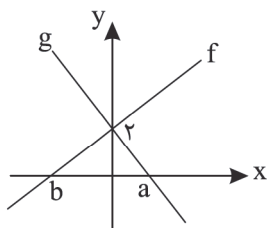
(۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

محل انجام محاسبه

۱۳- اگر نقطه $A(2, -1)$ تنها نقطه برخورد مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 3a}{bx^2 + 8x + c}$ باشد، نمودار f در مجاورت مجانب افقی خود چگونه است؟



۱۴- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{f^{-1}(x) + g^{-1}(x)} = -\infty$ باشد، کدام رابطه زیر همواره برقرار است؟



(۱) $a > |b|$

(۲) $a < |b|$

(۳) $a > 2$

(۴) $b < -2$



۱۵- اگر $f(x) = (x^2 - 1)(x - 2)^2(x - 3)^2$ باشد، نمودار تابع $y = \frac{\cos(\pi|x|)}{f(x)}$ در مجاورت کدام مجانب قائم به صورت $x = \dots$ است؟

(۲) $x = -1$

(۱) $x = 3$

(۴) $x = 2$

(۳) $x = 1$

۱۶- دو ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ مفروضند. مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس $2A - B$ برابر کدام است؟

(۴) ۱۷

(۳) $\frac{17}{3}$

(۲) $\frac{34}{3}$

(۱) صفر

۱۷- اگر A ماتریسی 2×2 باشد و $A^2 = A - I$ آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A^{13} کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

محل انجام محاسبه

۱۸- اگر ماتریس‌های A و $A-I$ وارون یکدیگر باشند و رابطه $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} (A+I) \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، آنگاه سطر اول ماتریس A^2 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 11 & -13 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۱۹- اگر دستگاه $\begin{cases} x \log a + y = 2 \\ x \log a^2 + \log_a y = a \end{cases}$ فاقد جواب باشد و در ماتریس اسکالر 2×2 $B = [b_{ij}]$ ، $b_{11} = a^2$ باشد، در این صورت مقدار

مجهول کوچک‌تر که در دستگاه $\begin{cases} |B^{-1}|x + |B|y = 10^8 \\ |B|x - |B^{-1}|y = 10^{-4} \end{cases}$ صدق کند، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) 10^3 (۳) 10^4 (۴) 10^6

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b & -5c \\ 2d & 2e & -10f \\ g & h & -5k \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g & 2h & 2k \end{bmatrix}$ و $A^2 B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، $|A|$ کدام است؟

(۱) $0/9$ (۲) $3\sqrt{10}$ (۳) $2/7$ (۴) -9

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & a-1 \end{bmatrix}$ و $|B| = \frac{1}{|A|}$ باشد، در این صورت مجموع مقادیر a کدام است؟

(۱) -1 (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -2

۲۲- مبدأ مختصات و نقطه A به طول ۴ روی محور طول‌ها را در نظر بگیرید. چند نقطه B در صفحه وجود دارد به طوری که مساحت مثلث OBA برابر ۸ واحد مربع و از مبدأ مختصات به فاصله ۵ باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۳- به ازای چند مقدار صحیح n معادله $9x^2 - 6mx + m^2y^2 + 36y + n^2 - 1 = 0$ معرف معادله یک دایره است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۴- نقطه $A(3, 4)$ خارج دایره $x^2 + y^2 + 2x - ky + 1 = 0$ قرار دارد. اگر حاصل ضرب دورترین و نزدیک‌ترین فاصله A از دایره برابر ۲۴ باشد، k کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -1 (۴) -2

محل انجام محاسبه

۲۵- دایره‌ای به شعاع ۲ که بر نیمساز ناحیه دوم و محور y مماس است را در نظر بگیرید. فاصله مرکز دایره تا محور x ها کدام است؟

- (۱) $2 - 2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2} - 2$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$

۲۶- مثلث ABC با رئوس $A(-2, -2)$ ، $B(0, -3)$ ، $C(3, 3)$ را در نظر بگیرید. معادله خط مماس بر دایره محیطی این مثلث در رأس B کدام است؟

- (۱) $7x + y = 21$ (۲) $x + 7y + 21 = 0$ (۳) $x - 7y = 21$ (۴) $7x + y + 21 = 0$

۲۷- دایره به مرکز $(1, 3)$ بر روی خط $5x + 12y = 15$ وترى به طول $2\sqrt{31}$ جدا می‌کند. این دایره بر روی محور y ها وترى با کدام اندازه جدا می‌کند؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۲۸- AB وتر مشترک دو دایره $C: x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 6x = 2$ است. مرکز دایره‌ای که AB قطر آن باشد، کدام است؟

- (۱) $(2/2, 6)$ (۲) $(2/6, 0/8)$ (۳) $(2/5, 1)$ (۴) $(2/4, 1/2)$

۲۹- چند نقطه با مختصات صحیح و در ربع دوم دستگاه مختصات، بر منحنی $y = \frac{x^5 + 3}{x^2 + 1}$ واقع است؟

- (۱) هیچ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۱

۳۰- در تقسیم عدد a بر ۱۳۵، مجموع باقیمانده و سه برابر خارج قسمت، برابر یک است. با کدام احتمال باقیمانده تقسیم $a - 3$ بر ۱۶ برابر ۱۰ است؟

- (۱) $\frac{23}{45}$ (۲) $\frac{13}{45}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{11}{45}$

۳۱- کدام حکم درست می‌باشد؟

- (۱) اگر $x + y$ گنگ باشد، آنگاه x و y هر دو گنگ هستند.
 (۲) اگر $x + y$ گویا باشد، آنگاه x و y هر دو گویا هستند.
 (۳) اگر x و y هر دو گنگ باشند، آنگاه $x + y$ گنگ هستند.
 (۴) اگر x و y گویا و $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ گنگ باشد، آنگاه $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ هم گنگ است.

۳۲- به ازای چند عدد صحیح و نامنفی x و y ، روابط $x + y = 51$ و $x \in [0, 4]$ و $y \in [0, 7]$ برقرار است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

۳۳- یک رابطه هم‌نهشتی، مجموعه \mathbb{Z} را به ۱۱ دسته هم‌نهشتی افراز کرده است. به طوری که عدد $(23a45)^2$ به دسته هم‌نهشتی [۵]

تعلق دارد. اگر عدد $\overline{78ab}$ در تقسیم بر ۹ به کلاس هم‌نهشتی [۲] تعلق داشته باشد، مجموع مقادیر b کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

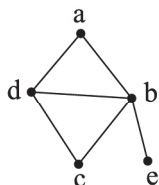
۳۴- به ازای چند عدد n متعلق به مجموعه $\{5^0, 5^1, \dots, 5^4\}$ ، رابطه $2^{3n} + 3^{2n} \equiv 1$ برقرار است؟

- ۲۶ (۱) ۲۵ (۲) ۲۴ (۳) ۲۳ (۴)

۳۵- اگر a و b دو عدد طبیعی بوده و داشته باشیم $a + (a, b) = [a, b]$ و $a + b = 192$ ، حاصل $|a - b|$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۱۲۸ (۳) ۶۴ (۴)

۳۶- گراف شکل زیر، چند زیرگراف از مرتبه ۵ دارد که فقط شامل یک دور باشد؟



- ۱۲ (۱)

- ۱۶ (۲)

- ۱۴ (۳)

- ۱۸ (۴)

۳۷- G, k - منتظم از مرتبه p است. اگر هر یال گراف G با ۱۰ یال مجاور بوده و داشته باشیم $q(\overline{G}) = 9$ ، در این صورت گراف k_p

چند یال دارد؟

- ۲۸ (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴)

۳۸- گراف G به گونه‌ای است که از هر رأس آن به رأس دیگرش، یک مسیر به طول یک وجود دارد. اگر تعداد دور به طول ۳ در این گراف

برابر ۳۵ باشد، این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟

- ۷۰ (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۰۵ (۴)

۳۹- یک گراف از مرتبه ۱۰، فقط از یک مسیر ۱۰ رأسی تشکیل شده است. تعداد کل مسیرها در این گراف کدام است؟

- ۹ (۱) ۳۶ (۲) ۵۵ (۳) ۴۵ (۴)

۴۰- با رئوس $\{V_1, V_2, \dots, V_p\}$ ، $3 \cdot 2^9$ گراف مختلف می‌توان ساخت. چه تعداد از این گراف‌ها ۲ یاله هستند؟

- ۳۶۰ (۱) ۹۹۰ (۲) ۶۳۰ (۳) ۹۰۹ (۴)

محل انجام محاسبه

پیش آزمون

۸

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



دفترچه شماره ۲

دی ماه ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره، سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

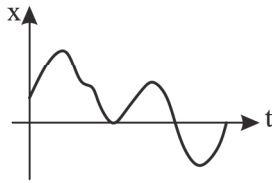
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	نیمسال اول
شیمی	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



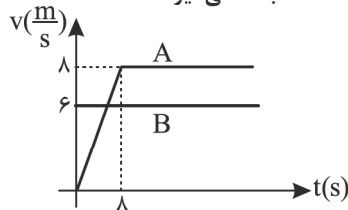
فیزیک

۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه t_1 جهت بردار مکان عوض شود کدام گزینه درست است؟



- (۱) از لحظه شروع حرکت تا لحظه t_1 تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط یکسان است.
- (۲) در لحظه t_1 متحرک در خلاف جهت محور X حرکت کرده است.
- (۳) جابه جایی از ابتدای حرکت تا لحظه t_1 مثبت است.
- (۴) متحرک از شروع حرکت تا لحظه t_1 یک بار جهت حرکتش را عوض کرده است.

۴۲- دو متحرک A و B در یک جهت بر روی خط راست در حرکت هستند و نمودار سرعت - زمان آنها مطابق شکل زیر است. در لحظه $t = 0$ متحرک B به اندازه ۱۰ متر جلوتر از متحرک A است. در چه لحظه ای متحرک B از متحرک A سبقت می گیرد؟

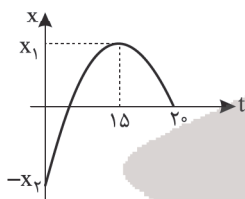


- (۱) ۱۷
- (۲) ۱۹
- (۳) ۲۱
- (۴) ۲۳

۴۳- متحرکی $\frac{1}{3}$ مسیر حرکت را با سرعت $10 \frac{m}{s}$ و بقیه مسیر را در دو بازه زمانی مساوی با سرعت های $15 \frac{m}{s}$ و $25 \frac{m}{s}$ حرکت می کند. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۱۵
- (۲) $17/5$
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. نسبت $|\frac{x_2}{x_1}|$ چند است؟



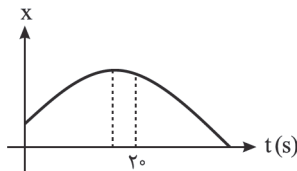
- (۱) ۹
- (۲) ۸
- (۳) $\frac{9}{5}$
- (۴) $\frac{1}{5}$

۴۵- متحرکی بر روی خط راست با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می کند. نسبت اندازه سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه سوم به اندازه سرعت متوسط دو ثانیه پنجم کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$
- (۲) $\frac{3}{8}$
- (۳) $\frac{5}{6}$
- (۴) $\frac{4}{5}$

۴۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که با اندازه شتاب $\frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$ بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در

۲۰ ثانیه اول حرکت $1/25$ برابر اندازه سرعت متوسط آن در این بازه زمانی باشد، متحرک در لحظه $t = 20(s)$ در چند متری از نقطه شروع حرکت است؟



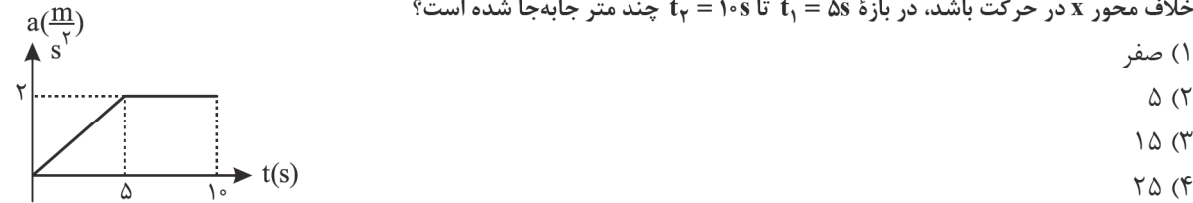
- (۱) $3/125$
- (۲) ۲۵
- (۳) $28/125$
- (۴) ۵۰

محل انجام محاسبه

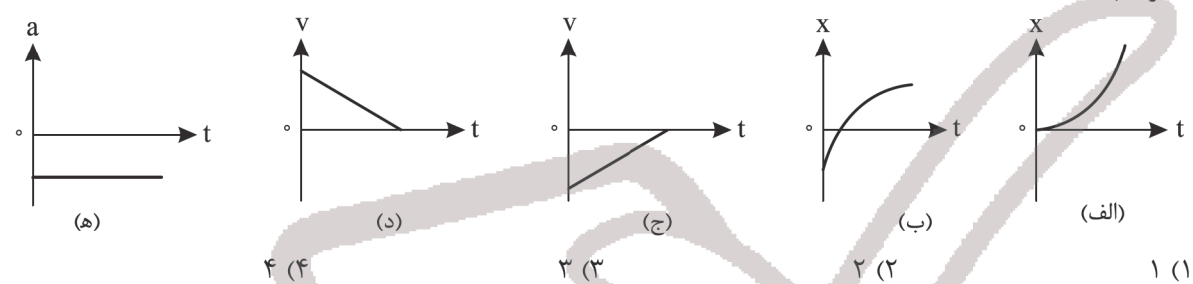
۴۷- متحرکی در مدت ۵ ثانیه اول حرکت مطابق با معادله $x = 5t$ و ۵ ثانیه بعدی را مطابق با معادله $x = t^2 - 5t$ در SI بر روی محور x حرکت می کند. تندی متوسط متحرک در کل ده ثانیه اول حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۵ (۳) $7/5$ (۴) ۱۰

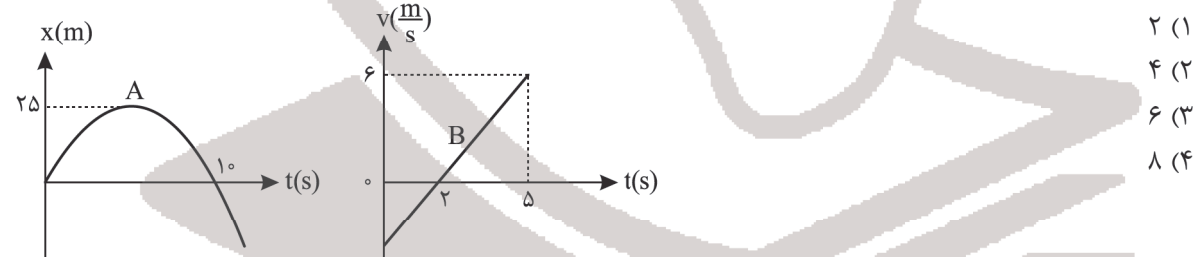
۴۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان با تندی $5 \frac{m}{s}$ در خلاف محور x در حرکت باشد، در بازه $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ چند متر جابه جا شده است؟



۴۹- متحرکی با شتاب ثابت در جهت مثبت محور x و کندشونده حرکت می کند. چه تعداد از نمودارهای زیر می تواند مربوط به حرکت این متحرک باشد؟



۵۰- نمودار مکان - زمان و سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک B در لحظه $t = 0$ در مکان $x = 12m$ باشد، در لحظه ای که دو متحرک برای دومین بار به هم می رسند، اندازه سرعت A چند متر بر ثانیه است؟



۵۱- در شرایط خلأ گلوله کوچکی را بدون تندی اولیه از یک بلندی رها می کنیم. مسافتی که گلوله در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 2/5s$ سقوط می کند، چند برابر مسافتی است که در $1/5$ ثانیه اول سقوط می کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱ (۲) $7/5$ (۳) $9/5$ (۴) $9/7$

۵۲- جسمی در خلأ از ارتفاع h در نزدیکی زمین بدون سرعت اولیه رها می شود، اگر تندی متوسط دو ثانیه آخر سقوط ۴ برابر تندی متوسط در سه ثانیه اول باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

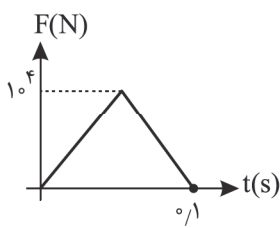
- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۵ (۴) ۳۲۰

۵۳- جسمی از بالای ساختمانی در شرایط خلأ رها می شود، اگر $1/4$ اول مسیر را در مدت t_1 و $9/4$ انتهای مسیر را در مدت t_2 طی نماید، t_1 کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2/5}$ (۲) $2/5$ (۳) $5/6$ (۴) $\frac{\sqrt{30}}{6}$

محل انجام محاسبه

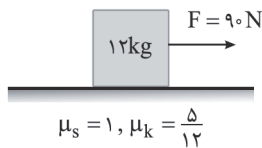
۵۴- شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان را نشان می‌دهد که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر تکانه جسم در



لحظه $t = 0$ برابر $-400\vec{i}$ (واحد SI) باشد، تکانه جسم در لحظه $t = 0.1$ s در SI کدام است؟

- (۱) $-90\vec{i}$
- (۲) $10\vec{i}$
- (۳) $+90\vec{i}$
- (۴) $-10\vec{i}$

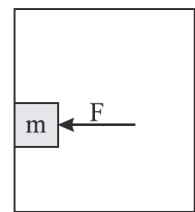
۵۵- در شکل زیر جعبه‌ای به جرم ۱۲ کیلوگرم از حال سکون با نیروی $F = 90$ (N) به طور افقی کشیده می‌شود. عکس‌العمل نیرویی که



سطح زمین به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۱۲۰
- (۲) ۱۳۰
- (۳) $120\sqrt{2}$
- (۴) ۱۵۰

۵۶- در شکل زیر جسمی به جرم ۵۰۰g با نیروی افقی $F = 10$ N به دیوارهٔ آسانسور فشرده شده است. حداکثر شتابی که آسانسور



می‌تواند داشته باشد و جسم روی دیوارهٔ آسانسور نسبت به آسانسور ساکن بماند، چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ $(\mu_s = 0.75$ و $g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۵

۵۷- اگر از سطح سیاره‌ای ۲۴۰۰ km دور شویم، شتاب گرانش ۱۹ درصد کاهش می‌یابد، شعاع سیاره چند km است؟

- (۱) ۴۵۶۰۰
- (۲) ۶۵۶۱۰
- (۳) ۱۹۴۴۰۰
- (۴) ۲۱۶۰۰

۵۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) یکای SI نیرو $\frac{kgm}{s}$ است.

(ب) بر جسمی که در حرکت است، حتماً نیروی خالص غیر صفر وارد می‌شود.

(ج) نیرو فقط می‌تواند تندی جسم را تغییر دهد.

(د) در شکل مقابل اگر به آرامی نخ را به طرف پایین بکشیم و نیرو را به تدریج زیاد کنیم، نخ بالایی پاره می‌شود.



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۵۹- گلوله‌ای به جرم ۲kg را در هوای ساکن با تندی v_1 به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. شتاب گلوله هنگامی که با تندی v به طرف بالا حرکت

می‌کند برابر با $12 \frac{m}{s^2}$ است. شتاب گلوله هنگامی که در همین محیط با تندی V به طرف پایین حرکت می‌کند، چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

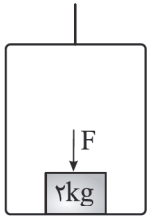
$(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۶

محل انجام محاسبه

۶۰- مطابق شکل جعبه‌ای درون آسانسوری روی یک ترازوی فنری قرار دارد. در حالتی که آسانسور با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s}$ از حال سکون به طرف

پایین شروع به حرکت می‌کند بر جعبه نیروی عمودی $F = 10N$ را وارد می‌کنیم. ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \frac{m}{s}$)



۳۴ (۱)

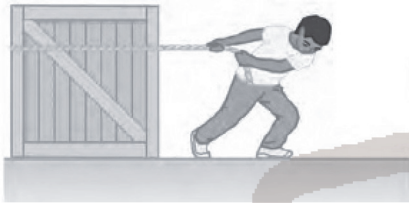
۲۶ (۲)

۲۲ (۳)

۱۴ (۴)

۶۱- مطابق شکل زیر شخصی با نیروی افقی F جعبه را به سمت خود می‌کشد و شخص شتاب $\frac{1}{3} \frac{m}{s}$ به سمت جعبه پیدا می‌کند. اگر جرم شخص

$70kg$ و جرم جعبه $110kg$ و ضریب اصطکاک جنبشی شخص و جسم با سطح 0.2 باشد شتاب جعبه چند $\frac{m}{s}$ می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s}$)



$\frac{7}{11}$ (۱)

$\frac{11}{7}$ (۲)

$1/5$ (۳)

صفر (۴)

۶۲- خودرویی با تندی ثابت $10 \frac{m}{s}$ وارد پیچی افقی به شعاع $50m$ می‌شود. حداقل ضریب اصطکاک ایستایی خودرو با جاده چقدر باشد تا

خودرو در پیچ سر نخورد؟ ($g = 10 \frac{m}{s}$)

0.15 (۴)

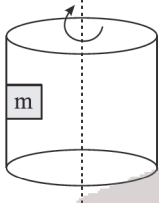
0.2 (۳)

0.25 (۲)

0.3 (۱)

۶۳- جسم $2.5kg$ کیلوگرمی، دیواره استوانه‌ای چرخان به شعاع $4m$ مطابق شکل چسبیده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی دیواره با

جسم 0.25 باشد، استوانه حداقل چند دور در دقیقه (rpm) بچرخد تا جسم روی دیوار استوانه پایین نیاید؟ ($g = \pi^2 = 10 \frac{m}{s}$)



10 (۱)

10π (۲)

30 (۳)

60 (۴)

۶۴- جسمی بر روی پاره خطی به طول $20cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در هر دقیقه 600 مرتبه طول پاره خط نوسان را طی

می‌کند. معادله مکان زمان جسم در SI کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$x = 0.2 \cos(2 \cdot \pi t)$ (۲)

$x = 0.1 \cos(2 \cdot \pi t)$ (۱)

$x = 0.1 \cos(1 \cdot \pi t)$ (۴)

$x = 0.2 \cos(1 \cdot \pi t)$ (۳)

۶۵- معادله حرکت نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد در SI به صورت $x = 0.2 \cos(8\pi t)$ است. تندی متوسط متحرک در

بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{16}s$ تا $t_2 = \frac{3}{16}s$ چند متر بر ثانیه است؟

صفر (۴)

$6/4$ (۳)

$3/2$ (۲)

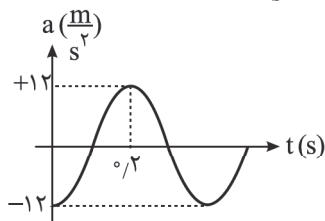
$1/6$ (۱)

محل انجام محاسبه

۶۶- جسمی به فنری متصل و در حال نوسان ساده روی سطح افقی است. در مرکز نوسان ۳۶٪ از جرم جسم از آن جدا می‌شود. در این صورت دامنه و دوره حرکت به ترتیب از راست به چپ چند درصد تغییر می‌کند؟

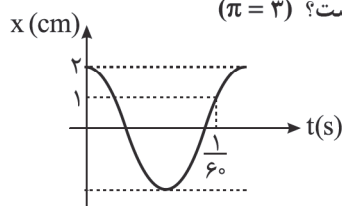
- (۱) ۲۰٪ - ۱۰٪ (۲) ۲۰٪ - ۲۰٪ (۳) ثابت - ۲۰٪ (۴) ثابت - ۲۰٪

۶۷- نمودار شتاب - زمان نوسانگری مطابق شکل است. تندی نوسانگر در هنگام عبور از وضع تعادل چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۰/۲
(۲) ۰/۴
(۳) ۰/۶
(۴) ۰/۸

۶۸- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. بیشینه تندی نوسانگر چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۱/۵
(۲) ۳
(۳) ۴/۵
(۴) ۶

۶۹- جسمی بر روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm حرکت نوسانی ساده دارد. نوسانگر در $t = 0$ در دورترین فاصله از مرکز نوسان است. اگر حداکثر زمان لازم برای طی مسافت ۱۰ cm برابر ۲ s باشد، تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ چند برابر اندازه سرعت متوسط در این بازه زمانی است؟

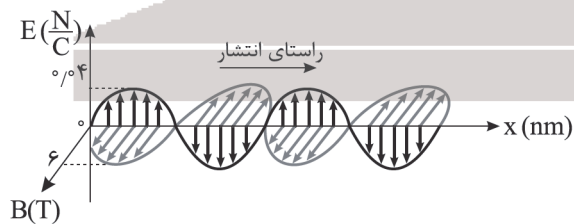
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۷۰- طناب همگن سنگینی مطابق شکل از سقف آویزان است. اگر سر آزاد طناب (نقطه A) با حرکت نوسانی ساده در راستای افقی به نوسان درآید، با پیشروی موج از نقطه A تا نقطه B، طول موج و بسامد موج



- (۱) افزایش - ثابت
(۲) ثابت - ثابت
(۳) کاهش - ثابت
(۴) ثابت - افزایش

۷۱- نمودار موج الکترومغناطیسی مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که میدان الکتریکی آن $\frac{N}{C}$ ۰/۲ می‌باشد، میدان مغناطیسی آن چند تسلا است؟



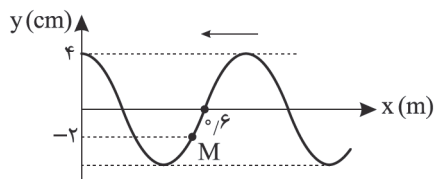
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۰/۲
(۴) ۰/۳

۷۲- تازی به جرم ۱۰۰ g و طول ده متر را با نیروی ۴ N می‌کشیم و در آن امواج عرضی ایجاد می‌کنیم. اگر تار را با بسامد ۲۰۰ Hz به ارتعاش درآوریم فاصله یک قله تا دره مجاور موج چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۷۳- شکل زیر نقش یک موج عرضی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. موج با تندی $10 \frac{m}{s}$ به طرف چپ منتشر می‌شود. در کدام لحظه بر

حساب ثانیه تندی ذره M برای دومین بار بیشینه می‌شود؟



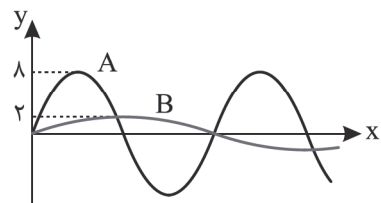
(۱) $\frac{3}{100}$

(۲) $\frac{7}{300}$

(۳) $\frac{3}{50}$

(۴) $\frac{7}{150}$

۷۴- شکل زیر نقش دو موج عرضی A و B را نشان می‌دهد که در یک تار ایجاد شده‌اند. انرژی موج عرضی A چند برابر انرژی موج عرضی



B است؟

(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۳۲

(۴) ۶۴

۷۵- در یک موج عرضی نقاط C و D در $t = 0$ در وضع تعادل هستند و بین آنها دو برآمدگی قرار دارد. اگر در $t = 0.3s$ نقطه C برای سومین بار پس از $t = 0$ در وضع تعادل قرار گیرد، بیشینه فاصله نقاط C و D از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟ (تندی انتشار موج

$25 \frac{m}{s}$ است)

(۴) ۷۵

(۳) 62.5

(۲) ۵۰

(۱) 37.5

۷۶- همه عبارت‌های زیر درست‌اند به جز

- (۱) مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند.
 (۲) چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها همراه آب از پاک‌کننده‌های امروزی استفاده می‌کردند.
 (۳) نیاکان ما پی برده بودند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کرده و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، آسان‌تر تمیز می‌شوند.
 (۴) امروزه امید به زندگی برای بیشتر مردم جهان در حدود هفتاد الی هشتاد سال است.

۷۷- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (آ) با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی شاخص امید به زندگی نیز در جهان افزایش یافته است.
 (ب) اتیلن گلیکول و اوره، می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهند و تفاوت جرم مولی آنها برابر ۲ گرم می‌باشد.
 (پ) چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از پلی‌استرهای بلند زنجیر و اسیدهای چرب (با جرم مولی زیاد) دانست.
 (ت) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسید (OH^-) دارند.
 (ث) آلاینده‌ها موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، نمونه ماده یا یک جسم وجود دارند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟

- (آ) کلویید برخلاف سوسپانسیون پایدار بوده و همانند محلول‌ها همگن می‌باشد.
 (ب) بخش ناقطبی در صابون شامل اتم‌های C و H بوده و چربی دوست و آب‌گریز می‌باشد.
 (پ) دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون نیز بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.
 (ت) میزان چسبندگی لکه چربی روی پارچه نخی در مقایسه با پارچه پلی‌استر بیشتر است.

(۱) آ - پ (۲) ب - ت (۳) آ - ت (۴) ب - پ

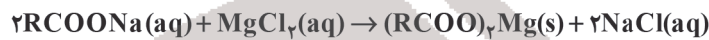
۷۹- جرم مولی صابون‌های $RCOO^-K^+$ و $R'COO^-Na^+$ با هم یکسان است. اگر جرم مولی صابون جامد برابر ۳۰۶ گرم باشد، شمار

اتم‌های H در زنجیر کربنی صابون مایع کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, K = 39 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۳

۸۰- مطابق واکنش زیر ۰/۸ مول صابون جامد در واکنش با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید مقدار ۲۳۶ گرم رسوب تولید نموده است. جرم

مولی اسید چرب به کار رفته در تهیه این صابون کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Mg = 24 : g.mol^{-1}$)



(۱) ۲۷۰ (۲) ۲۸۴ (۳) ۲۹۸ (۴) ۳۱۲

۸۱- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) یکی از پاک‌کننده‌های خورنده مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید است که در واکنش با آب، گاز هیدروژن تولید می‌کند.
 (ب) یکی از عناصر سازنده پاک‌کننده‌های غیرصابونی ماده افزودنی به برخی صابون‌ها می‌باشد.
 (پ) محلول سرکه، جوهر نمک و سود خاصیت اسیدی داشته و کاغذ pH را قرمز می‌کنند.
 (ت) بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند و به آن آسیب نیز می‌رسانند.
 (ث) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک یا آب دریاچه‌ها به آنها آهک ($CaCO_3$) می‌افزایند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست‌اند؟

- (آ) هر چه غلظت یون هیدرونیوم در محلولی بیشتر باشد آن محلول اسیدی‌تر است و pH کمتری دارد.
 (ب) اکسید عنصری که اتم آن دارای ۱۷ الکترون با $I = 1$ می‌باشد در واکنش با آب، اسید تولید می‌نماید.
 (پ) رفتار اسید و باز آرنیوس را می‌توان براساس غلظت یون‌های $H_3O^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ در محلول‌های آبی (نه هر یون مثبت یا منفی) توصیف کرد.
 (ت) در بخش‌های گوناگون زندگی مقادیر متفاوتی از مواد شیمیایی گوناگون مصرف می‌شود که در همه آنها اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) در محلول آمونیاک در آب به دلیل واکنش NH_3 با آب و تولید NH_4OH شمار یونهای NH_4^+ از شمار مولکولهای آمونیاک بیشتر است.

- (ب) در محلول استون در آب غلظت یونهای هیدرونیوم و هیدروکسید با هم برابر است و یک محلول خنثی محسوب می‌شود.
 (پ) براساس مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد، اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.
 (ت) هر مول لیتیم اکسید همانند هر مول کلسیم اکسید در واکنش با مقدار کافی آب تولید دو مول باز قوی می‌نماید.
 (ث) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم می‌توان به کار برد، سنجش رسانایی الکتریکی محلولهای آبی است.

(۱) آ - ب - پ (۲) ب - پ - ث (۳) آ - ت - ث (۴) ب - ت - ث

۸۴- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) محلول پتاسیم کلرید حاوی یونهای $\text{K}^+(\text{aq})$ و $\text{Cl}^-(\text{aq})$ است که با جنبش‌های آزادانه اما نامنظم در سرتاسر آن پراکنده‌اند.
 (ب) رسانایی الکتریکی محلول ۱/۰ مولار در استیک اسید از محلول از مولار فورمیک اسید در دمای اتاق، کمتر است.
 (پ) فلزها و گرافیت (مغز مداد) رسانای جریان برق هستند و به آنها رسانای الکترونی می‌گویند.
 (ت) به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یونهای مثبت و منفی سازنده‌اش تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.
 (ث) اکسیدهایی که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی جامد دارند همگی باز آرنیوس محسوب می‌شوند.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۵- همهٔ عبارتهای زیر درست‌اند، به جز.....

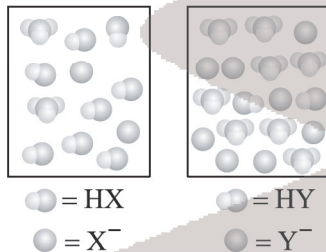
- (۱) برای محلول ۲/۰ مولار اسید ضعیف یا قوی HA در دمای اتاق، غلظت $\text{H}^+(\text{aq})$ و $\text{A}^-(\text{aq})$ یکسان است.
 (۲) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی ضعیف و اغلب آنها قوی هستند.
 (۳) اسیدها را بر مبنای یونشی که در آب دارند در دو دسته قوی و ضعیف جای می‌دهند.
 (۴) کربوکسیلیک اسیدها از جمله اسیدهای ضعیف هستند که تنها هیدروژن گروه کربوکسیل آنها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

۸۶- در محلول اسید ضعیف HA از هر ۶۰۰ مولکول اسید تنها ۳۰ یون تولید شده است. درصد یونش این اسید کدام است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۵ (۴) ۰/۲۵

۸۷- با توجه به شکل زیر چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) در شرایط یکسان رسانای الکتریکی محلول آبی HY از محلول آبی HX کمتر است.
 (ب) HY یک اسید قوی است و می‌تواند اسیدی مانند سولفوریک اسید (H_2SO_4) باشد.
 (پ) هیچ‌کدام از این دو اسید نمی‌توانند از واکنش کربن دی‌اکسید با آب تولید شده باشند.
 (ت) نسبت درجهٔ یونش اسید HY به درجهٔ یونش اسید HX برابر ۵ می‌باشد.



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۸- مقدار ۲/۳۵ گرم اسید ضعیف HA را در آب حل کرده و حجم محلول را با افزودن آب مقطر به ۵۰۰ میلی‌لیتر رسانده‌ایم. اگر غلظت

یون $\text{A}^-(\text{aq})$ در محلول آبی این اسید در دمای اتاق برابر ۰/۰۲ مول بر لیتر باشد، ثابت یونش آن در دمای اتاق کدام است؟

($\text{HA} = ۴۷ : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۵×10^{-3} (۲) ۴×10^{-3} (۳) ۵×10^{-4} (۴) ۴×10^{-2}

۸۹- به m گرم محلول ۵ درصد جرمی سدیم هیدروکسید آب مقطر افزوده و حجم محلول را به ۵۰۰ میلی‌لیتر رسانده‌ایم. اگر pH محلول

حاصل برابر ۱۳/۷ باشد، مقدار m کدام است؟ ($\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Na} = ۲۳ : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبه

۹۰- به ۲۰۰ میلی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با $\text{pH} = 2$ مقدار ۳۰۰ میلی آب مقطر افزوده ایم. نسبت غلظت یون هیدرونیوم در محلول نخست به غلظت یون هیدرونیوم در محلول رقیق شده کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۴ (۳) ۲/۵ (۴) ۴

۹۱- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

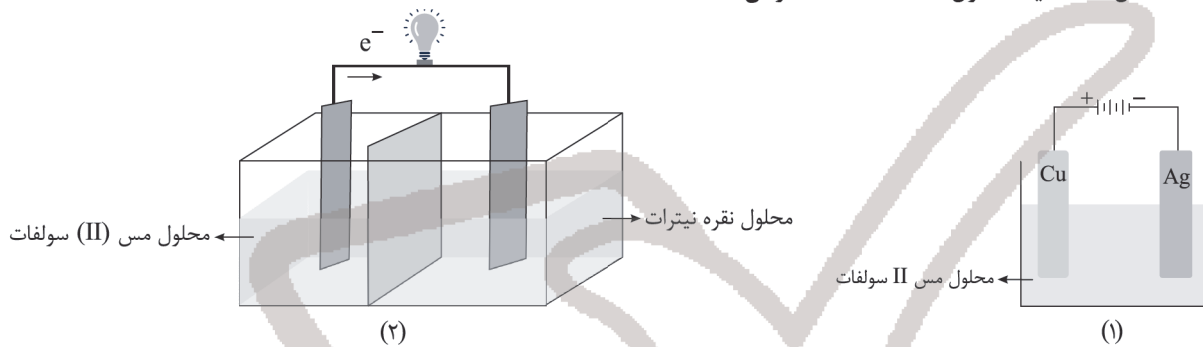
- (آ) یکی از مواد مؤثر در داروهای ضد اسید آلومینیم هیدروکسید است و یک اسید قوی محسوب می شود.
 (ب) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می گیرد، نشان دهنده pH تقریبی آن محلول است.
 (پ) گل ادریسی در خاک اسیدی به رنگ آبی و در خاک بازی به رنگ سرخ شکوفا می شود.
 (ت) در یک واکنش برگشت پذیر که همزمان واکنش های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می شوند، سرانجام مقدار واکنش دهنده ها با فرآورده ها برابر می شود.

(ث) باران اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید در حالی که باران معمولی حاوی کربنیک اسید می باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۲- با توجه به شکل های زیر، چند مورد از موارد زیر جمله داده شده را به درستی کامل می کند؟

«شکل یک سلول است که در آن»



● ۲، گالوانی، تیغه مس آند است و از غلظت محلول نیم سلول آن کاسته می شود.

- ۱، الکترولیتی، با اعمال جریان بیرونی، یک واکنش اکسایش - کاهش در خلاف جهت طبیعی رخ می دهد.
 ● ۲، گالوانی، کاتیون ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت تیغه نقره جریان پیدا می کنند.
 ● ۱، الکترولیتی، نیم واکنش کاهش در آن به صورت $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

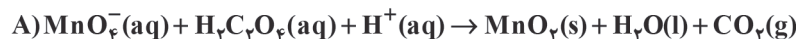
۹۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در همه واکنش های اکسایش - کاهش علاوه بر آزاد شدن انرژی، الکترون هم داد و ستد می شود.
 (۲) نیم واکنش کاهش در فرایندی که در گذشته به عنوان منبع نور برای عکاسی استفاده می شود به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{e}^{-} \rightarrow 2\text{O}^{2-}(\text{s})$ است.

(۳) با قرار دادن دو تیغه مسی درون میوه ای مانند لیمو می توان یک لامپ LED را روشن کرد.

(۴) همه فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می کنند.

۹۴- با توجه به واکنش های زیر، چند مورد از موارد بیان شده نادرست است؟



● در واکنش (A) انجام واکنش سبب کاهش pH محلول می شود.

● در واکنش (B) عدد اکسایش اتم های هیدروژن و اکسیژن بدون تغییر می ماند.

● در واکنش (B) اتم روی اکسید شده و کاهنده است.

● در واکنش (A) هر اتم منگنز سه واحد اکسایش می یابد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

۹۵- با توجه به نیم‌واکنش‌های داده شده، مقایسه قدرت کاهندگی گونه‌ها در کدام گزینه آمده است؟

- a) $\text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}(\text{s})$ $E^\circ = -1,67\text{V}$
 b) $\text{Ni}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ni}(\text{s})$ $E^\circ = -0,25\text{V}$
 c) $\text{CO}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{CO}(\text{s})$ $E^\circ = -0,27\text{V}$
 d) $\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}(\text{s})$ $E^\circ = -1,18\text{V}$
 e) $\text{Pd}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pd}(\text{s})$ $E^\circ = 0,91\text{V}$
- ۱) $a > c > d > b > e$ ۲) $a > d > c > b > e$ ۳) $e > b > c > d > a$ ۴) $d > c > b > a > e$

۹۶- اگر در سلول گالوانی (Al-Fe)، $1,806 \times 10^{22}$ الکترون از طریق مدار بیرونی جابه‌جا شود، میزان افزایش جرم تیغه آهنی چند گرم است و برای به دست آوردن این مقدار آهن، چند گرم آلومینیم باید در واکنش ترمیت مصرف شود؟

($\text{Fe} = 56$, $\text{O} = 16$, $\text{Al} = 27$: g.mol^{-1})

- $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 2\text{Al} \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{Fe}$ $E^\circ(\text{Al}^{3+}/\text{Al}) = -1,66\text{V}$, $E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44\text{V}$
- ۱) $0,405$, $0,168$ ۲) $0,810$, $0,336$ ۳) $0,810$, $0,168$ ۴) $0,405$, $0,840$

۹۷- کدام موارد در رابطه با «سلول نور الکتروشیمیایی» درست است؟

- آ) در این سلول Si کاتد است و ضمن کار کردن سلول، در اطراف آن یون هیدرونیوم تولید می‌شود.
 ب) در این سلول از منابع تجدیدپذیر استفاده می‌شود و برخی استفاده از آن را برای تولید گاز هیدروژن مناسب می‌دانند.
 پ) از جمله مزایای سلول نورالکتروشیمیایی می‌توان به داشتن emf کم اشاره کرد.
 ت) در این سلول یکی از الکترودها نیمه‌رسانا بوده و با تابش نور الکترون‌های آن برانگیخته می‌شوند.
- ۱) ب و پ ۲) آ و پ ۳) آ و ت ۴) ب و ت

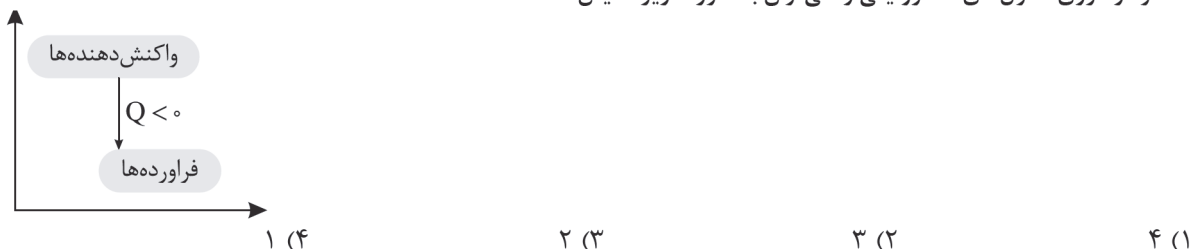
۹۸- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در سلول سوختی نسبت به نیروگاه‌ها اتلاف انرژی کمتر و کارایی و بازده بیشتر است.
 ۲) استفاده از سلول سوختی آلایندگی کمتری را وارد محیط زیست می‌کند و ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
 ۳) نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت $2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2(\text{g})$ می‌باشد.
 ۴) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، آند و کاتد هر دو متخلخل هستند و H_2 و O_2 در آنها نفوذ می‌کنند.
- ۹۹- چند مورد از عبارت‌های بیان شده در رابطه با «خوردگی آهن» درست است؟

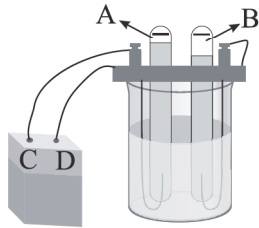
- در ابتدا بخشی از سطح آهن به عنوان آند مطابق واکنش $\text{Fe}(\text{s}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^-$ به Fe^{2+} اکسایش می‌یابد.
 - فرآورده حاصل از کاهش مولکول‌های اکسیژن در کاتد یون‌های هیدروکسید می‌باشد.
 - غلظت اکسیژن در این فرایند در اطراف پایگاه کاتدی کم است.
 - مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش تبدیل $\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s})$ به $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ در این فرایند برابر ۱۷ می‌باشد.
 - زنگ زدن و خوردگی آهن در محیط مرطوب رخ می‌دهد.
- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

۱۰۰- چند مورد از عبارت‌های بیان شده درست است؟

- در فرایند حال آند و کاتد از جنس گرافیت است و الکترولیت مورد استفاده در آن حاوی آلومینیم اکسید مذاب است.
- در فرایند حال الکترودی که نقش آند را ایفا می‌کند بی‌اثر نیست و در واکنش شرکت می‌کند.
- افزودن مقداری کلسیم کلرید به سدیم کلرید ذوب سدیم کلرید را تا 587°C پایین می‌آورد.
- نمودار انرژی سلول‌های الکترولیتی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

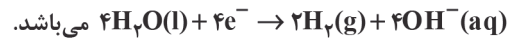


محل انجام محاسبه



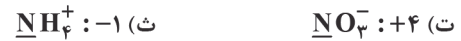
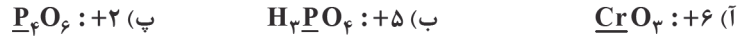
۱۰۱- کدام موارد از عبارتهای بیان شده در رابطه با «فرایند برقکافت آب» نادرست است؟

- (آ) در برقکافت آب، محیط اطراف آند اسیدی و محیط اطراف کاتد بازی است.
 (ب) با توجه به شکل A و B به ترتیب $H_2(g)$ و $O_2(g)$ هستند.
 (پ) C و D به ترتیب قطبهای مثبت و منفی باتری هستند که توسط سیمهایی جریان را به آب منتقل می‌کنند تا به عناصر سازنده‌اش تجزیه شود.
 (ت) در این فرایند نیم‌واکنش اکسایش در قطب مثبت رخ می‌دهد و به صورت



(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) ب و ت (۴) آ و پ

۱۰۲- در چند مورد عدد اکسایش اتم نشان داده شده نادرست است؟



(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۰۳- ۳۲٫۵۵ گرم از آلیاژ نقره و روی را داخل محلول هیدروکلریک اسید می‌اندازیم. اگر چگالی گاز حاصل از انجام واکنش برابر $0.12 g.L^{-1}$ باشد و در پایان واکنش $4/5$ لیتر گاز آزاد شود، درصد جرمی نقره به تقریب کدام است؟ ($Ag = 108, Zn = 65 : g.mol^{-1}$)

($E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0.76V, E^\circ(Ag^+/Ag) = 0.80V$)



(۱) ۱۵

(۲) ۵۴

(۳) ۴۶

(۴) ۴۰

۱۰۴- تیغه‌ای از جنس فلز روی را درون محلول مس (II) سولفات وارد می‌کنیم. اگر طی این واکنش 28528 کولن بار الکتریکی مبادله شود، جرم تیغه چند گرم تغییر می‌کند؟ (فرض کنید تمامی یونهای کاهش یافته بر روی تیغه رسوب می‌کنند و بار الکتریکی هر الکترون را 1.6×10^{-19} کولن در نظر بگیرید. ($Zn = 65, Cu = 64 : g.mol^{-1}$))

(۱) $13/2$ (۲) $0/2$ (۳) 13 (۴) $12/8$

۱۰۵- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با گزاره زیر هم‌ارزش است؟

«در فرایند آبکاری با توجه به E° فلز پوشاننده، آند و کاتد مشخص می‌شود.»

(۱) الکترولیت مورد استفاده در فرایند آبکاری باید دارای یونهای فلز پوشاننده باشد.

(۲) غلظت محلول الکترولیت در فرایند آبکاری افزایش می‌یابد و این فرایند در سلولهای الکترولیتی رخ می‌دهد.

(۳) اگر بخواهیم یک قاشق فولادی را با فلز مس آبکاری کنیم، قاشق به قطب منفی و الکتروود مس به قطب مثبت باتری متصل خواهد بود.

(۴) در آبکاری یک جام فلزی با فلز M، واکنش کلی سلول به صورت (کاتد و M(s) → (آند و M(s) خواهد بود.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۸
هی ماه ۱۴۰۲

دوازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	نیکا موسوی - نیما اشرف نیا	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	مهرداد شریف - سینا پرهیزکار
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - مسعود طایفه	مهرداد شریف - نیما اشرف نیا
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرت الله افاضل - مهدی مظلومی	محمد رضا خادمی - مطهره رضازاده
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره - هادی مهدی زاده	محمد مهدی صوفیان - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی قرار است انقباض افقی و انبساط قائم داشته باشیم، آنگاه:

$$y - \frac{y}{f} f\left(\frac{f}{k}x\right) - \frac{y}{f} k f\left(\frac{f}{k}x\right), \quad k, k' > 1$$

تنها گزینه قابل قبول، گزینه ۳ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۷ و ۹)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f(2-x) \xrightarrow{\text{قرینه به مبدأ}} y = -f(2+x)$$

بازتاب نسبت به $x=1$

$$\Rightarrow y = -f(2+(2-x)) \Rightarrow y = -f(4-x)$$

$$y = -f(4-x) = -x^2 + 8x + 12$$

$$\Rightarrow f(4-x) = x^2 - 8x - 12 = (x-4)^2 - 28$$

$$\Rightarrow f(4-x) = (4-x)^2 - 28 \Rightarrow f(x) = x^2 - 28$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = (x-1)^2 + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-1}$$

$$y = 1 - f^{-1}(x-1) = 1 - (1 + \sqrt{x-2}) = -\sqrt{x-2}$$

باید نمودار را دو واحد به چپ انتقال دهیم و نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x} + a}{\frac{1}{x} + b} = \frac{ax + 1}{bx + 1}$$

$$\begin{cases} \text{۳ واحد راست} \\ \text{۲ واحد پایین} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{a(x-3) + 1}{b(x-3) + 1} - 2$$

$$\begin{cases} x = \frac{3b-1}{b} = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{3} \\ y = \frac{a}{b} - 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

برای یافتن باقیمانده $\text{fog}\left(\frac{1}{2}\right)$ بر $2x-1$ باید $\text{fog}\left(\frac{1}{2}\right)$ را به دست آوریم:

$$g(x) = \frac{(2x^2 - 3x + 1)q_1(x) + 2x + 1}{(x-1)(2x-1)}$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$f(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)q_2(x) + 2 - 3x}{(x-2)(x-1)}$$

$$\Rightarrow f(2) = -4$$

$$\Rightarrow \text{fog}\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) = -4 \Rightarrow r = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

تابع $y = \sin x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ اکیداً یکنواست، پس تابع

$y = \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً یکنواست. حداکثر α برابر ۱ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۷. گزینه ۱ صحیح است.

در نقطه $x=0$ نمودار تابع نزولی است، پس می توان a را منفی و b را مثبت فرض کرد (و یا بالعکس):

$$f_{\min} = 2 + a = -2 \Rightarrow a = -4$$

$$f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2 - 4 \sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}b - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}b - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{2}b - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-4}{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} = -\frac{8}{\sqrt{\pi}}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

دو طرف معادله را بر $\cos^2 x$ تقسیم می کنیم:

$$1 - 3 \cos^2 x = \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 3 \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 x - 3 = \tan x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - \tan x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \\ \tan x = 2 \Rightarrow x = \alpha, \pi + \alpha \end{cases}$$

$$\text{جمع جواب ها: } 2\alpha + \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \cot(2\alpha + \frac{7\pi}{4})$$

$$\Rightarrow \cot(2\alpha + \frac{7\pi}{4}) = -\tan 2\alpha = -\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = -\frac{4}{1-4} = \frac{4}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\tan 3x = -\tan x = \tan(-x) \quad (\cos x \neq 0)$$

$$\Rightarrow 3x = -x + k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$$

اما جواب $x = \frac{\pi}{2}$ قابل قبول نیست. ($\cos x \neq 0$)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

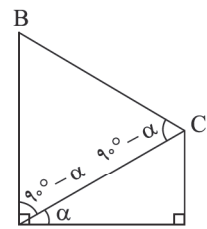
۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\beta = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$$

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{2}{8} \Rightarrow \frac{\tan \alpha}{\tan 2\alpha} = \frac{2}{8}$$

$$\Rightarrow 3 \times \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = 8 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - \tan^2 \alpha = \frac{2}{3}$$



$$\Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha < 90^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{24} \Rightarrow CD = 12$$

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

مخرج کسر ریشه مضاعف $x = a$ دارد و در ضمن $b < 0$ است.

$$9bx^2 - 6x + b = 9b(x-a)^2 = 9bx^2 - 18bax + 9ba^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6 = -18ba \\ b = 9ba^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3a} \\ a^2 = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b = -\frac{4}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۱)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x \cos\left(\frac{\pi x + b}{2x + 2}\right)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x + b}{2x + 2}\right)) \quad (1)$$

کمان به صفر نزدیک می شود.

$$(1) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (x \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x + b}{2x + 2}\right))$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (x \left(\frac{\sqrt{2}x + \sqrt{2}\pi - \sqrt{2}\pi x - \sqrt{2}b}{2(\sqrt{2}x + 2)}\right)) = \frac{\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}b}{4} = \frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow 16\pi - 16b = 4\pi \Rightarrow 16b = 12\pi \Rightarrow b = \frac{3\pi}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

مجانبات افقی و $y = -1$ ریشه مضاعف مخرج، $x = 2$ است.

$$y = \frac{ax^2 + 2a}{b(x-2)^2} = \frac{ax^2 + 2a}{bx^2 - 4bx + 4b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -1 \\ -4b = 8 \\ 4b = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = -8 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 6}{-2(x-2)^2}$$



$$A(A-I) = I \Rightarrow A^2 - A = I \Rightarrow A^2 = A + I \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$BA^T C = D$ با توجه به (۱) و رابطه مسأله داریم:
چون $|B| = 8$ و $|C| = 1$ پس B و C وارون پذیرند.

$$A^2 = B^{-1} D C^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی دستگاه اولیه جواب ندارد، یعنی:

$$\frac{\log a}{\log a^2} = \frac{1}{\log_a 10} \neq \frac{2}{a}$$

از طرفی در لگاریتم می‌دانیم: $\log a^m = m \log a$ پس: $\log_b a \times \log_a b = 1$

$$\log_{10} a \times \log_a 10 = 2 \log_{10} a \Rightarrow \frac{1}{2} = \log_{10} a \Rightarrow a = \sqrt{10}$$

ماتریس B اسکالر است و $b_{11} = a^2 = 10$ ، پس:

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 10^2 \Rightarrow |B^{-1}| = \frac{1}{|B|} = \frac{1}{10^2}$$

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{10}x + 10 \cdot y = 10^8 \\ \frac{1}{10}x + 10 \cdot y = 10^8 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 10 \cdot x - \frac{1}{10}y = 10^{-4} \\ 10 \cdot x - \frac{1}{10}y = 10^{-4} \end{cases} \xrightarrow{\times 10^4} \begin{cases} 10^5 x - 10^5 y = 10^0 \\ 10^5 x - 10^5 y = 10^0 \end{cases}$$

دو معادله را با هم جمع می‌کنیم.

$$\frac{1}{10}x + 10^6 x = 10^8 + 1 \Rightarrow \frac{1+10^6}{10}x = 10^8 + 1 \Rightarrow x = 10^0$$

$$x = 10^0 \xrightarrow{\text{در (1)}} \frac{1}{10} \times 10^0 + 10 \cdot y = 10^8$$

$$y = \frac{10^8 - 1}{10}$$

کمترین مقدار مجهول $x = 10^0$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۳۱)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$t = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} |A| = -10t \\ |B| = 3t \end{cases}$$

$$|A^T B^{-1}| = (t)(3)(5) = 30$$

$$|A^T B^{-1}| = |A^T| |B^{-1}| = 30 \Rightarrow (-10t) \times \frac{1}{3t} = 30$$

$$\Rightarrow 10 \cdot t = 90 \Rightarrow t = \frac{9}{10} \xrightarrow{|A| = -10t} |A| = -9$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

دترمینان‌های A و B را حساب می‌کنیم. ماتریس B بالا مثلثی است که دترمینان آن حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی است. از طرفی می‌دانیم که $|kA_{n \times n}| = k^n |A|$ ، $|I| = 1$

$$|A| = 2(2+6) - 3(1+3) + 4(-2+2) = 4$$

$$|B| = (a)(-1)(a-1) = -a^2 + a$$

$$|2I| |B| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow (2^3)(-a^2+a) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

پس:

$$2(-a^2+a) = -2 \Rightarrow 3a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها در معادله درجه دوم} = -\frac{-3}{3} = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 3}{-x^2 + 4x - 4}$$

$$f(x) - (-1) = \frac{4x-1}{-x^2+4x-4}$$

در $+\infty$ حاصل کسر بالا منفی است، پس f زیر مجانب است و در $-\infty$ به طور مشابه نمودار f بالای مجانب است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{b}{a}x + 2 \\ g(x) = -\frac{c}{a}x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f^{-1}(x) = -\frac{b}{c}x + b \\ g^{-1}(x) = -\frac{a}{c}x + a \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{-\frac{b}{c}x + b + (-\frac{a}{c}x + a)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{-(\frac{a+b}{c})x + a+b}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{-(\frac{a+b}{c})(x-2)} = \frac{1}{0^- \times (a+b)} = -\infty$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} > 0 \Rightarrow a+b > 0 \Rightarrow a > |b|$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه صورت کسر، تغییر علامت می‌دهد، پس فقط کافی است نقاط $x=2$ و $x=3$ را بررسی کنیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} y = \frac{\cos 2\pi}{0^+} = -\infty \text{ غ ق ق} \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} y = \frac{\cos 2\pi}{0^+} = +\infty \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \frac{\cos 2\pi}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \frac{\cos(\pi)}{0^+} = -\infty$$

پس $x=2$ قابل قبول است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

هندسه

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا درایه‌های دو ماتریس A و B را به دست می‌آوریم.

$$A = [i]_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = [j]_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$2A - B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{7}{2} & \frac{17}{3} \\ 2 & 7 & \frac{34}{3} \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون سوم این ماتریس $17 + \frac{34}{3} = 17$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۵)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$IA = AI = A$ ، ماتریس I عضو خنثی عمل ضرب ماتریس‌ها است و همچنین داریم $I^n = I$

$$A^2 = A - I \xrightarrow{\times A} A^3 = A^2 - AI \Rightarrow A^3 = A^2 - A$$

$$A^2 = (A - I) - A = -I \Rightarrow A^3 = -I \xrightarrow{\text{توان ۴}} A^4 = I$$

$$A^{12} = (-I)^4 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1+1=2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

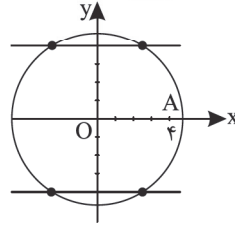
۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

ماتریس‌های A و B را وارون هم می‌گوییم هرگاه $AB = I$ باشد و برعکس.



۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$OA = 4 \Rightarrow S_{\triangle OBA} = \frac{h \times f}{2} = 8 \Rightarrow h = 4$$



مکان هندسی نقاطی که از OA به فاصله ۴ باشد دو خط موازی است که فاصله هر کدام از OA، ۴ است. از طرفی مکان هندسی نقاطی که از O به فاصله ۵ باشد، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع ۵ است.

چون شعاع از ارتفاع بیشتر است، پس دو خط موازی را در ۴ نقطه قطع می‌کند. (هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا ضرب x^2 و y^2 باید با هم برابر باشند سپس معادله دایره را مرتب می‌نویسیم:

$$m^2 = 9 \Rightarrow m = 3 \text{ یا } -3$$

$$m = 3 \Rightarrow 9x^2 + 9y^2 - 18x + 36y + n^2 - 1 = 0$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y + \frac{n^2 - 1}{9} = 0$$

$$R = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4(\frac{n^2 - 1}{9})}}{2} = \frac{\sqrt{20 - 4(\frac{n^2 - 1}{9})}}{2} = \sqrt{5 - \frac{n^2 - 1}{9}}$$

$$m = -3 \Rightarrow 9x^2 + 9y^2 + 18x + 36y + n^2 - 1 = 0$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2x + 4y + \frac{n^2 - 1}{9} = 0$$

$$R = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4(\frac{n^2 - 1}{9})}}{2} = \sqrt{5 - \frac{n^2 - 1}{9}}$$

پس در دو حالت مختلف m شعاع‌ها برابر است. از طرفی زمانی دایره وجود دارد که زیر رادیکال مثبت باشد:

$$5 - \frac{n^2 - 1}{9} > 0 \Rightarrow 45 - n^2 + 1 > 0 \Rightarrow 46 - n^2 > 0 \Rightarrow n^2 < 46$$

$$\Rightarrow |n| < \sqrt{46} \Rightarrow -6, \dots < n < 6, \dots \Rightarrow -6 \leq n \leq 6$$

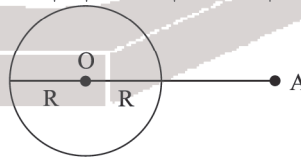
$$6 - (-6) + 1 = 13$$

تعداد مقادیر صحیح n برابر است با: (هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

اول مرکز و شعاع دایره را پیدا می‌کنیم.

$$O(-\frac{2}{3}, \frac{k}{3}) = (-1, \frac{k}{3}), R = \frac{1}{3} \sqrt{3^2 + (-k)^2 - 4(0)} = \frac{1}{3} |k|$$



اگر فاصله A (خارج دایره) از مرکز دایره برابر d باشد، کمترین فاصله A از دایره برابر d - R و بیشترین فاصله A از دایره برابر d + R است. بنابراین:

$$OA = d = \sqrt{(3+1)^2 + (4 - \frac{k}{3})^2}$$

از طرفی ضرب دورترین و نزدیکترین فاصله A از دایره، ۲۴ است، پس:

$$(d - R)(d + R) = 24 \Rightarrow d^2 - R^2 = 24 \Rightarrow 4^2 + (4 - \frac{k}{3})^2 - \frac{1}{9}k^2 = 24$$

$$\Rightarrow 16 + 16 - 4k + \frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{9} = 24 \Rightarrow -4k = 24 - 32 \Rightarrow k = 2$$

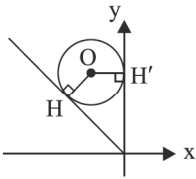
(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

دایره به مرکز $O \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ بر محور lها مماس است، پس $\alpha = -R$ یعنی

$\alpha = -2$ است، پس مرکز دایره $O \begin{pmatrix} -2 \\ \beta \end{pmatrix}$ است. در ضمن فاصله O تا

خط $y = -x$ (نیمساز ناحیه دوم) برابر شعاع دایره یعنی ۲ است.



$$OH = 2 \Rightarrow \frac{|2 - \beta|}{\sqrt{1+1}} = 2 \Rightarrow |2 - \beta| = 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2 - \beta = 2\sqrt{2} \Rightarrow \beta = 2 - 2\sqrt{2} \\ 2 - \beta = -2\sqrt{2} \Rightarrow \beta = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

مرکز O در ناحیه دوم قرار دارد پس باید عرض آن مثبت باشد بنابراین:

$$O \begin{pmatrix} -2 \\ 2 + 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

در نتیجه فاصله مرکز O تا محور xها برابر $2 + 2\sqrt{2}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا مرکز دایره را پیدا می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{-2} \\ m_{AC} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5}{5} = 1 \\ m_{BC} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{m_{BC}}$$

$$\Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

بنابراین AC قطر دایره محیطی مثلث ABC است پس مرکز دایره

$$O = \frac{A+C}{2} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

وسط AC است.

پس شیب خط مماس بر دایره در رأس B، عکس و قرینه شیب OB است.

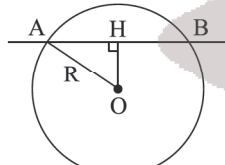
$$m_{OB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1+3}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = 7 \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = -\frac{1}{7}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 3 = -\frac{1}{7}(x - 0)$$

$$\Rightarrow x + 7y + 21 = 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.



فرض کنید خط $5x + 12y = 15$ دایره به مرکز $O(1, 2)$ را در وتر AB به طول $2\sqrt{21}$ قطع کرده باشد، داریم:

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5 + 24 - 15|}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{14}{13}$$

$$= \frac{26}{13} = 2$$

$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{21}}{2} = \sqrt{21}$$

$$OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow R^2 = 4 + 21 = 25 \Rightarrow R = 5$$

پس معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25 \xrightarrow{\text{برخورد با محور y ها}} 1 + (y-2)^2 = 25$$

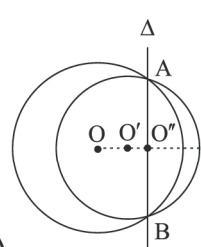
$$\Rightarrow (y-2)^2 = 24$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-2 = 2\sqrt{6} \Rightarrow y = 2 + 2\sqrt{6} \\ y-2 = -2\sqrt{6} \Rightarrow y = 2 - 2\sqrt{6} \end{cases}$$

مسلماً تفاضل مقادیر y برابر طول وتر جدا شده روی محور lها است پس طول وتر خواسته شده برابر $4\sqrt{6}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.



مرکز دایره‌ای که AB قطر آن باشد، وسط AB است؛ از طرفی خط‌المركزین عمود منصف AB است، پس مرکز این دایره روی راستای خط‌المركزین نیز قرار دارد.



۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم در هم‌نهشتی به پیمانه m ، مجموعه \mathbb{Z} به m دسته هم‌نهشتی افزاز می‌شود. بنابراین داریم:

$$(23a45)^{11} \equiv (5-4+a-3+2)^{11} \equiv 5 \Rightarrow a^{11} \equiv 5$$

$$0 \leq a \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ \text{یا} \\ a=7 \end{cases}$$

$$\forall \lambda \in [2]_4 \Rightarrow \forall \lambda \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7 + \lambda + a + b \equiv 2 \Rightarrow a + b \equiv 5$$

$$\xrightarrow{a=4} b \equiv 1 \xrightarrow{0 \leq b \leq 9} b=1 \Rightarrow \text{مجموع مقادیر } b = 8$$

$$\xrightarrow{a=7} b \equiv 7 \Rightarrow b=7$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم برای هر $n \in \mathbb{N}$ و $a, b \in \mathbb{Z}$ ، همواره $(a+b)^n \equiv a^n + b^n$ برقرار است. با توجه به نکته بالا داریم:

$$3^{2n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n \equiv (\lambda + 9)^n \Rightarrow 8^n + 9^n \equiv 17^n \Rightarrow 17^n \equiv 1$$

$$17^2 \equiv 289 \equiv 1 \Rightarrow (17^2 \equiv 1)^k \Rightarrow 17^{2k} \equiv 1$$

$$\Rightarrow n = 2k \Rightarrow 2k \in \{4, \dots, 50\} \Rightarrow 4 \leq 2k \leq 50 \Rightarrow 2 \leq k \leq 25$$

$$\Rightarrow n \text{ تعداد } = 25 - 2 + 1 = 24$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

روش اول:

$$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \\ [a, b] = a'b'd \end{cases} \Rightarrow a'd + d = a'b'd \Rightarrow a' + 1 = a'b'$$

$$\Rightarrow 1 = a'(b' - 1) \Rightarrow \begin{cases} a' = 1 \\ b' - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 1 \\ b' = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = a'd = d \\ b = b'd = 2d \end{cases} \Rightarrow a + b = 3d = 192 \Rightarrow d = 64$$

$$\Rightarrow |a - b| = |d - 2d| = d = 64$$

$$a + (a, b) = [a, b]$$

روش دوم:

می‌دانیم $a \mid [a, b]$ پس $a \mid a + (a, b)$ حال داریم:

$$\begin{cases} a \mid a + (a, b) \\ a \mid -a \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} a \mid (a, b)$$

از طرفی $a \mid (a, b)$ پس $(a, b) = a$ می‌باشد.

$$(a, b) = a \Rightarrow a \mid b \Rightarrow [a, b] = b$$

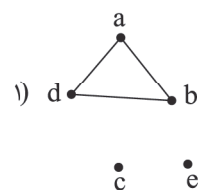
$$\Rightarrow a + (a, b) = [a, b] \Rightarrow a + a = b \Rightarrow b = 2a$$

$$a + b = 192 \Rightarrow 3a = 192 \Rightarrow a = 64, b = 128$$

$$\Rightarrow |a - b| = 64$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.



۱) حالت ۳ \rightarrow یال‌های cd, bc هر دو با هم نباید رسم شوند.

۲) حالت \rightarrow یال be

حالت $\rightarrow 3 \times 2 = 6$

$$C: O \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \end{vmatrix}, C': O' \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow OO': y = -2(x-3) \Rightarrow y = 6-2x$$

$$\Delta: C - C' = 0 \Rightarrow \Delta: -2x + 4y = -2$$

$$\Rightarrow 2y = x - 1$$

معادله وتر مشترک C و C'

از تقاطع وتر مشترک دو دایره و خط مرکزین، مرکز دایره‌ای به قطر AB به دست می‌آید.

$$O'': \begin{cases} 2y = x - 1 \\ y = 6 - 2x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{13}{5}, y = \frac{7}{5}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۴ و ۳۶)

ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$y \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{x^5 + 3}{x^2 + 1} \in \mathbb{N} \Rightarrow x^2 + 1 \mid x^5 + 3$$

$$\xrightarrow{\frac{x^2+1=0}{x^2=-1}} \text{با استفاده از روش کاهش درجه} \rightarrow x^2 + 1 \mid (x^2)^2 x + 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 \mid (-1)^2 x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \mid x + 3 \\ x^2 + 1 \mid x^2 + 1 \end{cases} \xrightarrow{\times(-x)} x^2 + 1 \mid -3x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \mid -3x + 1 \\ x^2 + 1 \mid x + 3 \end{cases} \xrightarrow{\times(3)} x^2 + 1 \mid 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10 \xrightarrow{\text{در ربع دوم}} x < 0 \rightarrow x = -1, -2, -3$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع دوم}} y > 0 \rightarrow y = 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 135q + r, 0 \leq r < 135 \\ r + 2q = 1 \Rightarrow r = 1 - 2q \Rightarrow 0 \leq 1 - 2q \leq 135 \Rightarrow -44 \leq q \leq 0 \end{cases}$$

\rightarrow حالت ۴۵

$$a - 3 \equiv 10 \Rightarrow a \equiv 13 \Rightarrow 135q - 3q + 1 \equiv 13 \Rightarrow 132q \equiv 12$$

$$\xrightarrow{\frac{+12}{(12, 132)=12}} 11q \equiv 1 \rightarrow q \equiv -1 \rightarrow q = 4q' - 1$$

$$\Rightarrow -44 \leq 4q' - 1 \leq 0 \Rightarrow -10 \leq q' \leq 0 \rightarrow$$

$$\text{حالت ۱۱}$$

احتمال مورد نظر $= \frac{11}{45}$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۹)

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

۱) اگر $x = 2 + \sqrt{2}$ و $y = 1 + \sqrt{2}$ باشد، گنگ $x + y = 3 + \sqrt{2}$ است.

۲) اگر $x = 2 - \sqrt{2}$ و $y = 3 + \sqrt{2}$ ، آنگاه $x + y = 5$ است.

۳) $x = 5 - \sqrt{3}$ و $y = 6 + \sqrt{3}$ هر دو گنگ اما مجموع آنها گویا است.

۴) می‌دانیم $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$ ، چون $x - y$ گویا و $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ گنگ است، پس $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ هم باید گنگ باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵ و ۶)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} x \in [0]_4 \Rightarrow 4 \mid x \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} x = 4a \\ y \in [0]_7 \Rightarrow 7 \mid y \xrightarrow{b \in \mathbb{Z}} y = 7b \end{cases} \Rightarrow x + y = 4a + 7b = 51$$

$$\Rightarrow 4a + 7b \equiv 51 \xrightarrow{\frac{7 \equiv -1}{51 \equiv 3}} -b \equiv 3 \Rightarrow b \equiv -3 \Rightarrow \begin{cases} b = 4k - 3 \\ a = -7k + 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4a = -28k + 72 \\ y = 7b = 28k - 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow -28k + 72 \geq 0 \Rightarrow \frac{72}{28} \leq k \leq \frac{72}{28} \\ y \geq 0 \Rightarrow 28k - 21 \geq 0 \Rightarrow \frac{21}{28} \leq k \leq \frac{72}{28} \end{cases} \Rightarrow k = 1, 2$$

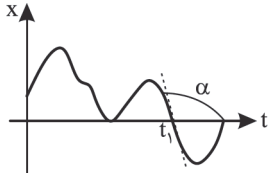
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)



فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

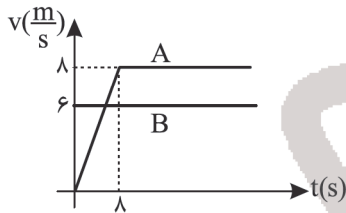
وقتی نمودار از محور xها عبور می‌نماید جهت بردار مکان عوض می‌شود و شیب نمودار نشانگر مقدار و علامت بردار سرعت است پس در لحظه t_1 از مبدأ عبور نموده و زاویه نمودار با جهت مثبت محور t منفرجه است. در نتیجه خلاف جهت محور xها حرکت نموده است. متحرک از صفر تا t_1 ، ۲ بار جهت حرکتش را عوض کرده است چون در بازه صفر تا t_1 جهت حرکت عوض شده است. تندی متوسط و سرعت متوسط یکسان نمی‌باشند. همچنین جابه‌جایی بین صفر تا t_1 منفی است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۹)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با اندازه جابه‌جایی است:



$$\Delta x_B = 6t, \Delta x_A = \frac{(t+t-8) \times 8}{2} = 4t - 32$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + 10 \Rightarrow 4t - 32 = 6t + 10 \Rightarrow 2t = 42 \Rightarrow t = 21 \text{ (s)}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

کافی است کل مسیر را ۳ متر، $d_1 = 1 \text{ m}$ ، $d_2 = 2 \text{ m}$ و $d = 3 \text{ m}$ فرض نماییم:

$$t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{1}{1}$$

و بعد برای قسمت دوم:

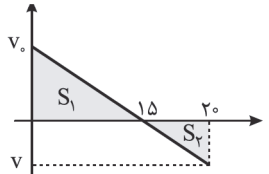
$$d_2 = v_2 t + v_2 t \Rightarrow t = \frac{2}{1.5 + 2.5} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = 2t = \frac{1}{1}$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} = \frac{1 + 2}{1 + 1} = \frac{3}{2} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم، اگر حداکثر مکان در $t = 15 \text{ s}$ باشد، نمودار سرعت زمان به صورت شکل زیر است:



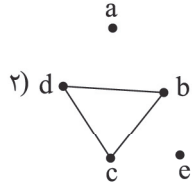
$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{15}{5}\right)^2 \Rightarrow S_1 = 9S_2$$

می‌دانیم سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با اندازه جابه‌جایی است.

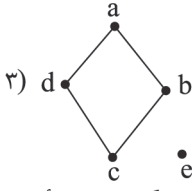
$$S_1 = 9S_2 \Rightarrow |-x_2 - x_1| = 9|x_1| \Rightarrow x_1 + x_2 = 9x_1 \Rightarrow x_2 = 8x_1$$

$$\left|\frac{x_2}{x_1}\right| = 8$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



حالت ۳ → یال‌های ab, ad هر دو با هم نباید رسم شوند.
حالت ۲ → یال be
حالت ۶ → $3 \times 2 = 6$



حالت ۲ → یال be
 $14 = 6 + 6 + 2 =$ تعداد زیرگراف‌های مورد نظر
(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

در هر گراف k - منظم، هر یال با $2(k-1)$ یال مجاور است. پس داریم:
 $2(k-1) = 10 \Rightarrow k-1 = 5 \Rightarrow k = 6$

پس گراف G ، 6 - منظم از مرتبه p است. می‌دانیم $q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2}$
بنابراین:

$$\frac{6 \times p}{2} + 9 = \binom{p}{2} \Rightarrow 3p + 9 = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 6p + 18 = p^2 - p \Rightarrow p^2 - 7p - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (p-9)(p+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = -2 \\ p = 9 \end{cases}$$

غ ق $p = 9$
 \Rightarrow تعداد یال $k_9 = \binom{9}{2} = 36$
(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۵)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

گرافی که از هر رأس آن به رأس دیگرش یک مسیر به طول یک دارد، گراف کامل است. پس گراف G گراف کامل از مرتبه p بوده و داریم:

$$3 = \text{تعداد دور به طول } 3 = \binom{p}{3} \times \frac{(p-1)!}{3} = \binom{p}{3} = 35 \Rightarrow p = 7$$

$$4 = \text{تعداد دور به طول } 4 = \binom{7}{4} \times \frac{(7-1)!}{4} = 35 \times 3 = 105$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

تعریف مورد نظر مربوط به گراف p_n است، از طرفی تعداد کل مسیرها در گراف p_n برابر است با: $\binom{n}{2} + n$ ، داریم:

$$\binom{10}{2} + 10 = 45 + 10 = 55$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

با رئوس $\{V_1, V_2, \dots, V_p\}$ ، گراف $2 \binom{p}{2}$ مختلف می‌توان ساخت.

$$2 \binom{p}{2} = 2 \times 3^9 = 2^45 \Rightarrow \binom{p}{2} = 45 \Rightarrow p = 10$$

تعداد گراف‌های q یاله از رابطه $\binom{p}{q}$ به دست می‌آید.

$$\Rightarrow \binom{10}{2} = \binom{45}{2} = \frac{45 \times 44}{2} = 45 \times 22 = 990$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۵)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه زمانی با سرعت لحظه‌ای در وسط بازه زمانی برابر است.

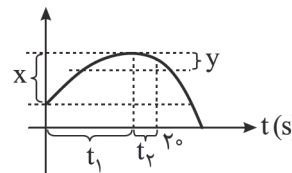
$$6s < t < 9s \Rightarrow v_{av_1} = v_{7.5}$$

$$18s < t < 10s \Rightarrow v_{av_2} = v_9$$

$$\frac{v_{7.5}}{v_9} = \frac{7.5a + v_0}{9a + v_0} \quad v_0 = 0 \Rightarrow \frac{v_{7.5}}{v_9} = \frac{7.5}{9} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

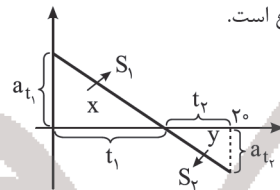
۴۶. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{\frac{at}{2}} = 1/2$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{x-y} = 1/2 \Rightarrow x = 9y$$

با رسم نمودار سرعت - زمان نسبت مساحت‌ها (با توجه به برابری شیب و قضیه تالس) توان دوم نسبت اضلاع است.



$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{y} = 9 &\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 3 \\ \Rightarrow t_1 + t_2 = 20 \\ \Rightarrow t_2 = 5s, t_1 = 15s \end{aligned} \right\}$$

فاصله از نقطه شروع همان $x - y$ است.

$$x - y = S_1 - S_2 = \frac{at_1^2}{2} - \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}(15^2 - 5^2)$$

$$a = \frac{1}{2} \Rightarrow x - y = \frac{1}{2}(200) = \frac{200}{2} = 100m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

در قسمت اول : $x = 5t \Rightarrow v = 5 \frac{m}{s}$

در قسمت دوم : $x = t^2 - 5t \Rightarrow v = -5 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}$

$$v = 2t - 5$$

$$t = 5s \Rightarrow v = 5 \frac{m}{s}$$

$$v = 10s \Rightarrow v = 15 \frac{m}{s}$$

$$S_1 = 5 \times 5 = 25$$

$$S_2 = \frac{(5+15)}{2} \times 5 = 50$$

$$S_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{25 + 50}{10} = 7.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: با توجه به اینکه مساحت محصور بین نمودار $a - t$ با محور t برابر با Δv است. سرعت متحرک را در لحظه $t = 5s$ حساب می‌کنیم:

$$\Delta v = \frac{2 \times 5}{2} = 5 \frac{m}{s}$$

$$v_5 - v_0 = 5 \xrightarrow{v_0 = -5 \frac{m}{s}} v_5 - (-5) = 5 \Rightarrow v_5 = 0$$

گام دوم: از معادله $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ برای بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 + 0 = 25m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

موارد ب و د و ه درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: معادله مکان - زمان هر یک از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

برای متحرک A: $t_s = \frac{10}{2} = 5s$ است و سرعت متحرک در لحظه $t = 5s$ برابر صفر است و از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم و v_A را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times t \Rightarrow 25 = \frac{0 + v_0}{2} \times 5 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

گام دوم: شتاب متحرک A را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 10}{5} = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم: معادله مکان - زمان متحرک A را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 10t$$

گام چهارم: سرعت اولیه و شتاب B را حساب می‌کنیم:

$$a_B = \frac{6 - 0}{5 - 2} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_B = a_B t + v_0 \Rightarrow 6 = 2 \times 5 + v_0 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

گام پنجم: معادله حرکت B را می‌نویسیم: $x_B = t^2 - 4t + 12$
گام ششم: معادله مکان دو متحرک را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -t^2 + 10t = t^2 - 4t + 12 \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \\ t_2 = 6s \end{cases}$$

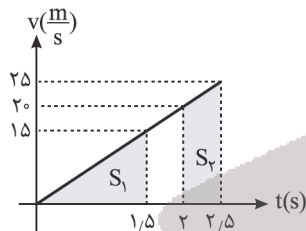
گام هفتم: لحظه $t_2 = 6s$ را در معادله سرعت A قرار می‌دهیم:

$$v_A = -2 \times 6 + 10 = -2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار $v - t$ این متحرک را رسم کرده و مساحت زیر نمودار را در بازه‌های زمانی خواسته شده به دست می‌آوریم.



$$2s < t < 2.5s \Rightarrow \Delta x_2 = S_2 = \frac{(20 + 25)}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{45}{4}m$$

$$0 < t < 1.5s \Rightarrow \Delta x_1 = S_1 = \frac{15 \times 1.5}{2} = \frac{45}{4}(m)$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{45}{45} = 1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست سرعت متوسط در یک بازه زمانی، سرعت لحظه‌ای در وسط بازه است.

$$0 < t < 3s \Rightarrow v_{av} = v_{1.5} = gt = 10 \times 1.5 = 15 \frac{m}{s}$$

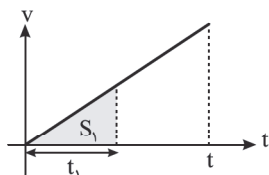
پس در ۲ ثانیه آخر سرعت متوسط ۴ برابر عدد ۱۵ یعنی $60 \frac{m}{s}$ است. اگر کل زمان حرکت t ثانیه باشد، داریم:

$$v_{t-1} = 60 \frac{m}{s} \Rightarrow 10(t-1) = 60 \Rightarrow t = 7s$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 49 = 245m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.



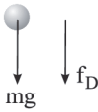


۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: هنگام بالا رفتن گلوله داریم:

$$mg + f_D = +ma \Rightarrow f_D = -20 + 2 \times 12 = 4N$$

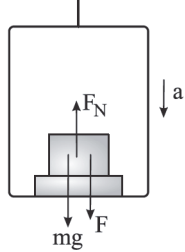
$$\Rightarrow F - \Delta \mu_k = 1$$



گام دوم: هنگام پایین آمدن گلوله و حتی سرعت گلوله باز هم برابر v است نیروی مقاومت هوا نیز برابر $16N$ است اما در این حالت جهت f_D رو به بالاست اکنون شتاب گلوله را حساب می‌کنیم:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - 4 = 2a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)



۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

چون آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، شتاب آسانسور به طرف پایین است و از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی F_N را حساب می‌کنیم:

$$mg + F - F_N = ma$$

$$F_N = 20 + 10 - 2 \times 2 = 26N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

اندازه نیروی طناب بر جسم و شخص یکسان است که شخص را در نظر می‌گیریم و نیروی طناب بر شخص را حساب می‌کنیم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - 0.2 \times 700 = 70 \times 1 \Rightarrow F = 210N$$

چون نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه جعبه با زمین برابر $f_{smax} = 0.2 \times 1100 = 220N$ است، نتیجه می‌گیریم نیروی $F - 210N$ که از طناب بر جعبه وارد می‌شود، جعبه را نمی‌تواند حرکت دهد و شتاب جعبه صفر می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۵)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه نیروی مرکزگرا است و برای حداکثر تندی باید f_{smax} نیروی مرکزگرا باشد.

$$f_{smax} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v_m = \sqrt{Rg\mu_s}$$

$$10 = \sqrt{\mu_s \times 50 \times 10} \Rightarrow \mu_s = 0.2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۴۸)

۶۳. گزینه ۳ صحیح است.

برای آنکه جسم نیفتد نیروی وزن باید با f_{smax} برابر باشد و نیروی عمودی تکیه‌گاه نقش نیروی مرکزگرا را دارد.

$$mg = f_{smax}, F_N = m\omega^2 r$$

$$mg = \mu_s F_N \Rightarrow mg = \mu_s \times m\omega^2 r \Rightarrow 25 = 0.25 \times 2.5 \times 4 \times \omega^2$$

$$\omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = \pi \Rightarrow 2\pi f = \pi \Rightarrow f = \frac{1}{2} Hz \Rightarrow rpm = 60 \times \frac{1}{2} = 30$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید دامنه نصف طول پاره‌خط است. ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

$$60 = \frac{60}{4} \times T \Rightarrow T = 0.2s$$

معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.1 \cos\left(\frac{2\pi}{0.2} t\right) \Rightarrow x = 0.1 \cos(10\pi t)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

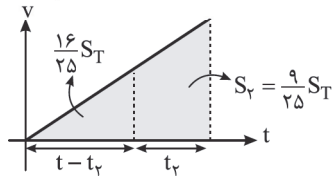
۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

روش اول: گام اول: ابتدا دوره نوسان را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} s$$

$$\frac{S_1}{S_T} = \left(\frac{t_1}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t_1}{t}$$

$$t_1 = \frac{1}{2} t$$



$$\frac{1/25 S_T}{S_T} = \left(\frac{t-t_p}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{t-t_p}{t} \Rightarrow \frac{t_p}{t} = \frac{1}{5} \Rightarrow t_p = \frac{1}{5} t$$

$$\frac{t_1}{t_p} = \frac{1/2 t}{1/5 t} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم مساحت محصور نمودار $F-t$ برابر تغییر تکانه جسم است.

$$\frac{10^4 \times 0.1}{2} = P_f - P_i \Rightarrow 500 = P_f - (-400) \Rightarrow P_f = 1000$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

برای بررسی نیروی عکس‌العمل سطح ابتدا باید بدانیم F, f_{smax} چه رابطه‌ای دارند؟ آیا جسم راه می‌افتد؟

$$f_{smax} = \mu_s F_N = 1 \times 120 = 120 \Rightarrow f_{smax} > F \Rightarrow \text{جسم ساکن است}$$

$$F_{netx} = 0 \Rightarrow f_s = F = 90N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + F_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{120^2 + 90^2} = 150N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

بیشترین شتاب هنگامی رخ می‌دهد که وزنه بخواهد روی دیواره به پایین بلغزد. در این حالت نیروی وزن و اصطکاک آستانه حرکت هر دو به سمت پایین است.

$$mg + f_{smax} = ma \Rightarrow mg + \mu_s \times F = ma$$

$$0.5 \times 10 + 10 \times 0.75 = 0.5a$$

$$12.5 = 0.5a \Rightarrow a = 25 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 0.81 = \left(\frac{R_e}{R_e + 2400}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g}{10} = \frac{R_e}{R_e + 2400} \Rightarrow 10R_e = 9R_e + 9 \times 2400 \Rightarrow R_e = 21600 km$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۶)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست، یکی SI نیرو نیوتون است.

(ب) نادرست، در حرکت شتاب‌دار نیروی خالص مخالف صفر است.

(ج) نادرست، نیرو علاوه بر تغییر تندی سبب تغییر جهت هم می‌شود.

(د) درست، با توجه به اینکه کشش نخ در بالای گوی بیشتر از زیر آن است. نخ از بالا پاره می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)



بنابراین کمان طی شده در مدت زمان $\frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$ خواهد بود.

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{3} = \omega \times \frac{1}{6} \Rightarrow \omega = 10 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

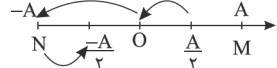
$$v_m = A\omega = \frac{1}{10} \times 10 \cdot \pi = \pi \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی قرار است حداکثر در مدت ۲ ثانیه مسافتی برابر دامنه را طی نماید یعنی کمترین سرعت متوسط را دارد پس در دو طرف انتهایی پاره خط حرکت کرده است.

یعنی نوسانگر از مکان $-\frac{A}{2}$ به $-A$ رفته و دوباره همین مسیر را بازمی‌گردد.



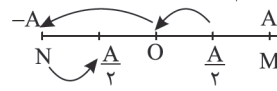
$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = 2 \Rightarrow T = 6 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

$$t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow x = A \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{A}{2}$$

$$t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow x = A \times \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{A}{2}$$



$$\left| \frac{S_{av}}{v_{av}} \right| = \frac{L}{d} = \left| \frac{\frac{A}{2} + A + \frac{A}{2}}{-\frac{A}{2} - \frac{A}{2}} \right| = \frac{2A}{A} = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

هر چه به سمت بالاتر طناب برویم نیروی کشش طناب بیشتر می‌شود

و از رابطه $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ تندی انتشار موج بیشتر می‌شود. همچنین

می‌دانیم با پیشروی موج در محیط بسامد ثابت است و از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ با افزایش تندی، طول موج هم زیاد می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در موج الکترومغناطیسی با

همدیگر همگام‌اند، پس: $\frac{E}{E_m} = \frac{B}{B_m} \Rightarrow \frac{0.2}{0.4} = \frac{B}{6} \Rightarrow B = 3 \text{ T}$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: ابتدا تندی انتشار موج عرضی در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{EI}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-3}}{0.1}} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: اکنون طول موج را حساب می‌کنیم: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2}{0.05} = 0.1 \text{ m}$

گام سوم: می‌دانیم فاصله یک قله تا دره مجاور موج برابر نصف طول موج است:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{0.1}{2} = \frac{1}{20} \text{ m}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: با استفاده از نقش موج داده شده طول موج را حساب

می‌کنیم: $\frac{2\lambda}{4} = 0.6 \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m}$

گام دوم: دوره موج را از رابطه $v = \frac{\lambda}{T}$ حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.8}{10} \Rightarrow T = 0.08 \text{ s}$$

گام دوم: سپس مکان متحرک را در لحظه‌های t_1 و t_2 حساب می‌کنیم:

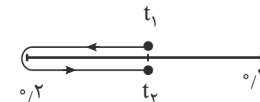
$$x_1 = 0.2 \cos\left(\lambda\pi \times \frac{1}{16}\right) = 0.2 \cos\frac{\pi}{4} = 0$$

$$x_2 = 0.2 \cos\left(\lambda\pi \times \frac{3}{16}\right) = 0.2 \cos\frac{3\pi}{4} = 0$$

گام سوم: تعداد نوسان را در بازه t_1 تا t_2 حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{3}{16} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

گام چهارم: طول مسیر نوسان و مسافت طی شده را حساب می‌کنیم. بین دو لحظه t_1 و t_2 نوسانگر نصف نوسان را انجام داده است.



گام پنجم: اکنون تندی متوسط متحرک را حساب می‌کنیم:

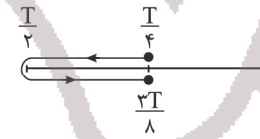
$$S_{av} = \frac{2 \times 0.2}{\frac{3}{16} - \frac{1}{16}} = 2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

روش دوم: پس از محاسبه مقدار T برای لحظه‌های t_1 و t_2 داریم:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4}$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{3}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{3T}{4}$$

مسافت را مشخص می‌کنیم:



و مطابق روش اول تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۴)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

وقتی نوسانگر از مرکز تعادل خود عبور می‌کند حداکثر انرژی جنبشی را دارد و انرژی مکانیکی همان انرژی جنبشی است. بنابراین:

$$E_2 = \frac{64}{100} E_1 \Rightarrow \frac{1}{2} k A_2^2 = \frac{64}{100} \times \frac{1}{2} k A_1^2 \Rightarrow A_2 = 0.8 A_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{0.64} = 0.8 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

بنابراین هم دامنه و هم دوره نوسان ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = 0.2 \Rightarrow T = 0.8 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8} = 2.5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

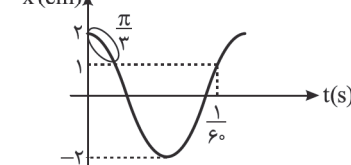
تندی در هنگام عبور از وضع تعادل همان v_{\max} است.

$$|a_m| = \omega |v_m| \Rightarrow 12 = 2.5\pi |v_m| \Rightarrow |v_m| = \frac{12}{2.5\pi} = \frac{12}{5\pi} = \frac{4}{5} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۶)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل می‌توان کمان‌ها را به صورت ساده‌ای مشخص کرد.



پس کمان اولیه $\frac{\pi}{3}$ است: $\cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3}$

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست، کلوییدها ناهمگن و محلول‌ها همگن می‌باشند.
(ب) درست، زنجیر هیدروکربنی در صابون بخش ناقطبی آن را تشکیل می‌دهد.
(پ) درست
(ت) نادرست

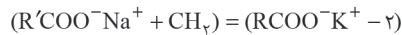
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

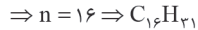
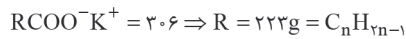
صابون مایع $\text{RCOO}^- \text{K}^+$ می‌باشد:



جرم مولی K^+ و Na^+ به ترتیب ۳۹ و ۲۳ گرم می‌باشد. برای یکسان شدن جرم مولی این دو نوع صابون لازم است بنیان R' یک واحد CH_2 (۱۴ گرم) از بنیان R بیشتر داشته و بنیان R دارای یک پیوند دوگانه کربن - کربن باشد:



بنابراین می‌توان نوشت:

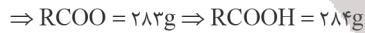
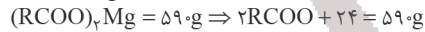


(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶، ۱۰ و ۱۱)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.



$$\Rightarrow x = 59.0 \text{ g}$$



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۹)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست، از این پاک‌کننده‌ها برای بازکردن لوله‌ها و مجاری بسته شده با چربی و اسیدهای چرب استفاده می‌شود و علاوه بر تولید گاز هیدروژن گرما نیز تولید می‌شود.

(ب) درست، عنصر گوگرد (S) در تهیه صابون‌های ضدجوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

(پ) نادرست، محلول سود (NaOH) خاصیت بازی دارد.

(ت) درست

(ث) نادرست، فرمول شیمیایی آهک CaO می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست، بین غلظت یون هیدرونیوم و pH محلول رابطه وارونه وجود دارد.
(ب) درست، این عنصر ^{80}Br می‌باشد و اکسید آن یک اکسید نافلزتی بوده و در واکنش با آب اسید تولید می‌نماید.

(پ) درست، رفتار اسید و باز آرنیوس را می‌توان براساس غلظت یون‌های $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$ و $\text{OH}^-(\text{aq})$ در محلول‌های آبی (نه هر یون مثبت و منفی) توصیف کرد.

(ت) نادرست، در اغلب این مواد اسیدها و بازها نقش مهمی دارند.

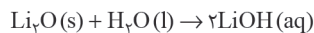
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

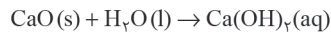
(آ) نادرست، آمونیاک یک باز ضعیف است و در محلول آبی آن غلظت یون‌های NH_4^+ یا OH^- بسیار کمتر از غلظت NH_3 می‌باشد.

(ب) درست، استون در آب حل مولکولی دارد و محلول آن در آب خنثی است.

(پ) درست



(ت) نادرست



(ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گام سوم: چون موج به طرف چپ حرکت می‌کند، ذره M در لحظه $t = 0$ به طرف بالا حرکت می‌کند، اکنون لحظه‌ای که دومین بار از نقطه تعادل عبور می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{3 \times 0.8}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.6}{1.5} \text{ s} = \frac{0.4}{1.5} \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: با مقایسه طول موج A و B می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_B}{\nu} = \lambda_A \Rightarrow \lambda_B = \nu \lambda_A$$

$$\nu = \lambda f \xrightarrow{\nu_A = \nu_B} \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \nu = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow f_A = \nu f_B$$

با مقایسه دامنه موج A و B می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda}{\nu} \Rightarrow A_A = \nu A_B$$

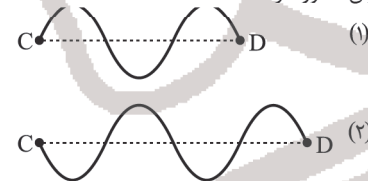
با توجه به اینکه انرژی موج مکانیکی متناسب با مجذور بسامد (f^2) و مجذور دامنه (A^2) است می‌توان نوشت:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{A_A^2 \times f_A^2}{A_B^2 \times f_B^2} = (4 \times 2)^2 = 64$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اطلاعات مسأله چون بین C و D فقط ۲ برآمدگی وجود دارد، دو شکل زیر را می‌توان تصور کرد.



چون حداکثر فاصله C و D خواسته شده پس شکل (۲) درست است.

از طرفی در مدت 0.3 s هر نقطه یک و نیم نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$1.5T = 0.3 \text{ s}$$

$$T = 0.1 \text{ s} \Rightarrow \lambda = \nu T \Rightarrow \lambda = 25 \times 0.1 = 2.5 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$CD = 2\lambda = 2 \times 25 = 50 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

حفری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از مواد شبیه به صابون امروزی (نه پاک‌کننده‌های امروزی) برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند. انواع پاک‌کننده‌های امروزی شامل صابونی، غیرصابونی و خورنده می‌باشند. (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱ تا ۳)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست

(ب) درست، زیرا اتم‌های H در اتیلن گلیکول و اوره به ترتیب به اتم‌های O و N متصل‌اند.



(پ) نادرست، چربی‌ها مخلوط از استرهای بلند زنجیر و اسیدهای چرب می‌باشند.

(ت) نادرست، در مولکول‌های آن شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-\text{OH}$) وجود دارد.

(ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

(ا) درست
 (ب) درست، زیرا قدرت اسیدی $\text{CH}_3\text{COOH} < \text{HCOOH}$
 (پ) درست
 (ت) نادرست، به فرآیندهای که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود (نه یون‌های + و - سازنده‌اش!!) یونش می‌گویند.
 (ث) نادرست، مثلاً N_2O_5 یک اکسید جامد و اسید آرنیوس است.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که اغلب ضعیف و برخی از آنها قوی هستند.
 بررسی عبارت‌های درست:
 (۱) زیرا ضریب استوکیومتری $\text{H}^+(\text{aq})$ و $\text{A}^-(\text{aq})$ در معادله یونش این اسید یکسان است.
 (۳) اسیدهایی قوی‌اند که یونش آنها در آب کامل است. اسیدهایی ضعیف در آب به میزان جزئی یونیده می‌شوند.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شمار یون‌ها، تنها ۱۵ مولکول اسید HA یونش یافته و در مجموع تولید ۳۰ یون (H^+ و A^-) نموده‌اند. بنابراین:

$$\alpha = \frac{\text{عدد یون}}{\text{عدد مولکول}} = \frac{30}{60} = 0.5$$

$$\alpha = \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 0.5 \times 100 = 50\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

(ا) نادرست، زیرا یونش اسید HY بیشتر بوده و شمار یون‌ها در محلول آن بیشتر است.
 (ب) نادرست، زیرا هر دو اسید HY و HX تک‌پروتون‌دار هستند.
 (پ) درست، زیرا H_2CO_3 یک اسید تک‌پروتون‌دار نیست.
 (ت) نادرست

$$\alpha_{\text{HY}} = \frac{\lambda}{10} = 0.8$$

$$\alpha_{\text{HX}} = \frac{\lambda}{10} = 0.2$$

$$\frac{\alpha_{\text{HY}}}{\alpha_{\text{HX}}} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۸۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$? \text{ mol HA} = 2.735 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{47 \text{ g HA}} = 0.058 \text{ mol HA}$$

$$\Rightarrow M_{\text{HA}} = \frac{0.058 \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} = 0.116 \text{ mol L}^{-1}$$

$$\text{HA} \rightleftharpoons \text{H}^+(\text{aq}) + \text{A}^-(\text{aq})$$

غلظت اولیه	۰	۰	۰
تغییر غلظت	-x	+x	+x
غلظت تعادلی	۰.۰۸	۰.۰۲	۰.۰۲

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow K_a = \frac{0.02 \times 0.02}{0.08} = 5 \times 10^{-3}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰، ۲۲ و ۲۳)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{pH} = 13.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13.7} = 2 \times 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 5 \times 10^{-1} \text{ mol L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] - \text{MNaOH} = 5 \times 10^{-1} - \frac{n}{0.5 \text{ L}} \rightarrow n \text{ NaOH} = 0.25 \text{ mol}$$

$$? \text{ g NaOH} = 0.25 \text{ mol NaOH} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 10 \text{ g NaOH}$$

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{100} \times 100$$

$$5 = \frac{x}{100} \times 100 \Rightarrow x = 50 \text{ g}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۲۸ و ۲۹)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

هیدروبرمیک اسید (HBr) یک اسید قوی است. با رقیق کردن محلول آن pH محلول افزایش می‌یابد، چون حجم محلول اسید از ۲۰۰cc به ۵۰۰cc افزایش یافته است. حجم محلول ۲/۵ برابر شده و مولاریته آن ۱/۲ برابر می‌شود:

$$\text{محلول نخست: } \text{pH} = 2, [\text{H}^+] = 10^{-2} = 10^{-2}$$

$$[\text{H}^+] = 4 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1} = 10^{-2} \times \frac{1}{2.5} = 4 \times 10^{-3}$$

$$\frac{10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} = 2.5$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

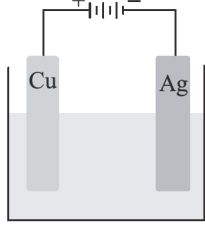
۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

(ا) نادرست، آلومینیم هیدروکسید، $\text{Al}(\text{OH})_3$ یک باز است و در داروهای ضد اسید وجود دارد.
 (ب) درست
 (پ) درست
 (ت) نادرست، سرانجام مقدار واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها ثابت می‌ماند.
 (ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۳۲ و ۳۴)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم جمله داده شده را به درستی تکمیل می‌کنند.
 شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب مربوط به سلول الکترولیتی و سلول گالوانی‌اند.
 بررسی عبارت اول: در سلول‌های گالوانی با گذشت زمان به غلظت محلول آندی افزوده می‌شود.
 نکته: در سلول‌های الکترولیتی خط کوتاه باتری قطب منفی و خط بلند باتری قطب مثبت باتری را تشکیل می‌دهد.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۵۶)



۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:
 (۱) در اغلب واکنش‌های اکسایش - کاهش علاوه بر آزاد شدن انرژی، الکترون هم داد و ستد می‌شود.
 (۳) با قرار دادن یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی درون میوه‌ای مانند لیمو می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد.
 (۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های اول و چهارم نادرست‌اند.
 ۳ واحد کاهش
 ۴ واحد اکسایش (کاهنده)

$$\text{A) } \text{MnO}_4^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4(\text{aq}) + \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{MnO}_2(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g})$$

$$\text{B) } \text{Zn}(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq}) \rightarrow \text{ZnSO}_4(\text{aq}) + \text{SO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l})$$

در واکنش (A)، H^+ مصرف و غلظت آن کاهش پیدا می‌کند، پس pH افزایش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۹)

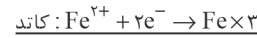
۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به نیم‌واکنش‌های داده شده، فلزی که E^\ominus منفی‌تری دارد قدرت کاهندگی‌اش بیشتر است.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)



۹۶. گزینه ۴ صحیح است.

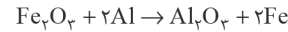
با توجه به داده‌های سؤال داریم:



$$?g \text{ Fe} = \frac{1}{1806} \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{3 \text{ mole Fe}}{6 \text{ mole}^-} \times \frac{56g \text{ Fe}}{1 \text{ mole Fe}}$$

$$= 0.84g \text{ Fe}$$

با توجه به واکنش ترمیت داریم:



$$?g \text{ Al} = 0.84g \text{ Fe} \times \frac{1 \text{ mole Fe}}{56g \text{ Fe}} \times \frac{2 \text{ mole Al}}{2 \text{ mole Fe}} \times \frac{27g \text{ Al}}{1 \text{ mole Al}} = 0.405g \text{ Al}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۹۷. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست است.

بررسی‌های عبارت‌های نادرست:

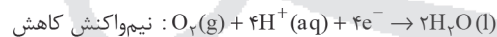
(آ) در این سلول Si آند است و ضمن کار کردن سلول، در اطراف آن یون هیدرونیوم تولید می‌شود.

(پ) از جمله معایب سلول نور الکتروشیمیایی می‌توان به داشتن emf کم، سرعت کم و بازده کم اشاره کرد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۴)

۹۸. گزینه ۳ صحیح است.

نیم‌واکنش‌های انجام شده در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۹۹. گزینه ۲ صحیح است.

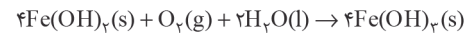
عبارت‌های اول، دوم و پنجم صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: غلظت اکسیژن در خوردگی آهن در اطراف پایگاه کاتدی زیاد است. به طور کلی در زنگ زدن و خوردگی آهن داریم:

پایگاه آندی	پایگاه کاتدی
کم	زیاد
غلظت اکسیژن	غلظت اکسیژن
زیر قطره آب	اطراف قطره آب
موقعیت	موقعیت

عبارت چهارم: مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش تبدیل $\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{s})$ به $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ برابر ۱۱ می‌باشد.



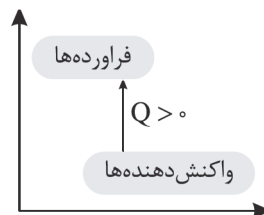
(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۷)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست است.

بررسی عبارت نادرست:

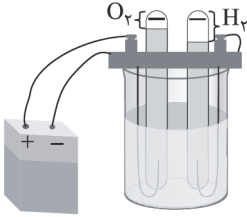
عبارت چهارم: نمودار انرژی سلول‌های الکترولیتی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۵، ۶۰ و ۶۱)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

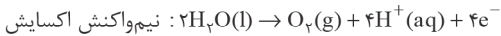
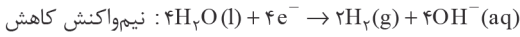
عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست‌اند.



بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) با توجه به شکل A و B به ترتیب O_2 و H_2 هستند.

(ت) نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به صورت زیر است:

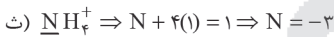
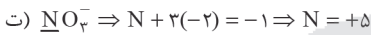
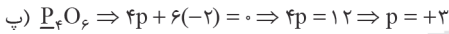


(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

عدد اکسایش اتم نشان داده شده در موارد (پ)، (ت) و (ث) نادرست‌اند.

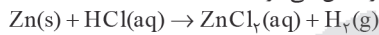
بررسی موارد نادرست:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به مقدار E^- ‌های داده شده، دریافت می‌شود که در سری الکتروشیمیایی، نقره بالاتر از هیدروژن است و با HCl واکنش نمی‌دهد و تنها روی با HCl واکنش می‌شود.



$$\text{H}_2 \text{ گاز} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 0.12 = \frac{\text{جرم H}_2}{4.5} \Rightarrow \text{جرم H}_2 = 0.54g$$

$$?g \text{ Zn} = 0.54g \text{ H}_2 \times \frac{1 \text{ mole H}_2}{2g \text{ H}_2} \times \frac{1 \text{ mole Zn}}{1 \text{ mole H}_2} \times \frac{65g \text{ Zn}}{1 \text{ mole Zn}} = 17.55g \text{ Zn}$$

$$?g \text{ Ag} = 32.55 - 17.55 = 15g \text{ Ag}$$

$$\text{نقره} = \frac{15}{32.55} \times 100 \approx 46\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱۰۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{تعداد الکترون} = \frac{38528}{1.6 \times 10^{-19}} = 24.08 \times 10^{22} e^-$$

$$?g \text{ Zn} = 24.08 \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mole Zn}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{65g \text{ Zn}}{1 \text{ mole Zn}}$$

$$= 13g \text{ Zn}$$

$$?g \text{ Cu} = 24.08 \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mole Cu}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{64g \text{ Cu}}{1 \text{ mole Cu}}$$

$$= 12.8g \text{ Cu}$$

$$\text{تغییر جرم تیغه} = 13 - 12.8 = 0.2g$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱۰۵. گزینه ۲ صحیح است.

در فرایند آبکاری بدون توجه به E^- فلز پوشاننده و تنها بسته به نوع اتصال آند و کاتد مشخص می‌شود.

گزاره داده شده نادرست است و عبارت گزینه ۲ نیز نادرست می‌باشد.

بررسی عبارت نادرست:

غلظت محلول الکترولیت در فرایند آبکاری ثابت است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۲)