



آزمون جامع (شبیه‌ساز کنکور) آلفا

دفترچه شماره (۱)

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۳

دوازدهم ریاضی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۷۰	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخ‌نامه را بررسی نمایید.

هرگونه کپی برداری، بازنشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۱. اگر $x = \sqrt[3]{200\sqrt{5}}$ و $y = \sqrt[3]{80\sqrt{2}}$ باشند، کوچک ترین عدد طبیعی n که به ازای آن حاصل $\frac{x}{y}$ به توان n عددی صحیح باشد، کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴)

۲. اگر a ، b و c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی و a ، $b+1$ ، $c+4$ به ترتیب سه جمله نخست دنباله ای هندسی باشند به طوری که قدرنسبت آن ها برابر باشد، مجموع مقادیر a کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{3}$ (۴)

۳. اگر مجموعه جواب نامعادله نمایی $3^{-b} > \left(\frac{1}{3}\right)^{|ax+12|}$ به صورت بازه $(2, 10)$ باشد و تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ در رأس خود

دارای مقدار ماکزیمم ۱۵ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴)

۴. اندازه قاعده و ارتفاع یک مثلث، ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - mx + 12 = 0$ هستند. اگر به اندازه قاعده و ارتفاع این مثلث، هر کدام ۲ واحد اضافه کنیم، مساحت مثلث جدید برابر ۱۶ واحد مربع خواهد شد. قدر مطلق تفاضل قاعده و ارتفاع مثلث نخست کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۵. اگر $f = \{(a^2 - 2a, 3), (c, 3)\}$ تابعی همانی و $g = \{(a+b, a-b), (5, 1)\}$ تابع ثابت باشد، بیشترین مقدار $a+b+c$

کدام است؟

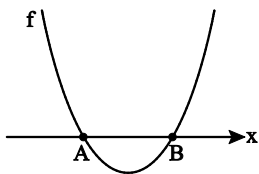
- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

محل محاسبات:

۶. دو تابع $f(x) = \frac{x+k}{2}$ و $g(x) = \sqrt{x+k}\sqrt{x-1}$ مفروض اند. اگر نمودار تابع $g \circ f$ و نمودار تابع f در نقطه‌ای روی خط $y = x$ متقاطع باشند، حاصل $f \circ g(k+3)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{7}{2}$

۷. نمودار تابع $f(x) = x^2 - (m+1)x + m$ به صورت مقابل است. فرض کنید $g(x) = f(x-k)$ پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کند و نقطه برخورد g به A نزدیک تر باشد. اگر مجموع مقادیر k برابر -1 باشد، مقدار m کدام است؟ ($m > 1$ و $k > 0$)



- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۸. اگر تابع $g(x) = \sqrt{x+4} + 1$ و تابع اکیداً نزولی f به صورت زیر باشد، حدود m کدام است؟

$$f = \{(g(5), 3m+5), (g(21), 11), (g(-4), m^2+1)\}$$

- (۱) $m > 4$ (۲) $2 < m < 4$ (۳) $4 < m \leq 7$ (۴) $-1 < m < 4$

۹. تابع $f(x) = a - \sqrt{x + \frac{b}{x}}$ از نقطه $(1, 2)$ می‌گذرد. اگر به ازای $x=1$ رابطه $2xf(x) + f^{-1}(a-2) = 7$ برقرار باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $3 + \sqrt{2}$

۱۰. در یک متوازی‌الاضلاع با محیط ۴۰، اگر مجموع دو ارتفاع متوازی‌الاضلاع $10\sqrt{3}$ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۷۲ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) $24\sqrt{3}$ (۳) $48\sqrt{3}$ (۴) ۹۶

محل محاسبات:

۱۱. اگر $x = \frac{\pi}{8}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cos(\Delta x)}{\sin(3x)} + \tan(3x) \tan x$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 1$

۱۲. اگر a, b, c و اعدادی مثبت و مخالف یک باشند و داشته باشیم: $\log_a(bc) = 3, \log_b(ac) = 4, \log_c(ab)$ حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{11}$ (۲) $\frac{9}{11}$ (۳) $\frac{13}{7}$ (۴) $\frac{17}{9}$

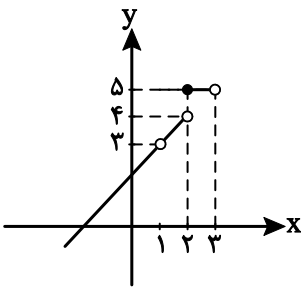
۱۳. تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی زیر در بازه $(0, \pi)$ چندتاست؟

$$\sin 2x \cdot |\tan x| = \cos 3x \cdot \tan x$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x < 2 \\ \frac{2}{k}, & 2 \leq x < 3 \end{cases}$ به صورت مقابل است. مقدار $b + k$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$



۱۵. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - a[x+1]}{2-x} = +\infty$ باشد، آن گاه حاصل $[a]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

محل محاسبات:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + \sin(\pi x)}{x + a} & ; x \geq a \\ \frac{a - 2}{x - 2} & ; x < a \end{cases}$$

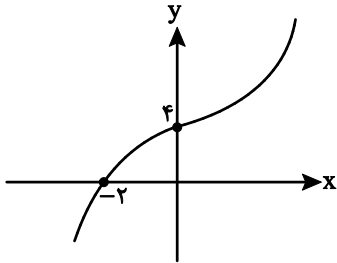
۱۶. به ازای چند مقدار a ، تابع f با ضابطهٔ مقابل روی \mathbb{R} پیوسته است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۷. نمودار تابع $y = f'(x)$ به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه‌ای به طول $x = 0$ از محل برخورد

نمودار f' با محور طول‌ها عبور کند، مقدار $f(0)$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۸ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴)



۱۸. خط d در مبدأ مختصات بر منحنی تابع $f(x) = (x^2 - 3x)\sqrt{x+4}$ مماس است. این خط، منحنی f را در چند نقطه غیرصفر

قطع می‌کند؟

- صفر (۱) یک نقطه با طول مثبت (۲) یک نقطه با طول منفی (۳) دو نقطه (۴)

۱۹. نقطه P بر روی نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ قرار دارد. اگر نقطه Q قرینهٔ نقطه P نسبت به نیمساز ربع اول و سوم باشد، کم‌ترین

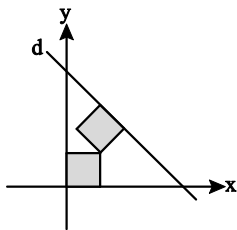
فاصلهٔ Q تا نقطهٔ $A(0, 4)$ کدام است؟

- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{19}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴)

۲۰. در شکل مقابل، مربع‌های داده شده هم‌نهشت هستند و معادلهٔ خط d به صورت $\frac{x}{15} + \frac{y}{20} = 1$ است. مساحت هر کدام از این

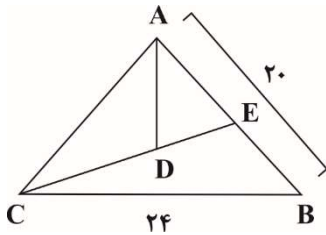
مربع‌های رنگی چند است؟

- ۹ (۱) ۱۶ (۲) ۲۵ (۳) ۳۶ (۴)



محل محاسبات:

۲۱. در شکل مقابل، اگر $\widehat{CAD} = \widehat{CBA}$ ، $AE = AD$ و $CE = 2DE$ باشد، آن گاه حاصل $AC + BE$ کدام است؟
($AB = 20$, $BC = 24$)

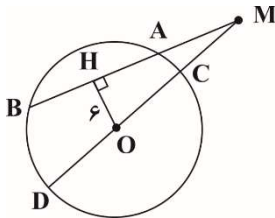


- ۳۲ (۱)
- ۲۸ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۳۶ (۴)

۲۲. اندازه طول و عرض یک مستطیل به ترتیب ۲۰ و ۱۵ است. مجموع فاصله‌های یک نقطه دلخواه روی ضلع بزرگتر مستطیل از قطرهای آن کدام است؟

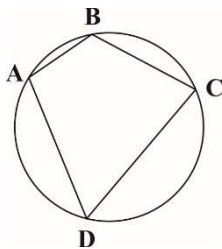
- ۸ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

۲۳. در شکل زیر، اگر $MA - MC = 1$ و $OC - MA = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $MB + MD$ کدام است؟ (O مرکز دایره است)



- ۵۲ (۱)
- ۵۴ (۲)
- ۵۶ (۳)
- ۵۸ (۴)

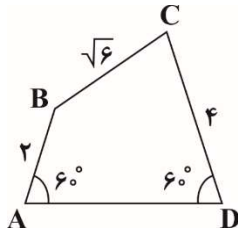
۲۴. در شکل زیر، اگر $AD = 12$ ، $AB = 8$ و $CD - BC = 4$ است. اگر $\tan \widehat{A} = -2\sqrt{2}$ باشد، اندازه ضلع CD کدام است؟



- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۱۸ (۴)

محل محاسبات:

۲۵. در چهارضلعی مقابل، $AB = 2$ ، $BC = \sqrt{6}$ ، $CD = 4$ و $\hat{A} = \hat{D} = 60^\circ$ است. نسبت اندازه زاویه \hat{B} به اندازه زاویه \hat{C} کدام است؟



- ۲/۱ (۱)
- ۲/۲ (۲)
- ۲/۳ (۳)
- ۲/۴ (۴)

۲۶. ماتریس‌های $A = [i + j]_{3 \times 3}$ و $B = [i - j]_{3 \times 3}$ مفروض‌اند. دترمینان ماتریس $A + 2B$ کدام است؟

- ۱۲ (۴)
- ۳ (۳)
- صفر (۲)
- ۶ (۱)

۲۷. دایره C به مرکز $O(15, -8)$ بر دو خط به معادلات $8x + 15y = 17$ و $8x + 15y = -17$ مماس و با دایره C' به معادله

$$x^2 + y^2 - k = 0$$

مماس خارج است. مقدار k کدام است؟

- ۲۵۶ (۴)
- ۶۴ (۳)
- ۱۶ (۲)
- ۴ (۱)

۲۸. از کانون سهمی $x^2 - 4y - 2x + 2 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. اگر

نقطه S رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث SAB کدام است؟

- ۳ (۴)
- ۱/۵ (۳)
- ۲/۵ (۲)
- ۲ (۱)

۲۹. برای دو بردار \vec{a} و \vec{b} رابطه $|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{4} \vec{a} \cdot \vec{b}$ برقرار است. اگر $|\vec{a}| = 10$ باشد، آن‌گاه طول تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b}

کدام است؟

- $3\sqrt{5}$ (۴)
- $4\sqrt{5}$ (۳)
- $2\sqrt{5}$ (۲)
- $\sqrt{5}$ (۱)

۳۰. بر روی سه بردار $\vec{a} = (n, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (m, 0, 1)$ و $\vec{c} = (5, n, m)$ یک متوازی السطوح ساخته شده است. اگر حجم این متوازی

السطوح برابر ۱۹ باشد، آن‌گاه طول بردار \vec{c} کدام است؟

- ۸ (۴)
- ۹ (۳)
- ۶ (۲)
- ۷ (۱)

محل محاسبات:

۳۱. اگر ارزش گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $r \Rightarrow \sim q$ به ترتیب نادرست و درست باشد، کدام گزاره دارای ارزش درست است؟

$$(\sim q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow p \quad (۱)$$

$$\sim (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow \sim r \quad (۲)$$

$$(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow r \quad (۳)$$

$$\sim (p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow r \quad (۴)$$

۳۲. اگر $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ و $B = \{x | x = 5k, k \in A\}$ و $C = \{x | x = 3k, k \in A\}$ باشد، مجموعه $(B \times C) \cup (C \times B)$ دارای چند عضو است؟

$$۱۹۶ \quad (۴)$$

$$۱۹۱ \quad (۳)$$

$$۱۸۴ \quad (۲)$$

$$۱۹۹ \quad (۱)$$

۳۳. در یک آزمایش تصادفی $S = \{a, b, c\}$ فضای نمونه است. اگر $P(a) = ۰/۵$ و $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $P(b)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}-2}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}-2}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (۱)$$

۳۴. ۳ تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال این که حداقل دو بار عدد یک رو شده باشد، کدام است؟

$$۰/۸ \quad (۴)$$

$$۰/۷ \quad (۳)$$

$$۰/۶ \quad (۲)$$

$$۰/۵ \quad (۱)$$

۳۵. در یک گروه داده آماری، تعداد داده‌های درون جعبه ۷ تا است. اگر داده‌ای روی جعبه نباشد، واریانس داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم که جملات متوالی دنباله‌ای حسابی با قدر نسبت ۳ هستند، کدام است؟

$$۵۲/۵ \quad (۴)$$

$$۳۶ \quad (۳)$$

$$۲۶/۲۵ \quad (۲)$$

$$۱۸ \quad (۱)$$

محل محاسبات:



آزمون جامع (شبيهه ساز کنکور) آلفا دفترچه شماره (۲)

۱۴۰۴ - ۱۴۰۵

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۳

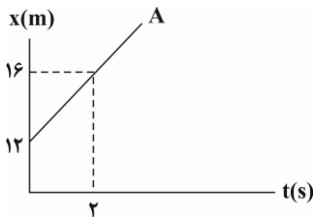
دوازدهم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰

نکات مهم پیش از شروع آزمون:

- از پاسخ دادن به سوالات بدون مطالعه کامل صورت سؤال خودداری کنید.
- زمان را مدیریت کنید.
- لطفاً پس از پایان آزمون پاسخنامه را بررسی نمایید.

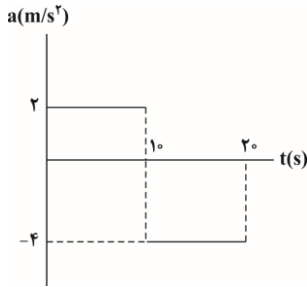
هرگونه کپی برداری، بازنشر یا چاپ این فایل بدون کسب اجازه کتبی از ناشر ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.



۴۱. نمودار مکان - زمان متحرک A به صورت روبرو است. اگر در مبدأ زمان متحرک B با شتاب

$4 \frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه $4 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان بگذرد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

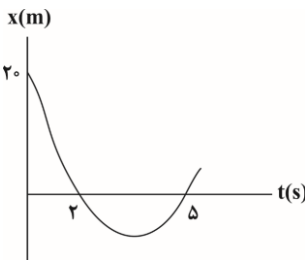


۴۲. نمودار شتاب - زمان متحرکی که دارای سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ است به صورت روبرو است. مسافت

طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه دوم چند متر است؟

- ۱۰۰ (۱)
- ۱۱۲/۵ (۲)
- ۱۵۰ (۳)
- ۱۲۵ (۴)

۴۳. نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی روبرو است. سرعت متحرک در لحظه $t = 2/5$ s چند متر بر ثانیه است؟



- ۴ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

۴۴. دو گلوله A و B در ارتفاع یکسان ۸۰ m از سطح زمین قرار دارند. اگر گلوله A را ۲s زودتر از گلوله B رها شود، بیشینه

فاصله دو گلوله در مسیر سقوط چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، مقاومت هوا ناچیز است.)

- ۲۰ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

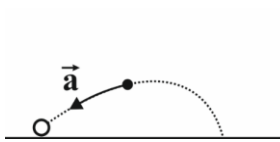
۴۵. به جسمی به جرم ۴۰۰g که در حال حرکت به سمت غرب با تندی $5 \frac{m}{s}$ است، نیروی $F = 5N$ به سمت شرق وارد

می‌شود. پس از چند ثانیه تندی حرکت جسم دوباره $5 \frac{m}{s}$ می‌شود؟

- ۰/۴ (۱)
- ۰/۸ (۲)
- ۱/۲ (۳)
- ۱/۶ (۴)

محل محاسبات:

۴۶. مطابق شکل تویی را پرتاب می‌کنیم و در لحظه نشان داده شده بردار شتاب توپ $\vec{a} = -4\hat{i} - 12\hat{j}$ است. اگر جرم توپ 500g باشد، اندازه نیروی مقاومت هوا در این لحظه چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



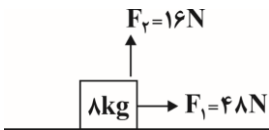
(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{5}$

۴۷. در شکل روبرو، جسم در آستانه حرکت است، اگر نیروی F_1 را دو برابر کنیم پس از 2s جسم چند متر جابجا می‌شود؟



$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \mu_k = 0.5)$

(۲) $4/5$

(۱) 3

(۴) 6

(۳) 5

۴۸. به فنری که از سقف آویزان است جسمی به جرم 200g می‌آویزیم و فنر پس از 2cm به تعادل می‌رسد. اگر این وزنه را با

دامنه 2cm در راستای قائم به نوسان در آوریم، بیشینه تندی جسم در نوسان چند متر بر ثانیه می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

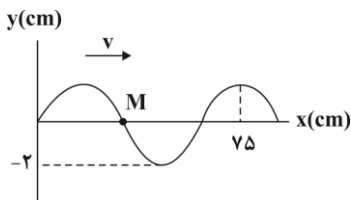
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۴۹. شکل زیر نقش یک موج عرضی در طناب را نشان می‌دهد. اگر ذره M در هر $\frac{1}{4}$ ثانیه مسافت 4cm را طی کند، تندی انتشار موج در SI کدام است؟



(۲) 0.4

(۱) 0.3

(۴) 0.8

(۳) 0.6

۵۰. یک موج سینوسی از قسمت ضخیم طنابی به قسمت نازک آن وارد می‌شود. بخشی از موج از مرز عبور می‌کند و بخشی

از آن باز می‌تابد. کدام کمیت موج عبوری در مقایسه با موج فرودی کاهش می‌یابد؟

(۲) دوره تناوب

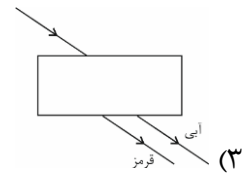
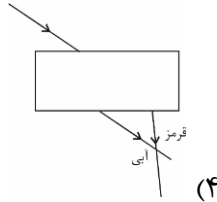
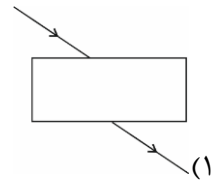
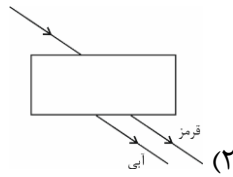
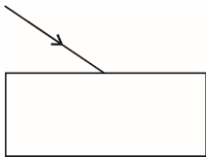
(۱) دامنه

(۴) طول موج

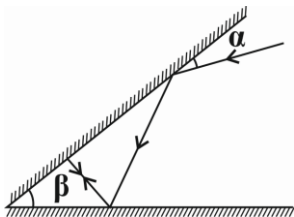
(۳) تندی انتشار

محل محاسبات:

۵۱. پرتوی نوری که ترکیبی از نورهای قرمز و آبی است مطابق شکل از هوا بر تیغه متوازی السطوح می‌تابد. پرتو نور هنگام خروج از تیغه مطابق کدام شکل می‌شود؟



۵۲. مسیر پرتوی تابیده شده بین دو آینه به صورت زیر است. کدام رابطه در مورد α و β درست است؟



$$\beta = 90 + \alpha \quad (2)$$

$$\beta = 90 - \alpha \quad (1)$$

$$\beta = 45 - \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

$$\beta = 45 + \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

۵۳. طول موج سومین خط طیفی پاشن ($n' = 3$) در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

$$900 \quad (4)$$

$$\frac{1500}{7} \quad (3)$$

$$1200 \quad (2)$$

$$\frac{800}{3} \quad (1)$$

۵۴. حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلزی $2/5 \text{ eV}$ است. اگر به این فلز نوری با طول موج 400 nm باشد،

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح فلز چند ژول است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

$$9/6 \times 10^{-20} \quad (4)$$

$$9/6 \times 10^{-19} \quad (3)$$

$$0.8 \quad (2)$$

$$0.6 \quad (1)$$

۵۵. پس از گذشت ۲۴ ساعت، ۶/۲۵ درصد از هسته‌های عنصر پرتوزا، فعال باقی می‌ماند نیمه عمر عنصر چند ساعت است؟

$$8 \quad (4)$$

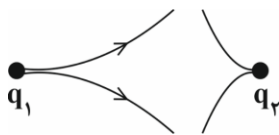
$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

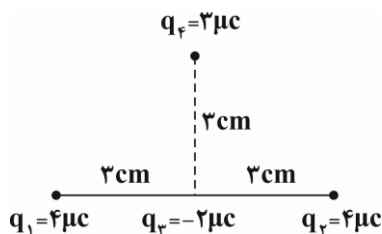
محل محاسبات:

۵۶. در شکل زیر، با توجه به خطوط میدان الکتریکی، کدام رابطه‌ها در مورد بارهای الکتریکی درست است؟



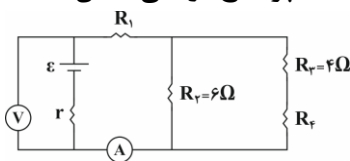
- (۱) $|q_1| > |q_2|, q_1 > 0, q_2 > 0$
 (۲) $|q_1| < |q_2|, q_1 < 0, q_2 < 0$
 (۳) $|q_1| < |q_2|, q_1 > 0, q_2 > 0$
 (۴) $|q_1| > |q_2|, q_1 < 0, q_2 < 0$

۵۷. در شکل روبرو، نیروی خالص وارد بر بار q_f چند نیوتون است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)



- (۱) ۲۴
 (۲) ۵۰
 (۳) ۶۴
 (۴) ۶۰

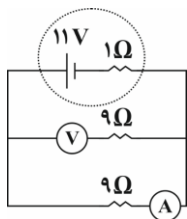
۵۸. در مدار شکل زیر، آمپرسنج و ولت سنج آرمانی هستند. مقاومت معادل مدار 12Ω و عددی که آمپرسنج آرمانی نشان



می‌دهد، برابر با $2A$ است. توان خروجی باتری چند وات است؟

- (۱) ۲۴
 (۲) ۴۸
 (۳) ۶۰
 (۴) ۷۲

۵۹. در مدار زیر، آمپرسنج و ولت سنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ چند آمپر و چند ولت را نشان می‌دهند؟



- (۱) $9/9, 1/1$
 (۲) صفر، ۱۱
 (۳) ۱۸، ۲
 (۴) صفر، ۲

۶۰. شعاع کره A دو برابر شعاع کره B و بار آن ۲۵ درصد بیشتر از بار کره B است. چگالی سطحی کره A چند برابر چگالی

کره B است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$
 (۲) $\frac{5}{16}$
 (۳) $\frac{16}{5}$
 (۴) $\frac{8}{5}$

محل محاسبات:

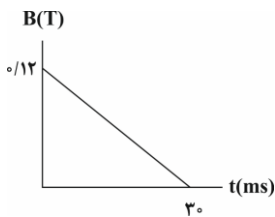
۶۱. سیم مستقیمی به طول ۵m / حامل جریان ۴A از غرب به شرق است. اگر به این سیم نیروی مغناطیسی ۰.۵N / رو به بالا وارد شود، کمینه اندازه و جهت میدان مغناطیسی در محل این سیم بر حسب SI به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟



- (۱) ۰.۲۵ - شمال به جنوب
- (۲) ۰.۲۵ - جنوب به شمال
- (۳) ۰.۲۵ - شمال به جنوب
- (۴) ۰.۲۵ - جنوب به شمال

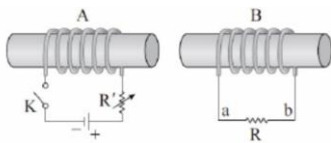
۶۲. پیچهای دارای ۵۰۰ حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن ۳cm^2 است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است

که خطهای میدان، عمود بر سطح پیچهاند. اگر نمودار تغییرات میدان بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در بازه زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_2 = ۲۵\text{ms}$ چند ولت است؟



- (۱) ۱۲×10^{-3}
- (۲) ۱۲
- (۳) ۶×10^{-3}
- (۴) ۶

۶۳. در کدام حالت جریان القایی در مقاومت R از a به b است؟



- (۱) مدتی پس از وصل کردن کلید، سیملوله A به سمت راست حرکت کند.
- (۲) لحظه وصل کردن کلید
- (۳) مدتی پس از وصل کردن کلید، سیملوله B به سمت راست حرکت کند.
- (۴) مدتی پس از وصل کردن کلید، مقاومت رئوستای R' در حال کاهش باشد.

۶۴. اگر ولتاژ دو سر یک لامپ رشته‌ای را ۲۵ درصد کاهش دهیم، توان مصرفی لامپ چند درصد کاهش می‌یابد؟ (مقاومت

لامپ ثابت فرض شود.)

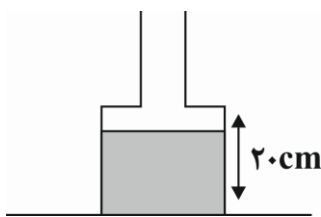
- (۱) ۲۰
- (۲) ۲۵
- (۳) $۴۳/۷۵$
- (۴) $۵۶/۲۵$

۶۵. در شکل روبه‌رو مساحت قسمت بالا و پایین ظرف به ترتیب ۱۰cm^2 و ۴۰cm^2 است و تا ارتفاع

۱۵cm آب داخل ظرف وجود دارد. اگر ۴L / آب به ظرف اضافه کنیم، نیروی وارد بر کف ظرف

چند نیوتون افزایش می‌یابد؟ $(\rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ ارتفاع قسمت پایینی ظرف ۲۰

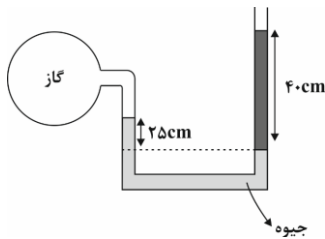
سانتی متر است.)



- (۱) ۵
- (۲) $۷/۵$
- (۳) ۱۰
- (۴) $۱۲/۵$

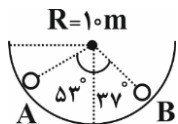
محل محاسبات:

۶۶. در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز 3 kPa است. چگالی مایع، چند $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



- (۱) ۱۲۰۰
- (۲) ۱۵۰۰
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۱۰۰۰

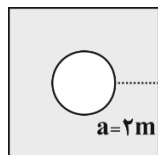
۶۷. در شکل روبرو گلوله از نقطه A روی مسیر دایره‌ای بدون اتلاف رها می‌شود. تندی گلوله در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \cos 37^\circ = 0/8)$



بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \cos 37^\circ = 0/8)$

- (۱) $\sqrt{10}$
- (۲) $2\sqrt{10}$
- (۳) $\sqrt{7}$
- (۴) $2\sqrt{7}$

۶۸. در شکل روبرو ضریب انبساط سطحی صفحه $\frac{1}{C} \times 10^{-5}$ است. اگر دمای صفحه را 180°F افزایش دهیم، فاصله a، چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟

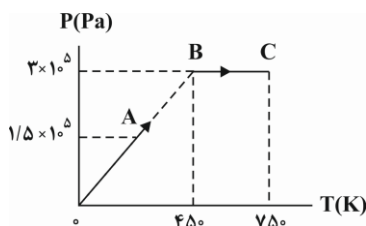


- (۱) ۰/۲
- (۲) ۰/۴
- (۳) ۰/۶
- (۴) ۰/۸

۶۹. 5 kg آب را درون کتری برقی با توان الکتریکی $4/2 \text{ kW}$ می‌ریزیم و آن را روشن می‌کنیم. از شروع جوشیدن تا تبخیر همه آب درون کتری، این فرایند چند دقیقه طول می‌کشد؟ $(L_v = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۲۷۰۰

۷۰. نمودار $P - T$ ، یک مول گاز کامل طی فرآیندی مطابق شکل زیر است. کار انجام شده روی محیط طی این فرآیند چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

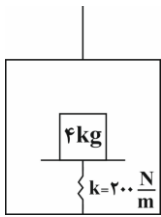


ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

- (۱) ۳۶۰۰
- (۲) -۳۶۰۰
- (۳) ۲۴۰۰
- (۴) -۲۴۰۰

محل محاسبات:

۷۱. در شکل روبرو آسانسور با شتاب $a = 2 \frac{m}{s}$ تندشونده رو به بالا در حرکت است. فنر چند سانتی متر فشرده شده است؟



$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

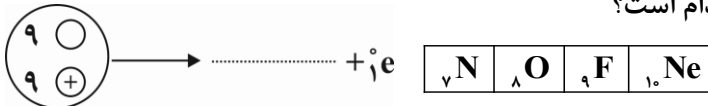
۰/۲۴ (۱)

۲۴ (۲)

۰/۱۲ (۳)

۱۲ (۴)

۷۲. با توجه به فرآیند واپاشی شکل روبرو، هسته دختر کدام است؟



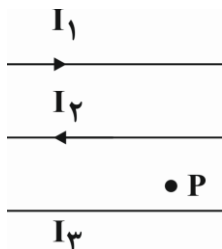
O (۲)

N (۱)

Ne (۴)

F (۳)

۷۳. شکل زیر، سه سیم موازی حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر بدانیم بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌ها (۱)، (۲) و (۳) در نقطه P به ترتیب ۳T، ۵T و B_p است، برای آنکه بزرگی میدان خالص در نقطه P برابر ۸T شود، جهت جریان سیم (۳) و B_p بر حسب تسلا به ترتیب کدام گزینه است؟



۴T - چپ (۱)

۶T - راست (۲)

۸T - چپ (۳)

گزینه‌های ۲ و ۳ (۴)

۷۴. یک پوسته کروی به شعاع داخلی r و شعاع خارجی ۲r از ماده‌ای به چگالی $\frac{60}{7\pi} \frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است. اگر جرم پوسته

8×10^{-2} کیلوگرم باشد، r چند سانتی متر است؟

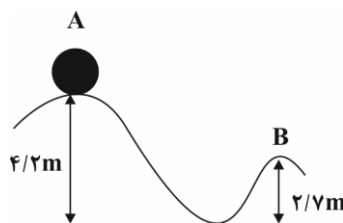
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۵. مطابق شکل گلوله‌ای به جرم ۲kg از نقطه A رها می‌شود. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB برابر ۱۰J- باشد، تندی



گلوله در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$2\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

$2\sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt{10}$ (۳)

محل محاسبات:

۷۶. کدام عبارت‌ها درست است؟

- (آ) در بین عنصرهای چهار دوره اول جدول تناوبی، تنها شش عنصر دارای یک الکترون در زیرلایه $l = 1$ لایه ظرفیت هستند.
 (ب) درون ستارگان، طی واکنش‌های هسته‌ای، از عناصر سبک‌تر، عناصر سنگین‌تر پدید می‌آیند.
 (پ) نیتروژن و آهن به ترتیب دارای بیشترین درصد فراوانی بین هشت عنصر فراوان سازنده سیاره‌های مشتری و زمین هستند.
 (ت) چهارمین عنصر فراوان در بین هشت عنصر فراوان زمین، سه ایزوتوپ طبیعی و مصنوعی دارد.
- (۱) آ - پ (۲) آ - ب (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۷۷. اتم عنصر X، دارای دو ایزوتوپ با عددهای جرمی ۶۳ و ۶۵ است. اگر جرم اتمی میانگین آن برابر $63/5$ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۵ (۳) ۶۵ (۴) ۷۵

۷۸. کدام یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

- (آ) حداکثر گنجایش الکترون در لایه سوم عنصر Cr_{24} ، از عدد اتمی دومین گاز نجیب جدول تناوبی، سه واحد بیشتر است.
 (ب) پرتوهای فرابنفش نسبت به پرتوهای فروسرخ دارای طول موج کمتر و انرژی بیشتر است.
 (پ) تعداد خطوط همه امواج طیف نشری خطی سه عنصر H، He و Na به ترتیب ۴، ۶، ۷ است.
 (ت) اگر اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون پایدار A^{3-} برابر ۲ باشد عنصر A می‌تواند فسفر باشد.
- (۱) آ - ب (۲) ب - ت (۳) آ - پ (۴) پ - ت

۷۹. اگر شمار اتم‌ها در $0/6$ مول از فراوان‌ترین گاز هواکره با شمار مولکول‌ها در X گرم از گازی که به عنوان سنگ بنای صنایع پتروشیمی شناخته می‌شود برابر باشد، مقدار X و در مخلوط آن‌ها اختلاف درصد حجمی این دو گاز در شرایط STP به

تقریب، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($C = 12, H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $33/6 - 66/7$ (۲) $33/4 - 66/7$ (۳) $33/4 - 33/6$ (۴) $33/6 - 33/4$

۸۰. کدام گزینه درست است؟

- (۱) تهیه اکسیژن با خلوص بالا در فرآیند تقطیر جز به جز هوای مایع، امکان‌پذیر نیست.
 (۲) اگر در سیاره‌ای فرضی به ازای هر ۱۰۰ متر افزایش ارتفاع دمای سیاره $5^\circ C$ کاهش یابد و اگر دما در ارتفاع ۳ کیلومتری $26^\circ C$ کلین باشد، دمای سطح سیاره $137^\circ C$ است.
 (۳) ترتیب فراوانی گازهای نجیب تک اتمی در هواکره، مشابه ترتیب قرار گرفتن آن‌ها در دوره‌های جدول تناوبی است.
 (۴) رنگ شعله سوختن گوگرد و منیزیم خالص در شرایط مناسب و مشابه محیطی، یکسان است.

محل محاسبات:

۸۱. کدام موارد زیر در ارتباط با دو نمونه جداگانه از دو گاز CO و N_۲ با جرم‌های برابر به یقین مشابه است؟

- | | | | |
|------------------|---------------------|-------------------|-------------------------|
| (آ) تعداد اتم‌ها | (ب) تعداد مولکول‌ها | (پ) حجم اشغال شده | (ت) تعداد ذرات زیر اتمی |
| (۱) آ - ب - پ | (۲) آ - ب | (۳) ب - پ - ت | (۴) آ - ب - پ - ت |

۸۲. کدام گزینه درست است؟

- (۱) گشتاور دو قطبی مولکول آب بیش از دو برابر هیدروژن سولفید است.
- (۲) انحلال پذیری گازها همانند اغلب نمک‌ها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- (۳) به روش تولید آب شیرین از آب دریا به وسیله فشار، اسمز می‌گوییم.
- (۴) تهیه گاز هیدروژن و سود سوزآور، جزو عمده کاربردهای NaCl است.

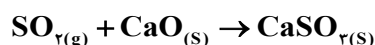
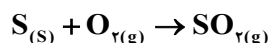
۸۳. کدام گزینه درست نیست؟ (NaOH = ۴۰ g.mol⁻¹)

- (۱) یون SO_۴^{۲-} جزو اجزای کودهای شیمیایی بوده و برای شناسایی کاتیون باریوم نیز کاربرد دارد.
- (۲) برخی مواد شیمیایی مانند اتانول و استون، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان از آن‌ها محلول سیر شده تهیه کرد.
- (۳) ترتیب انحلال پذیری ۴ گاز به صورت N_۲ > O_۲ > CO_۲ > NO در دمای ثابت و همه فشارها، به درستی مقایسه شده است.

(۴) با داشتن ۳۰ گرم سدیم هیدروکسید با خلوص ۳۳٪ می‌توان ۵۰۰ میلی لیتر محلول ۵٪ مولار تهیه کرد.

۸۴. مطابق واکنش‌های زیر اگر ۳ تن از یک سوخت فسیلی حاوی گوگرد با غلظت ۲۰۰ ppm بسوزد، برای جذب گاز تولیدی

به تقریب چند گرم کلسیم اکسید با خلوص ۶۶٪ نیاز است؟ (S = ۳۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰ g.mol⁻¹)



(۴) ۲۰۱۱

(۳) ۱۵۹۱

(۲) ۶۹۳

(۱) ۱۶۴۰

۸۵. کدام موارد از عبارات‌های زیر درست است؟

(آ) علم شیمی مطالعه هدف‌دار، منظم و هوشمندانه رفتار عنصرها و مواد، برای یافتن روندها و الگوهای رفتار فیزیکی و شیمیایی آن‌ها است.

(ب) عدد اتمی هفتمین عنصر واسطه دسته d تقریباً ۱/۷ برابر دهمین عنصر اصلی دسته p است.

(پ) در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی، تغییرات نسبی شعاع اتمی و میزان تمایل به گرفتن الکترون به ترتیب کاهش، افزایش و افزایش می‌یابد.

(ت) شمار الکترون‌ها با n = ۳ و l = ۲ در کاتیون دو ترکیب یونی CrCl_۲ با MnPO_۴ باهم برابر و از تعداد عناصر دارای یک الکترون در زیرلایه n = ۴ و l = ۰ تناوب چهارم، یکی بیشتر است.

(۴) ب - پ - ت

(۳) آ-ب-ت

(۲) ب - پ

(۱) آ - پ

محل محاسبات:

۸۶. کدام گزینه درست است؟ ($K = ۳۹, C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) اگر نسبت جرم مولی یک سیکلوآلکان به جرم مولی نفتالن به تقریب برابر ۶۶ درصد باشد، یک مول از این سیکلوآلکان با یک مول از سرگروه ترکیب‌های آروماتیک، شش گرم اختلاف جرم دارد.
- (۲) درصد جرمی اکسیژن در پتاسیم هیدروژن کربنات، دو برابر درصد جرمی هیدروژن در اولین عضو خانواده آلکان‌ها می‌باشد.
- (۳) ترتیب فراریت نسبی اجزای تشکیل دهنده نفت خام به صورت (بنزین < گازوئیل < نفت سفید < نفت کوره) است.
- (۴) اتم‌های کربن می‌توانند با یکدیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دیگر شکل‌های متفاوتی مانند گرافیت و الماس ایجاد کنند.
۸۷. جرم معینی از سدیم هیدروکسید با خلوص ۶۰٪ برای تهیه ۱۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۶ مولار مورد استفاده قرار گرفته است. این محلول در واکنش با محلول آهن (III) کلرید، چند گرم سدیم کلرید تولید می‌کند؟ (بازده واکنش ۹۰٪ است؟)

($Na = ۲۳, H = ۱, O = ۱۶, Fe = ۵۶, Cl = ۳۵ / ۵ \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۷ / ۸۷۴ (۲) ۴ / ۴۳۱ (۳) ۵ / ۲۶۵ (۴) ۳ / ۱۵۹

۸۸. کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) دشواری شرایط نگهداری و آسانی استخراج یک فلز از سنگ معدن آن، با واکنش پذیری فلز به ترتیب رابطه عکس و مستقیم دارد.

(ب) ۱-هگزن، مایعی قرمز مایل به قهوه‌ای است که با یک مول برم واکنش داده و بی رنگ می‌شود، در صورتی که هگزان با برم واکنش نمی‌دهد.

(پ) در واکنش هیدروژن دار شدن، مول‌های برابری از آلکن و آلکین، گونه دارای پیوند سه گانه، هیدروژن بیشتری مصرف می‌کند.

(ت) در جدول تناوبی، تعداد عناصر بین پر مصرف‌ترین فلز جهان و اولین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای برابر عدد اتمی دومین عنصر گروه ۱۶ است.

(۱) آ - پ (۲) پ - ت (۳) ب - ت (۴) آ - ب

۸۹. کدام گزینه درست است؟

(۱) میانگین آنتالپی پیوند $Cl-Cl$ در مولکول کلر، نسبت به آنتالپی پیوند $I-I$ مولکول ید، به دلیل مرتبه پیوند یکسان ولی طول پیوند کمتر مولکول کلر، بیشتر است.

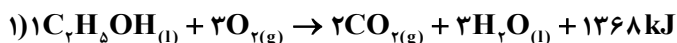
(۲) علامت آنتالپی انحلال کلسیم کلرید در آب و واکنش برگشت‌پذیر تبدیل دی نیتروژن تترا اکسید به نیتروژن دی اکسید مشابه نیست.

(۳) واکنش سوختن کامل گرافیت دو مرحله‌ای است و آنتالپی مرحله دوم را نمی‌توان با گرماسنج اندازه‌گیری کرد.

(۴) رد پای کربن دی اکسید دو چهره آشکار و پنهان دارد ولی رد پای غذا فقط چهره آشکار با حدود ۰/۳٪ مصرف جهانی دارد.

محل محاسبات:

۹۰. با توجه به دو واکنش زیر، کدام گزینه درست است؟ ($C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) می توان نتیجه گرفت همواره آنتالپی سوختن آلکان ها از الکل ها بیشتر است.

(۲) علت گرمای سوختن بیشتر در واکنش (۲)، مصرف اکسیژن بیشتر نسبت به واکنش (۱) است.

(۳) ارزش سوختی اتانول نسبت به اتان همانند آنتالپی سوختن آن، کمتر است.

(۴) به ازای ۷۰ گرم تفاوت جرم ترکیب های آلی شرکت کننده در دو واکنش، ۸۷۶ kJ اختلاف در گرمای تولیدی مشاهده می شود.

۹۱. سرعت متوسط واکنش گازی $۲NH_3 \rightarrow N_2 + ۳H_2$ برابر $۲ / \Delta \text{ mol.min}^{-1}$ است. اگر بعد از ۳۰ ثانیه از شروع

واکنش، مجموع مول های واکنش دهنده ها ۳۰٪ از مجموع مول های فرآورده ها بیشتر باشد، مقدار اولیه NH_3 ، چند گرم

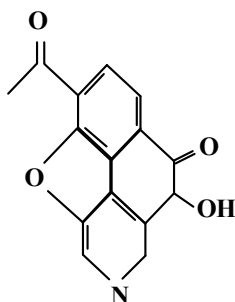
است؟ ($N = ۱۴, H = ۱ \text{ g.mol}^{-1}$)

۱۵۳ (۴)

۶۸ (۳)

۱۵/۳ (۲)

۳۸۲/۵ (۱)



۹۲. با توجه به ساختار ترکیب ارائه شده، کدام گزینه نا درست است؟

(۱) فرمول مولکولی آن $C_{15}H_{11}NO_4$ است.

(۲) تعداد گروه های CH در آن، دو برابر مجموع تعداد گروه های CH_2 و CH_3 است.

(۳) دارای گروه عاملی کربوکسیل، آمین و اتری می باشد.

(۴) یک مول از آن در واکنش با ۶ گرم گاز هیدروژن به ترکیبی غیرآروماتیک تبدیل می شود.

۹۳. کدام گزینه درست است؟

(۱) تعداد اتم های ساده ترین الکل دو عاملی از تعداد اتم های مولکول او، کمتر است.

(۲) اتم های کربن موجود در مونومرهای سازنده تفلون، با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر متصل شده اند.

(۳) اگر به جای یکی از هیدروژن های متصل به کربن در ساده ترین آلدهید، بنزن قرار گیرد، نام ترکیب حاصل بنز آلدهید

بوده و فرمول آن C_7H_7O می شود.

(۴) در مولکول عامل طعم و بوی خوش آناناس، تعداد گروه CH_2 با تعداد جفت الکترون ناپیوندی برابر است.

۹۴. درصد جرمی عناصر موجود در مونومر مصرفی و پلیمر تولید شده در کدام گزینه یکسان نیست؟

(۴) پلی سیانواتن

(۳) پلی پروپن

(۲) پلی ۱-بوتن

(۱) کولار

محل محاسبات:

۹۵. کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟ ($C = ۱۲, O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)

(آ) در واکنش سوختن کامل روغن زیتون، اختلاف مجموع ضرایب فرآورده‌ها و واکنش دهنده‌ها برابر جرم مولی یکی از فرآورده‌های سوختن ناقص هیدروکربن‌ها است.

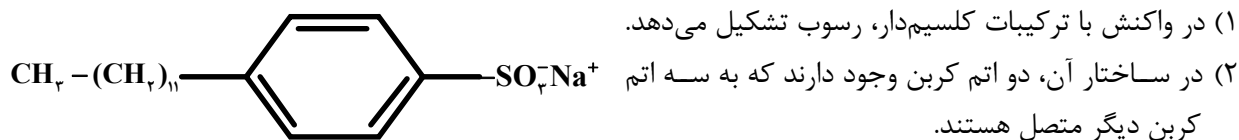
(ب) امید به زندگی در کشورهای گوناگون متفاوت بوده و در سال‌های اخیر در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی توسعه یافته و برخوردار، افزایش یافته است.

(پ) در فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها با بزرگتر شدن R، قدرت اسیدی، انحلال پذیری در آب و چربی دوستی به ترتیب کاهش، افزایش و کاهش می‌یابد.

(ت) برای افزایش قدرت پاک کنندگی مواد شوینده به آن‌ها نمک‌های فسفات، اضافه می‌کنند.

(۱) آ-ب-ت (۲) آ-پ-ت (۳) ب-پ-ت (۴) فقط آ و ت

۹۶. در مورد ساختار ترکیب داده شده، کدام گزینه درست است؟ ($S = ۳۲, Na = ۲۳, C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱ \text{ g.mol}^{-1}$)



(۳) فرمول مولکولی پاک کننده غیرصابونی به صورت $C_{18}H_{35}SO_3^-Na^+$ است.

(۴) نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن در آن حدود ۷/۵ است.

۹۷. محلول ۱۵٪ جرمی هیدروفلوئوریک اسید با چگالی ۱.۰۸ g.mL^{-1} در دمای ثابت، دارای درصد یونش ۳٪ است، مقدار ثابت

یونش آن در همان دما، به تقریب کدام است؟ ($H = ۱, F = ۱۹ \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $۲/۵ \times ۱۰^{-۴}$ (۲) $۲/۵ \times ۱۰^{-۳}$ (۳) $۵/۵ \times ۱۰^{-۴}$ (۴) $۵/۵ \times ۱۰^{-۳}$

۹۸. غلظت یون هیدرونیوم در محلولی به حجم ۹۵۰ میلی لیتر از اسید HA برابر $۴/۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ mol.L}^{-1}$ است. اگر K_a برابر

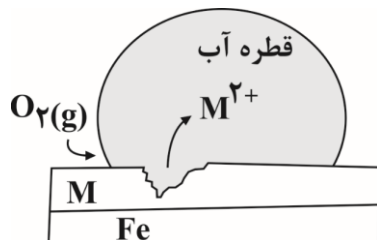
$۱۳/۵ \times ۱۰^{-۲}$ باشد، برای خنثی کردن کامل HA، چند گرم NaOH نیاز داریم؟ ($NaOH = ۴۰ \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱/۱۴ (۲) ۲/۲۸ (۳) ۲/۱۶ (۴) ۱/۲۳

محل محاسبات:

۹۹. کدام گزینه درست است؟

- (۱) در واکنش تیغه روی با محلول دارای یونهای Cu^{2+} ، به علت تشکیل کاتیون روی، رنگ آبی محلول کاهش می‌یابد.
 (۲) در گذشته برای عکاسی از واکنش اکسایش منیزیم به عنوان منبع نور استفاده می‌شده است.
 (۳) افزایش دمای کمتر واکنش فلز آلومینیوم، نسبت به واکنش فلز آهن با محلول کات کبود، نشان‌دهنده واکنش پذیری کمتر فلز آلومینیوم نسبت به آهن، است.
 (۴) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را از دست داده و اکسایش یافته و به کاتیون تبدیل شوند.
۱۰۰. با توجه به شکل مقابل کدام گزینه نادرست است؟ (M یکی از دو فلز Zn یا Sn است)



- (۱) اگر M، فلز روی باشد، شکل مربوط به آهن گالوانیزه است و می‌توان از آن برای ساخت تانکر آب یا کانال کولر استفاده کرد.
 (۲) در نیم واکنش کاهش آن، به ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن و دو مول آب، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.
 (۳) در انتهای واکنش و پس از گذشت مدت زمان کافی، رسوب M(OH)_2 تشکیل می‌شود.
 (۴) فلز آهن از فلز M به کار رفته، کاهنده‌تر است.

۱۰۱. تعداد الکترون‌های مبادله شده در فرآیند هال، به ازای مصرف ۵۱۰ گرم سنگ معدن آلومینیوم ۵۰ درصد خالص و دارای بازدهی ۶۰ درصد را وارد سلول سوختی می‌کنیم. حجم گاز هیدروژن مصرفی در این واکنش با فرض شرایط STP برابر چند لیتر است؟ ($\text{Al} = 27, \text{O} = 16, \text{C} = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۰/۵۸ (۲) ۱۰۰/۸ (۳) ۵/۴ (۴) ۵/۱۴

۱۰۲. کدام عبارت‌ها درست هستند؟

- (آ) اختلاف عدد اکسایش محلول بنفش رنگ دارای یکی از یون‌های وانادیم با مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه این یون، برابر ۱۳ است.
 (ب) واژه شبکه بلور، همانند فرمول شیمیایی ساده‌ترین نسبت اتم‌های سازنده را نشان می‌دهد.
 (پ) برای هر یون، چگالی بار کمیتی است که می‌تواند برای مقایسه استحکام شبکه بلور به کار رود.
 (ت) در بین پنج مولکول SCO ، HCIO ، HCN ، OF_2 و N_2O تعداد مولکول‌های با ساختار خطی از تعداد مولکول‌های قطبی بیشتر هستند.

- (۱) آ - ت (۲) آ - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

۱۰۳. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مقایسه مقدار آنتالپی فروپاشی در چهار ترکیب یونی داده شده به صورت $\text{NaCl} < \text{KF} < \text{MgO} < \text{Al}_2\text{O}_3$ درست است.
 (۲) درصد جرمی کربن در سه ترکیب (اتانویک اسید > گلوکز > اوره) به درستی مقایسه شده است.
 (۳) در مولکول ناقطبی SO_x و مولکول قطبی YCl_x ، x برابر ۳ و Y می‌تواند عنصری از گروه ۱۵ جدول دوره‌ای باشد.
 (۴) یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که SiO_2 افزون بر خاک رس، یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و نیز شن و ماسه است.

۱۰۴. با توجه به جدول زیر که برای واکنش گازی $A(g) + B(g) \rightleftharpoons AB(g)$ داده شده است، کدام موارد از مطالب داده شده

نادرست است؟

دما (°C)	K (mol ⁻¹ .L)
۳۵	4×10^{24}
۳۰۰	$3/5 \times 10^{10}$
۴۵۰	$2/4 \times 10^5$

(آ) مجموع آنتالپی پیوند فرآورده از مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها کمتر است.

(ب) این تعادل در دمای $35^\circ C$ انجام شدنی تر است و پیشرفت واکنش رفت، بیشتر است.

(پ) با افزایش دما، غلظت‌های تعادلی واکنش دهنده‌ها افزایش می‌یابد و از جرم فرآورده کاسته می‌شود.

(ت) با کاهش حجم ظرف در دمای ثابت، غلظت همه مواد و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

(۱) آ - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) آ - ت

۱۰۵. واکنش تعادلی: $H_2S_{(g)} + I_{2(g)} \rightleftharpoons 2HI_{(g)} + S_{(s)}$ در یک ظرف دربسته و دمای ثابت دارای غلظت‌های تعادلی

$[I_2] = 12 \text{ mol.L}^{-1}$, $[H_2S] = [HI] = 6 \text{ mol.L}^{-1}$ است. با خروج نیمی از $I_{2(g)}$ و با برقراری تعادل جدید، نسبت

غلظت $\frac{[HI]}{[I_2]}$ در تعادل جدید کدام است؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)

(۱) $1/314$ (۲) $1/014$ (۳) $0/714$ (۴) $0/684$

محل محاسبات:



آزمون جامع (شبیه‌ساز کنکور) آلفا

رشته ریاضی دوازدهم

نام درس	مسئول درس	ناظر علمی - ویراستار	طراحان سوال
هندسه	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
گسسته	آرش عمید	ناظر علمی: آرش عمید ویراستار: رضا خطیری	احسان خیرالهی
حسابان	معین گرمی محمد رضا میرجلیلی	ناظر علمی: محمد رضا میرجلیلی ویراستاران: مینا نظری - یاسمین میرزایی	مسعود درویشی محمد رضا میرجلیلی
فیزیک	رضا خالو امیرعلی میری نیما نوروزی	ناظرین علمی: رضا خالو امیرعلی میری ویراستار: ارشیا شکوری	امیرعلی میری
شیمی	مهدی جبرئیلی	ناظر علمی: محمد معروفی ویراستار: یاسین سلیمی بنی	مهدی جبرئیلی - مهدی طاهری

مدیر واحد آزمون

هانیه توکلیان نیاسری - محمد محمدیان

گروه فنی و تولید

تایپیست	هاجر زارع - مژگان حسن زاده
صفحه بندی	مهتا محمدی
رسام	مهتا محمدی

۱. پاسخ: گزینه ۳

x و y را به صورت عددهای توان دار می نویسیم:

$$x = \sqrt[6]{20 \cdot \sqrt{5}} = \sqrt[6]{2^2 \times 5^2 \times 5^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[6]{2^2 \times 5^{\frac{5}{2}}} = 2^{\frac{2}{6}} \times (5^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{5}{18}}$$

$$y = \sqrt[9]{180 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt[9]{2^2 \times 5 \times 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[9]{2^{\frac{5}{2}} \times 5} = (2^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{9}} \times 5^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{5}{18}} \times 5^{\frac{1}{9}}$$

 حالا کسر $(\frac{x}{y})^n$ را تشکیل می دهیم.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{5}{18}}}{2^{\frac{5}{18}} \times 5^{\frac{1}{9}}}\right)^n = \left(5^{\frac{5}{18} - \frac{1}{9}}\right)^n = \left(5^{\frac{5}{18}}\right)^n = 5^{\frac{5n}{18}}$$

 برای این که این کسر عددی صحیح شود، باید توان آن عددی صحیح باشد. کوچکترین عدد طبیعی n که به ازای آن $\frac{5n}{18}$ عددی صحیح است، n=18 می شود.

(ریاضی ۱ / فصل ۳ / درس ۳ / صفحه ۵۹ تا ۶۰: سطح سؤال: آسان)

۲. پاسخ: گزینه ۲

 فرض کنیم قدرنسبت این دو دنباله عدد $d \neq 0$ باشد.

$$b = a + d, c = a + 2d$$

a, b و c سه جمله نخست دنباله ای حسابی هستند، پس:

a, b+1, c و c+4 نیز سه جمله نخست دنباله ای هندسی هستند؛ پس دنباله هندسی به صورت زیر است:

$$a, a+d+1, a+2d+4$$

قدرنسبت این دنباله هندسی نیز d است؛ یعنی:

$$\frac{a+d+1}{a} = d \Rightarrow a+d+1 = ad \quad (*) \Rightarrow d+1 = ad - a = a(d-1) \xrightarrow{d \neq 1} a = \frac{d+1}{d-1}$$

$$(a+d+1)^2 = a(a+2d+4) \xrightarrow{(*)} (ad)^2 = a^2 + 2ad + 4a \Rightarrow a^2 d^2 = a^2 + 2ad + 4a$$

$$\xrightarrow{\div a} ad^2 = a + 2d + 4 \Rightarrow ad^2 - a = 2d + 4 \Rightarrow a(d^2 - 1) = 2d + 4$$

$$\Rightarrow \frac{d+1}{d-1} (d^2 - 1) = 2d + 4 \Rightarrow \frac{d+1}{d-1} (d-1)(d+1) = 2d + 4 \Rightarrow (d+1)^2 = 2d + 4$$

$$\Rightarrow d^2 + 2d + 1 = 2d + 4 \Rightarrow d^2 = 3 \Rightarrow d = \sqrt{3} \text{ یا } d = -\sqrt{3}$$

 با قرار دادن $d_1 = \sqrt{3}$ و $d_2 = -\sqrt{3}$ دو مقدار برای a به دست می آید.

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2} = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$$

$$a_2 = \frac{-\sqrt{3}+1}{-\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

$$(2+\sqrt{3}) + (2-\sqrt{3}) = 4$$

پس مجموع دو مقدار a برابر است با:

(ریاضی ۱ / فصل ۱ / درس ۴ / صفحه های ۲۱ تا ۲۷: سطح سؤال: دشوار)

۳. پاسخ: گزینه ۳

برای حل نامعادله نمایی داده شده، ابتدا پایه‌های نامعادله را یکسان می‌کنیم.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{|ax+12|} > 3^{-b} \Rightarrow 3^{-|ax+12|} > 3^{-b} \Rightarrow -|ax+12| > -b$$

$$\Rightarrow |ax+12| < b \Rightarrow -b < ax+12 < b \Rightarrow -b-12 < ax < b-12 \xrightarrow{\div a} \frac{b-12}{a} < x < \frac{-b-12}{a}$$

با مقایسه محدوده به دست آمده برای x می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{b-12}{a} = 2 \Rightarrow b-12 = 2a \\ \frac{-b-12}{a} = 10 \Rightarrow -b-12 = 10a \end{cases} \xrightarrow{+} a = -2, b = 8$$

بنابراین سهمی به صورت $f(x) = -2x^2 + 8x + c$ می‌شود که مقدار ماکزیمم آن ۱۵ است؛ پس:

$$\frac{-\Delta}{4a} = 15 \Rightarrow \frac{4(-2)c - 64}{4(-2)} = 15 \Rightarrow \frac{8c + 64}{8} = 15 \Rightarrow c + 8 = 15 \Rightarrow c = 7$$

در نهایت خواسته مسئله برابر با $a+b+c = -2+8+7 = 13$ است.

(حسابان ۱ / فصل ۳ / درس ۱ / صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹ و فصل ۱ / درس ۲ / صفحه ۷ تا ۱۶؛ سطح سؤال: آسان)

۴. پاسخ: گزینه ۴

قاعده و ارتفاع مثلث نخست را b و h می‌نامیم. چون این دو، ریشه‌های معادله درجه دوم هستند، پس:

$$b+h = -\frac{b}{a} = m, b \cdot h = \frac{c}{a} = 12$$

قاعده و ارتفاع مثلث جدید $b+2$ و $h+2$ هستند و مساحت آن برابر است با:

$$S_p = \frac{(b+2)(h+2)}{2} = 16 \Rightarrow (b+2)(h+2) = 32 \Rightarrow bh + 2h + 2b + 4 = 32$$

$$\Rightarrow bh + 2(b+h) = 28 \Rightarrow 12 + 2m = 28 \Rightarrow 2m = 16 \Rightarrow m = 8$$

پس معادله درجه دوم به صورت $x^2 - 8x + 12 = 0$ است. بنابراین:

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = 4$$

(حسابان ۱ / فصل ۱ / درس ۲ / صفحه‌های ۷ تا ۱۶؛ سطح سؤال: متوسط)

۵. پاسخ: گزینه ۴

f تابعی همانی است؛ یعنی هر عضو دامنه به خودش می‌رود، پس:

$$\begin{cases} a^2 - 2a = 3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a-3)(a+1) = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ یا } a = -1 (*) \\ c = 3 \end{cases}$$

g نیز تابع ثابت است، پس همه مقادیر دامنه را به عددی یکسان می‌برد؛ یعنی:

$$a - b = 1 \Rightarrow b = a - 1 \xrightarrow{(*)} b = 2 \text{ یا } b = -2$$

بنابراین بیشترین مقدار $a+b+c$ وقتی است که $a=3$ ، $b=2$ و $c=3$ باشد؛ یعنی:

$$\max(a+b+c) = 3+2+3 = 8$$

(ریاضی ۱ / فصل ۵ / درس ۳ / صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷؛ سطح سؤال: آسان)

۶. پاسخ: گزینه ۲

چون نمودار توابع f و $g \circ f$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ روی خط $y=x$ متقاطع هستند، پس:

$$f(a) = a \Rightarrow \frac{a+k}{2} = a \Rightarrow k = a$$

$$g(f(a)) = a \xrightarrow{f(a)=a} g(a) = a \xrightarrow{\text{دامنه } g} a > 1$$

با توجه به ضابطه g می‌توان نوشت:

$$g(a) = a \Rightarrow \sqrt{a+k\sqrt{a-1}} = a \xrightarrow{\text{به توان دو}} a+k\sqrt{a-1} = a^2$$

$$\xrightarrow{k=a} a+a\sqrt{a-1} = a^2 \Rightarrow a\sqrt{a-1} = a^2 - a \xrightarrow{\div a} \sqrt{a-1} = a-1$$

$$\Rightarrow a-1=0 \text{ یا } a-1=1 \Rightarrow a=1 \text{ یا } a=2$$

بنابراین:

$$a=1: f(x) = \frac{x+1}{2}, g(x) = \sqrt{x+\sqrt{x-1}} \Rightarrow fog(k+3) = fog(4)$$

$$= f(g(4)) = f(\sqrt{4+\sqrt{3}}) = \frac{\sqrt{4+\sqrt{3}}+1}{2} \times (\text{بین گزینه ها نیست!})$$

$$a=2: f(x) = \frac{x+2}{2}, g(x) = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} \Rightarrow fog(k+3) = fog(5) = f(g(5)) = f(3) = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \checkmark$$

(حسابان ۱ / فصل ۲ / درس ۴ / صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰؛ سطح سؤال: متوسط)

۷. پاسخ: گزینه ۴

معادله $x^2 - (m+1)x + m = 0$ به صورت $(x-m)(x-1) = 0$ می‌شود. پس ریشه‌های آن به صورت $x=1$ و $x=m$ هستند. قرار می‌دهیم $A=1$ و $B=m$ ، پس طول پاره خط AB برابر $m-1$ می‌شود. از طرفی وقتی نمودار تابع g پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کند، یعنی ریشه g پاره خط AB را به این نسبت قطع می‌کند. g نیز یک تابع درجه دوم است که از انتقال k واحدی نمودار تابع f به سمت راست به دست می‌آید، پس ریشه‌های g به صورت $1+k$ و $m+k$ هستند. دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: اگر $1+k$ پاره خط AB را قطع کند، آن‌گاه:

$$1+k = 1 + \frac{m-1}{2} \Rightarrow k = \frac{m-1}{2}$$

حالت دوم: اگر $m+k$ پاره خط AB را قطع کند، آن‌گاه:

$$m+k = 1 + \frac{m-1}{2} = \frac{m+2}{2} \Rightarrow k = \frac{m+2}{2} - m = \frac{m+2-2m}{2} = \frac{2-2m}{2}$$

مجموع مقادیر k برابر -1 است؛ یعنی:

$$\frac{m-1}{2} + \frac{2-2m}{2} = -1 \Rightarrow -m+1 = -3 \Rightarrow m = 4$$

(حسابان ۲ / فصل ۱ / درس ۱ / صفحه‌های ۲ تا ۱۲؛ سطح سؤال: دشوار)

۸. پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تابع f را مشخص کنیم.

$$g(5) = \sqrt{5+4} + 1 = 3+1 = 4, g(21) = \sqrt{21+4} + 1 = 5+1 = 6, g(-4) = \sqrt{-4+4} + 1 = 0+1 = 1$$

$$f = \{(4, 3m+5), (6, 11), (1, m^2+1)\}$$

تابع f اکیداً نزولی است؛ پس:

$$1 < 4 < 6 \Rightarrow f(1) > f(4) > f(6) \Rightarrow m^2 + 1 > 3m + 5 > 11$$

این دستگاه نامعادله به دو نامعادله تبدیل می‌شود.

$$m^2 + 1 > 3m + 5 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 > 0 \Rightarrow (m-4)(m+1) > 0 \xrightarrow{\text{یا}} m < -1 \text{ یا } m > 4$$

$$3m + 5 > 11 \Rightarrow m > 2$$

اشتراک مجموعه جواب‌های این دو نامعادله، همان $m > 4$ است.

(حسابان ۲ / فصل ۱ / درس ۲ / صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰؛ سطح سؤال: آسان)

۹. پاسخ: گزینه ۲

$x=1$ را در رابطه داده شده جای گذاری می‌کنیم:

$$2f(1) + f^{-1}(a-2) = 7 \xrightarrow{f(1)=2} 2f(2) + f^{-1}(a-2) = 7 \Rightarrow f^{-1}(a-2) = 3 \Rightarrow f(3) = a-2$$

حالا به سراغ ضابطه تابع f می‌رویم:

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - \sqrt{1+b} = 2 \Rightarrow \sqrt{1+b} = a-2 \quad (*)$$

$$f(3) = a-2 \Rightarrow a - \sqrt{3+\frac{b}{3}} = a-2 \Rightarrow \sqrt{3+\frac{b}{3}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان دو}} 3 + \frac{b}{3} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{b}{3} = 1 \Rightarrow b = 3$$

با قرار دادن $b=3$ در رابطه (*) می‌نویسیم:

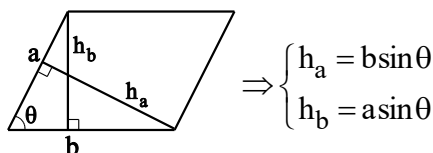
$$\sqrt{1+3} = a-2 \Rightarrow 2 = a-2 \Rightarrow a = 4$$

در نهایت، $a+b=7$ می‌شود.

(حسابان ۱ / فصل ۲ / درس ۳ / صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲؛ سطح سؤال: آسان)

۱۰. پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم متوازی‌الاضلاعی با اضلاع a و b و زاویه جاده بین آن‌ها θ باشد. پس:



محیط متوازی‌الاضلاع، مجموع و حاصل ضرب ارتفاع‌های آن داده شده است. پس:

$$P = 40 \Rightarrow 2(a+b) = 40 \Rightarrow a+b = 20 \quad (*)$$

$$h_a + h_b = 10\sqrt{3} \Rightarrow b \sin \theta + a \sin \theta = 10\sqrt{3} \Rightarrow (a+b) \sin \theta = 10\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{(*)} 20 \cdot \sin \theta = 10\sqrt{3} \Rightarrow \sin \theta = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h_a \cdot h_b = 72 \Rightarrow (b \sin \theta)(a \sin \theta) = 72 \Rightarrow ab \sin^2 \theta = 72$$

$$\Rightarrow \underbrace{(ab \sin \theta)}_S \sin \theta = 72 \Rightarrow S \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 72 \Rightarrow S = \frac{2 \times 72}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 72 \sqrt{3}}{3} = 48\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱ / فصل ۲ / درس ۱ / صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۱. پاسخ: گزینه ۳

 چون $x = \frac{\pi}{8}$ است، پس $8x = \pi$ و در نتیجه $4x = \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین:

$$\Delta x = 4x + x = \frac{\pi}{2} + x$$

$$3x = 4x - x = \frac{\pi}{2} - x$$

$$A = \frac{\cos(\Delta x)}{\sin(3x)} + \tan(3x) \tan x = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} + x)}{\sin(\frac{\pi}{2} - x)} + \tan(\frac{\pi}{2} - x) \tan x = \frac{-\sin x}{\cos x} + \frac{\cot x \cdot \tan x}{1} = -\tan x + 1$$

 پس کافی است $\tan(\frac{\pi}{8})$ را حساب کنیم.

$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{4}} \tan(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sin(\frac{\pi}{4})}{1 + \cos(\frac{\pi}{4})} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 2} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{-2} = \sqrt{2} - 1$$

در نتیجه:

$$A = -(\sqrt{2} - 1) + 1 = 2 - \sqrt{2}$$

(حسابان ۱ / فصل ۴ / درس ۴ / صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۲. پاسخ: گزینه ۲

با کمک قاعده‌های لگاریتم می‌نویسیم:

$$\log_a(bc) = 3 \Rightarrow \log_a b + \log_a c = 3 \quad (*)$$

$$\log_b(ac) = 4 \Rightarrow \log_b a + \log_b c = 4 \Rightarrow \frac{1}{\log_a b} + \frac{\log_a c}{\log_a b} = 4$$

$$\Rightarrow 1 + \log_a c = 4 \log_a b \xrightarrow{+ \log_a b} 1 + \underbrace{\log_a c + \log_a b}_3 = 5 \log_a b \Rightarrow 4 = 5 \log_a b \Rightarrow \log_a b = \frac{4}{5}$$

با جای‌گذاری این مقدار در رابطه (*) می‌توان نوشت:

$$\frac{4}{5} + \log_a c = 3 \Rightarrow \log_a c = 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$$

حالا نوبت عبارت خواسته‌شده در سؤال است.

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{1}{\log_a c} + \frac{\log_a b}{\log_a c} = \frac{1}{\frac{11}{5}} + \frac{\frac{4}{5}}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{11} + \frac{4}{11} = \frac{9}{11}$$

(حسابان ۱ / فصل ۳ / درس ۲ / صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵؛ سطح سؤال: متوسط رو به بالا)

۱۳. پاسخ: گزینه ۲

سه حالت پیش می‌آید:

حالت اول: اگر $\tan x > 0$ باشد، آن‌گاه با توجه به این‌که جواب‌های معادله را در بازه $(0, \pi)$ می‌خواهیم، $0 < x < \frac{\pi}{2}$ است. در این صورت:

$$\sin 2x \cdot \tan x = \cos 3x \cdot \tan x \xrightarrow{\div \tan x} \sin 2x = \cos 3x \xrightarrow{0 < x < \frac{\pi}{2}} 2x + 3x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 5x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{10} \text{ (قابل قبول)}$$

حالت دوم: اگر $\tan x < 0$ باشد، آن‌گاه $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ است. در این صورت:

$$\sin 2x(-\tan x) = \cos 3x \cdot \tan x \xrightarrow{\div \tan x} -\sin 2x = \cos 3x \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow 5x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{10}$$

فقط به ازای $k=2$ ، x مقداری در بازه $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ می‌شود.

حالت سوم: اگر $\tan x = 0$ باشد، در این صورت جوابی در بازه $(0, \pi)$ به دست نمی‌آید. پس معادله در حالت کلی دارای ۲ جواب است.

(حسابان ۲ / فصل ۲ / درس ۲ / صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴: سطح سؤال: متوسط)

۱۴. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار $f(2) = 5$ می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{k} = 5 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$$

تابع f در $x=1$ تعریف نشده است. برای این‌که نمودار حفره داشته باشد، باید صورت کسر هم به ازای $x=1$ صفر باشد؛ یعنی با ساده کردن عامل $x-1$ از صورت و مخرج باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-m)}{x-1} = 1-m \Rightarrow 1-m=3 \Rightarrow m=-2$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2 \Rightarrow a=1, b=-2 \Rightarrow b+k = -2 + \frac{2}{5} = -\frac{8}{5}$$

(حسابان ۱ / فصل ۵ / درس ۴ / صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴: سطح سؤال: آسان)

۱۵. پاسخ: گزینه ۲

چون حاصل حد $+\infty$ شده، پس حدهای چپ و راست هر دو باید $+\infty$ باشد، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - a[x+1]}{2-x} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3a}{0^-} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4-3a}{0^-} = +\infty$$

$$\Rightarrow 4-3a < 0 \Rightarrow 3a > 4 \Rightarrow a > \frac{4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - a[x+1]}{2-x} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2a}{0^+} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4-2a}{0^+} = +\infty$$

$$\Rightarrow 4 - 2a > 0 \Rightarrow 2a < 4 \Rightarrow a < 2$$

از اشتراک مقادیر به دست آمده نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{4}{3} < a < 2 \Rightarrow [a] = 1$$

(حسابان ۲ / فصل ۳ / درس ۱ / صفحه‌های ۴۶ تا ۵۸؛ سطح سؤال: آسان)

۱۶. پاسخ: گزینه ۲

برای پیوستگی روی \mathbb{R} باید مراقب باشیم مخرج کسرها در دامنه خودشان صفر نشوند، چون در غیر این صورت مجانب قائم به وجود می‌آید.

در ضابطه بالا، ریشه مخرج $x = -a$ و دامنه $x \geq a$ است، پس باید $-a < a$ و در نتیجه $a > 0$ باشد.

در ضابطه پایین نیز، با همین استدلال $a \leq 2$ می‌شود.

پس $0 < a \leq 2$ است.

حالا به سراغ بررسی پیوستگی در نقطه مرزی $x = a$ با فرض $a \neq 2$ می‌رویم.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \frac{2a + \sin(\pi a)}{2a}, \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{a-2}{x-2} = \frac{a-2}{a-2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2a + \sin(\pi a)}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + \sin(\pi a) = 2a \Rightarrow \sin(\pi a) = 0 \xrightarrow{0 < a < 2} a = 1$$

با قرار دادن $a = 2$ تابع f در نقطه مرزی $x = 2$ پیوسته نمی‌شود، چون:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$$

پس تابع f فقط به ازای $a = 1$ روی \mathbb{R} پیوسته است.

(حسابان ۱ / فصل ۵ / درس ۵ / صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱؛ سطح سؤال: متوسط)

۱۷. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار f' ، می‌توان گفت $f'(0) = 4$ ؛ یعنی شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $x = 0$ برابر ۴ است. پس معادله این خط مماس به صورت زیر است:

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y - f(0) = 4x$$

چون این خط مماس از نقطه $(-2, 0)$ می‌گذرد، پس:

$$0 - f(0) = 4(-2) \Rightarrow f(0) = 8$$

(حسابان ۲ / فصل ۴ / درس ۱ / صفحه‌های ۷۲ تا ۸۳؛ سطح سؤال: آسان)

۱۸. پاسخ: گزینه ۳

چون نقطه تماس $(0, 0)$ است، پس برای مشتق در $x = 0$ از روش عامل صفرکننده استفاده می‌کنیم؛ یعنی فقط از x مشتق می‌گیریم و بقیه عبارت را نگه می‌داریم.

$$f(x) = x \underbrace{(x-3)\sqrt{x+4}}_{u(x)} \Rightarrow f'(x) = (1)(x-3)\sqrt{x+4} + xu'(x) \Rightarrow f'(0) = 1(0-3)\sqrt{0+4} = -6$$

پس معادله خط مماس به صورت $y = -6x$ است.

حالا محل برخورد تابع f و خط مماس $y = -6x$ را به دست می‌آوریم.

$$(x^2 - 3x)\sqrt{x+4} = -6x \xrightarrow{\frac{\div x}{x \neq 0}} (x-3)\sqrt{x+4} = -6 \xrightarrow{\text{به توان دو}} (x-3)^2(x+4) = 36$$

$$\Rightarrow (x^2 - 6x + 9)(x + 4) = 36 \Rightarrow x^3 + 4x^2 - 6x^2 - 24x + 9x + 36 = 36 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - 15x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 2x - 15) = 0 \Rightarrow x(x - 5)(x + 3) = 0 \xrightarrow{x \neq 0} x = 5 \text{ یا } x = -3$$

با چک کردن ریشه‌ها فقط $x = -3$ در معادله صدق می‌کند که نقطه‌ای با طول منفی است.

(حسابان ۲ / فصل ۴ / درس ۱ و ۲ / صفحه‌های ۷۲ تا ۱۰۱ / سطح سؤال: متوسط)

۱۹. پاسخ: گزینه ۲

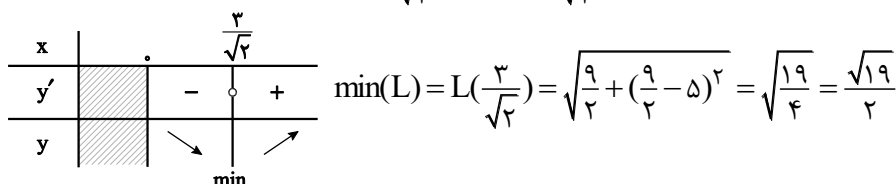
نقطه P روی منحنی $y = \sqrt{x+1}$ قرار دارد. Q قرینه نقطه P نسبت به نیمساز ربع اول و سوم است؛ یعنی Q روی وارون تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ قرار دارد که به صورت $f^{-1}(x) = x^2 - 1$ است. پس مختصات Q به صورت $Q(x, x^2 - 1)$ است که $x \geq 0$. فاصله Q تا نقطه ثابت $A(0, 4)$ برابر است با:

$$L(x) = \sqrt{(x-0)^2 + (x^2-1-4)^2} = \sqrt{x^2 + (x^2-5)^2}$$

برای تعیین مینیمم L باید مشتق آن را تعیین علامت کنیم.

$$L'(x) = \frac{2x + 2(x^2-5)(2x)}{2\sqrt{x^2 + (x^2-5)^2}} = \frac{4x^3 - 18x}{2\sqrt{x^2 + (x^2-5)^2}} = 0 \Rightarrow 4x^3 - 18x = 0$$

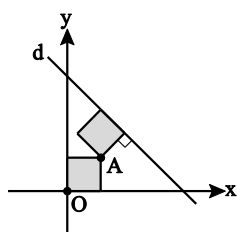
$$\Rightarrow 2x(2x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{3}{\sqrt{2}} \checkmark, x = -\frac{3}{\sqrt{2}}$$



(حسابان ۲ / فصل ۵ / درس ۱ / صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۶ / سطح سؤال: آسان)

۲۰. پاسخ: گزینه ۳

اگر ضلع مربع را a بگیریم، مختصات رأس A به صورت $A(a, a)$ است. از طرفی چون دو مربع هم‌نهشت هستند، پس طول ضلع مربع بالایی نیز a است.



$$d: \frac{x}{15} + \frac{y}{20} = 1 \xrightarrow{\times 60} 4x + 3y = 60 \Rightarrow 4x + 3y - 60 = 0$$

پس فاصله نقطه A تا خط d نیز برابر a می‌شود. در نتیجه:

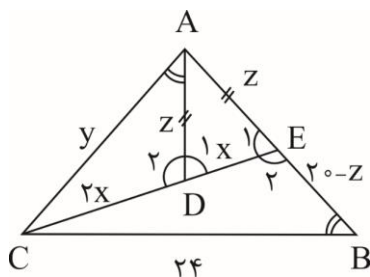
$$\frac{|4a + 3a - 60|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = a \Rightarrow \frac{|7a - 60|}{5} = a \Rightarrow |7a - 60| = 5a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7a - 60 = 5a \Rightarrow 2a = 60 \Rightarrow a = 30 \quad \times \\ 7a - 60 = -5a \Rightarrow 12a = 60 \Rightarrow a = 5 \quad \checkmark \end{cases}$$

توجه کنید که a نمی‌تواند برابر ۳۰ باشد، چون محل برخورد خط d با محور x ها ۱۵ است. بنابراین $a = 5$ است و مساحت مربع $a^2 = 25$ می‌شود.

(حسابان ۱ / فصل ۱ / درس ۵ / صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶ / سطح سؤال: متوسط)

۲۱. پاسخ: گزینه ۲



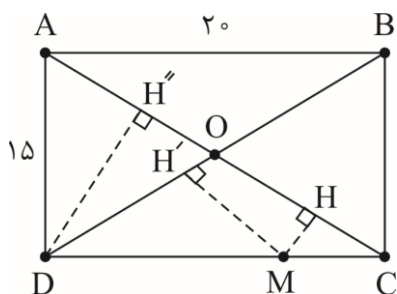
$$AD = AE \Rightarrow E_1 = D_1 \Rightarrow E_2 = D_2$$

از آنجایی که $\angle CAD = \angle CBA$ ، بنابراین دو مثلث $\triangle CAD$ و $\triangle CBE$ متشابه‌اند. از طرفی اگر $DE = x$ ، پس $CD = 2x$ داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BE} = \frac{CD}{CE} \rightarrow \frac{y}{24} = \frac{z}{20-z} = \frac{2x}{3x} \rightarrow y = 16, z = 8$$

بنابراین $BE = 12$ و $AC = 16$ ، پس $AC + BE = 28$ می‌باشد.

۲۲. پاسخ: گزینه ۴



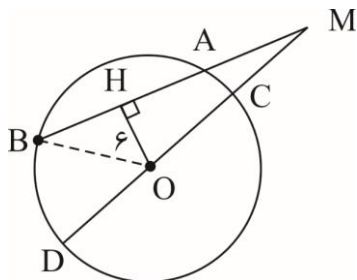
$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{400 + 225} = 25$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 150$$

می‌دانیم در هر مثلث متساوی الساقین، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده از دو ساق با ارتفاع وارد بر ساق برابر است. مثلث $\triangle OCD$ متساوی الساقین است، پس $MH + MH' = DH''$ داریم:

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times DH'' \times AC \rightarrow 150 = \frac{1}{2} \times DH'' \times 25 \Rightarrow DH'' = 12$$

۲۳. پاسخ: گزینه ۲



اگر $OC = r$ باشد داریم $MA = r - \frac{1}{2}$ و $MC = r - \frac{3}{2}$. عمود بر وتر AB است بنابراین $AH = BH = x$. از روابط طولی دایره داریم:

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD \Rightarrow \left(r - \frac{1}{2}\right) \left(r - \frac{1}{2} + 2x\right) = \left(r - \frac{3}{2}\right) \left(2r - \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow r - \frac{1}{2} + 2x = 3r - \frac{9}{2} \Rightarrow 2r = 4 + 2x \Rightarrow r = 2 + x \quad (1)$$

از فیثاغورس در مثلث $\triangle OBH$ داریم:

$$BO^2 = OH^2 + BH^2 \Rightarrow (x+2)^2 = 36 + x^2 \Rightarrow 4x + 4 = 36 \Rightarrow x = 8 \xrightarrow{(1)} r = 10$$

بنابراین $MA = 9/5$ ، $MC = 8/5$ ، $AB = 16$ و $CD = 20$ می‌باشد. پس $MB + MD = 54$ است.

۲۴. پاسخ: گزینه ۳

از آن جایی که $\tan A = -2\sqrt{2}$ ، پس زاویه A منفرجه است و $\cos A = -\frac{1}{3}$. از طرفی چهارضلعی $ABCD$ محاطی است پس هر دو زاویه متقابل آن مکمل یکدیگرند، بنابراین $\cos C = \frac{1}{3}$.

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle ABD$ داریم:

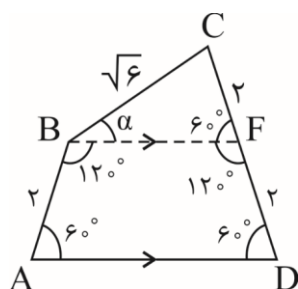
$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2(AB)(AD)\cos A = 64 + 144 - 2(8)(12)\left(-\frac{1}{3}\right) = 272$$

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle BCD$ داریم:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2(BC)(CD)\cos C \Rightarrow 272 = (x-4)^2 + x^2 - 2(x-4)(x)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 272 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}x + 16 \Rightarrow x^2 - 4x - 192 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -12 \text{ ق ق} \end{cases}$$

۲۵. پاسخ: گزینه ۲



از رأس B به وسط ضلع CD وصل می‌کنیم. چهارضلعی $ABFD$ یک دوزنقه متساوی الساقین است، بنابراین $BFC = 60^\circ$ و $ABF = DFB = 120^\circ$ می‌باشد. از قضیه سینوس‌ها در مثلث $\triangle BCF$ داریم:

$$\frac{CF}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{2}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 135^\circ \\ \alpha = 45^\circ \end{cases}$$

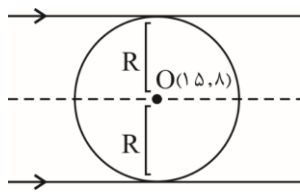
$$\frac{B}{C} = \frac{165}{75} = 2/2 \text{ می‌باشد و داریم } B = 165^\circ \text{ و } C = 180 - 45 - 60 = 75^\circ$$

۲۶. پاسخ: گزینه ۲

ماتریس‌های A و B را با درایه‌ها نمایش می‌دهیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \Rightarrow A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + 2B| = 0$$

۲۷. پاسخ: گزینه ۴



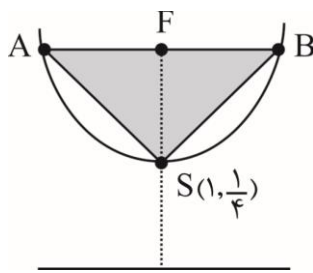
$$2R = \frac{|17 - (-17)|}{\sqrt{8^2 + 15^2}} \Rightarrow 2R = 2 \Rightarrow R = 1$$

قطر دایره برابر فاصله دو خط موازی است، داریم:

 در دو دایره که با یکدیگر مماس خارجاند، طول خط المرکزین با مجموع شعاع‌های آن‌ها برابر است. در دایره C' با معادله $x^2 + y^2 = k$ ، مختصات مرکز $O'(0, 0)$ و شعاع آن $R' = \sqrt{k}$ می‌باشد.

$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{(15-0)^2 + (8-0)^2} = 1 + \sqrt{k} \Rightarrow \sqrt{k} = 16 \Rightarrow k = 256$$

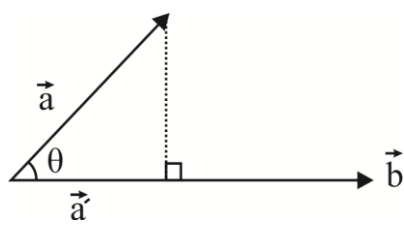
۲۸. پاسخ: گزینه ۱


 اگر از کانون به محور تقارن سهمی یک خط عمود کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند، وترى به طول $4a$ پدید می‌آید. داریم:

$$x^2 - 4y - 2x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 4(y - \frac{1}{4}) \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$\begin{cases} AB = 4a = 4 \\ SF = a = 1 \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta ABS} = \frac{4 \times 1}{2} = 2$$

۲۹. پاسخ: گزینه ۳



$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{1}{5} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$|\vec{a}'| = |\vec{a}| |\cos \theta| = 1 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

۳۰. پاسخ: گزینه ۱

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ n & 1 & 0 \\ m & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1, -n, -m)$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 5 - n^2 - m^2$$

 حجم متوازی السطوح برابر $|5 - n^2 - m^2|$ می‌باشد، داریم:

$$|5 - n^2 - m^2| = 19 \Rightarrow \begin{cases} n^2 + m^2 = -14 \text{ غ ق ق} \\ n^2 + m^2 = 24 \end{cases}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{5^2 + n^2 + m^2} = \sqrt{25 + 24} = 7$$

۳۱. پاسخ: گزینه ۴

از آنجایی که ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست است، بنابراین $p \equiv T$ و $q \equiv F$. چون ارزش گزاره $r \Rightarrow \sim q \sim$ درست است، پس $r \equiv F$. با توجه به ارزش گزاره‌های p, q, r درمی‌یابیم که ارزش گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نادرست و گزینه ۴ دارای ارزش درست می‌باشد.

۳۲. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به مجموعه A داریم $B = \{5, 10, 15, \dots, 50\}$ و $C = \{3, 6, 9, \dots, 30\}$. از طرفی $B \cap C = \{15, 30\}$ است. داریم:

$$n((B \times C) \cup (C \times B)) = n(B \times C) + n(C \times B) - n((B \times C) \cap (C \times B))$$

$$= 2n(B).n(C) - n^2(B \cap C) = 200 - 4 = 196$$

۳۳. پاسخ: گزینه ۲

اگر قدر نسبت دنباله برابر r باشد، آن‌گاه $P(a) = \frac{1}{4}$ ، $P(b) = \frac{1}{4}r$ و $P(c) = \frac{1}{4}r^2$ می‌باشد.

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4}r + \frac{1}{4}r^2 = 1 \Rightarrow r^2 + r - 1 = 0 \xrightarrow{r > 0} r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

بنابراین $P(b) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ است.

۳۴. پاسخ: گزینه ۳

فضای نمونه کاهش یافته برای این آزمایش تصادفی به صورت زیر می‌باشد.

$$S = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1), (1,1,3), (1,3,1), (3,1,1), (2,2,1), (1,2,2), (2,1,2)\}$$

پیشامد این که حداقل دو بار عدد یک رو شده باشد (پیشامد A). سه حالت $(1,2,2)$ ، $(2,1,2)$ و $(2,2,1)$ را شامل نمی‌شود.

بنابراین $P(A) = \frac{7}{10}$ است.

۳۵. پاسخ: گزینه ۲

از آنجایی که تعداد داده‌های درون جعبه ۷ تا است، پس Q_2 جز داده‌ها می‌باشد و ۳ تا داده بین Q_1 و Q_2 و ۳ تا داده بین Q_2 و Q_3 قرار می‌گیرد. چون داده‌ای روی جعبه نیست بنابراین Q_1 و Q_3 جز داده‌ها نیستند. بنابراین ۳ تا داده کمتر از Q_1 و ۳ تا داده بیشتر از Q_3 می‌باشند. از طرفی می‌دانیم اگر n تا داده تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت d بدهند، واریانس برابر $\frac{(n^2-1)d^2}{12}$ است. پس واریانس ۶ داده‌ای که کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم هستند و تشکیل

دنباله حسابی با قدر نسبت ۳ می‌دهند برابر $\frac{35 \times 9}{12} = 26.25$ می‌باشد.

۳۶. پاسخ: گزینه ۳

$$a = 874q + r, 0 \leq r \leq 873, r = 2q^2 - 3$$

$$0 \leq 2q^2 - 3 \leq 873 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq q^2 \leq 438 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} 2 \leq q \leq 20$$

به ازای $q = 5$ ، مقدار $a = 4417$ مضرب 7 می‌باشد. پس به ازای مقادیر $q = 5, 12, 19$ مقدار a مضرب 7 است. بنابراین 3 جواب قابل قبول می‌باشد.

۳۷. پاسخ: گزینه ۱

طرفین معادله سیاله خطی را بر عدد 3 تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$19x + 29y = 2 \Rightarrow 19x \equiv 2 \pmod{29} \rightarrow -10x \equiv 60 \pmod{29} \rightarrow x \equiv -6 \pmod{29}$$

$x = 110$ کوچکترین عدد سه رقمی است که در این معادله صدق می‌کند. اکنون این مقدار را در معادله سیاله قرار می‌دهیم.

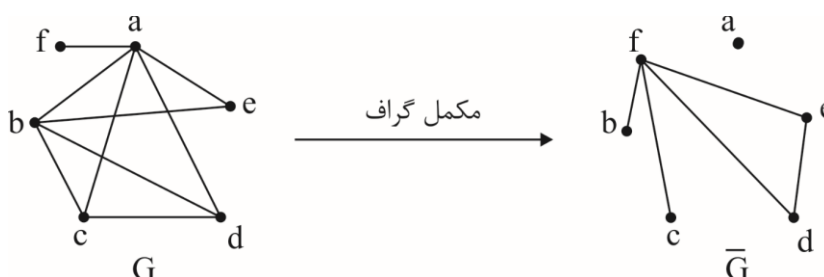
$$19(110) + 29y = 2 \Rightarrow y = -72$$

پس $a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = 0$ ، $e = 2$ و $d = 7$ می‌باشد. داریم:

$$21017 \equiv 7 - 1 + 0 - 1 + 2 \equiv 7 \pmod{11}$$

۳۸. پاسخ: گزینه ۴

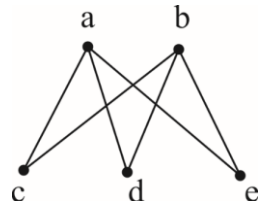
ابتدا گراف G را رسم می‌کنیم. رأس a با همه رئوس مجاور می‌باشد، از طرفی رأس f دارای درجه یک می‌باشد و فقط با رأس a مجاور است.



زیرگراف P_4 در واقع مسیری به طول 3 می‌باشد، زیرگراف‌های P_4 گراف \bar{G} عبارتند از $cfed$ و $cfde$.

۳۹. پاسخ: گزینه ۲

از $N_G(a) = N_G(b)$ درمی‌یابیم که دو رأس a و b مجاور نیستند ولی هم درجه‌اند. از $N_G(c) = N_G(d) = N_G(e)$ نیز نتیجه می‌گیریم که سه رأس c ، d و e مجاور نیستند ولی درجات یکسانی دارند. با توجه به $\Delta(G) = 3$ درمی‌یابیم که دو رأس a و b با هر سه رأس c ، d و e مجاور می‌باشند و گراف G به صورت زیر می‌باشد.



واضح است که $\gamma(G) = 2$ است و مجموعه احاطه‌گرهای مینیمم این گراف عبارتند

از $\{a, b\}$ ، $\{a, c\}$ ، $\{a, d\}$ ، $\{a, e\}$ ، $\{b, c\}$ ، $\{b, d\}$ ، $\{b, e\}$.

۴۰. پاسخ: گزینه ۲

روش اول: می‌دانیم تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر است با:

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 36$$

برای حل سؤال کفایت از مجموعه B سه عضو انتخاب شود و یک تابع پوشا از A به یک مجموعه سه عضوی بنویسیم.

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{4}{3} \times (3^4 - 3 \times 2^4 + 3) = 144$$

روش دوم: تابع مدنظر به صورت $f = \{(a, \square), (b, \square), (c, \square), (d, \square)\}$ می‌باشد به طوری که از مجموعه B باید سه عضو

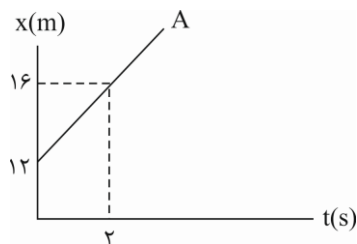
به $\binom{4}{3} = 4$ حالت انتخاب شود. یکی از آنها باید دو بار مورد استفاده قرار گیرد که به ۳ حالت امکان‌پذیر است و با استفاده

از جایگشت با تکرار به $\frac{4!}{2!} = 12$ حالت در چهار جایگاه متفاوت قرار گیرند.

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{4}{3} \times 3 \times \frac{4!}{2!} = 144$$

توجه: اگر تعداد اعضای مجموعه A بزرگتر از ۴ باشد، حل سؤال به روش دوم وقت گیر و دشوار می‌شود.

۴۱. پاسخ: گزینه ۲



با توجه به نمودار متحرک A، معادله حرکت آن را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16-12}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_{A0} \rightarrow x_A = 2t + 12$$

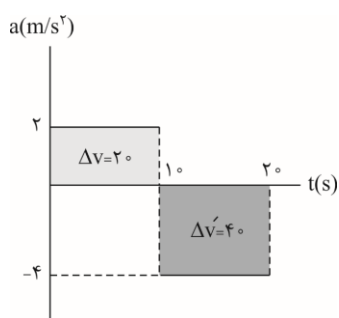
معادله حرکت B را می‌نویسیم:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B0} t + x_{B0} \rightarrow x_B = 2t^2 + 4t$$

 برای رسیدن دو متحرک باید $x_A = x_B$ باشد:

$$x_B = x_A \rightarrow 2t^2 + 4t = 2t + 12 \rightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0$$

$$\rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \rightarrow t = 2s$$

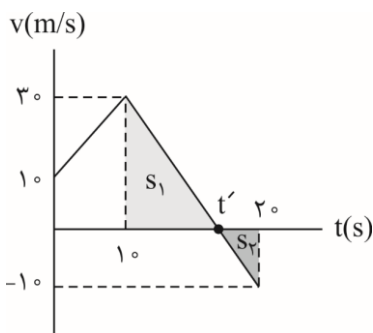


۴۲. پاسخ: گزینه ۴

 به کمک نمودار a-t سرعت متحرک در $t=1s$ و $t=2s$ بدست می‌آوریم:

$$\Delta v = v_{10} - v_0 \rightarrow 20 = v_{10} - 10 \rightarrow v_{10} = 30 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v' = v_{20} - v_{10} \rightarrow -40 = v_{20} - 30 \rightarrow v_{20} = -10 \frac{m}{s}$$



حال نمودار v-t را رسم می‌کنیم:

$$\frac{30}{t'-10} = \frac{10}{20-t'} \rightarrow 60 - 3t' = t' - 10 \rightarrow 4t' = 70 \rightarrow t' = 17/5 s$$

$$l = |s_1| + |s_2| \rightarrow l = \frac{30 \times 7/5}{2} + \frac{2/5 \times 10}{2} = 112/5 + 12/5 = 124 m$$

۴۳. پاسخ: گزینه ۲

 نمودار مکان - زمان سهمی است و حرکت شتاب ثابت است. سرعت متوسط در بازه ۰ تا ۵s برابر سرعت در لحظه $t = 2/5 s$ است:

$$v_{2/5} = v_{av} \rightarrow v_{2/5} = \frac{0-20}{5} = -4 \frac{m}{s}$$

۴۴. پاسخ: گزینه ۲

بیشینه فاصله بین دو گلوله، لحظه‌ای است که گلوله A به زمین می‌رسد:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow 80 = 5 t^2 \rightarrow t = 4s$$

گلوله B با ۲s تأخیر رها شده و مدت زمان سقوط آن ۲s کمتر است:

$$\Delta t_B = 4 - 2 = 2s$$

$$\Delta y_B = \frac{1}{2} g t_B^2 \rightarrow \Delta y_B = 20m$$

بنابراین بیشینه فاصله دو گلوله برابر است با:

$$\Delta y_A - \Delta y_B = 80 - 20 = 60m$$

۴۵. پاسخ: گزینه ۳

نیروی از رابطه $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ بدست می‌آید. اگر جهت شرق را مثبت بگیریم، سرعت اولیه که به سمت غرب است $-\frac{m}{s}$ و سرعت ثانویه $+\frac{m}{s}$ است:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \rightarrow \Delta p = \frac{m \cdot (\frac{m}{s} - (-\frac{m}{s}))}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{2m}{\Delta p} = \frac{2}{5} s$$

۴۶. پاسخ: گزینه ۱

نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود:

$$\vec{w} = -(mg)\vec{j} \rightarrow \vec{w} = -5\vec{j}$$

نیروی خالص برآیند f_D و w است:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{f}_D + \vec{w} = m\vec{a} \rightarrow \vec{f}_D - 5\vec{j} = \frac{m}{5}(-4\vec{i} - 12\vec{j}) \rightarrow \vec{f}_D = -2\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{j}$$

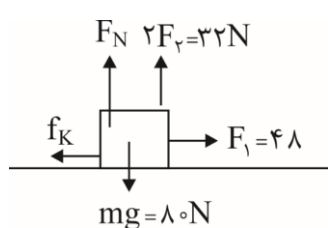
$$\Rightarrow \vec{f}_D = -2\vec{i} - \vec{j}$$

اندازه f_D را بدست می‌آوریم:

$$|f_D| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}N$$

۴۷. پاسخ: گزینه ۴

با افزایش F_y نیروی عمودی سطح کاهش یافته و $f_{s,max} = \mu_s F_N$ نیز کم می‌شود؛ پس جسم شروع به حرکت می‌کند:



$$F_N + 2F_y = mg \rightarrow F_N + 32 = 80 \rightarrow F_N = 48N$$

$$f_K = \mu_K F_N = 0.5 \times 48 = 24N$$

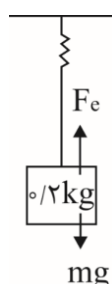
$$F_{net} = ma \rightarrow 48 - 24 = 8a \rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

جسم از حال سکون به راه می‌افتد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + 0 = 6m$$

۴۸. پاسخ: گزینه ۱

با توجه به تعادل ثابت فنر را حساب می‌کنیم:



$$mg = F_e \rightarrow 2 = K \times \frac{2}{100} \rightarrow K = 100 \frac{N}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0.2}} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

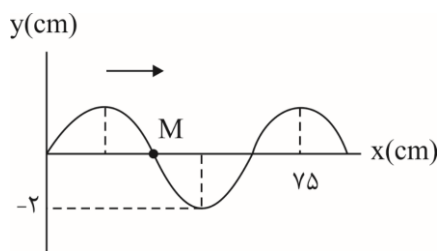
بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم:

پیشینه تندی نوسانگر برابر $A\omega$ است:

$$v_m = A\omega \rightarrow v_m = \frac{2}{100} \times 10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹. پاسخ: گزینه ۳

ذره M با دامنه 2cm در حال نوسان است و مسافت طی شده $2A = 4\text{cm}$ را در مدت $\frac{T}{2}$ طی می‌کند:



$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow T = 1\text{s}$$

با توجه به نمودار λ را بدست می‌آوریم:

$$\frac{5\lambda}{4} = 7.5\text{cm} \rightarrow \lambda = 6\text{cm} = 0.06\text{m}$$

تندی انتشار موج برابر $v = \frac{\lambda}{T}$ است:

$$v = \frac{\lambda}{T} \rightarrow v = \frac{0.06}{1} = 0.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۰. پاسخ: گزینه ۱

با نازک شدن سیم، سطح مقطع کاهش می‌یابد و با توجه به رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ ، تندی انتشار موج افزایش می‌یابد. دوره و بسامد به چشمه بستگی دارد و ثابت می‌ماند.

افزایش $\rightarrow v$
افزایش می‌یابد: λ
کاهش $\rightarrow f$

با ورود موج از یک محیط به محیط دیگر، بخشی از موج بازتاب و بخش دیگر عبور می‌کند؛ بنابراین انرژی موج و دامنه آن در محیط دوم (طناب نازک) کاهش می‌یابد.

۵۱. پاسخ: گزینه ۲

در عبور از تیغه متوازی السطوح مسیر پرتوها موازی پرتو اولیه است. اما میزان انحراف پرتو قرمز کمتر است بنابراین شکل در (۲) درست است.

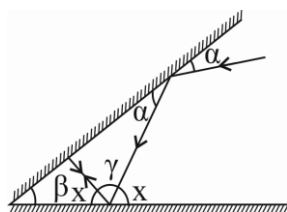
۵۲. پاسخ: گزینه ۲

هنگامی پرتو روی خودش بازتاب می‌شود، که پرتو عمود بر سطح بتابد:

$$\alpha + 90 + \gamma = 180 \rightarrow \gamma = 90 - \alpha$$

$$\gamma + 2x = 180 \rightarrow 2x = 180 - \alpha \rightarrow 2x = 180 - 90 + \alpha \rightarrow 2x = 90 + \alpha \rightarrow x = 45 + \frac{\alpha}{2}$$

$$x + \beta + 90 = 180 \rightarrow 45 + \frac{\alpha}{2} + \beta = 90 \rightarrow \beta = 45 - \frac{\alpha}{2}$$



۵۳. پاسخ: گزینه ۲

 سومین خط طیف پاشن مربوط به گذار $n = 6$ به $n' = 3$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1200} = \lambda = 1200 \text{ nm}$$

۵۴. پاسخ: گزینه ۴

بیشینه انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - w_0 \rightarrow K_{\max} = \frac{1240}{400} - 2/5 = 3/1 - 2/5 = 0/6 \text{ eV}$$

این انرژی را بر حسب ژول بدست می آوریم:

$$0/6 \times 1/6 \times 10^{-19} = 9/6 \times 10^{-20} \text{ J}$$

۵۵. پاسخ: گزینه ۳

۶/۲۵ درصد باقیمانده برابر است با:

$$\frac{6/25}{100} = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16}$$

در هر نیمه عمر مقدار هسته باقیمانده نصف می شود:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2} \right)^n \rightarrow n = 4$$

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow T = \frac{24}{4} = 6 \text{ h}$$

۵۶. پاسخ: گزینه ۱

 خطوط میدان الکتریکی از بار q_1 خارج شده پس بار q_1 مثبت است. با توجه به خطوط میدان دو بار یکدیگر را دفع می کنند و دو بار هم نام است. بنابراین دو بار مثبت اند.

 با توجه به آرایش خطوط: $|q_1| > |q_2|$

۵۷. پاسخ: گزینه ۱

 فاصله بارهای q_1 و q_2 از بار به q یکسان است:

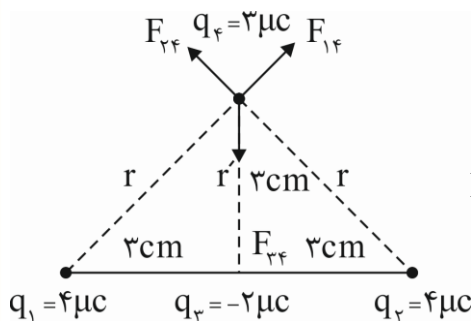
$$r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$F_{24} = F_{14} = \frac{K|q_1||q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-12}}{r^2} = 60 \text{ N}$$

$$F_{34} = \frac{18 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-12}}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}} = 60 \text{ N}$$

 دو نیروی F_{14} و F_{24} بر هم عموداند و برآیند آن ها را حساب می کنیم:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_{14}^2 + F_{24}^2} = 60\sqrt{2} = 84 \text{ N}$$



$$F_T = F_{1,2} - F_{3,4} = 84 - 60 = 24 \text{ N}$$

۵۸. پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم توان خروجی باتری توسط مقاومت‌های خارجی مصرف می‌شود. بنابراین می‌توانیم توان مصرفی کل مقاومت را به جای توان خروجی باتری حساب کنیم:

$$P = R_{eq} I_{eq}^2$$

$$P = 12 \times (2)^2 = 48 \text{ W}$$

۵۹. پاسخ: گزینه ۱

مقاومت ولت سنج آرمانی بی‌نهایت است. بنابراین مقاومتی که به صورت متوالی به ولت سنج بسته شده را نادیده می‌گیریم چون جریان عبوری از آن صفر است و جریان کامل مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{11}{1+9} = 1/1 \text{ A}$$

با توجه به شکل درمی‌یابیم ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon - rI = 11 - 1(1/1) = 9/9 \text{ V}$$

۶۰. پاسخ: گزینه ۲

چگالی سطحی از رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ است:

$$Q_A = Q_B + \frac{25}{100} Q_B \rightarrow Q_A = \frac{5}{4} Q_B$$

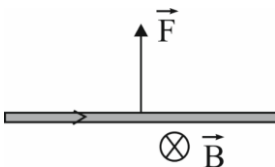
$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

۶۱. پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه $F = IlB \sin \theta$ برای آنکه میدان مغناطیسی حداقل باشد، باید $\sin \theta$ ماکزیمم مقدار آن $\sin \theta = 1$ باشد. در نتیجه داریم:

$$F = IlB \sin \theta \Rightarrow B_{\min} = \frac{F}{Il} = \frac{0/05}{4 \times 0/5} = 25 \times 10^{-3} \text{ T}$$

همچنین به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی در محل سیم درون سو یعنی از جنوب به شمال است:



۶۲. پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه نیروی محرکه القایی متوسط می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \theta$$

با توجه به اینکه نمودار $B-t$ به صورت خط راست است، حاصل $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برابر شیب نمودار است. شیب در هر بازه زمانی

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{0 - 0 / 12}{30 \times 10^{-3}} = -4 \frac{T}{s}$$

یکسان است. پس داریم:

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -500 \times 30 \times 10^{-3} \times (-4) \times 1 = 6V$$

۶۳. پاسخ: گزینه ۳

اگر جریان القایی در مقاومت R از a به b باشد، طبق قانون لنز شار عبوری از سیملوله B در حال کاهش است و تنها در حالتی که سیملوله B به سمت راست حرکت می‌کند (گزینه ۳) شار عبوری از آن کاهش می‌یابد.

۶۴. پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه مقاومت لامپ ثابت است، از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2, V_2 = 0.75V_1 = \frac{3}{4}V_1$$

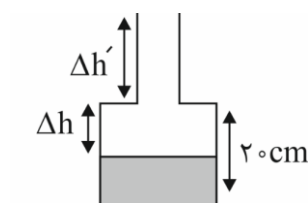
$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{16} \Rightarrow P_2 = \frac{9}{16}P_1$$

در نهایت درصد تغییرات را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{9}{16}P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{-\frac{7}{16}P_1}{P_1} \times 100 = -43.75\%$$

۶۵. پاسخ: گزینه ۳

$4L$ / آب برابر 400 cm^3 است:



$$\Delta V_{\text{پایین}} = A_{\text{پایین}} \Delta h = 40 \times 5 = 200 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{بالا}} = 400 - 200 = 200 \rightarrow 10 \times \Delta h' = 200 \rightarrow \Delta h' = 20 \text{ cm}$$

افزایش فشار برابر است با:

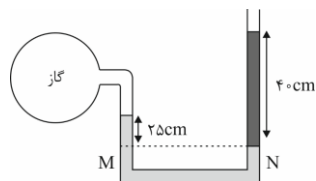
$$\Delta P = \rho g (\Delta h + \Delta h') \rightarrow \Delta P = 1000 \times 10 \times \frac{25}{100} = 2500 \text{ Pa}$$

افزایش نیرو وارد بر کف:

$$\Delta F = \Delta P \cdot A = 2500 \times 40 \times 10^{-4} = 10 \text{ N}$$

۶۶. پاسخ: گزینه ۴

فشار روی خط تراز یکسان است:

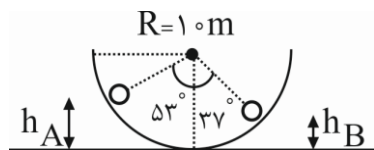


$$P_M = P_N \rightarrow P_{\text{پیمانه}} + \rho mg h_{mg} = \rho gh$$

$$-30 \times 10^3 + 34000 = \rho \times 4 \rightarrow \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۶۷. پاسخ: گزینه ۲

ارتفاع گلوله در نقطه A و B را بدست می آوریم:



$$h_A = R(1 - \cos 53^\circ) = 4\text{m}$$

$$h_B = R(1 - \cos 37^\circ) = 2\text{m}$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$40 = 20 + \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow 20 = \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۸. پاسخ: گزینه ۲

 ضریب انبساط سطحی برابر 2α است:

$$2\alpha = 4 \times 10^{-5} \rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

تغییر دما برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \rightarrow 180 = \frac{9}{5}\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 100^\circ\text{C}$$

تغییر طول برابر است با:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \rightarrow \Delta L = 200 \times 2 \times 10^{-5} \times 100 = 0.4\text{cm}$$

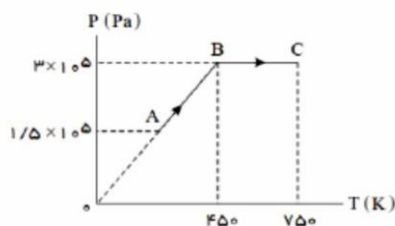
۶۹. پاسخ: گزینه ۲

توان گرمایی برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} \rightarrow 4/2 \times 10^3 = \frac{mLv}{t} \rightarrow t = \frac{5 \times 2268 \times 10^3}{4200} = 2700\text{s}$$

$$t = \frac{2700}{60} = 45\text{min}$$

۷۰. پاسخ: گزینه ۳



فرآیند AB هم حجم است و کار انجام شده روی گاز در آن فرآیند صفر است.

فرآیند BC هم فشار است و کار انجام شده روی گاز در آن فرآیند برابر است با:

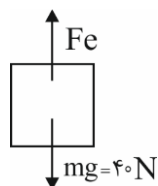
$$W_{BC} = -nR\Delta T \rightarrow W_{BC} = -1 \times 8 \times 300 = -2400\text{J}$$

کار انجام شده روی محیط قرینه کار انجام شده روی گاز است:

$$W_{\text{محیط}} = (-2400) = 2400\text{J}$$

۷۱. پاسخ: گزینه ۲

نیروهای وارد بر جسم نیروی فنر و نیروی وزن است:



$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow Fe - mg = ma \rightarrow$$

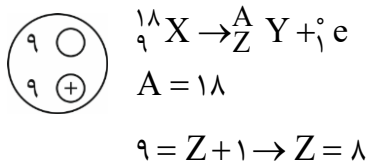
$$Fe - 40 = 8 \rightarrow Fe = 48\text{N}$$

نیروی فنر از رابطه $Fe = k\Delta x$ بدست می‌آید:

$$Fe = k\Delta x \rightarrow 48 = 200 \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{24}{100} \text{ m} = 24 \text{ cm}$$

۷۲. پاسخ: گزینه ۲

در واپاشی تعداد نوکلئون‌ها پایسته است:



بنابراین هسته دختر، هسته اکسیژن است.

۷۳. پاسخ: گزینه ۴

I_1	ابتدا به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌های (۱) و (۲) را در دو نقطه P می‌یابیم: حال برای آنکه بزرگی میدان خالص در نقطه P برابر ۸T شود، می‌تواند $B_3 = 6T$ برون سو و یا $B_3 = 10T$ درون سو باشد؛ یعنی جهت جریان I_3 می‌تواند رو به راست و $B_3 = 6T$ و یا رو به چپ و $B_3 = 10T$ باشد.
I_2	
$\otimes B_1 = 3T$ $\odot B_2 = 5T \bullet P$	
I_3	

۷۴. پاسخ: گزینه ۱

حجم توپر کره برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{v} = v = \frac{m}{\rho} \quad m = 8 \times 10^{-2} \text{ kg} = 80 \text{ g} \rightarrow v = \frac{80}{\frac{60}{7\pi}} = \frac{28\pi}{3} \text{ cm}^3$$

حجم توپر از رابطه حفره $V = V_{\text{کل}} - V$ حساب می‌شود:

$$v = \frac{4}{3} \left(\frac{28\pi}{3} = \frac{4}{3} \pi (r_{\text{خارجی}}^3 - r_{\text{داخلی}}^3) \right) \rightarrow ((2r)^3 - r^3) \rightarrow v = vr^3 = r = 1 \text{ cm}$$

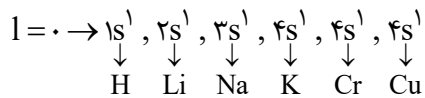
۷۵. پاسخ: گزینه ۲

با توجه به پایستگی انرژی داریم:

$$\begin{aligned} E_B - E_A = W_f &\rightarrow (mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2) - (mgh_A) = -10 \\ \rightarrow 54 + v_B^2 - 18 = -10 &\rightarrow v_B^2 = 20 \rightarrow v_B = 2\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

۷۶. پاسخ: گزینه ۲

(آ) درست



(ب) درست

(پ) نادرست: بیشترین درصد فراوانی بین هشت عنصر فراوان سازنده مشتری و زمین به ترتیب مربوط به هیدروژن و آهن است.

(ت) نادرست: چهارمین عنصر فراوان کره زمین، منیزیم (Mg) می باشد که دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است.

(شیمی ۱- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۷۷. پاسخ: گزینه ۴

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 63/5 = \frac{63 \times F_1 + 65(100 - F_1)}{100} \Rightarrow F_1 = 75\%$$

(شیمی ۱- فصل ۱؛ سطح سوال: آسان)

۷۸. پاسخ: گزینه ۳

(آ) نادرست - لایه سوم هر عنصری گنجایش ۱۸ الکترون ($3s^2 / 3p^6 / 3d^10$) را داشته و نیز دومین گاز نجیب جدول تناوبی

گاز نجیب نئون با عدد اتمی ۱۰ می باشد، بنابراین خواهیم داشت: $18 - 10 = 8$

(ب) درست

(پ) نادرست - این تعداد خطوط طیف نشری خطی، مربوط به ناحیه مرئی است.

(ت) درست

$$n + P = 31$$

$$\left. \begin{matrix} e - n = 2 \\ e = P + 3 \end{matrix} \right\} \rightarrow P + 3 - n = 2 \rightarrow \begin{matrix} n - P = 1 & n = 16 \\ n + P = 31 & P = 15 \end{matrix}$$

(شیمی ۱- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۷۹. پاسخ: گزینه ۴

فراوان ترین گاز هواکره نیتروژن (N_2) است.

سنگ بنای صنایع پتروشیمی گاز اتن (C_2H_2) است.

$$N_2 \text{ تعداد کل اتم های } \rightarrow 0/6 \times N_A \times 2 = 1/2 N_A$$

شمار مولکول ها در X گرم اتن برابر با $1/2 N_A$ است.

$$1/2 N_A \text{ اتن مولکول} \times \frac{1 \text{ مول اتن}}{N_A} \times \frac{28g}{1 \text{ مول اتن}} = 33/6g \text{ اتن}$$

$$1/2 \text{ mol اتن} + 0/6 \text{ mol } N_2 = 1/8 \text{ mol گازی}$$

$$\frac{1/2}{1/8} \times 100 \rightarrow 66/7\% \rightarrow \text{درصد حجمی اتن}$$

$$\Rightarrow 33/4\% \text{ حجمی}$$

$$\frac{0/6}{1/8} \times 100 \rightarrow 33/3\% \rightarrow \text{درصد حجمی } N_2$$

(شیمی ۱- فصل ۲؛ سطح سوال: متوسط)

۸۰. پاسخ: گزینه ۲

(۱) نادرست - در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، تهیه اکسیژن با خلوص بالا (صد درصد)، دشوار است.
(۲) درست

$$(T) = 273 + \theta(^{\circ}C) \Rightarrow \theta = -13^{\circ}C$$

۱۰۰ متر	تغییرات $5^{\circ}C$	\rightarrow	$-13^{\circ}C \xrightarrow{\Delta\theta=15^{\circ}C} 137^{\circ}C$
۳۰۰۰ متر	تغییرات 150		

(۳) نادرست - ترتیب فراوانی گازهای نجیب (تک اتمی): کریپتون > هلیم > نئون > آرگون

(۴) نادرست - در شرایط مناسب رنگ شعله سوختن گوگرد، آبی و منیزیم، سفید خیره کننده است.

(شیمی ۱- فصل ۲؛ سطح سوال: آسان)

۸۱. پاسخ: گزینه ۲

جرم‌های این دو گاز برابر و نیز جرم مولی آن‌ها برابر است. پس تعداد مول‌ها و تعداد مولکول‌ها با یکدیگر برابر است. به علت دو اتمی بودن این دو گاز تعداد اتم‌ها نیز برابر است ولی چون درباره دما و فشار این دو گاز صحبتی نشده، پس نمی‌توان راجع به حجم اشغال شده به قطعیت اظهار نظر کرد.
در مورد تعداد ذرات زیر اتمی نیز به دلیل وجود ایزوتوپ، نمی‌توان به قطعیت نظر داد.

(شیمی ۱- فصل ۲؛ سطح سوال: متوسط)

۸۲. پاسخ: گزینه ۴

(۱) گشتاور دو قطبی مولکول آب ($1/85D$) از دو برابر گشتاور دو قطبی مولکول هیدروژن سولفید ($0/97D$) کمتر است.
(۲) اغلب نمک‌ها انحلال پذیری گرماگیر دارند و تعداد محدودی از نمک‌ها، انحلال پذیری گرماده، مانند گازها دارند.
(۳) اسمز معکوس نام درست این روش است.
(۴) طبق شکل کتاب درسی درست است.

(شیمی ۱- فصل ۳؛ سطح سوال: آسان)

۸۳. پاسخ: گزینه ۲

(۱) درست - آمونیوم سولفات نوعی کود شیمیایی است و برای شناسایی کاتیون باریم از آنیون سولفات استفاده می‌شود.
(۲) درست

(۳) نادرست - ترتیب انحلال پذیری: $CO_2 > NO > O_2 > N_2$

(۴) درست

$$30gNaOH \times \frac{33}{100} \times \frac{1mol}{40g} = \frac{1}{4} molNaOH$$

$$\text{مول} = \frac{\text{مول}}{\text{لیتر}} \rightarrow 0.5 = \frac{1}{\text{حجم}} \Rightarrow V = 0.5L = 500 \text{ mL}$$

(شیمی ۱- فصل ۳؛ سطح سوال: آسان)

۸۴. پاسخ: گزینه ۳

$$\text{۳ تن سوخت} \times \frac{10^6 \text{ g سوخت}}{1 \text{ تن سوخت}} \times \frac{200 \text{ g گوگرد}}{10^6 \text{ g سوخت}} \times \frac{1 \text{ mol گوگرد}}{32 \text{ g گوگرد}} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol S}} \times \frac{56 \text{ g}}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{100}{66} = 1591 \text{ g CaO}$$

(شیمی ۱- فصل ۳؛ سطح سوال: متوسط)

۸۵. پاسخ: گزینه ۳

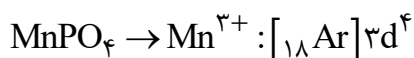
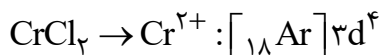
(آ) درست

(ب) درست

(پ) نادرست - در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش، تغییرات نسبی شعاع اتمی کاهش و میزان تمایل به گرفتن الکترون افزایش می‌یابد.

(ت) درست

$$n = 3, l = 2 \rightarrow 3d$$



$$n = 4, l = 0 \rightarrow 4s^1$$

K, Cr, Cu

(شیمی ۲- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۸۶. پاسخ: گزینه ۱

(۱) درست

$$\frac{\text{جرم سیکلوهگزان}}{\text{جرم (C}_6\text{H}_8\text{)}} = \frac{14n}{128} = \frac{66}{100} \rightarrow n = 6 \rightarrow \text{سیکلوهگزان C}_6\text{H}_{12}$$

 سیکلوهگزان $\leftarrow \text{C}_6\text{H}_{12}$, C_6H_6 بنزن \rightarrow

$$\text{اختلاف جرم} \rightarrow 6\text{H} \rightarrow 6 \times 1 = 6 \text{ g}$$

(۲) نادرست

$$\text{KHCO}_3 = \frac{3 \times 16}{100} \times 100 = 48\%$$

$$\text{CH}_4 = \frac{4 \times 1}{16} \times 100 = 25\%$$

(۳) نادرست

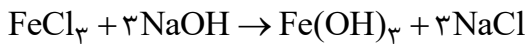
ترتیب فراریت نسبی: بنزین < نفت سفید < گازوئیل < نفت کوره

(۴) نادرست: دیگر شکل نه! دگرشکل درسته!

(شیمی ۲- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۸۷. پاسخ: گزینه ۴

$$\text{مولار} = \frac{\text{جرم} \times \frac{P}{100}}{\text{حجم} \times \text{جرم مولی}} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{g \times \frac{60}{100}}{40 \times \frac{100}{1000}} \rightarrow 4g \text{ NaOH ناخالص}$$



$$\frac{\frac{60}{100} \times 4 \times \frac{90}{100}}{3 \times 40} = \frac{g}{3 \times 58.5} \Rightarrow 3/159g \text{ NaCl}$$

(شیمی ۲- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۸۸. پاسخ: گزینه ۲

(آ) نادرست

واکنش پذیری فلز بیشتر: (۱) فعالیت بیشتر

(۲) شرایط نگهداری سخت تر

(۳) تمایل به تشکیل ترکیب بیشتر

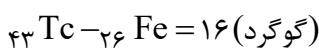
(۴) استخراج از سنگ معدن دشوارتر

(ب) نادرست

۱- هگزن و هگزان هر دو مایعی بی رنگ هستند و بخار برم، قرمز مایل به قهوه‌ای است و در واکنش با آلکن‌ها، بی رنگ می‌شود.

(پ) درست

(ت) درست



(شیمی ۲- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۸۹. پاسخ: گزینه ۲

۱- نادرست - پیوند Cl-Cl و I-I آنتالپی پیوند است، میانگین آنتالپی پیوند نیست.

۲- درست - انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده است. واکنش تبدیل گاز بی‌رنگ N₂O₄ به گاز قهوه‌ای رنگ 2NO₂ ⇌ Q + N₂O₄ گرماگیر است.

۳- نادرست - واکنش سوختن کامل گرافیت دو مرحله‌ای است و مرحله اول را نمی‌توان به طور مستقیم توسط گرماسنج اندازه‌گیری کرد.

۴- نادرست - ردپای کربن دی اکسید و ردپای غذا دارای دو چهره آشکار و نهان دارند.

(شیمی ۲- فصل ۲؛ سطح سوال: آسان)

۹۰. پاسخ: گزینه ۳

- ۱- نادرست - باید تعداد کربن برابر باشد!
 ۲- نادرست - منشأ گرمای مبادله شده در واکنش‌ها اختلاف در انرژی پتانسیل واکنش دهنده‌ها با فرآورده‌ها است.
 ۳- درست

$$\text{ارزش سوختن اتانول} = \frac{1368 \text{ kJ}}{1 \text{ mol اتانول}} \times \frac{1 \text{ mol اتانول}}{46 \text{ g اتانول}} = 29.7 \text{ kJ}$$

$$\text{ارزش سوختن اتان} = \frac{312 \text{ kJ}}{2 \text{ mol اتان}} \times \frac{1 \text{ mol اتان}}{30 \text{ g اتان}} = 52 \text{ kJ}$$

۴- نادرست

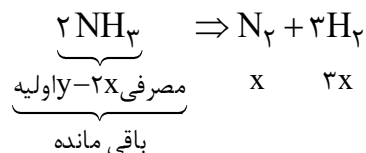
$$60 - 46 = 14 \text{ g (اختلاف جرم)}$$

$$3120 - 1368 = 1752 \text{ kJ}$$

$$\begin{array}{r|l} 14 \text{ g} & 1752 \text{ kJ} \\ \hline 70 & x \rightarrow 8760 \text{ kJ} \end{array}$$

(شیمی ۲- فصل ۲؛ سطح سوال: دشوار)

۹۱. پاسخ: گزینه ۴



$$\bar{R} = 2/5 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \times \frac{1}{4} \text{ min} \rightarrow \Delta n \text{ N}_2 = x = 1/25 \text{ mol}, \Delta n \text{ H}_2 = 3/25 \text{ mol}$$

مجموع مول فرآورده‌ها پس از ۳۰ ثانیه برابر ۵ mol است.

$$y - (2 \times 1/25) = 5 + \left(\frac{30}{100} \right) 5$$

$$y - 2/5 = 5 + 1/5$$

$$y - 2/5 = 6/5$$

$$y = 6/5 + 2/5$$

$$y = 9 \text{ mol} \times 17 \text{ g} = 153 \text{ g}$$

(شیمی ۲- فصل ۲؛ سطح سوال: دشوار)

۹۲. پاسخ: گزینه ۳

(۱) درست

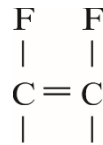
 (۲) درست، چهار گروه CH، یک گروه CH_۲، یک گروه CH_۳ در ساختار وجود دارد.

(۳) نادرست - گروه عاملی کربوکسیل ندارد.

(۴) درست

(شیمی ۲- فصل ۲؛ سطح سوال: متوسط)

۹۳. پاسخ: گزینه ۱

 ۱- درست - ساده‌ترین الکل دو عاملی $\text{HO}-\text{CH}_2-\text{OH}$ دارای ۷ اتم است اما اوره $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ دارای ۸ اتم است.

 ۲- نادرست - ساختار مونومر سازنده تفلون $\text{F}-\text{C}(\text{F})_2-\text{C}(\text{F})_2-\text{F}$ است و در مولکول آن، هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به سه اتم دیگر متصل شده است.

 ۳- نادرست - ساده‌ترین آلدهید $\text{H}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ است اگر به جای یکی از Hهای متصل به کربن بنزن قرار گیرد، ترکیب حاصل بنز آلدهید با فرمول مولکولی $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ می‌شود.

 ۴- نادرست - استر آناناس اتیل بوتانات است و دارای ۳ گروه CH_2 بوده و دارای، ۴ جفت الکترون ناپیوندی است.

(شیمی ۲- فصل ۲ و ۳؛ سطح سوال: متوسط)

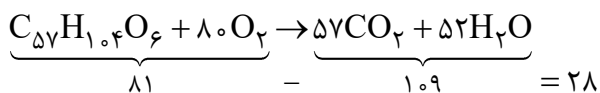
۹۴. پاسخ: گزینه ۱

در واکنش پلیمری شدن افزایشی (گزینه‌های ۲، ۳، ۴) ساختار پلیمر، از تکرار ساختارهای مونومر خودشان به دست آمده است. فقط پیوند دوگانه مونومر شکسته شده است، ولی در پلیمر شدن تراکمی (پلی استر / پلی آمید) به دلیل تشکیل محصول‌های جانبی مانند آب و ... درصد جرمی عناصر مونومر و پلیمر یکسان نیست.

(شیمی ۲- فصل ۳؛ سطح سوال: آسان)

۹۵. پاسخ: گزینه ۱

آ درست


 یکی از فرآورده‌های سوختن ناقص هیدروکربن‌ها $\text{CO} = 28 \text{ g.mol}^{-1}$ است.

(ب) درست

 (پ) نادرست - RCOOH فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها است که با بزرگتر شدن R (بخش ناقطبی)، قدرت اسیدی، کاهش، انحلال پذیری در آب، کاهش و چربی دوستی، افزایش می‌یابد.

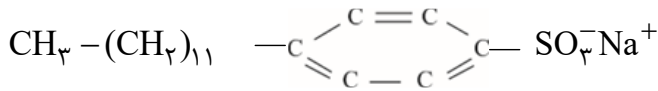
(ت) درست

(شیمی ۳- فصل ۱؛ سطح سوال: آسان)

۹۶. پاسخ: گزینه ۴

۱- نادرست - پاک کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک کننده‌های صابونی، در آب سخت رسوب تشکیل نداده و دارای خاصیت پاک کنندگی هستند.

۲- نادرست - با توجه به ساختار داده شده، فقط یک اتم کربن به ۳ اتم کربن دیگر متصل است.



۳- نادرست - فرمول بسته این ترکیب $\text{C}_{18}\text{H}_{29}\text{SO}_3^- \text{Na}^+$ است، که نوعی ترکیب یونی بوده و اشاره به واژه (فرمول مولکولی) برای آن از نظر علمی نادرست است.

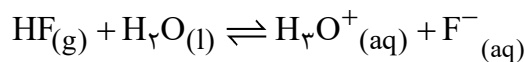
۴- درست

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{\frac{18 \times 12}{29 \times 1} \times 100}{\frac{29 \times 1}{29 \times 1} \times 100} = 7/448$$

(شیمی ۳- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۹۷. پاسخ: گزینه ۴

$$C_M = \frac{10 \text{ ad}}{M} \Rightarrow C_{\text{MHF}} = \frac{10 \times 15 \times 0/8}{20} = 6 \text{ mol.L}^{-1}$$



غلظت اولیه ۶ ۰ ۰

غلظت تعادلی ۶ - x x x

$$x = \alpha \cdot M = \frac{3}{100} \times 6 = 0/18 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}] - [\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{0/18 \times 0/18}{6 - 0/18} = \frac{0/0324}{5/82} = 5/5 \times 10^{-3}$$

(شیمی ۳- فصل ۱؛ سطح سوال: متوسط)

۹۸. پاسخ: گزینه ۲

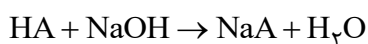
$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha = 4/5 \times 10^{-2} = \text{mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \rightarrow K_a = \frac{(M\alpha)(\alpha)}{1-\alpha} \rightarrow 13/5 \times 10^{-2} = \frac{(4/5 \times 10^{-2})\alpha}{1-\alpha}$$

$$3 = \frac{\alpha}{1-\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{3}{4}$$

$$[\text{H}^+] = M\alpha = 4/5 \times 10^{-2} = M \times \frac{3}{4} \rightarrow M = 6 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{HA}]$$

$$6 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \times 0/95 \text{ L} = 0/057 \text{ mol HA}$$



$$? \text{ gr NaOH} \rightarrow 5/7 \times 10^{-2} \text{ mol HA} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 2/28 \text{ g NaOH}$$

(شیمی ۳- فصل ۱؛ سطح سوال: دشوار)

۹۹. پاسخ: گزینه ۴

- ۱- نادرست - کاهش رنگ آبی محلول به دلیل مصرف شدن یون‌های آبی رنگ Cu^{2+} در محلول است.
 ۲- نادرست - واکنش سوختن منیزیم نه اکسایش!
 ۳- نادرست - واکنش پذیری فلز آلومینیوم نسبت به آهن، بیشتر است
 ۴- درست

(شیمی ۳- فصل ۲: سطح سوال: بسیار آسان)

۱۰۰. پاسخ: گزینه ۴

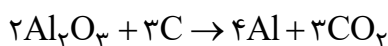
۱- درست

- ۲- درست - نیم واکنش کاهش به صورت $\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$ است.
 ۳- درست .

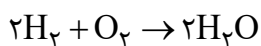
- ۴- نادرست - فلز M در واکنش اکسایش شرکت کرده است پس کاهنده‌تر از فلز آهن است در نتیجه فلز M می‌تواند Zn باشد ولی نمی‌تواند Sn باشد.

(شیمی ۳- فصل ۲: سطح سوال: آسان)

۱۰۱. پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{510 \times \frac{50}{100} \times \frac{60}{100}}{2 \times 102} = \frac{\text{mole}^-}{12 \text{ mole}^-} \rightarrow 9 \text{ مول الکترون مبادله شده است}$$

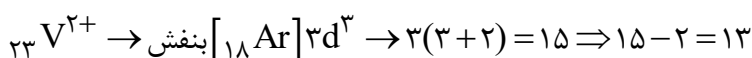


$$\frac{\text{حجم H}_2}{2 \times 22.4 / 4} = \frac{9 \text{ mole}^-}{4 \text{ mole}^-} \rightarrow 100 / 8 \text{ لیتر حجم گاز هیدروژن}$$

(شیمی ۳- فصل ۲: سطح سوال: متوسط)

۱۰۲. پاسخ: گزینه ۲

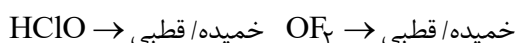
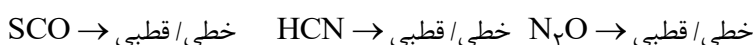
(آ) درست



- (ب) نادرست - واژه شبکه بلور برای توصیف آرایش سه بعدی و منظم اتم‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود.
 فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت یون‌های سازنده را نشان می‌دهد.

(پ) درست

(ت) نادرست - ۳ مولکول خطی و ۵ مولکول قطبی داریم:



(شیمی ۳- فصل ۳: سطح سوال: متوسط)

۱۰۳. پاسخ: گزینه ۲

- ۱- درست - آنتالپی فروپاشی با بار الکتریکی یونها رابطه مستقیم و با شعاع یونی رابطه عکس دارد.
- ۲- نادرست - فرمول گلوکز $C_6H_{12}O_6$ و درصد جرمی کربن در آن با درصد جرمی کربن در اتانویک اسید $C_2H_4O_2$ برابر است.
- ۳- درست - SO_3 ناقطبی است. در مولکول Y, YCl_3 می‌تواند از گروه ۱۵ باشد.
- ۴- درست

(شیمی ۳- فصل ۳: سطح سوال: آسان)

۱۰۴. پاسخ: گزینه ۴

- آ) نادرست - با توجه به آن که افزایش دما ثابت این تعادل را کاهش داده بنابراین تعادل گرماده می‌باشد و آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها از مجموع آنتالپی پیوند فرآورده کمتر است.
- ب) درست - مقدار ثابت تعادل انجام‌پذیرتر بودن واکنش و پیشرفت واکنش رفت را نشان می‌دهد.
- پ) درست - با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و غلظت‌های تعادلی واکنش‌دهنده‌ها افزایش یافته و با کاهش غلظت تعادلی $AB(g)$ از جرم آن نیز کم می‌شود.
- ت) نادرست - کاهش حجم در دمای ثابت باعث جابه‌جایی تعادل به سمت واکنش رفت شده و غلظت همه مواد گازی افزایش می‌یابد اما تأثیری بر ثابت تعادل ندارد.

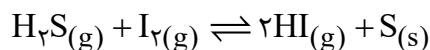
(شیمی ۳- فصل ۴: سطح سوال: متوسط)

۱۰۵. پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مقدار ثابت تعادل را در تعادل اولیه به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{[HI]^2}{[I_2][H_2S]} = \frac{36}{12 \times 6} = 0.5$$

با خروج نیمی از $I_2(g)$ از واکنش تعادلی، طبق اصل لوشاتیه و برای تعدیل اثر تحمیل شده، تعادل در جهت برگشت (تولید I_2) جابه‌جا می‌شود.



تعادل اولیه	۶	۱۲	۶
تعادل جدید	$6+x$	$6+x$	$6-2x$

 با توجه به ثابت ماندن K در تعادل اولیه و جدید می‌توان نوشت

$$K = \frac{(6-2x)^2}{(6+x)(6+x)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(6-2x)^2}{(6+x)^2} \rightarrow \sqrt{2}(6-2x) = 6+x \rightarrow x = 0.63$$

$$\frac{[HI]}{[I_2]} = \frac{6-2x}{6+x} = \frac{6-2(0.63)}{6+(0.63)} = \frac{4.74}{6.63} = 0.714$$

(شیمی ۳- فصل ۴: سطح سوال: بسیار دشوار)