

کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۴/۱۹

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



دفترچه شماره ۱

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۹

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- در دنباله هندسی با جمله عمومی a_n هرگاه $a_6 = a_3 + 18$ و $a_6 = a_3 + a_4 + a_5 = 6$ باشد، مجموع ۹ جمله ابتدایی دنباله برابر $S = \alpha(2^\beta - 1)$ است. مقدار $\beta - \frac{1}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۱۰

۲- اگر $A = \frac{27 + 2\sqrt{2}}{11 - 3\sqrt{2}} + 7(3 + \sqrt{2})^{-1}$ باشد، حاصل کدام عبارت زیر، یک عدد طبیعی است؟

- (۱) $\sqrt{3}A$ (۲) $\sqrt{2}A$ (۳) A (۴) $\sqrt{6}A$

۳- رأس سهمی $f(x) = -x^2 + mx + m - 2$ در ناحیه چهارم قرار گرفته است. برای m چند مقدار صحیح به دست می آید؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

۴- هر یک از ریشه‌های معادله $x^2 - ax + 1 \cdot b = 0$ از سه برابر ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ دو واحد بیشتر است. حاصل ضرب هر چهار ریشه مربوط به این دو معادله کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۵- جواب نامعادله $x < \frac{2x+5}{x-2} < 2$ به صورت $(\alpha, +\infty)$ است. حداقل α کدام است؟

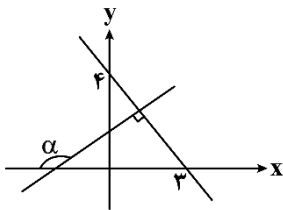
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۶- فرض کنید $2 \log_2^{(2-x)} + 3 \log_2^{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} = 8$ باشد. حاصل $\log_4^{(-2x)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

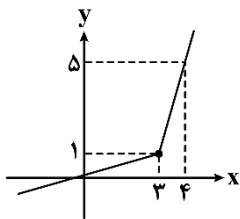
محل انجام محاسبات

۷- در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{6}{25}$
- (۲) $\frac{7}{25}$
- (۳) $\frac{7}{16}$
- (۴) $\frac{9}{16}$

۸- نمودار تابع $y=f(x-1)$ به صورت مقابل است. اگر $g(x)=2+3f(\frac{3-x}{2})$ باشد، حاصل $g^{-1}(3)$ کدام است؟



- (۱) -۱
- (۲) -۲
- (۳) -۳
- (۴) -۴

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} 2-|2x+2| & x \geq -1 \\ 2mx-m-4 & x < -1 \end{cases}$ روی \mathbb{R} نزولی اکید است. حدود m کدام است؟

- (۱) $m \leq 0$
- (۲) $-2 \leq m < 0$
- (۳) $-6 \leq m < 0$
- (۴) $m \leq -2$

۱۰- اگر $f(x) = x^4 - ax^3 + 2ax^2 - x + 1$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+1)^2$ کدام است؟

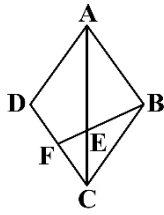
- (۱) $2x - 2$
- (۲) $2x$
- (۳) $2x + 2$
- (۴) $-2x$

۱۱- حاصل $P = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x - \cos x}$ به ازای $x = 15^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-3\sqrt{3}}{4}$
- (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $\frac{-3\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۲- در لوزی ABCD شکل مقابل، $AB=10$ و $\tan \hat{A} = \frac{3}{4}$ است. اگر F وسط CD باشد، طول BE کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{3}$

۱۳- تابع $f(x) = \sin \frac{3\pi}{a} x$ در بازه‌های با طول حداکثر ۶ واحد یکنوای اکید است. دوره تناوب $g(x) = 2 \cos^2 \frac{\pi a}{4} x$ چه عددی است؟

(۴) $\frac{9}{4}$

(۳) $\frac{9}{2}$

(۲) $\frac{4}{9}$

(۱) $\frac{2}{9}$

۱۴- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan^2 x - 1 = \tan^3 x$ در بازه $[0, \pi]$ چند تاست؟

(۴) صفر

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{-b\sqrt{2+\sqrt{x}} + 2b}{ax+b}$ عددی حقیقی و غیرصفر باشد، مقدار آن چه عددی است؟

(۴) $-\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{8+m\left[\frac{-\pi}{x}\right]}{\sin 2x} = -\infty$ باشد، تعداد مقادیر صحیح قابل قبول برای m کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax+b & x < a \\ x^2 + 2x - 1 & x \geq a \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار b کدام است؟

(۴) $-(a+1)^2$

(۳) $(a-1)^2$

(۲) $(a+1)^2$

(۱) $-(a-1)^2$

محل انجام محاسبات

۱۸- هرگاه g وارون تابع $f(x) = x + 4\sqrt{x}$ باشد، آهنگ تغییر متوسط g در بازه $[0, 12]$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای f در $x=1$ است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۱۹- اگر $f(x) = x\sqrt{3x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+a}{x-1} = \frac{b}{a}$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) $5/5$ (۲) $4/5$ (۳) $-4/5$ (۴) $-5/5$

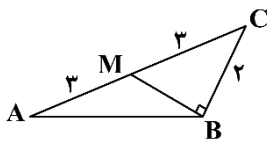
۲۰- اگر $A(1, 3)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ باشد، $f(\frac{a}{b})$ چه عددی است؟

- (۱) 5 (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) 8

۲۱- در بازتاب نسبت به خط d دو نقطه B و C تصویر یکدیگرند. اگر فاصله A از محور بازتاب $4/5$ ، $BC=21$ و $AC=17$ باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $19/2$ (۲) $16/8$ (۳) 15 (۴) $17/6$

۲۲- در شکل زیر، طول AB چقدر است؟



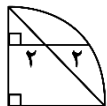
- (۱) 5

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) $2\sqrt{6}$

۲۳- شعاع ربع دایره شکل مقابل چقدر است؟



- (۲) 5

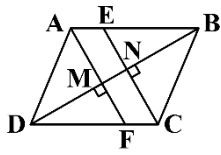
(۱) $2\sqrt{5}$

- (۴) 6

(۳) $2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل از رأس‌های A و C عمودهایی بر قطر BD رسم کرده‌ایم. اگر $BN = 3MN$ ، آن‌گاه نسبت مساحت $\triangle DMF$ به مساحت $\triangle AECF$ کدام است؟



- (۱) $\frac{9}{14}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{3}{7}$
 (۴) $\frac{5}{14}$

۲۵- دو خط d_1 و d_2 متنازیرند و خط L هیچ‌کدام را قطع نمی‌کند. چند خط موازی با خط L در فضا می‌توان رسم کرد که هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند؟

- (۱) حداقل یک (۲) صفر یا یک (۳) صفر یا بی‌شمار (۴) دقیقاً یک

۲۶- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m+3)x + 3my = m+6 \\ (m+7)y + 2mx + 1 = 0 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد. مجموع درایه‌های سطر اول

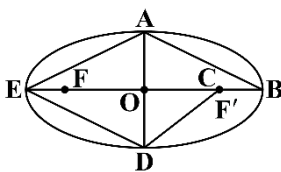
ماتریس A^2 ، در صورتی که $A = \begin{bmatrix} m & -m \\ 2m & 3 \end{bmatrix}$ باشد، چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۱۴

۲۷- دو دایره C و C' در نقطه $A(2, \frac{2}{3})$ مماس بیرونی هم هستند. اگر مرکز دایره C، روی محور xها به طول ۳ باشد و مساحت دایره C' برابر $\frac{52\pi}{9}$ باشد. مجموع طول و عرض مرکز دایره C' کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) ۳

۲۸- بیضی S با طول قطرهای $4\sqrt{5}$ و ۴ را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم مساحت زمین ABCDE که مطابق شکل، چهار رأس آن همان رئوس بیضی و رأس دیگر آن روی کانون بیضی قرار گرفته است را بدون تغییر محیط افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{5} - 8$
 (۲) $2\sqrt{5} - 1$
 (۳) $8\sqrt{5}$
 (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۲۹- اگر سهمی $x^2 + 8y = 4x - 12$ با کانون B محور yها را در نقطه A قطع کند. محیط دایره‌ای که A و B دو سطر قطر آن هستند کدام است؟

- (۱) 5π (۲) $\frac{5}{2}\pi$ (۳) $\frac{5}{4}\pi$ (۴) $\frac{5}{8}\pi$

۳۰- اگر $\vec{a} = \vec{k} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{i} - \vec{k}$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، مساحت مثلثی که بر بردارهای $2\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{a} + 2\vec{b}$ بنا می‌شود، کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{11}$ (۲) $2/5\sqrt{21}$ (۳) $2/5\sqrt{35}$ (۴) $5\sqrt{35}$

۳۱- اگر هم‌ارزی $[p \Rightarrow q] \equiv [(p \wedge \sim q) \Rightarrow H]$ برقرار باشد، آن‌گاه H کدام یک از گزاره‌های ترکیبی زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) $\sim p \vee \sim q$ (۲) $\sim p \vee q$ (۳) $p \vee \sim q$ (۴) $p \vee q$

۳۲- اگر سه مجموعه ناتهی A، B و C چنان باشند که $[(A \cup B) - C] \subseteq [(A' \cap C) \cup B]$ ، آن‌گاه کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً تهی است؟

- (۱) $A - (B \cap C)$ (۲) $(A \cap B) - C$
(۳) $(A \cap B') - C$ (۴) $A - (B' \cap C)$

۳۳- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن‌ها که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۴- اگر جامعه‌ای متشکل از پنج عدد طبیعی به صورت a, 4, 6, 5, 1 باشد، آن‌گاه a کدام باشد تا در برآورد میانگین احتمال برابری آماره با پارامتر در نمونه‌ای دو عضوی ۲۰٪ باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- به هر یک از ۷ داده آماری با مجموع ۸۴، به مقدار k واحد اضافه می‌کنیم تا ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۴۰٪ ضریب تغییرات داده‌های اولیه باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۳۶- باقی مانده تقسیم عدد $7^{92} + 3^{29} = A$ بر ۴۲ کدام است؟

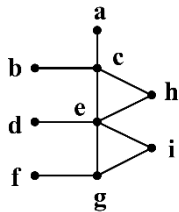
- (۱) ۴۰ (۲) ۱۹ (۳) ۳۹ (۴) ۲۰

۳۷- معادله سیاله خطی $7x + 17y = 1404$ در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۸- از بین تمام یال‌های گراف \bar{G} (مکمل گراف G) یک یال به تصادف انتخاب کرده و پس از حذف آن از \bar{G} ، آن یال به

گراف G اضافه می‌شود. احتمال آن که عدد احاطه‌گری گراف G ، یک واحد کاهش یابد حدوداً چند درصد است؟



(G)

(۱) ۲۰

(۲) ۱۵

(۳) ۱۲

(۴) ۸

۳۹- سطر دوم مربع A را به چند طریق می‌توان پر کرد تا در ادامه آن مربع بتواند لاتین باشد؟

$A =$

۱	۲	۳	۴	۵
۴				

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۱۱

(۴) ۱۲

۴۰- گراف G ، ۲- منتظم از مرتبه ۸۹ بوده و هم زیرگرافی به فرم C_{25} و هم زیرگرافی به فرم P_{26} دارد. حداکثر تعداد

دوره‌های به طول ۴ در گراف G را m می‌نامیم. کدام ویژگی را دارد؟

- (۱) عددی اول (۲) مربع کامل (۳) مکعب کامل (۴) عددی دو رقمی

محل انجام محاسبات



کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۴/۱۹

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



دفترچه شماره ۲

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۹

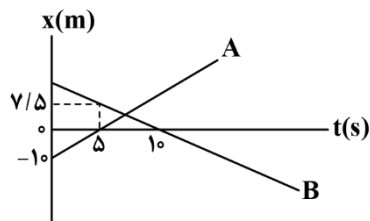
مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

۴۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه بر حسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر، دو برابر فاصله آن‌ها در لحظه $t=0$ است؟



(۲) $\frac{50}{7}$

(۱) $\frac{150}{7}$

(۴) $\frac{25}{3}$

(۳) ۲۵

۴۲- متحرکی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیه دوم و سوم به ترتیب $2 \frac{m}{s}$ و $8 \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

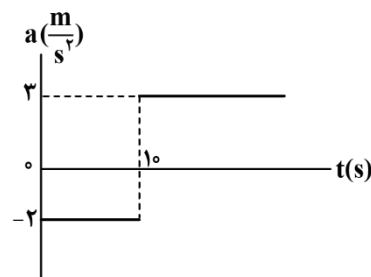
(۴) $\frac{113}{30}$

(۳) $3/8$

(۲) $\frac{103}{30}$

(۱) $3/1$

۴۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی یک خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t=0$ این متحرک با تندی $10 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور X حرکت کند، شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی‌ای که متحرک



در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، چند واحد SI است؟

(۱) $0/25$

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) $0/5$

۴۴- دو گلوله را در شرایط خلأ با فاصله زمانی t' از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. اگر بیشترین فاصله دو گلوله از یکدیگر ۸۰ متر باشد، t' چند ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۳

(۳) $2/5$

(۲) ۲

(۱) $1/5$

۴۵- جسمی به جرم 6 kg را به یک طناب وصل می‌کنیم و طناب را با نیروی 100 N در راستای قائم به سمت بالا می‌کشیم. نیروی کشش طناب را چند درصد کاهش دهیم تا جسم با شتاب رو به بالای $1 \frac{m}{s^2}$ حرکت کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) ۶۶

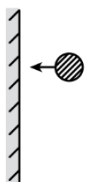
(۳) ۳۴

(۲) ۶۴

(۱) ۳۶

محل انجام محاسبات

۴۶- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 100g با تندی $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دیوار قائمی برخورد می‌کند و با تکانه‌ای به بزرگی $4\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ برمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس گلوله به دیوار 15ms باشد، بردار نیروی خالص متوسطی که گلوله بر دیوار قائم وارد می‌کند، بر حسب یکای SI کدام است؟



(۲) $-60\vec{i}$

(۱) $60\vec{i}$

(۴) $-90\vec{i}$

(۳) $90\vec{i}$

۴۷- وزن جسمی در ارتفاع 3600km از سطح زمین، 720N کم‌تر از وزن آن در ارتفاع 1600km از سطح زمین است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و شعاع زمین 6400km است.)

(۴) ۲۵۶

(۳) ۱۲۸

(۲) $312/5$

(۱) $156/25$

۴۸- جسمی به جرم 2kg با تندی ثابت $72\frac{\text{km}}{\text{h}}$ روی دایره‌ای به شعاع 5m حرکت می‌کند. بزرگی نیروی مرکزگرای آن چند نیوتون است؟

(۴) ۱۶۰

(۳) ۸۰

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

۴۹- تاری بین دو نقطه بسته شده است. نیروی کشش تار را چند درصد کاهش دهیم تا بسامد هماهنگ دوم تار ۲۰ درصد کاهش یابد؟ (طول تار ثابت است.)

(۴) ۶۴ درصد

(۳) ۳۶ درصد

(۲) ۴۰ درصد

(۱) ۲۰ درصد

۵۰- معادله مکان - زمان نوسانگر جرم - فنری در SI به صورت $x = 0.4 \cos(50t)$ است. اگر جرم نوسانگر 200g باشد، از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که برای سومین بار بزرگی نیروی فنر برابر با 80N می‌شود، مسافت طی شده توسط نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

(۴) ۷۲

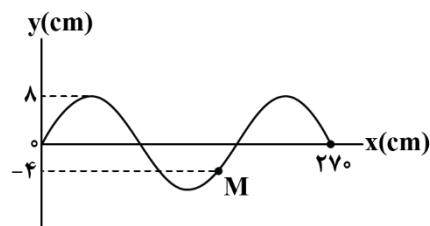
(۳) ۹۶

(۲) ۱۳۶

(۱) ۱۰۴

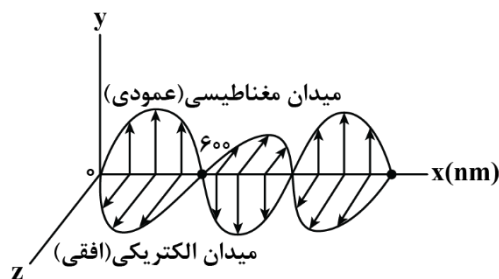
محل انجام محاسبات

۵۱- شکل زیر، نقش موج یک موج عرضی را در مبدأ زمان نشان می‌دهد. اگر موج در هر ثانیه، به اندازه ۹m در خلاف جهت محور x حرکت کند، در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0/3$ s چند بار انرژی جنبشی ذره M برابر صفر می‌شود؟



- (۱) ۴
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۵۲- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی را در لحظه t در خلأ نشان می‌دهد. کدام یک از عبارتهای زیر



در مورد این موج صحیح می‌باشد؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

الف: این موج جزو امواج فرسرخ به حساب می‌آید.

ب: جهت انتشار آن در خلاف جهت محور x است.

پ: بسامد موج برابر ۲۵۰GHz است.

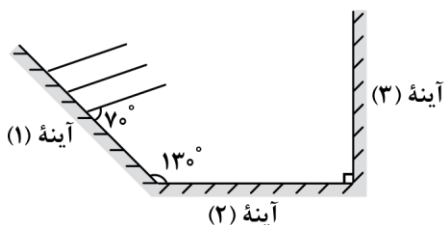
ت: از کاربردهای این موج در تصویربرداری‌های پزشکی است.

- (۱) «الف» و «پ»
- (۲) «الف» و «ب»
- (۳) «ب» و «ت»
- (۴) «الف» و «ت»

۵۳- اگر فاصله یک شنونده از یک منبع صوتی ۲۰ درصد کاهش یابد، تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده چند دسی‌بل افزایش می‌یابد؟ ($\log 2 = 0/3$)

- (۱) ۱/۸
- (۲) ۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۰

۵۴- در شکل زیر، جبهه‌های موج تابشی بر سطح آینه (۱) نشان داده شده است. این پرتوها سپس به آینه (۲) و بعد از آن به آینه (۳) برخورد می‌کنند. زاویه بازتاب از آینه (۳) چند درجه است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۶۰
- (۴) ۷۰

محل انجام محاسبات

۵۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها 0.6eV است. اگر طول موج نور فرودی نصف شود، کدام گزینه می‌تواند بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها باشد؟

- (۱) 0.4eV (۲) 0.8eV (۳) 1.2eV (۴) 1.6eV

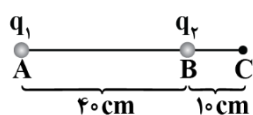
۵۶- در اتم هیدروژن، با گذار الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر، فوتونی با بسامد $67/5\text{THz}$ گسیل می‌شود. در این گذار، شعاع مدار الکترون چند برابر می‌شود؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $R = 0.053(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) 0.25 (۲) 0.36 (۳) 0.64 (۴) 0.45

۵۷- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های هسته بوده و از نوع است.

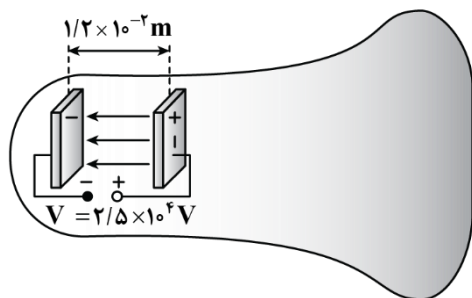
- (۱) کوتاه‌برد - دافعه (۲) بلندبرد - دافعه (۳) بلندبرد - جاذبه (۴) کوتاه‌برد - جاذبه

۵۸- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند ناشی از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه C برابر صفر است. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $-\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{25}$

۵۹- در لامپ CRT زیر، الکترون‌ها در یک میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه باردار مطابق شکل، شتاب می‌گیرند و با صفحه نمایشگر برخورد می‌کنند. اگر صفحات در فاصله $1/2 \times 10^{-2}\text{m}$ از یکدیگر باشند و اختلاف پتانسیل بین آن‌ها $2/5 \times 10^4\text{V}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحه‌ها تقریباً چند واحد SI است؟



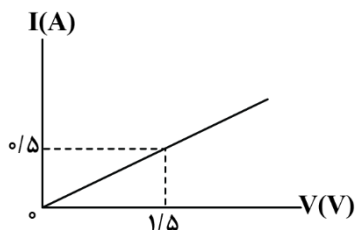
- (۱) $2/08 \times 10^6$ (۲) $2/08 \times 10^4$ (۳) $1/92 \times 10^4$ (۴) $1/92 \times 10^6$

محل انجام محاسبات

۶۰- ظرفیت خازنی $22\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن $1/2$ برابر شود، انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن $16\mu J$ افزایش می یابد. بار اولیه خازن چند میکروکولن است؟

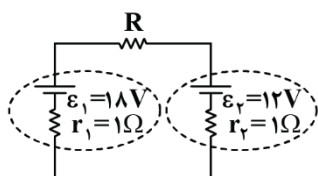
- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۱- سیمی توخالی به طول $4/5m$ و قطر داخلی $2mm$ و قطر خارجی $4mm$ در اختیار داریم و نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن مطابق شکل است. مقاومت ویژه این سیم چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)



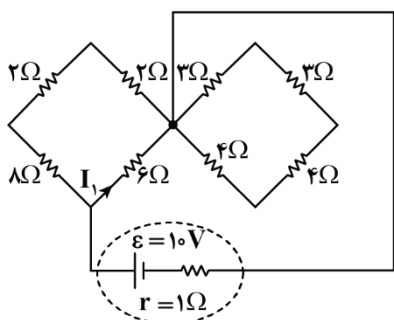
- (۱) $2/4 \times 10^{-5}$
 (۲) $1/2 \times 10^{-5}$
 (۳) 3×10^{-6}
 (۴) 6×10^{-6}

۶۲- در مدار شکل زیر، اختلاف توان ورودی باتری (۲) و توان خروجی باتری (۱) برابر $4W$ است. مقاومت R چند اهم می تواند باشد؟



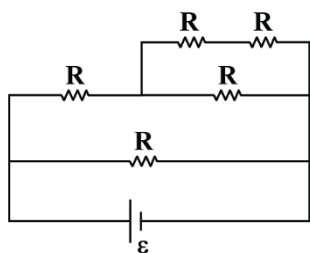
- (۱) ۲ (۲) ۳
 (۳) ۴ (۴) ۶

۶۳- در مدار شکل مقابل، جریان I_1 چند آمپر است؟



- (۱) ۲
 (۲) $2/3$
 (۳) $4/3$
 (۴) ۱

۶۴- در مدار زیر، همه مقاومت ها مشابه هستند و بیشینه توان قابل تحمل هر مقاومت $30W$ است. حداکثر توان الکتریکی مدار چند وات است؟ (به شرطی که هیچ یک از مقاومت ها آسیب نبینند.)



- (۱) ۲۴
 (۲) ۴۸
 (۳) ۸۰
 (۴) ۱۵۰

محل انجام محاسبات

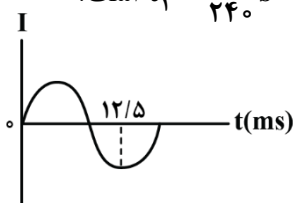
۶۵- کدام گزینه معادل یکای تراوایی مغناطیسی خلأ می‌باشد؟

(۱) $\frac{\text{kg.m}}{\text{C}^2}$ (۲) $\frac{\text{kg.m}^3}{\text{C}^2.\text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{C}}$ (۴) $\frac{\text{kg.m}}{\text{C}^2.\text{s}^2}$

۶۶- ذره‌ای به جرم ۲g با تندی $10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تحت زاویه ۳۰ درجه نسبت به خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۴۰G، وارد آن می‌شود. اگر نیروی مغناطیسی وارد شده بر این بار در این لحظه برابر $2 \times 10^{-4} \text{N}$ باشد، اندازه بار الکتریکی این ذره چند میکروکولن است؟

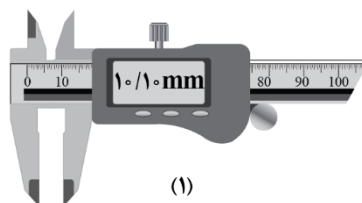
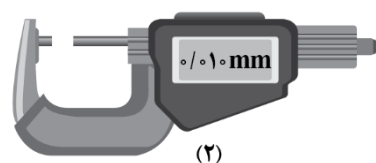
(۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۶۷- شکل زیر، نمودار یک جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که به یک القاگر آرمانی وارد می‌شود. انرژی ذخیره شده در القاگر در لحظه $t_1 = \frac{1}{36} \text{s}$ چند برابر انرژی ذخیره شده در القاگر در لحظه $t_2 = \frac{1}{45} \text{s}$ است؟



(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

۶۸- در شکل زیر، دقت اندازه‌گیری کولیس، تندی سنج و دماسنج بر حسب یکای SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) $10^{-1}, 2, 10^{-6}$

(۲) $273/1, 4, 10^{-6}$

(۳) $10^{-1}, 2, 10^{-5}$

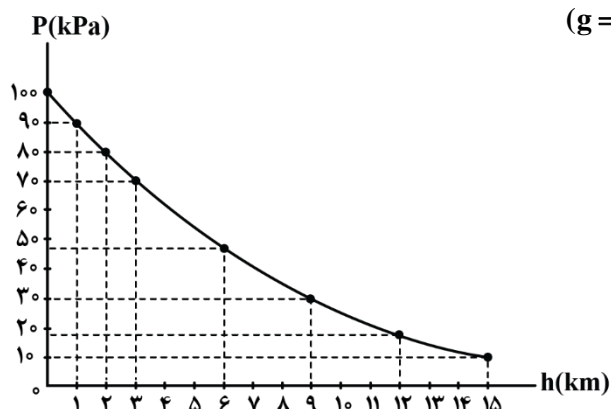
(۴) $273/1, 2, 10^{-5}$



محل انجام محاسبات

۶۹- نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح آزاد دریا مطابق شکل زیر است. در شهری که در ارتفاع ۲km از سطح دریا قرار دارد، یک ستون فرضی از هوا به سطح مقطع $5m^2$ در نظر می‌گیریم که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد.

چند کیلوگرم هوا در این ستون فرضی قرار دارد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) 2×10^4

(۲) 4×10^4

(۳) 5×10^4

(۴) 8×10^4

۷۰- مطابق شکل زیر، ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم $140g$ را با بیش‌ترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور ورزشکار نیرویی به بزرگی $F = 45N$ تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی $d = 1/4m$ بر آن وارد می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی توپ هنگام جداسدن از دست ورزشکار چند متر بر ثانیه است؟



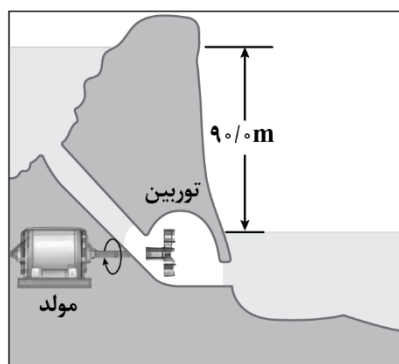
(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) $20\sqrt{2}$

(۴) ۴۰

۷۱- آب ذخیره‌شده در پشت یک سد نیروگاه برق‌آبی، مطابق شکل زیر روی پره‌های توربین ریخته شده و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و با توان $270MW$ انرژی الکتریکی تولید می‌کند. اگر در هر دقیقه $240000m^3$ آب روی توربین بریزد، چند درصد از کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود؟



($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۷۵

(۲) ۸۰

(۳) ۸۵

(۴) ۹۰

محل انجام محاسبات

۷۲- در دمای 10°C ، ۹۰ درصد حجم ظرفی با مایعی با چگالی ρ و ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{\text{K}} \times 10^{-3} \times \frac{1}{6}$ پر شده است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف $\frac{1}{\text{K}} \times 10^{-4}$ باشد، به طور تقریبی، دمای مجموعه حداقل چند درجه سلسیوس افزایش یابد تا مایع از ظرف سرریز شود؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۵۸ (۳) ۶۸ (۴) ۴۸

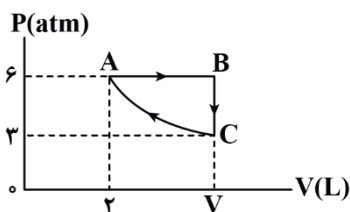
۷۳- ۱۰۰ گرم آب با دمای 40°C درون ظرفی قرار دارد. اگر توسط یک گرمکن ۸۴ واتی به آب گرما دهیم، حداقل چند دقیقه طول می کشد تا تمام آب به بخار تبدیل می شود؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، $L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز است.)

- (۱) ۳۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۰۰

۷۴- حجم مقدار معینی از یک گاز کامل در دمای 27°C برابر ۶L است. در فشار ثابت دمای این گاز را چند کلوین افزایش دهیم تا حجم این گاز $1/2L$ افزایش یابد؟

- (۱) ۵/۴ (۲) ۶۰ (۳) ۲۷۸/۴ (۴) ۳۳۳

۷۵- در شکل زیر، مقداری گاز کامل چرخه نشان داده شده را طی می کند و فرایند CA هم دما است. این گاز در مسیر ABC چند ژول گرما دریافت کرده است؟



- (۱) ۱۶۰۰

- (۲) ۹۰۰

- (۳) ۱۲۰۰

- (۴) ۲۴۰۰

محل انجام محاسبات

۷۶- در پرنرژژی ترین زیرلایه الکترونی در اتم کدام دو عنصر، تعداد الکترون برابری قرار گرفته است؟



۷۷- کدام مورد زیر، به یقین درست است؟

- (۱) آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.
- (۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت تایی واکنش پذیری ناچیزی دارند.
- (۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.
- (۴) در آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت شده مشاهده نمی‌شود.

۷۸- با توجه به آرایش الکترونی عناصر داده شده، کدام مورد درست است؟



- (۱) عناصر X و Y می‌توانند در واکنش با یکدیگر ترکیبی تولید کنند که در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای برق است.
- (۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی هر دو عنصر برابر بوده و هر دو برای رسیدن به حالت پایدار الکترون از دست می‌دهند.
- (۳) شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در اتم X ، بیشتر از شمار الکترون‌ها با $l = 2$ در اتم Y است.
- (۴) واکنش پذیری عنصر Y برخلاف عنصر X به‌طور قطع از کلسیم بیشتر است.

۷۹- نام کدام ترکیب درست نوشته شده است؟



۸۰- از واکنش کامل ۳ لیتر محلول حاوی یکی از کلریدهای آهن ($d = 1 \text{ g.ml}^{-1}$) با ۱۸۰ گرم از سدیم هیدروکسید، ۱۶۰/۵ گرم رسوب تولید شده است. محلول اولیه چه رنگی بوده و درصد جرمی آهن در محلول اولیه به تقریب کدام است؟

(از تغییر حجم صرف نظر کنید. $g.mol^{-1}$: $H = 1, O = 16, Na = 23, Cl = 35.5, Fe = 56$)

- (۱) زرد - ۲/۸ (۲) سبز - ۱/۴ (۳) زرد - ۱/۴ (۴) سبز - ۲/۸

۸۱- نمونه‌ای از هوای خشک را ابتدا از دمای اتاق تا دمای $163K$ سرد می‌کنیم. سپس دمای مخلوط حاصل را در مرحله

بعد به $80K$ می‌رسانیم. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) ماده‌ای که در مرحله اول به‌صورت جامد از مخلوط جدا می‌شود، حاوی مولکول‌هایی با قطبیت بالا است.
- (۲) یکی از گازهایی که در مرحله دوم برخلاف مرحله اول از مخلوط خارج می‌شود، در جوشکاری کاربرد دارد.
- (۳) فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره، پس از انجام مرحله دوم به‌صورت مایع از نمونه جدا خواهد شد.
- (۴) این فرایند، مناسب‌ترین روش برای استخراج سبک‌ترین گاز نجیب از هواکره است.

۸۲- مقدار 300 گرم آب مقطر را به 200 گرم نمونه 50 درصد جرمی نمک خوراکی اضافه می‌کنیم. در مرحله بعد، مخلوط حاصل

را با 2 کیلوگرم محلول 10 درصد جرمی این نمک مخلوط می‌کنیم. درصد جرمی $NaCl$ در مخلوط پایانی کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

۸۳- کدام مورد درست است؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

- (۱) هوای آلوده شهرهای بزرگ، به یقین نمونه‌ای از یک محلول گاز در گاز است.
 (۲) کم‌ترین کاربرد $NaCl$ استخراج شده از کره زمین، مربوط به مصارف خانگی است.
 (۳) اگر در مخلوط حاوی متانول و آب، جرم هر دو ماده با هم برابر باشد، متانول حلال است.
 (۴) اگر حل‌شونده را دو برابر کرده و سپس به اندازه جرم محلول حاصل به آن آب اضافه کنیم، درصد جرمی ثابت می‌ماند.
- ۸۴- با حل کردن چند گرم گلوکز در ۲۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، می‌توان محلولی ۱/۵ مولار از آن ساخت؟ (از تغییر حجم طی فرایند انحلال چشم‌پوشی کنید. $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۷ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

- ۸۵- نمونه‌ای از یک ترکیب آلکینی با ۳ مول بخار برم به‌طور کامل واکنش داده و ۵۶۱ گرم فراورده آلی تولید می‌کند. جرم مولی آلکین مورد نظر چند برابر جرم مولی پرکاربردترین اسید آلی است؟

($Br = ۸۰, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

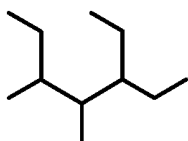
(۱) ۰/۶ (۲) ۰/۴۵ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۹

- ۸۶- طبق معادله موازنه نشده زیر، ۲۱/۶ گرم آلومینیم با مقدار کافی آهن (III) اکسید واکنش می‌دهد. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر ۳ گرم باشد، بازده واکنش انجام شده چند درصد است؟

$Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Fe(l) + Al_2O_3(s)$ ($Fe = ۵۶, Al = ۲۷, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۸۵ (۲) ۸۰ (۳) ۷۵ (۴) ۹۰

- ۸۷- نام‌گذاری آلکان زیر بر اساس قواعد آیوپاک به چه صورت بوده و جرم مولی آن چند برابر جرم مولی ساده‌ترین آلکان



شاخه‌دار حاوی شاخه فرعی اتیل است؟

(۱) ۳-اتیل-۴،۵-دی‌متیل‌هپتان - ۱/۴

(۲) ۵-اتیل-۳،۴-دی‌متیل‌هپتان - ۱/۵۶

(۳) ۳-اتیل-۴،۵-دی‌متیل‌هپتان - ۱/۵۶

(۴) ۵-اتیل-۳،۴-دی‌متیل‌هپتان - ۱/۴

- ۸۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟

(۱) $O - H$ (۲) $C = C$ (۳) $N - N$ (۴) $O = O$

- ۸۹- کدام مورد، نادرست است؟

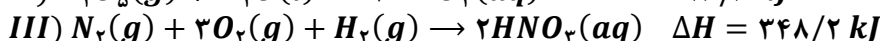
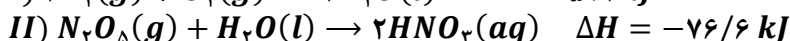
- (۱) با افزودن ۵۰ گرم آب با دمای $۱۰^{\circ}C$ به آب یک استخر در دمای اتاق، انرژی گرمایی استخر برخلاف میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن افزایش پیدا می‌کند.
 (۲) گرمای مبادله شده طی واکنش انجام شده در یک ظرف با پیستون روان، معادل با مقدار آنتالپی آن واکنش است.
 (۳) آنتالپی پیوند، با مرتبه پیوند و جرم مولی عناصر تشکیل‌دهنده آن پیوند اشتراکی رابطه مستقیم دارد.
 (۴) تأثیر گرمای مبادله شده در واکنش بر حالت فراورده‌ها، در علم گرماشیمی بررسی می‌شود.

محل انجام محاسبات

۹۰- اگر در واکنش تخمیر بی‌هوازی ۱۸۰ گرم گلوکز، نیمی از کربن دی‌اکسید تولید شده در طی ۳ دقیقه، بتواند با ۵۰/۴ گرم کلسیم اکسید واکنش دهد، سرعت متوسط واکنش تخمیر گلوکز در این بازه برابر چند $mol.s^{-1}$ است؟
 $(Ca = 40, O = 16 : g.mol^{-1})$

(۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۰۵ (۴) ۰/۰۰۳

۹۱- با توجه به واکنش‌های گرمایشی داده‌شده، ΔH واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2(g) + 5O_2(g)$ ، برابر چند کیلوژول است؟

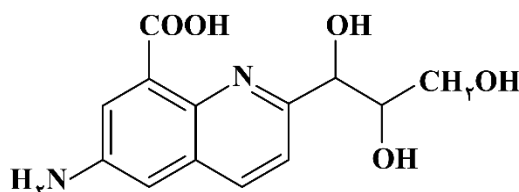


(۱) ۱۲۰۰/۲ (۲) ۱۱۷۸/۹ (۳) ۹۰۵/۴ (۴) ۱۴۲۰/۶

۹۲- اگر اندازه آنتالپی سوختن متان، ۱/۲۵ برابر اندازه آنتالپی سوختن متانول باشد، گرمای حاصل از سوختن ۴۸ گرم متانول از سوختن چند گرم متان حاصل می‌شود؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۹/۲ (۲) ۱۲/۸ (۳) ۹/۶ (۴) ۲۰/۸

۹۳- با توجه به ساختار داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)



الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن نصف شمار جفت الکترون پیوندی در نفتالن است.

ب: یک ترکیب آلی آروماتیک با گروه‌های عاملی آمینی، الکلی و اسیدی است.

پ: شمار پیوندهای $C - N$ آن برابر با شمار گروه‌های هیدروکسیل است.

ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن برابر ۲ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۴- کدام مورد، درست است؟

(۱) ویتامین C دارای گروه‌های عاملی الکلی و کربوکسیل است.

(۲) ویتامین K آروماتیک بوده و در ساختار خود دو گروه عاملی کتونی دارد.

(۳) ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش متیل آمین و متانوئیک اسید حاصل می‌شود.

(۴) از همه الکل‌هایی که به هر نسبت در آب حل می‌شوند، می‌توان در ساخت پلی‌استرها استفاده کرد.

۹۵- در نوعی صابون جامد که در ساختار خود دارای ۳ پیوند دوگانه است، تفاوت شمار پیوندهای $C - H$ و $C - C$ برابر ۱۳ است. جرم مولی اسید چرب سازنده این صابون کدام است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۱۲ (۲) ۲۷۰ (۳) ۲۵۲ (۴) ۲۳۸

محل انجام محاسبات

۹۶- کدام مورد درست است؟

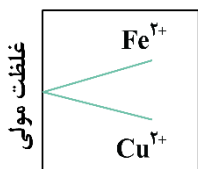
- ۱) طبق اصل آرنیوس، محلول حاوی هیدروکلریک اسید، رسانایی بیشتری نسبت به محلول هیدروفلوئوریک اسید دارد.
- ۲) ترکیبی که به صورت یونی در آب حل می‌شود، به یقین نسبت به آب نقطه جوش بالاتری دارد.
- ۳) بعد از ایجاد تعادل در محلول حاوی اتانویک اسید، فرایند یونش اسید متوقف می‌شود.
- ۴) در بدن انسان، یک نمونه خون همانند محتویات روده، خاصیت بازی دارد.

۹۷- کدام مورد زیر، درست است؟

- ۱) در شیر ترش شده، مقدار نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ بزرگ‌تر از ۱ است.
 - ۲) ثابت یونش ساده‌ترین اسید آلی، کوچک‌تر از اتانویک اسید است.
 - ۳) گل ادریسی در خاک حاوی هیدروفلوئوریک اسید، به رنگ قرمز شکوفا می‌شود.
 - ۴) در محلول آبی حاوی NH_3 ، غلظت مولکول‌های آمونیاک بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است.
- ۹۸- اگر در دمای اتاق، با حل کردن ۶۴ گرم از اسید HA در ۱۶۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، pH محلول $5/3$ واحد کاهش پیدا کند، درجه یونش اسید حل شده کدام است؟ ($HA = 80 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) ۰/۱ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۲

۹۹- درباره سلول گالوانی آهن-مس، کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟ ($Cu = 64$ و $Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$)



الف: با کارکرد سلول، روند تغییر غلظت کاتیون‌ها به صورت نمودار مقابل است.

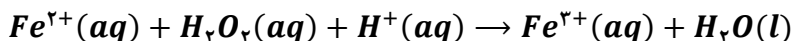
ب: با مبادله ۳ مول الکترون، جرم آند به اندازه ۱۶۸ گرم کاهش پیدا می‌کند.

پ: با حذف کردن دیواره متخلخل، نیم‌واکنش در قطب مثبت سلول متوقف خواهد شد.

ت: پس از افزودن مقداری آهن (II) نیترات به نیم‌سلول آندی، ولتاژ حاصل از سلول تغییر نمی‌کند. زمان

- ۱) «الف» و «پ» ۲) «پ» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

۱۰۰- پس از موازنه واکنش زیر، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به ضریب استوکیومتری گونه اکسندگنده کدام است؟



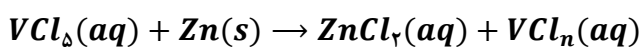
- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۱۰۱- کدام مورد جمله مقابل را به نادرستی تکمیل می‌کند؟ «مولکول برخلاف مولکول کربن دی‌اکسید،»

- ۱) کربونیل سولفید - در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.
- ۲) نیتروژن مونوکسید - با مولکول‌های آب وارد واکنش نمی‌شود.
- ۳) اتان - دارای ۷ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.
- ۴) گوگرد تری‌اکسید - دارای اتم مرکزی با بار جزئی منفی است.

محل انجام محاسبات

۱۰۲- محلول ۰/۵ مولار حاوی نمک VCl_5 در اختیار داریم. با اضافه کردن ۲۶۰ گرم پودر فلز روی به این محلول، واکنش موازنه نشده زیر به صورت کامل انجام می‌شود. رنگ محلول حاصل کدام است؟ (حجم محلول ۸ لیتر است. $Zn = 65 : g.mol^{-1}$)



(۱) سبز (۲) بنفش (۳) زرد (۴) آبی

۱۰۳- تعادل گازی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g), \Delta H < 0$ ، در ظرفی ۵ لیتری با پیستون روان در دمای معین برقرار است. کدام موارد از مطالب زیر درباره این تعادل درست است؟

الف: با اضافه کردن مقداری از اکسید قطبی گوگرد به نمونه، غلظت گاز اکسیژن نسبت به تعادل اولیه کاهش پیدا می‌کند.

ب: با افزایش دمای ظرف، ثابت تعادل واکنش همانند غلظت واکنش دهنده‌ها کاهش پیدا می‌کند.

پ: با قرار دادن وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم روی پیستون، واکنش به سمت رفت پیش خواهد رفت.

ت: با دو برابر کردن هم‌زمان غلظت هر دو اکسید گوگرد، تعادل به سمت برگشت پیش خواهد رفت.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۱۰۴- کدام یک از موارد زیر درباره تهیه متانول با استفاده از متان از طریق واکنش دو مرحله‌ای، نادرست است؟

الف: شرایط انجام مرحله دوم این واکنش سخت‌تر بوده و به دمای بالاتری نیاز دارد.

ب: طی انجام این واکنش، سوخت رایج‌ترین نوع سلول سوختی نیز به‌عنوان فرآورده جانبی تولید می‌شود.

پ: به دلیل بازده کم این روش، امروزه تهیه متانول از متان بیشتر از طریق واکنش مستقیم با اکسیژن صورت می‌گیرد.

ت: در طی واکنش کامل ۴۸ گرم گاز متان با بخار آب، نهایتاً ۱۲۰ میلی‌لیتر متانول با چگالی 0.8 g.mL^{-1} به دست می‌آید.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۱۰۵- دو ظرف A و B در اختیار داریم. ظرف A حاوی ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید و ۴ مول گاز کربن مونوکسید است. در

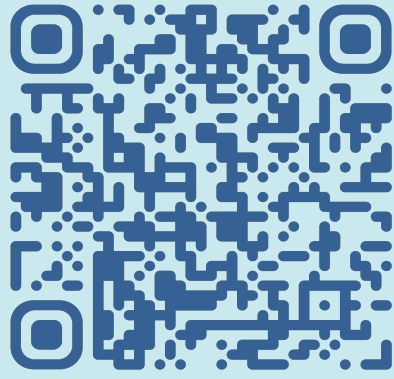
ظرف B نیز ۲ مول بخار آب موجود است. اگر با باز کردن شیر میان دو ظرف محتوای آن‌ها را مخلوط کنیم، تعادل زیر

برقرار خواهد شد. پس از برقراری تعادل، مجموعاً چند مول فرآورده در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟



(۱) ۴ (۲) ۴/۸ (۳) ۵/۶ (۴) ۳/۴

محل انجام محاسبات



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون



دفترچه پاسخ

جامع شبیه ساز کنکور سراسری



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۴/۱۹

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۹

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان رسول حاجی زاده - سوگند روشنی محمد رضا حسینی فرد	محسن جواهری - مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - علیرضا ملک حسینی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	محمد جواد سورچی - سعید احمدی - مهدی پارسا حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی - سارا قانع مهدی رحمت اللهی - احسان ایرانی - آرسلان رحمانی محمد باغبان - حسین زین العابدین زاده امیررضا خوینی ها - آروین صالحی	حسین عبدوی نژاد حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری عالیه میرزایی - بنیامین بهرامی - حسین ایروانی علی ترابی - محمد کهنه پوشی - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی - امیر بصراوی	رامین رزمجو - عالیه میرزایی فرهنگ امیری - بنیامین بهرامی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آنها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لاقط سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماز ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون توی این آزمون قراره کنکور رو براتون شبیه‌سازی کنیم. حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش... - آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟
+ مباحثی که توی این آزمون از سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

تعداد سوال	مباحث	کتاب	بخش
۵	جبر و معادله‌ها و نامعادله‌ها، مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا	حسابان ۲ حسابان ۱ ریاضی ۱	حسابان
۳	تابع		
۱	توابع نمایی و لگاریتمی		
۵	مثلثات		
۳	حد و پیوستگی		
۲	مشتق		
۱	کاربردهای مشتق		
۰	ترسیم‌های هندسی و استدلال	هندسه ۱	
۱	قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن		
۱	چندضلعی‌ها		
۱	تجسم فضایی		
۰	دایره		
۱	تبدیل‌های هندسی و کاربردها	هندسه ۲	هندسه
۱	روابط طولی در مثلث		
۱	ماتریس و کاربردها		
۳	آشنایی با مقاطع مخروطی	هندسه ۳	
۱	بردارها		
۲	آشنایی با مبانی ریاضیات	آمار و احتمال	
۱	احتمال		
۲	آمار توصیفی		
۰	آمار استنباطی		
۲	آشنایی با نظریه اعداد	ریاضیات گسسته	گسسته و آمار و احتمال
۲	گراف و مدل‌سازی		
۱	ترکیبیات (شمارش)		

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- در دنباله هندسی با جمله عمومی a_n هرگاه $a_6 = a_3 + 18$ و $a_5 + a_4 + a_3 = 6$ باشد، مجموع ۹ جمله ابتدایی دنباله برابر $S = \alpha(2^\beta - 1)$ است. مقدار $\frac{1}{\alpha} - \beta$ کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

روابط داده شده را بر حسب جمله اول می‌نویسیم:

$$a_4 r^5 = a_1 r^2 + 18 \Rightarrow a_1 r^2 (r^3 - 1) = 18$$

$$a_1 r^2 + a_1 r^3 + a_1 r^4 = 6 \Rightarrow a_1 r^2 (1 + r + r^2) = 6$$

$$\frac{r^3 - 1}{1 + r + r^2} = 3$$

$$r^3 - 1 = (r - 1)(r^2 + r + 1)$$

$$\frac{(r - 1)(r^2 + r + 1)}{1 + r + r^2} = 3 \Rightarrow r - 1 = 3 \Rightarrow r = 4$$

دو طرف را بر هم تقسیم می‌کنیم:

با توجه به این‌که:

در نتیجه داریم:

با قرار دادن $r = 4$ در یکی از رابطه‌های بالا خواهیم داشت:

$$a_1 r^2 (r^3 - 1) = 18 \Rightarrow a_1 \times 4^2 \times (4^3 - 1) = 18 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{56}$$

حال مجموع ۹ جمله اول را به دست می‌آوریم:

$$S_9 = a_1 \frac{r^9 - 1}{r - 1} = \frac{1}{56} \times \frac{4^9 - 1}{4 - 1} = \frac{1}{168} (2^{18} - 1)$$

$$\alpha = \frac{1}{168}, \beta = 18 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} - \beta = 168 - 18 = 150$$

در نتیجه:

قدرنسبت دنباله هندسی

می‌دانیم که جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است و در آن، عددی که به توان $(n-1)$ می‌رسد، قدرنسبت دنباله است. به طور کلی می‌توان گفت که اگر جمله عمومی یک دنباله هندسی به فرم $a_n = q^{(bn \pm c)}$ باشد، قدرنسبت آن برابر $(q)^b$ است.

به عنوان مثال

$$\text{قدرنسبت} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = (3^{-1})^{-2} = 3^2 = 9$$

$$\text{در دنباله } a_n = \sqrt{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{1-2n} \text{ داریم:}$$

اگر a_n و a_{n-1} دو جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، در این صورت حاصل تقسیم a_n بر a_{n-1} همان قدرنسبت دنباله است. به عبارت دیگر، اگر دنباله $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$ بیانگر یک دنباله هندسی باشد، در این صورت حاصل تقسیم هر دو جمله متوالی آن برابر قدرنسبت دنباله است، یعنی:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad \boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$

به عنوان مثال

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

در دنباله هندسی $2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 1, \dots$ قدرنسبت دنباله برابر است با:

اگر a_m و a_n دو جمله (متوالی یا غیرمتوالی) از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت برای به دست آوردن قدرنسبت دنباله از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$$

مجموع جملات دنباله هندسی

اگر جمله نخست دنباله‌ای هندسی برابر a_1 و قدرنسبت آن برابر q باشد ($q \neq 1$) جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است.

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

مجموع n جمله نخست این دنباله هندسی برابر است با:

۲- اگر $A = \frac{27+2\sqrt{2}}{11-3\sqrt{2}} + 7(3+\sqrt{2})^{-1}$ باشد، حاصل کدام عبارت زیر، یک عدد طبیعی است؟

- (۱) $\sqrt{3}A$ (۲) $\sqrt{2}A$ (۳) A (۴) $\sqrt{6}A$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$A = \frac{27+2\sqrt{2}}{11-3\sqrt{2}} + 7(3+\sqrt{2})^{-1} = \frac{3^3 + (\sqrt{2})^3}{11-3\sqrt{2}} + \frac{7}{3+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(3+\sqrt{2})(9-3\sqrt{2}+2)}{11-3\sqrt{2}} + \left(\frac{7}{3+\sqrt{2}} \times \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{(3+\sqrt{2})(11-3\sqrt{2})}{11-3\sqrt{2}} + \frac{7(3-\sqrt{2})}{9-2} = 3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2} = 6$$

گروه آموزشی ماز

۳- رأس سهمی $f(x) = -x^2 + mx + m - 2$ در ناحیه چهارم قرار گرفته است. برای m چند مقدار صحیح به دست می آید؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این که سهمی دارای max است و قرار است رأس سهمی در ناحیه چهارم واقع شود، پس داریم:

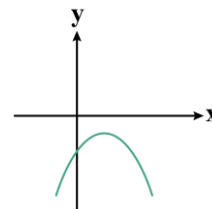
$$-\frac{b}{2a} > 0, \Delta < 0$$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{m}{-2} > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (I)$$

$$\Delta = m^2 - 4 \times (-1) \times (m-2) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 8 < 0 \Rightarrow (m+2)^2 < 12 \Rightarrow -2\sqrt{3} < m+2 < 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -2 - 2\sqrt{3} < m < -2 + 2\sqrt{3} \quad (II)$$

فقط $m = 1$ قابل قبول است. $\Rightarrow 0 < m < 2\sqrt{3} - 2$ (I), (II)



یعنی:

گروه آموزشی ماز

۴- هر یک از ریشه‌های معادله $x^2 - ax + 10b = 0$ از سه برابر ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ دو واحد بیشتر است. حاصل ضرب هر چهار ریشه مربوط به این دو معادله کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ باشند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -a \\ \alpha\beta = b \end{cases}$$

همچنین با توجه به اطلاعات داده شده در مسأله $(3\alpha+2)$ و $(3\beta+2)$ ریشه‌های معادله $x^2 - ax + 10b = 0$ هستند و داریم:

$$(3\alpha+2) + (3\beta+2) = a \Rightarrow 3(\alpha+\beta) + 4 = a \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$(3\alpha+2)(3\beta+2) = 10b \Rightarrow 9\alpha\beta + 6(\alpha+\beta) + 4 = 10b$$

$$\Rightarrow 6 \times (-a) + 4 = b \Rightarrow -6 + 4 = b \Rightarrow b = -2$$

حال حاصل ضرب هر ۴ ریشه را به دست می آوریم:

$$b \times 10b = 10 \cdot b^2 = 10 \times (-2)^2 = 40$$

ریشه‌های معادله درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ و $(a \neq 0)$ باشند، آن‌گاه با فرض $\Delta \geq 0$ داریم:

مجموع ریشه‌ها	حاصل ضرب ریشه‌ها
$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$	$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

گروه آموزشی ماز

۵- جواب نامعادله $x < \frac{2x+5}{x-2} < 2$ به صورت $(\alpha, +\infty)$ است. حداقل α کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

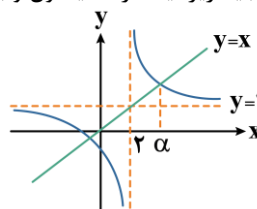
نقطه تلاقی مجانب‌ها $f(x) = \frac{2x+5}{x-2} \Rightarrow A \left| \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right.$

در تابع هموگرافیک داریم:

با توجه به نمودار تابع هموگرافیک، باید زیر نیمساز ناحیه اول و بالای $y=2$ باشد، پس:

$$\frac{2x+5}{x-2} = x \Rightarrow x^2 - 2x = 2x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \checkmark \\ x = -1 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = (5, +\infty) \Rightarrow \alpha = 5$$



توجه

روش دیگر برای حل این نامعادله به این صورت است که نامعادله‌های $2 < \frac{2x+5}{x-2}$ و $\frac{2x+5}{x-2} < x$ را حل کرده و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم:

$$\left. \begin{aligned} 2 < \frac{2x+5}{x-2} &\Rightarrow \text{جواب} = (2, +\infty) \text{ (I)} \\ \frac{2x+5}{x-2} < x &\Rightarrow \text{جواب} = (-1, 2) \cup (5, +\infty) \text{ (II)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (I) \cap (II) = (5, +\infty)$$

گروه آموزشی ماز

۶- فرض کنید $8 = 2 \log_7^{(2-x)} + 3 \log_7^{\sqrt{x^2-4x+4}}$ باشد. حاصل $\log_7^{(-2x)}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

باتوجه به معادله داده شده، دامنه $2-x > 0$ است. معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$3 \log_7^{\sqrt{(2-x)^2}} + 2 \log_7^{(2-x)} = 8 \Rightarrow 3 \log_7^{(2-x)^2} + \log_7^{(2-x)^2} = 8 \Rightarrow \log_7^{(2-x)^2} + \log_7^{(2-x)^2} = 8$$

$$\Rightarrow 2 \log_7^{(2-x)^2} = 8 \Rightarrow \log_7^{(2-x)^2} = 4 \Rightarrow (2-x)^2 = 16$$

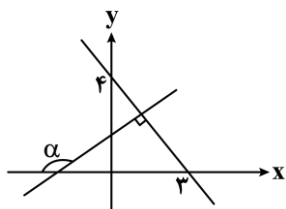
$$2-x = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} 2-x = -4 \Rightarrow x = 6 \text{ غ ق ق} \\ 2-x = 4 \Rightarrow x = -2 \checkmark \end{cases}$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\log_7^{(-2x)} = \log_7^4 = 1$$

گروه آموزشی ماز

۷- در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{6}{25}$
- (۲) $\frac{7}{25}$
- (۳) $\frac{7}{16}$
- (۴) $\frac{9}{16}$

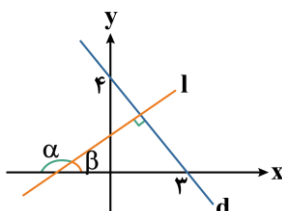
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

با توجه به شکل، شیب خط d برابر $-\frac{4}{3}$ و شیب خط l که بر خط d عمود است برابر $\frac{3}{4}$ است، در نتیجه: $\tan \beta = \frac{3}{4}$

حال با توجه به این که $\alpha = 180^\circ - \beta$ ، پس داریم:

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ - \beta) = -\tan \beta = -\frac{3}{4}$$



حال $\cos 2\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{9}{16}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{25}{16}} = \frac{7}{25}$$

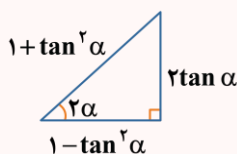
ارتباط نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان با $\tan \alpha$

مثلث رو فقط برای این کشیدیم تا رابطه‌های مقابل رو بهتر بتونی یاد بگیری.

$$\bullet \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\bullet \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

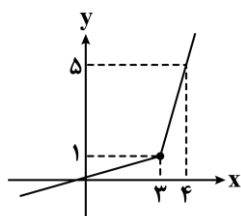
$$\bullet \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$



گروه آموزشی ماز

۸- نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت مقابل است. اگر $g(x) = 2 + 3f(\frac{3-x}{2})$ باشد، حاصل $g^{-1}(3)$ کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) -۲
- (۳) -۳
- (۴) -۴



پاسخ: گزینه ۱

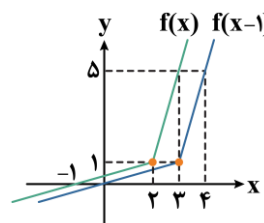
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

برای به دست آوردن تابع $f(x)$ ، نمودار $f(x-1)$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم:

$$g^{-1}(3) = g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(5)$$

$$g^{-1}(5) = a \Rightarrow g(a) = 5$$

$$2 + 3f(\frac{3-a}{2}) = 5 \Rightarrow f(\frac{3-a}{2}) = 1 \Rightarrow \frac{3-a}{2} = 3 \Rightarrow 3-a = 4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow g^{-1}(3) = -1$$



اکنون داریم:

حال داریم:

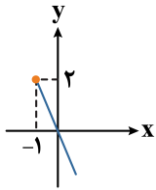
گروه آموزشی ماز

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - |2x + 2| & x \geq -1 \\ 2mx - m - 4 & x < -1 \end{cases}$ روی \mathbb{R} نزولی اکید است. حدود m کدام است؟

- (۱) $m \leq 0$ (۲) $-2 \leq m < 0$ (۳) $-6 \leq m < 0$ (۴) $m \leq -2$

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



به کمک رسم نمودار داریم:

حال برای آن که تابع در \mathbb{R} نزولی اکید باشد، باید شرایط زیر برقرار باشد:

(۱) $2m < 0$ یعنی $m < 0$

(۲) $2m(-1) - m - 4 \geq 2$ یعنی: $-3m \geq 6 \Rightarrow m \leq -2$

(۱) \cap (۲): $m \leq -2$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $f(x) = x^4 - ax^3 + 2ax^2 - x + 1$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+1)$ کدام است؟

- (۱) $2x - 2$ (۲) $2x$ (۳) $2x + 2$ (۴) $-2x$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow 1 - a + 2a - 1 + 1 = 0$

$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 1$

حال برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+1)$ داریم:

$f(x) = (x+1)^2 q(x) + \underbrace{(\alpha x + \beta)}_{\text{باقی مانده}} \Rightarrow f(-1) = -\alpha + \beta$

$f(-1) = 1 - 1 - 2 + 1 + 1 = 0$

همچنین از ضابطه $f(x)$ داریم:

$\Rightarrow -\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

$f'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x - 1 \Rightarrow f'(-1) = -4 + 3 + 4 - 1 = 2$

حال داریم:

$f'(x) = 2(x+1)q(x) + q'(x)(x+1)^2 + \alpha \Rightarrow f'(-1) = \alpha$

$\Rightarrow \alpha = 2 \xrightarrow{\alpha = \beta} \beta = 2$

در نتیجه باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+1)$ برابر است با: $2x + 2$

باقی مانده تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر $(ax+b)$

زمانی که چندجمله ای $f(x)$ را بر عبارت درجه اول $(ax+b)$ تقسیم می کنیم، باقی مانده ای که حاصل می شود، عددی ثابت است و در این حالت رابطه تقسیم برابر است با:

$f(x) = (ax+b)q(x) + R$ (باقی مانده (عدد ثابت))

حالا برای این که باقی مانده رو به دست بیاریم، اول میایم و $ax+b$ رو برابر صفر قرار می دیم و ریشه اون رو به دست میاریم (که میشه $x = -\frac{b}{a}$)، بعدش ریشه ای که به دست آوردیم رو داخل چندجمله ای $f(x)$ قرار می دیم و عددی که به دست میاد رو به عنوان باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $ax+b$ معرفی می کنیم. به عبارت دیگه:

$$\begin{cases} ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \\ R = f\left(-\frac{b}{a}\right) \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- حاصل $P = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x - \cos x}$ به ازای $x = 15^\circ$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

فرض کنیم: $A = \sin x - \cos x$

$\xrightarrow{A < 0} A^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - \underbrace{2 \sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = 1 - \sin 2x = 1 - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

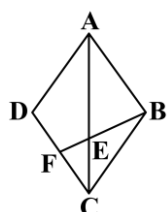
$$B = \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow B^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cdot \cos x}_{\sin 2x} = 1 + \sin 2x = 1 + \sin 30^\circ = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

حاصل عبارت داده شده را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x)}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} \left(1 - \frac{\sin 2x}{2}\right)}{\frac{-\sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{-3\sqrt{3}}{4}$$

گروه آموزشی ماز



۱۲- در لوزی ABCD شکل مقابل، $AB = 10$ و $\tan \hat{A} = \frac{3}{4}$ است. اگر F وسط CD باشد، طول BE کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۲) $2\sqrt{5}$
- (۳) $\sqrt{5}$
- (۴) $\sqrt{3}$

(سخت - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

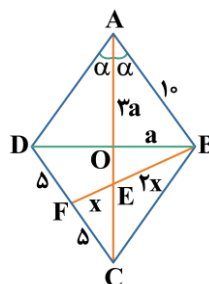
با توجه به شکل، داریم:

$$\triangle ABE \sim \triangle CEF \Rightarrow \frac{AB}{FC} = \frac{BE}{EF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{BE}{EF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \begin{cases} BE = 2EF \\ AE = 2EC \end{cases}$$

$$\tan \hat{A} = \tan 2\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{3}{4}$$

$$8 \tan \alpha = 3 - 3 \tan^2 \alpha \Rightarrow 3 \tan^2 \alpha + 8 \tan \alpha - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (3 \tan \alpha - 1)(\tan \alpha + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -3 \text{ غ قق} \\ \tan \alpha = \frac{1}{3} \checkmark \end{cases}$$



همچنین:

اگر $OB = a$ باشد، آن‌گاه با توجه به این‌که $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ است، پس $OA = 3a$ خواهد بود.

$$AE + EC = AC = 6a$$

$$AE + EC = 6a \xrightarrow{AE=2EC} 3EC = 6a \Rightarrow EC = 2a \Rightarrow OE = a$$

$$\triangle ABO: (3a)^2 + a^2 = 10^2 \Rightarrow 10a^2 = 100 \Rightarrow a^2 = 10$$

$$\triangle OEB: a^2 + a^2 = (2x)^2 \Rightarrow 20 = 4x^2 \Rightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow BE = 2x = 2\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع $f(x) = \sin \frac{2\pi}{a} x$ در بازه‌ای با طول حداکثر ۶ واحد یکنوای اکید است. دوره تناوب $g(x) = 2 \cos^2 \frac{\pi a}{4} x$ چه عددی است؟

$$\frac{9}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{9}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۱)}$$

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

توابع $y = \sin ax$ یا $y = \cos ax$ در بازه‌هایی با طول حداکثر $\frac{T}{2}$ یکنوای اکید هستند، پس دوره تناوب تابع f برابر ۱۲ می‌باشد، یعنی:

$$\frac{T}{2} = 6 \Rightarrow T = 12 \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = 12 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 12 \Rightarrow |a| = 18$$

از طرفی با توجه به رابطه $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ خواهیم داشت:

$$g(x) = 2 \cos^2 \frac{\pi a}{4} x = 1 + \cos \frac{\pi a}{2} x = 1 + \cos 9\pi x$$

$$T = \frac{2\pi}{9\pi} = \frac{2}{9}$$

در نتیجه دوره تناوب $g(x)$ برابر است با:

توجه کنید که ⚠️

قرار دادن $a = 18$ یا $a = -18$ در تابع $g(x)$ تاثیری در دوره تناوب آن ندارد.

روش دوم:

با توجه به این که دوره تناوب توابع $y = a \sin^2(bx + c)$ و $y = a \cos^2(bx + c)$ برابر $T = \frac{\pi}{|b|}$ است، پس برای محاسبه دوره تناوب $g(x) = 2 \cos^2 \frac{\pi a}{4} x$

داریم:

$$T = \frac{\pi}{\left| \frac{\pi a}{4} \right|} = \frac{4}{|a|} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

نکته 🎯

اگر a, b, c, d عددهایی حقیقی باشند که $a, b \neq 0$ ، آن گاه تابع‌های $y = a \cos(bx + c) + d$ و $y = a \sin(bx + c) + d$ متناوب‌اند و دوره تناوب آن‌ها برابر با $\frac{2\pi}{|b|}$ است. ماکزیمم مقدار این توابع برابر $|a| + d$ و مینیمم مقدار آن‌ها برابر $-|a| + d$ است. دوره تناوب توابع $f(x) = |a \sin(bx + c)|$ و $g(x) = |a \cos(bx + c)|$ برابر $T = \frac{\pi}{|b|}$ است. دوره تناوب توابع $y = a \sin^2(bx + c)$ و $y = a \cos^2(bx + c)$ برابر $T = \frac{\pi}{|b|}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan^2 x - 1 = \tan^2 x \cdot \tan^2 x$ در بازه $[0, \pi]$ چند تاست؟

(۴) صفر

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\tan^2 x = \frac{\tan^2 x - 1}{2 \tan x} = \frac{-1}{\tan 2x} = -\cot 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

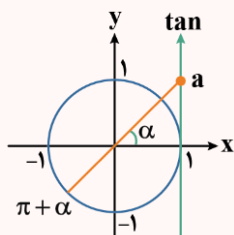
معادله در بازه $[0, \pi]$ هیچ جوابی ندارد.

توجه کنید که ⚠️

$\tan \frac{\pi}{2}$ به سمت ∞ میل می‌کند و جواب معادله نیست.

معادلات به فرم $\tan x = a$ و $\cot x = a$

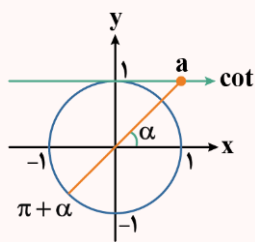
همواره برای هر عدد حقیقی a ، که $\tan x = a$ است، زاویه‌ای مانند α وجود دارد که برای آن داریم: $\tan \alpha = a$ ، بنابراین معادله $\tan x = a$ به صورت $\tan x = \tan \alpha$ بازنویسی می‌شود. حال برای یافتن جواب‌های معادله $\tan x = \tan \alpha$ داریم:



$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\tan f(x) = \tan g(x) \Rightarrow f(x) = k\pi + g(x)$$

و در حالت کلی‌تر داریم:



به طریق مشابه برای حل معادلات به فرم $\cot x = a$ داریم:

$$\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\cot f(x) = \cot g(x) \Rightarrow f(x) = k\pi + g(x)$$

حالت‌های خاص

معادله	جواب کلی	جواب‌ها روی دایره مثلثاتی
$\tan x = 0$	$x = k\pi$	
$\cot x = 0$	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$	

گروه آموزشی ماز

۱۵- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{-b\sqrt{2+\sqrt{x}}+2b}{ax+b}$ عددی حقیقی و غیرصفر باشد، مقدار آن چه عددی است؟

$-\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که صورت کسر داده شده به ازای $x = 8$ برابر صفر است و از طرفی حاصل حد، عددی غیرصفر می‌باشد پس مخرج کسر هم باید صفر باشد:

$$ax + b = 0 \xrightarrow{x=8} 8a + b = 0 \Rightarrow b = -8a$$

حال حد داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{-b\sqrt{2+\sqrt{x}}+2b}{ax+b} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{b(2-\sqrt{2+\sqrt{x}})}{a(x-8)} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-8(2-\sqrt{2+\sqrt{x}})}{x(x-8)} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-8(2-\sqrt{2+\sqrt{x}})}{x-8} \times \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-8(4-(2+\sqrt{x}))}{(x-8)(2+\sqrt{2+\sqrt{x}})} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-4(x-2)}{x(x-8)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-2(x-2)}{x-8} \times \frac{(2+\sqrt{2+\sqrt{x}})}{(2+\sqrt{2+\sqrt{x}})} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{-2(8-2)}{12(x-8)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

رفع ابهام در تابع‌های گویا

در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برای تابع‌های گویا می‌توانیم با استفاده از تجزیه، عامل صفرکننده یعنی $(x-a)$ را حذف کنیم.

توجه کنید که

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آن‌گاه $f(a) = g(a) = 0$ ، پس چندجمله‌ای‌های $f(x)$ و $g(x)$ بر $x-a$ بخش‌پذیرند، یعنی می‌توان نوشت $f(x) = (x-a)F(x)$

و $g(x) = (x-a)G(x)$ ، پس $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)F(x)}{(x-a)G(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{F(x)}{G(x)}$

رفع ابهام در تابع‌های گنگ

در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برای تابع‌هایی که شامل عبارت‌های رادیکالی هستند، می‌توانیم با استفاده از اتحاد‌های مزدوج و چاق و لاغر عامل صفرکننده را حذف کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\lambda + m \left[\frac{-\pi}{x} \right]}{\sin 2x} = -\infty$ باشد، تعداد مقادیر صحیح قابل قبول برای m کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\lambda - 2m}{\sin 2x} = \frac{\lambda - 2m}{0^-} = -\infty \Rightarrow \lambda - 2m > 0 \Rightarrow m < \frac{\lambda}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\lambda - 3m}{\sin 2x} = \frac{\lambda - 3m}{0^+} = -\infty \Rightarrow \lambda - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{\lambda}{3}$$

در نتیجه $\frac{\lambda}{3} < m < \frac{\lambda}{2}$ است، پس $m = 3$ قابل قبول است.

حد بی‌نهایت

حالت اول) حدهای یک طرفه نامتناهی:

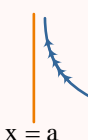
اگر تابع f در یک همسایگی یک طرفه (یا فقط از راست و یا فقط از چپ) $x = a$ تعریف شده باشد، داریم:



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

حالت دوم) حدهای دو طرفه نامتناهی:

اگر تابع f در یک همسایگی محذوف $x = a$ تعریف شده باشد، داریم:



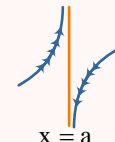
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



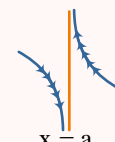
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

این چند تا مورد رو یادت بمونه ...

اگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ باشد، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ باشد، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگر حاصل حد تابعی در به نقطه بی‌نهایت بشه، به این معنیه که اون تابع توی اون نقطه حد نداره! چرا که اگر یادتون باشه توی تعریف حد گفتیم که اگه حاصل حد تابعی توی به نقطه موجود و متناهی باشه، می‌تونیم بگیم که اون تابع تو اون نقطه حد داره.

هدف ما در این درسنامه، حد نامتناهی در توابع کسری است. حال برای محاسبه حد $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، دو حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر حاصل حد صورت کسر در $x = a$ برابر عددی غیرصفر و حاصل حد مخرج کسر در $x = a$ برابر صفر باشد، در این صورت حاصل حد برابر $+\infty$ و یا $-\infty$ خواهد شد که برای مشخص کردن علامت ∞ ، باید علامت عدد صورت کسر و علامت صفر مخرج را تعیین کنیم که حالت‌های مختلف آن را در جدول زیر بررسی کرده‌ایم:

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$	مثال
عدد +	\circ^+	$\frac{+ \text{ عدد}}{\circ^+} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{2-x} = \frac{1}{\circ^+} = +\infty$
عدد +	\circ^-	$\frac{+ \text{ عدد}}{\circ^-} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x^2-4} = \frac{5}{\circ^-} = -\infty$
عدد -	\circ^+	$\frac{- \text{ عدد}}{\circ^+} = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-1} = \frac{-1}{\circ^+} = -\infty$
عدد -	\circ^-	$\frac{- \text{ عدد}}{\circ^-} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x+1}{x+1} = \frac{-1}{\circ^-} = +\infty$

توجه!

توجه کنید در تمامی موارد بالا، مقدار حد مخرج کسر برابر صفر حدی است، به عبارت دیگر، حاصل حد مخرج کسر، عددی بسیار نزدیک به صفر است و دقیقاً خود صفر نیست و از طرفی از درسنامه‌های قبل به یاد داریم که اگر در یک حدی حاصل حد مخرج کسر برابر صفر مطلق (یعنی خود خود صفر) باشد، در این صورت، می‌گوییم که آن حد جواب ندارد و اصطلاحاً تعریف نشده است.

حالت دوم: اگر حاصل حد صورت کسر در $x = a$ برابر یک عدد و حاصل حد مخرج کسر در $x = a$ برابر بی‌نهایت (حالا یا $+\infty$ و یا $-\infty$) باشد، در این صورت، حاصل حد برابر صفر است، به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \\ \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{\pm\infty} = 0$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax+b & x < a \\ x^2+2x-1 & x \geq a \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار b کدام است؟

- (۱) $-(a-1)^2$ (۲) $(a+1)^2$ (۳) $(a-1)^2$ (۴) $-(a+1)^2$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

برای این که تابع در \mathbb{R} پیوسته باشد، باید:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

$$a^2 + 2a - 1 = 2a^2 + b \Rightarrow b = -a^2 + 2a - 1 = -(a-1)^2$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۱۸- هرگاه g وارون تابع $f(x) = x + 4\sqrt{x}$ باشد، آهنگ تغییر متوسط g در بازه $[0, 12]$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای f در $x=1$ است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{12}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\bar{g} = \frac{g(12) - g(0)}{12 - 0} = \frac{f^{-1}(12) - f^{-1}(0)}{12} = \frac{4 - 0}{12} = \frac{1}{3}$$

ابتدا آهنگ متوسط g را به دست می‌آوریم:

توجه کنید!

$$f^{-1}(12) = a \Rightarrow f(a) = 12 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f^{-1}(12) = 4$$

$$f^{-1}(0) = b \Rightarrow f(b) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 0$$

حال برای محاسبه تغییر لحظه‌ای f در x=۱ داریم:

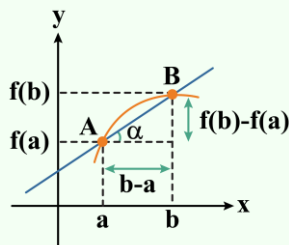
$$f'(x) = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = 1 + 2 = 3$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

در نتیجه داریم:

آهنگ تغییر

آهنگ متوسط تغییر: با توجه به شکل مقابل می‌توان گفت که آهنگ متوسط تغییر تابع f، با شیب خطی که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند (شیب خط قاطع یا شیب خط واصل) برابر است.



$$\text{شیب خط قاطع} = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

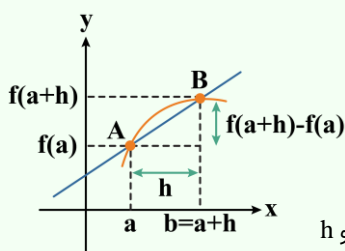
بنابراین آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه [a, b] برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

بعضی مواقع به جای عبارت «آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه [a, b]» از عبارت «آهنگ متوسط تغییر تابع f در x=a به ازای نمو h» استفاده می‌شود که در این

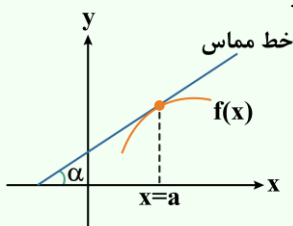
مواقع کافی است b را برابر a+h در نظر بگیریم، یعنی:

$$b = a + h \rightarrow \text{میزان نمو یا مقدار رشد}$$



$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع f به ازای نمو h} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر (آهنگ آنی تغییر): آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در x=a بنا به تعبیر هندسی، با شیب خط مماس بر نمودار تابع f در آن نقطه برابر است و از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس در نقطه x=a با مقدار مشتق تابع در آن نقطه برابر است، پس مطابق شکل مقابل داریم:



$$\text{شیب خط مماس} = \tan \alpha = f'(a) = \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در } x = a$$

بنابراین آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه x=a برابر است با: f'(a)

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر $f(x) = x\sqrt{3x+1} + 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+a}{x-1} = \frac{b}{a}$ باشد، مقدار b کدام است؟

(۴) -۵/۵

(۳) -۴/۵

(۲) ۴/۵

(۱) ۵/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این که مخرج حد داده شده برابر صفر شده است و حاصل حد عددی حقیقی شده است، پس باید صورت حد نیز در x=۱ برابر صفر شود:

$$f(1) + a = 0 \Rightarrow f(1) = -a$$

و چون $f(1) = 1 \times \sqrt{3(1)+1} + 1 = 2$ می‌باشد، پس: $a = -2$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+a}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{b}{a} = -\frac{b}{2} \Rightarrow b = -2f'(1)$$

حال مشتق f را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \sqrt{3x+1} + \frac{2x}{2\sqrt{3x+1}} = \frac{9x+2}{2\sqrt{3x+1}}$$

$$f'(1) = \frac{11}{4} \Rightarrow b = -2f'(1) = -2 \times \frac{11}{4} = \frac{-11}{2} = -5/5$$

مشتق

اگر نقطه a در دامنه تابع f باشد و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ وجود داشته باشد، مقدار این حد را مشتق تابع f در نقطه a می نامند و با $f'(a)$ نشان می دهند:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

در این صورت، می گوئیم تابع f در نقطه a مشتق پذیر است.

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر اکستریم نسبی تابع $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ باشد، $f(\frac{a}{b})$ چه عددی است؟

۸ (۴)

$\frac{15}{4}$ (۳)

$\frac{17}{4}$ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این که $A(1, 3)$ اکستریم نسبی تابع است پس باید دو شرط زیر برقرار باشند:

$$f(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow f'(x) = a - \frac{2b}{x^3} \Rightarrow f'(1) = a - 2b = 0$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = f(2) = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در بازتاب نسبت به خط d دو نقطه B و C تصویر یکدیگرند. اگر فاصله A از محور بازتاب $\frac{4}{5}$ ، $BC = 21$ و $AC = 17$ باشد، آنگاه طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث ABC کدام است؟

$17/6$ (۴)

۱۵ (۳)

$16/8$ (۲)

$19/2$ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

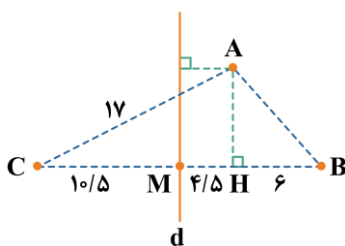
پاسخ: گزینه ۲

متناسب شکل $BC = 21$ ، پس $BM = MC = 10/5$ و در نتیجه $BH = 6$ و $CH = 15$ می باشد:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

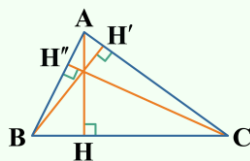
$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$AB \cdot h_c = BC \cdot AH \Rightarrow h_c = \frac{8 \times 21}{10} = 16/8$$



برای محاسبه طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث ABC داریم:

محاسبه طول ارتفاع در مثلث

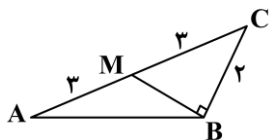


$$S_{\triangle ABC} = S = \frac{h_a \times a}{2} = \frac{h_b \times b}{2} = \frac{h_c \times c}{2} \Rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{2S}{a} \\ h_b = \frac{2S}{b} \\ h_c = \frac{2S}{c} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل زیر، طول AB چقدر است؟

- ۵ (۱)
- $2\sqrt{5}$ (۲)
- $2\sqrt{7}$ (۳)
- $2\sqrt{6}$ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

$$\cos \hat{C} = \frac{BC}{MC} = \frac{2}{3} \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C} \Rightarrow AB^2 = 6^2 + 2^2 - 2 \times 6 \times 2 \times \cos \hat{C}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 36 + 4 - 2 \times 6 \times 2 \times \frac{2}{3} \Rightarrow AB^2 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$

روش دوم:

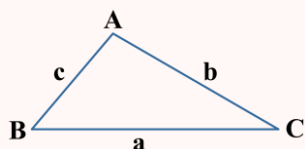
$$BM = \sqrt{MC^2 - BC^2} = \sqrt{5}$$

$$2BM^2 + \frac{AC^2}{2} = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 2 \times \sqrt{5}^2 + \frac{6^2}{2} = 2^2 + AB^2$$

BM میانۀ وارد بر ضلع AC می‌باشد، پس:

$$\Rightarrow 10 + 18 = 4 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$

قضیه cosها در مثلث

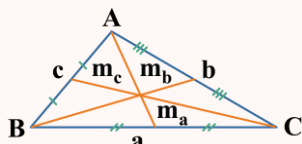


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

محاسبه طول میانه‌ها در مثلث



$$2m_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

$$2m_b^2 + \frac{b^2}{2} = a^2 + c^2$$

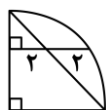
$$2m_c^2 + \frac{c^2}{2} = a^2 + b^2$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- شعاع ربع دایره شکل مقابل چقدر است؟

- ۵ (۲)
- ۶ (۴)

- $2\sqrt{5}$ (۱)
- $2\sqrt{6}$ (۳)



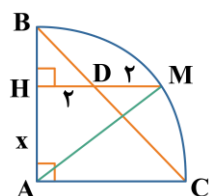
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس: $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$

بنابراین:

$$BH = HD = 2$$



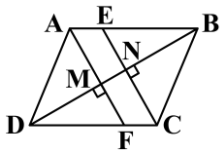
اگر $AH = x$ ، پس شعاع ربع دایره $AB = x + 2$ است. با فیثاغورس در $\triangle AMH$ داریم:

$$AH^2 + HM^2 = AM^2 \Rightarrow AM = R = \sqrt{x^2 + 16} \xrightarrow{R=x+2} \sqrt{x^2 + 16} = x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 16 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = x + 2 = 4$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل از رأس‌های A و C عمودهایی بر قطر BD رسم کرده‌ایم. اگر $BN = 3MN$ ، آن‌گاه نسبت مساحت $\triangle DMF$ به مساحت $AECF$ کدام است؟



- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{5}{14}$

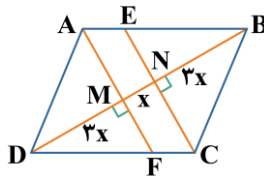
- (۱) $\frac{9}{14}$
- (۳) $\frac{3}{7}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

دو مثلث DMF و BNE هم‌نهشت‌اند، پس $DM = 3MN$.
دو مثلث DMF و AMB متشابه‌اند، پس:

$$\triangle DMF \sim \triangle AMB \Rightarrow \frac{DM}{MB} = \frac{MF}{AM} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{MF}{AF} = \frac{3}{7}$$



$$\frac{S_{\triangle DMF}}{S_{AECF}} = \frac{\frac{1}{2} \times 3x \times MF}{x \times AF} = \frac{\frac{3}{2} \times \frac{3}{7}}{1} = \frac{9}{14}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- دو خط d_1 و d_2 متناظرند و خط L هیچ‌کدام را قطع نمی‌کند. چند خط موازی با خط L در فضا می‌توان رسم کرد که هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند؟
(۱) حداقل یک (۲) صفر یا یک (۳) صفر یا بی‌شمار (۴) دقیقاً یک

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

اگر فرض کنیم ۲ خط موازی با L و متقاطع با d_1 و d_2 وجود دارد، آن‌گاه دو خط d_1 و d_2 در یک صفحه قرار می‌گیرند و متناظر نخواهند بود، پس حداکثر یک خط وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m+3)x + 3my = m+6 \\ (m+7)y + 4mx + 10 = 0 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد. مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A^2 ، در صورتی که

$$A = \begin{bmatrix} m & -m \\ 2m & 3 \end{bmatrix}$$

چقدر است؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۱۴

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی بی‌شمار جواب دارد که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، در نتیجه ابتدا معادله را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$\begin{cases} (m+3)x + 3my = m+6 \\ 4mx + (m+7)y = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m+3}{4m} = \frac{3m}{m+7} = \frac{m+6}{-10}$$

از معادله (۱)، m را به دست می‌آوریم و برای تشخیص این‌که کدام m، قابل قبول است در (۲) می‌گذاریم:

$$m^2 + 10m + 21 = 12m^2 \Rightarrow 11m^2 - 10m - 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \rightarrow \frac{-3}{6} = \frac{5}{-10} \Rightarrow m = -1 \text{ قیق} \\ m = \frac{21}{11} \rightarrow \frac{63}{11 \times \frac{98}{11}} = \frac{18}{11 \times -10} \Rightarrow \text{غ قق} \end{cases}$$

حال کافی است ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & -m \\ 2m & 3 \end{bmatrix}$ که همان $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ است را به توان ۲ برسانیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$$

که مجموع درایه‌های سطر اول $-1+2=1$ است.

🎯 بحث در مورد جواب‌های دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

(۱) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه معادله بی‌شمار جواب دارد.

(۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ دستگاه معادله جواب ندارد.

(۳) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ دستگاه یک جواب دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- دو دایره C و C' در نقطه $A(2, \frac{2}{3})$ مماس بیرونی هم هستند. اگر مرکز دایره C ، روی محور x ها به طول ۳ باشد و مساحت دایره C' برابر $\frac{52\pi}{9}$ باشد. مجموع طول و عرض مرکز دایره C' کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $\frac{10}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم اگر دو دایره مماس خارج باشند، O و O' و نقطه تماس روی یک خط قرار دارند. در نتیجه ابتدا معادله خطی را می‌نویسیم که از مرکز C یعنی نقطه $(3, 0)$ و نقطه تماس دو دایره یعنی $(2, \frac{2}{3})$ می‌گذرد و می‌دانیم مرکز C' هم روی آن قرار دارد.

$$m = \frac{\frac{2}{3} - 0}{2 - 3} = \frac{-\frac{2}{3}}{-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow y - 0 = \frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$$

حال با توجه به این که مساحت دایره C' برابر با $\frac{52\pi}{9}$ است پس شعاع دایره C' برابر $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ است و $O'(\alpha, \frac{2}{3}\alpha - 2)$

فاصله O' تا A را برابر $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{(\alpha - 2)^2 + (\frac{2}{3}\alpha - 2 - \frac{2}{3})^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3} \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + \frac{4}{9}\alpha^2 - \frac{16}{9}\alpha + \frac{16}{9} = \frac{52}{9}$$

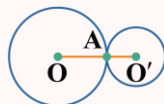
$$\xrightarrow{\times 9} 9\alpha^2 - 36\alpha + 36 + 4\alpha^2 - 16\alpha + 16 = 52 \Rightarrow 13\alpha^2 - 52\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow O'(0, 2) \\ \alpha = 4 \Rightarrow O'(4, \frac{2}{3}) \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

می‌دانیم نقطه $O'(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$ غیرقابل قبول است زیرا نقطه $(2, \frac{2}{3})$ در یک سمت O و O' قرار می‌گیرد که باید در بین آن دو نقطه باشد. در نتیجه $2 + 0 = 2$ است.

📖 اگر دو دایره مماس بیرون باشند

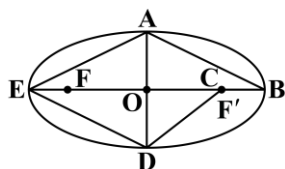
- (۱) مراکز دو دایره و نقطه تماس دو دایره بر یک خط واقع می‌باشند.
- (۲) فاصله مراکز دو دایره با مجموع شعاع دو دایره برابر است.



$$|OO'| = R + R'$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- بیضی S با طول قطرهای $4\sqrt{5}$ و ۴ را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم مساحت زمین $ABCDE$ که مطابق شکل، چهار رأس آن همان رئوس بیضی و رأس دیگر آن روی کانون بیضی قرار گرفته است را بدون تغییر محیط افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{5} - 8$
- (۲) $2\sqrt{5} - 1$
- (۳) $8\sqrt{5}$
- (۴) ۸

طبق مسائل مربوط به هم پیرامونی که در سال یازدهم بررسی می‌کردیم کافی است ضلع BC و CD را نسبت به محور BD بازتاب دهیم، میزان افزایش مساحت، دو برابر مساحت مثلث BCD خواهد بود.

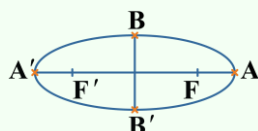
$$2a = 4\sqrt{5} \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

$$2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{در هر بیضی: } a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 20 = 4 + c^2 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$$2S_{\triangle BCD} = 2\left(\frac{1}{2} \times BC \times OD\right) = BC \times OD = (a - c)b = (2\sqrt{5} - 4) \times 2 = 4\sqrt{5} - 8$$

روابط موجود در بیضی



طول قطر بزرگ $\Rightarrow A'A = 2a$

طول قطر کوچک $\Rightarrow B'B = 2b$

فاصله کانونی $\Rightarrow F'F = 2c$

خروج از مرکز $\Rightarrow e = \frac{c}{a}$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر سهمی $x^2 + 8y = 4x - 12$ با کانون B محور yها را در نقطه A قطع کند. محیط دایره‌ای که A و B دو سطر قطر آن هستند کدام است؟

(۴) $\frac{5}{8}\pi$

(۳) $\frac{5}{4}\pi$

(۲) $\frac{5}{2}\pi$

(۱) 5π

ابتدا معادله سهمی را به حالت استاندارد درآورده و مختصات کانون آن را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 4x + 4 = -8y - 12 + 4 \Rightarrow (x - 2)^2 = -8(y + 1)$$

در نتیجه با توجه به این که معادله سهمی قائم به صورت $(x - \alpha)^2 = -4a(y - \beta)$ است، رأس سهمی داده شده $S(2, -1)$ و دهانه رو به پایین است. در نتیجه مختصات کانون $F(2, -3)$ است، بنابراین $B(2, -3)$ است. برای پیدا کردن A کافی است $x = 0$ قرار دهیم.

$$8y = -12 \Rightarrow y = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

و در نتیجه $A(0, -\frac{3}{2})$ است، بنابراین فاصله A تا B را به دست آورده که قطر دایره است و سپس شعاع و محیط به دست می‌آید.

$$2R = \sqrt{(2-0)^2 + (-3+\frac{3}{2})^2} = \sqrt{4+\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi R = 2\pi \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}\pi$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $\vec{a} = \vec{k} - 3\vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{i} - \vec{k}$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، مساحت مثلثی که بر بردارهای $2\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{a} + 2\vec{b}$ بنا می‌شود، کدام است؟

(۴) $5\sqrt{35}$

(۳) $2/5\sqrt{35}$

(۲) $2/5\sqrt{21}$

(۱) $5\sqrt{11}$

می‌دانیم مساحت مثلثی که بر دو بردار بنا شود، نصف اندازه حاصل ضرب خارجی آن دو بردار است، در نتیجه:

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})| = \frac{1}{2} | \underbrace{2\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} + \underbrace{4\vec{a} \times \vec{b}}_{+4\vec{a} \times \vec{b}} - \underbrace{\vec{b} \times \vec{a}}_{-\vec{b} \times \vec{a}} - \underbrace{2\vec{b} \times \vec{b}}_{\vec{0}} |$$

$$S = \frac{1}{2} |5\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{5}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 2/5\sqrt{44} = 5\sqrt{11}$$

که $\vec{a} \times \vec{b}$ برابر است با:

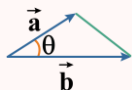
$$\vec{a}(0, -3, 1), \vec{b}(2, 1, -1)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (2, 2, 6)$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{4 + 4 + 36} = \sqrt{44}$$

مساحت مثلث ساخته شده با بردار

مساحت مثلثی که توسط ۲ بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر هم‌ارزی $[(p \wedge \sim q) \Rightarrow H] \equiv [p \Rightarrow q]$ برقرار باشد، آن‌گاه H کدام‌یک از گزاره‌های ترکیبی زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) $\sim p \vee \sim q$ (۲) $\sim p \vee q$ (۳) $p \vee \sim q$ (۴) $p \vee q$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

سمت راست هم‌ارزی فقط در حالت $(p \equiv T, q \equiv F)$ نادرست می‌شود که اگر در سمت چپ قرار دهیم با توجه به درستی $(p \wedge \sim q)$ باید H نادرست شود که در گزینه ۲ این چنین می‌شود.

گروه آموزشی ماز

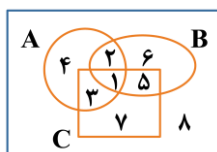
۳۲- اگر سه مجموعه ناتهی A, B و C چنان باشند که $[(A \cup B) - C] \subseteq [(A' \cap C) \cup B]$ ، آن‌گاه کدام‌یک از مجموعه‌های زیر حتماً تهی است؟

- (۱) $A - (B \cap C)$ (۲) $(A \cap B) - C$ (۳) $(A \cap B') - C$ (۴) $A - (B' \cap C)$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

در نمودار ون ناحیه‌های هشت‌گانه را شماره‌گذاری کرده و خواهیم داشت:



$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3, 4\} \\ B = \{1, 2, 5, 6\} \\ C = \{1, 3, 5, 7\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{سمت چپ} = (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{2, 4, 6\} \\ \text{سمت راست} = (A' \cap C) \cup B = (\{5, 6, 7, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7\}) \cup \{1, 2, 5, 6\} = \{5, 7\} \cup \{1, 2, 5, 6\} = \{1, 2, 5, 6, 7\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \{2, 4, 6\} \subseteq \{1, 2, 5, 6, 7\}, \{4\} \subseteq \{1, 5, 7\} \Rightarrow \{4\} = \emptyset$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینه سوم برابر $\{4\} = \emptyset$ است، ببینید:

$$(A \cap B') - C = (\{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 7, 8\}) - \{1, 3, 5, 7\} = \{3, 4\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{4\} = \emptyset$$

(بررسی سایر گزینه‌ها به عنوان تمرین به شما سپرده می‌شود.)

گروه آموزشی ماز

۳۳- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{5}$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

فضای نمونه‌ای کاهش یافته، ۱۸ مورد را شامل می‌شود که در ۱۰ مورد به شرح ذیل، اختلاف اعداد رو شده برابر ۱ است.

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$P(A|B) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

بنابراین:

احتمال شرطی

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{یا} \quad P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

در محاسبه احتمال شرطی $P(A|B)$ می‌توانیم از روش کاهش فضای نمونه‌ای استفاده کنیم، بدین صورت که فضای نمونه‌ای را از S به B کاهش می‌دهیم و در B به دنبال خواسته سوال می‌گردیم.

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر جامعه‌ای متشکل از پنج عدد طبیعی به صورت $a, 4, 6, 5, 1$ باشد، آن‌گاه a کدام باشد تا در برآورد میانگین احتمال برابری آماره با پارامتر در نمونه‌ای دوعضوی ۲۰٪ باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

آماره مربوط به نمونه دوعضوی، میانگین آن دو عدد است. میانگین هر دو عدد طبیعی یا عددی طبیعی است و با از یک عدد طبیعی فقط نیم واحد بیشتر است. برای آن که پارامتر جامعه (یعنی میانگین آن ۵ عضو) نیز همین مقدار باشد، باید مجموع آن ۵ عدد مضرب ۵ بوده و یا از مضرب ۵ به مقدار ۲/۵ واحد بیشتر باشد (که در این جا به خاطر طبیعی بودن همه اعداد ناممکن است) بنابراین $a + 16$ باید مضرب ۵ باشد که از بین گزینه‌ها، اگر a را ۴ یا ۹ قرار دهیم این چنین می‌شود.

♦ اگر $a = 4$ ، آن گاه پارامتر برابر $\frac{16+4}{5}$ یعنی ۴ شده و فقط نمونه $\{4, 4\}$ آماره ۴ داشته و احتمال آن $\frac{1}{\binom{5}{2}}$ یعنی ۱۰٪ است.

♦ اگر $a = 9$ ، آن گاه پارامتر برابر $\frac{16+9}{5}$ یعنی ۵ شده و دو نمونه $\{1, 9\}$ ، $\{4, 4\}$ آماره ۵ داشته و احتمال برابری آماره و پارامتر $\frac{2}{10}$ یا ۲۰٪ می‌شود. پس جواب $a = 9$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۵- به هر یک از ۷ داده آماری با مجموع ۸۴، به مقدار k واحد اضافه می‌کنیم تا ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۴۰٪ ضریب تغییرات داده‌های اولیه باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

اگر به هر یک از داده‌ها، k واحد اضافه شود، انحراف معیار تغییر نکرده ولی به میانگین k واحد اضافه می‌شود. در ضمن میانگین داده‌های اولیه برابر $\frac{84}{7}$ یعنی ۱۲ است.

$$CV_2 = \frac{40}{100} CV_1 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{2}{5} \times \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \Rightarrow \frac{1}{\bar{x}_1 + k} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{\bar{x}_1} \Rightarrow 5\bar{x}_1 = 2\bar{x}_1 + 2k \Rightarrow 3\bar{x}_1 = 2k$$

$$\bar{x}_1 = 12 \Rightarrow 2k = 36 \Rightarrow k = 18$$

آمارشناسی

اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ داده‌های آماری باشند:

- (۱) میانگین $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
- (۲) واریانس $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$
- (۳) انحراف معیار $\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$
- (۴) ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

اگر به داده‌ها، عددی اضافه شود، به میانگین همان عدد اضافه خواهد شد ولی واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند ولی ضریب تغییرات، تغییر خواهد کرد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 3^{29} + 7^{92}$ بر ۴۲ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۱۹ (۳) ۳۹ (۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

روش اول:

باقی‌مانده A بر هر یک از اعداد ۲، ۳، ۷ (پایه‌های ۴۲) را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv 1 + 1 = 2 \equiv 0 \equiv 4 \\ A &\equiv 0 + 1^{92} = 1 \equiv 1 \\ A &\equiv (3^3)^9 \times 3^2 + 0 \equiv (-1)^9 \times 2 = -2 \equiv 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \equiv 4 \equiv -2$$

$$3^4 \equiv (-3)^2 \xrightarrow{\text{توان ۷}} (3^4)^7 \equiv (-3)^7 \Rightarrow 3^{28} \equiv -3^7 \xrightarrow{\times 3} 3^{29} \equiv -3^8 \equiv -(3^4)^2 \equiv -(-3)^2$$

$$\Rightarrow 3^{29} \equiv -9 \Rightarrow 3^{29} \equiv -9 + 42 \Rightarrow 3^{29} \equiv 33$$

$$7^2 \equiv 7 \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 7^2 \equiv 7 \Rightarrow n \in \mathbb{N} \text{ در حالت کلی } 7^n \equiv 7 \Rightarrow 7^{92} \equiv 7$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^{29} \equiv 33 \\ 7^{92} \equiv 7 \end{array} \right\} \Rightarrow A = 3^{29} + 7^{92} \equiv 40$$

روشن سوم:

عدد A زوج است، بنابراین باقی مانده تقسیم آن بر ۴۲ عددی زوج می شود (رد گزینه های ۲ و ۳) عدد A در تقسیم بر ۳ باقی مانده ۱ دارد، بنابراین باقی مانده تقسیم R بر ۳ نیز باید ۱ باشد (رد گزینه ۴)

گروه آموزشی ماز

۳۷- معادله سیاله خطی $7x + 17y = 1404$ در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

روشن اول:

معادله شرط وجود جواب را دارد.

$$7x + 17y = 1404 \Rightarrow (7, 17) | 1404 \checkmark$$

$$17y \equiv 1404 \Rightarrow 3y \equiv 4 \Rightarrow 3y \equiv 4 + 2 \times 7 \Rightarrow 3y \equiv 18 \Rightarrow y \equiv 6 \Rightarrow y = 7k + 6$$

$$7x + 17(7k + 6) = 1404 \Rightarrow 7x + 119k + 102 = 1404 \Rightarrow 7x = -119k + 1302 \Rightarrow x = -17k + 186$$

$$y \geq 1 \Rightarrow 7k + 6 \geq 1 \Rightarrow 7k \geq -5 \Rightarrow k \geq -\frac{5}{7} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \geq 0 \Rightarrow 0 \leq k \leq 10$$

$$x \geq 1 \Rightarrow -17k + 186 \geq 1 \Rightarrow 17k \leq 185 \Rightarrow k \leq \frac{185}{17} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 10$$

k = تعداد اعداد صحیح = ۱۱

بنابراین معادله سیاله در مجموعه اعداد طبیعی ۱۱ دسته جواب دارد.

روشن دوم:

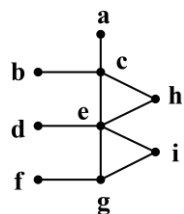
از هر ۱۷ عدد طبیعی متوالی دقیقاً یکی جواب x است. کوچک ترین مقدار ممکن برای x را می یابیم:

$$17x \equiv 1404 \equiv 1404 - 1394 = 10 \equiv -7 \Rightarrow 17x \equiv -7 \xrightarrow{\div 7} x \equiv -1 \equiv 16 \Rightarrow x = 17k + 16$$

کوچک ترین مقدار ممکن برای k برابر ۰ و بزرگ ترین مقدار ممکن برای k برابر ۱۰ است، بنابراین ۱۱ سری جواب وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۳۸- از بین تمام یال های گراف \bar{G} (مکمل گراف G) یک یال به تصادف انتخاب کرده و پس از حذف آن از \bar{G} ، آن یال به گراف G اضافه می شود. احتمال آن که عدد احاطه گری گراف G، یک واحد کاهش یابد حدوداً چند درصد است؟



(G)

۲۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)

(سخت - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنیم گراف G و در نتیجه \bar{G} هر دو از مرتبه ۹ هستند و شکل گراف G به صورت زیر باشد، بنابراین گراف K_9 دارای ۳۶ یال و گراف \bar{G} دارای ۲۶ یال خواهد شد. به این معنا که فضای نمونه $\binom{26}{1}$ یعنی ۲۶ حالت دارد. عدد احاطه گری گراف G برابر ۳ است که اگر یکی از یال های fa یا fe یا fd یا dc یا cf یا ra به G اضافه کنیم عدد احاطه گری ۲ خواهد شد، بنابراین:

$$P = \frac{4}{26} = \frac{2}{13} \approx 15\%$$

در باب گراف مکمل

اگر گراف G از مرتبه n باشد: $q(G) + q(\bar{G}) = k_n$

عدد احاطه‌گری (γ): تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف می‌گویند.

گروه آموزشی ماز

$A =$

۱	۲	۳	۴	۵
۴				

۳۹- سطر دوم مربع A را به چند طریق می‌توان پر کرد تا در ادامه آن مربع بتواند لاتین باشد؟

- ۹ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۱ (۳)
- ۱۲ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

در مربع لاتین هیچ سطر یا ستونی عدد تکراری ندارد و هر عدد فقط مجاز است که یک بار تکرار شود. برای لاتین بودن مربع موردنظر باید ۴ عدد ۱، ۲، ۳ و ۵ را به گونه‌ای در سطر دوم قرار دهیم که در زیر اعداد سطر اول عدد تکراری قرار نگیرد. بدین منظور ابتدا عدد ۱ را در زیر عدد ۴ قرار می‌دهیم. پس داریم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۵	۱	۲

حالت ۲ خواهیم داشت \Rightarrow

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۲	۱	۳

حال عدد ۲ را زیر عدد ۴ قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۵	۲	۳

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۵	۲	۱

حالت ۳ خواهیم داشت \Rightarrow

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۱	۲	۳

سپس عدد ۳ را جایگذاری می‌کنیم و مربع را حل می‌کنیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۵	۳	۲

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۲	۳	۱

حالت ۳ خواهیم داشت \Rightarrow

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۱	۳	۲

و در نهایت عدد ۵ را قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۲	۵	۳

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۱	۵	۲

حالت ۳ خواهیم داشت \Rightarrow

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۲	۵	۱

پس تعداد حالت‌های ممکن برای حل این مربع لاتین $11 = 3 + 3 + 3 + 2$ روش می‌باشد.

روش دوم:

احتمالاً شما از راه مستقیم شمارش می‌کنید که چندان دشوار نیست. اما می‌خواهیم از اصل شمول و عدم شمول استفاده کنیم:

جواب $|\bar{1} \cap \bar{2} \cap \bar{3} \cap \bar{5}| =$

$$= |U| - |1| - |2| - |3| - |5| + |1 \cap 2| + |1 \cap 3| + |1 \cap 5| + |2 \cap 3| + |2 \cap 5| + |3 \cap 5| - |1 \cap 2 \cap 3| - |1 \cap 2 \cap 5| - |1 \cap 3 \cap 5| - |2 \cap 3 \cap 5| + |1 \cap 2 \cap 3 \cap 5|$$

$$= 4! - (0 + 3! + 3! + 3!) + (0 + 0 + 0 + 2! + 2! + 2!) - (0 + 0 + 0 + 1!) + 0 = 11$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- گراف G ، ۲- منتظم از مرتبه ۸۹ بوده و هم زیرگرافی به فرم C_{25} و هم زیرگرافی به فرم P_{26} دارد. حداکثر تعداد دورهای به طول ۴ در گراف G را m می‌نامیم. کدام ویژگی را دارد؟

(۴) عددی دو رقمی

(۳) مکعب کامل

(۲) مربع کامل

(۱) عددی اول

پاسخ: گزینه ۲

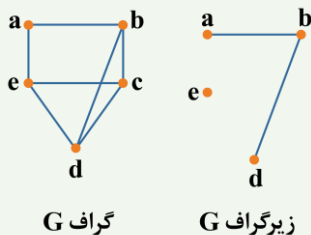
(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

گراف G از اجتماع تعدادی C_k تشکیل شده است و استراتژی آن است که تعداد C_k ماکزیمم باشد. وجود یک C_{25} در بین آن‌ها الزامی است. علاوه بر آن برای موجود شدن زیرگرافی به فرم P_{26} لازم است زیرگرافی به صورت C_k که در آن $k \geq 26$ ، در گراف G باشد، باید $(25+k) - 89$ بر ۴ بخش پذیر باشند، بنابراین اگر k را برابر ۲۸ در نظر بگیریم گراف متشکل از C_{25} و ۹ تا C_4 می‌شود که شامل ۹ دور به طول ۴ خواهد شد.

زیرگراف

یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعه رأس‌های آن زیرمجموعه رأس‌های G و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌های G باشد.

به عنوان مثال



فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳

ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه

آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

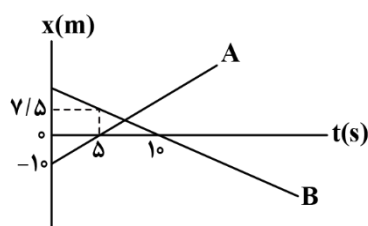


دانش‌آموزان عزیز ماز

بالاخره بعد از یک سال همراه با تلاش و کوشش فراوان، رسیدیم به آخرین آزمون امسال. درس فیزیک آزمون امروز در مجموع نزدیک به سطح کنکور طراحی شده و سیمون این بوده که سؤالات استاندارد و نزدیک به سؤالات کنکور باشن. با توجه به این‌که فرصت چندانی تا کنکور تیرماه باقی نمونده، شدیداً توصیه می‌کنیم که آزمون رو خیلی خوب تحلیل و سؤالات رو دوباره حل کنین تا هم مطالب براتون مرور و هم اگر ضعفی دارین برطرف بشه. در نهایت خوشحالیم که امسال همراهمون بودین. طبیعتاً نقاط قوت و ضعفی در درس فیزیک آزمون‌ها وجود داشت که خوشحال می‌شیم اونا رو بهمون منتقل کنین تا کیفیت آزمون‌ها بهتر و بهتر بشه. به امید موفقیتتون در تمام مراحل زندگی...

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه بر حسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر، دو برابر فاصله آن‌ها در لحظه $t = 0$ است؟



(۲) $\frac{50}{7}$
(۴) $\frac{25}{3}$

(۱) $\frac{150}{7}$
(۳) ۲۵

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

معادله مکان - زمان هر یک از متحرک‌ها را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که به صورت خطی است، داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0 - (-10)}{5 - 0} = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s}, x_{A0} = -10m \\ v_B = \frac{0 - 7.5}{10 - 0} = \frac{-7.5}{10} = -1/5 \frac{m}{s} \Rightarrow -1/5 = \frac{0 - x_{B0}}{10 - 0} \Rightarrow x_{B0} = 15m \end{cases}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 2t - 10 \\ x_B = -1/5t + 15 \end{cases}$$

گام دوم:

فاصله اولیه دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$d_0 = |x_{A0} - x_{B0}| = |-10 - 15| = 25m$$

گام آخر:

لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از هم دو برابر فاصله اولیه آن‌ها است را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار $x-t$ دو متحرک درمی‌یابیم در این لحظه $x_A > x_B$ است؛ بنابراین داریم:

$$d = 2d_0 = 50m \Rightarrow |x_A - x_B| = x_A - x_B = 50 \Rightarrow (2t - 10) - (-1/5t + 15) = 50$$

$$\Rightarrow 3/5t - 25 = 50 \Rightarrow 3/5t = 75 \Rightarrow t = \frac{150}{7}s$$

مشاوره

مسائل دو متحرک همیشه پای ثابت سؤالات کنکورهای اخیر بوده. ما هم حواسمون جمع بود که یک تست کاملاً استاندارد و در عیار کنکور براتون طرح کنیم. اگر این تست رو خوب بلد نیستی، حتماً گام‌های حلش رو با دقت مطالعه کن تا دید خوبی از روند حل این تیپ تست‌ها به دست بیاری.

دام تستی

اگر در تعیین علامت فاصله دو متحرک $(|x_A - x_B|)$ دقت نکنی در دام گزینه (۲) می‌افتی.

گروه آموزشی ماز

۴۲- متحرکی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیه دوم و سوم به ترتیب $۲ \frac{m}{s}$ و $۸ \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

$$\frac{۱۱۳}{۳۰} \quad (۴)$$

$$۳/۸ \quad (۳)$$

$$\frac{۱۰۳}{۳۰} \quad (۲)$$

$$۳/۱ \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه زمانی با سرعت لحظه‌ای در لحظه وسط آن بازه برابر است؛ بنابراین در دو لحظه از حرکت، سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_{av}(۴s-۱s) = v_{۴s} = ۲ \frac{m}{s}$$

$$v_{av}(۱s-۱۲s) = v_{۱s} = ۸ \frac{m}{s}$$

گام دوم:

معادله سرعت - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

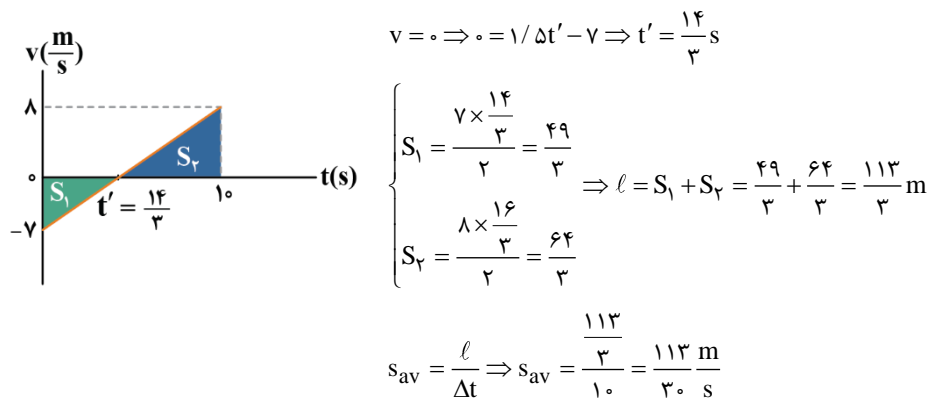
$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=۴s \rightarrow v = a(۴) + v_0 \quad (I) \\ v = ۲ \frac{m}{s} \\ t=۱s \rightarrow v = a(۱) + v_0 \quad (II) \\ v = ۸ \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(II)-(I)} ۴a = ۶ \Rightarrow a = ۱/۵ \frac{m}{s^2} \xrightarrow{\text{جایگذاری در (I)}} ۲ = ۱/۵(۴) + v_0 \Rightarrow v_0 = -۷ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v = ۱/۵t - ۷$$

گام آخر:

نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت محصور نمودار با محور زمان، مسافت طی شده و سپس تندی متوسط را در ۱۰ ثانیه اول حرکت به دست می‌آوریم:

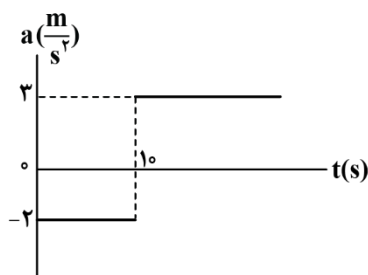


مشاوره

یکی از رابطه‌های کلیدی در حرکت با شتاب ثابت اینه که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{۲}$ است که ما هم این تست را بر مبنای همین رابطه طرح کردیم تا حواستون به اهمیتش باشه.

گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی یک خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 0$ این متحرک با تندی $10 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x حرکت کند، شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی‌ای که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، چند واحد SI است؟

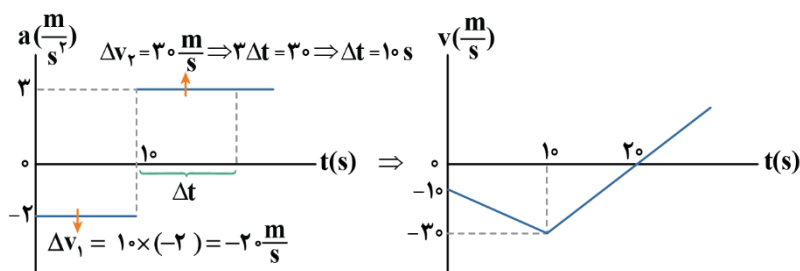


- ۱) ۰/۲۵
- ۲) ۲
- ۳) ۴
- ۴) ۰/۵

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:



با استفاده از مساحت محصور نمودار شتاب - زمان با محور زمان، تغییر سرعت را به دست می‌آوریم و با داشتن تغییر سرعت و سرعت اولیه، نمودار سرعت - زمان را که در حرکت با شتاب ثابت به صورت خطی است، رسم می‌کنیم:

گام آخر:

در بازه زمانی‌ای که سرعت متحرک منفی است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (صفر تا $20s$)، شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{v_2 - (-10)}{20} = \frac{0 - (-10)}{20} = \frac{10}{20} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

مشاوره

این‌که نمودار شتاب - زمان رو به نمودار سرعت - زمان تبدیل کنین یا نمودار سرعت - زمان رو به نمودار مکان - زمان تبدیل کنین، همیشه مورد علاقه طراحان کنکور و امتحانات نهایی بوده و خواهد بود. ما هم که همیشه حواسمون هست تا چیزی از قلم نیفته، این تست رو براتون طرح کردیم تا خیالمنون همه‌جوره راحت بشه.

گروه آموزشی ماز

۴۴- دو گلوله را در شرایط خلأ با فاصله زمانی t' از ارتفاع 125 متری سطح زمین رها می‌کنیم. اگر بیش‌ترین فاصله دو گلوله از یکدیگر 80 متر باشد، t' چند ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- ۱) ۱/۵
- ۲) ۲
- ۳) ۲/۵
- ۴) ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

لحظه‌ای که گلوله اول به زمین برخورد می‌کند را به دست می‌آوریم. فاصله گلوله‌ها از هم در این لحظه همان بیش‌ترین فاصله گلوله‌ها از یکدیگر $(80m)$ است.

گلوله اول \bullet $80m$ \bullet گلوله دوم

$$|\Delta y_1| = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 5s$$

گام آخر:

فاصله زمانی t' را به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که در لحظه $t = 5s$ ، مقدار جابه‌جایی گلوله دوم از لحظه رها شدن برابر با $|\Delta y_2| = 125 - 80 = 45m$ است، داریم:

$$|\Delta y_2| = \frac{1}{2} g (t - t')^2 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 10 \times (5 - t')^2 \Rightarrow (5 - t')^2 = 9$$

$$\Rightarrow 5 - t' = 3 \Rightarrow t' = 2s$$

مشاوره

در طراحی این سؤال از سقوط آزاد، اومدیم تأخیر شروع حرکت گلوله دوم رو با حداکثر فاصله گلوله‌ها از هم ترکیب کردیم تا یک سؤال کاملاً جامع براتون آماده کنیم. با تحلیل دقیق این سؤال، خیالتون از سقوط آزاد و تمام حالت‌های اون راحت می‌شه.

گروه آموزشی ماز

۴۵- جسمی به جرم 6 kg را به یک طناب وصل می‌کنیم و طناب را با نیروی 100 N در راستای قائم به سمت بالا می‌کشیم. نیروی کشش طناب را چند درصد کاهش دهیم تا جسم با شتاب رو به بالای $1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کند؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۶۶ (۴)

۳۴ (۳)

۶۴ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

نیروی خالص وارد بر جسم را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}_y} = ma_y \Rightarrow F_{\text{net}_y} = 6 \times 1 = 6\text{ N}$$

گام دوم:

نیروی کشش طناب را در حالت دوم به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:

$$F_{\text{net}_y} = T_y - mg \Rightarrow 6 = T_y - 60 \Rightarrow T_y = 66\text{ N}$$

گام آخر:

درصد تغییر نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_y - T_1}{T_1} \times 100 = \frac{66 - 100}{100} \times 100 = -34\%$$

پس باید نیروی کشش طناب را ۳۴ درصد کاهش دهیم.

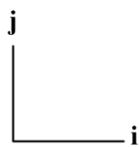
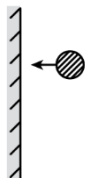
دام تستی

شنیدی می‌گن بیا از هول حلیم نیفتی تو دیگ! بله اگر نیروی کشش حالت دوم رو که به دست آوردی، حواست به ادامه سؤال نباشه در دام گزینه (۴) می‌افتی. صورت سؤال رو دقیق بخونین که قراره آخرش چی رو حساب کنین.

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم 100 g با تندی $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دیوار قائمی برخورد می‌کند و با تکانه‌ای به بزرگی $0.4\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ برمی‌گردد. اگر مدت زمان

تماس گلوله به دیوار 15 ms باشد، بردار نیروی خالص متوسطی که گلوله بر دیوار قائم وارد می‌کند، برحسب یکای SI کدام است؟



(۱) $60\vec{i}$

(۲) $-60\vec{i}$

(۳) $90\vec{i}$

(۴) $-90\vec{i}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

بردار تکانه گلوله را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 \Rightarrow \vec{p}_1 = 0.1 \times (-5\vec{i}) = (-0.5\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$$

گام دوم:

بردار تغییر تکانه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \frac{0.4\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\vec{i}}{-0.5\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\vec{i}} \rightarrow \Delta\vec{p} = 0.4\vec{i} - (-0.5\vec{i}) = (0.9\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$$

گام سوم:

بردار نیروی خالص متوسط دیوار بر گلوله را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{\text{دیوار بر گلوله}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{0.9\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}\vec{i}}{15 \times 10^{-3}\text{ s}} = (60\text{ N})\vec{i}$$

گام آخر:

طبق قانون سوم نیوتون، بردار نیروی خالص متوسط گلوله بر دیوار برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{گلوله بر دیوار}} = -\vec{F}_{\text{دیوار بر گلوله}} = (-60\text{ N})\vec{i}$$

دام طرح

نیروی خالص متوسطی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند و نیروی خالص متوسطی که گلوله بر دیوار وارد می‌کند، کنش و واکنش هستند و اگر به این مورد دقت نکنیم در دام گزینۀ (۱) می‌افتیم.

گروه آموزشی ماز

۴۷- وزن جسمی در ارتفاع ۳۶۰۰km از سطح زمین، ۷۲۰N کم‌تر از وزن آن در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

$$g = 10 \frac{N}{kg} \text{ و شعاع زمین } 6400 \text{ km است.}$$

۲۵۶ (۴)

۱۲۸ (۳)

۳۱۲/۵ (۲)

۱۵۶/۲۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینۀ ۲

گام اول

نسبت وزن جسم در ارتفاع ۳۶۰۰km از سطح زمین (W_1) به وزن آن در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین (W_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$W = \frac{GM_e m}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \left(\frac{R_e + h_2}{R_e + h_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \left(\frac{6400 + 1600}{6400 + 3600}\right)^2 = \left(\frac{8000}{10000}\right)^2 = 0.64$$

گام دوم

وزن جسم در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین (W_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$W_2 - W_1 = 720 \Rightarrow W_2 - 0.64W_2 = 720 \Rightarrow 0.36W_2 = 720 \Rightarrow W_2 = 2000 \text{ N}$$

گام سوم

شتاب گرانش در ارتفاع ۱۶۰۰km (g_2) از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$W = mg \Rightarrow \frac{W_2}{W_0} = \frac{g_2}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_2}{10} = \left(\frac{6400}{8000}\right)^2 = 0.64 \Rightarrow g_2 = 6.4 \frac{m}{s^2}$$

بچه‌ها منظور از g ، شتاب گرانشی در سطح زمین است.

گام آخر

جرم جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$W_2 = mg_2 \Rightarrow 2000 = m \times 6.4 \Rightarrow m = 312.5 \text{ kg}$$

مشاوره

ایده‌ی طرح این تست جدید است و از اهمیت بالایی برخورداره؛ اما روش حلی که براش نوشته شده هم عالی و توصیه می‌کنیم حتماً پاسخنامه رو به‌دقت مطالعه کنیم.

راز طراح

با فاصله‌گرفتن از سطح زمین، شتاب گرانشی و بزرگی نیروی وزن جسم کاهش پیدا می‌کنند. طراح به کمک این ایده و استفاده از دو فاصله مختلف از سطح زمین، این تست رو طرح کرده. پس با توجه به جدید بودن این ایده‌ی عالی، حتماً این تست رو دقیق یاد بگیرین تا به موقع سر جلسه کنکور شگفت‌زده نشین.

گروه آموزشی ماز

۴۸- جسمی به جرم ۲kg با تندی ثابت $72 \frac{km}{h}$ روی دایره‌ای به شعاع ۵m حرکت می‌کند. بزرگی نیروی مرکزگرای آن چند نیوتون است؟

۱۶۰ (۴)

۸۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینۀ ۴

طبق رابطه $F_C = \frac{mv^2}{r}$ ، بزرگی نیروی مرکزگرا را به‌دست می‌آوریم:

$$v = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$F_C = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{m=2kg, v=20 \frac{m}{s}, r=5m} F_C = \frac{2 \times 20^2}{5} = 160 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- تار ی بین دو نقطه بسته شده است. نیروی کشش تار را چند درصد کاهش دهیم تا بسامد هماهنگ دوم تار ۲۰ درصد کاهش یابد؟ (طول تار ثابت است.)

۶۴ درصد (۴)

۳۶ درصد (۳)

۴۰ درصد (۲)

۲۰ درصد (۱)

برای تار دو انتها بسته، بسامد هماهنگ $f_n = \frac{nv}{2L}$ از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ به دست می‌آید؛ بنابراین، تمامی بسامدها از جمله بسامد هماهنگ دوم، با تندی v رابطه مستقیم دارد. در نتیجه، برای آن که بسامد ۲۰ درصد کاهش یابد، باید تندی نیز ۲۰ درصد کاهش یابد؛ بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = 0.8 \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = 0.8$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 0.64 \Rightarrow \text{نیروی کشش تار باید ۳۶ درصد کاهش یابد.}$$

دام تستی

اگر حواستون به درصد تغییر نیروی کشش تار نباشه در دام گزینه (۴) می‌افتین.

مشاوره

برای تار دو انتها بسته، رابطه بسامد هماهنگ $f_n = \frac{nv}{2L}$ (ملکه ذهنتون باشه تا به راحتی از حل این تیپ تست‌ها بر بیایید).

گروه آموزشی ماز

۵۰- معادله مکان - زمان نوسانگر جرم - فنری در SI به صورت $x = 0.4 \cos(50t)$ است. اگر جرم نوسانگر 200 g باشد، از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که برای سومین بار بزرگی نیروی فنر برابر با 80 N می‌شود، مسافت طی شده توسط نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۷۲ (۴)

۹۶ (۳)

۱۳۶ (۲)

۱۰۴ (۱)

گام اول:

با توجه به معادله مکان - زمان نوسانگر داریم:

$$x = 0.4 \cos(50t) \xrightarrow{x = A \cos(\omega t)} A = 0.4 \text{ m}, \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg} \rightarrow 50 = \sqrt{\frac{k}{0.2}} \Rightarrow 2500 = \frac{k}{0.2} \Rightarrow k = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

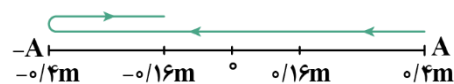
گام دوم:

می‌دانیم بزرگی نیروی فنر از رابطه $F_e = kx$ به دست می‌آید که x اندازه تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن است؛ بنابراین داریم:

$$F_e = kx \xrightarrow{F_e = 80 \text{ N}, k = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}} 80 = 500 \cdot x \Rightarrow x = \frac{80}{500} = 0.16 \text{ m}$$

گام آخر:

برای این که برای سومین بار بزرگی تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن 0.16 m باشد، باید نوسانگر پس از لحظه $t = 0$ ، برای سومین بار در فاصله 0.16 m از نقطه تعادل باشد و داریم:



$$\text{در این مدت مسافت طی شده توسط نوسانگر در این مدت} L = 0.4 + 0.4 + (0.4 - 0.16) = 1.04 \text{ m} \Rightarrow L = 104 \text{ cm}$$

نکته

در نوسانگر جرم - فنر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، اندازه تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن، همواره برابر با فاصله نوسانگر از نقطه تعادل است.

دام تستی

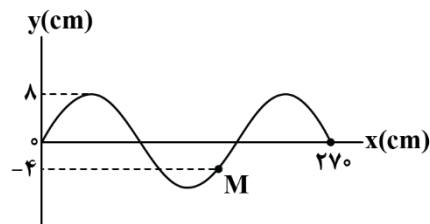
هرگونه سوتی در پیدا کردن مکان نوسانگر شما را به یک گزینه غلط می‌رسانه.

راز طراح

طراح به کمک نکته‌ای که براتون نوشتیم، سعی کرده به شما سوژه‌ای بده تا مکان دقیق نوسانگر رو به دست بیارین که این ایده جدید بوده و نیازمند توجه ویژه شما عزیزان است.

گروه آموزشی ماز

۵۱- شکل زیر، نقش موج یک موج عرضی را در مبدأ زمان نشان می‌دهد. اگر موج در هر ثانیه، به اندازه ۹m در خلاف جهت محور x حرکت کند، در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0/3$ s چند بار انرژی جنبشی ذره M برابر صفر می‌شود؟



- ۴ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - نموداری - ۱۳۰۳)

گام اول:

به کمک اطلاعات نمودار نقش موج، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 27 \Rightarrow \lambda = 18 \text{ cm} = 1/18 \text{ m}$$

گام دوم:

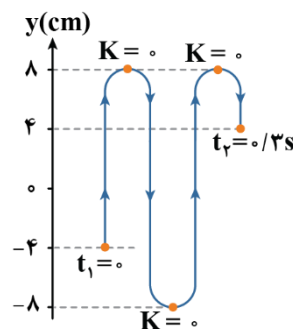
موج در هر ثانیه به اندازه ۹m پیش‌روی می‌کند؛ بنابراین تندی انتشار موج برابر با $v = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و داریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \xrightarrow{\lambda=1/18 \text{ m}, v=9 \frac{\text{m}}{\text{s}}} T = \frac{1/18}{9} = 0/2 \text{ s}$$

گام سوم:

حالا باید حساب کنیم که بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0/3$ s چه کسری از دوره تناوب ارتعاش ذرات محیط است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0/3 - 0}{0/2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{T}{2}$$



تعبیر $\Delta t = T + \frac{T}{2}$ این است که در این مدت، ذره M یک سیکل کامل را طی کرده و در مکان اولیه خود قرار می‌گیرد، سپس به اندازه نیم سیکل نوسان کرده و با یک بار تغییر جهت در قرینه مکان اولیه خود قرار می‌گیرد. با توجه به جهت انتشار موج که در خلاف جهت محور x است، ذره M از ذرات همسایگی راست خود تقلید کرده و داریم:

گام آخر:

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل ذرات محیط بیشینه بوده و انرژی جنبشی صفر می‌شود؛ بنابراین با توجه به مسیر حرکت ذره M که در گام سوم رسم کردیم، در این مدت، ذره M، سه بار در نقاط بازگشتی قرار گرفته و انرژی جنبشی آن صفر می‌شود.

مشاوره

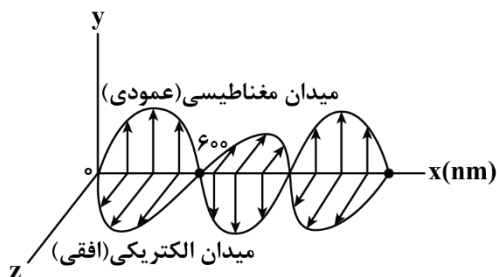
در این سؤال اومدیم نقش موج رو با انرژی یکی از ذرات محیط انتشار موج ترکیب کردیم تا دید بسیار جامعی به شما بدیم که چطور بتونین تحلیل دقیقی از این تیپ سؤال‌ها داشته باشین. توصیه می‌کنم خیلی دقیق روند حل این سؤال رو مطالعه کنین.

دام تستی

هرگونه اشتباه در تعیین مکان ثانویه ذره M، شما رو به یکی از گزینه‌های (۱) تا (۳) می‌رسونه.

گروه آموزشی ماز

۵۲- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی را در لحظه t در خلأ نشان می‌دهد. کدامیک از عبارتهای زیر در مورد این موج صحیح می‌باشد؟



$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

الف: این موج جزو امواج فرسرخ به حساب می‌آید.

ب: جهت انتشار آن در خلاف جهت محور x است.

پ: بسامد موج برابر 250 GHz است.

ت: از کاربردهای این موج در تصویربرداری‌های پزشکی است.

(۱) «الف» و «پ»

(۲) «الف» و «ب»

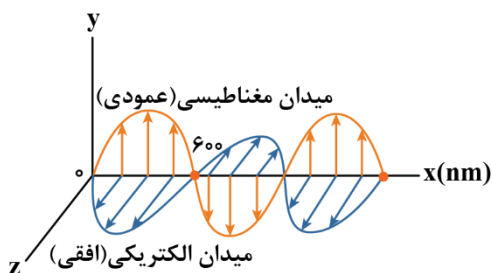
(۳) «ب» و «ت»

(۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - حفظی/محاسباتی - ۱۲۰۳)

طول موج (λ) را برای این موج الکترومغناطیسی به دست می‌آوریم:



$$\frac{\lambda}{2} = 600 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

بررسی موارد:

الف

با توجه به طول موج به دست آمده ($\lambda = 1200 \text{ nm}$)، می‌توان گفت که موج موردنظر جزو امواج فرسرخ است. (✓)

ب

با استفاده از قاعده دست راست، جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است. (✓)

پ

با توجه به رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ می‌توان نوشت:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{1200 \times 10^{-9} m} = \frac{3 \times 10^8}{12 \times 10^{-7}} = \frac{1}{4} \times 10^{15} = 250 \times 10^{12} \text{ Hz} = 250 \text{ THz}$$

بسامد موج برابر 250 THz است نه 250 GHz . (✗)

ت

طبق شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی از پرتوهای X برای تصویربرداری پزشکی استفاده می‌شود نه پرتوهای فرسرخ! (✗)
در نتیجه عبارتهای «الف» و «ب» صحیح می‌باشند.

گروه آموزشی ماز

۵۳- اگر فاصله یک شنونده از یک منبع صوتی ۲۰ درصد کاهش یابد، تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده چند دسی‌بل افزایش می‌یابد؟ ($\log 2 = 0.3$)

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۲ (۲)

۱/۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

برای محاسبه تغییر تراز شدت صوت، می‌توان نوشت:

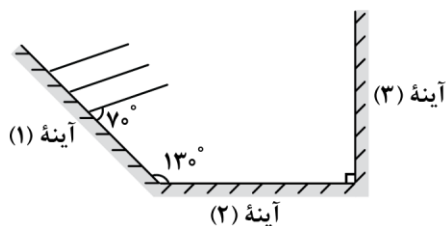
$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.8}\right)^2 = \frac{100}{64}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{100}{64} = 10 (\log 100 - \log 64)$$

$$= 10 (\log 10^2 - \log 2^6) = 10 (2 - 6 \times 0.3) = 10 \times 0.2 = 2 \text{ dB}$$

گروه آموزشی ماز

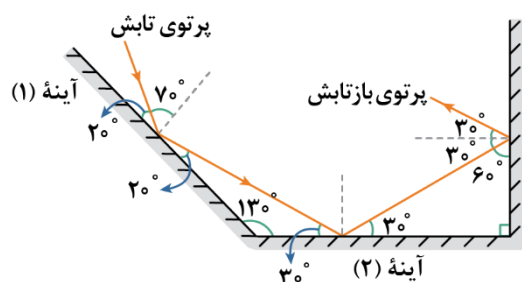
۵۴- در شکل زیر، جبهه‌های موج تابشی بر سطح آینه (۱) نشان داده شده است. این پرتوها سپس به آینه (۲) و بعد از آن به آینه (۳) برخورد می‌کنند. زاویه بازتاب از آینه (۳) چند درجه است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۶۰
- (۴) ۷۰

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



زاویه بین جبهه‌های تابشی و سطح آینه (۱) برابر ۷۰ درجه است؛ بنابراین زاویه تابش پرتو بر آینه (۱) برابر ۷۰ درجه می‌باشد. با توجه به شکل مقابل و مسیر حرکت پرتو، زاویه بازتابش از سطح آینه (۳) برابر ۳۰ درجه است.

دام تستی

اگر به اشتباه، زاویه بین پرتوی بازتاب و سطح آینه (۳) رو به عنوان جواب نهایی بگیریم در دام گزینه (۳) می‌افتیم.

مشاوره

رسم درست مسیر پرتوها در بازتاب از آینه‌های متقاطع، همواره مورد توجه طراحان محترم است. پس اگر در این سؤال مشکل داری، خیلی واجبه که پاسخ رو به دقت بخونی.

گروه آموزشی ماز

۵۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها 0.6eV است. اگر طول موج نور فرودی نصف شود، کدام گزینه می‌تواند بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها باشد؟

- (۱) 0.4eV
- (۲) 0.8eV
- (۳) 1.2eV
- (۴) 1.6eV

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $c = \lambda f$ با نصف شدن طول موج، بسامد نور دو برابر می‌شود. طبق معادله فوتوالکتریک داریم:

$$\begin{cases} (K_{\max})_1 = hf - W_0 \Rightarrow 2(K_{\max})_1 = 2hf - 2W_0 & \text{(I)} \\ (K_{\max})_2 = h(2f) - W_0 = 2hf - W_0 & \text{(II)} \end{cases}$$

از مقایسه رابطه (I) و (II) داریم:

$$(K_{\max})_2 > 2(K_{\max})_1 = 2 \times 0.6 = 1.2\text{eV} \Rightarrow (K_{\max})_2 > 1.2\text{eV}$$

بنابراین فقط گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

مشاوره

طراحی این تست فوق‌العاده از ترکیب فیزیک با ریاضی نشئت گرفته. اگر نتوانستین حلش کنید، لازمه که با ذره‌بین ریاضی برید سراغ پاسخ‌نامه تا حسابی سر از کارش در بیارین.

گروه آموزشی ماز

۵۶- در اتم هیدروژن، با گذار الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر، فوتونی با بسامد $67/5\text{THz}$ گسیل می‌شود. در این گذار، شعاع مدار الکترون

چند برابر می‌شود؟ $(R = 0.053\text{nm}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

- (۱) ۰/۲۵
- (۲) ۰/۳۶
- (۳) ۰/۶۴
- (۴) ۰/۴۵

گام اول:

به کمک رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = Rc \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \xrightarrow{R=1.09 \times 10^7 (m)^{-1}, c=3 \times 10^8 \frac{m}{s}} f = 6.75 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

$$6.75 \times 10^{13} = 1.09 \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{9}{400} \xrightarrow{9=25-16} \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{16} - \frac{1}{25} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 4 \\ n_2 = 5 \end{cases}$$

پس گذار الکترون، مربوط به اولین خط رشته بَرَاکت ($n_1 = 4$) در طیف اتمی هیدروژن است.

گام آخر:

با توجه به رابطه $r_n = n^2 a_0$ داریم:

$$\frac{r_4}{r_5} = \frac{16a_0}{25a_0} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{r_4}{r_5} = 0.64$$

مشاوره

در این تیپ سوالات به شدت مهم، سعی کنید مستقیماً به کمک رابطه $f = Rc \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ مسئله رو حل کنید و حتماً هم حواستون به سازگاری یکاها باشه. از طرفی

هم در تحلیل بخش آخر که مربوط به $\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}$ است، با توجه به اعداد مربع کامل راحت می‌تونین مقادیر n و n' رو به دست بیارین. اکیداً توصیه می‌کنیم که این تست رو حسابی بلد بشین.

گروه آموزشی ماز

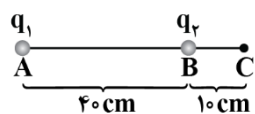
۵۷- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های هسته بوده و از نوع است.

- (۱) کوتاه‌برد - دافعه (۲) بلندبرد - دافعه (۳) بلندبرد - جاذبه (۴) کوتاه‌برد - جاذبه

نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های هسته، کوتاه‌برد بوده و از نوع جاذبه است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند ناشی از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه C برابر صفر است. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



(۲) $\frac{1}{16}$

(۱) $-\frac{1}{16}$

(۴) $\frac{1}{25}$

(۳) $-\frac{1}{25}$

چون نقطه C خارج از فاصله دو بار است، پس بارهای q_1 و q_2 ناهمنام‌اند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{50 \times 50 \times 10^{-4}} = \frac{k|q_2|}{10 \times 10 \times 10^{-4}}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{-1}{25}$$

مشاوره

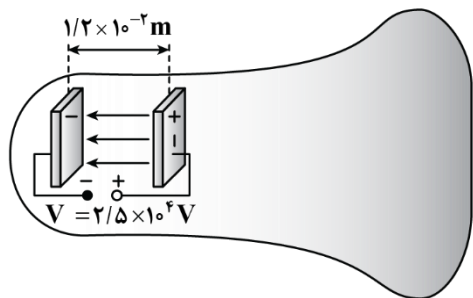
ایده این سؤال دیگه تقریباً هر سال داره به یه نحوی مطرح می‌شه. برای همین ما هم یه دونه تست براتون طرح کردیم که حساسیت شما رو نسبت به این ایده بالا ببریم.

دام تستی

اگر حواستون به علامت بارها نباشه در دام گزینه (۴) می‌افتین. به فاصله‌ها هم دقت نکنین که در دام گزینه (۱) می‌افتین.

گروه آموزشی ماز

۵۹- در لامپ CRT زبر، الکترون‌ها در یک میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه باردار مطابق شکل، شتاب می‌گیرند و با صفحه نمایشگر برخورد می‌کنند. اگر صفحات در فاصله $1/2 \times 10^{-2} \text{ m}$ از یکدیگر باشند و اختلاف پتانسیل بین آن‌ها $2/5 \times 10^4 \text{ V}$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحه‌ها تقریباً چند واحد SI است؟



(۱) $2/08 \times 10^6$

(۲) $2/08 \times 10^4$

(۳) $1/92 \times 10^4$

(۴) $1/92 \times 10^6$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از رابطه میدان الکتریکی داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{2/5 \times 10^4 \text{ V}}{1/2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2/08 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- ظرفیت خازنی $22 \mu\text{F}$ است. اگر بار الکتریکی آن $1/2$ برابر شود، انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن $16 \mu\text{J}$ افزایش می‌یابد. بار اولیه خازن چند میکروکولن است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

در رابطه انرژی خازن، $U = \frac{q^2}{2C}$ ، اگر بار برحسب μC و ظرفیت برحسب μF جایگذاری شود، انرژی برحسب μJ به دست می‌آید.

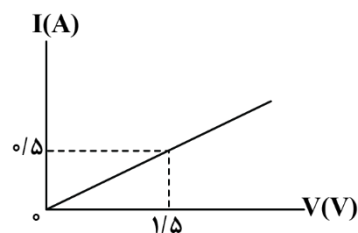
بار خازن $1/2$ برابر شده است یعنی $q_2 = 1/2 q_1$ و انرژی خازن $16 \mu\text{J}$ افزایش یافته یعنی $U_2 - U_1 = 16 \mu\text{J}$ ؛ بنابراین داریم:

$$U_2 - U_1 = 16 \Rightarrow \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = 16 \Rightarrow \frac{q_2^2 - q_1^2}{2 \times 22} = 16 \Rightarrow \frac{(1/2 q_1)^2 - q_1^2}{2 \times 22} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{1/4 q_1^2 - q_1^2}{44} = 16 \Rightarrow \frac{-3/4 q_1^2}{44} = 16 \Rightarrow -0.01 q_1^2 = 16 \Rightarrow q_1^2 = 1600 \Rightarrow q_1 = 40 \mu\text{C}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- سیمی توخالی به طول $4/5 \text{ m}$ و قطر داخلی 2 mm و قطر خارجی 4 mm در اختیار داریم و نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن مطابق شکل است. مقاومت ویژه این سیم چند واحد SI است؟ ($\pi \approx 3$)



(۱) $2/4 \times 10^{-5}$

(۲) $1/2 \times 10^{-5}$

(۳) 3×10^{-6}

(۴) 6×10^{-6}

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک نمودار $I - V$ ، مقاومت سیم را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1/5}{0/5} = 2 \Omega$$

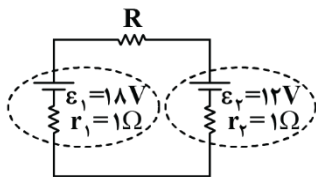
حال به کمک رابطه زیر مقاومت ویژه سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 2 = \rho \times \frac{4/5}{3(2^2 - 1^2) \times 10^{-6}} \Rightarrow 2 = \frac{4/5}{3 \times 10^{-6}} \times \rho$$

$$\Rightarrow \rho = 6 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار شکل زیر، اختلاف توان ورودی باتری (۲) و توان خروجی باتری (۱) برابر $4W$ است. مقاومت R چند اهم می تواند باشد؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

باتری (۱) تولیدکننده توان و باتری (۲) مصرف کننده توان است؛ بنابراین:

$$P_{\text{مولد ۱}} = P_{\text{مولد ۲}} + P_R \Rightarrow P_{\text{مولد ۱}} - P_{\text{مولد ۲}} = RI^2 \Rightarrow RI^2 = 4 \quad (*)$$

از طرفی، جریان I برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{18 - 12}{R + 1 + 1} = \frac{6}{R + 2} \xrightarrow{(*)} R \left(\frac{6}{R + 2} \right)^2 = 4$$

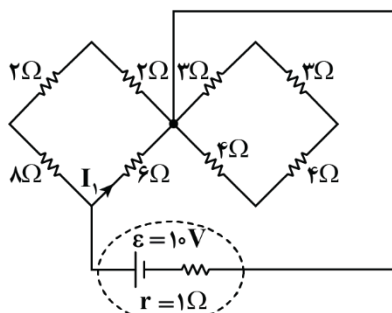
$$\Rightarrow \frac{R \times 36}{(R + 2)^2} = 4 \Rightarrow R^2 + 4R + 4 = 9R \Rightarrow R^2 - 5R + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (R - 4)(R - 1) = 0 \Rightarrow R = 1\Omega \text{ یا } R = 4\Omega$$

در نتیجه از بین گزینه ها فقط گزینه (۳) می تواند جواب سؤال باشد.

گروه آموزشی ماز

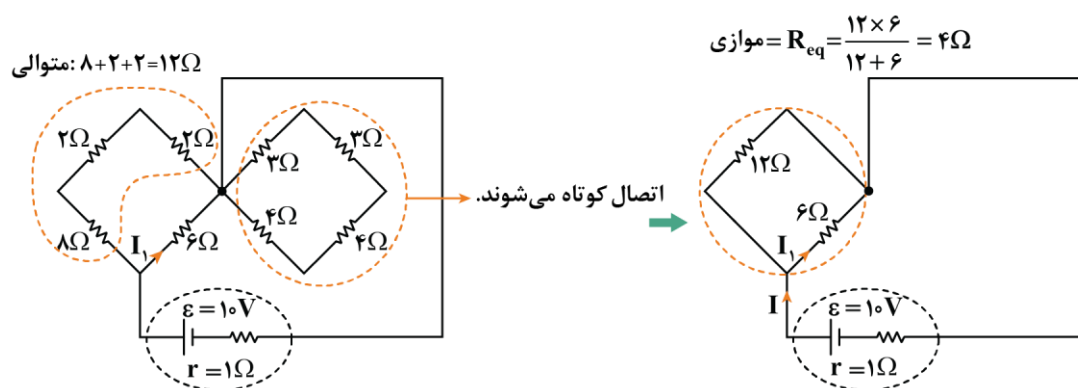
۶۳- در مدار شکل مقابل، جریان I_1 چند آمپر است؟



- ۲ (۱)
- $\frac{2}{3}$ (۲)
- $\frac{4}{3}$ (۳)
- ۱ (۴)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{10}{4 + 1} = 2A \quad \text{تقسیم جریان بین } 12\Omega \text{ و } 6\Omega \rightarrow$$

$$I_1 = \frac{12}{12 + 6} I = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} A$$

مشاوره

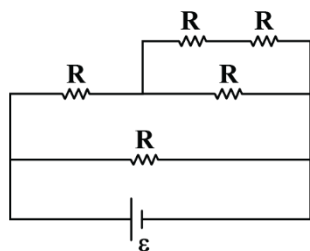
اتصال کوتاه شدن بخشی از مدار و همچنین تقسیم جریان بین مقاومت های موازی، همیشه مورد علاقه طراحان کنکور بوده! ما هم اومدیم این دو تا ایده رو ترکیب و یک تست خیلی مهم براتون طرح کردیم. با مرور کامل پاسخ نامه، قول می دیم این دو تا ایده رو حسابی بلد بشین.

دام تستی

اگر تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی رو برعکس حل کنید در دام گزینه (۲) می افتین.

گروه آموزشی ماز

۶۴- در مدار زیر، همهٔ مقاومت‌ها مشابه هستند و بیشینهٔ توان قابل تحمل هر مقاومت 30W است. حداکثر توان الکتریکی مدار چند وات است؟ (به شرطی که هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند).

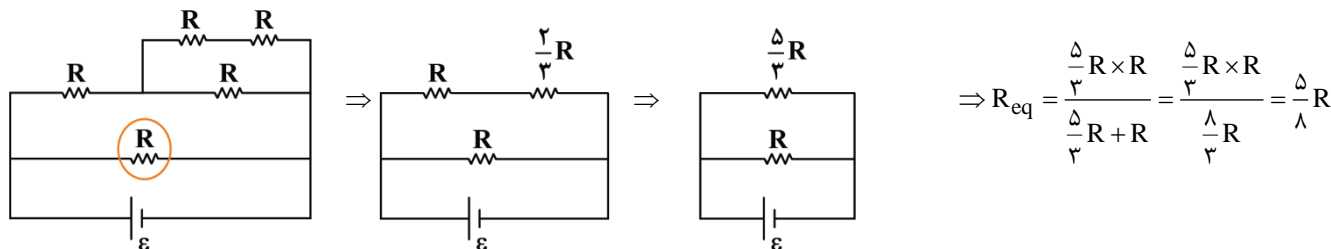


- ۲۴ (۱)
- ۴۸ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۱۵۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مقاومت نشان داده شده در شکل بیشینهٔ توان، برابر 30W خواهد داشت (چون با سایر مدار موازی است). مقاومت کل مدار را با ساده‌سازی مدار به دست می‌آوریم:



توان مقاومت R که بیش‌ترین توان مصرفی را دارد مطابق زیر است:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R} = 30\text{W}$$

توان کل مدار مطابق زیر است:

$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^2}{\frac{5}{8}R} = \frac{8}{5} \times \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{8}{5} \times 30 = 48\text{W}$$

مشاوره

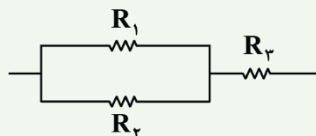
بیشینهٔ توان قابل تحمل مدار، جزو سؤالات پرتکرار هست. منتها ما با یک نکتهٔ خفن براتون تحلیل کردیم که به شدت کار شما رو در پاسخگویی به این تیپ تست‌ها راحت می‌کنه. پس اگر درست جواب دادی هم برو به سر به پاسخ‌نامه بزنی که واجبه!

نکته

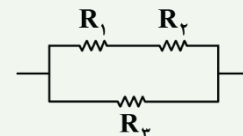
در یک مدار با مقاومت‌های یکسان R با توان قابل تحمل یکسان، اگر بیشینهٔ توان قابل تحمل مدار خواسته شود، بیش‌ترین توان مصرفی به مقاومتی اختصاص دارد که با کل مدار موازی یا متوالی است (با توزیع جریان و محاسبهٔ توان می‌توان به اثبات این موضوع پرداخت).

مثال

در مدارهای زیر همهٔ مقاومت‌ها مشابه هستند. اگر مدار بیش‌ترین توان قابل تحمل را مصرف کند، کدام مقاومت بیش‌ترین توان را مصرف می‌کند؟



جواب: R_3 چون با کل مدار متوالی است.



جواب: R_3 چون با کل مدار موازی است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام گزینه معادل یکای تراوایی مغناطیسی خلأ می‌باشد؟

$$\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{C}^2\cdot\text{s}^2} \quad (۴)$$

$$\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{C}} \quad (۳)$$

$$\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^3}{\text{C}^2\cdot\text{s}^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{C}^2} \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

به کمک رابطهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \Rightarrow \mu_0 = \frac{B \cdot L}{NI} \quad [B] = T, [L] = m \rightarrow [I] = A, [N] = \text{واحد}$$

$$[\mu_0] \equiv \frac{T.m}{A} \xrightarrow[A \equiv \frac{C}{s}]{T \equiv \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}}} [\mu_0] \equiv \frac{\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} \cdot m}{\frac{C}{s}} = \frac{N \cdot s^2}{C^2} \xrightarrow[N \equiv \frac{kg \cdot m}{s^2}]{N \equiv \frac{kg \cdot m}{s^2}} [\mu_0] \equiv \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot s^2}{C^2} = \frac{kg \cdot m}{C^2}$$

راز طراح

در سؤالات مربوط به یکاها، باید خوب بلد باشین روابط رو به هم مرتبط کنید و از این طریق به خط فکری طراح برسین چون خود طراح هم دقیقاً همین کار رو انجام می‌ده.

گروه آموزشی ماز

۶۶- ذره‌ای به جرم ۲g با تندی $10^3 \frac{m}{s}$ تحت زاویه ۳۰ درجه نسبت به خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۴۰G، وارد آن می‌شود. اگر نیروی

مغناطیسی وارد شده بر این بار در این لحظه برابر $2 \times 10^{-4} N$ باشد، اندازه بار الکتریکی این ذره چند میکروکولن است؟

۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

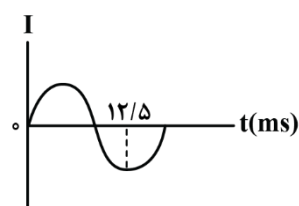
با توجه به رابطه زیر، می‌توان نوشت:

$$F = |q|vB \sin \alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = |q| \times 10^3 \times 40 \times 10^{-4} \times \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow |q| = 10^{-4} C = 100 \mu C$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- شکل زیر، نمودار یک جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که به یک القاگر آرمانی وارد می‌شود. انرژی ذخیره شده در القاگر در لحظه $t_1 = \frac{1}{36} s$



چند برابر انرژی ذخیره شده در القاگر در لحظه $t_2 = \frac{1}{44} s$ است؟

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۴ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

انرژی ذخیره شده در القاگر آرمانی طبق رابطه زیر به دست می‌آید. از آنجایی که سؤال نسبت انرژی ذخیره شده در دو زمان متفاوت را خواسته و القاگر تغییر نکرده است (L ثابت است)، پس باید نسبت مربع جریان در دو زمان مورد نظر را به دست آوریم.

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{L_1}{L_2} \times (\frac{I_1}{I_2})}{\frac{1}{2} \times \frac{L_2}{L_1} \times (\frac{I_2}{I_1})} \xrightarrow{L_2=L_1} \frac{U_1}{U_2} = (\frac{I_1}{I_2})^2$$

گام دوم:

معادله جریان متناوب سینوسی به صورت زیر است:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

طبق نمودار، $\frac{3T}{4}$ برابر $12/5 ms$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{3T}{4} = 12/5 ms \Rightarrow T = \frac{5}{3} ms \Rightarrow T = \frac{1}{60} s$$

معادله نمودار را می‌نویسیم و زمان‌های موردنظر را در آن جایگذاری می‌کنیم.

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{T = \frac{1}{60} \text{ s}} I = I_m \sin 120\pi t$$

$$t_1 = \frac{1}{360} \text{ s} \Rightarrow I = I_m \sin \frac{120\pi}{360} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m$$

$$t_2 = \frac{1}{240} \text{ s} \Rightarrow I = I_m \sin \frac{120\pi}{240} = I_m$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \xrightarrow{\substack{I_2 = I_m \\ I_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m}} \frac{U_1}{U_2} = \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} I_m}{I_m}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

گام آخر

گروه آموزشی ماز

۶۸- در شکل زیر، دقت اندازه‌گیری کولیس، تندی‌سنج و دماسنج بر حسب یکای SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



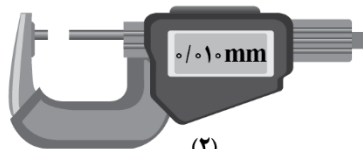
(۴)

$$273/1, 2, 10^{-5} \text{ (۴)}$$



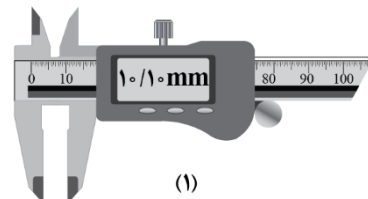
(۳)

$$10^{-1}, 2, 10^{-5} \text{ (۳)}$$



(۲)

$$273/1, 4, 10^{-6} \text{ (۲)}$$



(۱)

$$10^{-1}, 2, 10^{-6} \text{ (۱)}$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

شکل شماره (۱) کولیس و شکل شماره (۲) ریزسنج می‌باشد.

$$\text{دقت اندازه‌گیری کولیس} = 0.01 \text{ mm} = 10^{-2} \times 10^{-3} \text{ m} = 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج} = 0.1^\circ \text{C} = 0.1 \text{ K}$$

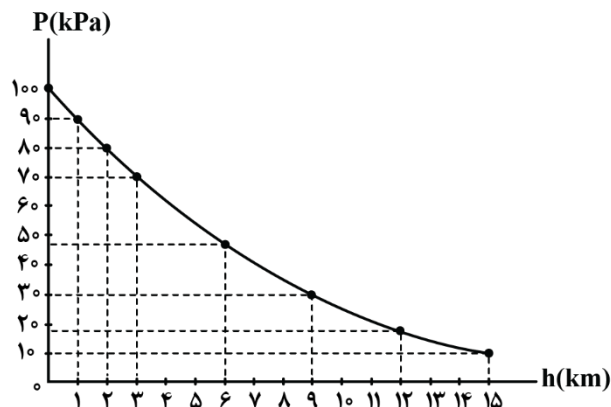
مشاوره

هنوز هم برخی از بچه‌ها به تفاوت شکل ظاهری کولیس و ریزسنج دقت کافی ندارند و در تشخیص اون‌ها دچار اشتباه می‌شن. برای همین ما اومدیم این موضوع رو با دقت اندازه‌گیری طرح کردیم تا هم یک تست خوب رو حل کرده باشین و هم متوجه تفاوت شکل کولیس و ریزسنج بشین.

گروه آموزشی ماز

۶۹- نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح آزاد دریا مطابق شکل زیر است. در شهری که در ارتفاع ۲ km از سطح دریا قرار دارد، یک ستون فرضی از هوا

به سطح مقطع 5 m^2 در نظر می‌گیریم که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه می‌یابد. چند کیلوگرم هوا در این ستون فرضی قرار دارد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$2 \times 10^4 \text{ (۱)}$$

$$4 \times 10^4 \text{ (۲)}$$

$$5 \times 10^4 \text{ (۳)}$$

$$8 \times 10^4 \text{ (۴)}$$

با توجه به نمودار، فشار هوا در ارتفاع ۲ کیلومتری برابر ۸۰kPa است.

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow 80 \times 10^3 = \frac{m \times 10}{5} \Rightarrow m = 4 \times 10^4 \text{ kg}$$

سؤال ۱: چند درصد این جرم در ۷kg اول این ستون فرضی قرار دارد؟

از ارتفاع ۲km تا ۹km جرم هوای موجود در این ستون فرضی را به دست می آوریم:

$$\Delta P = \frac{mg}{A} \Rightarrow 80 \times 10^3 - 30 \times 10^3 = \frac{m \times 10}{5} \Rightarrow m = 2/5 \times 10^4 \text{ kg}$$

$$\text{اول ۷km در ۷kg جرم هوا در } = \frac{2/5 \times 10^4}{4 \times 10^4} \times 100 = 62/5\%$$

سؤال ۲: چگالی متوسط هوا از سطح آزاد دریا تا ارتفاع ۱۵km چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

$$P_h = P_0 - \bar{\rho}gh \Rightarrow 10 \times 10^3 = 10^5 - \bar{\rho} \times 10 \times 15 \times 10^3 \Rightarrow \bar{\rho} = 0.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

مشاوره

طرح این تست دقیقاً از دل کتاب درسی بوده و مربوط به یکی از تمرین های فصل (۲) فیزیک دهم هست. توصیه می کنیم بعد از این که این سؤال مهم رو خوب بلد شدین حتماً به سر به اون تمرین بزنین و کامل حلش کنین. ضمناً دو تا سؤال مهم هم از حالت های دیگر این تست رو مطرح کردیم که به شدت واجب هستنند.

گروه آموزشی ماز

۷۰- مطابق شکل زیر، ورزشکاری سعی می کند توپ بیسبالی به جرم ۱۴۰g را با بیش ترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور ورزشکار نیرویی به بزرگی

$F = ۴۵\text{N}$ تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه جایی $d = ۱/۴\text{m}$ بر آن وارد می کند. با چشم پوشی از مقاومت هوا، تندی توپ هنگام جدا شدن از

دست ورزشکار چند متر بر ثانیه است؟



- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- $20\sqrt{2}$ (۳)
- ۴۰ (۴)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی سؤال را حل می کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd \cos \theta = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 45 \times 1/4 \times 1 = \frac{1}{2} \times 140 \times 10^{-3} (v_f^2 - 0) \Rightarrow v_f = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

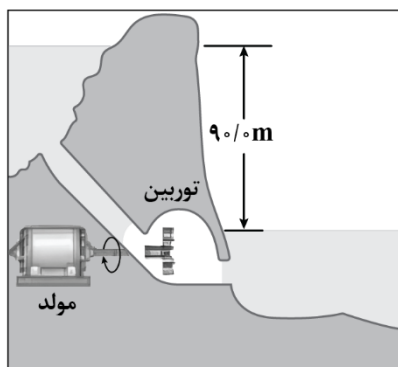
گروه آموزشی ماز

۷۱- آب ذخیره شده در پشت یک سد نیروگاه برق آبی، مطابق شکل زیر روی پره های توربین ریخته شده و آن را می چرخاند. با چرخش توربین، مولد

می چرخد و با توان ۲۷۰MW انرژی الکتریکی تولید می کند. اگر در هر دقیقه ۲۴۰۰m^3 آب روی توربین بریزد، چند درصد از کار نیروی گرانش به

انرژی الکتریکی تبدیل می شود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

- ۷۵ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۸۵ (۳)
- ۹۰ (۴)



توان ورودی برابر است با:

$$\text{توان ورودی} = \frac{mgh}{t} = \rho V \rightarrow \text{توان ورودی} = \frac{24000 \times 10^3 \times 10 \times 90}{60} = 360 \text{ MW}$$

$$\text{توان خروجی} = 270 \text{ MW}$$

حالا به کمک رابطه بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{270}{360} \times 100 = 75\%$$

پس ۷۵ درصد کار نیروی گرانشی تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۲- در دمای 10°C ، ۹۰ درصد حجم ظرفی با مایعی با چگالی ρ و ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{K} \times 10^{-3}$ پر شده است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف

$$\frac{1}{K} \times 10^{-4}$$

۴۸ (۴)

۶۸ (۳)

۵۸ (۲)

۸۸ (۱)

تغییرات حجم ظرف را به کمک رابطه $\Delta V = V_1 \alpha \Delta \theta$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{1\text{ظرف}} \times 3 \times 10^{-4} \times \Delta \theta$$

تغییرات حجم مایع را به کمک رابطه $\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{1\text{مایع}} \times 1/6 \times 10^{-3} \times \Delta \theta$$

۹۰ درصد حجم ظرف از مایع پر شده است؛ پس داریم:

$$V_{1\text{مایع}} = 0/9 V_{\text{ظرف}}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} = 0/9 V_{1\text{ظرف}} \times 1/6 \times 10^{-3} \times \Delta \theta$$

برای آن که مایع از ظرف سرریز شود باید تغییر حجم مایع بیش‌تر از فضای خالی ظرف ($0/1 V_{1\text{ظرف}}$) باشد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \geq 0/1 V_{1\text{ظرف}}$$

$$0/9 V_{1\text{ظرف}} \times 1/6 \times 10^{-3} \Delta \theta - V_{1\text{ظرف}} \times 3 \times 10^{-4} \Delta \theta \geq 0/1 V_{1\text{ظرف}}$$

$$0/9 \times 1/6 \times 10^{-3} \Delta \theta - 3 \times 10^{-4} \Delta \theta \geq 0/1 \Rightarrow 14/4 \times 10^{-4} \Delta \theta - 3 \times 10^{-4} \Delta \theta \geq 0/1$$

$$\Rightarrow 11/4 \times 10^{-4} \Delta \theta \geq 0/1 \Rightarrow \Delta \theta \geq \frac{0/1}{11/4 \times 10^{-4}} \xrightarrow{\text{به‌طور تقریبی}} \Delta \theta_{\text{min}} \approx 88^\circ\text{C}$$

راز طراح

در کتاب درسی، یک ارلن شیشه‌ای پر از گلیسرین مطرح شده و طراح اومده بخشی از ظرف رو خالی گذاشته تا یک ایده جدید از این سؤال به شما بده که اتفاقاً احتمال طرح این سؤال برای کنکور به شدت بالا هست و حتماً کامل بلد بشین!

گروه آموزشی ماز

۷۳- ۱۰۰ گرم آب با دمای 40°C درون ظرفی قرار دارد. اگر توسط یک گرمکن ۸۴ واتنی به آب گرما دهیم، حداقل چند دقیقه طول می‌کشد تا تمام آب به

$$\text{بخار تبدیل می‌شود؟ (} c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز است.)}$$

۱۰۰ (۴)

۶۰ (۳)

۵۰ (۲)

۳۰ (۱)

ابتدا آب 40°C را به آب 100°C و سپس آب 100°C را به بخار 100°C تبدیل می‌کنیم و این گرما را برابر گرمای داده شده توسط گرمکن (P.t) قرار می‌دهیم:

$$P.t = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_V$$

$$\Rightarrow 84t = 0/1 \times 4200 \times (100 - 40) + 0/1 \times 2268 \times 10^2 \Rightarrow t = 300 \text{ s} = 50 \text{ min}$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- حجم مقدار معینی از یک گاز کامل در دمای 27°C برابر 6L است. در فشار ثابت دمای این گاز را چند کلوین افزایش دهیم تا حجم این گاز $1/2\text{L}$ افزایش یابد؟

۳۳۳ (۴)

۲۷۸/۴ (۳)

۶۰ (۲)

۵/۴ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این که در این فرایند فشار گاز ثابت است، می توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1/2}{6} = \frac{\Delta T}{300} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{\Delta T}{300} \Rightarrow \Delta T = 6 \cdot \text{K}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- در شکل زیر، مقداری گاز کامل چرخه نشان داده شده را طی می کند و فرایند CA هم دما است. این گاز در مسیر ABC چند ژول گرما دریافت کرده

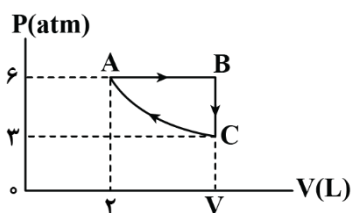
است؟

۱۶۰۰ (۱)

۹۰۰ (۲)

۱۲۰۰ (۳)

۲۴۰۰ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ΔU در چرخه و در فرایند هم دما صفر است، پس داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$$

$$Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} = 0 \quad (*)$$

گام دوم:

چون فرایند BC هم حجم است، $W_{BC} = 0$ شده و رابطه (*) به صورت زیر می شود:

$$Q_{AB} + Q_{BC} = -W_{AB}$$

گام آخر:

چون فرایند CA هم دما است؛ داریم:

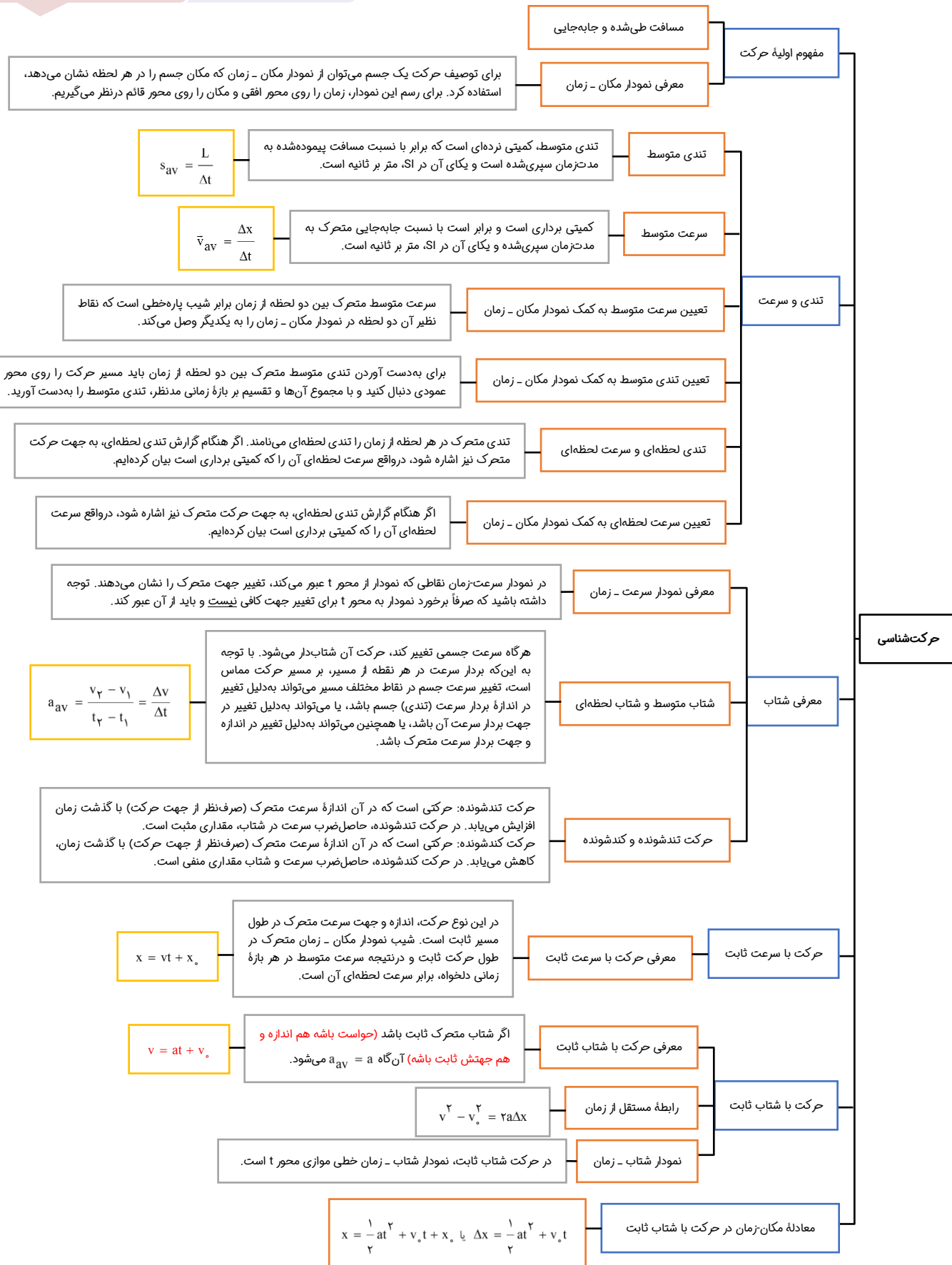
$$P_A V_A = P_C V_C$$

$$6 \times 2 = 3 \times V_C \Rightarrow V_C = 4 \text{ Lit}$$

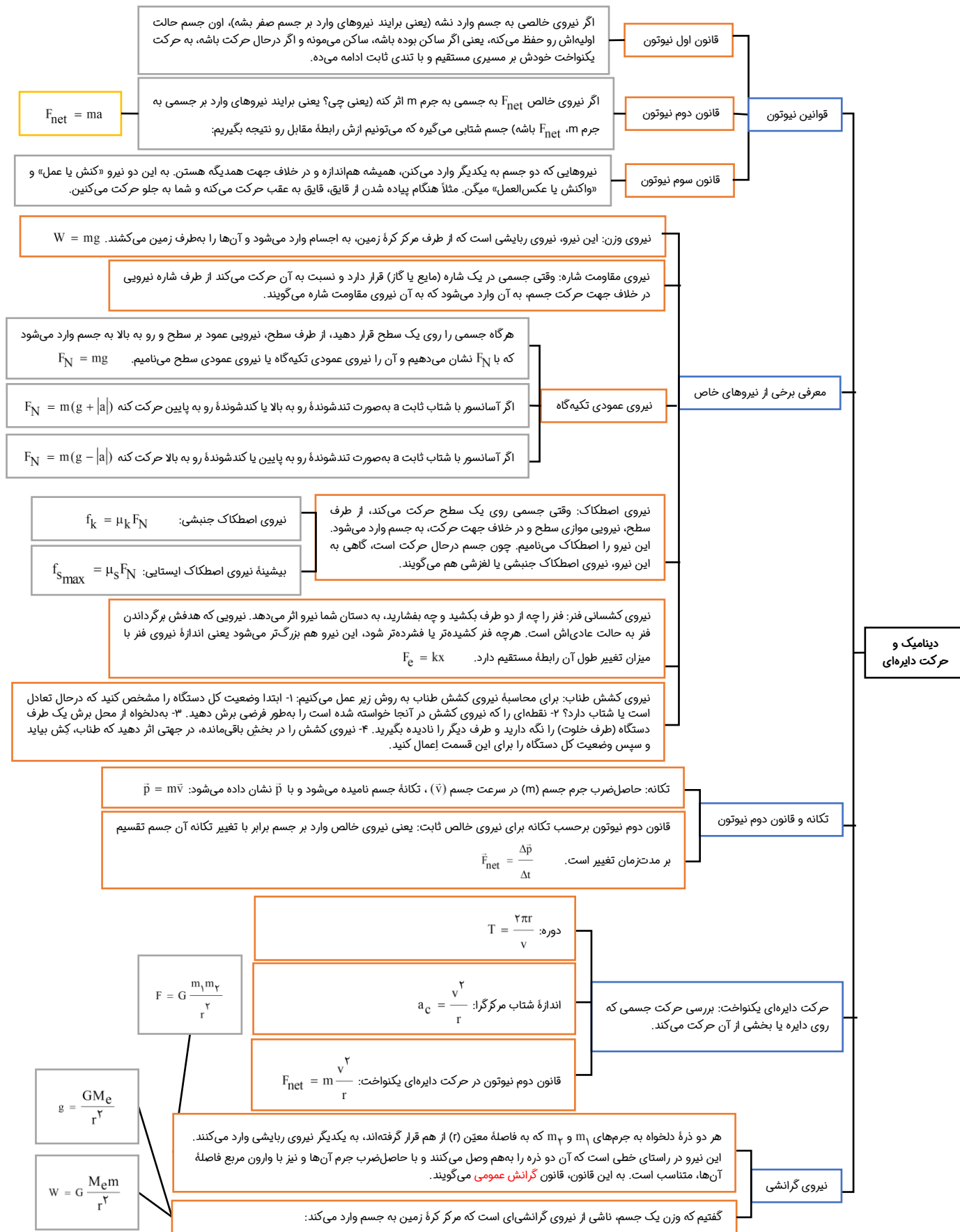
حالا به کمک سطح زیر نمودار در فرایند AB داریم:

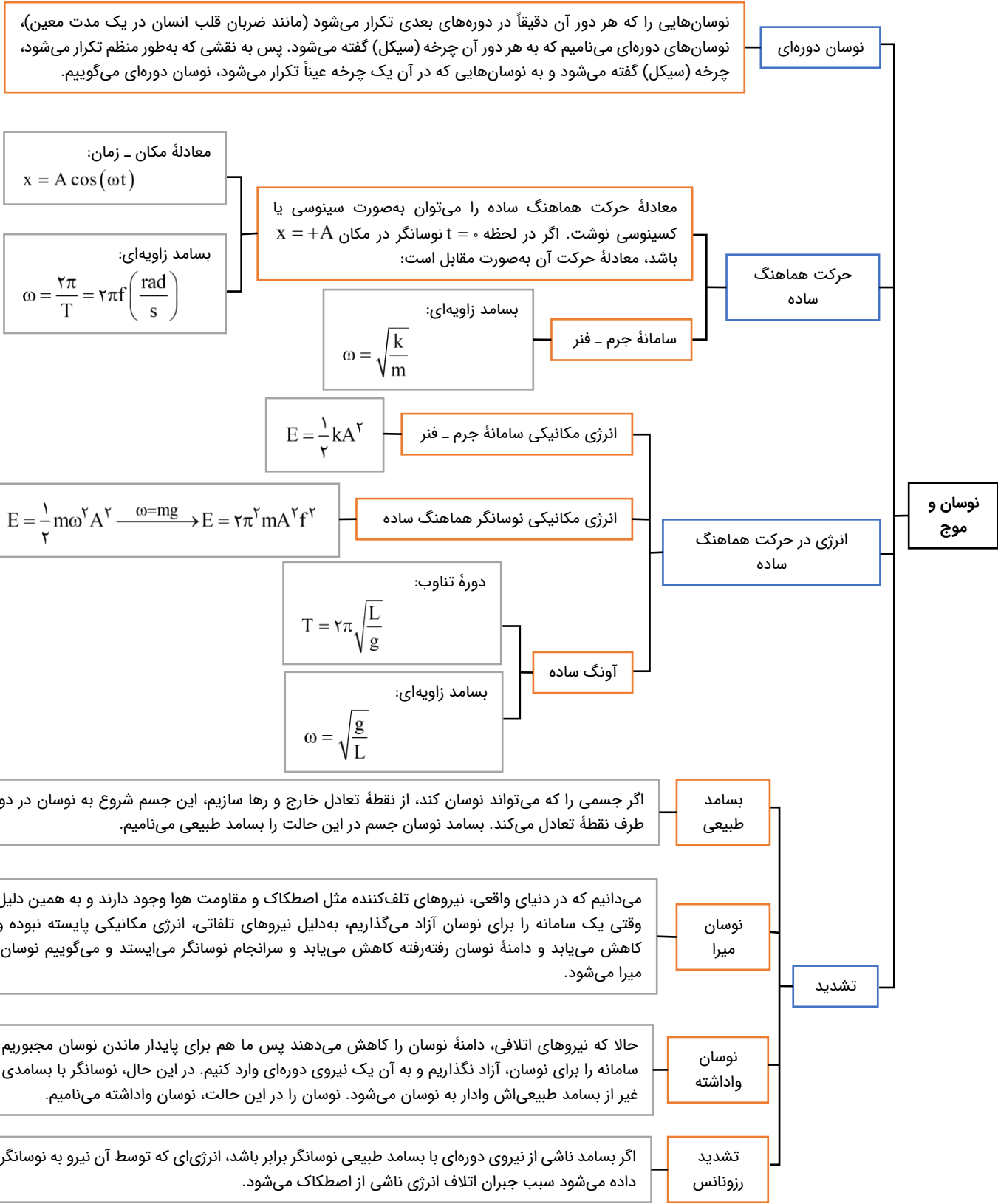
$$W_{AB} = -2 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^5 = -1200 \text{ J} \Rightarrow Q_{ABC} = 1200 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

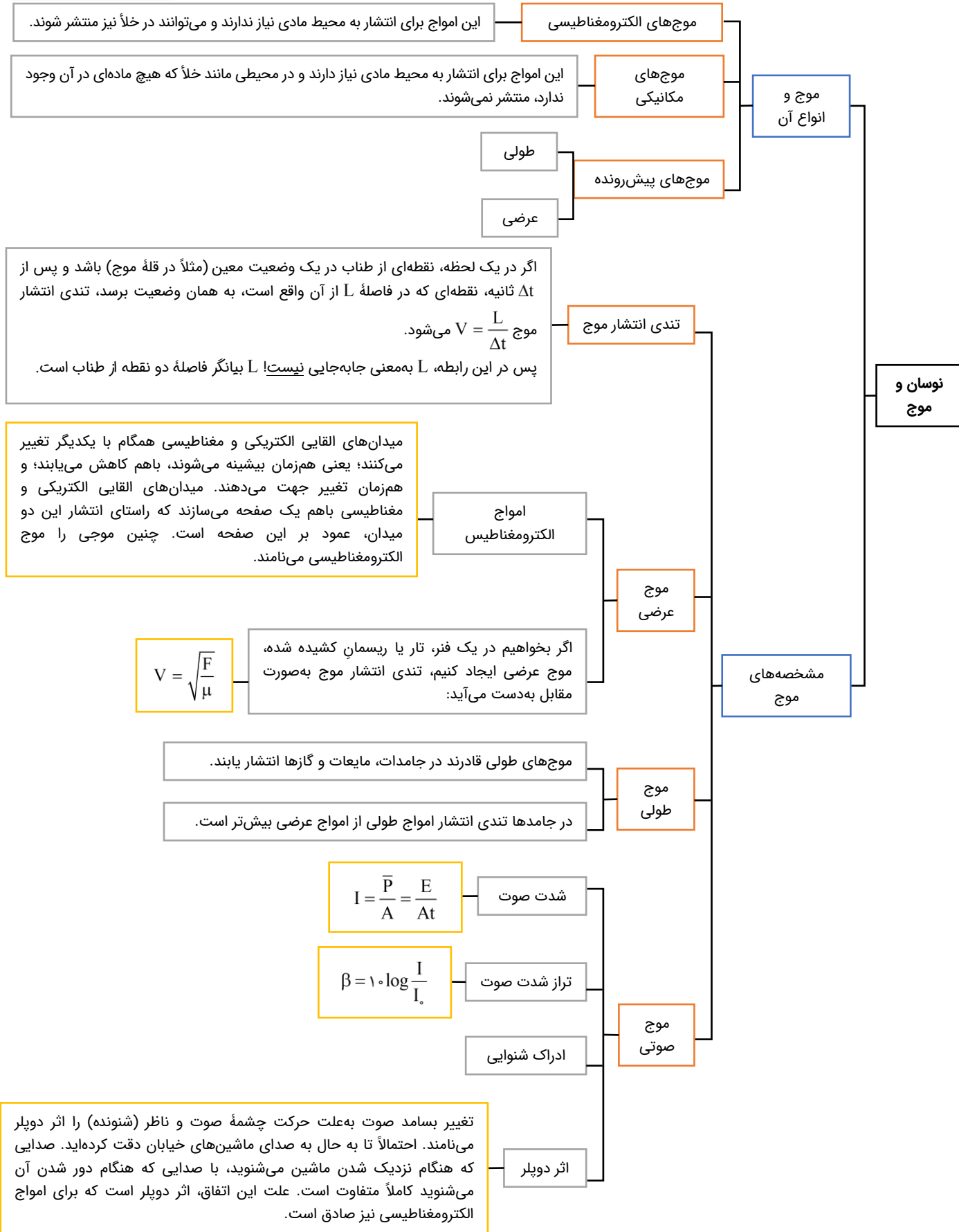


فصل ۲ فیزیک دوازدهم





فصل ۳ فیزیک دوازدهم



برهم کنش‌های موج

بازتاب موج

بازتاب امواج مکانیکی را در سه حالت:
 ۱- بازتاب در یک بعد مانند بازتاب تپ از انتهای بسته طناب
 ۲- بازتاب در دو بعد، مانند بازتاب امواج در تشت موج (سطح آب)
 ۳- بازتاب در سه بعد، مانند بازتاب امواج صوتی، بررسی کرد.

قانون شکست عمومی

اگر تندی انتشار موج فرودی را V_1 و تندی انتشار موج شکست را V_2 بنامیم، طبق قانون شکست عمیق خواهیم داشت:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

ضریب شکست

اگر تندی نور در خلأ C و در یک محیط شفاف V باشد، ضریب شکست این محیط به صورت $n = \frac{C}{V}$ تعریف می‌شود. ضریب شکست، یک عدد بدون واحد است و همواره بزرگتر یا مساوی یک است. کمترین ضریب شکست مربوط به خلأ و هوا است که ضریب شکست آن‌ها یک است.

شکست موج

قانون شکست اسنل

پرتوی نوری را در نظر بگیرید که از محیط (۱) با ضریب شکست n_1 وارد محیط (۲) با ضریب شکست n_2 می‌شود.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{C}{n_2}}{\frac{C}{n_1}} \rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

این رابطه، همان قانون شکست اسنل است.

سراب

در روزهای گرم ممکن است برکه‌آبی را در دوردست ببینید که بر سطح زمین قرار دارد، اما وقتی به آن محل می‌رسید، آنجا را خشک می‌یابید. به این پدیده سراب گفته می‌شود. سراب نه تنها دیده می‌شود بلکه می‌توان از آن عکس هم گرفت.

پاشندگی نور

منشور محیطی شفاف است که تمایل دارد پرتوهای تابانده شده را به سمت قاعده منحرف کند. (البته اگر ضریب شکست منشور بزرگتر از محیط اطراف باشد). تجزیه نور خورشید (نور سفید) توسط منشور را پاشندگی نور می‌گوییم و علت آن متفاوت بودن ضریب شکست منشور برای رنگ‌های مختلف است و برای نورهای با بسامد بزرگتر (طول موج کوچکتر) بیش‌تر است.

برهم کنش‌های موج

پراش موج

هرگاه یک موج به مانع یا شکافی برخورد کند که ابعاد مانع یا شکاف در محدوده طول موج باشد، پدیده پراش رخ می‌دهد و به عبارتی موج در لبه‌های مانع و شکاف خم شده و گسترش می‌یابد.

تداخل سازنده: اگر تپ‌ها هنگام هم‌پوشانی، جابه‌جایی بزرگ‌تری ایجاد کنند، تداخل سازنده است.

تداخل ویرانگر: اگر در هنگام تداخل، دو تپ اثر همدیگر را خنثی کنند و در محل هم‌پوشانی جابه‌جایی کوچک‌تری ایجاد کنند، تداخل ویرانگر است.

تداخل امواج: به هم‌پوشانی و ترکیب دو یا چند موج که در یک لحظه از یک نقطه عبور می‌کنند، تداخل می‌گوییم. تداخل می‌تواند سازنده یا ویرانگر باشد.

تداخل موج

تداخل امواج صوتی

تداخل امواج نوری

آزمایش ینگ

پهنای هر نوار در آزمایش ینگ با طول موج نور استفاده در آزمایش رابطه مستقیم دارد:

$$w \propto \lambda \rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

هرگاه جبهه موج حاصل از دو چشمه نور نقطه‌ای هم‌بسامد و هم‌فاز بر روی پرده‌ای که به فاصله مشخصی از چشمه‌ها قرار دارند، تداخل کنند، بر روی پرده‌ها نوارهای روشن و تاریکی تشکیل می‌شود که به آن نقش تداخلی می‌گویند.

پهنای نوارهای روشن و تاریک با یکدیگر برابر است:

$$w_{\text{تاریک}} = w_{\text{روشن}}$$

موج ایستاده

هرگاه یک تار دو انتها بسته را به ارتعاش درآوریم در صورتی در تار امواج ایستاده تشکیل می‌شود که بسامد نوسان‌ساز برابر با بسامد یکی از هماهنگ‌های $n\lambda$ تار باشد؛ در این حالت طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج نوسان‌ساز است:

$$f_n = \frac{nV}{2L}$$

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

آشنایی با فیزیک اتمی

اثر فوتوالکتریک و فوتون

$$E = hf \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} E = \frac{hc}{\lambda}$$

انبشترین فرض کرد که نور با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. هر بسته انرژی، فوتون نام دارد که دارای انرژی‌ای است که از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nhc}{\lambda t}$$

توان تابشی یک نور تکفام با بسامد f

$$\left(\frac{W}{m^2}\right) \text{ شدت تابشی: } I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At} \Rightarrow I = \frac{nhf}{At} = \frac{nhc}{\lambda At}$$

شدت تابشی یک نور تکفام

اگر نور سفید از داخل گاز عنصری عبور کند و سپس طیف آن تشکیل شود، در طیف آن خط‌های تاریکی ظاهر می‌شوند. این خط‌ها (طول موج‌ها) توسط اتم‌های گاز عنصر مورد نظر جذب شده‌اند؛ بنابراین طیف حاصل، جذبی خطی است.

طیف خطی

$$\lambda = (364 / 56 \text{ nm}) \frac{n^2}{n^2 - 2^2}$$

معادله بالمر

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), n > n'$$

معادله ریذبرگ

تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی یک کشمشی هم می‌گویند.

در مدل تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود. یکی از ناکامی‌های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی‌توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقه طلای رادرفورد را توجیه کند.

مدل اتمی تامسون

اتم دارای یک هسته بسیار چگال و کوچک ($m \approx 10^{-15}$ شعاع) با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی رادرفورد را مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.

نارسایی مدل اتمی رادرفورد:
 ۱- عدم توجیه پایداری حرکت الکترون
 ۲- عدم توجیه طیف گسسته اتم

مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته معینی مجاز هستند. طبق مدل بور شعاع مدارها در اتم هیدروژن به کم رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$r = a_0 n^2$$

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن

$$E_U - E_L = hf$$

معادله گسیل فوتون از اتم

بور

موفقیت‌های مدل بور:
 ۱- توضیح چگونگی حرکت الکترون‌ها در اتم.
 ۲- توضیح پایداری اتم و توضیح چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی گاز هیدروژن.
 ۳- محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن که توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

نارسایی‌های مدل بور:
 ۱- مدل بور برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون کاربرد ندارد.
 ۲- مدل بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

آشنایی با فیزیک اتمی

مدل‌های اتمی

رادرفورد

مدل اتمی تامسون

لیزر یکی از مهم‌ترین اختراعات قرن بیستم است که کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد. از جمله مهم‌ترین این کاربردها عبارتند از:

- ۱- استفاده در چاپگرها (پرینتر لیزری) در کپی اطلاعات روی DVD و CD و خواندن اطلاعات
- ۲- شبکه‌های کابل نوری
- ۳- اندازه‌گیری دقیق طول
- ۴- در جوشکاری و برشکاری فلزات
- ۵- در پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندانپزشکی

آشنایی با فیزیک اتمی

لیزر

گسیل خودبه‌خودی

همان‌طور که می‌دانید هنگامی که الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، فوتون گسیل می‌کند. به‌طور کلی انتقال الکترون به دو صورت می‌تواند باعث گسیل فوتون شود:

گسیل القایی

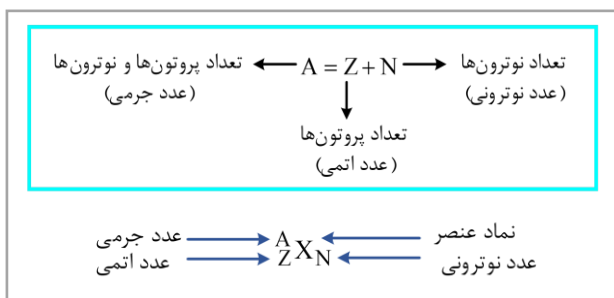
در گسیل القایی سه ویژگی اصلی وجود دارد:

- ۱- یک فوتون جذب و دو فوتون خارج می‌شود.
- ۲- فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.
- ۳- فوتون گسیل‌شده و فوتون ورودی؛ هم‌بسامد، هم‌سو و هم‌گام است.

تعداد فوتون‌های گسیل‌شده از لیزر

$$\left. \begin{aligned} E &= P \cdot t \\ E &= nhf \end{aligned} \right\} \Rightarrow Pt = nhf \Rightarrow n = \frac{Pt}{hf}$$

در مرکز اتم قسمتی کوچک و بسیار چگال به نام هسته اتم وجود دارد. هسته اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند. بار الکتریکی پروتون مثبت بوده و اندازه آن برابر بار الکتریکی الکترون است؛ اما جرم پروتون تقریباً ۱۸۳۷ برابر جرم الکترون می‌باشد. نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است. نوترون توسط چادویک کشف شد.



شیوه نمایش هسته اتم

ساختار هسته

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

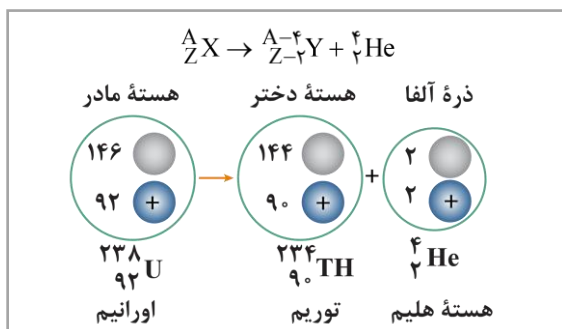
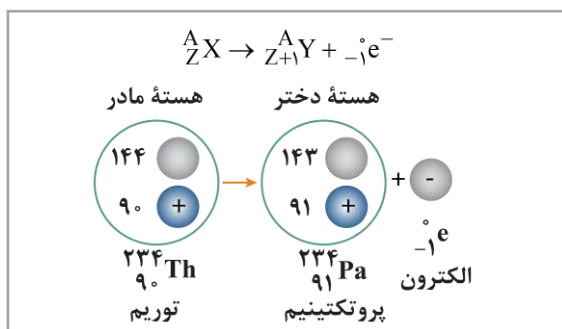
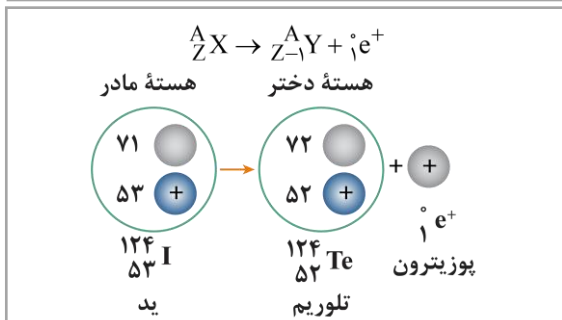
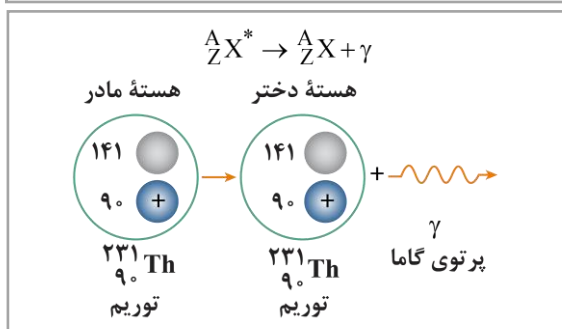
به گونه‌های مختلفی از یک اتم که دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند، ایزوتوپ می‌گویند.

ایزوتوپ‌ها

به طور کلی داخل هسته سه نیروی گرانشی، الکتروستاتیکی و هسته‌ای وجود دارد. نیروی دافعه الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها ایجاد می‌شود، نیروی جاذبه گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها (به طور کلی بین نوکلئون‌ها) برقرار می‌شود که بسیار ناچیز است و نیروی جاذبه هسته‌ای نیز مانند نیروی گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها ایجاد می‌شود که بسیار قوی است.

پایداری هسته

برای پایداری هسته، باید نیروی دافعه الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبه بین نوکلئون‌ها که ناشی از نیروی هسته‌ای است، موازنه شده باشد.


 واپاشی α

 واپاشی β^{-}

 واپاشی β^{+}

 واپاشی γ

 پرتوزایی
طبیعی و
نیمه عمر

 آشنایی با
فیزیک هسته‌ای

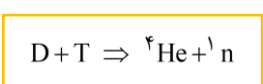
نیمه عمر

شکافت هسته‌ای

گداخت (همجوشی) هسته‌ای

همان‌طور که گفتیم هسته‌های ناپایدار با گذشت زمان دچار واپاشی می‌شوند و به ذرات، انرژی و هسته‌های سبک‌تر تبدیل می‌شوند. به مدت زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند، نیمه‌عمر می‌گویند و آن را با $T_{\frac{1}{2}}$ نشان می‌دهند.

برای به دست آوردن تعداد هسته‌های باقی‌مانده در یک واپاشی، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \quad m = \frac{m_0}{2^n} \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$


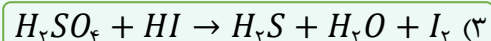
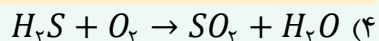
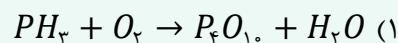
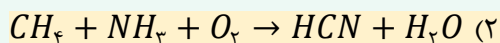
در فرایند گداخت هسته‌ای، دو هسته سبک با یکدیگر ترکیب می‌شوند و هسته سنگین‌تری به وجود می‌آورند. برای مثال، واکنش گداخت مقابل را در نظر بگیرید:

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

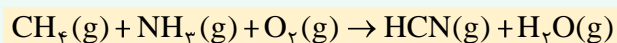
۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده

کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

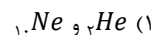
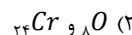
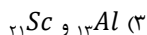
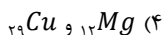


دانش آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و امتحانات نهایی رو با موفقیت پشت سر گذاشته باشید! حواستون باشه که کنکور تیر ماه، برای شما مثل یک فرصت دوباره می‌مونه و اگر در طول بازه باقیمانده عملکرد خوبی در زمینه یادآوری مطالب داشته باشید، می‌تونید خیلی از رقباتون جلو بیفتید! قطعاً به‌خاطر بحث امتحانات نهایی، اغلب بچه‌ها در زمینه تست‌زنی تا حدی افت میکنند و این کاملاً طبیعی هست، پس اگر کسی خیلی خوب درس بخونه و بتونه آمادگی خودش رو تا حد زیادی به حالت اول برگردونه، قطعاً می‌تونه یک نتیجه خوب بگیره! بهتون توصیه می‌کنم اول دروس دهم و یازدهم رو با استفاده از مطالعه متن کتاب درسی مرور کنید و بعد از اون، به سراغ مرور شیمی دوازدهم و حل آزمون‌های جامع شبیه‌ساز کنکور برید. با این روند، قطعاً می‌تونید آمادگی خوبی برای کنکور تیرماه به‌دست بیارید.

دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- در پرنرزی‌ترین زیرلایه الکترونی در اتم کدام دو عنصر، تعداد الکترون برابری قرار گرفته است؟



(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

برای مقایسه انرژی زیرلایه‌ها از مقدار $n + l$ استفاده می‌کنیم. زیرلایه‌ای که $n + l$ بزرگ‌تری داشته باشد، انرژی بیشتری نیز دارد. توجه داریم که اگر دو زیرلایه $n + l$ برابری داشته باشند، زیرلایه‌ای که عدد کوانتومی اصلی (n) بزرگ‌تری داشته باشد، انرژی بیشتری نیز دارد. آرایش الکترونی عناصر مطرح شده در سؤال به‌صورت زیر است:

${}_{2}He: 1s^2$	۱s : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{8}O: 1s^2 2s^2 2p^4$	2p : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{10}Ne: 1s^2 2s^2 2p^6$	2p : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{12}Mg: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$	3s : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{13}Al: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$	3p : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{21}Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$	3d : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$	3d : پرنرزی‌ترین زیرلایه
${}_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$	3d : پرنرزی‌ترین زیرلایه

پرنرزی‌ترین زیرلایه عنصر اسکاندیم همانند پرنرزی‌ترین زیرلایه آلومینیم، تنها یک الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) هلیوم در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارد، درحالی‌که نئون در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۶ الکترون دارد.
- ۲) اکسیژن در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۴ الکترون دارد، درحالی‌که کروم در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۵ الکترون دارد.
- ۴) منیزیم در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارد، درحالی‌که مس در پرنرزی‌ترین زیرلایه خود ۱۰ الکترون دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام مورد زیر، به یقین درست است؟

- ۱) آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.
- ۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت‌تایی واکنش‌پذیری ناچیزی دارند.
- ۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.
- ۴) در آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده مشاهده نمی‌شود.

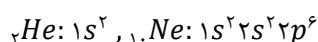
(سخت - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

در لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۸ (که شامل گازهای نجیب است) و همچنین گروه ۸ جدول تناوبی (که شامل فلزهای واسطه است)، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد. گازهای نجیب در دوره‌های اول تا هفتم جدول حضور داشته و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارند. عناصر واسطه نیز در دوره‌های چهارم تا هفتم جدول قرار گرفته و نسبت به گازهای نجیب واکنش‌پذیری بسیار بیشتری دارند. توجه داریم که همه عناصر واسطه، در دسته فلزها قرار می‌گیرند. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت در دوره‌های اول تا سوم جدول تناوبی، هر عنصری که در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارد، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در اغلب گروه‌های جدول تناوبی، آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر مشابه است. تنها استثنا مهم هلیوم است. این عنصر برخلاف سایر عناصر موجود در گروه هجدهم (گازهای نجیب) که در بیرونی‌ترین لایه خود هشت الکترون دارند، در لایه ظرفیت خود تنها دارای دو الکترون است. برای مثال آرایش الکترونی هلیوم و گاز نجیب دوره دوم یعنی نئون به‌صورت زیر است:



۳ در هر دوره با افزایش عدد اتمی و ثابت بودن تعداد لایه‌های الکترونی، شعاع کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی و نافلزی به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند. این روند تا گروه هفدهم یعنی هالوژن‌ها ادامه دارد و نافلزترین عنصر هر دوره مربوط به گروه هالوژن‌ها است. آخرین عنصر هر دوره گاز نجیب بوده و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.

۴ در آرایش الکترون - نقطه‌ای اغلب عناصری که در لایه ظرفیت خود کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت شده‌ای مشاهده نمی‌شود. تنها استثنا مهم این قاعده، عنصر هلیوم است. این عنصر در لایه ظرفیت خود دارای ۲ الکترون بوده که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، به صورت جفت شده حضور دارد. آرایش الکترون - نقطه‌ای این عنصر به صورت زیر است:

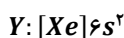
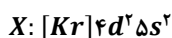
He :

جدول زیر، آرایش الکترون-نقطه‌ای برخی از عناصر را نشان می‌دهد:

شماره گروه عنصر	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایه ظرفیت	ns ^۱	ns ^۲	ns ^۲ np ^۱	ns ^۲ np ^۲	ns ^۲ np ^۳	ns ^۲ np ^۴	ns ^۲ np ^۵	ns ^۲ np ^۶
تعداد الکترون ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
نماد الکترون - نقطه	Li·	Be·	B·	C·	N·	O·	F·	Ne·

گروه آموزشی ماز

۷۸- با توجه به آرایش الکترونی عناصر داده شده، کدام مورد درست است؟



(۱) عناصر X و Y می‌توانند در واکنش با یکدیگر ترکیبی تولید کنند که در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای برق است.

(۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی هر دو عنصر برابر بوده و هر دو برای رسیدن به حالت پایدار الکترون از دست می‌دهند.

(۳) شمار الکترون‌ها با l = ۱ در اتم X، بیشتر از شمار الکترون‌ها با l = ۲ در اتم Y است.

(۴) واکنش‌پذیری عنصر Y برخلاف عنصر X به طور قطع از کلسیم بیشتر است.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

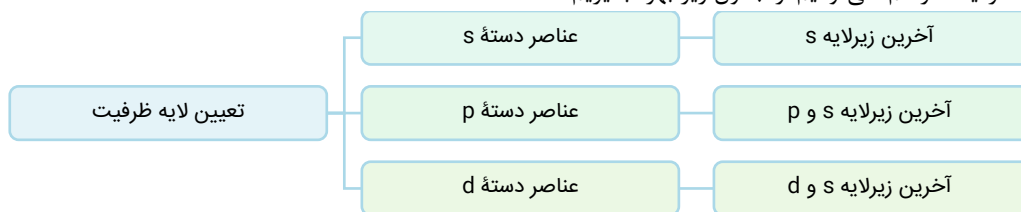
پاسخ: گزینه ۴

برای حل این سؤال نیازی نیست بدانیم که عناصر X و Y دقیقاً معادل کدام عناصر در جدول تناوبی هستند. عنصر X، دومین عنصر دسته d در دوره پنجم و عنصر Y، فلز قلیایی خاکی دوره ششم جدول تناوبی است. به طور کلی، واکنش‌پذیری فلزهای واسطه (عناصر مربوط به دسته‌های d و f جدول دوره‌ای) از فلزهای اصلی (فلزهای مربوط به دسته‌های s و p جدول دوره‌ای) کمتر است؛ بنابراین می‌توان گفت که عنصر X نسبت به کلسیم (فلز قلیایی خاکی دوره چهارم) واکنش‌پذیری کم‌تری دارد. از طرفی در یک گروه با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی و خاصیت فلزی افزایش پیدا می‌کند، پس می‌توان گفت عنصر Y نسبت به کلسیم واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

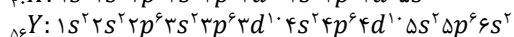
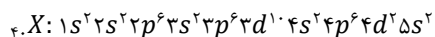
۱ ترکیب‌های یونی در حالت جامد نارسانا هستند ولی در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای جریان برق هستند. این ترکیب‌ها از کنار هم قرار گرفتن آنیون‌ها و کاتیون‌ها تشکیل می‌شوند، در حالی که عناصر X و Y هر دو فلز بوده و تنها توانایی از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون را دارند؛ بنابراین واکنشی بین آن‌ها اتفاق نخواهد افتاد.

۲ برای تعیین لایه ظرفیت هر اتم، می‌توانیم از جدول زیر بهره بگیریم:



با توجه به جدول ارائه شده، عناصر X و Y در لایه ظرفیت خود به ترتیب ۴ و ۲ الکترون دارند. همچنین توجه داریم که هر دو عنصر فلز بوده و برای رسیدن به آرایش پایدار، در واکنش‌های شیمیایی الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

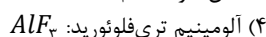
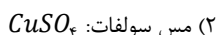
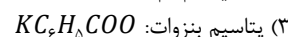
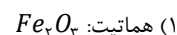
۳ آرایش الکترونی غیر فشرده این عناصر به صورت زیر است:



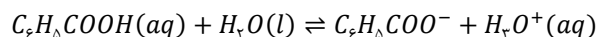
همان‌طور که مشخص است در اتم X، مجموعاً ۱۸ الکترون در زیرلایه‌های (p)l = ۱ قرار گرفته‌اند. همچنین در اتم Y، مجموعاً ۲۰ الکترون در زیرلایه‌های الکترونی با (d)l = ۲ قرار دارند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- نام کدام ترکیب درست نوشته شده است؟



بنزوئیک اسید، ساده‌ترین اسید آلی آروماتیک با فرمول مولکولی C_6H_5COOH است. از یونش این اسید در آب، یون‌های هیدرونیوم و بنزوات تولید می‌شوند. معادله یونش این اسید در آب به صورت زیر است:



از ترکیب یون بنزوات با یون پتاسیم، ترکیب یونی پتاسیم بنزوات با فرمول شیمیایی KC_6H_5COO تولید می‌شود. در واحد فرمولی این ترکیب یونی، یک آنیون و یک کاتیون در کنار هم قرار گرفته‌اند.

با توجه به مطرح شدن موارد مشابه در کنکور سراسری، بهتر است یون‌های پرکاربرد زیر را به خاطر بسپارید:

نام یون	فرمول شیمیایی یون	نام یون	فرمول شیمیایی یون
فورمات	CHO_2^-	هیدروژن کربنات	HCO_3^-
استات	$C_2H_3O_2^-$	هیدروژن سولفات	HSO_4^-
بنزوات	$C_6H_5COO^-$	سولفیت	SO_3^{2-}
پرمنگنات	MnO_4^-	دی‌کرومات	$Cr_2O_7^{2-}$
سیانید	CN^-	نیتريت	NO_2^-

بررسی سایر گزینه‌ها:

- نام درست این ترکیب، به صورت آهن(III) اکسید است. در ساختار این ترکیب، کاتیون Fe^{3+} وجود دارد. توجه داریم که آهن در طبیعت به شکل هماتیت (ترکیب Fe_2O_3 به همراه ناخالصی) یافت می‌شود.
- مس از جمله فلزهای چند ظرفیتی است. عدد اکسایش این عنصر در ترکیبات مختلف می‌تواند +۱ یا +۲ باشد؛ بنابراین برای نام‌گذاری ترکیب‌های آن، باید عدد اکسایش فلز در آن ترکیب را نیز ذکر کنیم. برای مثال نام‌گذاری صحیح این ترکیب یونی، به صورت مس(II) سولفات است.
- فلزها در واکنش‌های شیمیایی الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند. با کنار هم قرار گرفتن کاتیون‌ها و آنیون‌ها، ترکیبات یونی شکل می‌گیرند. توجه داریم هر ترکیب دارای فلز طبق کتاب درسی و کنکور، نوعی ترکیب یونی بوده و باید با قواعد ترکیبات یونی آن‌ها را نام‌گذاری کنیم. برای مثال نام ترکیب مطرح شده در صورت سؤال، آلومینیم فلئورید است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- از واکنش کامل ۳ لیتر محلول حاوی یکی از کلریدهای آهن ($d = 1 \text{ g.ml}^{-1}$) با ۱۸۰ گرم از سدیم هیدروکسید، ۱۶۰/۵ گرم رسوب تولید شده است.

محلول اولیه چه رنگی بوده و درصد جرمی آهن در محلول اولیه به تقریب کدام است؟

(از تغییر حجم صرف نظر کنید. $g.mol^{-1}$: $H = 1, O = 16, Na = 23, Cl = 35.5, Fe = 56$)

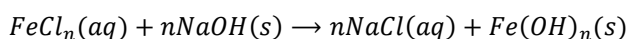
(۴) سبز - ۲/۸

(۳) زرد - ۱/۴

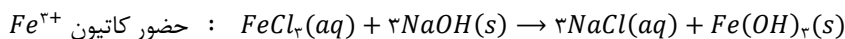
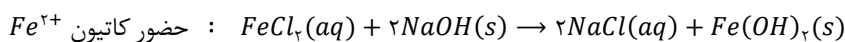
(۲) سبز - ۱/۴

(۱) زرد - ۲/۸

فلز آهن با تبدیل شدن به یون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} در ترکیب‌های مختلف شرکت می‌کند. با توجه به چند ظرفیتی بودن این فلز، واکنش انجام شده را به صورت زیر نوشته و آن را موازنه می‌کنیم:



در واقع، واکنش مورد نظر به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:



حال با استفاده از استوکیومتری، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$180 \text{ g NaOH} = 160/5 \text{ g Fe(OH)}_n \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_n}{(56 + 17n) \text{ g Fe(OH)}_n} \times \frac{n \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol Fe(OH)}_n} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \Rightarrow n = 3$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار n برابر ۳ بوده و محلول اولیه حاوی آهن(III) کلرید بوده است. محلول حاوی آهن(III) کلرید، زردرنگ و محلول حاوی آهن(II) کلرید، سبز رنگ است. حال جرم آهن موجود در رسوب تولید شده را به دست می‌آوریم.

$$? \text{ g Fe} = 160/5 \text{ g Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{107 \text{ g Fe(OH)}_3} \times \frac{1 \text{ mol Fe}^{3+}}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}^{3+}}{1 \text{ mol Fe}^{3+}} = 84 \text{ g}$$

مقدار آهن در طی واکنش تغییر نکرده است؛ بنابراین در محلول اولیه نیز ۸۴ گرم یون آهن(III) در محلول حضور داشته است. در پایان درصد جرمی یون آهن(III) را در محلول اولیه که حجم آن برابر ۳ لیتر و جرم آن برابر با ۳۰۰۰ گرم است، حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{84}{3000} \times 100 = 2/8 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۸۱- نمونه‌ای از هوای خشک را ابتدا از دمای اتاق تا دمای $163K$ سرد می‌کنیم. سپس دمای مخلوط حاصل را در مرحله بعد به $80K$ می‌رسانیم. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) ماده‌ای که در مرحله اول به‌صورت جامد از مخلوط جدا می‌شود، حاوی مولکول‌هایی با قطبیت بالا است.
- ۲) یکی از گازهایی که در مرحله دوم برخلاف مرحله اول از مخلوط خارج می‌شود، در جوشکاری کاربرد دارد.
- ۳) فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره، پس از انجام مرحله دوم به‌صورت مایع از نمونه جدا خواهد شد.
- ۴) این فرایند، مناسب‌ترین روش برای استخراج سبک‌ترین گاز نجیب از هواکره است.

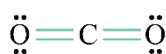
پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

گاز آرگون (به معنای تنبل) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره بوده و به‌عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و همچنین در ساخت لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد. دمای جوش این ماده برابر با $186^{\circ}C$ یا $87K$ است. دمای $80K$ پایین‌تر از نقطه جوش آرگون بوده، پس می‌توان گفت یک نمونه از آرگون در این دما به حالت مایع از مخلوط هوا خارج می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

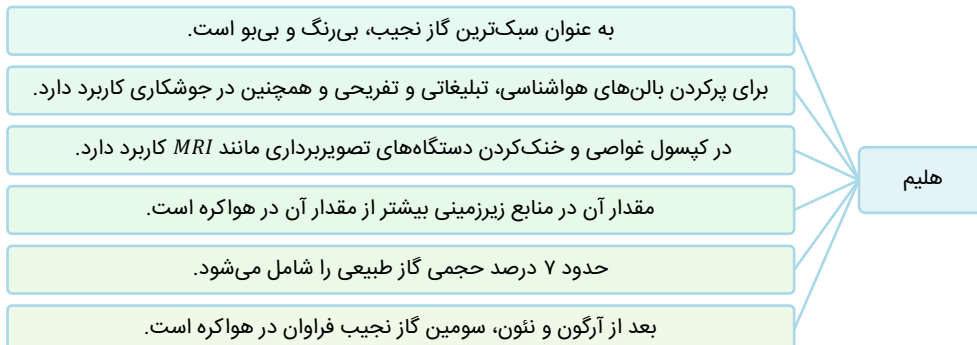
۱ کربن دی‌اکسید یکی از گازهای موجود در هواکره بوده که در دمای $78^{\circ}C$ یا $195K$ به‌صورت جامد از مخلوط هوا خارج می‌شود. فرمول ساختاری این ماده به‌صورت زیر است:



اتم مرکزی در این گونه، فاقد الکترون ناپیوندی بوده و با اتم‌های یکسانی پیوند اشتراکی برقرار کرده است؛ بنابراین می‌توان گفت این ماده ناقصی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نخواهد کرد.

۳ فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره نیتروژن است. دمای جوش این ماده برابر با $196^{\circ}C$ یا $77K$ است. دمای $80K$ بالاتر از نقطه جوش نیتروژن بوده، پس می‌توان گفت یک نمونه از نیتروژن در این دما به حالت گاز یافت می‌شود.

۴ هلیوم سبک‌ترین گاز نجیب بوده و در کره زمین به مقدار بسیار کمی یافت می‌شود؛ به‌طوری‌که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری در لایه‌های زیرین پوسته زمین وجود دارد. از این رو منابع زمینی آن از سرشارتر از هواکره و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند. هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود. این گاز پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود. یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد. البته مقدار هلیوم در میدان‌های گازی گوناگون متفاوت است. در رابطه با این عنصر، داریم:



گروه آموزشی ماز

۸۲- مقدار 300 گرم آب مقطر را به 200 گرم نمونه 50 درصد جرمی نمک خوراکی اضافه می‌کنیم. در مرحله بعد، مخلوط حاصل را با 2 کیلوگرم محلول 10 درصد جرمی این نمک مخلوط می‌کنیم. درصد جرمی $NaCl$ در مخلوط پایانی کدام است؟

۳۰ (۴)

۱۶ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه درصد جرمی مخلوط‌های مختلف از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

همان‌طور که مشخص است، درصد جرمی با جرم حل‌شونده رابطه مستقیم و با جرم محلول رابطه عکس دارد. مقدار 200 گرم محلول 50 درصد جرمی، حاوی 100 گرم آب و 100 گرم حل‌شونده است. با اضافه کردن 300 گرم آب مقطر به محلول، جرم حل‌شونده ثابت باقی مانده و جرم محلول به 500 گرم خواهد رسید. حال مقدار نمک حل‌شده در نمونه 2 کیلوگرمی را محاسبه می‌کنیم:

$$200 \text{ گرم} = \text{جرم حل‌شونده} \Rightarrow 200 \times 100 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{2000} \times 100 \Rightarrow 10 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}$$

در پایان درصد جرمی محلول پایانی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{100 + 200}{500 + 2000} \times 100 = 12 \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات بالا، درصد جرمی نمک در محلول نهایی برابر با ۱۲٪ شده است.

گروه آموزشی ماز

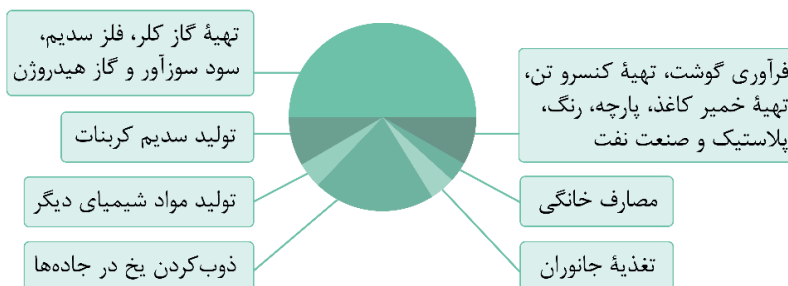
۸۳- کدام مورد درست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- ۱) هوای آلوده شهرهای بزرگ، به یقین نمونه‌ای از یک محلول گاز در گاز است.
- ۲) کم‌ترین کاربرد $NaCl$ استخراج شده از کره زمین، مربوط به مصارف خانگی است.
- ۳) اگر در مخلوط حاوی متانول و آب، جرم هر دو ماده با هم برابر باشد، متانول حلال است.
- ۴) اگر حل‌شونده را دو برابر کرده و سپس به اندازه جرم محلول حاصل به آن آب اضافه کنیم، درصد جرمی ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

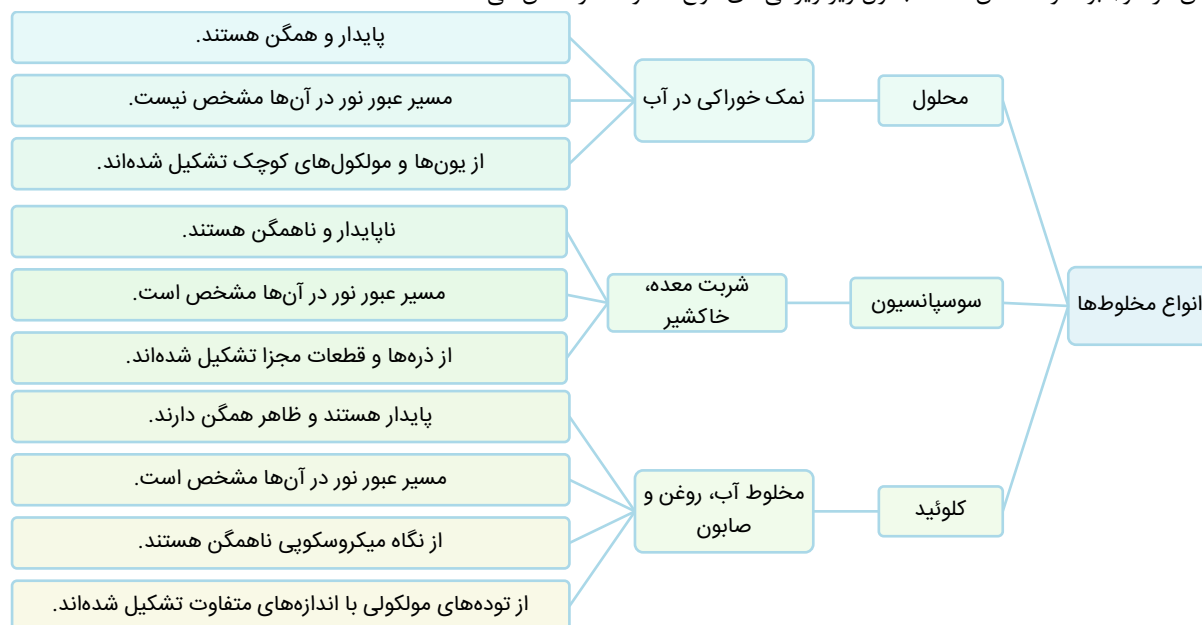
تصویر زیر کاربردهای نمک خوراکی یا همان $NaCl$ را نمایش می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، کم‌ترین کاربرد نمک خوراکی مربوط به مصارف خانگی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

همگن بودن یکی از ویژگی‌های اصلی محلول‌ها است، درحالی‌که هوای شهرهای بزرگ حاوی آلاینده‌های مختلف از جمله دوده و گرد و غبار (ذرات جامد معلق در هوا) بوده و ناهمگن است. جدول زیر ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها را نشان می‌دهد:



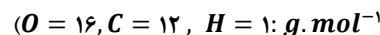
در یک محلول از دو ماده مختلف، مول حلال باید بیشتر از حل‌شونده باشد. با توجه به صورت سؤال، جرم دو نمونه برابر است. از طرفی جرم مولی متانول بزرگ‌تر از آب است، پس می‌توان گفت مول آب از متانول بیشتر بوده و این ماده حلال است.

درصد جرمی با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

با دو برابر کردن جرم حل‌شونده، جرم محلول نیز اندکی افزایش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت با این تغییر، درصد جرمی حل‌شونده کمی کمتر از دو برابر حالت اول می‌شود. در مرحله بعد جرم محلول را با اضافه کردن آب دو برابر می‌کنیم. در طی این تغییر درصد جرمی دقیقاً نصف می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت با ایجاد پی‌درپی این دو تغییر، درصد جرمی محلول نسبت به حالت اول کمی کوچک‌تر خواهد شد.

۸۴- با حل کردن چند گرم گلوکز در ۲۰۰ میلی لیتر آب مقطر، می توان محلولی ۱/۵ مولار از آن ساخت؟ (از تغییر حجم طی فرایند انحلال چشم پوشی کنید.



۵۴ (۴)

۳۶ (۳)

۶۰ (۲)

۲۷ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

تجربه نشان می دهد که اندازه گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه آسان تر از جرم آن است. از سوی دیگر شیمی دان ها مقدار ماده را بر حسب مول بیان می کنند. اینک چنین به نظر می رسد بیان غلظتی از محلول پر کاربردتر خواهد بود که با مول های ماده ی حل شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را غلظت مولی (مولار) می نامند. فرمول شیمیایی گلوکز به صورت $C_6H_{12}O_6$ بوده و جرم مولی آن برابر $180 g. mol^{-1}$ است. با استفاده از فرمول، مقدار مول حل شده از گلوکز در محلول را محاسبه می کنیم:

$$mol = \frac{مول حل شونده}{جرم مولی} \Rightarrow \frac{0.3}{180} = \frac{مول حل شونده}{54} \Rightarrow 1/5 = \frac{مول حل شونده}{جرم محلول} = غلظت (مولار)$$

در مرحله پایانی، مول گلوکز را به جرم آن تبدیل می کنیم. در این رابطه، داریم:

$$جرم نمونه = \frac{جرم نمونه}{جرم مولی} \Rightarrow 0.3 = \frac{جرم نمونه}{180} \Rightarrow 54 g = جرم نمونه$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- نمونه ای از یک ترکیب آلکینی با ۳ مول بخار برم به طور کامل واکنش داده و ۵۶۱ گرم فرآورده آلی تولید می کند. جرم مولی آلکین مورد نظر چند برابر جرم مولی پر کاربردترین اسید آلی است؟ ($Br = 80, O = 16, C = 12, H = 1: g. mol^{-1}$)

۰/۹ (۴)

۰/۵ (۳)

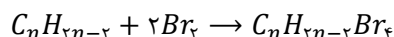
۰/۴۵ (۲)

۰/۶ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

آلکین ها، گروهی از مواد هیدروکربنی هستند که در ساختار مولکولی خود دارای یک پیوند سه گانه بوده و هر مول از آن ها با ۲ مول بخار برم واکنش می دهد. به عبارت دیگر، آلکین ها طبق معادله موازنه شده زیر با بخار برم واکنش داده و فرآورده ای سیرشده تولید می کنند:



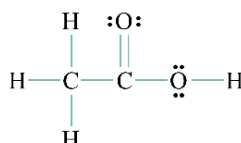
حال با استفاده از اطلاعات صورت سؤال، مقدار n را محاسبه می کنیم:

$$561 g C_nH_{2n-2}Br_4 = 3 mol Br_2 \times \frac{1 mol C_nH_{2n-2}Br_4}{2 mol Br_2} \times \frac{(14n + 318) g C_nH_{2n-2}Br_4}{1 mol C_nH_{2n-2}Br_4} \Rightarrow n = 4$$

با توجه به محاسبات انجام شده، آلکین مورد نظر، بوتین با فرمول مولکولی C_4H_6 و جرم مولی $54 g. mol^{-1}$ است. از طرفی پر کاربردترین اسید آلی، استیک اسید یا اتانویک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH و جرم مولی $60 g. mol^{-1}$ است. در پایان نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:

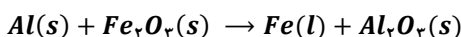
$$A = \frac{54}{60} = 0.9$$

ساختار مولکولی استیک اسید، به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۶- طبق معادله موازنه نشده زیر، ۲۱/۶ گرم آلومینیم با مقدار کافی آهن (III) اکسید واکنش می دهد. اگر تفاوت جرم فرآورده های تولید شده برابر ۳ گرم باشد، بازه واکنش انجام شده چند درصد است؟



۹۰ (۴)

۷۵ (۳)

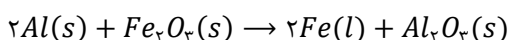
۸۰ (۲)

۸۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

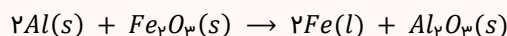
پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



واکنش ترمیت

یکی از واکنش هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می شود، واکنش ترمیت است. در طی این واکنش، آلومینیم با آهن (III) اکسید واکنش داده و آهن مذاب به همراه آلومینیم اکسید تولید می شود. این واکنش به صورت خودبه خودی انجام شده و طی آن فلز واکنش پذیرتر (آلومینیم) جایگزین فلز با واکنش پذیری کمتر (آهن) می شود؛ پس می توان گفت این واکنش گرماده بوده و فرآورده ها نسبت به واکنش دهنده ها سطح انرژی کمتر و پایداری بالاتری دارند. معادله این واکنش به صورت زیر است:



حال مقدار فراورده‌های نظری تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g Fe = 21/6 g Al \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{2 mol Fe}{2 mol Al} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe} = 44/8 g$$

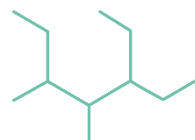
$$? g Al_2O_3 = 21/6 g Al \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{1 mol Al_2O_3}{2 mol Al} \times \frac{102 g Al_2O_3}{1 mol Al_2O_3} = 40/8 g$$

همان‌طور که مشخص است، مقدار نظری تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده، برابر ۴ گرم است. در پایان با استفاده از فرمول، بازده درصدی واکنش انجام شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{مقدار تفاوت جرم عملی}}{\text{مقدار تفاوت جرم نظری}} \times 100 = \frac{3}{4} \times 100 = 75$$

گروه آموزشی ماز

۸۷- نام‌گذاری آلکان زیر بر اساس قواعد آیوپاک به چه صورت بوده و جرم مولی آن چند برابر جرم مولی ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار حاوی شاخه فرعی اتیل است؟



(۱) ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان - ۱/۴

(۲) ۵- اتیل-۳، ۴-دی‌متیل هپتان - ۱/۵۶

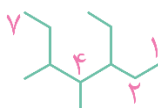
(۳) ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان - ۱/۵۶

(۴) ۵- اتیل-۳، ۴-دی‌متیل هپتان - ۱/۴

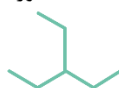
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

تراکم شاخه‌های فرعی تا دو سر مولکول داده شده کاملاً یکسان است. به دلیل مقدم بودن شاخه فرعی اتیل بر متیل، شماره‌گذاری هیدروکربن مورد نظر از سمت راست انجام شده و نام آن به صورت ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان خواهد بود. ساختار این ماده به صورت زیر است:



فرمول مولکولی ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان، به صورت $C_{11}H_{24}$ بوده و جرم مولی آن برابر ۱۵۶ گرم بر مول است. از طرفی ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار حاوی شاخه فرعی اتیل، معادل با ۳- اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. ساختار این ماده به صورت زیر است:



توجه داریم که شاخه فرعی اتیل در یک آلکان با n کربن در زنجیر اصلی، روی کربن‌های با شماره ۱ و ۲ و $n-1$ و n نمی‌تواند قرار بگیرد. فرمول مولکولی اتیل پنتان به صورت C_7H_{16} بوده و جرم مولی آن برابر ۱۰۰ گرم بر مول است. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{نسبت جرم مولی دو آلکان} = \frac{156}{100} = 1/56$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟

(۴) $O = O$

(۳) $N - N$

(۲) $C = C$

(۱) $O - H$

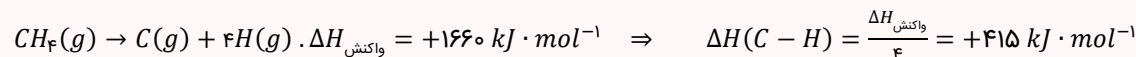
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در پیوند دوگانه اکسیژن-اکسیژن، هیچ‌کدام از اتم‌های اکسیژن نمی‌توانند با اتم اکسیژن دیگری این پیوند را تشکیل بدهند، پس نیازی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند برای این پیوند اشتراکی نیست.

آنتالپی پیوند

در برخی از انواع مولکول‌ها مثل CH_4 ، H_2O و NH_3 ، یک اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل شده است. بر اساس یافته‌های تجربی، آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در این مولکول‌ها یکسان نیست و به همین خاطر، برای بیان انرژی پیوندهای اشتراکی موجود در آن‌ها به کاربرد عبارت ((میانگین آنتالپی پیوند)) مناسب‌تر از عبارت ((آنتالپی پیوند)) است. به‌عنوان مثال، در مولکول‌های متان جدا کردن اتم‌های هیدروژن در چهار مرحله متوالی انجام می‌شود. در این شرایط، برای جدا کردن هر اتم هیدروژن از مولکول مورد نظر انرژی متفاوتی مصرف می‌شود؛ پس برای بیان آنتالپی پیوندهای $C - H$ موجود در این مولکول از عبارت ((میانگین آنتالپی پیوند)) استفاده می‌شود. معادله واکنش شیمیایی تبدیل مولکول‌های متان به اتم‌های گازی مجزای سازنده آن به صورت زیر است:



به‌طور کلی، برای پیوندهایی که فقط در مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند (مثل پیوندهای $O = O$ ، $I - I$ ، $H - Cl$ ، $N \equiv N$ و $O = O$) باید عبارت ((آنتالپی پیوند)) را به کار ببریم. در نقطه‌ی مقابل، برای پیوندهایی که ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌تواند در یک مولکول وجود داشته باشد، به کاربرد ((میانگین آنتالپی پیوند)) مناسب‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در مولکول آب، اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن پیوند یگانه اکسیژن-هیدروژن را برقرار کرده است، پس برای بیان آنتالپی این پیوند باید از واژه میانگین استفاده کنیم.
- ۲ هر کدام از اتم‌های کربن دخیل در پیوند $C = C$ می‌توانند با کربن دیگری پیوند دوگانه کربن-کربن را تشکیل دهند، چراکه اتم کربن ۴ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از همه آن‌ها برای تشکیل پیوند اشتراکی استفاده می‌کند.
- ۳ هر کدام از اتم‌های نیتروژن دخیل در پیوند $N - N$ می‌توانند با نیتروژن دیگری پیوند یگانه نیتروژن-نیتروژن را تشکیل دهند؛ چراکه اتم نیتروژن ۵ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از ۳ الکترون ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام مورد، نادرست است؟

- ۱ با افزودن ۵۰ گرم آب با دمای 10°C به آب یک استخر در دمای اتاق، انرژی گرمایی استخر برخلاف میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن افزایش پیدا می‌کند.
- ۲ گرمای مبادله شده طی واکنش انجام شده در یک ظرف با پیستون روان، معادل با مقدار آنتالپی آن واکنش است.
- ۳ آنتالپی پیوند، با مرتبه پیوند و جرم مولی عناصر تشکیل‌دهنده آن پیوند اشتراکی رابطه مستقیم دارد.
- ۴ تأثیر گرمای مبادله شده در واکنش بر حالت فرآورده‌ها، در علم گرماشیمی بررسی می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

اندازه آنتالپی پیوند با مرتبه پیوند رابطه مستقیم دارد. برای مثال آنتالپی پیوند $C = C$ بزرگ‌تر از آنتالپی پیوند $C - C$ است. همچنین این آنتالپی با شعاع عناصر دخیل در پیوند رابطه عکس دارد. برای مثال آنتالپی پیوند $O - H$ بزرگ‌تر از آنتالپی پیوند $N - H$ است. توجه داریم که مقدار آنتالپی پیوند، ربطی به جرم مولی اتم‌های تشکیل‌دهنده آن پیوند ندارد.

تشکیل و شکستن پیوندها

هرچه پیوند بین دو اتم قوی‌تر باشد، اتم‌ها محکم‌تر به یکدیگر متصل شده‌اند و برای جدا کردن آن‌ها به انرژی بیشتری نیاز داریم. مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول از هر پیوند اشتراکی، آنتالپی پیوند نام دارد. به دلیل مصرف انرژی در این فرایند، آنتالپی پیوند همیشه عددی مثبت است. فرایند تشکیل پیوند عکس شکستن پیوند است. اندازه انرژی تولید شده هنگام تشکیل یک پیوند، برابر با اندازه انرژی مصرف شده برای شکستن آن است. توجه داشته باشید که تشکیل پیوند با آزاد شدن انرژی همراه بوده و آنتالپی آن منفی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ هر نمونه انرژی گرمایی مخصوص به خود را داشته که به جنس، مقدار و دمای نمونه بستگی دارد. با اضافه کردن یک نمونه به نمونه دیگر، مقدار انرژی گرمایی آن‌ها با یکدیگر جمع خواهد شد. از طرفی، با مخلوط شدن دو نمونه با دماهای متفاوت، گرما از نمونه با دمای بالاتر به سمت نمونه با دمای پایین‌تر جاری می‌شود. طی این فرایند دمای جسم گرم‌تر کاهش پیدا کرده و دمای جسم سردتر افزایش پیدا می‌کند.
- ۲ دما نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات یک نمونه است. پس با اضافه کردن آب 10°C به آب استخر، میانگین انرژی جنبشی ذرات آب 10°C افزایش و میانگین انرژی جنبشی ذرات آب استخر کاهش پیدا می‌کند.
- ۳ شیمی‌دان‌ها تغییر آنتالپی هر واکنش را هم‌ارز با گرمایی می‌دانند که در فشار ثابت با محیط پیرامون داد و ستد می‌کند و آن را با نماد Q_p نمایش می‌دهند. در ظرف با پیستون متحرک، با انجام واکنش پیستون حرکت کرده و فشار نمونه ثابت باقی می‌ماند؛ بنابراین گرمای مبادله شده در این شرایط معادل آنتالپی واکنش است.
- ۴ ترموشیمی (گرماشیمی) شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تأثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد.

گروه آموزشی ماز

۹۰- اگر در واکنش تخمیر بی‌هوازی ۱۸۰ گرم گلوکز، نیمی از کربن دی‌اکسید تولید شده در طی ۳ دقیقه، بتواند با ۵۰/۴ گرم کلسیم اکسید واکنش دهد، سرعت متوسط واکنش تخمیر گلوکز در این بازه برابر چند $\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$ است؟

$$(Ca = 40, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$

۰/۰۰۳ (۴)

۰/۰۰۵ (۳)

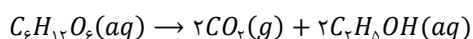
۰/۰۱ (۲)

۰/۰۲ (۱)

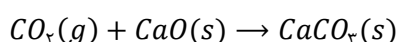
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده تخمیر بی‌هوازی گلوکز به صورت زیر است:

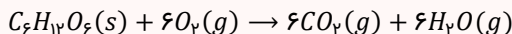


گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در طی این واکنش، طبق معادله زیر با کلسیم اکسید واکنش می‌دهد:

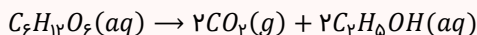


سوختن و تبخیر گلوکز

گلوکز با فرمول شیمیایی $C_6H_{12}O_6$ و جرم مولی 180 گرم بر مول، یکی از منابع مهم انرژی است. این ماده به دو صورت، قسمتی از انرژی شیمیایی خود را آزاد می‌کند. روش اول سوختن گلوکز است. در طی این واکنش، گلوکز با اکسیژن به سرعت واکنش داده و علاوه بر گازهای کربن دی‌اکسید و بخار آب، مقداری انرژی نیز تولید می‌کند. معادله موازنه شده این واکنش، به‌صورت زیر است:



از طرفی این ماده می‌تواند بدون حضور اکسیژن تخمیر شده و اتانول و کربن دی‌اکسید تولید کند. معادله موازنه شده این واکنش به‌صورت زیر است:



حال مقدار کربن دی‌اکسید مصرف شده در واکنش تولید کلسیم کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 50 / 4 \text{ g } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{56 \text{ g } CaO} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaO} = 0.9 \text{ mol}$$

طبق گفته صورت سؤال، نیمی از گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در اثر تخمیر بی‌هوای گلوکز وارد واکنش با کلسیم اکسید شده است. بنابراین می‌توان گفت که در تخمیر گلوکز در طی ۳ دقیقه، مقدار $1/8$ مول کربن دی‌اکسید تولید شده است.

سرعت واکنش

شیب نمودار مول - زمان برای هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال در واکنش $3A(g) + 2B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

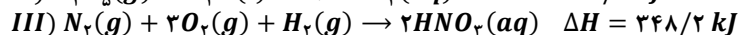
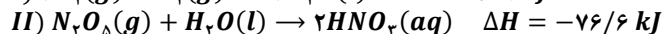
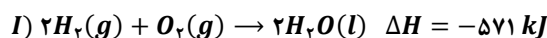
$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{1 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t}$$

حال سرعت متوسط واکنش را براساس مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_{CO_2}|}{2 \times \Delta t} = \frac{1/8}{2 \times 3 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 0.005 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- با توجه به واکنش‌های گرمایشی داده‌شده، ΔH واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2O_5(g)$ ، برابر چند کیلوژول است؟



۱۴۲۰/۶ (۴)

۹۰۵/۴ (۳)

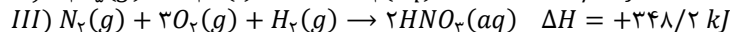
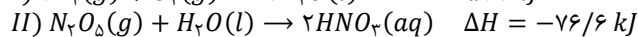
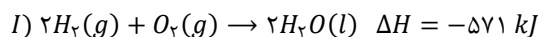
۱۱۷۸/۹ (۲)

۱۲۰۰/۲ (۱)

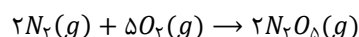
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

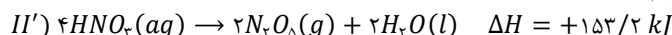
برای تعیین آنتالپی واکنش انجام‌شده، باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله از جمع معادله چند واکنش دیگر به‌دست آید، آنتالپی معادله نیز از جمع آنتالپی آن واکنش‌ها به‌دست می‌آید. برای استفاده از قانون هس ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیر تکراری هستند را انتخاب می‌کنیم و واکنش‌ها را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب و جهت مواد غیر تکراری مشابه واکنش اصلی شود. سپس اگر واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده می‌شود. این واکنش را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب این ماده در واکنش باقی‌مانده برابر واکنش دیگر شود، اما جهت آن عکس شود تا این مواد که در واکنش اصلی حضور ندارند، با یکدیگر ساده شده و در واکنش اصلی نیایند. در نهایت آنتالپی واکنش‌های به‌دست آمده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. معادله واکنش‌های داده شده در متن سؤال، به‌صورت زیر هستند:



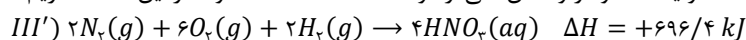
واکنش خواسته‌شده نیز به‌صورت زیر است:



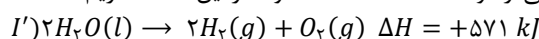
دی‌نیتروژن پنتا‌اکسید (N_2O_5) در واکنش خواسته‌شده با ضریب ۲ در سمت فرآورده‌ها تولید می‌شود، درحالی‌که در واکنش II با ضریب یک در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. پس باید واکنش II را در ۲- ضرب کنیم. حال داریم:



در واکنش تغییر یافته II'، نیتریک اسید (HNO_3) با ضریب ۴ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود، درحالی‌که این ماده در واکنش اصلی حضور ندارد؛ بنابراین باید به واکنش ۳ ضریب ۲ دهیم تا نیتریک اسید با ضریب ۴ در سمت فرآورده‌ها تولید شده و در واکنش کلی از دو سمت معادله حذف شود. در این حالت، داریم:



در واکنش تغییر یافته III'، گاز هیدروژن با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود، درحالی‌که این ماده در واکنش اصلی حضور ندارد؛ بنابراین واکنش I را در ۱- ضرب می‌کنیم تا گاز هیدروژن با ضریب ۲ در سمت فرآورده‌ها تولید شده و در واکنش کلی از دو سمت معادله حذف شود. در این حالت، داریم:



در پایان برای محاسبه ΔH واکنش کلی، آنتالپی واکنش‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنیم.

$$\Delta H_T = \Delta H_{I'} + \Delta H_{II'} + \Delta H_{III'} = 571 + 153/2 + 696/4 = +1420/6 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- اگر اندازه آنتالپی سوختن متان، $1/25$ برابر اندازه آنتالپی سوختن متانول باشد، گرمای حاصل از سوختن 48 گرم متانول از سوختن چند گرم متان حاصل می‌شود؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۲۰/۸ (۴)

۹/۶ (۳)

۱۲/۸ (۲)

۱۹/۲ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن 1 گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتین 50 کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با 50 کیلوژول بر گرم ($kJ.g^{-1}$) است. برای محاسبه ارزش سوختی یک ماده از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}}$$

طبق گفته سؤال، اندازه آنتالپی سوختن متان $1/25$ برابر متانول است. از طرفی جرم مولی متان برابر 16 گرم بر مول و جرم مولی متانول برابر 32 گرم بر مول است، بنابراین جرم مولی متان $0/5$ برابر جرم مولی متانول است. بر این اساس، می‌توان گفت ارزش سوختی متان $2/5$ برابر ($1/25$) ارزش سوختی متانول است. انرژی آزاد شده از سوختن نمونه‌های مختلف از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{جرم نمونه} \times \text{ارزش سوختی} = \text{انرژی آزاد شده}$$

انرژی آزاد شده در سوختن متان و متانول برابر بوده و ارزش سوختی متان $2/5$ برابر متانول است؛ بنابراین می‌توان گفت جرم نمونه متانول باید $2/5$ برابر جرم نمونه متان باشد. در پایان جرم نمونه متان را به‌دست می‌آوریم:

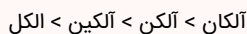
$$\frac{\text{جرم متانول}}{\text{جرم متان}} = \frac{5}{2} = \frac{48}{\text{جرم متان}} \Rightarrow \text{جرم متان} = 19/2 \text{ g}$$

در رابطه با گاز متان، داریم:

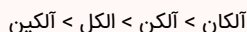


مقایسه ارزش سوختی هیدروکربن‌ها

ارزش سوختی، مقدار انرژی آزاد شده حاصل از سوختن 1 گرم از ماده سوختنی بوده و همواره عددی مثبت است. مقایسه ارزش سوختی ترکیبات آلی هم‌کربن به صورت زیر است:

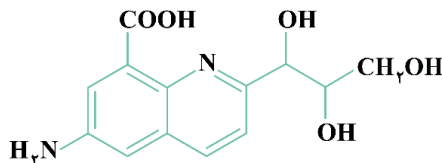


آنتالپی سوختن نیز معادل آنتالپی واکنشی است که در آن 1 مول از ماده سوختنی با اکسیژن کافی واکنش داده و به صورت کامل بسوزد. توجه داریم که سوختن همواره گرماده بوده و در نتیجه آنتالپی واکنش سوختن آن‌ها عدد منفی است. مقایسه اندازه آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی هم‌کربن به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۲- با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)



- الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن نصف شمار جفت الکترون پیوندی در نفتالن است.
 ب: یک ترکیب آلی آروماتیک با گروه‌های عاملی آمینی، الکی و اسیدی است.
 پ: شمار پیوندهای $C - N$ آن برابر با شمار گروه‌های هیدروکسیل است.
 ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن برابر ۲ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

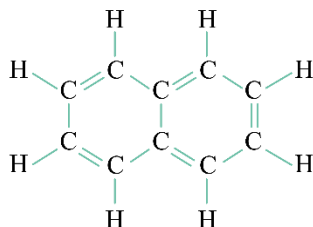
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم نیتروژن ۱ جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد. ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۵ اتم اکسیژن و ۲ اتم نیتروژن است، بنابراین شمار جفت الکترون ناپیوندی آن برابر ۱۲ است. از طرفی نفتالن نوعی هیدروکربن آروماتیک با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ است که در ساختار خود ۲۴ جفت الکترون پیوندی دارد. ساختار نفتالن به صورت زیر است:



در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{12}{24} = 0.5$$

«ب»: مولکول مورد نظر دارای حلقه کربنی با پیوندهای دوگانه کربن - کربن یکی در میان است و بنابراین جزو مواد آروماتیک محسوب می‌شود. این ترکیب دارای ۳ گروه عاملی الکی، یک گروه عاملی آمینی و ۱ گروه عاملی کربوکسیل (اسیدی) است.

«پ»: ترکیب مورد نظر دارای ۲ پیوند یگانه کربن - نیتروژن و همچنین ۳ گروه عاملی هیدروکسیل (الکی) است.

«ت»: شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد نیتروژن} + (\text{تعداد هالوژن}) - (4 \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (2 \times \text{تعداد حلقه}) - 2 = (2 \times \text{تعداد کربن}) + \text{تعداد اتم هیدروژن}$$

در ساختار این ترکیب، ۱۴ اتم هیدروژن وجود دارد، پس می‌توان گفت فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{13}H_{14}O_5N_2$ است.

تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در مواد آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲ تا آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون ظرفیتی دیگر، به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳ تا آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون ظرفیتی دیگر نیز به صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که از ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون ظرفیتی باقی‌مانده به صورت ۳ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی (تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = (1 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (3 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم‌های اکسیژن}) + (1 \times \text{اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{اتم‌های کربن})$$

$$\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی} = (3 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (1 \times \text{اتم‌های گروه ۱۵}) + (2 \times \text{اتم‌های گروه ۱۶})$$

حال نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن را در این ترکیب آلی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{\text{شمار نیتروژن} \times \text{جرم مولی نیتروژن}}{\text{شمار هیدروژن} \times \text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{14 \times 2}{1 \times 14} = 2$$

گروه آموزشی ماز

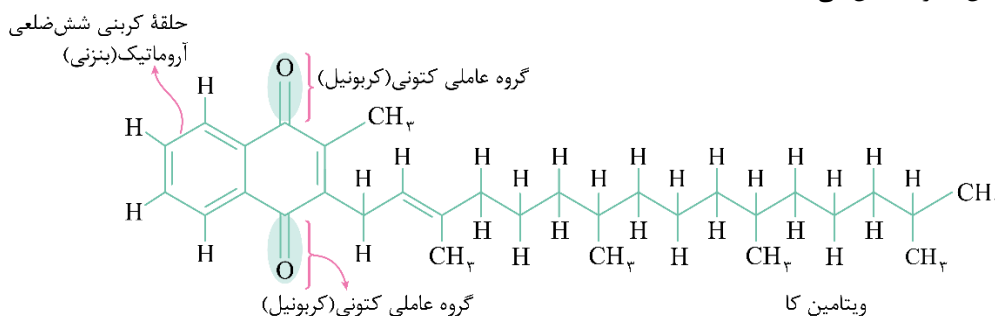
۹۴ - کدام مورد، درست است؟

- ۱) ویتامین C دارای گروه‌های عاملی الکی و کربوکسیل است.
- ۲) ویتامین K آروماتیک بوده و در ساختار خود دو گروه عاملی کتونی دارد.
- ۳) ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش متیل آمین و متانوئیک اسید حاصل می‌شود.
- ۴) از همه الکل‌هایی که به هر نسبت در آب حل می‌شوند، می‌توان در ساخت پلی‌استرها استفاده کرد.

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

تصویر زیر ساختار ویتامین K را نمایش می‌دهد:

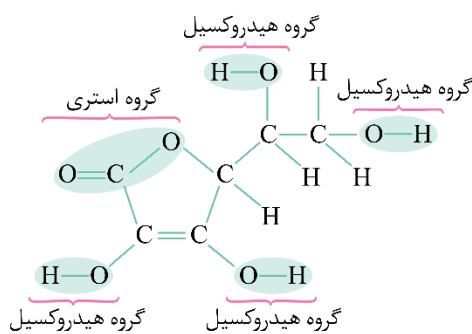


همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ترکیب دو گروه عاملی کتونی و همچنین یک حلقه ۶ کربنه با پیوندهای دوگانه یکی در میان (حلقه آروماتیک) حضور دارد. چون قسمت عمده‌ی مولکول‌های این ترکیب از بخش هیدروکربنی و ناقطبی تشکیل شده است، این بخش‌ها بر بخش‌های قطبی غلبه کرده و ذرات ویتامین (ک) در مجموع ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال‌های ناقطبی مثل چربی محلول هستند. اطلاعات مهم از ویتامین‌های مطرح شده در کتاب درسی به شرح جدول زیر هستند:

ویتامین	ت	آ	دی	کا
گروه عاملی	استری ۱ × + هیدروکسیل ۴ ×	هیدروکسیل ۱ ×	هیدروکسیل ۱ ×	کتونی ۲ ×
فرمول مولکولی	$C_{78}H_{110}O_6$	$C_{70}H_{100}O$	$C_{78}H_{110}O$	$C_{31}H_{46}O_2$
نوع انحلال‌پذیری	محلول در آب	محلول در چربی	محلول در چربی	محلول در چربی

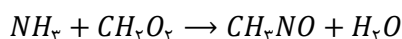
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تصویر زیر ساختار ویتامین C را نمایش می‌دهد:

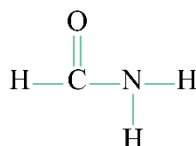


همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ترکیب ۴ گروه عامل الکی و ۱ گروه عاملی استری حضور دارد.

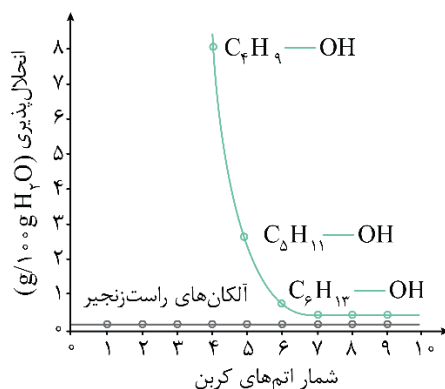
۳ ساده‌ترین آمید از واکنش آمونیاک و متانوئیک اسید حاصل می‌شود. توجه داریم که آمونیاک، آمین به حساب نیامده و ساده‌ترین آمین معادل متیل آمین است. معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



ساختار این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:



۴ متانول، اتانول و پروپانول الکل‌های تک‌عاملی هستند که به هر نسبتی در آب حل می‌شوند؛ درحالی‌که برای تولید پلی‌استرها به دی‌الکل‌ها و دی‌اسیدها نیاز داریم. توجه داریم که با افزایش تعداد اتم‌های کربن در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش پیدا می‌کند. نمودار زیر مقایسه انحلال‌پذیری الکل‌ها و آلکان‌ها را نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۵- در نوعی صابون جامد که در ساختار خود دارای ۳ پیوند دوگانه است، تفاوت شمار پیوندهای $C-H$ و $C-C$ برابر ۱۳ است. جرم مولی اسید چرب سازنده این صابون کدام است؟ ($N_a = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

۲۳۸ (۴)

۲۵۲ (۳)

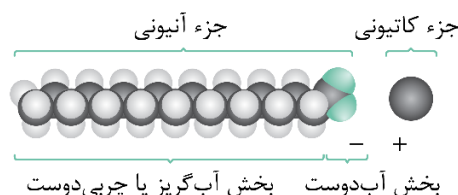
۲۷۰ (۲)

۲۱۲ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

در صورت سیرشده بودن زنجیر هیدروکربنی در صابون‌ها، فرمول مولکولی آن‌ها به صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ است. توجه داریم که در یک صابون با زنجیر هیدروکربنی سیرشده نیز یک پیوند دوگانه $C=O$ حضور دارد. ساختار چنین صابونی، به صورت زیر است:

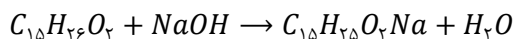


طبق اطلاعات صورت سؤال، صابون مورد نظر در ساختار خود ۳ پیوند دوگانه دارد؛ بنابراین می‌توان برداشت کرد که در زنجیر هیدروکربنی این صابون، ۲ پیوند $C=C$ حضور دارد. به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن از فرمول شیمیایی کلی صابون کم می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت فرمول مولکولی صابون مورد نظر به صورت $C_nH_{2n-5}O_2Na$ خواهد بود.

توجه داریم که در ساختار صابون‌ها، همه اتم‌های هیدروژن با پیوند یگانه به اتم‌های کربن متصل شده‌اند؛ بنابراین شمار پیوندهای $C-H$ برابر با شمار اتم‌های هیدروژن یعنی $2n - 5$ است. از طرفی اگر در یک صابون n کربنی در زنجیر هیدروکربنی، پیوند دوگانه حضور نداشته باشد، $n - 1$ پیوند $C-C$ خواهیم داشت. حال که در این صابون ۲ پیوند دوگانه کربن-کربن حضور دارد، شمار پیوندهای $C-C$ برابر با $n - 3$ خواهد بود. حال طبق اطلاعات به‌دست آمده، n را محاسبه می‌کنیم:

$$n - 3 = 2n - 5 \Rightarrow n = 12$$

بنابراین فرمول صابون به صورت $C_{12}H_{19}O_2Na$ است. این صابون را می‌توان از طریق معادله زیر تولید کرد:



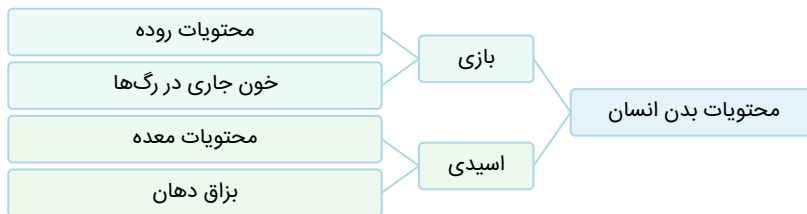
اسید چرب سازنده این صابون $C_{12}H_{25}O_2$ با جرم مولی ۲۳۸ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- کدام مورد درست است؟

- ۱) طبق اصل آرنیوس، محلول حاوی هیدروکلریک اسید، رسانایی بیشتری نسبت به محلول هیدروفلوئوریک اسید دارد.
- ۲) ترکیبی که به صورت یونی در آب حل می‌شود، به یقین نسبت به آب نقطه جوش بالاتری دارد.
- ۳) بعد از ایجاد تعادل در محلول حاوی اتانویک اسید، فرایند یونش اسید متوقف می‌شود.
- ۴) در بدن انسان، یک نمونه خون همانند محتویات روده، خاصیت بازی دارد.

محتویات موجود در هر عضو از بدن انسان، براساس وظیفه و کارکرد آن عضو، pH خاصی دارند. تصویر خاصیت اسیدی و یا بازی محتویات بدن انسان را نمایش می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، بزاق و محتویات معده خاصیت اسیدی و خون و محتویات روده انسان خاصیت بازی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مدل آرنیوس می‌تواند اسیدی یا بازی بودن محلول را تعیین کند، اما نمی‌تواند مشخص کند کدام محلول، اسیدی‌تر و کدام محلول، بازی‌تر است. پس می‌توان از آن برای تشخیص محلول حاوی هیدروکلریک اسید و محلول حاوی هیدروفلوئوریک اسید استفاده کرد.

مدل آرنیوس

شواهد علمی نشان می‌دهند که پیش از شناخته شدن ساختار اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام از این مواد و برخی (نه همه!) از واکنش‌های میان این گروه از مواد آشنا بودند؛ اما توجیه رفتار اسیدها و بازها در شرایط مختلف، به یک مبنای علمی نیاز داشت. آرنیوس در زمان خود طی پژوهش‌هایی که بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی انجام می‌داد، برای نخستین بار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. براساس یافته‌های تجربی آرنیوس، هنگامی که اسیدها و بازها در آب حل می‌شوند، مقدار یون‌های موجود در آب را افزایش می‌دهند و به همین خاطر، محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی هستند. با توجه به توضیحات بالا، پیش از آرنیوس نیز برخی از واکنش‌های بین اسیدها و بازها شناخته شده بود.

۲ دو دسته از مواد به صورت یونی در آب حل می‌شوند. اول، ترکیبات یونی مثل لیتیم اکسید و پتاسیم فلئورید و دوم، ترکیبات مولکولی که با آب واکنش می‌دهند، مثل آمونیاک و هیدروژن فلئورید هستند. نقطه جوش ترکیبات یونی بیشتر از آب بوده ولی نقطه جوش اغلب ترکیبات مولکولی از جمله آمونیاک از آب کم‌تر است. در این رابطه، داریم:



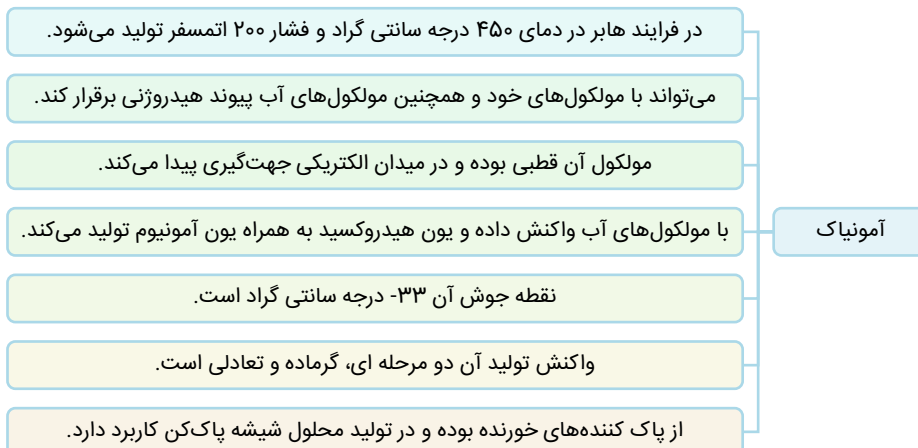
۳ در فرایند حل شدن اسیدهای ضعیف در آب که مثالی از واکنش‌های تعادلی هستند، بعد از ایجاد تعادل، سرعت واکنش رفت و برگشت برابر می‌شود. در واقع سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر خواهد شد، گویی واکنش متوقف شده است ولی واکنش در سطح میکروسکوپی هنوز ادامه دارد و مواد در حال تبدیل شدن به یکدیگر هستند.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مورد زیر، درست است؟

- ۱) در شیر ترش شده، مقدار نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ بزرگ‌تر از ۱ است.
- ۲) ثابت یونش ساده‌ترین اسید آلی، کوچک‌تر از اتانویک اسید است.
- ۳) گل ادریسی در خاک حاوی هیدروفلوئوریک اسید، به رنگ قرمز شکوفا می‌شود.
- ۴) در محلول آبی حاوی NH_4 ، غلظت مولکول‌های آمونیاک بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است.

آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است، به طوری که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک یونیده نشده نیز یافت می‌شود. در رابطه با آمونیاک، داریم:



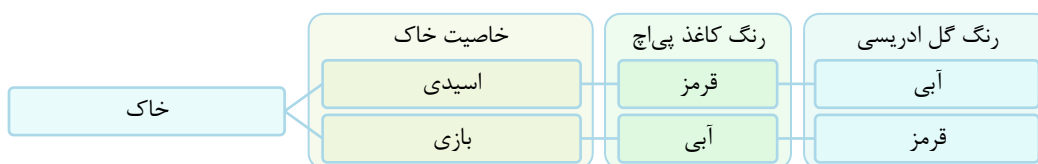
بررسی سایر گزینه‌ها:

- شیر ترش شده خاصیت اسیدی داشته و pH آن کمتر از ۷ است. در محلول‌های اسیدی غلظت یون هیدرونیوم نسبت به یون هیدروکسید بالاتر بوده و بنابراین، مقدار نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ کوچک‌تر از ۱ است.
- ثابت یونش معیاری است که با استفاده از آن می‌توان قدرت اسیدها و بازهای مختلف را با یکدیگر مقایسه کرد. در دما و غلظت معین، هرچه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، قدرت آن بیشتر بوده و غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاوی آن بیشتر خواهد بود. متانویک اسید (فورمیک اسید) ساده‌ترین اسید آلی بوده و نسبت به اتانویک اسید (استیک اسید) که یکی از پرکاربردترین اسیدهای آلی است، ثابت یونش بزرگ‌تری دارد.

کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار خود گروه کربوکسیل ($-COOH$) دارند. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند، به طوری که مزه ترش میوه‌های مثل انگور، لیمو ترش، کیوی، گوجه سبز و ... ناشی از وجود چنین مولکول‌هایی در آن‌ها است. متانویک اسید با فرمول مولکولی $HCOOH$ اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که از گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارج در محل گزیدگی می‌شود. اتانویک اسید (استیک اسید) نیز یک اسید دو کربنی است که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است.

گل ادریسی در محلول‌های اسیدی به رنگ آبی و در محلول‌های بازی به رنگ قرمز شکوفا می‌شود. هیدروفلوئوریک اسید، یکی از اسیدهای ضعیف بوده که در محلول حاوی یون هیدرونیوم و فلوئورید آپیوشیده، مقدار زیادی مولکول HF به صورت یونش نیافته نیز حضور دارد. در رابطه با این گل‌ها، به نمودار زیر توجه کنید:



گروه آموزشی ماز

۹۸- اگر در دمای اتاق، با حل کردن ۶۴ گرم از اسید HA در ۱۶۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، pH محلول ۵/۳ واحد کاهش پیدا کند، درجه یونش اسید حل شده کدام است؟ ($HA = ۸۰ : g \cdot mol^{-1}$)

۰/۰۲ (۴)

۰/۰۴ (۳)

۰/۰۵ (۲)

۰/۱ (۱)

برای حل سؤال ابتدا شمار مول اسید حل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{شمار مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{۶۴}{۸۰} = ۰/۸ \text{ mol}$$

در مرحله بعد با توجه به حجم محلول، غلظت اسید حل شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت (مولار)} = \frac{\text{شمار مول}}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۸ \text{ mol}}{۱/۶ \text{ L}} = ۰/۵ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

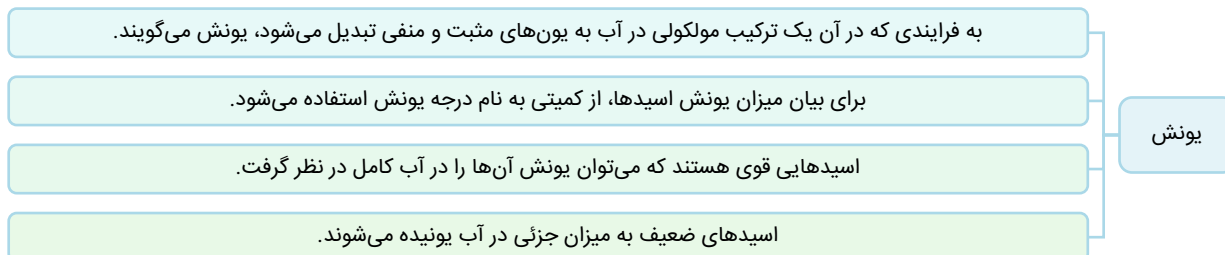
آب مقطر نوعی محلول خنثی بوده و pH آن در دمای اتاق برابر ۷ است. با $\frac{5}{3}$ واحد کاهش یک نمونه از آب مقطر، مقدار pH نهایتاً به $\frac{1}{7}$ خواهد رسید. حال غلظت یون هیدرونیوم محلول حاصل را حساب می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow \frac{1}{7} = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/7} = 10^{-1/7} \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

در پایان با توجه به غلظت اولیه اسید و غلظت یون هیدرونیوم تولیدشده، درجه یونش اسید را به دست می‌آوریم:

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{غلظت اسید یونش یافته}}{\text{غلظت اسید اولیه}} = \frac{0.02}{0.5} = 0.04$$

در رابطه با فرایند یونش، داریم:



گروه آموزشی ماز

۹۹- درباره سلول گالوانی آهن-مس، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟ ($Cu = 64$ و $Fe = 56$: $g.mol^{-1}$)

الف: با کارکرد سلول، روند تغییر غلظت کاتیون‌ها به صورت نمودار مقابل است.

ب: با مبادله ۳ مول الکترون، جرم آند به اندازه ۱۶۸ گرم کاهش پیدا می‌کند.

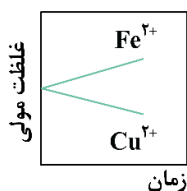
پ: با حذف کردن دیواره متخلخل، نیم‌واکنش در قطب مثبت سلول متوقف خواهد شد.

ت: پس از افزودن مقداری آهن (II) نیترات به نیم‌سلول آندی، ولتاژ حاصل از سلول تغییر نمی‌کند.

(۱) «الف» و «پ»

(۲) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»



پاسخ: گزینه ۱

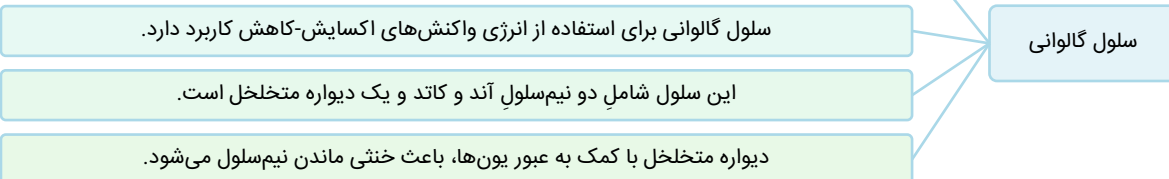
(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

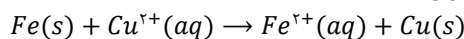
بررسی موارد:

«الف»: آهن نسبت به مس خاصیت فلزی بیشتر و E^0 پایین‌تری دارد، بنابراین در سلول گالوانی آهن-مس، تیغه آهن در نقش آند و تیغه مس در نقش کاتد ظاهر خواهد شد. هر اتم آهن در نیم‌سلول آندی با از دست دادن ۲ الکترون به یون Fe^{2+} تبدیل شده و در سمت کاتدی هر یون مس (II) با گرفتن این دو الکترون به اتم مس تبدیل می‌شود. پس می‌توان گفت با انجام واکنش، غلظت یون Fe^{2+} افزایش یافته و غلظت یون Cu^{2+} کاهش پیدا می‌کند. همچنین شیب افزایش غلظت یون Fe^{2+} برابر با شیب کاهش غلظت یون Cu^{2+} خواهد بود. در رابطه با سلول‌های گالوانی، داریم:

اگر به جای داد و ستد مستقیم الکترون، آن را از طریق یک مدار بیرونی هدایت کنیم، می‌توانیم بخشی از انرژی آزاد شده را استفاده کنیم.



«ب»: معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



به ازای هر بار انجام این واکنش ۲ الکترون مبادله می‌شود. حال مقدار آهن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g Fe = 3 \text{ mol } e \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{2 \text{ mol } e} \times \frac{56 \text{ g } Fe}{1 \text{ mol } Fe} = 84 \text{ g}$$

«پ»: با حذف کردن دیواره متخلخل، دو محلول با یکدیگر مخلوط شده و یون‌های Cu^{2+} مستقیماً در دسترس تیغه آهنی قرار می‌گیرند. در این شرایط اتم‌های آهن الکترون خود را مستقیماً با یون‌های Cu^{2+} مبادله کرده و الکترونی را وارد مدار خارجی نمی‌کنند. با توقف ورود الکترون به نیم‌سلول کاتدی، نیم‌واکنش کاهش در سطح تیغه مسی متوقف می‌شود.

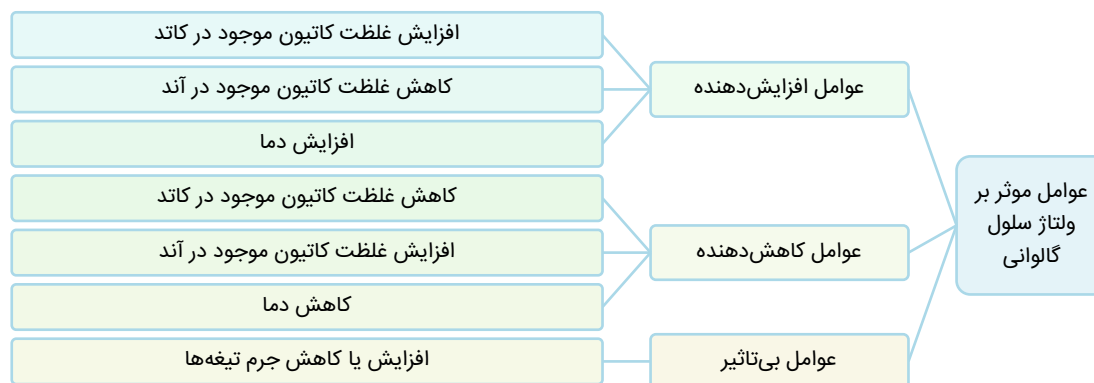
آند و کاتد سلول گالوانی

در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون‌های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می‌شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. به طریق مشابه، با انجام شدن نیم‌واکنش کاهش در سمت کاتد، تعداد آنیون‌های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. با ادامه‌ی این فرایند و تجمع بار الکتریکی در نیم‌سلول‌ها، جریان الکتریکی در مدار خارجی متوقف می‌شود. دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی‌کردن بار الکتریکی آن‌ها شده و از تجمع بار الکتریکی در این نیم‌سلول‌ها جلوگیری می‌کند.

«ت»: نیروی الکتروموتوری (emf) در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. مقدار این اختلاف پتانسیل را با E° نیز نشان می‌دهند. برای پیدا کردن مقدار emf یک سلول گالوانی، از روش‌های زیر می‌توان کمک گرفت:

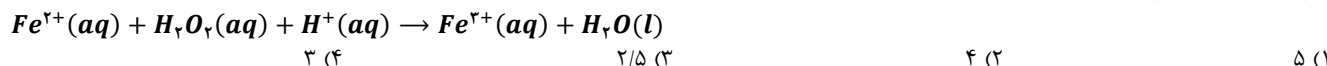
- ✓ نیم‌سلول‌های سازنده سلول را به یکدیگر متصل کرده و مقدار emf را به کمک ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کنیم.
- ✓ ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی موردنظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند را از E° کاتد کم می‌کنیم.

با ایجاد تغییر در برخی از اجزای سلول‌های گالوانی، می‌توان مقدار ولتاژ خروجی از این سلول‌ها را تغییر داد. نمودار زیر عوامل مؤثر بر ولتاژ سلول گالوانی را نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

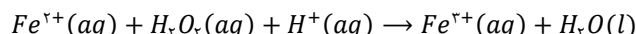
۱۰۰- پس از موازنه واکنش زیر، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به ضریب استوکیومتری گونه اکسند کدام است؟



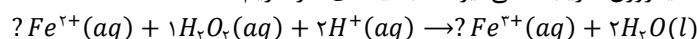
(آسان - مسئله - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



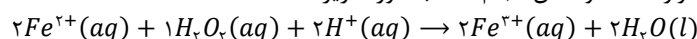
برای موازنه این معادله، ابتدا به پیچیده‌ترین ماده یعنی آب اکسیژنه (H_2O_2) ضریب یک می‌دهیم. سپس آب (H_2O) برای موازنه اتم اکسیژن ضریب ۲ می‌گیرد. در ادامه یون هیدروژن (H^+) برای موازنه هیدروژن ضریب ۲ می‌گیرد. تا به اینجای کار داریم:



در ادامه مجبور به استفاده از ضریب مجهول هستیم. ابتدا به Fe^{2+} ضریب مجهول a را نسبت می‌دهیم. سپس برای موازنه شدن آهن، یون Fe^{3+} نیز ضریب a می‌گیرد. در پایان با برابر قرار دادن بار الکتریکی دو سمت، ضریب مجهول را پیدا می‌کنیم:

$$2a + 2 = 3a \Rightarrow a = 2$$

با توجه به محاسبات انجام شده، معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن موجود در آب اکسیژنه برابر با ۱- است، در حالی که در سمت فراورده‌ها، عدد اکسایش همه اتم‌های اکسیژن برابر ۲- است؛ بنابراین می‌توان گفت آب اکسیژنه گونه اکسند این واکنش محسوب می‌شود. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

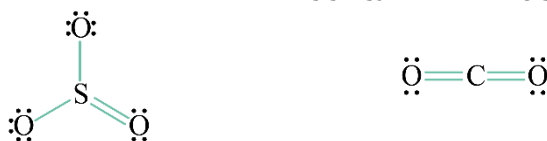
$$A = \frac{4}{1} = 4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام مورد جمله مقابل را به نادرستی تکمیل می‌کند؟ «مولکول برخلاف مولکول کربن دی‌اکسید،»

- (۱) کربونیل سولفید - در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.
- (۲) نیتروژن مونوکسید - با مولکول‌های آب وارد واکنش نمی‌شود.
- (۳) اتان - دارای ۷ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.
- (۴) گوگرد تری‌اکسید - دارای اتم مرکزی با بار جزئی منفی است.

ساختار لوویس گونه‌های گوگرد تری‌اکسید و کربن دی‌اکسید به صورت زیر است:



اتم کربن و اکسیژن، هر دو در تناوب دوم جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. در طول یک تناوب از چپ به راست، خاصیت نافلزی عناصر افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین خاصیت نافلزی کربن از اکسیژن کمتر بوده و این عنصر در یک مولکول کربن دی‌اکسید بار جزئی مثبت خواهد داشت. از طرفی اکسیژن و گوگرد هر دو در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند. در یک گروه از جدول با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش پیدا کرده و خاصیت نافلزی کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین خاصیت نافلزی گوگرد از اکسیژن کمتر بوده و این عنصر در یک مولکول گوگرد تری‌اکسید، بار جزئی مثبت خواهد داشت.

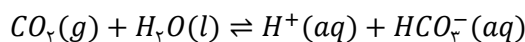
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ساختار لوویس کربونیل سولفید به صورت زیر است:



در ساختار کربونیل سولفید برخلاف کربن دی‌اکسید، اتم‌های اطراف اتم مرکزی متفاوت هستند؛ بنابراین این گونه برخلاف کربن دی‌اکسید قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا خواهد کرد.

۲ نیتروژن مونوکسید همانند گازهای نیتروژن و اکسیژن در آب به صورت مولکولی حل شده و با آن واکنش نمی‌دهد. از طرفی کربن دی‌اکسید برخلاف این گازها با مولکول‌های آب واکنش داده و به همین دلیل با وجود ناقطبی بودن، انحلال‌پذیری آن از گاز نیتروژن مونوکسید بیشتر است. معادله واکنش گاز کربن دی‌اکسید با آب به صورت زیر است:

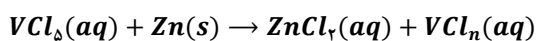


این واکنش از جمله واکنش‌های تعادلی بوده و تنها قسمتی از واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده تبدیل می‌شود. همچنین پس از ایجاد تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر شده و غلظت همه مواد ثابت خواهد شد.

۳ اتان دومین آلکان با فرمول مولکولی C_2H_6 بوده و در ساختار خود ۷ پیوند اشتراکی دارد. برای محاسبه شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها با n اتم کربن می‌توان از رابطه $3n + 1$ بهره برد. از طرفی در هر مولکول کربن دی‌اکسید ۴ پیوند اشتراکی حضور دارد. توجه داریم که در شمارش پیوندها، هر پیوند دوگانه معادل با ۲ پیوند و هر پیوند سه‌گانه نیز معادل با ۳ پیوند لحاظ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- محلول ۰/۵ مولار حاوی نمک VCl_5 در اختیار داریم. با اضافه کردن ۲۶۰ گرم پودر فلز روی به این محلول، واکنش موازنه نشده زیر به صورت کامل انجام می‌شود. رنگ محلول حاصل کدام است؟ (حجم محلول ۸ لیتر است. $g \cdot \text{mol}^{-1}$: ۶۵) $(Zn = 65)$



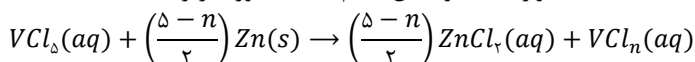
(۴) آبی

(۳) زرد

(۲) بنفش

(۱) سبز

اغلب فلزهای واسطه با اعداد اکسایش مختلفی در ترکیب‌های گوناگون ظاهر می‌شوند و یون‌های حاصل از این عناصر نیز اغلب رنگی هستند. وانادیم یکی از عناصر دسته d از تناوب چهارم است که می‌تواند یون‌هایی با رنگ متفاوت را ایجاد کند. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:

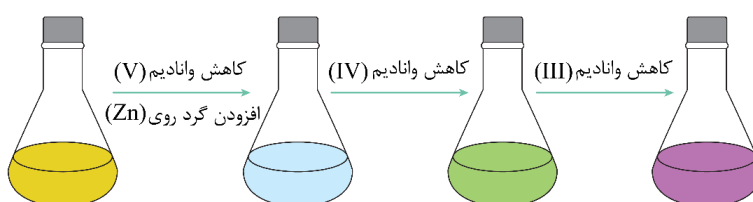


حال براساس جرم روی مصرف شده، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$260 \text{ g Zn} = 8 \text{ L محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol VCl}_5}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{5-n}{2} \frac{\text{mol Zn}}{\text{mol VCl}_5} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}}$$

$$\Rightarrow 260 = 650 - 130n \Rightarrow n = 3$$

با توجه به محاسبات انجام شده، محلول حاصل حاوی VCl_3 است. محلول حاوی VCl_3 ، سبز رنگ است. تصویر زیر مراحل واکنش گرد روی با محلول حاوی یون وانادیم (V) را نمایش می‌دهد:

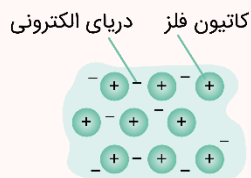


محلول	محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چند اتمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چند اتمی است.	$[18Ar]3d^2$	$[18Ar]3d^3$

رنگ این محلول‌ها را می‌توان با اسم رمز «بساز» به خاطر سپرد که حروف آن به ترتیب نماد رنگ‌های بنفش، سبز، آبی و زرد هستند.

مدل دریای الکترونی

تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:



رفتارهای فیزیکی فلزها شامل درخشندگی (داشتن جلا)، رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و شکل‌پذیری (چکش‌خواری) آن‌ها می‌شود. همان‌طور که گفتیم، این رفتارها با استفاده از مدل دریای الکترونی توجیه می‌شوند. در نقطه مقابل، رفتارهای شیمیایی فلزها شامل واکنش‌پذیری و تنوع عدد اکسایش اتم‌های این عناصر می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، رفتارهای شیمیایی مختلف فلزها به میزان توانایی اتم آن‌ها به از دست دادن الکترون وابسته بوده و با استفاده از مدل دریای الکترونی توجیه نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- تعادل گازی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$, $\Delta H < 0$ ، در ظرفی ۵ لیتری با پیستون روان در دمای معین برقرار است. کدام موارد از مطالب زیر درباره این تعادل درست است؟

الف: با اضافه کردن مقداری از اکسید قطبی گوگرد به نمونه، غلظت گاز اکسیژن نسبت به تعادل اولیه کاهش پیدا می‌کند.

ب: با افزایش دمای ظرف، ثابت تعادل واکنش همانند غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش پیدا می‌کند.

پ: با قرار دادن وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم روی پیستون، واکنش به سمت رفت پیش خواهد رفت.

ت: با دو برابر کردن هم‌زمان غلظت هر دو اکسید گوگرد، تعادل به سمت برگشت پیش خواهد رفت.

(۴) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

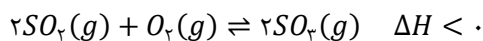
(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «پ»

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، این تعادل گرماده بوده و با مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها مقداری انرژی آزاد می‌کند. نمودار زیر واکنش‌های گرماگیر و گرماده را مقایسه می‌کند:



در رابطه با تعادل مورد نظر، عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: فرمول ساختاری اکسیدهای گوگرد به صورت زیر است:



در گوگرد دی‌اکسید همانند گوگرد تری‌اکسید، اتم‌های اطراف اتم مرکزی یکسان هستند، اما در گوگرد دی‌اکسید برخلاف گوگرد تری‌اکسید، اتم مرکزی دارای الکترون ناپیوندی است و بنابراین این ماده برخلاف گوگرد تری‌اکسید قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.

با افزودن گوگرد دی‌اکسید به ظرف، تعادل در جهت مصرف این ماده گازی، یعنی جهت رفت پیش رفته و مقداری از گاز اکسیژن نیز مصرف می‌شود. با مصرف شدن اکسیژن، غلظت این گاز در ظرف کاهش پیدا می‌کند.

«ب»: واکنش گرماده بوده و در نتیجه با افزایش دما در جهت مصرف گرما یعنی جهت برگشت پیش خواهد رفت. با پیش رفتن واکنش به سمت برگشت، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده به ترتیب افزایش و کاهش پیدا خواهد کرد. با ایجاد تغییرات ذکر شده، ثابت تعادل نیز کاهش پیدا می‌کند، چراکه در فرمول ثابت تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها در مخرج کسر و غلظت فراورده‌ها در صورت کسر قرار می‌گیرد.

«پ»: با قراردادن وزنه روی پیستون، فشار در ظرف افزایش پیدا کرده و حجم گازی‌های موجود در ظرف واکنش کاهش پیدا می‌کند. با کاهش حجم ظرف، ابتدا غلظت همه مواد افزایش پیدا می‌کند. واکنش طبق اصل لوشاتلیه، برای مقابله با تغییر ایجاد شده به سمتی که مجموع شمار مول‌های گازی کمتر است، یعنی به سمت رفت پیش خواهد رفت.

«ت»: ثابت تعادل این واکنش از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$K = \frac{[SO_2]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]}$$

با توجه به کسر ثابت تعادل، با ایجاد تغییر ذکر شده در ظرف واکنش، صورت و مخرج کسر، هرکدام ۴ برابر شده و بر این اساس، مقدار ثابت تعادل نسبت به حالت اولیه هیچ تغییری نکرده و بنابراین واکنش نیز به هیچ سمتی جابه‌جا نخواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام یک از موارد زیر درباره تهیه متانول با استفاده از متان از طریق واکنش دو مرحله‌ای، نادرست است؟

الف: شرایط انجام مرحله دوم این واکنش سخت‌تر بوده و به دمای بالاتری نیاز دارد.

ب: طی انجام این واکنش، سوخت رایج‌ترین نوع سلول سوختی نیز به‌عنوان فراورده جانبی تولید می‌شود.

پ: به دلیل بازده کم این روش، امروزه تهیه متانول از متان بیشتر از طریق واکنش مستقیم با اکسیژن صورت می‌گیرد.

ت: در طی واکنش کامل ۴۸ گرم گاز متان با بخار آب، نهایتاً ۱۲۰ میلی‌لیتر متانول با چگالی 0.8 g.mL^{-1} به‌دست می‌آید.

(۴) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

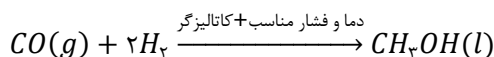
(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «پ»

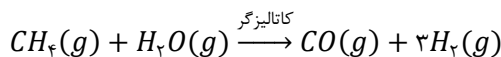
(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

متانول مایعی بی‌رنگ، بسیار سمی و ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد. از آنجا که این الکل کاربردهای زیادی در صنایع گوناگون دارد، باید آن را در مقیاس صنعتی تولید کرد. در صنعت برای تولید متانول، گاز کربن مونوکسید را با گاز هیدروژن در شرایط مناسب و در حضور کاتالیزگر واکنش می‌دهند. معادله شیمیایی این واکنش به‌صورت زیر است:



مواد واکنش‌دهنده برای این واکنش در دسترس نیستند، از این رو باید نخست آن‌ها را تولید و سپس به متانول تبدیل کرد. برای تهیه گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن، می‌توان از واکنش گاز متان و بخار آب در حضور کاتالیزگر بهره برد.



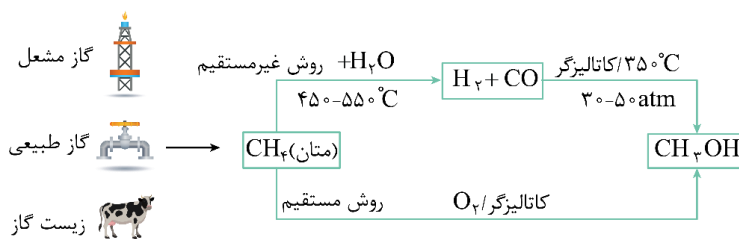
در رابطه با این فرایند دو مرحله‌ای، عبارت‌های (الف) و (پ) نادرست هستند.

بازيافت پلاستيك

استفاده بی‌رویه و بیش از حد پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون و زیست‌تخریب‌ناپذیر بودن آن‌ها سبب شده که این مواد در جای‌جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی‌اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته‌شده از این پلیمر را باید به‌طور جداگانه جمع‌آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات از روش‌های مقابل استفاده می‌شود: ۱- مواد ساخته‌شده از پلی‌اتیلن ترفتالات را می‌توان پس از شست‌وشو و تمیزکردن، ذوب کرده و دوباره از آن‌ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد. ۲- این مواد را می‌توان پس از شست‌وشو خرد کرده و به تکه‌های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد. ۳- این مواد و پسماندها را می‌توان به کمک واکنش‌های شیمیایی و برخی از مواد مثل متانول، به مونومرهای سازنده یا مواد اولیه ارزشمند تبدیل کرد.

بررسی موارد:

«الف»: تصویر زیر شرایط انجام دو مرحله این واکنش را مقایسه می‌کند:



همان‌طور که مشخص است، مرحله دوم این فرایند شیمیایی در دمای پایین‌تری قابل انجام است.

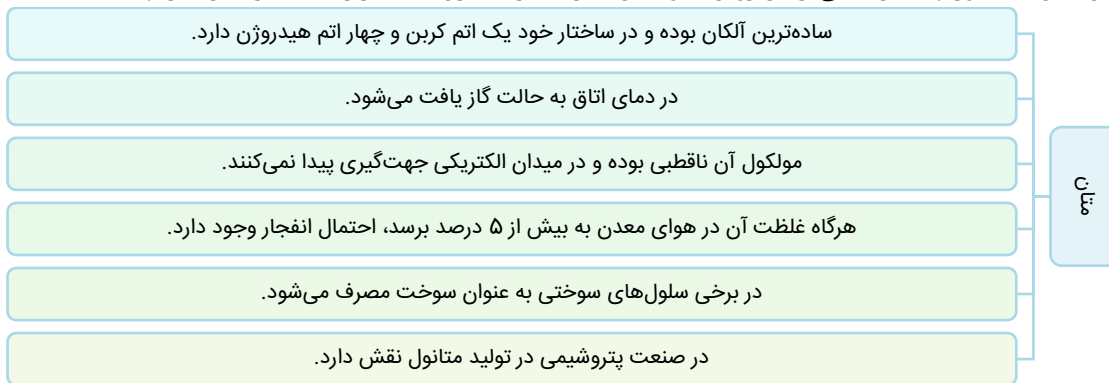
«ب»: معادله‌های موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



توجه داریم که رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن-اکسیژن بوده و سوخت آن گاز هیدروژن است. در واکنش اول به ازای مصرف هر مول متان، ۱ مول گاز کربن مونوکسید و ۳ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود. در طی واکنش دوم ۱ مول از گاز کربن مونوکسید با ۲ مول از گاز هیدروژن واکنش می‌دهد؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول از گاز متان در واکنش اول، ۱ مول گاز هیدروژن نیز به‌عنوان فرآورده جانبی واکنش کلی تولید می‌شود. از این گاز هیدروژن، می‌توان در سلول سوختی هیدروژن استفاده کرد. در رابطه با عنصر هیدروژن، داریم:



«پ»: گاز متان واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته و تبدیل آن به متانول دشوار است. امروزه اغلب متانول تولید شده از واکنش غیرمستقیم و دومرحله‌ای به‌دست می‌آید. به دلیل اهمیت متانول در صنعت از یک سو و ارزان بودن گاز متان از سوی دیگر، پژوهش‌های شیمیایی بسیاری در حال انجام است تا بتوان روشی جایگزین برای تبدیل متان به متانول پیدا کرد. یکی از این روش‌ها، واکنش متان با گاز اکسیژن است. در رابطه با گاز متان، داریم:



«ت»: برای حل سؤال ابتدا مقدار کربن مونوکسید حاصل از واکنش متانول با بخار آب را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol CO} = 48 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{1 \text{ mol CH}_4} = 3 \text{ mol}$$

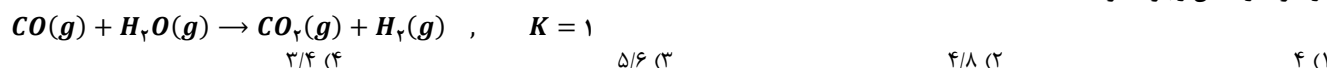
در مرحله بعد حجم متانول تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$? \text{ mL CH}_3\text{OH} = 3 \text{ mol CO} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CO}} \times \frac{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} \times \frac{1 \text{ mL CH}_3\text{OH}}{0.78 \text{ g CH}_3\text{OH}} = 120 \text{ mL}$$

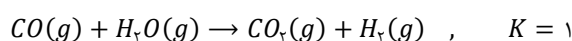
با توجه به محاسبات انجام شده، با مصرف ۴۸ گرم گاز متان در این واکنش، نهایتاً ۱۲۰ میلی‌لیتر متانول تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- دو ظرف **A** و **B** در اختیار داریم. ظرف **A** حاوی ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید و ۴ مول گاز کربن مونوکسید است. در ظرف **B** نیز ۲ مول بخار آب موجود است. اگر با باز کردن شیر میان دو ظرف محتوای آن‌ها را مخلوط کنیم، تعادل زیر برقرار خواهد شد. پس از برقراری تعادل، مجموعاً چند مول فرآورده در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟



معادله تعادلی واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در ابتدا با مخلوط کردن محتویات دو ظرف، در نمونه گازی ایجاد شده اصلاً گاز هیدروژن حضور ندارد؛ درحالی که غلظت این گاز در صورت کسر مربوط به محاسبه ثابت تعادل قرار گرفته است. در نقطه مقابل، هر دو گاز واکنش دهنده در مخلوط گازی ایجاد شده حضور دارند. بنابراین برای رسیدن به تعادل، واکنش باید به سمت رفت پیش رود. جدول زیر مول اولیه، تغییر مول و مول نهایی (تعادلی) هر گاز را در این تعادل شیمیایی نمایش می‌دهد:

ماده	CO	H ₂ O	CO ₂	H ₂
مول اولیه	۴	۲	۴	۰
تغییر مول	-x	-x	+x	+x
مول تعادلی	۴-x	۲-x	۴+x	x

حال کسر ثابت تعادل را می‌نویسیم. توجه داریم مجموع ضرایب مواد گازی در دو سمت معادله برابر بوده و بنابراین می‌توان برای محاسبه ثابت تعادل، از حجم ظرف صرف نظر کرده و به جای غلظت گازها، مول آن‌ها را جایگذاری کنیم. در این رابطه، داریم:

$$K = \frac{n_{CO_2} \times n_{H_2}}{n_{CO} \times n_{H_2O}} \times \frac{1}{V} \xrightarrow{\Delta n=0} K = \frac{n_{CO_2} \times n_{H_2}}{n_{CO} \times n_{H_2O}} = \frac{(4+x) \times (x)}{(4-x) \times (2-x)} = 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = x^2 + 4x \Rightarrow$$

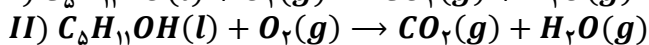
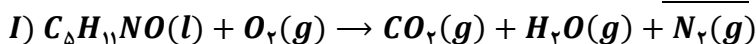
$$1 \cdot x = 8 \Rightarrow x = 8 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مول گازهای کربن دی‌اکسید، کربن مونوکسید، بخار آب و هیدروژن به ترتیب برابر با ۴/۸، ۳/۲، ۱/۲ و ۰/۸ است. همان‌طور که مشخص است، مجموع مول فراورده‌ها پس از ایجاد تعادل برابر با ۵/۶ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

برای تقویت مهارت‌های شما و درک عمیق‌تر مفاهیم، چند سؤال چالش برانگیز دیگر برای شما در نظر گرفته شده است که حل آن‌ها می‌تواند به پیشرفت شما کمک کند.

۱- درباره واکنش‌های موازنه‌نشده زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گونه‌ای است که در دمای 100 K به حالت گاز یافت می‌شود.

(۲) در نمونه‌ای به جرم برابر از هر دو ماده سوختنی، در واکنش I مقدار کربن دی‌اکسید بیشتری تولید خواهد شد.

(۳) ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌های واکنش II است.

(۴) به ازای مصرف $5/8$ مول گاز اکسیژن در واکنش I، مقدار $11/2$ گرم گاز نیتروژن در سمت فرآورده‌ها تولید می‌شود.

۲- کدام یک از موارد زیر، درست است؟

الف: ترکیبات حاصل از کنار هم قرار گرفتن آنیون‌ها و کاتیون‌ها، اصلی‌ترین جزو آب‌کره محسوب می‌شوند.

ب: تجزیه لاشه جانوران، نمونه‌ای از ارتباط زیست‌کره با سایر قسمت‌های کره زمین است.

پ: آب‌های زیرزمینی، اغلب حجم آب‌کره در بخش غیر اقیانوسی را شامل می‌شوند.

ت: اغلب واکنش‌های زیست‌کره توسط مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد انجام می‌شود.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «پ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۳- عنصر X در جدول تناوبی، نخستین عنصر فلزی یکی از گروه‌های دسته p است که همه عناصر آن در دمای اتاق به

حالت جامد هستند. چند مورد از مطالب زیر، در مورد عنصر X می‌تواند درست باشد؟

الف: بار یون آن می‌تواند با بار یون عنصر A، بر خلاف عنصر B برابر باشد.

ب: شمار عناصر شبه‌فلزی در گروه آن با شمار این عناصر در دوره آن برابر است.

پ: یون پایدار آن در بین یون پایدار عناصر هم‌دوره خود، بیشترین چگالی بار را دارد.

ت: برخلاف اغلب فلزهای اصلی جدول دوره‌ای، با از دست دادن الکترون، به آرایش گاز نجیب نخواهد رسید.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در وینیل کلرید و استیرن برابر ۱۴ است.

(۲) الکل تک عاملی که در ساختار خود ۵ پیوند $C - C$ دارد، از جمله مواد محلول در آب است.

(۳) فرآورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، برخلاف تفلون، سیر نشده بوده و با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(۴) شمار اتم‌های اسید سازنده استر موجود در سیب، به تقریب $2/3$ برابر شمار اتم‌های سازنده الکل این استر است.

۵- برای آبکاری هر قاشق آهنی با نقره، باید $0/54$ گرم نقره روی آن رسوب کند. برای تأمین انرژی لازم جهت فرایند

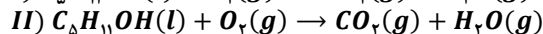
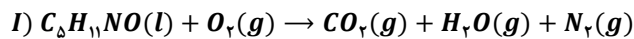
آبکاری این قاشق‌ها، از سلول سوختی هیدروژن استفاده می‌شود. اگر الکترون‌های مبادله شده به ازای واکنش ۲

کیلوگرم گاز هیدروژن در سلول سوختی، انرژی لازم برای آبکاری تعداد ۵۰۰۰۰ قاشق آهنی را تأمین کند، بازده

سلول سوختی برابر چند درصد بوده است؟ ($H = 1$ و $Ag = 108 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۴۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۱۸

۱- درباره واکنش‌های موازنه‌نشده زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($N = 14 \text{ g mol}^{-1}$)

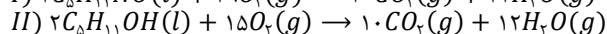
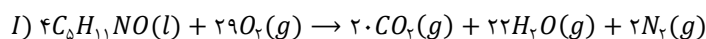


- ۱) کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گونه‌ای است که در دمای $100K$ به حالت گاز یافت می‌شود.
- ۲) در نمونه‌ای به جرم برابر از هر دو ماده سوختنی، در واکنش I مقدار کربن دی‌اکسید بیشتری تولید خواهد شد.
- ۳) ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌های واکنش II است.
- ۴) به ازای مصرف $5/8$ مول گاز اکسیژن در واکنش I، مقدار $11/2$ گرم گاز نیتروژن در سمت فرآورده‌ها تولید می‌شود.

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

هر دو ماده سوختنی، تعداد اتم‌های کربن و اکسیژن برابری داشته و تفاوت آن‌ها صرفاً در اتم هیدروژن و نیتروژن آن‌ها است. معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده، به ازای هر مول از مواد سوختنی ۵ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. از طرفی $C_5H_{11}NO$ جرم مولی بالاتری نسبت به $C_5H_{11}OH$ (پنتانول) داشته و بنابراین در نمونه‌هایی به جرم‌های برابر، شمار مول پنتانول بیشتر خواهد بود؛ پس می‌توان گفت در واکنش II مقدار بیشتری گاز کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گاز نیتروژن است. نقطه جوش نیتروژن برابر با $-196^\circ C$ یا $77K$ است. پس می‌توان گفت دمای $100K$ بالاتر از نقطه جوش نیتروژن بوده و این نمونه در این دما به حالت گاز یافت خواهد شد.
- ۳) ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با ۲۲ و مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها در واکنش II نیز برابر با ۲۲ است.
- ۴) مقدار نیتروژن حاصل از واکنش $5/8$ مول اکسیژن با ماده سوختنی را محاسبه می‌کنیم:

$$? g N_2 = 5/8 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{29 \text{ mol } O_2} \times \frac{28 \text{ g } N_2}{1 \text{ mol } N_2} = 11/2 \text{ g}$$

همان‌طور که مشخص است، از سوختن مقدار کافی $C_5H_{11}NO$ به همراه $5/8$ مول گاز اکسیژن، $11/2$ گرم گاز نیتروژن در سمت فرآورده‌ها تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۲- کدام یک از موارد زیر، درست است؟

- الف: ترکیبات حاصل از کنار هم قرار گرفتن آمیون‌ها و کاتیون‌ها، اصلی‌ترین جزو آب‌کره محسوب می‌شوند.
- ب: تجزیه لاشه جانوران، نمونه‌ای از ارتباط زیست‌کره با سایر قسمت‌های کره زمین است.
- پ: آب‌های زیرزمینی، اغلب حجم آب‌کره در بخش غیر اقیانوسی را شامل می‌شوند.
- ت: اغلب واکنش‌های زیست‌کره توسط مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد انجام می‌شود.

۴) «ب» و «ت»

۳) «ب» و «پ»

۲) «پ» و «ت»

۱) «الف» و «پ»

(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

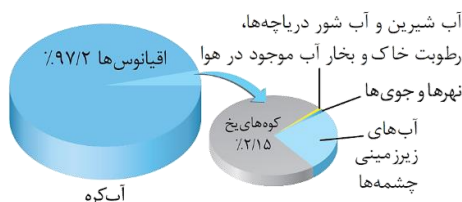
بررسی موارد:

- «الف»: اصلی‌ترین جزء آب‌کره، مولکول‌های آب با فرمول شیمیایی H_2O هستند که برخلاف ترکیبات یونی، از کنار هم قرار گرفتن یون‌هایی با بار مخالف (آمیون‌ها و کاتیون‌ها) تشکیل نشده‌اند.
- «ب»: کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل چهار بخش هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است. با تجزیه لاشه جانوران، گازهای مختلف تولید شده و وارد بخش‌های دیگر سازنده کره زمین می‌شوند.

بخش‌های گوناگون کره زمین

کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل چهار بخش (۱) هواکره (۲) سنگ‌کره (۳) زیست‌کره و (۴) آب‌کره است. درون این سامانه و بین این چهار بخش به‌طور پیوسته مواد گوناگون مبادله می‌شود؛ در نتیجه زمین از دیدگاه شیمیایی پویا است و بخش‌های گوناگون آن برهم‌کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند. لاشه جانوران و گیاهان، به‌طور عمده از مواد آلی ساخته شده و بر اثر واکنش‌های شیمیایی تجزیه شده و به‌صورت مولکول‌های کوچک‌تر مانند آب، متان و ... وارد هواکره، آب‌کره و سنگ‌کره می‌شوند.

«پ»: تصویر زیر نحوه توزیع منابع مختلف آب‌کره را نمایش می‌دهد:



همان طور که مشخص است، اغلب حجم آب کره در بخش غیر اقیانوسی را کوه‌های یخ شکل می‌دهند. در رابطه با منابع غیر اقیانوسی آب، داریم:
مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب > آب نهرها و جوی‌ها > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ
«ت»: زیست کره شامل جانداران روی کره زمین است. در واکنش‌های آن‌ها، درشت مولکول‌ها (مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد) نقش اساسی دارند. این درشت مولکول‌ها، به‌طور عمده به‌عنوان آنزیم و ... ایفای نقش می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۳- عنصر X در جدول تناوبی، نخستین عنصر فلزی یکی از گروه‌های دسته p است که همه عناصر آن در دمای اتاق به حالت جامد هستند. چند مورد از مطالب زیر، در مورد عنصر X می‌تواند درست باشد؟
الف: بار یون آن می‌تواند با بار یون عنصر A برابر باشد.
ب: شمار عناصر شبه‌فلزی در گروه آن با شمار این عناصر در دوره آن برابر است.
پ: یون پایدار آن در بین یون پایدار عناصر هم‌دوره خود، بیشترین چگالی بار را دارد.
ت: برخلاف اغلب فلزهای اصلی جدول دوره‌ای، با از دست دادن الکترون، به آرایش گاز نجیب نخواهد رسید.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

عناصر دسته p همه عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ جدول تناوبی به‌جز هلیم را شامل می‌شوند. در این بین، تنها در گروه‌های ۱۳ و ۱۴، همه عناصر در دمای اتاق به حالت جامد هستند. اولین عنصر فلزی گروه ۱۳ معادل آلومینیم و اولین عنصر فلزی گروه ۱۴ معادل قلع است. همه عبارات‌های داده شده درباره حداقل یکی از این عناصر درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: آهن با عدد اتمی ۲۶ و مس با عدد اتمی ۲۹، به ترتیب در گروه‌های ۸ و ۱۱ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند. آهن در ترکیبات خود به‌صورت یون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} و مس نیز در ترکیبات خود به‌صورت یون‌های Cu^+ و Cu^{2+} مشاهده می‌شود. از طرفی آلومینیم تک ظرفیتی بوده و در همه ترکیب‌های خود به‌صورت یون Al^{3+} حضور پیدا می‌کند؛ بنابراین بار یون آلومینیم می‌تواند با بار یکی از یون‌های آهن برخلاف مس مشابه باشد.
«ب»: آلومینیم در گروه ۱۳ و دوره ۳ جدول دوره‌ای قرار گرفته است. در گروه ۱۳ عنصر بور و در دوره ۳ عنصر سیلیسیم از جمله شبه‌فلزها است؛ بنابراین شمار عناصر شبه‌فلزی در دوره و گروه آن برابر است.

شبه‌فلزها

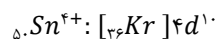
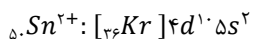
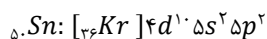
شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همه عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دسته‌ی p این جدول قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه‌فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:
۱- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.
۲- سیلیسیم و ژرمانیم، برخلاف عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربه‌ی چکش، خرد می‌شوند.
۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.
۴- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

«پ»: در بین عناصر دوره سوم، آلومینیم و فسفر بیشترین اندازه بار را دارند. از طرفی یون آلومینیم در ساختار خود دارای ۲ لایه الکترونی و یون فسفید دارای ۳ لایه الکترونی است؛ بنابراین شعاع آلومینیم کوچک‌تر بوده و در بین عناصر هم‌دوره خود بیشترین چگالی بار را دارد.

مقایسه آنتالپی فروپاشی

اگر هر یون را کره‌ای باردار در نظر بگیرید، چگالی بار نسبت اندازه بار یون به حجم آن است. کمیتی که می‌تواند برای مقایسه میزان برهم‌کنش میان یون‌ها به کار رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به کار برد، نسبت مقدار بار یون به شعاع آن است. گرمای مصرف شده در فشار ثابت در واکنشی که طی آن یک مول از شبکه ترکیب یونی به یون‌های گازی سازنده تجزیه می‌شود را آنتالپی فروپاشی می‌نامیم و آن را با $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ نشان می‌دهیم. برای مقایسه آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی، می‌توان از مقایسه نسبت بار به شعاع یون‌های سازنده آن ماده استفاده کرد. به این منظور ابتدا اندازه بار یون‌های تشکیل‌دهنده ترکیب را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. هر ترکیبی که مجموع اندازه بار یون‌های آن بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تری نیز خواهد داشت. برای مثال مجموع اندازه بار یون‌ها در MgO و KCl به ترتیب برابر ۵، ۴ و ۲ بوده و مقایسه آنتالپی فروپاشی این مواد به‌صورت $MgO > KCl > LiF$ است. اگر اندازه بار یون‌ها برابر بود، به سراغ شعاع یون‌های سازنده می‌رویم. هرچه شعاع یون‌های تشکیل‌دهنده ترکیب یونی کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی آن ترکیب یونی بزرگ‌تر خواهد بود. برای مثال مقایسه آنتالپی فروپاشی سه ترکیب لیتیم فلوئورید، لیتیم کلرید و سدیم کلرید به‌صورت $LiF > LiCl > NaCl$ است.

«ت»: آلومینیم با از دست دادن ۳ الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود یعنی نئون می‌رسد. آرایش الکترون آلومینیم و یون آن به‌صورت زیر است:
 $Al: [1, Ne] 3s^2 3p^1$ $Al^{3+}: [1, Ne]$
از طرفی فلز قلع در ترکیبات یونی به‌صورت یون‌های $+2$ و $+4$ یافت شده و به آرایش گاز نجیب قبل از خود نمی‌رسد. آرایش الکترونی قلع و یون‌های آن به‌صورت زیر است:



۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ۱) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در وینیل کلرید و استیرین برابر ۱۴ است.
- ۲) الکل تک عاملی که در ساختار خود ۵ پیوند $C - C$ دارد، از جمله مواد محلول در آب است.
- ۳) فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرین، برخلاف تفلون، سیر نشده بوده و با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- ۴) شمار اتم‌های اسید سازنده استر موجود در سیب، به تقریب ۲/۳ برابر شمار اتم‌های سازنده الکل این استر است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۳)

الکل‌های یک تا سه کربنه یعنی متانول، اتانول و پروپانول و همچنین ساده‌ترین ترکیب کتونی یعنی استون، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیر شده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. الکل‌های ۴ و ۵ کربنه نیز انحلال‌پذیری بالایی در آب داشته و با مخلوط کردن یک نمونه از آن‌ها با آب، محلول تشکیل می‌شود. الکل‌هایی که بیشتر از ۵ کربن در ساختار خود دارند، نمی‌توانند به خوبی در آب حل شده و محلول همگن تشکیل دهند. شمار پیوند کربن-کربن در یک الکل n کربنه برابر $n - 1$ است. از این رو، شمار اتم‌های کربن در الکی که در ساختار خود ۵ پیوند $C - C$ دارد، برابر ۶ است و همان‌طور که اشاره شد، این الکل نمی‌تواند به خوبی در آب حل شود.

انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب

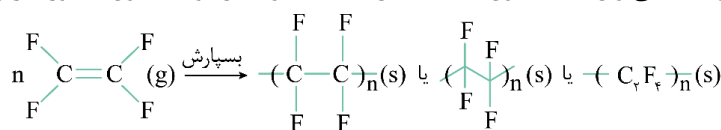
با افزایش طول زنجیره‌ی هیدروکربنی در مولکول الکل‌ها، میزان قطبیت این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره‌ی کربنی در الکل‌ها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب (حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در چربی‌ها و هگزان (حلال‌های ناقطبی) افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره‌ی کربنی در الکل‌ها، خاصیت آب‌گریزی یا همان چربی‌دوستی الکل‌ها بیشتر می‌شود. برای مثال، چون طول زنجیره هیدروکربنی اوکتانول ($C_8H_{17}OH$) بلندتر از طول زنجیره‌ی هیدروکربنی بوتانول (C_4H_9OH) است، می‌توان گفت این ماده خاصیت چربی‌دوستی بیشتری داشته و به مقدار بیشتری در چربی‌ها حل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) وینیل کلرید با فرمول مولکولی C_2H_3Cl ، دارای ۶ پیوند اشتراکی در ساختار خود است. همچنین استیرین با فرمول مولکولی C_8H_8 دارای ۲۰ پیوند اشتراکی در ساختار خود است. توجه داریم که هر پیوند دوگانه، دو پیوند و هر پیوند سه گانه نیز سه پیوند محسوب می‌شود. وینیل کلرید و استیرین به ترتیب مونومر شرکت‌کننده در واکنش تولید پلی وینیل کلرید و پلی استیرین هستند. در رابطه با پلیمرهای افزایشی، داریم:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی - بطری پلاستیکی - لوله‌ی پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرین	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلورواتن	نخ دندان - کفی اتو - تولید ظروف نجسب - نوار آب‌بندی لوله‌ها
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)	کیسه‌های خون

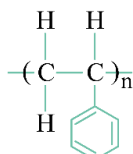
۳) تفلون حاصل پلیمری شدن تترافلورواتن با فرمول مولکولی C_2F_4 است. در طی این واکنش، پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن شکسته شده و هر اتم کربن با یک اتم کربن از مولکولی دیگر پیوند اشتراکی $C - C$ برقرار می‌کند. در فراورده حاصل یعنی پلی تترافلورواتن (تفلون)، دیگر پیوند دوگانه‌ای بین اتم‌های کربن وجود نداشته و در نتیجه می‌توان گفت تفلون ماده‌ای سیر شده است. واکنش تولید تفلون به صورت زیر است:



تترافلورواتن

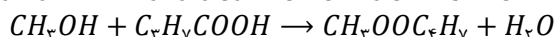
پلی تترافلورواتن یا تفلون

از طرفی استیرین در ساختار خود دارای ۴ پیوند $C = C$ بوده و با تبدیل شدن به پلیمر، تنها یکی از این پیوندها به پیوندهای $C - C$ تبدیل می‌شود؛ بنابراین ترکیب حاصل دارای پیوند $C = C$ بوده و سیر نشده است. ساختار پلی استیرین به صورت زیر است:



هیدروکربن‌های سیر نشده می‌توانند در حضور کاتالیزگر مناسب، با گاز هیدروژن واکنش داده و تبدیل به نمونه‌ای سیر شده شوند.

۴) استر موجود در سیب، متیل بوتانوات است. این استر حاصل واکنش بین متانول و بوتانوئیک اسید بوده و معادله این واکنش به صورت زیر است:



شمار اتم‌های اسید سازنده این استر یعنی بوتانوئیک اسید برابر ۱۴ و شمار اتم‌های سازنده الکل سازنده این استر یعنی متانول برابر ۶ است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{14}{6} \approx 2/3$$

۵- برای آبکاری هر قاشق آهنی با نقره، باید ۰/۵۴ گرم نقره روی آن رسوب کند. برای تأمین انرژی لازم جهت فرایند آبکاری این قاشق‌ها، از سلول سوختی هیدروژن استفاده می‌شود. اگر الکترون‌های مبادله شده به ازای واکنش ۲ کیلوگرم گاز هیدروژن در سلول سوختی، انرژی لازم برای آبکاری تعداد ۵۰۰۰۰ قاشق آهنی را تأمین کند، بازده سلول سوختی برابر چند درصد بوده است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$ و $Ag = 108$)

۱۸ (۴)

۱۲/۵ (۳)

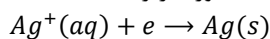
۲۵ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نیم‌واکنش کاهش انجام شده در سمت کاتد سلول آبکاری قاشق‌ها به صورت زیر است:

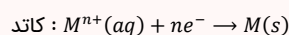
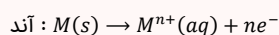


در طی این نیم‌واکنش، هر یون نقره با گرفتن یک الکترون به اتم نقره تبدیل شده و روی قاشق می‌نشیند. حال مقدار الکترون لازم برای آبکاری ۵۰۰۰۰ قاشق را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } e = 50000 \times \frac{0.54 \text{ g Ag}}{1 \text{ قاشق}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mol } e}{1 \text{ mol Ag}} = 250 \text{ mol}$$

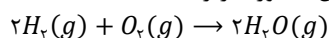
آبکاری

در زندگی روزانه از وسایل و ابزار گوناگونی مانند وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان، دستگیره در و ... استفاده می‌شود که فلز اصلی سازنده آن‌ها آهن یا مس است. خوردگی این فلزها از یک سو سبب از بین رفتن زیبایی وسیله می‌شود و از سوی دیگر به سلامتی بدن آسیب می‌رساند. به همین دلیل، سطح اغلب این وسایل فلزی را به کمک فرایند آبکاری و با فلزهایی مانند نقره، کروم، نیکل و طلا می‌پوشانند. با پوشش دادن به سطح این فلزها، وسایل ساخته شده از آن‌ها در مقابل خوردگی محافظت می‌شوند. در سلول الکترولیتی مربوط به فرایند آبکاری، تیغه فلز آبکاری را به قطب مثبت باتری و جسم فلزی را به قطب منفی باتری وصل می‌کنیم. الکترولیت به کاررفته در این واکنش نیز محلولی از نمک فلز آبکاری است. در قطب مثبت یا همان آند، فلز آبکاری اکسایش یافته و به کاتیون تبدیل می‌شود. الکترون آزادشده در این قطب به سمت قطب منفی یا همان کاتد رفته و در نیم‌واکنش کاهش، کاتیون موجود در محلول شرکت می‌کند. در واقع نیم‌واکنش‌های انجام شده در این سلول قرینه یکدیگر هستند.



در سلول آبکاری اگر n مول فلز در آند اکسایش یابد، n مول کاتیون همان فلز در کاتد کاهش می‌یابد. پس در این سلول، اگر آند از جنس فلز پوشاننده باشد، کاهش جرم تیغه آندی برابر افزایش جرم تیغه کاتدی است. همچنین با توجه به تولید و مصرف مقدار یکسان کاتیون در دو نیم واکنش، غلظت کاتیون این فلز در الکترولیت ثابت بوده و حین انجام کار سلول نیازی به اضافه کردن نمک آن به محلول نیست.

معادله واکنش انجام شده در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای ۲ واحد گاز هیدروژن یا ۱ واحد گاز اکسیژن، ۴ الکترون مبادله می‌شود. حال مقدار نظری الکترون مبادله شده در سلول سوختی را محاسبه می‌کنیم:

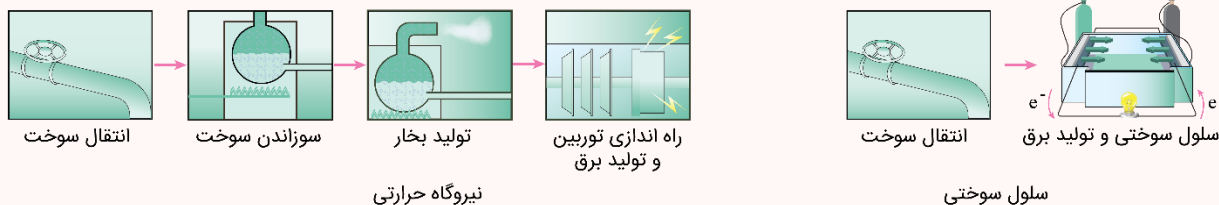
$$? \text{ mol } e = 2 \text{ kg } H_2 \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{4 \text{ mol } e}{2 \text{ mol } H_2} = 2000 \text{ mol}$$

در پایان بازده سلول سوختی را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{250 \text{ mol } e}{2000 \text{ mol } e} \times 100 = 12.5\%$$

سلول‌های سوختی

یکی از روش‌های تبدیل انرژی شیمیایی سوخت‌ها به انرژی الکتریکی، استفاده از سلول‌های سوختی است. در این روش، سوخت موردنظر به طور مستقیم وارد سلول‌های سوختی شده و انرژی شیمیایی ذخیره شده در آن، مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. از آن‌جا که در سلول‌های سوختی، انرژی شیمیایی سوخت‌ها به طور مستقیم به انرژی الکتریکی تبدیل شده و برخلاف نیروگاه‌ها، در این روش چند مرحله‌ی متوالی از تبدیل انرژی صورت نمی‌گیرد، اتلاف انرژی به صورت گرما در این روش کمتر است و درصد بیشتری از انرژی شیمیایی ذخیره شده در سوخت به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. مراحل تبدیل انرژی در سلول سوختی و نیروگاه‌های حرارتی به شرح زیر است:



نیروگاه حرارتی

سلول سوختی

توجه داریم که در نیروگاه‌های حرارتی، انرژی شیمیایی موجود در سوخت موردنظر پس از سوختن به انرژی گرمایی تبدیل شده و با تبخیر آب موجود در یک مخزن (نه آب تولید شده در واکنش سوختن!)، سبب تولید بخار می‌شود. همان‌طور که گفتیم، این بخار آب در یک محفظه‌ی جداگانه تولید شده و مجزا از بخار آب حاصل از سوزاندن سوخت است. در مرحله بعد، بخار تولیدشده سبب راه‌اندازی توربین شده و انرژی گرمایی به انرژی مکانیکی تبدیل می‌شود. انرژی مکانیکی تولیدشده توسط توربین نیز توسط ژنراتور (دینام) به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز