

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره فقه‌نوس ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

دفترچه شماره ۱

سه شنبه ۱۷ تیر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه	۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

۱- یک دنباله با جمله اول $47-$ و قدرنسبت 3 به صورت حسابی آغاز می‌شود. با شروع جملات مثبت، دنباله با همان قدرنسبت اما به صورت هندسی ادامه می‌یابد. اگر مجموع n جمله اول این دنباله برابر $28-$ باشد، تعداد جملات مثبت در n جمله اول کدام است؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۲- حاصل $(\sqrt{3}-1)^5 \sqrt{4+2\sqrt{3}} (\sqrt{4+2\sqrt{3}})^2$ برابر کدام است؟

$\sqrt{3}-1$ (۱) $4-2\sqrt{3}$ (۲) 16 (۳) 32 (۴)

۳- مجموعه جواب نامعادله $|5-3x| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

صفر (۱) 1 (۲) 2 (۳) 4 بی‌شمار (۴)

۴- سهمی $y = mx^2 + mx - 2$ خط $y = m - 2x$ را در دو نقطه متمایز قطع می‌کند. حدود m چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۵- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 4\alpha x^2 + 3x + 9\beta$ و $\alpha > \beta$ باشد، ریشه‌های کدام معادله زیر $2\alpha + \beta$ و $2\alpha - \beta$ است؟

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad (4)$$

۶- به ازای کدام مقدار a ، مجموع جواب‌های معادله $a(1 + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2 - x} + \frac{1}{x-1}$ برابر $\frac{1}{4}$ است؟

1 (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) 2 (۳) -1 (۴)

۷- منحنی $y = \frac{ax+8}{2x+3}$ بر نیمساز ناحیه دوم مختصات مماس است. مقدار a کدام است؟

5 (۱) -5 (۲) 11 (۳) -11 (۴)

۸- حاصل $(\log 2)^2 - (\log 5)^2 + (\log 25)$ کدام است؟

$\log \frac{5}{2}$ (۱) $\log \frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴)

محل انجام محاسبات

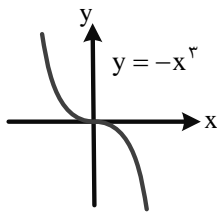
۹- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = 3 - x$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۰- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ و برای هر $x > 0$ رابطه $f^{-1}(x) = af^{-1}(\frac{b}{x})$ برقرار باشد، $a - b$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴)

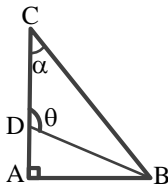
۱۱- نمودار تابع $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. نمودار به دست آمده را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. اگر نمودار تابع $y = g(x) - 3x$ به صورت مقابل باشد، مقدار



$f(2)$ کدام است؟

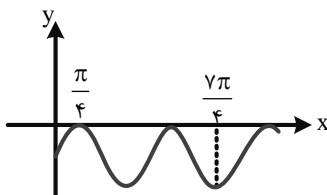
- ۱۶ (۱)
۱۸ (۲)
۲۰ (۳)
۲۲ (۴)

۱۲- در شکل مقابل، $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ است. اگر $DC = 2AD$ باشد، مقدار $\cos 2\theta$ چقدر است؟



- ۰/۸ (۱)
۰/۶ (۲)
۰/۳۶ (۳)
۰/۶۴ (۴)

۱۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \sin \frac{a}{b}x$ به صورت مقابل است. دوره تناوب تابع $y = a \cos bx$ کدام است؟



- $\frac{\pi}{2}$ (۱)
 π (۲)
 2π (۳)
 4π (۴)

محل انجام محاسبات

۱۴- حداکثر فاصله بین دو صفر متوالی تابع $f(x) = \sin 2x + 4 \sin^2 x \cos x$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۱۵- اگر $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$ و $g(x) = \frac{3x}{x^3-1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (f-g)(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow b} \frac{b}{ax^2 + 4x + \frac{a}{4}} = -\infty$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) فقط ۴/۵ (۲) فقط ۴/۵ یا ۴/۵ (۳) ۴/۵ یا ۴/۵ یا -۴/۵ (۴) a و b یافت نمی‌شود.

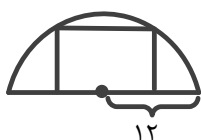
۱۷- خط $3x + 2y = 9$ در نقطه $A(3, 0)$ بر دایره‌ای به مرکز $O(a, -\frac{3}{4})$ مماس است. a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۸- اگر $f(x) = x + \sqrt[3]{2x^2}$ و $g'(x) = \frac{1}{4}x + \sqrt{x}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g(f^2(x))$ در نقطه $x = 2$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۲۴۰ (۳) $\frac{۱۶۰}{۳}$ (۴) $\frac{۳۲۰}{۳}$

۱۹- مستطیلی در نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۲ محاط شده است و یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره منطبق است. بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱۴۴
(۲) ۲۸۸
(۳) ۱۹۶
(۴) ۲۵۶

۲۰- مقدار مینیمم مطلق تابع $y = x^2 - 7x - 8\sqrt{2x-7}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-18/25$ (۲) $-24/25$ (۳) $-28/25$ (۴) $-12/25$

محل انجام محاسبات

۲۱- متمم مجموعه $(A-B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $A \cup B'$ (۲) $A' \cup B$ (۳) A' (۴) B

۲۲- از میان ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک که همگی متمایز هستند به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک انتخاب کرد و در قفسه چید به طوری که دو کتاب فیزیک کنار هم قرار نگیرند؟

- (۱) ۴۳۲ (۲) ۲۸۸ (۳) ۸۶۴ (۴) ۲۱۶

۲۳- عددی به تصادف از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۱ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳ یا ۵ است ولی مضرب ۱۵ نیست؟

- (۱) $0/39$ (۲) $0/41$ (۳) $0/43$ (۴) $0/5$

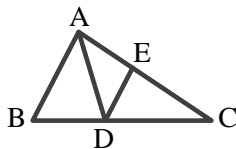
۲۴- ۲ نفر به سمت هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه در یک بار تیراندازی، تیر به هدف بخورد برای اولی $0/6$ و برای دومی $0/8$ است. احتمال اینکه تنها یکی از تیرها به هدف بخورد کدام است؟

- (۱) $0/92$ (۲) $0/44$ (۳) $0/45$ (۴) $0/46$

۲۵- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای به صورت $[2/93, 3/81]$ و انحراف معیار جامعه برابر $2/2$ باشد، اندازه نمونه کدام است؟

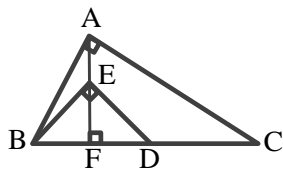
- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۲۵۰

۲۶- در شکل مقابل، AD نیمساز و $AB \parallel DE$ است. $AB=6$ ، $AC=12$ ، اگر $DC=10$ باشد، BD کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) $7/5$
(۳) ۱۰
(۴) $2/5$

۲۷- در شکل مقابل، $EB=6$ و $BF=4$ است. اگر $DC=7$ باشد، حاصل $AC-AF$ کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) $4\sqrt{3}$
(۳) $6\sqrt{3}$
(۴) $8\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۳۴- به ازای چند مقدار m ، دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} (m-1)x - 2y = m+2 \\ 6x - my = 3m \end{cases}$ جواب ندارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(۴) هیچ مقدار قابل قبولی برای m به دست نمی‌آید.

۳۵- در یک بیضی، فاصله کانونی با قطر کوچک هم‌اندازه است. از F عمودی بر قطر کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقطه M قطع کند. اگر $MF=1$ باشد، آن‌گاه فاصله M از کانون دیگر چقدر است؟ (F کانون بیضی است)

۱ (۱) $\sqrt{3}$ ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$

۳۶- حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای $\vec{a}=(3,0,m)$ ، $\vec{b}=(-1,2,4)$ و $\vec{c}=(1,2,1)$ مساوی ۲ می‌باشد. مقدار m کدام است؟

۱ (۱) -۳ و -۴ ۲ (۲) ۴ و -۳ ۳ (۳) -۵ و ۴ ۴ (۴) -۵ و -۴

۳۷- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۱۹ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم سه برابر عدد N بر عدد ۱۱ مساوی ۷ شده است. باقی‌مانده تقسیم کوچک‌ترین عدد سه رقمی N بر ۸ کدام است؟

۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) ۷

۳۸- برای پست کردن نامه‌ای به ۳۵۰۰ تومان تمبر نیاز داریم. اگر فقط تمبرهای ۳۰۰ تومانی و ۴۰۰ تومانی در دسترس باشد، به چند حالت می‌توان تمبرها را خریداری کرده به طوری که از هر تمبر حداقل یکی خریده باشیم؟

۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) ۴

۳۹- در گراف G از مرتبه $p=19$ ، $2\Delta(G)=\delta(\bar{G})$ و $5\delta(G)=\Delta(\bar{G})$ برقرار است. حاصل جمع مقادیر \max و \min اندازه این گراف کدام است؟

۱ (۱) ۸۶ ۲ (۲) ۸۴ ۳ (۳) ۸۷ ۴ (۴) ۸۵

۴۰- از مجموعه $A=\{1,2,3,\dots,20\}$ ، حداقل چند عدد به تصادف انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم بین اعضای انتخاب شده، حداقل ۲ عدد مانند a و b وجود دارند به طوری که $(a,b)=1$ ؟

۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۱ ۴ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه‌ساز کنکور سراسری



دوره ققنوس ماز



دفترچه شماره ۲

سه‌شنبه ۱۷ تیر ماه ۱۴۰۴

بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۶

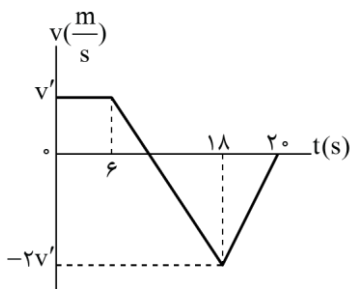
ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۶۵ سؤال	۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک	۱
۷۵ دقیقه	۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استانداردهای دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

۴۱- در کدام گزینه فقط یکاهای اصلی ذکر شده‌اند؟

- (۱) نیوتون، متر، آمپر (۲) زمان، طول، جرم (۳) شمع، آمپر، کلوین (۴) گرم، مول، ژول

۴۲- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی صفر تا $۲۰s$ مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط خودرو در بازه زمانی $۴s$ تا $۱۶s$ چند برابر بزرگی شتاب خودرو در لحظه $۱۹s$ است؟



(۱) $\frac{1}{24}$

(۲) $\frac{5}{24}$

(۳) $\frac{5}{12}$

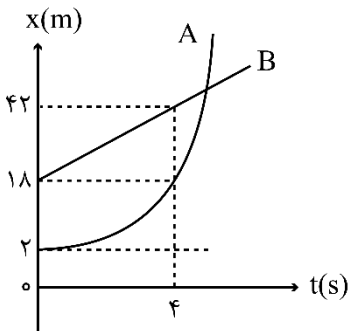
(۴) $\frac{1}{12}$

۴۳- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x_1 = ۱۰m$ سرعت متحرک $\frac{126}{h} km$ و در

مکان $x_2 = ۶۵m$ سرعت متحرک $\frac{72}{h} km$ باشد، بردار شتاب متحرک در SI کدام است؟

- (۱) $-\vec{a}_1$ (۲) \vec{a}_1 (۳) $-\vec{v} / \vec{a}_1$ (۴) \vec{v} / \vec{a}_1

۴۴- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در فاصله چندمتری مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند؟ (متحرک A با شتاب ثابت در حال حرکت است.)



(۱) ۵۲

(۲) ۶۲

(۳) ۶۶

(۴) ۱۰۲

۴۵- از یک بلندی، گلوله‌ای را در شرایط خلأ و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر این گلوله $\frac{5}{9}$ آخر مسیر خود را در مدت $7s$

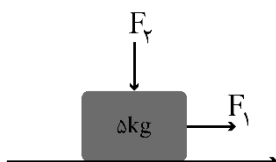
طی کند، زمان کل حرکت گلوله چند ثانیه بوده است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

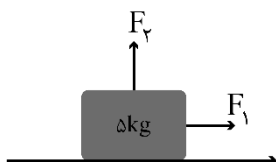
محل انجام محاسبات

۴۶- مطابق شکل‌های زیر، در دو آزمایش مختلف به جسم ساکنی روی یک سطح افقی نیروی افقی $F_1 = 65\text{N}$ و نیروی عمودی $F_2 = 20\text{N}$ وارد می‌شود و جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر در شکل (۱)، پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی

جسم به $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، در شکل (۲)، پس از طی مسافت چند متر، تندی جسم به $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



شکل (۱)



شکل (۲)

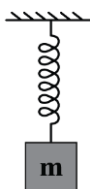
(۱) ۷/۲

(۲) ۴/۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۴۷- مطابق شکل، وقتی وزنه ۳ کیلوگرمی را به یک فنر با طول عادی آویزان می‌کنیم، طول فنر بعد از تعادل ۱۳cm می‌شود و وقتی وزنه ۵ کیلوگرمی را به این فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر بعد از تعادل ۱۵cm می‌شود. ثابت فنر واحد SI و طول عادی فنر (بدون وزنه) سانتی‌متر است. ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و جرم فنر ناچیز است.)



(۱) ۱۰ - ۱۰

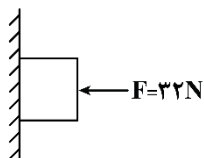
(۲) ۰/۱ - ۱۰

(۳) ۱۰ - ۱۰۰۰

(۴) ۰/۱ - ۱۰۰۰

۴۸- در شکل زیر، جسمی به جرم $2/4\text{kg}$ توسط نیروی افقی F ، به دیواری فشرده شده است و در حالت سکون قرار دارد.

نیروی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، چند برابر وزن جسم است؟ ($\mu_s = 0/8$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۲) $\frac{4}{3}$

(۴) $\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{5}{3}$

۴۹- پره‌ی یک بالگرد با دوره ۰/۲۵s به‌طور یکنواخت می‌چرخد. اگر شعاع پره $2/00\text{m}$ باشد، نوک پره با تندی چند متر بر ثانیه می‌چرخد؟

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۶۰

(۲) 160π

(۱) 200π

محل انجام محاسبات

۵۰- معادله نیرو - مکان نوسانگر وزنه - فنری در SI به صورت $F = -\frac{4\pi^2}{5}x$ است. اگر جرم نوسانگر ۲۰۰ گرم و انرژی

مکانیکی آن در مکان $x = -\frac{\sqrt{2}}{3}A$ برابر با $4\pi^2 mJ$ باشد، معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

(۱) $x = 0.1 \cos 2\pi t$ (۲) $x = 0.1 \cos \lambda \pi t$

(۳) $x = 0.01 \cos 2\pi t$ (۴) $x = 0.01 \cos \lambda \pi t$

۵۱- توان یک چشمه صوتی که صوت را در همه جهت‌ها به طور یکسان پخش می‌کند، برابر $120W$ است. در فاصله

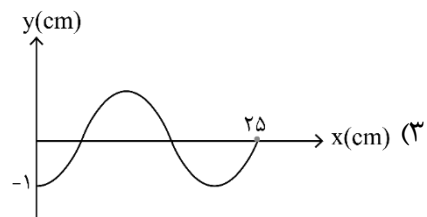
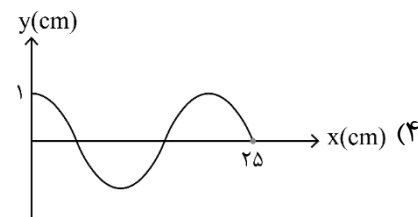
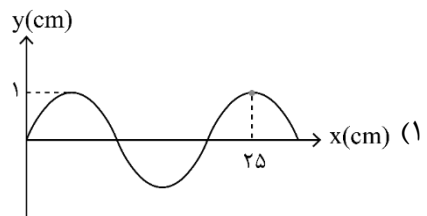
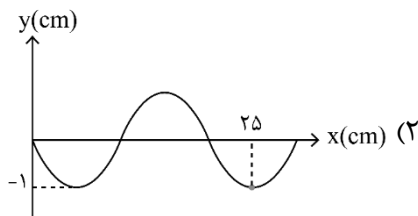
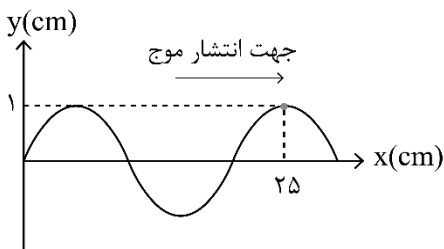
چندمتری از این چشمه، تراز شدت صوت برابر 7 بل است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \pi = 3)$

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۰۰

۵۲- نمودار جابه‌جایی-مکان یک موج در لحظه $t=0$ مطابق شکل زیر است. این موج در طنابی به طول $10m$ و جرم $1kg$

منتشر می‌شود که با نیروی کشیده شده است. نمودار جابه‌جایی-مکان این موج در لحظه $t=10ms$ در کدام

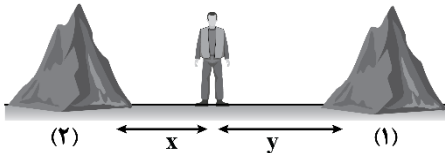
گزینه به درستی آمده است؟



محل انجام محاسبات

۵۳- دانش آموزی بین دو صخره قائم (۱) و (۲) ایستاده است. دانش آموز فریاد می زند و دو پژواک صدای خود را با فاصله زمانی $1/13s$ می شنود. اگر این دانش آموز به اندازه $40m$ به سمت صخره (۲) حرکت کند و دوباره فریاد بزند، پژواک

اول و دوم صدای خود را با اختلاف زمانی چند ثانیه دریافت می کند؟ $(v_{\text{صوت}} = 320 \frac{m}{s}, y > x, x > 40m)$



(۲) $0/88$

(۱) $0/63$

(۴) $1/38$

(۳) $1/63$

۵۴- در آزمایش یانگ، اگر آزمایش را به جای نور تکفام سبز با نور تکفام قرمز انجام دهیم، پهنای هر نوار روشن، می یابد و اگر آزمایش را به جای آن که در هوا انجام دهیم، در آب انجام دهیم، پهنای هر نوار تاریک می یابد. (به ترتیب از راست به چپ).

(۱) کاهش - افزایش (۲) کاهش - کاهش (۳) افزایش - افزایش (۴) افزایش - کاهش

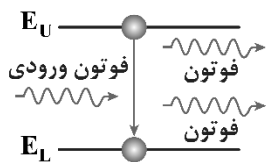
۵۵- گستره طول موج های رشته بالمر در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ $(R = 0/01 nm^{-1})$

(۴) $\frac{1}{900}$

(۳) $\frac{100}{3}$

(۲) 720

(۱) 320



۵۶- چه تعداد از عبارت های زیر در مورد شکل مقابل به درستی بیان شده است؟

الف: انرژی همه فوتون های نشان داده شده برابر است.

ب: فرایند نشان داده شده گسیل خودبه خود می باشد.

پ: هرچقدر مدت زمان قرار گرفتن الکترون در ترازهای بالا (ترازهای شبه پایدار) بیش تر باشد، نور ایجاد شده تقویت می شود.

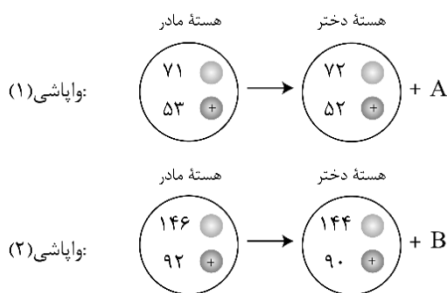
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۵۷- در شکل زیر، دو معادله واپاشی نشان داده شده است. نام ذرات گسیل شده A و B، به ترتیب از راست به چپ، کدام می تواند باشد؟



(۱) پوزیترون، آلفا

(۲) الکترون، آلفا

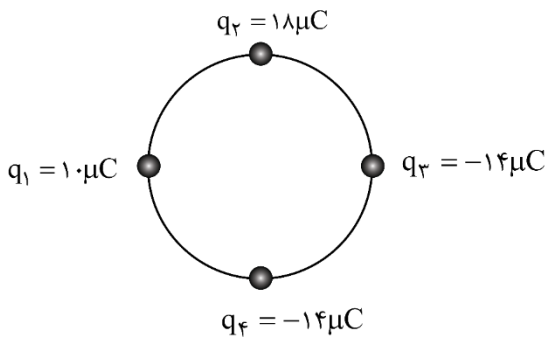
(۳) پوزیترون، الکترون

(۴) الکترون، پوزیترون

محل انجام محاسبات

۶۱- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی با فاصله‌های برابر روی محیط یک دایره به شعاع ۱۰cm قرار گرفته‌اند. اگر بار q_4 را حذف

کنیم، اندازه میدان الکتریکی در مرکز دایره چگونه تغییر می‌کند؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)



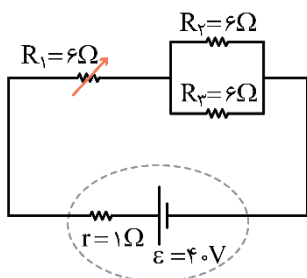
(۱) $\frac{N}{C}$ 9×10^6 کاهش می‌یابد.

(۲) $\frac{N}{C}$ 9×10^6 افزایش می‌یابد.

(۳) $\frac{N}{C}$ $12/6 \times 10^6$ کاهش می‌یابد.

(۴) $\frac{N}{C}$ $12/6 \times 10^6$ افزایش می‌یابد.

۶۲- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد مدار مقابل صحیح است؟



الف: جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر ۴A است.

ب: توان مصرفی مقاومت R_1 برابر ۴۸W است.

پ: در مقاومت درونی باتری، در هر دقیقه ۹۶۰J انرژی تلف می‌شود.

ت: اگر مقاومت R_1 افزایش یابد، ولتاژ دو سر باتری افزایش می‌یابد.

(۴) (پ) و (ت)

(۳) (الف) و (ب)

(۲) (ب) و (پ)

(۱) (الف) و (ت)

۶۳- آمپر - ساعت و کیلووات - ساعت به ترتیب یکای کمیت‌های و هستند.

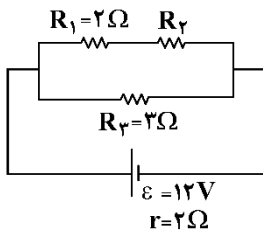
(۱) آهنگ شارش بار الکتریکی - آهنگ مصرف انرژی الکتریکی

(۲) بار الکتریکی - آهنگ مصرف انرژی الکتریکی

(۳) آهنگ شارش بار الکتریکی - انرژی الکتریکی

(۴) بار الکتریکی - انرژی الکتریکی

۶۴- در شکل زیر، توان خروجی مولد بیشینه است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 چند ولت است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

محل انجام محاسبات

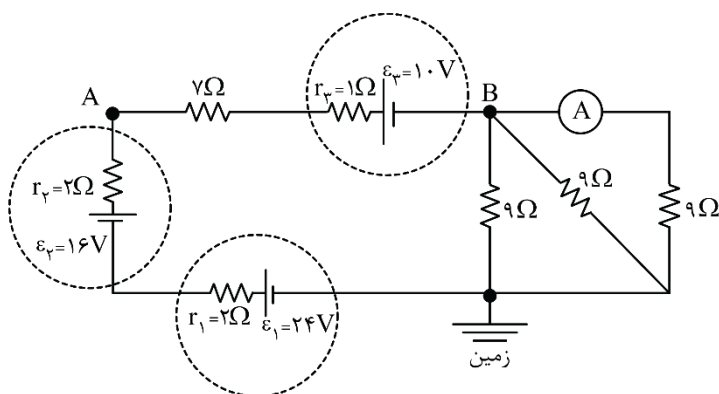
۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره مدار مقابل صحیح است؟

الف: آمپرسنج آرمانی ۱A را اندازه می‌گیرد.

ب: پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر ۲۸V است.

پ: با عبور یک الکترون از نقطه A تا B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن $26eV$ کاهش می‌یابد.

ت: باتری (۳)، توان $12W$ را به مدار تحویل می‌دهد.



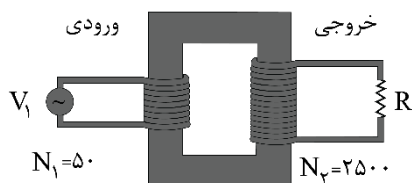
(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶- V_1 ولتاژ متناوبی با بیشینه $320V$ است. ولتاژ دو سر مقاومت R، ولتاژ متناوبی با بیشینه ولت است و مبدل نشان داده شده، یک مبدل است.



(۱) ۱۶۰۰۰ - افزایشده

(۲) ۱۶۰۰۰ - کاهشده

(۳) ۵۰۰۰۰ - افزایشده

(۴) ۵۰۰۰۰ - کاهشده

۶۷- پروتونی با تندی $4 \times 10^5 \frac{m}{s}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه $850G$ در حرکت است. جهت حرکت پروتون بر جهت \vec{B} عمود است. اگر تنها این نیرو بر پروتون وارد شود، شتاب پروتون چند متر بر مربع ثانیه است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19}C$ و جرم آن را $1.7 \times 10^{-27}kg$ در نظر بگیرید.)

(۴) $6/4 \times 10^{16}$

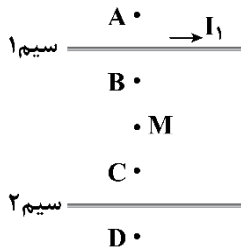
(۳) $6/4 \times 10^{12}$

(۲) $3/2 \times 10^{16}$

(۱) $3/2 \times 10^{12}$

محل انجام محاسبات

۶۸- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص حاصل از این سیم‌ها در نقطه M، وسط حد فاصل بین دو سیم، برون‌سو باشد، میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو سیم در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟

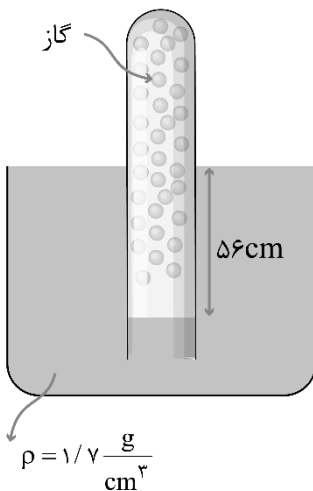


- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

۶۹- قابی مستطیل شکل با مساحت 50cm^2 شامل N حلقه بوده و مقاومت آن 9Ω است. سطح این قاب، عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی 900G قرار دارد. این قاب 180° می‌چرخد تا دوباره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار بگیرد. اگر میزان بار القایی در قاب 60 میلی‌کولن باشد، N کدام است؟

- ۶۰ (۱)
- ۱۲۰ (۲)
- ۶۰۰ (۳)
- ۱۲۰۰ (۴)

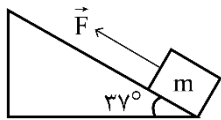
۷۰- در شکل زیر، مجموعه در حال تعادل است و فشار گاز انتهای لوله 80cmHg است. فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



- ۸۷ (۱)
- ۷۷ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۷۳ (۴)

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2kg تحت تأثیر نیروی ثابت \vec{F} که موازی سطح شیب‌دار است با سرعت ثابت به اندازه 20m روی سطح شیب‌دار جابه‌جا می‌شود. اگر در طی این جابه‌جایی، کار نیروی اصطکاک، نصف کار نیروی وزن باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار نیروی وزن چند ژول و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی چند نیوتون است؟

$(\sin 37^\circ = 0/6 \text{ و } g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- ۱۲، -۱۲۰ (۱)
- ۱۲، -۲۴۰ (۳)
- ۱۲، ۱۲۰ (۲)
- ۶، -۲۴۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۲- کامیون حامل باری با توان متوسط 6kW ، در یک جاده افقی در مدت زمان 10 دقیقه، تندی اش از $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. جرم کامیون همراه بار آن چند تن است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

- (۱) 10 (۲) 12 (۳) $14/4$ (۴) $7/2$

۷۳- در یک فرایند هم‌فشار در فشار ثابت $4 \times 10^4 \text{ Pa}$ ، حجم مقداری گاز کامل از 10 لیتر به 16 لیتر می‌رسد. اگر انرژی درونی گاز 600 J تغییر کرده باشد، گاز در این فرایند چند ژول گرما از محیط دریافت کرده است؟

- (۱) 360 (۲) 840 (۳) -360 (۴) -840

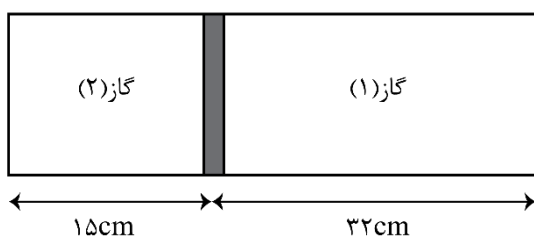
۷۴- گلوله‌ای آهنی به جرم 4 kg و دمای 210°C را به قطعه یخ بسیار بزرگی با دمای صفر درجه سلسیوس تماس می‌دهیم تا با ذوب شدن مقداری یخ، به تعادل برسد. اگر آب به دست آمده از ذوب یخ را با گرم‌کنی با توان 10 kW و بازده 21 درصد گرم کنیم، پس از چند دقیقه به بخار آب 100°C تبدیل می‌شود؟

$$(L_V = 2352 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{آهن}} = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$$

- (۱) 25 (۲) $22/5$ (۳) 55 (۴) $27/5$

۷۵- در شکل زیر، پیستون با اصطکاک ناچیز، درون یک محفظه استوانه‌ای، دو گاز مختلف با جرم برابر را جدا از هم نگه داشته است. اگر دمای گازهای (۱) و (۲) به ترتیب 47°C و 27°C باشد، گازهای (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام می‌توانند باشند؟

$$(O_2 = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, He = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, H_2 = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, N_2 = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$



(۱) He و H_2

(۲) O_2 و N_2

(۳) N_2 و O_2

(۴) H_2 و He

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) پرتوهای بنفش رنگ حاصل از تجزیه نور خورشید، پراثری ترین پرتوهای موجود در این نور هستند.
- (۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده فسفر و بور، به ترتیب از نماد عناصر نئون و هلیم استفاده می شود.
- (۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، سه برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه $3p$ است.
- (۴) اگر تعداد الکترون های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، اتم مورد نظر به یقین تمایل دارد به کاتیون تبدیل شود.

۷۷- اگر تفاوت الکترون های یون $^{2-}X^{99}$ ، با شمار نوترون های آن، برابر ۹ باشد، عدد اتمی این عنصر، کدام است و در کدام دوره جدول تناوبی جای دارد؟

- (۱) ۳۴، چهارم (۲) ۳۹، چهارم (۳) ۳۴، پنجم (۴) ۳۹، پنجم

۷۸- با توجه به روند پر شدن زیرلایه ها بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه، زودتر از زیرلایه $6p$ از الکترون اشغال شده و اولین زیرلایه الکترونی که حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارد، متعلق به لایه الکترونی است و در میان عناصر موجود در تناوب از الکترون پر می شود.

- (۱) ۷S - پنجم - پنجم (۲) 6S - پنجم - ششم (۳) 5f - چهارم - پنجم (۴) 5d - چهارم - ششم

۷۹- کدام یک از عبارات های داده شده درست است؟

- (۱) کروم، از جمله عناصر دسته d است که در ترکیب با اکسیژن، می تواند ۲ نوع اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت ایجاد کند.
- (۲) فلز آلومینیم در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت (Al_2O_3 به همراه ناخالصی) و به صورت بلور شفاف وجود دارد.
- (۳) نسبت میان شمار آنیون به کاتیون در ساختار مس (I) کلرید، مشابه مقدار این نسبت در کروم (III) اکسید است.
- (۴) در اکسیدی از مس که آرایش الکترونی کاتیون آن به $3d^{10}$ ختم می شود، شمار کاتیون ها کمتر از آنیون ها است.

۸۰- اگر جرم $10^{21} \times 1/806$ مولکول از P_2S_5 برابر با 0.567 گرم باشد، نسبت شمار اتم های موجود در آن به شمار یون های موجود

در 240 گرم منیزیم اکسید چقدر است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $O = 16$ و $Mg = 24$ و $P = 31$ و $S = 32$)

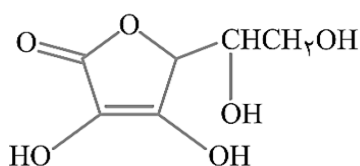
- (۱) 2×10^{-3} (۲) $2/5 \times 10^{-3}$ (۳) $1/5 \times 10^{-3}$ (۴) 10^{-3}

۸۱- نسبت میان شمار جفت الکترون های پیوندی به شمار جفت الکترون های ناپیوندی در مولکول گوگرد تری اکسید، با مقدار این نسبت در کدام یک از گونه های زیر برابر است؟

- (۱) متانوئیک اسید (۲) یون فسفات (۳) دی نیتروژن مونوکسید (۴) یون کربنات

محل انجام محاسبات

۹۲- شکل زیر، ساختار ویتامین (ث) را نمایش می‌دهد. چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با این ترکیب آلی درست است؟



الف - در ساختار هر گروه عاملی موجود در آن، فقط یک اتم اکسیژن وجود دارد.
 ب - برخلاف ویتامین «کا»، مصرف زیاد آن برای بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.
 ج - نیروی بین مولکولی غالب در آن، شبیه نیروی بین مولکولی غالب در بین مولکول‌های اتانول است.

د - تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در هر مولکول از آن، با تعداد این اتم‌ها در هر مولکول از سیکلوبوتان برابر است.
 ه - شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار آن، با شمار این جفت الکترون‌ها در هر مولکول از تترافلوئورو اتن برابر است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۳- درباره‌ی الکل‌های یک‌عاملی و کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

($H=1, C=12, O=16 : g \cdot mol^{-1}$)

- نخستین عضو هر دو خانواده، پرکاربردترین ترکیب در زندگی روزانه است.
- در هر دو دسته، بخش ناقطبی می‌تواند زنجیره‌ی هیدروکربنی یا اتم هیدروژن باشد.
- واکنش آن‌ها با یکدیگر برگشت پذیر است و در آن، عدد اکسایش اتم‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند.
- نسبت جرم مولی دومین عضو خانواده‌ی کربوکسیلیک اسید به جرم مولی الکل دارای دو اتم کربن، بزرگ‌تر از یک است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۹۴- از واکنش اتانول با مقدار کافی از یک کربوکسیلیک اسید با زنجیره‌ی هیدروکربنی سیرشده، استری به جرم ۵۱ گرم حاصل می‌شود. اگر جرم الکل مصرف شده، ۱۴ گرم بیشتر از جرم آب تولید شده در این فرایند باشد، در هر مولکول از استر حاصل، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۳۴ (۲) ۱۷ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۹۵- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) کولار از فولاد هم‌جرم خود، ۵ برابر مقاوم‌تر بوده و برخلاف شاخ حیوانات، پلیمری از دسته پلی‌استرها به حساب می‌آید.
- (۲) با دمیدن هوا در یک دستگاه مخصوص، می‌توان یک نمونه پلی‌اتن جامد را به ورقه‌های نازک پلاستیکی تبدیل کرد.
- (۳) موادی مانند اتان، استیرن و پتاسیم کلرید، جرم مولی کمی داشته و جزو مواد کوچک مولکول دسته‌بندی می‌شوند.
- (۴) از میان عناصر موجود در ساختار سلولز، عنصری با بیشترین شعاع اتمی، در حالت خالص، رسانای جریان برق است.

۹۶- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف - $(RCOO)_2Mg$ ، برخلاف صابون جامد و صابون مایع، در آب نامحلول است.

ب - $RCOONa$ در آب سخت حل نمی‌شود و در آن، قدرت پاک‌کنندگی ندارد.

ج - آب سخت به آبی گفته می‌شود که در آن، یون‌های کلسیم یا پتاسیم یا منیزیم وجود دارد.

د - بین مولکول‌های چربی و سر ناقطبی مولکول صابون در محیط آبی، نیروی جاذبه به وجود می‌آید.

(۱) «الف» و «د» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات

۹۷- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - استون، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
 ب - اوره از جمله مواد محلول در آب بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن، همانند آمونیاک، بزرگ‌تر از صفر است.
 ج - در واحد فرمولی هر صابون با زنجیره کربنی سیرشده، شمار اتم‌های H کمتر از ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است.
 د - با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ب» و «د»

۹۸- در محلولی از فورمیک اسید با غلظت 0.2 مول بر لیتر و چگالی 1.08 g mL^{-1} ، غلظت یون فورمات (HCOO^-) برابر 250 ppm است. ثابت یونش فورمیک اسید در این محلول، به تقریب چقدر است؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: g mol^{-1})

(۱) 9×10^{-5} (۲) 9×10^{-6} (۳) $1/8 \times 10^{-4}$ (۴) $1/8 \times 10^{-5}$

۹۹- در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف - جرم تیغه منیزیم به مرور کاهش می‌یابد.

ب - به کمک این سلول، می‌توان یک لامپ را روشن کرد.

ج - آنیون‌ها از خلال دیواره متخلخل، به سمت نیم‌سلول مس می‌روند.

د - با افزایش دمای سامانه و یا افزایش جرم تیغه منیزیم، مقدار emf سلول تغییر می‌کند.

ه - بر روی سطح تیغه کاتدی این سلول، کاتیون‌ها دو الکترون گرفته و اتم‌های یک فلز واسطه تشکیل می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰- در کدامیک از هیدروکربن‌های زیر به ازای تولید هر مول کربن دی‌اکسید در واکنش سوختن، شمار الکترون بیشتری بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود؟

(۱) هگزان (۲) بنزن (۳) ۲-بوتن (۴) ۱-پنتین

۱۰۱- کدامیک از مطالب زیر، در مورد فرایند استخراج منیزیم از آب دریا و سلول الکتروشیمیایی به‌کاررفته در آن درست است؟

(۱) الکترولیت مورد استفاده در سلول الکتروشیمیایی آن، محلول آبی از یک ترکیب دوتایی منیزیم است.

(۲) در سلول آن، منیزیم تولیدشده به علت چگالی بیشتر نسبت به الکترولیت، در پایین الکترولیت قرار می‌گیرد.

(۳) در این فرایند، ابتدا به محلول حاوی یون منیزیم، یک محلول بازی و سپس یک محلول اسیدی اضافه می‌شود.

(۴) در سلول الکتروشیمیایی آن، الکتروود مثبت در اطراف الکترولیت و الکتروود منفی درون الکترولیت قرار دارد.

۱۰۲- شعاع چند درصد از عناصر موجود در تناوب سوم جدول دوره‌ای، هنگام تبدیل شدن به یون پایدار، افزایش پیدا می‌کند؟

(۱) ۲۵ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۲/۵

محل انجام محاسبات

۱۰۳- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) ماده‌ای که در دما و شرایط اتاق، به حالت فیزیکی مایع قرار دارد، می‌تواند جزو مواد کووالانسی باشد.
 (۲) ترکیبی که در ساختار آن هیچ اتم فلزی وجود ندارد، نمی‌تواند رسانای جریان الکتریکی در آب باشد.
 (۳) بین دو عنصر اول گروه ۱۴، عنصری با شعاع اتمی بیشتر، اکسیدی با استحکام بالاتر در حالت جامد دارد.
 (۴) آرایش الکترونی یونی با بیشترین چگالی بار در بین عناصر تناوب سوم جدول دوره‌ای، به آرایش الکترونی آرگون می‌رسد.
 ۱۰۴- در جدول زیر، جرم هر یک از مواد موجود در تعادل با معادله موازنه‌نشده $HCl(g) + O_2(g) \rightleftharpoons H_2O(l) + Cl_2(g)$ نشان داده شده است. حجم ظرف واکنش برابر با چند لیتر است؟ (مقدار عددی ثابت تعادل واکنش برابر ۴/۵ است).
 ($H = 1, O = 16, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$)

ماده	HCl	O_2	H_2O	Cl_2
جرم (g)	۲۹۲	۴۸	۵۴	۲۸۴

(۴) ۱۹۲

(۳) ۹۶

(۲) ۴۸

(۱) ۱۲

۱۰۵- با توجه به جدول زیر که به غلظت تعادلی مواد در واکنش $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ در یک ظرف در بسته مربوط است، کدام

ماده	O_2	O_3
غلظت ($mol \cdot L^{-1}$)	۲	۴

عبارت داده شده درست است؟

- (۱) مقدار ثابت تعادل آن برابر ۲ مول بر لیتر است.
 (۲) با اضافه کردن یک مول اوزون به ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
 (۳) از تغییر فشار گازها، نمی‌توان برای جابه‌جایی این تعادل شیمیایی استفاده کرد.
 (۴) با اضافه کردن یک مول اکسیژن به ظرف، تعادل به سمت انجام واکنش گرماگیر می‌رود.

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره فقه‌نوس ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ

سه شنبه ۱۷ تیر ماه ۱۴۰۴

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده - سیدجواد نظری محمد خانگلدی - کاظم اجلالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی - حسین عبدوی نژاد مجید رجبی وندچالی - مهدی پارسا - ارسلان رحمانی محمد باغبان - محسن قندچلر - آروین صالحی	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	فیزیک
فرهنگ امیری - عالیبه میرزایی بنیامین بهرامی - رامین رزمجو محمد داود آبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری - عالیبه میرزایی بنیامین بهرامی - حسین ایروانی - علی ترابی محمد کهنه پوشی - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی - امیر بصراوی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



- ۱- یک دنباله با جمله اول ۴۷- و قدرنسبت ۳ به صورت حسابی آغاز می‌شود. با شروع جملات مثبت، دنباله با همان قدرنسبت اما به صورت هندسی ادامه می‌یابد. اگر مجموع n جمله اول این دنباله برابر ۲۸- باشد، تعداد جملات مثبت در n جمله اول کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

دنباله‌های حسابی و هندسی از زاویه فرمول‌ها:

دنباله حسابی:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

دنباله هندسی:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, \dots$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$a = -47, \quad d = 3$$

دنباله حسابی به صورت مقابل است:

$$a_m = -47 + (m-1) \times 3 = 3m - 50$$

$$a_m < 0 \Rightarrow 3m - 50 < 0 \Rightarrow m \leq 16 \Rightarrow a_{16} = -2$$

آخرین جمله منفی دنباله حسابی:

$$S_{16} = \frac{16}{2}(-47-2) = 8 \times (-49) = -392$$

بنابراین مجموع جملات دنباله حسابی برابر خواهد بود با:

اولین جمله مثبت دنباله $1 = 3 + (-2)$ می‌باشد. جملات دنباله هندسی به صورت زیر می‌باشند:

$$1, 3, 9, 27, \dots \Rightarrow S_k = \frac{1 \times (3^k - 1)}{3 - 1}$$

$$S_n = S_{16} + S_k = -28 \Rightarrow S_k = -28 - S_{16} = -28 + 392 = 364$$

می‌دانیم:

$$S_k = \frac{3^k - 1}{2} = 364 \Rightarrow 3^k = 729 \Rightarrow k = 6$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۲- حاصل $(\sqrt{3}-1)^5 \sqrt{4+2\sqrt{3}} (\sqrt{3}+2)^2$ برابر کدام است؟

(۴) ۳۲

(۳) ۱۶

(۲) $4 - 2\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3} - 1$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$P = (\sqrt{3}+1)^4 \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 (\sqrt{3}-1)^5} = (\sqrt{3}+1)^4 (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)^5$$

$$= (\sqrt{3}+1)^5 (\sqrt{3}-1)^5 = (3-1)^5 = 32$$

گروه آموزشی ماز

۳- مجموعه جواب نامعادله $|\sqrt{5-3x}| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$|\sqrt{5-3x}| < 1 \Rightarrow -1 < \sqrt{5-3x} < 1 \Rightarrow -6 < -3x < -4 \Rightarrow \frac{4}{3} < x < 2$$

در این بازه، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۴- سهمی $y = mx^2 + mx - 2$ خط $y = m - 2x$ را در دو نقطه متمایز قطع می‌کند. حدود m چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱





(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$mx^2 + mx - 2 = m - 2x \Rightarrow mx^2 + (m+2)x - 2 - m = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 + 4m(2+m) > 0 \Rightarrow (m+2)(m+2+4m) > 0$$

$$m < -2 \text{ یا } m > -\frac{2}{5}$$

پس فقط اعداد صحیح ۲ و -۱ را قبول نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۵- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 4\alpha x^2 + 3x + 9\beta$ و $\alpha > \beta$ باشد، ریشه‌های کدام معادله زیر $2\alpha + \beta$ و $2\alpha - \beta$ است؟

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{4\alpha} \\ \alpha\beta = \frac{9\beta}{4\alpha} \end{cases} \xrightarrow{\beta \neq 0} 4\alpha^2 = 9 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = -2$$

دقت کنید که $\beta = 0$ قابل قبول نیست، چون $\alpha^2 = -\frac{3}{4}$ جواب ندارد.

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 5 \\ 2\alpha + \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

گروه آموزشی ماز

۶- به ازای کدام مقدار a ، مجموع جواب‌های معادله $a(1 + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-x}$ برابر $\frac{1}{4}$ است؟

$$-1 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

دو طرف تساوی را در $x(x-1)$ ضرب می‌کنیم.فرض کنید $x \neq 0, 1$ باشد:

$$\frac{x(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x(x-1)}{x-1} = ax(x-1) \times \frac{x+1}{x} \Rightarrow 1+x = a(x-1)(x+1) \Rightarrow ax^2 - x - a - 1 = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

با فرض $a = 2$ جواب‌های معادله $2x^2 - x - 3 = 0$ برابر 1 و $1/2$ است که هر دو قابل قبول‌اند.

گروه آموزشی ماز

۷- منحنی $y = \frac{ax+8}{2x+3}$ بر نیمساز ناحیه دوم مختصات مماس است. مقدار a کدام است؟

$$-11 \quad (۴)$$

$$11 \quad (۳)$$

$$-5 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله حاصل از تقاطع منحنی و خط $y = -x$ ریشه مضاعف منفی دارد.

$$y = -x \Rightarrow \frac{ax+8}{2x+3} = -x \Rightarrow 2x^2 + (a+3)x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{a+3}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+3)^2 - 64 = 0 \\ a > -3 \end{cases} \Rightarrow a = 5$$

گروه آموزشی ماز





۸- حاصل $(\log 25) + (\log 5)^2 - (\log 2)^2$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\log \frac{2}{5}$ (۲)

$\log \frac{5}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

تازه‌گی ساده و کاربردی از لگاریتم:

اگر $a, b, c < 0$ و $a, c \neq 1$ ، آن‌گاه:

$$1) \log_c^{ab} = \log_c^a + \log_c^b$$

$$2) \log_c^{\frac{a}{b}} = \log_c^a - \log_c^b$$

$$\begin{aligned} (\log 2)^2 - (\log 5)^2 + \log 25 &= (\log 2 + \log 5)(\log 2 - \log 5) + 2 \log 5 = \log 10 \cdot (\log 2 - \log 5) + 2 \log 5 \\ &= \log 2 - \log 5 + 2 \log 5 = \log 2 + \log 5 = \log 10 = 1 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = 3 - x$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $(fog)(x) = (gof)(x)$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

یادآوری کنیم از فصل ۱ حسابان ۱:

حاصل جمع ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ است.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = g^2(x) - g(x) = (3-x)^2 - (3-x)$$

توجه کنید که:

$$= 9 + x^2 - 6x - 3 + x = x^2 - 5x + 6$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = 3 - f(x) = 3 - (x^2 - x) = -x^2 + x + 3$$

بنابراین معادله $(fog)(x) = (gof)(x)$ به صورت زیر است:

$$x^2 - 5x + 6 = -x^2 + x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

مجموع جواب‌های معادله بالا برابر ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ و برای هر $x > 0$ رابطه $f^{-1}(x) = af^{-1}(\frac{b}{x})$ برقرار باشد، $a - b$ کدام است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

-۵ (۲)

-۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

دامنه f^{-1} و برد f به صورت $[2, +\infty)$ است، پس $b > 0$ می‌باشد.

$$\text{وارون محاسبه و ارون: } y = x + \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow (y-x)^2 = x^2 + 4 \Rightarrow y^2 - 2xy = 4 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 4}{2y}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 4}{2x} = \frac{x}{2} - \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow f^{-1}\left(\frac{b}{x}\right) = \frac{b}{2x} - \frac{2x}{b}$$

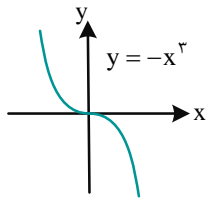
$$\Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{ab}{2x} - \frac{2ax}{b} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} = \frac{-2a}{b} \\ -2 = \frac{ab}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5$$

گروه آموزشی ماز



۱۱- نمودار تابع $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. نمودار به دست آمده را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع

g به دست آید. اگر نمودار تابع $y = g(x) - 3x$ به صورت مقابل باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟



- ۱۶ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۲ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = f(-x) \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = f(-(x+1)) = f(-x-1) = g(x)$$

بنابراین:

$$g(x) = (-x-1)^3 - a(-x-1)^2 + b = -x^3 - 3x^2 - 3x - 1 - ax^2 - 2ax - a + b$$

$$= -x^3 - (a+3)x^2 - (2a+3)x + b - a - 1$$

$$y = g(x) - 3x = -x^3 - (a+3)x^2 - (2a+6)x + b - a - 1 = -x^3$$

بنابراین:

$$a+3=0 \Rightarrow a=-3$$

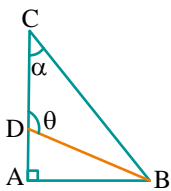
$$2a+6=0 \Rightarrow a=-3$$

$$b-a-1=0 \Rightarrow b=a+1=-2$$

در نتیجه:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow f(2) = 8 + 12 - 2 = 18$$

گروه آموزشی ماز

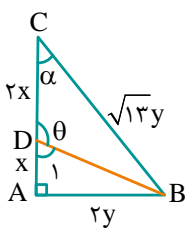


۱۲- در شکل مقابل، $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ است. اگر $DC = 2AD$ باشد، مقدار $\cos 2\theta$ چقدر است؟

- ۰/۸ (۱)
- ۰/۶ (۲)
- ۰/۳۶ (۳)
- ۰/۶۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

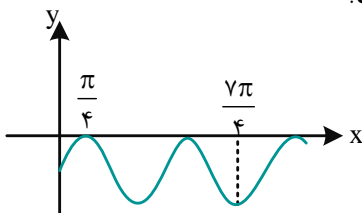


$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2y \\ BC = \sqrt{13}y \end{cases} \Rightarrow 13y^2 = 4y^2 + 9x^2 \Rightarrow x = y$$

$$\cos 2\theta = \cos(2(\pi - \hat{D}_1)) = \cos(2\hat{D}_1) = \frac{1 - \tan^2 \hat{D}_1}{1 + \tan^2 \hat{D}_1} = \frac{1 - 4}{1 + 4} = \frac{-3}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \sin \frac{a}{b} x$ به صورت مقابل است. دوره تناوب تابع $y = a \cos bx$ کدام است؟



- $\frac{\pi}{2}$ (۱)
- π (۲)
- 2π (۳)
- 4π (۴)



متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\max = a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} = \frac{3}{2}T \Rightarrow T = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$y = a \cos bx \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- حداکثر فاصله بین دو صفر متوالی تابع $f(x) = \sin 2x + 4 \sin^2 x \cos x$ چقدر است؟

(۴) $\frac{7\pi}{6}$

(۳) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{\pi}{2}$

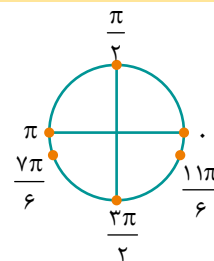
(۱) $\frac{5\pi}{6}$

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = 2 \sin x \cos x + 4 \sin^2 x \cos x = 2 \sin x \cos x (1 + 2 \sin x) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



حداکثر فاصله برابر $\frac{\pi}{2}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$ و $g(x) = \frac{3x}{x^2 - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (f - g)(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۵

پاسخ: گزینه ۴

$$f - g = \frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{3x}{x^2 - 1} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{3x}{(x-1)(x^2 + x + 1)}$$

$$= \frac{x(2x^2 + 2x + 2 - 3x - 3)}{(x-1)(x+1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x(x-1)(2x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2 + x + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(2x+1)}{(x+1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow b} \frac{b}{ax^2 + 4x + \frac{a}{4}} = -\infty$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۴) a و b یافت نمی‌شود.

(۳) ۴/۵ یا ۵/۴ -

(۲) فقط ۴/۵ -

(۱) فقط ۴/۵





(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

اولاً مخرج باید ریشه مضاعف $x = b$ داشته باشد.
ثانیاً علامت حد باید منفی باشد.

$$ax^2 + 4x + \frac{a}{4} = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \Rightarrow a - b = 4/5 \\ a = -4 \Rightarrow b = \frac{1}{4} \Rightarrow a - b = -4/5 \end{cases}$$

$$1) a = 4, b = -\frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}} \frac{-\frac{1}{4}}{(2x+1)^2} = -\infty$$

$$2) a = -4, b = \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\frac{1}{4}}{-(2x-1)^2} = -\infty$$

پس هر دو حالت قابل قبول است.

گروه آموزشی ماز

۱۷- خط $3x + 2y = 9$ در نقطه $A(3, 0)$ بر دایره‌ای به مرکز $O(a, -\frac{3}{4})$ مماس است. a کدام است؟

۴/۳ (۴)

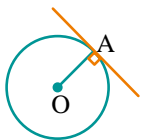
۲/۳ (۳)

۲/۲ (۲)

۲/۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



شیب خط مماس برابر $-\frac{3}{4}$ است. پس شیب OA برابر $\frac{4}{3}$ است.

$$m_{OA} = \frac{0 + \frac{3}{4}}{3 - a} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{9}{4} = 6 - 2a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر $f(x) = x + \sqrt[3]{2x^2}$ و $g'(x) = \frac{1}{4}x + \sqrt{x}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g(f^2(x))$ در نقطه $x = 2$ چقدر است؟

۳۲۰/۳ (۴)

۱۶۰/۳ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پیش به سوی مشتق تابع مرکب!

$$(f \circ g(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$$

$$f'(x) = 1 + \frac{4x}{3\sqrt[3]{(2x^2)^2}} \Rightarrow f'(2) = 1 + \frac{8}{12} = \frac{5}{3}$$

$$y = g(f^2(x)) \Rightarrow y' = 2f(x)f'(x) \cdot g'(f^2(x))$$

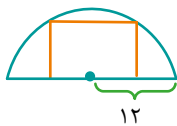
$$\Rightarrow y'(2) = 2f(2)f'(2) \cdot g'(16) = 2 \times 4 \times \frac{5}{3} \times 8 = \frac{320}{3}$$

گروه آموزشی ماز





۱۹- مستطیلی در نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۲ محاط شده است و یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره منطبق است. بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟



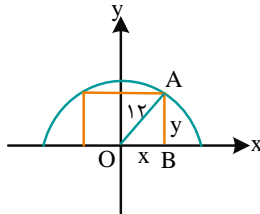
- ۱) ۱۴۴
- ۲) ۲۸۸
- ۳) ۱۹۶
- ۴) ۲۵۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

اگر مرکز نیم‌دایره را بر مبدأ مختصات منطبق کنیم و در مثلث OAB، اندازه‌های AB و OB را x و y در نظر بگیریم، در این صورت، طبق قضیه فیثاغورس خواهیم داشت:

$$x^2 + y^2 = 144 \Rightarrow y = \sqrt{144 - x^2}$$



همچنین ابعاد مستطیل برابر ۲x و y خواهد بود که در این صورت خواهیم داشت:

$$S = 2xy \Rightarrow S(x) = 2x\sqrt{144 - x^2} \quad 0 < x < 12$$

چون بیشترین مقدار S را می‌خواهیم، پس ماکزیمم مطلق تابع S را از طریق مشتق پیدا می‌کنیم:

$$S'(x) = 2\sqrt{144 - x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{144 - x^2}} \times 2x$$

$$S'(x) = \frac{2(144 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{144 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 288}{\sqrt{144 - x^2}} = 0 \Rightarrow x^2 = 72$$

$$\Rightarrow x = 6\sqrt{2} \Rightarrow S_{\max} = 2 \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 144$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- مقدار مینیمم مطلق تابع $y = x^2 - 7x - 8\sqrt{2x - 7}$ برابر کدام است؟

- ۱) $-18/25$
- ۲) $-24/25$
- ۳) $-28/25$
- ۴) $-12/25$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

نقطه بحرانی تابع را به دست می‌آوریم:

$$y' = 2x - 7 - \frac{8}{\sqrt{2x - 7}} = 0$$

$$(2x - 7)\sqrt{2x - 7} = 8 \Rightarrow (2x - 7)^3 = 64 \Rightarrow 2x - 7 = 4 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

$$\begin{cases} y(\frac{11}{2}) = \frac{121}{4} - \frac{77}{2} - 16 = -24/25 \text{ min} \\ y(\frac{7}{2}) = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} = -49/4 = -12/25 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- متمم مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- ۱) $A \cup B'$
- ۲) $A' \cup B$
- ۳) A'
- ۴) B

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

قوانین مجموعه‌ها:

$$(A')' = A \quad A - B = A \cap B'$$

$$\left. \begin{aligned} A \cup (A \cap B) &= A \\ A \cap (A \cup B) &= A \end{aligned} \right\} \text{قوانین جذب} \quad \left. \begin{aligned} (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \end{aligned} \right\} \text{قوانین دمورگان}$$

$$\left. \begin{aligned} (A \cup B) \cap C &= (A \cap C) \cup (B \cap C) \\ (A \cap B) \cup C &= (A \cup C) \cap (B \cup C) \end{aligned} \right\} \text{خاصیت توزیع پذیری (پخش)} \quad \left. \begin{aligned} (A \cup B) \cup C &= A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C &= A \cap (B \cap C) \end{aligned} \right\} \text{خاصیت شرکت پذیری}$$



ابتدا مجموعه داده شده در سوال را ساده می‌کنیم و بعد متمم آن را به دست می‌آوریم:

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) = (A \cap B') \cup ((B' \cup C') \cap B')$$

قانون جذب $= B'$

$$= (A \cap B') \cup B' = B' \Rightarrow \text{جواب} = (B')' = B$$

قانون جذب

گروه آموزشی ماز

۲۲- از میان ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک که همگی متمایز هستند به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک انتخاب کرد و در قفسه جدید به طوری که دو کتاب فیزیک کنار هم قرار نگیرند؟

۲۱۶ (۴)

۸۶۴ (۳)

۲۸۸ (۲)

۴۳۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

پاسخ: گزینه ۳

ترکیب:

انتخاب r شیء از n شیء متمایز که به آن ترکیب گفته می‌شود برابر است با:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

جایگشت:

هر طریق، قرارگیری n شیء متمایز در یک ردیف کنار هم را یک جایگشت از آن اشیاء می‌گوییم. جایگشت n شیء متمایز برابر $n!$ است.

روش اول:

ابتدا ۳ کتاب از ۴ کتاب ریاضی و ۲ کتاب از ۳ کتاب فیزیک انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1}$ یعنی ۱۲ طریق امکان‌پذیر است.

حال به روش متمم، تعداد حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که ۲ کتاب فیزیک کنار هم باشند و آن را از جایگشت ۵ شیء کم می‌کنیم. ببینید:

ریاضی، فیزیک، فیزیک، ریاضی \Rightarrow ریاضی، فیزیک، فیزیک، ریاضی \Rightarrow تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم هستند $= 2! \times 4! = 48$

تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نیستند. $\Rightarrow 5! = 120 \Rightarrow 120 - 48 = 72$ تعداد حالت‌های قرارگیری ۵ کتاب کنار هم

تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نیستند.

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times 72 = 4 \times 3 \times 72 = 864$$

بنابراین جواب برابر است با:

انتخاب کتاب‌ها

روش دوم:

برای محاسبه تعداد حالت‌هایی که در جایگشت ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک، کتاب‌های فیزیک کنار هم نباشند، می‌توان ۳ کتاب ریاضی را با فاصله در کنار هم قرار داد که در بین و اطراف ۳ کتاب ریاضی، ۴ فضای خالی ایجاد می‌شود و می‌توان ۲ فضا را برای قرارگیری کتاب‌های فیزیک انتخاب کرد و جایگشت کتاب‌های ریاضی و جایگشت کتاب‌های فیزیک را در آن ضرب کرد.

$$\circ \text{---} R_1 \text{---} \circ \text{---} R_2 \text{---} \circ \text{---} R_3 \text{---} \circ \Rightarrow \binom{4}{2} \times 3! \times 2! \times \binom{3}{2} \times \binom{4}{3} = 6 \times 6 \times 2 \times 3 \times 4 = 864$$

انتخاب کتاب‌ها تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نباشند.

گروه آموزشی ماز

۲۳- عددی به تصادف از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۱ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳ یا ۵ است ولی مضرب ۱۵ نیست؟

۰/۵ (۴)

۰/۴۳ (۳)

۰/۴۱ (۲)

۰/۳۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

قوانین احتمال:

$P(A) + P(A') = 1$: مجموع احتمال رخ دادن یک پیشامد با احتمال رخ ندادن آن پیشامد برابر است.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: احتمال آن که از بین پیشامدهای A و B حداقل یکی رخ دهد.

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$: احتمال آن که A رخ دهد ولی B رخ ندهد (فقط A رخ دهد)

$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$: احتمال آن که A رخ دهد ولی B رخ ندهد یا B رخ دهد ولی A رخ ندهد (فقط یکی از دو پیشامد رخ دهند)

$= P(A \cup B) - P(A \cap B)$



A را پیشامد انتخاب عدد مضرب ۳ و B را پیشامد انتخاب عدد مضرب ۵ می‌نامیم. خواسته سوال $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ است.

احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ و ۵ (یعنی ۱۵) بخش پذیر باشد

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد

فضای نمونه‌ای برابر $n(S) = \binom{100}{1}$ است. بنابراین:

$$P(A) = \frac{\binom{100}{3}}{\binom{100}{1}} = \frac{33}{100} \quad P(B) = \frac{\binom{100}{5}}{\binom{100}{1}} = \frac{20}{100} \quad P(A \cap B) = \frac{\binom{100}{15}}{\binom{100}{1}} = \frac{6}{100}$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - 2 \times \frac{6}{100} = \frac{41}{100} = 0.41$$

بنابراین جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۴- ۲ نفر به سمت هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه در یک بار تیراندازی، تیر به هدف بخورد برای اولی ۰/۶ و برای دومی ۰/۸ است. احتمال اینکه تنها

یکی از تیرها به هدف بخورد کدام است؟

۰/۴۶ (۴)

۰/۴۵ (۳)

۰/۴۴ (۲)

۰/۹۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پیشامدهای مستقل

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، هرگاه وقوع یکی بر دیگری تأثیری نداشته باشد، در این صورت $P(A|B) = P(A)$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

روش اول:

فرض کنید A و B به صورت زیر تعریف شود:

A = تیر نفر اول به هدف بخورد

B = تیر نفر دوم به هدف بخورد

دقت کنید A و B مستقل هستند. خواسته مسئله $P((A-B) \cup (B-A))$ می‌باشد.

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 2 \times 0.6 \times 0.8 = 0.44$$

روش دوم:

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A)P(B') + P(B)P(A')$$

$$= 0.6 \times 0.2 + 0.8 \times 0.4 = 0.12 + 0.32 = 0.44$$

نکات پرکاربرد پیشامدهای مستقل

اگر دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه:

(۱) پیشامدهای A' و B مستقل از یکدیگرند. $P(A' \cap B) = P(A')P(B)$

(۲) پیشامدهای A و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A \cap B') = P(A)P(B')$

(۳) پیشامدهای A' و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A' \cap B') = P(A')P(B')$

گروه آموزشی ماز



۲۵- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای به صورت $[2/93, 3/81]$ و انحراف معیار جامعه برابر $2/2$ باشد، اندازه نمونه کدام است؟
 (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۲۵۰

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵٪ به فرم زیر است:

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و \bar{x} میانگین نمونه می‌باشد.

نتیجه: طول بازه برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

می‌دانیم که طول بازه برآورد میانگین برابر $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ است حال با توجه به اینکه $\sigma = 2/2$ است، داریم:

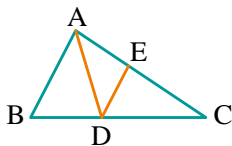
$$\begin{cases} \text{طول بازه: } b-a = 3/81 - 2/93 = 0/88 \\ \sigma = 2/2 \end{cases}$$

$$b-a = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/88 = \frac{2 \times 2/2}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{8/8}{0/88} = 10 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} n = 100$$

بنابراین اندازه نمونه برابر ۱۰۰ است.

گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل مقابل، AD نیمساز و $AB \parallel DE$ است. $AB = 6$ ، $AC = 12$ ، اگر $DC = 10$ باشد، BD کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۷/۵

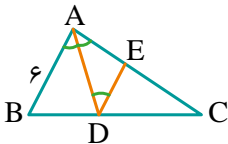
(۳) ۱۰

(۴) ۲/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه $ED \parallel AB$ است و AD مورب، داریم:



$$\hat{B}AD = \hat{A}DE \quad (۱)$$

از آن جایی که AD نیمساز است: $\hat{B}AD = \hat{D}AE$ (۲) می‌باشد.

$$(۱), (۲) \Rightarrow \hat{D}AE = \hat{E}DA \Rightarrow \hat{A}DE \Rightarrow \text{متساوی الساقین} \Rightarrow AE = ED$$

در مثلث $A\hat{B}C$ می‌دانیم $DE \parallel AB$ است، طبق قضیه تالس داریم:

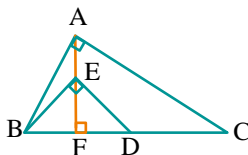
$$\frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} \xrightarrow{AB=6, ED=EA, CE=12-EA, CA=12} \frac{12-EA}{12} = \frac{EA}{6} \Rightarrow EA = 4$$

حالا یک بار دیگر از تالس استفاده می‌کنیم:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{10}{DB} = \frac{8}{4} \Rightarrow DB = 5$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- در شکل مقابل، $EB = 6$ و $BF = 4$ است. اگر $DC = 7$ باشد، حاصل $AC - AF$ کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۴) $8\sqrt{3}$



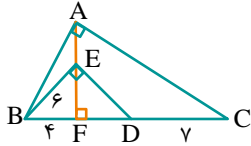
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BED، داریم:

$$EB^2 = BF \times BD \Rightarrow 26 = 4 \times BD \Rightarrow BD = 6.5 \xrightarrow{BF=4} FD = 5$$

از طرفی، در مثلث قائم‌الزاویه ABC نیز داریم:



$$\begin{cases} AC^2 = CF \times BC \\ CF = 7 + 5 = 12 \Rightarrow AC = \sqrt{12 \times 16} = 8\sqrt{3} \\ BC = 16 \end{cases}$$

$$AF^2 = BF \times FC \Rightarrow AF = \sqrt{4 \times 12} = 4\sqrt{3}$$

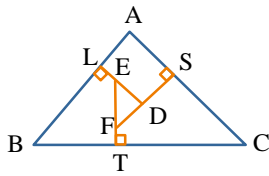
در نتیجه:

$$AC - AF = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در شکل مقابل، اگر $AC = 12$ ، $EF = 8$ و $DF = 6$ باشد، اندازه BC کدام است؟

- ۱۲ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

در چهارضلعی BLET داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} + \hat{L} + \hat{L\hat{E}T} + \hat{T} &= 360^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{L\hat{E}T} = 180^\circ \\ \hat{D\hat{E}F} + \hat{L\hat{E}T} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D\hat{E}F}$$

از طرفی

به طور مشابه می‌توان نشان داد: $\hat{A} = \hat{E\hat{D}F}$ و $\hat{C} = \hat{D\hat{F}E}$

یعنی زوایای دو مثلث ABC و DEF، نظیر به نظیر برابر یکدیگرند. نسبت اضلاع متناظر برای این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{BC}{8} \Rightarrow BC = 16$$

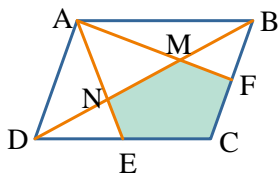
با توجه به داده‌های مسئله داریم:

گروه آموزشی ماز

۲۹- در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه F وسط ضلع BC و نقطه E نیز وسط ضلع DC است. اگر مساحت قسمت رنگی برابر ۱۶ واحد مربع باشد، آن گاه

مساحت مثلث AMB کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۴ (۳)
- ۱۰ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

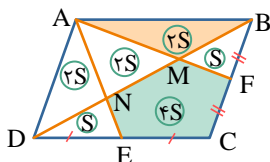
پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که مساحت قسمت رنگی برابر ۱۶ است، بنابراین طبق درسنامه خواهیم داشت:

$$4S = 16 \Rightarrow S = 4$$

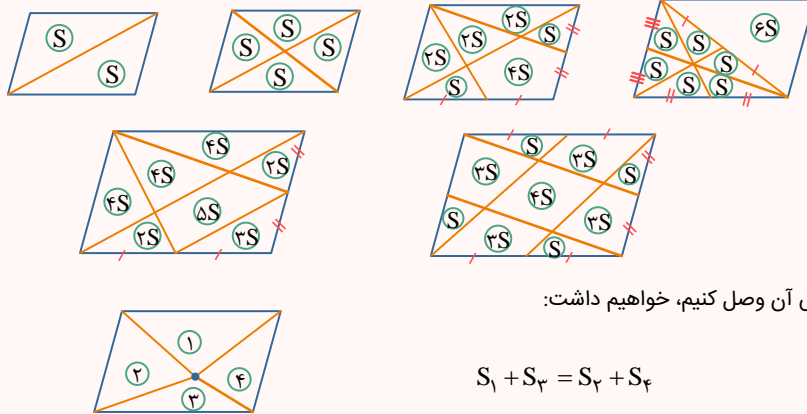
بنابراین مساحت مثلث AMB برابر است با:

$$2S = 2 \times 4 = 8$$

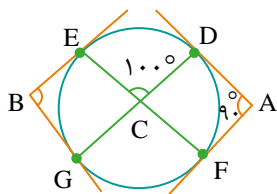




تقسیم مساحت در متوازی الاضلاع



گروه آموزشی ماز



۳۰- در شکل مقابل، اضلاع زاویه های A و B بر دایره مماس اند. زاویه B کدوم است؟

- ۱۱۰° (۱)
- ۸۰° (۲)
- ۷۰° (۳)
- ۹۰° (۴)

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱

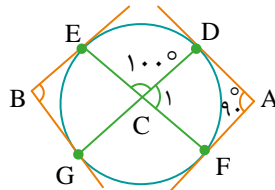
پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

$$\widehat{DF} = 180^\circ - \hat{A} \xrightarrow{A=90^\circ} \widehat{DF} = 90^\circ$$

$$\widehat{DCE} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{DCF} = 80^\circ$$

$$\widehat{DCF} = \frac{\widehat{DF} + \widehat{EG}}{2} \xrightarrow{\substack{DF=90^\circ \\ DCF=80^\circ}} \widehat{EG} = 70^\circ$$



از طرفی:

پس داریم:

اما می دانیم $\widehat{EG} = 180^\circ - \hat{B}$ ، پس $\hat{B} = 110^\circ$ است.

روش دوم:

در این گونه اشکال می توان ثابت کرد: $\hat{C} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}$ ، بنابراین:

اثبات:

$$\hat{C} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2} \Rightarrow \frac{90^\circ + \hat{B}}{2} = 100^\circ \Rightarrow \hat{B} = 110^\circ$$

$$\hat{C} = 180^\circ - \frac{\widehat{DF} + \widehat{EG}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \frac{(180^\circ - \hat{A}) + (180^\circ - \hat{B})}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \frac{360^\circ - (\hat{A} + \hat{B})}{2} \Rightarrow \hat{C} = \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- مربع ABCD به ضلع ۴ را با تجانس به مرکز A و نسبت 1/۴ تصویر می کنیم. مساحت ناحیه بین دو مربع کدام است؟

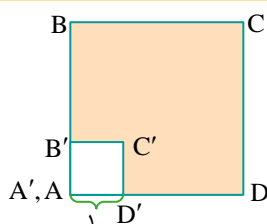
- ۱۵ (۴)
- ۱۴ (۳)
- ۱۳ (۲)
- ۱۲ (۱)

آسان - مفهومی - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

حالت زیر اتفاق می افتد.

$$S' = (4 \times 4) - (1 \times 1) = 15$$



گروه آموزشی ماز



۳۲- در مثلث ABC، اگر $AB=7$ ، $BC=12$ و $m_a = \sqrt{29}$ باشد، ارتفاع وارد بر ضلع AB کدام است؟

۱۰ (۴)

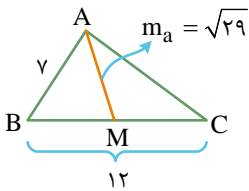
 $7\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۲)

۷ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، شکل را رسم شده فرض می‌کنیم و خواهیم داشت:



کافی است مساحت مثلث ABC را به دست آورده و سپس ارتفاع را محاسبه کنیم. برای این کار مساحت مثلث ABM را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} AB = 7 \\ m_a = \sqrt{29} \\ BM = 6 \end{cases}$$

$$\text{زاویه } \hat{B} \text{ را محاسبه می‌کنیم: } AM^2 = BA^2 + BM^2 - 2AB(BM) \cos \hat{B}$$

$$29 = 49 + 36 - 2(42) \cos \hat{B} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{28}{42} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \hat{B} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} \times AB \times BM \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 7\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AMB} = 14\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CH \times AB \Rightarrow 14\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times CH \times 7 \Rightarrow CH = 4\sqrt{5}$$

◆ گروه آموزشی ماز ◆

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^{-1} + \frac{1}{2}B^{-1} = I$ ، آنگاه حاصل ضرب درایه‌های غیرواقعی بر قطر اصلی ماتریس B چقدر است؟

 $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}B^{-1} = I - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

وارون ماتریس

ماتریس مربعی B را وارون ماتریس مربعی A می‌گوییم، هرگاه حاصل ضرب دو ماتریس A و B برابر I شود، یعنی $B = A^{-1}$ و $AB = BA = I$ است.

♦ وارون هر ماتریس مربعی، در صورت وجود، منحصر به فرد است.

♦ وارون ماتریس مربعی 2×2 را می‌توان اینگونه به دست آورد:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

◆ گروه آموزشی ماز ◆



۳۴- به ازای چند مقدار m ، دستگاه معادلات خطی

$$\begin{cases} (m-1)x - 2y = m+2 \\ 6x - my = 3m \end{cases}$$

جواب ندارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- هیچ مقدار قابل قبولی برای m به دست نمی‌آید.

متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱

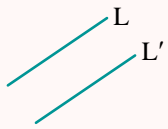
پاسخ: گزینه ۱

بحث در مورد جواب‌های دستگاه معادلات خطی:

هر کدام از معادلات داده شده در دستگاه معادلات خطی، معادله یک خط هستند. تعداد نقاط برخورد ۲ خط، تعداد جواب‌های معادله را نشان می‌دهد. پس ۳ وضعیت برای

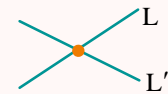
این ۲ خط وجود دارد:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$



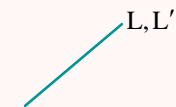
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

(۱) دو خط موازی و غیرمنطبق هستند، یعنی معادله جواب ندارد.



$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

(۲) دو خط متقاطع هستند، یعنی معادله یک جواب دارد.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

(۳) دو خط موازی و منطبق هستند، یعنی معادله بی‌شمار جواب دارد.

باید دو خط موازی و غیرمنطبق باشند تا دستگاه معادلات خطی جواب نداشته باشد. پس:

$$\frac{m-1}{6} = \frac{-2}{-m} \neq \frac{m+2}{3m} \Rightarrow \frac{m-1}{6} = \frac{-2}{-m} \Rightarrow m^2 - m = 12 \Rightarrow m^2 - m - 12 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-3 \end{cases}$$

معادله ۱

با جایگذاری هر دو مقدار m در معادله، خواهیم داشت:

غقیق (در این حالت معادله بی‌شمار جواب دارد.) $m=4 \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{6}{12}$

قق $m=-3 \rightarrow \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \neq \frac{-1}{-9}$

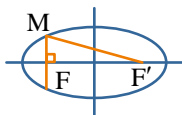
گروه آموزشی ماز

۳۵- در یک بیضی، فاصله کانونی با قطر کوچک هم‌اندازه است. از F عمودی بر قطر کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقطه M قطع کند. اگر $MF = 1$ باشد، آن‌گاه فاصله M از کانون دیگر چقدر است؟ (F کانون بیضی است)

- ۱ (۱) $\sqrt{3}$ ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲

پاسخ: گزینه ۳



می‌دانیم وتر کانونی بیضی برابر $\frac{2b^2}{a}$ است، پس:

$$MF = \frac{b^2}{a} = 1 \Rightarrow b^2 = a$$

از طرفی طول قطر کوچک بیضی با فاصله کانونی برابر است و داریم:

$$2b = 2c \Rightarrow b = c$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=c} a^2 = 2b^2 \xrightarrow{b^2=a} a^2 = 2a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

با توجه به تعریف بیضی که $MF + MF' = 2a$ می‌باشد، داریم:

$$MF + MF' = 2a \xrightarrow{\frac{MF=1}{2a=2}} 1 + MF' = 4 \Rightarrow MF' = 3$$

گروه آموزشی ماز



۳۶- حجم متوازی السطوح ساخته شده روی بردارهای $\vec{a} = (3, 0, m)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 4)$ و $\vec{c} = (1, 2, 1)$ مساوی ۲ می باشد. مقدار m کدام است؟

۴) -۵ و -۴

۳) -۵ و ۴

۲) ۴ و -۳

۱) -۴ و -۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

حجم متوازی السطوح ساخته شده روی ۳ بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر است با:

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

بنابراین:

$$V = \begin{vmatrix} 3 & 0 & m \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & m \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = |(6 + 0 - 2m) - (0 + 24 + 2m)| = |-4m - 18|$$

$$V = 2 \Rightarrow |-4m - 18| = 2 \Rightarrow -4m - 18 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} -4m - 18 = 2 \Rightarrow -4m = 20 \Rightarrow m = -5 \\ -4m - 18 = -2 \Rightarrow -4m = 16 \Rightarrow m = -4 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۱۹ برابر ۵ و باقی مانده تقسیم سه برابر عدد N بر عدد ۱۱ مساوی ۷ شده است. باقی مانده تقسیم کوچک ترین عدد سه رقمی N بر ۸ کدام است؟

۴) ۷

۳) ۵

۲) ۲

۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$N \equiv 5 \pmod{19} \Rightarrow N = 19q + 5$$

$$3N \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 3N \equiv 7 + 11 \pmod{11} \xrightarrow{\div 3} N \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow 19q + 5 \equiv 6 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow -3q \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow -3q \equiv 12 \pmod{11} \xrightarrow{\div (-3)} q \equiv -4 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow N = (19 \times 7) + 5 = 138 \Rightarrow 138 \equiv 2 \pmod{8}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- برای پست کردن نامه‌ای به ۳۵۰۰ تومان تمبر نیاز داریم. اگر فقط تمبرهای ۳۰۰ تومانی و ۴۰۰ تومانی در دسترس باشد، به چند حالت می توان تمبرها را خریداری کرده به طوری که از هر تمبر حداقل یکی خریده باشیم؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$300x + 400y = 3500$$

$$3x + 4y = 35 \Rightarrow 3x \equiv 35 \pmod{4} \xrightarrow{(3,4)=1} x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 1 \Rightarrow k \geq 0$$

$$3(4k + 1) + 4y = 35 \Rightarrow 4y = 35 - 12k - 3 \Rightarrow y = 8 - 3k \Rightarrow 8 - 3k \geq 1$$

$$\Rightarrow k \leq \frac{7}{3} \Rightarrow k = 0, 1, 2$$

$$(x, y) = \begin{cases} (1, 8) & k = 0 \\ (5, 5) & k = 1 \\ (9, 2) & k = 2 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز



۳۹- در گراف G از مرتبه $p=19$ ، $\delta(G)=2\Delta(G)$ و $\delta(\bar{G})=5\Delta(G)$ برقرار است. حاصل جمع مقادیر \max و \min اندازه این گراف کدام است؟

۸۵ (۴)

۸۷ (۳)

۸۴ (۲)

۸۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $\Delta(G) + \delta(\bar{G}) = p - 1$ و $\delta(G) + \delta(\bar{G}) = p - 1$ پس داریم:

$$2\Delta(G) = \delta(\bar{G}) = 18 - \Delta(G) \Rightarrow \Delta(G) = 6$$

$$5\delta(G) = \Delta(\bar{G}) = 18 - \delta(G) \Rightarrow \delta(G) = 3$$

برای محاسبه q_{\max} داریم:

$$q_{\max} = \frac{6 \times 17 + 8}{2} = 55 \Rightarrow q_{\max} = 55$$

دنباله درجات: $6, 6, \dots, 6, 5, 3$ (تعداد ۱۷)

برای محاسبه q_{\min} داریم:

$$q_{\min} = \frac{18 \times 3 + 6}{2} = 30$$

دنباله درجات: $6, 3, 3, \dots, 3$ (تعداد ۱۸)

که مجموع آن‌ها ۸۵ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۰- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ ، حداقل چند عدد به تصادف انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم بین اعضای انتخاب شده، حداقل ۲ عدد مانند a و b وجود دارند به طوری که $(a, b) = 1$ ؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

رسیدیم به "اصل لانه کبوتری!"

هرگاه m کبوتر در n لانه قرار بگیرند، آن‌گاه لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $\left\lceil \frac{m}{n} \right\rceil$ کبوتر جای گرفته باشند.

گجا داری میری! هنوز بحث لانه کبوتری رو تموم نکردیم!

هرگاه n لانه داشته باشیم، آن‌گاه برای آن‌که لانه‌ای وجود داشته باشد که در آن حداقل k کبوتر جای گرفته باشند، به حداقل $n(k-1) + 1$ کبوتر نیاز داریم.

مثال: اگر ۲۵ کبوتر در ۷ لانه قرار گیرند، آن‌گاه لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $\left\lceil \frac{25}{7} \right\rceil = 4$ کبوتر جای گرفته باشند.

مثال: اگر ۱۰ لانه داشته باشیم، برای آن‌که لانه‌ای داشته باشیم که حداقل ۵ کبوتر در آن قرار بگیرند به حداقل $41 = 10(5-1) + 1$ کبوتر نیاز داریم.

تذکر: در تیپ‌های دیگر مسائل لانه کبوتری که به این دو فرمول ارتباط ندارند، همواره بدترین حالت را در نظر می‌گیریم.

همان‌طور که در درسنامه تاکید کردیم، باید بدترین مسیر را انتخاب کنیم، یعنی حالتی که با بیشترین تعداد اعضا به هدف می‌رسیم. برای روشن‌تر شدن موضوع بیایید بهترین حالت را چک کنیم. در بهترین حالت، تنها با انتخاب ۲ عضو به هدف می‌رسیم. مثلاً اگر دو عضو ۱ و ۲ را انتخاب کنیم با همین دو عدد، هدف مسأله را برآورده می‌کنیم، زیرا: $(1, 2) = 1$

اما می‌دانیم اینکه کدام اعضا را انتخاب کنیم دست ما نیست. یعنی اگر فقط ۲ عضو انتخاب کنیم، (مثلاً ممکن است اعداد ۳ و ۶ را انتخاب کنیم)، در این صورت، $(3, 6) \neq 1$ ، بنابراین باید حالتی را بررسی کنیم که تا حد امکان بیشترین تعداد اعضا را انتخاب کرده باشیم و به هدف برسیم. این حالت وقتی است که همه اعداد زوج مجموعه را انتخاب کرده باشیم. در این حالت، ۱۰ عدد زوج انتخاب کرده‌ایم که ب‌م هیچ دوتایی از آن‌ها برابر با ۱ نیست.

۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰

اما عدد بعدی هر چه باشد، اقل نسبت به یکی از اعداد زوج فوق متوالی است. پس نسبت به آن اول است. در نتیجه حداقل با انتخاب ۱۱ عضو به هدف می‌رسیم.

گروه آموزشی ماز



۴۱- در کدام گزینه فقط یکاهای اصلی ذکر شده‌اند؟

(۴) گرم، مول، ژول

(۳) شمع، آمپر، کلونین

(۲) زمان، طول، جرم

(۱) نیوتون، متر، آمپر

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

یکاهای اصلی عبارت‌اند از: متر (m) - کیلوگرم (kg) - ثانیه (s) - کلونین (K) - مول (mol) - آمپر (A) - کندلا (شمع) (cd) که یکای شمع برای کمیت شدت روشنایی، آمپر برای جریان الکتریکی و کلونین برای دما می‌باشد.

یکاهای و کمیت‌ها

۱- کمیت‌های فیزیکی در سیستم SI به دو گروه اصلی و فرعی تقسیم می‌شوند. هفت کمیت زیر کمیت‌های اصلی هستند و سایر کمیت‌ها، کمیت‌های فرعی می‌باشند.

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلونین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

۲- یکای کمیت‌های اصلی، یکای اصلی نامیده می‌شود و به صورت مستقل از سایر یکاهای تعریف می‌شود. این تعریف باید به گونه‌ای باشد که تغییرناپذیر بوده و قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. در مقابل، یکای کمیت‌های فرعی، یکای فرعی نامیده می‌شود و براساس یکاهای اصلی تعریف می‌شود، بنابراین باید بتوانیم یکاهای فرعی را برحسب یکاهای اصلی بنویسیم.

تجربی خارج - ۹۸

۷۳- کدام کمیت‌ها، همگی از کمیت‌های اصلی هستند؟

(۱) دما، نیرو، فشار

(۲) فشار، زمان، سرعت

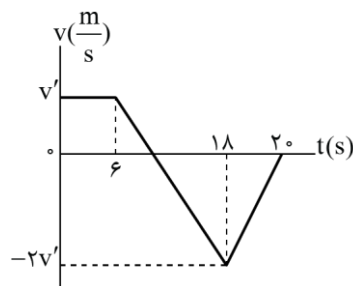
(۳) جریان الکتریکی، جرم، نیرو

(۴) دما، جریان الکتریکی، جرم

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۴۲- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور X حرکت می‌کند در بازه زمانی صفر تا ۲۰s مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط خودرو در بازه زمانی ۴s تا ۱۶s چند برابر بزرگی شتاب خودرو در لحظه ۱۹s است؟



(۱) 1/24

(۲) 5/24

(۳) 5/12

(۴) 1/12





گام اول:

به کمک تشابه دو مثلث ABC و CDE لحظه‌ای که نمودار، محور زمان را قطع می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EC}{BC} \Rightarrow \frac{2v'}{v'} = \frac{18-t'}{t'-6} \Rightarrow 2t'-12=18-t' \Rightarrow 3t'=30 \Rightarrow t'=10s$$

گام دوم:

یک بار هم به کمک تشابه دو مثلث ABC و CFG سرعت متحرک در لحظه $t = 16s$ را بر حسب v' حساب می‌کنیم:

$$\frac{FG}{AB} = \frac{FC}{BC} \Rightarrow \frac{FG}{v'} = \frac{6}{4} \Rightarrow FG = \frac{3}{2}v' \Rightarrow v_{16s} = -\frac{3}{2}v'$$

گام سوم:

حالا برای محاسبه شتاب متوسط در بازه زمانی ۴s تا ۱۶s داریم:

$$a_{av_{4s \rightarrow 16s}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{16s} - v_{4s}}{16-4} = \frac{-\frac{3}{2}v' - v'}{12} = -\frac{5}{24}v' \Rightarrow |a_{av_{4s \rightarrow 16s}}| = \frac{5}{24}v'$$

گام چهارم:

از طرفی هم چون در بازه زمانی ۱۸s تا ۲۰s شیب نمودار سرعت - زمان ثابت است، شتاب خودرو در لحظه ۱۹s همان شتاب متوسط خودرو در بازه زمانی ۱۸s تا ۲۰s است و داریم:

$$a_{19s} = a_{av_{18s \rightarrow 20s}} = \frac{v_{20s} - v_{18s}}{20-18} = \frac{0 - (-2v')}{2} = v'$$

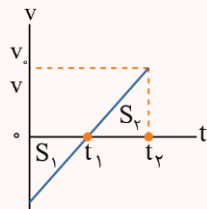
گام آخر:

در نهایت برای خواسته سؤال داریم:

$$\frac{|a_{av_{4s \rightarrow 16s}}|}{|a_{19s}|} = \frac{\frac{5}{24}v'}{v'} = \frac{5}{24}$$

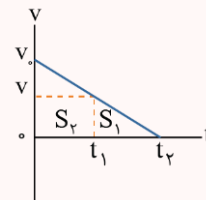
نمودار سرعت - زمان

در سؤالات حرکت شناسی و نمودارهای این بخش استفاده از تشابه مثلثها بسیار پرکاربرد است. مثلاً در نمودارهای سرعت - زمان زیر می‌توانیم تشابه را برای مثلثها به کار ببریم:



$$\text{نسبت تشابه مثلثها} = \frac{v}{v_0} = \frac{t-t_1}{t_1}$$

$$\text{نسبت مساحتها} = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \left(\frac{t-t_1}{t_1}\right)^2$$

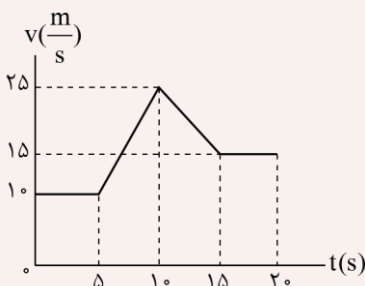


$$\text{نسبت تشابه مثلثها} = \frac{v}{v_0} = \frac{t_2-t_1}{t_2}$$

$$\text{نسبت مساحت مثلثها} = \frac{S_1}{S_1+S_2} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \left(\frac{t_2-t_1}{t_2}\right)^2$$

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط در بازه $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 12s$ ، چند متر بر مربع ثانیه است؟

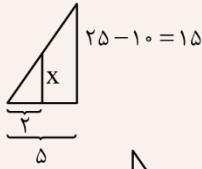
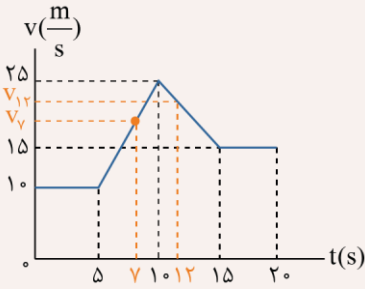


- ۱ (۱)
- ۱/۲ (۲)
- ۱/۵ (۳)
- صفر (۴)

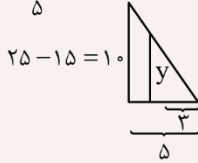


پاسخ تشریحی:

با توجه به قواعد تشابه دو مثلث v_7 و v_{12} را به دست می آوریم:



$$\frac{x}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow v_7 = v_5 + x = 10 + 6 = 16 \frac{m}{s}$$



$$\frac{y}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = 6 \Rightarrow v_{12} = v_{15} + y = 15 + 6 = 21 \frac{m}{s}$$

حالا شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 12s$ را به دست می آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_7}{12 - 7} = \frac{21 - 16}{5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۳- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x_1 = 10m$ سرعت متحرک $126 \frac{km}{h}$ و در مکان $x_2 = 65m$ سرعت متحرک

$72 \frac{km}{h}$ باشد، بردار شتاب متحرک در SI کدام است؟

۴) $7/5 \vec{i}$

۳) $-7/5 \vec{i}$

۲) $5 \vec{i}$

۱) $-5 \vec{i}$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله مستقل از زمان

در حرکت با شتاب ثابت، اگر بخواهیم بدون داشتن زمان، شتاب را حساب کنیم، باید از معادله مستقل از زمان استفاده کنیم. مطابق رابطه زیر داریم:

$$معادله مستقل از زمان: v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

$$v_1: \text{سرعت در ابتدای بازه } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v_2: \text{سرعت در انتهای بازه } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta x: \text{جابجایی (m)}$$

$$a: \text{شتاب } \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

طبق معادله مستقل از زمان می توانیم بنویسیم:

$$v_1 = 126 \frac{km}{h} = \frac{126}{3.6} = 35 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 72 \frac{km}{h} = \frac{72}{3.6} = 20 \frac{m}{s}$$

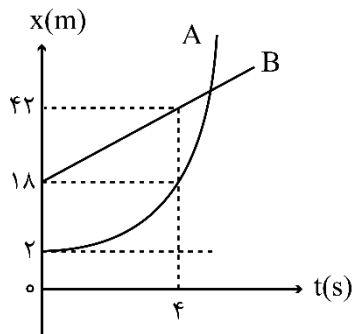
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 20^2 - 35^2 = 2a \times (65 - 10)$$

$$\Rightarrow (20 - 35)(20 + 35) = 2a \times 55 \Rightarrow 2a = -15 \Rightarrow a = -7/5 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز



۴۴- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در فاصله چندمتری مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند؟ (متحرک A با شتاب ثابت در حال حرکت است.)



ثابت در حال حرکت است.)

- ۵۲ (۱)
- ۶۲ (۲)
- ۶۶ (۳)
- ۱۰۲ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله‌های مکان-زمان دو متحرک را نوشته و آن‌ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادله فوق لحظه رسیدن دو متحرک به هم تعیین می‌شود.

مثال

خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ قرمز با شتاب $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $36 \frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد. در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

پاسخ:

$$\begin{cases} \text{خودرو } x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = t^2 \\ \text{کامیون } x = vt \\ v = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow x = 10t \end{cases} \xrightarrow{\text{در لحظه بهم رسیدن}} \begin{cases} t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s \\ x = (10)^2 = 100m \end{cases}$$

گام اول:

چون نمودار مکان-زمان متحرک B خط راست می‌باشد حرکت آن یکنواخت است و داریم:

$$x_B = vt + x_{0,B} = vt + 18 \xrightarrow[t_B=42m]{t=4s} 42 = 4v + 18 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = 6t + 18$$

گام آخر:

حرکت متحرک A شتاب ثابت است و می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_{0,A}$$

چون شیب خط مماس بر نمودار A در لحظه $t = 0$ برابر صفر می‌باشد پس $v_{0,A} = 0$ می‌باشد و داریم:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + 2 \xrightarrow[x_A=18m]{t=4s} 18 = 8a + 2 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow x_A = t^2 + 2$$

گام آخر:

در لحظه رسیدن دو متحرک به هم داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 + 2 = 6t + 18 \Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow t = 8s$$

$$x_A = x_B = (6 \times 8) + 18 = 66m$$

گروه آموزشی ماز



۴۵- از یک بلندی، گلوله‌ای را در شرایط خلأ و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر این گلوله $\frac{5}{9}$ آخر مسیر خود را در مدت ۷s طی کند، زمان کل حرکت گلوله چند

ثانیه بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکات طلایی

۱- هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، زمان رسیدن آن به زمین برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

بنابراین برای مقایسه زمان سقوط دو گلوله می‌توان نوشت:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow \frac{t_B}{t_A} = \sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$

۲- هنگامی که یک گلوله را در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌کنیم، تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

صفر

بنابراین برای مقایسه تندی دو گلوله هنگام رسیدن به زمین می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{2gh} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{h_B}{h_A}}$$

گلوله از حالت سکون رها می‌شود، یعنی سرعت اولیه آن صفر است. ($v_0 = 0$)

پس اگر از رابطه مستقل از سرعت (v) استفاده کنیم، به این نتیجه می‌رسیم:

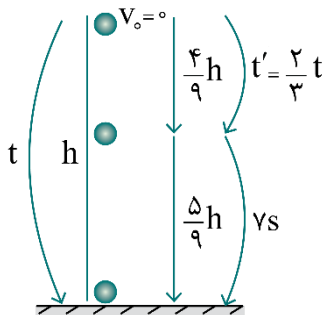
$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + 0 \Rightarrow y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$

فاصله از نقطه اولیه حرکت

می‌بینیم فاصله از نقطه اولیه با مجذور زمان رابطه مستقیم دارد:

$$h \propto t^2$$

شکل مسیر حرکت را ببینید:



می‌توانیم بگوییم در قسمت اول حرکت، توپ $\frac{4}{9}h$ حرکت کرده است، چون $h \propto t^2$ و $h \propto \left(\frac{2}{3}t\right)^2$ برابر شده پس زمان

$\sqrt{\frac{4}{9}}$ برابر می‌شود و $t' = \frac{2}{3}t$ که t زمان کل حرکت است، به عبارتی می‌توان نوشت:

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{\frac{4}{9}h}{h}} = \frac{2}{3}$$

پس قسمت آخر حرکت توپ یک‌سوم زمان کل حرکت $\left(\frac{1}{3}t\right)$ طول کشیده است:

$$\frac{1}{3}t = 7s \Rightarrow t = 3 \times 7 = 21s$$

گروه آموزشی ماز



۴۶- مطابق شکل‌های زیر، در دو آزمایش مختلف به جسم ساکنی روی یک سطح افقی نیروی افقی $F_1 = 65\text{ N}$ و نیروی عمودی $F_2 = 20\text{ N}$ وارد می‌شود و جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر در شکل (۱)، پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی جسم به $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، در شکل (۲)، پس از طی مسافت چند متر، تندی جسم

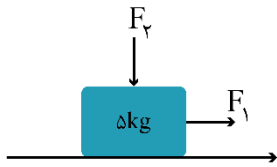
به $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱) ۷/۲

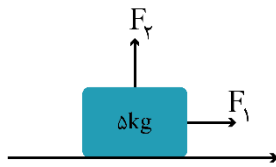
(۲) ۴/۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲



شکل (۱)



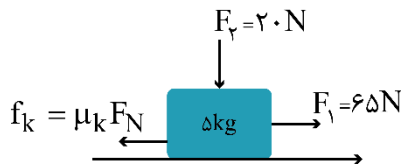
شکل (۲)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

بررسی شکل (۱):



$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \rightarrow 12^2 - 0 = 2a \times 12 \rightarrow a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

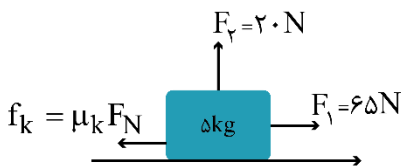
$$F_N = mg + F_2 = 50 + 20 = 70\text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\rightarrow 65 - \mu_k \times 70 = 5 \times 6 \rightarrow \mu_k = 0.05$$

گام آخر:

بررسی شکل (۲):



$$F_N = mg - F_2 = 50 - 20 = 30\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.05 \times 30 = 1.5\text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\rightarrow 65 - 1.5 = 5a \rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

درنهایت با استفاده از رابطه مستقل از زمان، پاسخ مسئله به دست می‌آید.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \rightarrow 12^2 - 0 = 2 \times 10 \times \Delta x \rightarrow \Delta x = 7.2\text{ m}$$

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۲

مطابق شکل، به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی $F_1 = 65\text{ N}$ و نیروی عمودی $F_2 = 20\text{ N}$ وارد می‌شود و جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر پس از طی مسافت ۱۲

متر، تندی جسم به $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱) ۶۰

(۲) 70

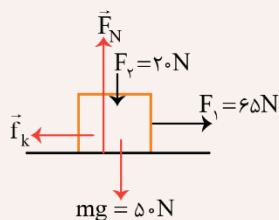
(۳) $30\sqrt{5}$

(۴) $35\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۴

با کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 12^2 - 0 = 2a \times 12 \Rightarrow a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\text{تعدادل قائم: } F_N = mg + F_2 = 50 + 20 = 70\text{ N}$$

$$\text{حرکت افقی: } F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 65 - f_k = 5 \times 6 \Rightarrow f_k = 35\text{ N}$$

بنابراین اندازه نیروی اصطکاک سطح برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{35^2 + 70^2} = 35\sqrt{5}\text{ N}$$

گروه آموزشی ماز



۴۷- مطابق شکل، وقتی وزنه ۳ کیلوگرمی را به یک فنر با طول عادی آویزان می‌کنیم، طول فنر بعد از تعادل ۱۳cm می‌شود و وقتی وزنه ۵ کیلوگرمی را به این فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر بعد از تعادل ۱۵cm می‌شود. ثابت فنر واحد SI و طول عادی فنر (بدون وزنه) سانتی‌متر است.

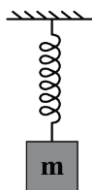
($g = 10 \frac{N}{kg}$ و جرم فنر ناچیز است.)

۱) ۱۰ - ۱۰

۲) ۰/۱ - ۱۰

۳) ۱۰ - ۱۰۰۰

۴) ۰/۱ - ۱۰۰۰



(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



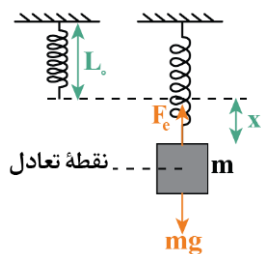
نیروی کشش فنر:

$F = kx = k(L - L_0)$

X: تغییر طول فنر L_0 : طول اولیه فنر L: طول نهایی فنر k: ثابت فنر

روش اول:

وقتی وزنه‌ای را به یک فنر قائم با جرم ناچیز می‌آویزیم، بعد از برقراری تعادل، بزرگی نیروی فنر برابر با بزرگی نیروی وزن وزنه می‌شود؛ بنابراین داریم:



$F_{net,y} = 0 \Rightarrow mg = F_e$

$F_e = k(L - L_0) \Rightarrow \begin{cases} 30 = k(13 - L_0) \\ 50 = k(15 - L_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{13 - L_0}{15 - L_0}$

$\Rightarrow 45 - 3L_0 = 65 - 5L_0 \Rightarrow L_0 = 10 \text{ cm}$

با جایگذاری L_0 در یکی از معادلات داریم:

$30 = k(13 - 10) \Rightarrow k = 10 \frac{N}{cm} = 1000 \frac{N}{m}$

روش دوم:



وقتی فنری به ثابت k و طول اولیه L_0 به‌ازای جرم m_1 دارای طول L_1 و به‌ازای جرم m_2 دارای طول L_2 می‌شود داریم:

$k|L_2 - L_0| = m_2g$ یا $k|L_1 - L_0| = m_1g$ برای پیدا کردن L_0 نیز داریم

به کمک این نکته داریم $\Rightarrow k|15 - 13| = |5 - 3| \times 10 \Rightarrow k = 10 \frac{N}{cm} = 1000 \frac{N}{m}$

$\Rightarrow 10|13 - L_0| = 30 \Rightarrow L_0 = 10 \text{ cm}$



امیدوارم برای حالتی که این سامانه داخل یک آسانسور که شتاب‌دار حرکت می‌کند، است، از این تکنیک استفاده نکنید. (چرا؟)

دام تستی

طراح محترم یکای ثابت فنر را در SI که $\frac{N}{m}$ است خواسته و یکای طول اولیه فنر را برحسب cm که هرگونه بی‌دقتی در هرکدام از این موارد شما را قطعاً به یکی از گزینه‌های (۱) یا (۲) یا (۴) می‌رساند و به‌راحتی این تست را غلط جواب می‌دهید. پس دقت کنید که در هنگام جایگذاری اعداد، آن‌ها را با چه یکایی در روابط قرار می‌دهید.

نیروی کشسانی فنر

اگر تغییر طول یک فنر نسبت به حالت آزاد آن را با x نشان دهیم، اندازه نیروی کشسانی در این فنر از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

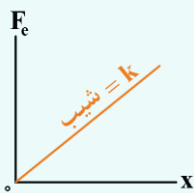
$F_e = kx$, ($x = l - l_0$) l_0 : طول آزاد فنر

در این رابطه، k را ضریب ثابت فنر می‌نامیم که به جنس و مشخصات ساختمانی فنر بستگی دارد و یکای آن در SI معادل $\frac{N}{m}$ است.



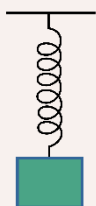
نکته

اگر نمودار نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول آن را رسم کنیم یک خط راست گذرنده از مبدأ مختصات خواهد بود که شیب آن معادل همان ثابت فنر است.



کنکور سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۳

۵۵- در شکل زیر، وقتی وزنه 4 kg را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر به 12 cm می‌رسد و وقتی وزنه 5 kg را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر به 13 cm می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۱) ۴۰

(۲) ۳۰

(۳) ۲۰

(۴) ۱۰

پاسخ تشریحی:

رابطه فوق را برای هر یک از حالت‌های داده شده می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 40 = k(12 - l_0) \\ 50 = k(13 - l_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40 - 12k = -kl_0 \\ 50 - 13k = -kl_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 40 - 12k = 50 - 13k \Rightarrow k = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

پاسخ: گزینه ۴

مثال

یک انتهای فنری سبک را به دیوار متصل می‌کنیم. اگر انتهای دیگر را با نیروی 40 N بکشیم طول فنر 45 cm و اگر این انتها را با نیروی 48 N بکشیم طول فنر 50 cm خواهد شد. طول آزاد فنر چند cm است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

پاسخ تشریحی:

برای دو حالت از رابطه $F_e = k(l - l_0)$ استفاده می‌کنیم (بزرگی نیروی اعمال شده توسط ما برابر با نیروی کشش فنر است):

$$(1) \begin{cases} F_e = 40\text{ N} \\ l = 45\text{ cm} \end{cases} \rightarrow 40 = k(45 - l_0)$$

$$(2) \begin{cases} F_e = 48\text{ N} \\ l = 50\text{ cm} \end{cases} \rightarrow 48 = k(50 - l_0)$$

اگر معادله (۲) را بر معادله (۱) تقسیم کنیم داریم:

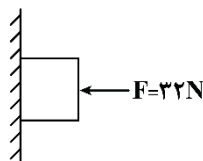
$$\frac{50 - l_0}{45 - l_0} = \frac{48}{40} = \frac{6}{5} \rightarrow 270 - 6l_0 = 250 - 5l_0 \rightarrow l_0 = 20\text{ cm}$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل زیر، جسمی به جرم $2/4\text{ kg}$ توسط نیروی افقی F ، به دیواری فشرده شده است و در حالت سکون قرار دارد. نیرویی که از طرف سطح به جسم

وارد می‌شود، چند برابر وزن جسم است؟ $(\mu_s = 0/8, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{2}$

(۳) $\frac{5}{3}$





(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

چون جسم در حال سکون قرار دارد، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

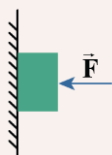
$$\begin{cases} F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 32\text{N} \\ F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow f_s - mg = 0 \Rightarrow f_s = mg = 24\text{N} \end{cases}$$

نیروی $R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40\text{N}$ که سطح به جسم وارد می‌کند.

$$\Rightarrow \frac{R}{mg} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۷۵- جسمی را مطابق شکل با نیروی افقی به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم. اگر نیروی F را ۲ برابر کنیم، کدام نیرو ۲ برابر می‌شود؟



- ۱) نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند.
- ۲) نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند.
- ۳) نیروی عمودی سطح
- ۴) نیروی اصطکاک

پاسخ تشریحی:

مطابق شکل، نیروهای وارد بر جسم را ترسیم می‌کنیم. چون جسم ساکن و در حال تعادل است، پس هم در راستای افق و هم در راستای قائم برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، پس:

$$\begin{cases} \text{در راستای افقی: } F = F_N \\ \text{در راستای قائم: } f_s = mg \end{cases}$$

با دو برابر شدن نیروی F چون $F = F_N$ است، پس قطعاً F_N هم دو برابر می‌شود. پس گزینه (۳) صحیح است.

با دو برابر شدن F چون F_N هم دو برابر می‌شود، پس $f_{s,max}$ دو برابر شده به همین علت mg هنوز کوچک‌تر از $f_{s,max}$ خواهد ماند و همین باعث می‌شود جسم باز هم ساکن بماند و f_s برابر mg باشد، یعنی نیروی اصطکاک تغییری نخواهد کرد. در مورد نیروی واکنش سطح می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \xrightarrow{F_N=F, f_s=mg} R = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$$

چون F دو برابر شده، ولی mg ثابت مانده، پس R افزایش می‌یابد، ولی نمی‌توان گفت دو برابر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۹- پره یک بالگرد با دوره ۰/۰۲۵s به‌طور یکنواخت می‌چرخد. اگر شعاع پره ۲/۰۰m باشد، نوک پره با تندی چند متر بر ثانیه می‌چرخد؟

۲۰۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۱۶۰π (۲)

۲۰۰π (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ می‌توان تندی حرکت نوک پره بالگرد را تعیین کرد.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 2}{0.025} = 160\pi \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت

۱- در حرکت دایره‌ای یکنواخت مدت‌زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره دوره تناوب (دوره) نامیده می‌شود.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{\omega}} v = r\omega \quad (\text{دوره})$$

ω : بسامد زاویه‌ای برحسب $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$



۲- در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه سرعت ثابت است اما جهت آن دائماً تغییر می‌کند. بنا به همین دلیل این حرکت شتابدار است. جهت شتاب همواره به سمت مرکز دایره است.

$$a_C = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v=r\omega} a_C = r\omega^2$$

$$a_C: \text{شتاب مرکزگرا برحسب } \frac{m}{s^2}$$

۳- براساس قانون دوم نیوتون: ($F = ma$) خواهیم داشت:

$$F_{net} = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{v=r\omega} F_{net} = mr\omega^2$$

$$F_{net}: \text{نیروی مرکزگرا برحسب } N$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- معادله نیرو - مکان نوسانگر وزنه - فنری در SI به صورت $F = -\frac{4\pi^2}{5}x$ است. اگر جرم نوسانگر ۲۰۰ گرم و انرژی مکانیکی آن در مکان $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$

برابر با $4\pi^2 mJ$ باشد، معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

(۴) $x = 0.1 \cos 8\pi t$

(۳) $x = 0.1 \cos 2\pi t$

(۲) $x = 0.1 \cos 8\pi t$

(۱) $x = 0.1 \cos 2\pi t$

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

بسامد زاویه‌ای (ω) را به دست می‌آوریم. شکل کلی معادله نیرو - مکان در حرکت هماهنگ ساده به صورت $F = -m\omega^2 x$ می‌باشد، پس داریم:

$$F = -\frac{4\pi^2}{5}x \Rightarrow 0.2 \times \omega^2 = \frac{4\pi^2}{5} \Rightarrow \omega^2 = 4\pi^2 \Rightarrow \omega = 2\pi \left(\frac{\text{rad}}{s}\right)$$

$$m = 200g = 0.2kg$$

گام آخر:

دامنه نوسان (A) را به دست می‌آوریم. انرژی مکانیکی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده در تمام نقاط از جمله مکان $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ یکسان است و داریم:

$$E = K_{max} \xrightarrow{K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2, E = 4\pi^2 \times 10^{-3} J, m = 0.2 kg, \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{s}} \rightarrow 4\pi^2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times A^2 \times 4\pi^2$$

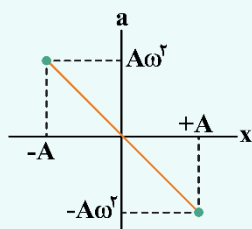
$$\Rightarrow A^2 = 10^{-2} \Rightarrow A = 0.1m$$

معادله مکان - زمان نوسانگر را به دست می‌آوریم. فرم کلی معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} x = A \cos \omega t \\ A = 0.1m \\ \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{s} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0.1 \cos 2\pi t$$

نکته

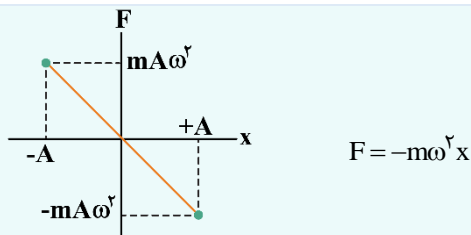
۱- رابطه شتاب - مکان نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است:



$$a = -\omega^2 x$$



۲- رابطه نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۵۱- توان یک چشمه صوتی که صوت را در همه جهتها به طور یکسان پخش می کند، برابر 120 W است. در فاصله چندمتری از این چشمه، تراز شدت صوت

برابر ۷ بل است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \pi = 3)$

۱۰۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۵۰۰ (۲)

۲۰۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



شدت صوت و تراز شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح برابر با آهنگ متوسط انرژی ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می رسد.

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P_{av}}{A}$$

تراز شدت صوت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ (dB)}$$

(I_0 شدت صوت مبنا)

یکای تراز شدت صوت دسی بل (dB) است.

گام اول:

شدت صوت برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 70 \text{ dB}} 70 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\rightarrow 10^7 = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow I = 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

گام آخر:

برای چشمه صوتی می توان نوشت:

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

بنابراین داریم:

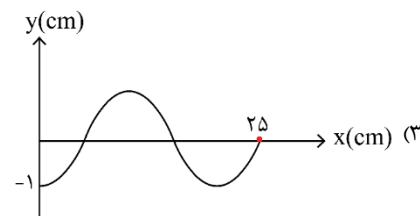
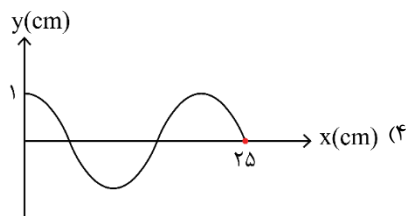
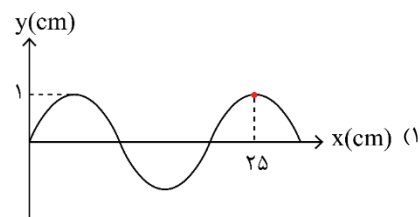
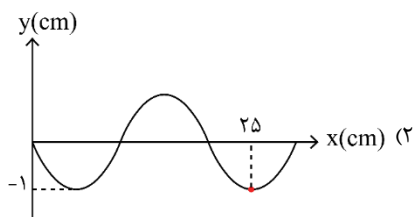
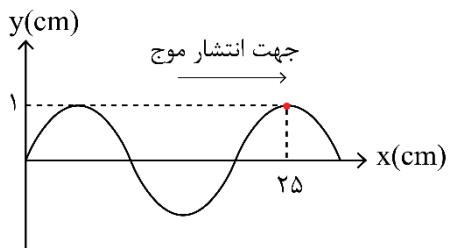
$$10^{-5} = \frac{120}{4 \times 3 \times r^2} \rightarrow r^2 = 10^6 \rightarrow r = 10^3 \text{ m} = 1000 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز





۵۲- نمودار جابه‌جایی-مکان یک موج در لحظه $t=0$ مطابق شکل زیر است. این موج در طنابی به طول 10m و جرم 1kg منتشر می‌شود که با نیروی 40N کشیده شده است. نمودار جابه‌جایی-مکان این موج در لحظه $t=10\text{ms}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟



(متوسط - نموداری - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

تندی انتشار موج در طناب برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{40 \times 10}{1}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم:

مطابق نمودار، $\lambda = \frac{5}{4}$ برابر 25cm است؛ بنابراین طول موج برابر است با:

$$\frac{5}{4} \lambda = 25\text{cm} \rightarrow \lambda = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$$

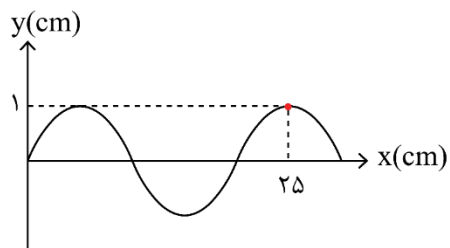
گام سوم:

دوره تناوب برابر است با:

$$\lambda = vT \rightarrow 0.2 = 20T \rightarrow T = 0.01\text{s} = 10\text{ms}$$

گام آخر:

در مدت زمان $\Delta t = 10\text{ms}$ ، موج دقیقاً به اندازه یک طول موج حرکت می‌کند؛ بنابراین نقش موج آن دوباره مانند شکل سؤال خواهد بود.



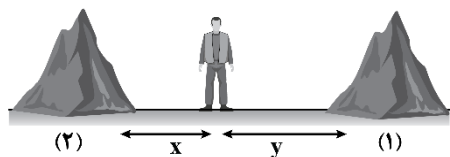
گروه آموزشی ماز





۵۳- دانش آموزی بین دو صخره قائم (۱) و (۲) ایستاده است. دانش آموز فریاد می زند و دو پژواک صدای خود را با فاصله زمانی $1/13s$ می شنود. اگر این دانش آموز به اندازه $40m$ به سمت صخره (۲) حرکت کند و دوباره فریاد بزند، پژواک اول و دوم صدای خود را با اختلاف زمانی چند ثانیه دریافت می کند؟

$$(x > 40m, y > x, v_{\text{صوت}} = 330 \frac{m}{s})$$



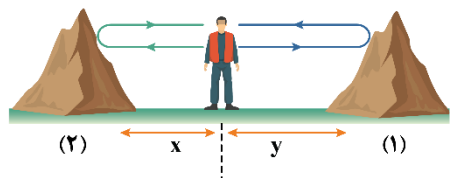
(۲) $0/88$
(۴) $1/38$

(۱) $0/63$
(۳) $1/63$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

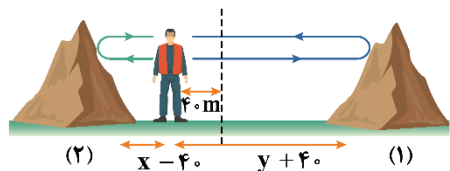
به شکل های زیر دقت کنید:



$$\Delta L_1 = \Delta x_1 - \Delta x_2 = 2y - 2x$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v} - \frac{\Delta x_2}{v} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{v} = \frac{\Delta L_1}{v} = \frac{2y - 2x}{v}$$

در حالت دوم $40m$ به y اضافه شده و از x کم می شود.



$$\Delta L_2 = 2(y + 40) - 2(x - 40) = 2y - 2x + 160$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_1}{v} - \frac{\Delta x_2}{v} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{v} = \frac{\Delta L_2}{v} = \frac{2y - 2x + 160}{v} = \frac{2y - 2x}{v} + \frac{160}{v}$$

اختلاف زمانی دریافت دو پژواک در حالت دوم:

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t_1 + \frac{160}{v} = \Delta t_1 + \frac{160}{330} \Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t_1 + 0/5 \Rightarrow \Delta t_2 = 1/13 + 0/5 = 1/63s$$

تحلیل سریع

چون شخص $40m$ به سمت چپ حرکت کرده است، پس 40 متر به y اضافه و 40 متر از x کم شده است و در مجموع دو تپ ارسالی در مسیر رفت و برگشت به اندازه 160 متر نسبت به حالت اول تغییر می کند.

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 160m$$

$$\Delta t_2 = 1/13 + \frac{160}{330} = 1/63s$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- در آزمایش یانگ، اگر آزمایش را به جای نور تکفام سبز با نور تکفام قرمز انجام دهیم، پهنای هر نوار روشن، می یابد و اگر آزمایش را به جای آن که در هوا انجام دهیم، در آب انجام دهیم، پهنای هر نوار تاریک می یابد. (به ترتیب از راست به چپ).

(۴) افزایش - کاهش

(۳) افزایش - افزایش

(۲) کاهش - کاهش

(۱) کاهش - افزایش

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پهنای نوارهای تداخلی در آزمایش یانگ متناسب با طول موج به کاررفته است؛ بنابراین با افزایش طول موج، پهنای نوارها زیاد می شود. پس پهنای نوارها با استفاده از نور تکفام قرمز به جای نور تکفام سبز، افزایش می یابد.

چون پهنای نوارهای تداخلی با طول موج به کاررفته متناسب است، با توجه به این که در حضور آب، طول موج به $\frac{\lambda}{n}$ تغییر پیدا می کند و کم می شود، بنابراین طول موج به کاررفته کاهش می یابد که این به معنای کاهش پهنای نوارها است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- گستره طول موج های رشته بالمر در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ ($R = 0/01 nm^{-1}$)

(۴) $1/900$

(۳) $1/3$

(۲) 720

(۱) 320





(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

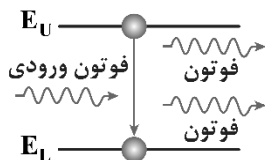
پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{\Delta R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$$

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{36}{\Delta R} - \frac{4}{R} = \frac{16}{\Delta R} = \frac{16}{5 \times 0.01} = 320 \text{ nm}$$

گروه آموزشی ماز



۵۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد شکل مقابل به درستی بیان شده است؟
الف: انرژی همه فوتون‌های نشان داده شده برابر است.
ب: فرایند نشان داده شده گسیل خودبه خود می‌باشد.
پ: هرچقدر مدت زمان قرار گرفتن الکترون در ترازهای بالا (ترازهای شبه پایدار) بیشتر باشد، نور ایجاد شده تقویت می‌شود.

۳ (۴)

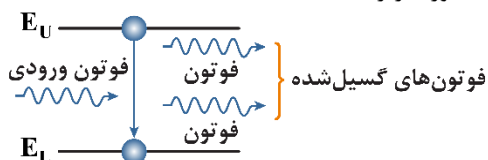
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - خطبه خط کتاب درسی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳



شکل نشان داده شده در صورت سؤال، نشان دهنده فرآیند گسیل القایی است. («ب» *) که ویژگی‌های آن به صورت زیر است:

(۱) انرژی فوتون ورودی و فوتون‌های گسیل شده برابر است («الف» ✓).

(۲) فوتون‌های گسیل شده هم‌جهت با فوتون ورودی حرکت می‌کنند.

(۳) فوتون گسیل شده هم‌فاز و هم‌سامد با فوتون ورودی می‌باشد.

در فرآیند گسیل القایی که اساس ایجاد لیزر می‌باشد به ترازهای شبه پایدار نیاز است

که در این ترازها الکترون، زمان‌های بسیار طولانی‌تری قرار می‌گیرد و این زمان طولانی فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و تقویت نور لیزر ایجاد می‌کند. («پ» ✓)

لیزر

لیزر یکی از مهم‌ترین اختراعات قرن بیستم است، که کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد. از جمله مهم‌ترین این کاربردها عبارتند از:

۱- استفاده در چاپگرها (پرینتر لیزری) در کپی اطلاعات روی CD و DVD و خواندن اطلاعات

۲- شبکه‌های کابل نوری

۳- اندازه‌گیری دقیق طول

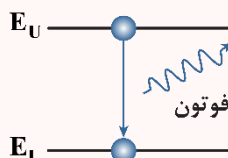
۴- در جوشکاری و برش کاری فلزات

۵- در پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندان‌پزشکی

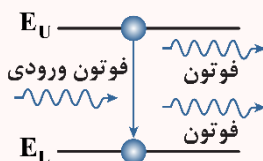
چگونگی ایجاد لیزر:

همان‌طور که می‌دانید هنگامی که الکترون از تراز انرژی بالاتر (E_U) به تراز انرژی پایین‌تر (E_L) می‌آید، فوتون گسیل می‌کند. به‌طور کلی انتقال الکترون به دو صورت می‌تواند باعث گسیل فوتون شود:

الف) گسیل خودبه‌خودی: هنگامی که الکترون به‌صورت خودبه‌خودی از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، گسیل خودبه‌خودی صورت می‌گیرد. در گسیل خودبه‌خودی، فوتون در جهتی کاتوره‌های گسیل می‌شود.



ب) گسیل القایی: اگر به الکترونی که در حالت برانگیخته قرار دارد، فوتونی با انرژی مناسب بتابد، الکترون تحریک شده و به مدار انرژی پایین‌تر می‌رود و فوتونی گسیل می‌کند که به آن گسیل القایی می‌گویند. برای دادن گسیل القایی باید انرژی فوتون ورودی دقیقاً برابر اختلاف انرژی دو تراز باشد.



در گسیل القایی سه ویژگی اصلی وجود دارد:

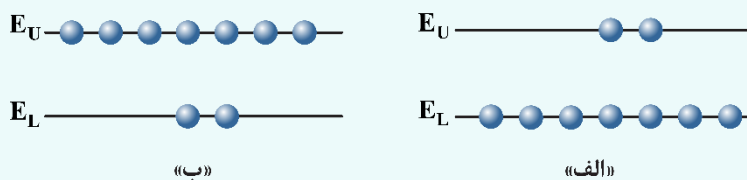
۱- یک فوتون جذب و دو فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب تعداد فوتون‌ها افزایش یافته و نور تقویت می‌شود.





نکته

در گسیل القایی یک چشمه انرژی خارجی مناسب باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود، الکترون‌های بیش‌تری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد که به آن وارونی جمعیت گفته می‌شود. وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیش‌تر باشند. در این ترازها الکترون‌ها مدت‌زمان بسیار طولانی‌تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیخته معمولی (10^{-8} s) باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیش‌تری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند. به شکل‌های زیر دقت کنید.

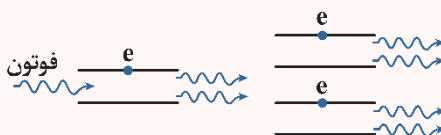


الف) به‌طور معمول و در دمای اتاق، بیش‌تر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.
ب) در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود آید بیش‌تر الکترون‌ها در تراز بالاتری (در مقایسه با تراز پایین‌تر) قرار دارند.

۲- فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

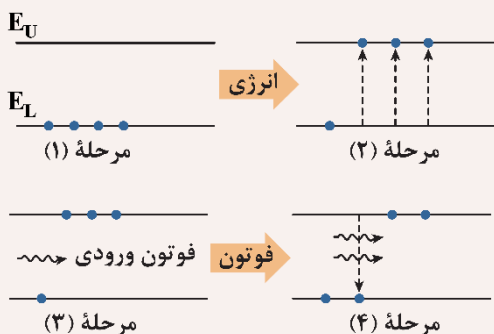
۳- فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی هم‌گام یا هم‌فاز است.

اساس کار لیزرها گسیل القایی است. فرض کنید مطابق شکل زیر، به یک اتم برانگیخته فوتونی با انرژی مناسب بتابانیم، همان‌طور که گفتیم در این فرایند دو فوتون مشابه به‌وجود می‌آید. حال اگر هریک از این فوتون‌ها به دو اتم برانگیخته دیگر بتابند، ۴ فوتون مشابه ایجاد می‌شود و اگر این فرایند ادامه پیدا کند، مجموعه‌ای از فوتون‌هایی هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت به‌وجود می‌آیند که باریکه لیزر را تشکیل می‌دهند.



کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۲

شکل زیر، فرایند ایجاد باریکه لیزری را به‌طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. نام مرحله ۲ و ۴ کدام است؟



- ۱) وارونی جمعیت و فرایند گسیل القایی
- ۲) برانگیخته معمولی و فرایند گسیل القایی
- ۳) وارونی جمعیت و فرایند گسیل خودبه‌خود
- ۴) برانگیخته معمولی و فرایند گسیل خودبه‌خود

پاسخ تشریحی:

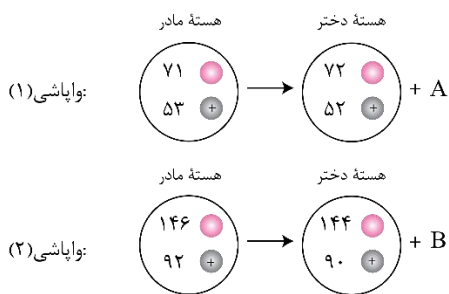
مرحله ۲) وارونی جمعیت را نشان می‌دهد که در آن بیش‌تر الکترون‌ها در حالت برانگیخته قرار دارند.

مرحله ۴) گسیل القایی را نشان می‌دهد که در آن، تابش یک فوتون ورودی باعث گسیل فوتون جدیدی می‌شود و در نهایت دو فوتون خارج می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، دو معادله واپاشی نشان داده شده است. نام ذرات گسیل‌شده A و B، به ترتیب از راست به چپ، کدام می‌تواند باشد؟



- ۱) پوزیترون، آلفا
- ۲) الکترون، آلفا
- ۳) پوزیترون، الکترون
- ۴) الکترون، پوزیترون



در واپاشی (۱)، یک پروتون کاهش یافته و تبدیل به یک نوترون و پوزیترون شده است.

در واپاشی (۲)، یک ذره آلفا (${}^4_2\alpha$) گسیل شده است که باعث کاهش ۲ عدد از پروتون‌ها و ۲ عدد از نوترون‌ها شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: هسته اورانیم ${}^{235}_{92}\text{U}$ پس از جذب نوترون، به دو تکه تقسیم می‌شود و هر تکه، جرم برابری با هسته اولیه دارد.

ب: واکنش شکافت هسته‌ای وقتی شروع می‌شود که نوترونی پرسرعت توسط هسته ${}^{235}_{92}\text{U}$ جذب و هسته مرکب ${}^{236}_{92}\text{U}^*$ ایجاد شود.

پ: در واکنش‌های شکافت هسته‌ای، اگر جرم محصولات شکافت، 10^{-28} کم‌تر از جرم هسته مرکب باشد، انرژی گرمایی آزاد شده برابر 9×10^{-12} خواهد بود.

$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

ت: به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ اورانیم 238 در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود.

ث: گداخت هسته‌ای فرایندی است که در آن دو هسته سبک باهم ترکیب می‌شوند و هسته سنگین‌تری می‌سازند. این فرایند منشأ تولید انرژی در خورشید است.

۴ (۴)

۳ (۳)

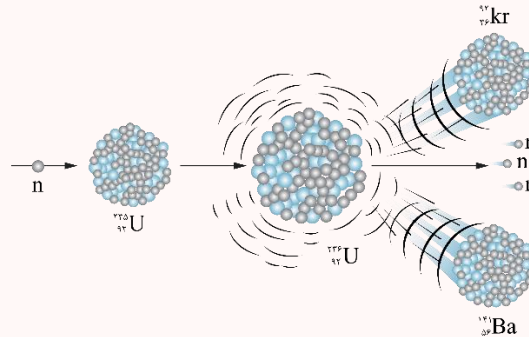
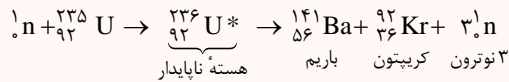
۲ (۲)

۱ (۱)

شکافت هسته‌ای

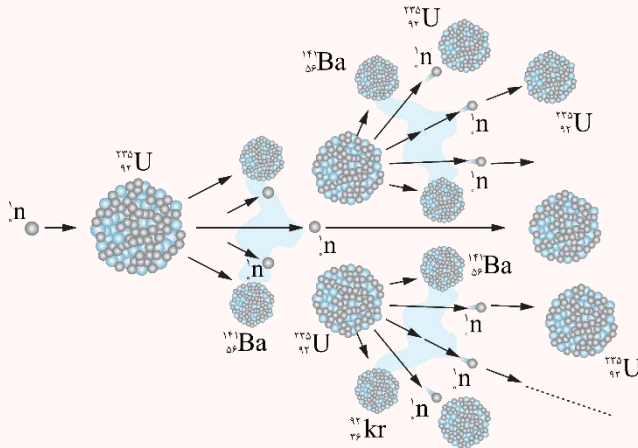
فرایند تقسیم شدن یک هسته سنگین به دو هسته با جرم کمتر، شکافت هسته‌ای نامیده می‌شود.

رایج‌ترین هسته که مورد شکافت قرار می‌گیرد ${}^{235}_{92}\text{U}$ است. هنگامی که یک نوترون کند توسط هسته ${}^{235}_{92}\text{U}$ جذب می‌شود، هسته مرکب ${}^{236}_{92}\text{U}^*$ ایجاد می‌شود. این هسته ناپایدار است و شروع به ارتعاش و تغییر شکل می‌کند. این ارتعاش تا وقتی ادامه پیدا می‌کند که نیروی جاذبه هسته‌ای دیگر نتواند با نیروی دافعه الکتروستاتیکی بین پروتون‌های هسته مقابله کند. در این حالت هسته اورانیم به هسته‌های سبک‌تر واپاشیده شده و بین (۲ تا ۵) نوترون تند ایجاد می‌شود. دقت کنید که اگر اورانیم به هسته‌های سبک‌تر باریوم و کریپتون تجزیه شود، همواره سه نوترون مطابق واکنش زیر گسیل می‌شود:



واکنش زنجیری

همان‌طور که مشاهده کردید اگر اورانیم به باریوم و کریپتون تجزیه شود، سه نوترون ایجاد می‌شود. این نوترون‌ها بعد از کند شدن می‌توانند توسط سه هسته اورانیم ${}^{235}\text{U}$ دیگر جذب شده و دوباره شکافت‌ها ادامه پیدا کنند. به این واکنش که در آن هر شکافت منجر به ایجاد سه شکافت دیگر می‌شود، واکنش زنجیری می‌گویند. در شکل مقابل، واکنش زنجیری اورانیم مشخص شده است.





نکته

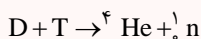
به طور کلی در اورانیم طبیعی واکنش زنجیری رخ نمی‌دهد، زیرا اورانیم دارای دو ایزوتوپ ^{235}U و ^{238}U است. اورانیم ^{238}U تمایلی به جذب نوترون و شکافته شدن ندارد و از طرف دیگر درصد فراوانی ^{235}U تقریباً ۰/۷ درصد و درصد فراوانی ^{238}U ، تقریباً ۹۹/۳ درصد است؛ بنابراین واکنش زنجیری به طور طبیعی در معادن اورانیم رخ نمی‌دهد.

غنی‌سازی اورانیم

به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ^{235}U اورانیم در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود.

گداخت (همجوشی) هسته‌ای

در فرایند گداخت هسته‌ای دو هسته سبک با یکدیگر ترکیب می‌شوند و هسته سنگین‌تری به وجود می‌آید. به عنوان مثال در واکنش زیر با همجوشی هسته‌ای دو ایزوتوپ هیدروژن یعنی دوتریم و تریتیم، هسته هلیم و یک نوترون پرنرژی تولید می‌شود.



نکته

۱- در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند، کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است. این اختلاف جرم با توجه به رابطه اینشتین باعث آزاد شدن مقدار بسیار زیادی انرژی می‌شود.

۲- برای ایجاد گداخت باید هسته‌های سبک‌تر به قدر کافی به یکدیگر نزدیک شوند تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگه دارد و برای این منظور باید دما بسیار بالا (در حدود ده‌ها میلیون درجه سانتی‌گراد) باشد تا هسته‌ها با انرژی جنبشی زیادی به یکدیگر برخورد کنند. دمایی از این مرتبه در ستارگان و خورشید وجود دارد؛ بنابراین در مرکز خورشید و ستارگان که دما و فشار بسیار بالا است، گداخت می‌تواند روی دهد.

بررسی موارد:

الف

هسته اورانیم ^{235}U پس از جذب نوترون، به دو تکه تقسیم می‌شود و هر تکه، جرم کم‌تری از هسته اولیه دارد. (*)

ب

واکنش شکافت هسته‌ای وقتی شروع می‌شود که نوترونی گند توسط هسته ^{235}U جذب و هسته مرکب ^{236}U ایجاد شود. (*)

ب

انرژی آزادشده از تبدیل $m = 10^{-28}\text{g} = 10^{-31}\text{kg}$ ماده به انرژی برابر است با:

$$E = mc^2 = 10^{-31} \times 9 \times 10^{16} = 9 \times 10^{-15}\text{J} (*)$$

ت

به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ^{235}U در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود. (*)

ث

طبق درس‌نامه فوق، این عبارت صحیح است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۵۹- ظرفیت یک خازن تخت که فاصله بین صفحه‌های آن 2mm می‌باشد، $30\mu\text{F}$ است. اگر بار الکتریکی این خازن ۲۵ درصد افزایش یابد، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده آن $5/4\mu\text{J}$ بیش تر می‌شود. میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن در حالت اول چند واحد SI است؟

۸۰۰۰ (۴)

۴۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا نسبت پتانسیل‌ها را به کمک نسبت بارها به دست می‌آوریم:

$$q = CV \xrightarrow{C \text{ ثابت است}} \frac{q_2}{q_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \Rightarrow V_2 = \frac{5}{4} V_1$$

گام دوم:

اکنون اختلاف انرژی را بررسی می‌کنیم (ظرفیت خازن و انرژی خازن را در دو طرف بر حسب μ قرار می‌دهیم):

$$U_2 - U_1 = 5/4 \mu\text{J} \xrightarrow{U = \frac{1}{2} CV^2} \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) = 5/4 \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (30) \left(\frac{25}{16} V_1^2 - V_1^2 \right) = 5/4 \Rightarrow V_1 = 0/8\text{V}$$



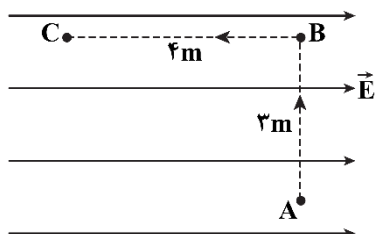


در نتیجه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن در حالت اول به صورت زیر است:

$$E_1 = \frac{V_1}{d} = \frac{1 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-3}} = 400 \frac{V}{m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- مطابق شکل زیر، درون یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4 \frac{V}{m}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $-5 \mu C$ از نقطه A تا C از مسیر نشان داده شده جابه‌جا می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند و اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



(۱) ۰/۲ ژول کاهش می‌یابد، ۳۰۰۰۰

(۲) ۰/۲ ژول کاهش می‌یابد، صفر

(۳) ۰/۲ ژول افزایش می‌یابد، ۳۰۰۰۰

(۴) ۰/۲ ژول افزایش می‌یابد، صفر

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی:

$$|\Delta U| = |Eqd_{BC}| = 10^4 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 = 0.2 J$$



دقت کنید در محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل، فقط جابه‌جایی در راستای میدان اهمیت دارد و جابه‌جایی AB اهمیتی ندارد. همچنین چون بار منفی در جهت خودبه‌خودی حرکت کرده، انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$|\Delta U| = 0.2 J \xrightarrow{\Delta U < 0} \Delta U = -0.2 J$$

با جابه‌جایی در جهت عمود بر میدان، پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند، بنابراین اختلاف پتانسیل نقاط A و B صفر است.

کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی

۱- تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینه کار نیروی الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd \cos \theta \\ \Delta U = -W \end{cases} \rightarrow \Delta U = -Fd \cos \theta$$

$$\xrightarrow{F=Eq} \Delta U = -E|q|d \cos \theta$$

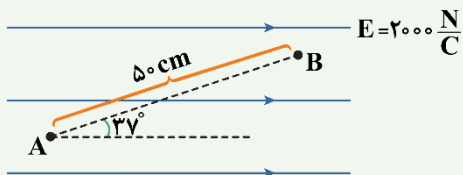
$$\rightarrow |\Delta U| = |Eqd \cos \theta|$$

دقت کنید کار نیروی الکتریکی فقط به مبدأ و مقصد حرکت بار ربط دارد و مستقل از مسیر حرکت است؛ بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی هم فقط به مبدأ و مقصد حرکت ربط دارد.

از رابطه فوق برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم ($\cos \theta = 0$)، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ثابت می‌مانند، زیرا کار نیروی الکتریکی صفر است.

مثال

در شکل زیر، بار الکتریکی $q = 5 \mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $2000 \frac{N}{C}$ از A به B می‌رود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



(۸/۰ = $\cos 37^\circ$)





پاسخ:

ابتدا دقت کنید که بار مثبت در جهت میدان یعنی در جهت حرکت خودبه‌خودی حرکت کرده است و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است. در ادامه مقدار کاهش انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha| = |2000 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 0.8|$$

$$\rightarrow |\Delta U| = 4 \times 10^{-3} \text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار به اندازه $4 \times 10^{-3} \text{ J}$ کاهش یافته است.

۲- با تقسیم رابطه $\Delta U = -E|q|d \cos \alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل الکتریکی یعنی ΔV را محاسبه کنیم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-E|q|d \cos \alpha}{q} = -Ed \cos \alpha$$

$$\rightarrow \Delta V = -Ed \cos \alpha$$

مثال

بار الکتریکی $q = -20 \text{ nC}$ از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی به اندازه $4 \mu\text{J}$ کاهش یابد، کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی برابر میکروژول است و پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه ولت از نقطه B است.

پاسخ:

کار نیروی الکتریکی قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_E = -\Delta U = -(-4) = +4 \mu\text{J}$$

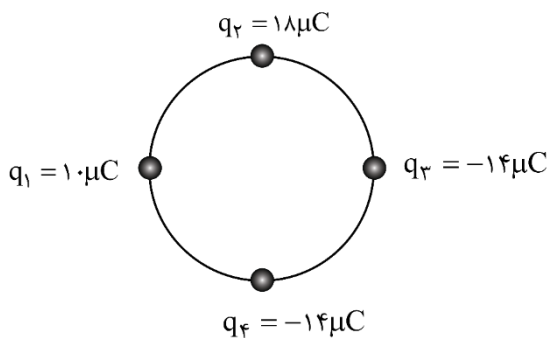
برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی نیز می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-4 \times 10^{-6}}{-20 \times 10^{-9}} = 200 \text{ V} \rightarrow V_B - V_A = 200 \text{ V}$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه ۲۰۰ ولت کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی با فاصله‌های برابر روی محیط یک دایره به شعاع 10 cm قرار گرفته‌اند. اگر بار q_4 را حذف کنیم، اندازه میدان الکتریکی در



مرکز دایره چگونه تغییر می‌کند؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

(۱) $9 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ کاهش می‌یابد.

(۲) $9 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ افزایش می‌یابد.

(۳) $12/6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ کاهش می‌یابد.

(۴) $12/6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ افزایش می‌یابد.

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

میدان الکتریکی هریک از بارها در مرکز دایره برابر است با:

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 9 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

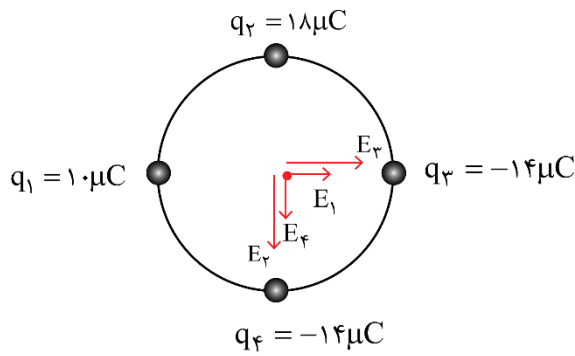
$$E_2 = k \frac{q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 16/2 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_3 = E_4 = \frac{k|q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{14 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 12/6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$





در حالتی که هر چهار بار وجود داشته باشند، میدان الکتریکی برآیند در مرکز دایره برابر است با:

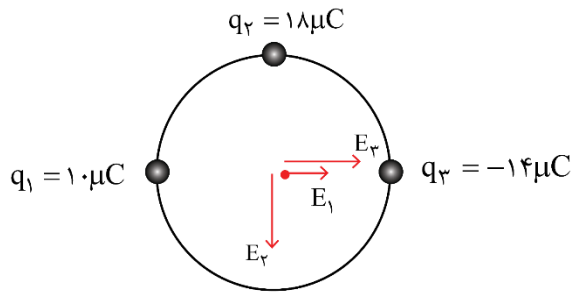


$$E_1 + E_3 = \frac{21}{6} \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

$$E_2 + E_4 = \frac{28}{8} \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

$$E_{\text{کل}} = \sqrt{\left(\frac{21}{6} \times 10^{-6}\right)^2 + \left(\frac{28}{8} \times 10^{-6}\right)^2} = 9 \times 10^{-6} \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = 36 \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

اگر بار q_4 حذف شود، داریم:



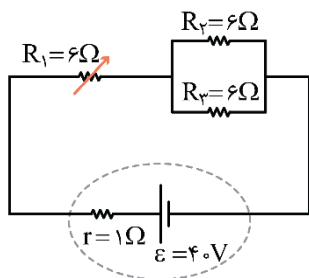
$$E_1 + E_3 = \frac{21}{6} \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{16}{2} \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

$$E'_{\text{کل}} = \sqrt{\left(\frac{21}{6} \times 10^{-6}\right)^2 + \left(\frac{16}{2} \times 10^{-6}\right)^2} = 9 \times 10^{-6} \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2} = 27 \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

بنابراین اندازه میدان الکتریکی برآیند از $\frac{36 \times 10^{-6} N}{C}$ به $\frac{27 \times 10^{-6} N}{C}$ رسیده است و در نتیجه به اندازه $\frac{9 \times 10^{-6} N}{C}$ کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز



۶۲- کدامیک از عبارتهای زیر در مورد مدار مقابل صحیح است؟

الف: جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر ۴A است.

ب: توان مصرفی مقاومت R_1 برابر ۴۸W است.

پ: در مقاومت درونی باتری، در هر دقیقه ۹۶۰J انرژی تلف می شود.

ت: اگر مقاومت R_1 افزایش یابد، ولتاژ دو سر باتری افزایش می یابد.

(۲) (ب) و (پ)

(۱) (الف) و (ت)

(۴) (پ) و (ت)

(۳) (الف) و (ب)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

توان مصرفی

۱- توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل دو سر آن در جریان عبوری از آن وسیله است.

$$P = VI$$

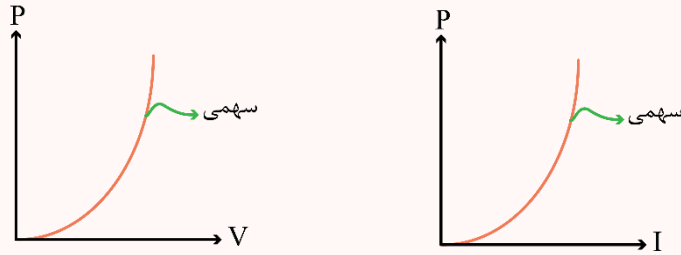
۲- برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

$$\left\{ \begin{array}{l} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{array} \right.$$

توان مصرفی مقاومت



۳- نمودار توان مصرفی در یک مقاومت برحسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل‌های زیر است.



۴- با ضرب کردن توان الکتریکی در زمان، می‌توان انرژی مصرفی در مقاومت را محاسبه کرد.

$$U = Pt \begin{cases} U = VIt \\ U = RI^2t \\ U = \frac{V^2}{R}t \end{cases}$$

۵- در استفاده از رابطه $U = Pt$ ، اگر توان برحسب وات و زمان برحسب ثانیه جایگزین شود، انرژی برحسب ژول به دست می‌آید و اگر توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت جایگزین شود، انرژی برحسب کیلووات ساعت به دست می‌آید.

۶- هر کیلووات ساعت معادل 3.6×10^6 ژول است.

$$1 \text{ kW.h} \equiv 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

مقاومت معادل مدار برابر $6 + \frac{6}{9} = 9 \Omega$ است؛ بنابراین جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} = \frac{40}{1 + 9} = 4 \text{ A}$$

بررسی موارد:

الف

جریان $I = 4 \text{ A}$ که از باتری خارج می‌شود، بین دو مقاومت R_2 و R_3 به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و از هریک جریان 2 A می‌گذرد. (*)

ب

توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1 = R_1 I^2 = 6 \times 4^2 = 96 \text{ W} (*)$$

ب

انرژی مصرفی در مقاومت درونی باتری برابر است با:

$$U = r I^2 t = 1 \times 4^2 \times 60 = 960 \text{ J}$$

عبارت (پ) صحیح است. (✓)

ت

با افزایش مقاومت R_1 ، جریان مدار کاهش می‌یابد و طبق رابطه $\epsilon - rI = V$ باتری، با کاهش جریان مدار، ولتاژ باتری افزایش می‌یابد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۶۳- آمپر - ساعت و کیلووات - ساعت به ترتیب یکای کمیت‌های و هستند.

۱) آهنگ شارش بار الکتریکی - آهنگ مصرف انرژی الکتریکی

۲) بار الکتریکی - آهنگ مصرف انرژی الکتریکی

۳) آهنگ شارش بار الکتریکی - انرژی الکتریکی

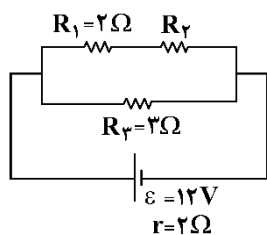
۴) بار الکتریکی - انرژی الکتریکی

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $\Delta q = I \Delta t$ ، اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد، Δq برحسب آمپر - ساعت است؛ بنابراین، آمپر - ساعت یکای بار الکتریکی است. طبق رابطه $W = Pt$ ، اگر P برحسب کیلووات و t برحسب ساعت باشد، یکای W برحسب کیلووات - ساعت است؛ بنابراین، کیلووات - ساعت یکای انرژی است که عموماً برای انرژی الکتریکی به کار می‌رود. مقادیری که به‌عنوان برق مصرفی در قبض‌های دوره‌ای برق ذکر می‌شود برحسب کیلووات - ساعت است.

گروه آموزشی ماز



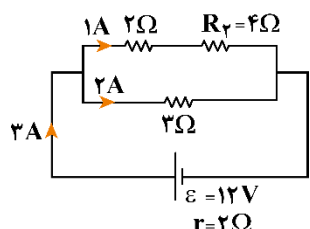
۶۴- در شکل زیر، توان خروجی مولد بیشینه است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 چند ولت است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:



وقتی توان خروجی مولد بیشینه است، $I = \frac{\epsilon}{2r}$ و $R_{eq} = r$ می باشد، بنابراین داریم:

$$R_{eq} = r \Rightarrow \frac{(2 + R_2) \times 3}{(2 + R_2) + 3} = 2 \Rightarrow R_2 = 4\Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{12}{2+2} = 3A$$

گام آخر:

به شاخه بالا جریان ۱A و به شاخه پایین جریان ۲A وارد می شود، پس ولتاژ دو سر مقاومت R_2 برابر است با:

$$V_2 = R_2 I_2 = 4 \times 1 = 4V$$

توان خروجی باتری

توان خروجی از یک مولد (توان مفید) از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} P = VI \\ V = \epsilon - rI \end{cases} \rightarrow P = \epsilon I - rI^2$$

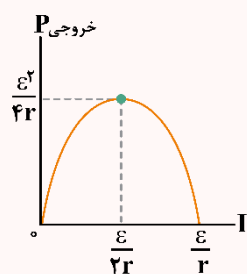
به عبارتی می توان گفت که باتری توان ϵI را تولید می کند و مقدار rI^2 در مقاومت درونی آن تلف می شود.

تذکره!

دقت کنید توان خروجی از باتری $(P = \epsilon I - rI^2)$ ، برابر توان مصرفی در کل مقاومت های خارجی مدار $(P = R_{eq} I^2)$ است.

نمودار توان - جریان باتری و ویژگی های آن

۱- نمودار توان خروجی از یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، به صورت یک سهمی است و توصیه می شود این نمودار را به خاطر بسپارید.



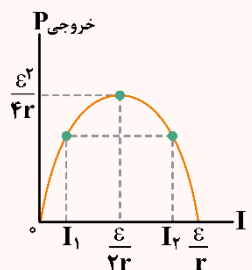
$$P = \epsilon I - rI^2$$

$$\rightarrow \text{رأس سهمی} \begin{cases} I = \frac{\epsilon}{2r} \\ P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r} \end{cases}$$

۲- همان طور که در نمودار بالا می بینید، توان خروجی از یک باتری زمانی بیشینه می شود که جریان آن برابر $\frac{\epsilon}{2r}$ باشد. مقدار این توان بیشینه برابر $P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$ است.

۳- با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، اگر به ازای دو جریان مختلف، توان خروجی از باتری یکسان باشد،

می توان نتیجه گرفت که مجموع این دو جریان برابر $\frac{\epsilon}{r}$ است. به شکل زیر دقت کنید:



$$\frac{\epsilon}{2r} = (I_1 \text{ و } I_2 \text{ میانگین}) = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\rightarrow I_1 + I_2 = \frac{\epsilon}{r}$$

گروه آموزشی ماز





۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره مدار مقابل صحیح است؟

الف: آمپرسنج آرمانی ۱A را اندازه میگیرد.

ب: پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر ۲۸V است.

پ: با عبور یک الکترون از نقطه A تا B، انرژی پتانسیل الکتریکی

آن ۲۶eV کاهش مییابد.

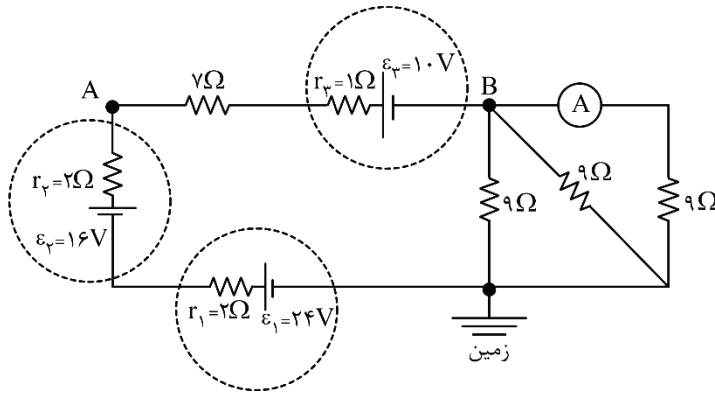
ت: باتری (۳)، توان ۱۲W را به مدار تحویل می دهد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

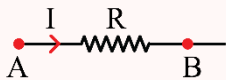
پاسخ: گزینه ۴

پتانسیل نویسی

در مدارهای الکتریکی با حرکت از یک نقطه مدار و محاسبه اختلاف پتانسیل اجزای مختلف، می توانیم به نقاط دیگر مدار برسیم و اختلاف پتانسیل نقاط مختلف مدار را به دست آوریم. برای این کار از تکنیک پتانسیل نویسی استفاده می کنیم که به شرح زیر است:

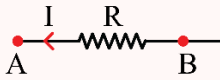
۱- هنگامی که به یک مقاومت الکتریکی (مقاومت درونی باتری یا سایر مقاومت های مدار) رسیدیم به صورت زیر عمل می کنیم:

الف: اگر در حال حرکت در جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI کاهش می یابد و تغییرات ولتاژ برابر (-RI) است.



$$V_A - RI = V_B$$

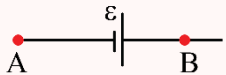
ب: اگر در حال حرکت در خلاف جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI افزایش می یابد و تغییرات ولتاژ برابر (+RI) است.



$$V_A + RI = V_B$$

۲- هنگامی که به باتری آرمانی رسیدیم، اگر از سر مثبت باتری خارج شدیم، پتانسیل به اندازه ε زیاد می شود و تغییرات ولتاژ برابر (+ε) است. همچنین اگر از سر منفی خارج

شدیم، پتانسیل به اندازه ε کم می شود و تغییرات ولتاژ برابر (-ε) است.



$$V_A + \varepsilon = V_B$$

۳- پتانسیل الکتریکی زمین که معمولاً با نماد \perp در مدار مشخص می شود، طبق قرارداد برابر صفر است.

نکته

۱- در مدارهای چند باتری، اگر جریان از سر مثبت یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مولد محرکه است و وظیفه رساندن انرژی به سایر اجزای مدار را بر عهده دارد. ولتاژ این باتری و توان خروجی از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - rI)I = \varepsilon I - rI^2$$

با ضرب کردن توان خروجی از باتری در زمان، می توانیم انرژی که باتری به مدار تحویل می دهد را هم محاسبه کنیم.

۲- در مدارهای چند باتری، اگر جریان از سر منفی یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مصرف کننده است و مانند مقاومت های مدار، انرژی را مصرف می کند. اندازه ولتاژ این باتری و توان مصرفی از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon + rI$$

$$P_{\text{مصرفی}} = VI = (\varepsilon + rI)I = \varepsilon I + rI^2$$

با ضرب کردن توان مصرفی باتری در زمان، می توانیم انرژی که باتری مصرف می کند را هم محاسبه کنیم.

سه مقاومت ۹Ω باهم موازی هستند و حاصل آن ها با مقاومت ۷Ω متوالی است؛ بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = 7 + \frac{9}{3} = 7 + 3 = 10 \Omega$$



جریان شاخه اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3}{r_1 + r_2 + r_3 + R_{eq}} = \frac{24 + 16 - 10}{2 + 2 + 1 + 10} = \frac{30}{15} = 2A$$

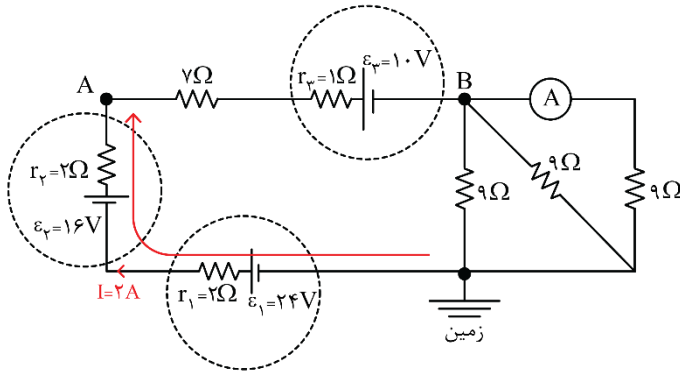
بررسی موارد:

الف

جریان $I = 2A$ بین سه مقاومت 9Ω به طور مساوی تقسیم می شود، پس به هر مقاومت جریان $\frac{2}{3}A$ می رسد و آمپرسنج جریان $\frac{2}{3}A$ را نشان می دهد. (*)

ب

برای محاسبه پتانسیل الکتریکی نقطه A، از زمین تا نقطه A حرکت می کنیم.



$$V_{\text{زمین}} + \epsilon_1 - r_1 I + \epsilon_2 - r_2 I = V_A$$

(*)

$$\Rightarrow 0 + 24 - 2 \times 2 + 16 - 2 \times 2 = V_A \Rightarrow V_A = 32V$$

ب

پتانسیل نقطه B برابر ولتاژ دو سر مقاومت 9Ω است (چرا؟)؛ بنابراین می توان نوشت:

$$V_B = 9 \times \frac{2}{3} = 6V$$

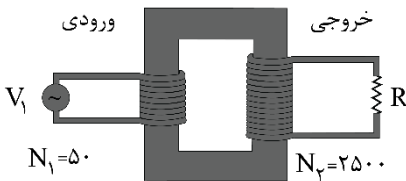
بنابراین با حرکت از A تا B، پتانسیل الکتریکی $26V$ کاهش می یابد، پس انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون، به اندازه $26eV$ افزایش می یابد. (*)

ت

باتری (3) در نقش مصرف کننده است و توان از مدار می گیرد. (*)

گروه آموزشی ماز

66- V_1 ولتاژ متناوبی با بیشینه $320V$ است. ولتاژ دو سر مقاومت R، ولتاژ متناوبی با بیشینه ولت است و مبدل نشان داده شده، یک مبدل است.



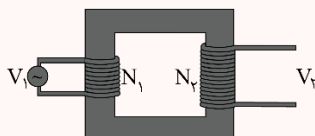
- (1) - 16000 - افزایشده
- (2) - 16000 - کاهشده
- (3) - 5000 - افزایشده
- (4) - 5000 - کاهشده

(آسان - مفهومی / محاسباتی - 1104)

پاسخ: گزینه ۱

مبدل

اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) یک مبدل بیشتر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) آن باشد، مبدل افزایشده است و اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) کمتر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) باشد، مبدل کاهشده است. برای تبدیل در مبدل، می توان از رابطه زیر استفاده کرد:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

N_2 بزرگتر از N_1 است؛ بنابراین مبدل افزایشده است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{320} = \frac{2500}{50} \Rightarrow V_2 = 16000V$$

گروه آموزشی ماز



۶۷- پروتونی با تندی $4 \times 10^5 \frac{m}{s}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه $850 G$ در حرکت است. جهت حرکت پروتون بر جهت \vec{B} عمود است. اگر تنها این نیرو بر پروتون وارد شود، شتاب پروتون چند متر بر مربع ثانیه است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19} C$ و جرم آن را $1.7 \times 10^{-27} kg$ در نظر بگیرید.)

- (۱) $3/2 \times 10^{12}$ (۲) $3/2 \times 10^{16}$ (۳) $6/4 \times 10^{12}$ (۴) $6/4 \times 10^{16}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون برابر است با:

$$F = |q|vB \sin \alpha \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^5 \times 850 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 6/4 \times 85 \times 10^{-17} N$$

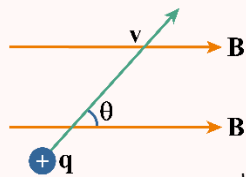
گام آخر:

با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{6/4 \times 85 \times 10^{-17}}{1.7 \times 10^{-27}} = 3/2 \times 10^{12} \frac{m}{s^2}$$

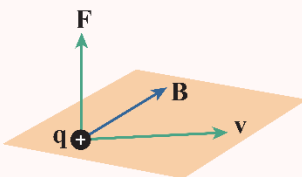
نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی

اگر ذره باردار q با سرعت v در میدان مغناطیسی B حرکت کند، از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیروی F وارد خواهد شد که این نیرو را نیروی مغناطیسی می‌نامند. (الف) محاسبه اندازه نیروی مغناطیسی:



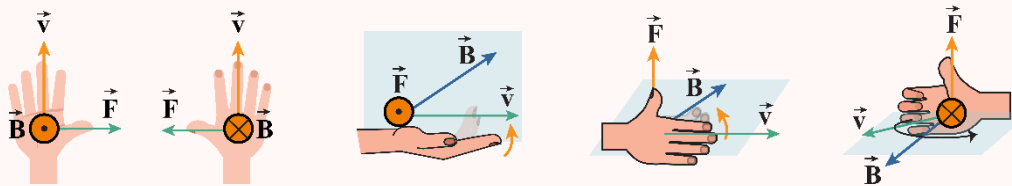
$$F_B = qvB \sin \theta$$

نیروی F بر هر دو بردار v و B عمود است؛ یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط سرعت و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است.



(ب) تعیین جهت نیروی مغناطیسی:

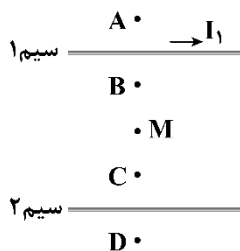
دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت سرعت (v) باشد به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی (F) وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود.



دقت کنید اگر بار الکتریکی ذره منفی بود، پس از استفاده از قاعده دست راست و به دست آوردن جهت نیروی F ، باید آن را قریب کنیم (یا می‌توانیم از همان ابتدا چون بار ذره منفی است، از قاعده دست چپ استفاده کنیم).

گروه آموزشی ماز

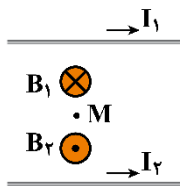
۶۸- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص حاصل از این سیم‌ها در نقطه M ، وسط حد فاصل بین دو سیم، برون‌سو باشد، میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو سیم در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟



- (۱) A
(۲) B
(۳) C
(۴) D



گام اول:

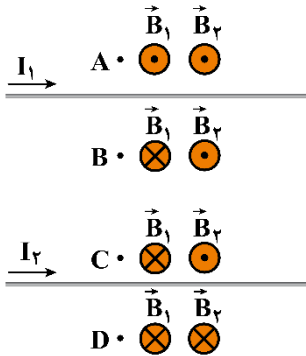


تعیین جهت I_2 و مقایسه آن با I_1 :

با توجه به این که میدان \vec{B}_1 در نقطه M ، درون سو و میدان خالص در این نقطه، برون سو است؛ بنابراین، میدان \vec{B}_2 در این نقطه باید الزاماً برون سو و بزرگتر از \vec{B}_1 باشد. در نتیجه، جهت I_2 به سمت راست است: از طرفی، فاصله نقطه M از هر دو سیم، یکسان است؛ بنابراین، برای این که $B_2 > B_1$ باشد، باید $I_2 > I_1$ باشد.

گام آخر:

تعیین جهت میدان‌های دو سیم در نقاط داده شده:

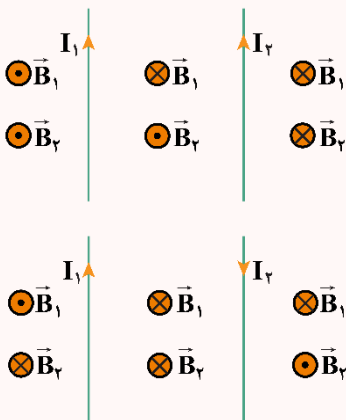


با توجه به جهت میدان‌های \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ، میدان خالص در نقاط A و D نمی‌تواند صفر باشد. در نقطه C هم که نزدیک‌تر به سیم با جریان بیشتر است، میدان \vec{B}_2 خیلی قوی‌تر از میدان \vec{B}_1 است و میدان خالص در این نقطه هم، صفر نمی‌شود. اما، در نقطه B که نزدیک‌تر به سیم با جریان کمتر است، میدان خالص می‌تواند صفر شود.

میدان مغناطیسی برابند دو سیم راست موازی

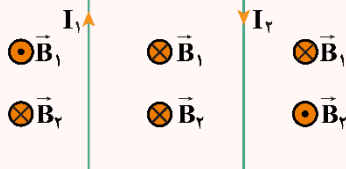
اگر دو سیم راست حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان‌پذیر است که هریک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد.

حالت اول: جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد.



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی برابند دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.

حالت دوم: جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد.

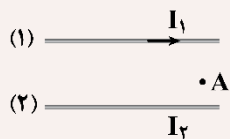


در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در خارج از فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر باشد.

دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰

۶۷- در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟



- (۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچکتر از آن است.
- (۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگتر از آن است.
- (۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگتر از آن است.
- (۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچکتر از آن است.

پاسخ تشریحی:

طبق قاعده دست راست، میدان سیم (۱) در نقطه A ، درون سو است؛ بنابراین، میدان سیم (۲) باید برون سو باشد تا میدان برابند در A صفر شود. در نتیجه، جهت جریان‌های دو سیم یکسان است. همچنین چون میدان در نزدیکی سیم (۲) صفر شده است، جریان I_2 کوچکتر از I_1 است.

پاسخ: گزینه ۴

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

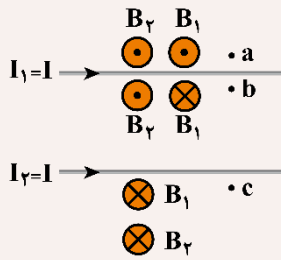
۴۸- جهت میدان مغناطیسی برابند (خالص) ناشی از سیم‌های موازی و بلند حامل جریان یکسان، در هریک از نقطه‌های a ، b و c به ترتیب کدام است؟



- (۱) درون سو، درون سو، برون سو
- (۲) برون سو، درون سو، درون سو
- (۳) درون سو، برون سو، برون سو
- (۴) برون سو، برون سو، درون سو



پاسخ تشریحی:



با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان هر سیم را مشخص می‌کنیم و به بررسی میدان خالص در هر نقطه می‌پردازیم.
 نقطه a: در این نقطه هر دو میدان برون‌سو هستند، بنابراین میدان مغناطیسی خالص نیز برون‌سو (⊙) می‌باشد.
 نقطه b: در این نقطه، میدان دو سیم در خلاف جهت یکدیگر است و باید اندازه آن‌ها را مقایسه کنیم.
 چون فاصله نقطه b تا سیم (۱) کمتر از فاصله آن تا سیم (۲) است، میدان سیم (۱) قوی‌تر است و در نتیجه میدان مغناطیسی خالص درون‌سو (⊗) می‌شود.
 نقطه c: در این نقطه میدان مغناطیسی هر دو سیم درون‌سو هستند، پس میدان مغناطیسی خالص نیز درون‌سو (⊗) می‌باشد.

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۶۹- قابی مستطیل‌شکل با مساحت 50 cm^2 شامل N حلقه بوده و مقاومت آن 9Ω است. سطح این قاب، عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی 900 G قرار دارد. این قاب 180° می‌چرخد تا دوباره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار بگیرد. اگر میزان بار القایی در قاب 60 میلی‌کولن باشد، N کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۱۲۰۰

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

با استفاده از قانون فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

و با استفاده از رابطه جریان می‌دانیم که:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R}, \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

گام دوم:

با جایگذاری رابطه اول در رابطه دوم داریم:

$$I = -\frac{N \Delta\Phi}{R \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{N \Delta\Phi}{R \Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta q = -\frac{N}{R} \Delta\Phi \quad *$$

گام آخر:

چون حلقه 180° چرخیده $(\Phi_2 = -\Phi_1)$ داریم:

$$|\Phi_1| = AB \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} |\Phi_1| = AB \Rightarrow |\Phi_1| = 900 \times 10^{-4} \times (50 \times 10^{-4})$$

$$|\Phi_1| = 45 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = 2|\Phi_1| \Rightarrow |\Delta\Phi| = 2 \times 45 \times 10^{-5} \text{ Wb} = 9 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\xrightarrow{*} |\Delta q| = 60 \times 10^{-3} = \frac{N}{9} \times 9 \times 10^{-4} \Rightarrow N = 600$$

محاسبه بار القایی

برقراری جریان الکتریکی القایی در مدار در اثر تغییر شار مغناطیسی به معنای حرکت الکترون‌های آزاد در مدار بسته است که به آن بار القایی (Δq) می‌گوییم و داریم:

$$\begin{cases} I = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \\ I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \Rightarrow \Delta q = -\frac{N\Delta\Phi}{R}$$



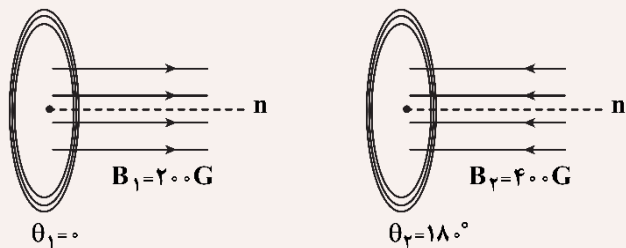
کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۷۰- سطح حلقه‌های پیچ‌های که دارای 200 G حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که بزرگی آن 200 G و جهت آن از راست به چپ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت 4 ms تغییر می‌کند و به 400 G در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر سطح هر حلقه پیچ 5 cm^2 باشد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در پیچ چند ولت است؟

۱ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴)

پاسخ تشریحی:

زاویه θ در حالت اول برابر صفر و در حالت دوم برابر 180° درجه است (شکل مقابل).



$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos \theta)}{\Delta t} = -NA \frac{\Delta(B \cos \theta)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -NA \frac{B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1}{\Delta t} = -200 \times 5 \times 10^{-4} \times \frac{400 \times 10^{-4} \times \cos 180^\circ - 200 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ}{4 \times 10^{-3}}$$

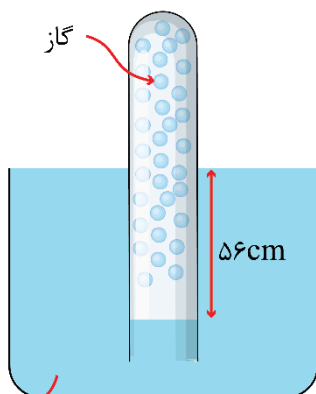
$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = 15\text{ V}$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، مجموعه در حال تعادل است و فشار گاز انتهای لوله 80 cmHg است. فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

- ۸۷ (۱)
۷۷ (۲)
۷۵ (۳)
۷۳ (۴)



$$\rho = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



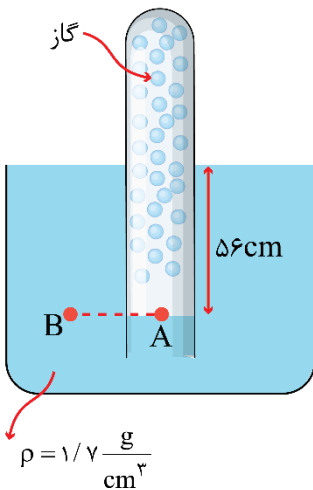
(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا دقت کنید فشار ستون مایع به ارتفاع ۵۶cm برابر ۷cmHg است.

$$\rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \rightarrow 1/7 \times 56 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 7\text{cm}$$

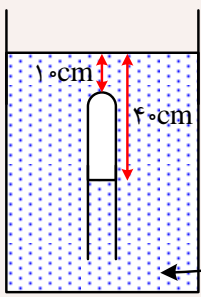
با برابر قرار دادن فشار نقاط A و B داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + 7\text{cmHg}$$
$$\rightarrow 80 = P_0 + 7\text{cmHg} \rightarrow P_0 = 73\text{cmHg}$$

آزمون سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی جیوه = $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۵ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۷۱ (۳)
- ۸۱ (۴)

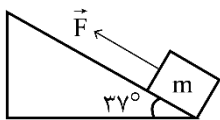
پاسخ: گزینه ۱

باتوجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = (\rho gh)_{\text{مایع}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}}$$
$$\Rightarrow (\rho h)_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1/7 \times 40 = 13/6 \times h \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5\text{cm}$$
$$\Rightarrow P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = 5\text{cmHg}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر نیروی ثابت \vec{F} که موازی سطح شیب‌دار است با سرعت ثابت به اندازه ۲۰m روی سطح شیب‌دار جابه‌جا می‌شود. اگر در طی این جابه‌جایی، کار نیروی اصطکاک، نصف کار نیروی وزن باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار نیروی وزن چند ژول و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\sin 37^\circ = 0/6$)



- ۱۲، ۱۲۰ (۲)
- ۱۲، -۱۲۰ (۱)
- ۶، -۲۴۰ (۴)
- ۱۲، -۲۴۰ (۳)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

کار نیروهای خاص

۱- کار نیروی اصطکاک (\vec{f}_k) :

$$W_{\vec{f}_k} = -f_k d$$

۲- کار نیروی وزن (mg) :

$$W_{mg} = -mg\Delta h$$

تغییر ارتفاع: Δh



$$\begin{cases} \text{اگر جسم بالا برود:} & \Delta h > 0 \rightarrow W_{mg} < 0 \\ \text{اگر جسم روی سطح افقی جابه‌جا شود:} & \Delta h = 0 \rightarrow W_{mg} = 0 \\ \text{اگر جسم رو به پایین حرکت کند:} & \Delta h < 0 \rightarrow W_{mg} > 0 \end{cases}$$

۳- کار نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N):

اگر جسم روی سطح افقی حرکت کند: $W_{F_N} = 0$

اگر جسم روی سطح شیب‌دار حرکت کند: $W_{F_N} = 0$

$$\text{حرکت آسانسور: } \begin{cases} \text{حرکت رو به بالا: } W_{F_N} = F_N d \\ \text{حرکت رو به پایین: } W_{F_N} = -F_N d \end{cases}$$

مثال

شخصی در طبقه سوم ساختمان، سوار آسانسور می‌شود و به طبقه دهم می‌رود. جرم شخص ۷۰kg است و یک کوله‌پشتی به جرم ۵kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت ۶m را در مدت ۲ ثانیه با تندی ثابت طی می‌کند. در این ۲ ثانیه کار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) صفر (۲) ۳۹۰۰ (۳) ۴۲۰۰ (۴) ۴۵۰۰

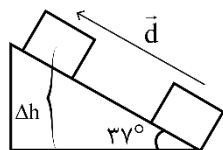
پاسخ: گزینه ۴

چون آسانسور با تندی ثابت بالا می‌رود، پس شخص (همراه کوله‌پشتی) نیز با تندی ثابت بالا می‌رود، پس شتاب حرکت آن و در نتیجه نیروی برابری وارد بر شخص صفر است، پس:

$$F_N - mg = 0 \rightarrow F_N = mg = (70 + 5) \times 10 \rightarrow F_N = 750 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = F_N d = (750) \times (6) = 4500 \text{ J}$$

کار نیروی وزن برابر است با:



$$\sin 37^\circ = \frac{\Delta h}{d} \rightarrow 0.6 = \frac{\Delta h}{12} \rightarrow \Delta h = 7.2 \text{ m}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times 7.2 \rightarrow W_{mg} = -144 \text{ J}$$

برای محاسبه نیروی اصطکاک می‌توان نوشت:

$$W_{f_k} = \frac{1}{2} W_{mg} \rightarrow -f_k d = \frac{1}{2} \times (-mg\Delta h)$$

$$\rightarrow f_k \times 12 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times 7.2 \rightarrow f_k = 6 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- کامیون حامل باری با توان متوسط ۶kW، در یک جاده افقی در مدت زمان ۱۰ دقیقه، تندی‌اش از $20 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ می‌رسد. جرم کامیون همراه بار آن چند تن است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴/۴ (۴) ۷/۲

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

توان

کار انجام شده در واحد زمان را توان متوسط گفته و با علامت P_{av} نمایش می‌دهیم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان، کمیتی نرده‌ای بوده و یکی آن در SI، ژول بر ثانیه می‌باشد که به آن وات گفته و با علامت (W) نشان می‌دهیم.

نکته

۱- توان در واقع بیانگر آهنگ انجام کار است؛ بنابراین هرچه توان بیشتر باشد، یعنی مقدار کار معینی در مدت زمان کم‌تری صورت می‌گیرد یا در مدت زمان معین، کار بیشتری انجام می‌شود.

۲- توان مصرفی یک وسیله برابر آهنگ مصرف انرژی توسط آن وسیله می‌باشد و داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{\Delta t}$$



مثال

شخصی به جرم 72 kg در مدت زمان 90 s از تعداد 50 پله بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ (ارتفاع هر پله را 30 cm فرض کنید و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$).

پاسخ:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow P_{av} = \frac{72 \times 10 \times (50 \times 0.3 \text{ m})}{90 \text{ s}}$$

$$\rightarrow P_{av} = 120 \text{ W}$$

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow 6000 = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{10 \times 60}$$

$$\rightarrow 6000 = \frac{\frac{1}{2} \times m \times (900 - 400)}{600}$$

$$\rightarrow 3600000 = \frac{500}{2} m \rightarrow m = \frac{72000}{5} \rightarrow m = 14400 \text{ kg} \rightarrow m = 14/4 \text{ ton}$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- در یک فرایند هم‌فشار در فشار ثابت $4 \times 10^4 \text{ Pa}$ ، حجم مقداری گاز کامل از 10 لیتر به 16 لیتر می‌رسد. اگر انرژی درونی گاز 600 J تغییر کرده باشد، گاز در این فرایند چند ژول گرما از محیط دریافت کرده است؟

-۸۴۰ (۴)

-۳۶۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

نکته

طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی گاز برابر با مجموع کار انجام شده روی گاز و گرمای دریافت شده توسط گاز است.

$$\Delta U = W + Q$$

گام اول:

کار انجام شده روی گاز برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -4 \times 10^4 \times (16 - 10) \times 10^{-3} = -240 \text{ J}$$

گام آخر:

گرمای دریافت شده توسط گاز برابر است با:

$$\Delta U = W + Q \rightarrow 600 = -240 + Q \rightarrow Q = 840 \text{ J}$$

دقت کنید در انبساط هم‌فشار، دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابند، پس ΔU مثبت است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- گلوله‌ای آهنی به جرم 4 kg و دمای 210°C را به قطعه یخ بسیار بزرگی با دمای صفر درجه سلسیوس تماس می‌دهیم تا با ذوب شدن مقداری یخ، به تعادل برسد. اگر آب به دست آمده از ذوب یخ را با گرم کنی با توان 10 kW و بازده 21 درصد گرم کنیم، پس از چند دقیقه به بخار آب 100°C تبدیل می‌شود؟

$$(L_V = 2352 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, c_{\text{آهن}} = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

۲۷/۵ (۴)

۵۵ (۳)

۲۲/۵ (۲)

۲۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

گرمایی که آهن از دست می‌دهد، باعث ذوب یخ می‌شود.

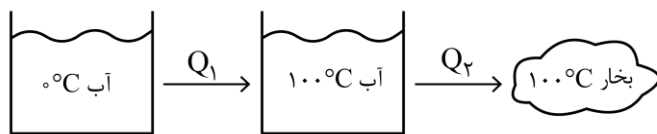
$$|Q_{\text{آهن}}| = |Q_{\text{یخ}}| \rightarrow |m_{\text{آهن}} c_{\text{آهن}} \Delta \theta| = m_{\text{ذوب شده}} L_F$$

$$\rightarrow 4 \times 500 \times 210 = m_{\text{ذوب شده}} \times 336000 \rightarrow m_{\text{ذوب شده}} = 1/25 \text{ kg}$$



گام دوم:

می‌خواهیم با دادن گرما به $1/25 \text{ kg}$ آب صفر درجه سلسیوس، آن را به بخار 100°C تبدیل کنیم. گرمای مورد نیاز برابر است با:



$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + mL_V = 1/25 \times 4200 \times 100 + 1/25 \times 2252000$$

$$560 \times 4200$$

$$\rightarrow Q = 125 \times 4200 + \frac{1}{25} \times 560 \times 4200 = 825 \times 4200 \text{ J}$$

گام آخر:

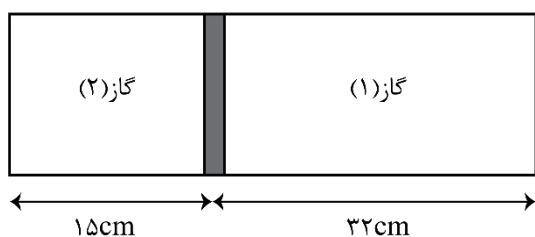
این گرما توسط گرم‌کنی با توان واقعی $P = \frac{21}{100} \times 100000 = 2100 \text{ W}$ تأمین می‌شود؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q = Pt \rightarrow 825 \times 4200 = 2100 \times t$$

$$\rightarrow t = 1650 \text{ s} = \frac{1650}{60} \text{ min} = 27.5 \text{ min}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- در شکل زیر، پیستون با اصطکاک ناچیز، درون یک محفظه استوانه‌ای، دو گاز مختلف با جرم برابر را جدا از هم نگه داشته است. اگر دمای گازهای (۱) و (۲) به ترتیب 47°C و 27°C باشد، گازهای (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام می‌توانند باشند؟



$$(O_2 = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{He} = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, H_2 = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, N_2 = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$

(۱) He و H_2 (۲) O_2 و N_2 (۳) N_2 و O_2 (۴) H_2 و He

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

در حالت تعادل، فشار دو گاز با هم برابر است؛ بنابراین طبق معادله حالت گاز کامل می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow \frac{n_1 RT_1}{V_1} = \frac{n_2 RT_2}{V_2} \rightarrow \frac{n_1 RT_1}{A_1 \times h_1} = \frac{n_2 RT_2}{A_2 \times h_2} \xrightarrow{A_1 = A_2} \frac{n_1 T_1}{h_1} = \frac{n_2 T_2}{h_2}$$

$$\rightarrow \frac{n_1 \times (47 + 273)}{32} = \frac{n_2 \times (27 + 273)}{15}$$

$$\rightarrow 10n_1 = 20n_2 \rightarrow n_1 = 2n_2$$

از طرفی تعداد مول‌های گاز از تقسیم جرم گاز بر جرم مولی آن به دست می‌آید؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$n_1 = 2n_2 \rightarrow \frac{m_1}{M_1} = 2 \frac{m_2}{M_2} \xrightarrow{m_1 = m_2} M_2 = 2M_1$$

بنابراین جرم مولی گاز (۲) باید ۲ برابر جرم مولی گاز (۱) باشد و با توجه به این که جرم مولی گاز هلیوم، ۲ برابر جرم مولی گاز هیدروژن است، گاز (۱) می‌تواند هیدروژن و گاز (۲) می‌تواند هلیوم باشد.

گروه آموزشی ماز



۷۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) پرتوهای بنفش رنگ حاصل از تجزیه نور خورشید، پرتوهای پرانرژی‌ترین پرتوهای موجود در این نور هستند.
- ۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده فسفر و بور، به ترتیب از نماد عناصر نئون و هلیوم استفاده می‌شود.
- ۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، سه برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه $3p$ است.
- ۴) اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، اتم مورد نظر به یقین تمایل دارد به کاتیون تبدیل شود.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از تناوب شماره n ، از نماد گاز نجیبی که در انتهای تناوب $n - 1$ قرار گرفته استفاده می‌شود. فسفر و بور، به ترتیب متعلق به تناوب‌های سوم و دوم جدول دوره‌ای هستند و عدد اتمی آن‌ها به ترتیب برابر با ۱۵ و ۵ است؛ پس برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده این عناصر به ترتیب از نماد گازهای نجیبی که در انتهای تناوب‌های دوم و اول جدول دوره‌ای قرار گرفته است استفاده می‌شود. آرایش الکترونی این عناصر از جدول دوره‌ای به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگرچه نور خورشید سفید به نظر می‌رسد، اما با عبور آن از قطره‌های آب موجود در هوا، این نور تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است که یک طیف مرئی از رنگ قرمز تا بنفش را شامل می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به طوری که هر چه طول موج آن پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند.

۳) جدول زیر، اطلاعات مربوط به زیرلایه‌های الکترونی مختلف را نشان می‌دهد:

نماد زیرلایه	s	p	d	f
حداکثر گنجایش زیرلایه	۲	۶	۱۰	۱۴
مقدار مجاز	۰	۱	۲	۳

با توجه به داده‌های موجود در این جدول، حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های f برابر با ۱۴ الکترون و حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های p نیز برابر با ۶ الکترون است.

۴) طبق متن باهم بیندیشیم کتاب درسی شیمی دهم، اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، آن اتم تمایل دارد که الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست داده و در شرایط مناسب، به کاتیون (یونی با بار مثبت) تبدیل شود. هرچند که این قاعده به طور کلی درست بوده و در رابطه با اغلب اتم‌ها درست است، اما مثال‌های رد کننده‌ای نیز برای آن وجود دارد. برای مثال، اتم هلیوم در واکنش‌ها اصلاً الکترون مبادله نمی‌کند اما تعداد الکترون‌های ظرفیتی آن برابر با ۲ عدد است که این مقدار، کمتر از ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- اگر تفاوت الکترون‌های یون X^{2-} ، با شمار نوترون‌های آن، برابر ۹ باشد، عدد اتمی این عنصر، کدام است و در کدام دوره جدول تناوبی جای دارد؟

(۱) چهارم (۲) ۳۹، چهارم (۳) ۳۴، پنجم (۴) ۳۹، پنجم

پاسخ: گزینه ۱

(مفهومی - آسان - ۱۰۰۱)

هر اتم را با نماد ${}^A_Z E$ نمایش می‌دهند که در آن E نماد اتم، Z نشان دهنده عدد اتمی (تعداد پروتون) و A نشان دهنده عدد جرمی (جمع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها) است. فلزها می‌توانند با از دست دادن الکترون به کاتیون تبدیل شده و پایدار شوند. نافلزها نیز از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون‌های خود یا گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می‌رسند. در یون X^{2-} ، تعداد الکترون‌ها ۲ تا بیش‌تر از تعداد پروتون‌ها است، پس با توجه به اینکه تفاوت تعداد الکترون و نوترون در این یون برابر با ۹ است، می‌توان گفت تعداد نوترون‌های این یون ۱۱ تا بیش‌تر از تعداد پروتون‌های آن هستند. بر این اساس، داریم:

$${}^{79}X^{2-} \implies \begin{cases} n + p = 79 \\ n - p = 11 \end{cases} \implies 2n = 90 \implies n = 45 \text{ و } p = 34$$

عنصری با عدد اتمی ۳۴، معادل با سلنیم بوده که در گروه ۱۶ از دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

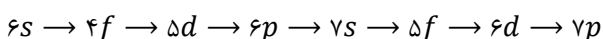
۷۸- با توجه به روند پر شدن زیرلایه‌ها بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه، زودتر از زیرلایه $6p$ از الکترون اشغال شده و اولین زیرلایه الکترونی که حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارد، متعلق به لایه الکترونی است و در میان عناصر موجود در تناوب از الکترون پر می‌شود.

(۱) ۷s - پنجم - پنجم (۲) 6s - پنجم - ششم (۳) 5f - چهارم - پنجم (۴) 5d - چهارم - ششم

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها در دوره ششم و هفتم جدول دوره‌ای به صورت زیر است:





قاعده آفیا

پرشدن زیرلایه‌ها تنها به عدد کوانتومی اصلی وابسته نیست؛ بلکه از یک قاعده کلی به نام قاعده آفیا پیروی می‌کند. قاعده آفیا ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد. مطابق این قاعده هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شوند که دارای انرژی کمتر هستند و سپس لایه‌های بالاتر پر خواهند شد. براساس قاعده آفیا هرچه انرژی یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه زودتر از الکترون پر می‌شود. هرچه یک زیرلایه $n + l$ پایین‌تری داشته باشد، انرژی آن زیرلایه نیز کمتر است. برای مثال زیرلایه ۴s زودتر از زیرلایه ۳d شروع به گرفتن الکترون می‌کند. هنگامی که مقدار $n + l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه با عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تر، انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می‌شود. برای مثال، زیرلایه ۳p نسبت به زیرلایه ۴s انرژی کمتری دارد.

زیرلایه ۴f، نخستین زیرلایه‌ای است که ظرفیت ۱۴ الکترون را دارد. این زیرلایه بیرونی‌ترین زیرلایه در لایه الکترونی چهارم بوده و در تناوب ششم جدول دوره‌ای و بعد از زیرلایه ۶s شروع به پر شدن می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام یک از عبارات‌های داده شده درست است؟

- ۱) کروم، از جمله عناصر دسته d است که در ترکیب با اکسیژن، می‌تواند ۲ نوع اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت ایجاد کند.
- ۲) فلز آلومینیم در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت (Al_2O_3 به همراه ناخالصی) و به صورت بلور شفاف وجود دارد.
- ۳) نسبت میان شمار آنیون به کاتیون در ساختار مس (I) کلرید، مشابه مقدار این نسبت در کروم (III) اکسید است.
- ۴) در اکسیدی از مس که آرایش الکترونی کاتیون آن به $3d^{10}$ ختم می‌شود، شمار کاتیون‌ها کمتر از آنیون‌ها است.

آسان - مفهومی و حفظی - (۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

کروم یکی از عناصر واسطه جدول تناوبی است و می‌تواند یون‌هایی به صورت Cr^{2+} و Cr^{3+} را ایجاد کند که در ترکیب با اکسیژن، ترکیباتی با فرمول Cr_2O_3 و CrO را ایجاد می‌کند. نام این دو ترکیب، به ترتیب کروم (II) اکسید و کروم (III) اکسید است. انواع کاتیون‌هایی که از برخی عناصر دسته d جدول تناوبی حاصل می‌شوند، به شرح زیر است:

عناصر	آهن	مس	کروم
انواع بار الکتربیکی کاتیون‌ها	$2+$ و $3+$	$1+$ و $2+$	$2+$ و $3+$

توجه داریم که روی، نقره و اسکاندیم، از جمله عناصر واسطه جدول دوره‌ای هستند که فقط یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۲) اکسیژن در سنگ‌کره به شکل اکسیدهای گوناگون یافت می‌شود. برای نمونه، فلز آلومینیم به شکل بوکسیت (Al_2O_3 به همراه ناخالصی) و سیلیسیم به شکل سیلیس (SiO_2) در طبیعت وجود دارند. بلور سیلیسیم و بوکسیت به ترتیب بی‌رنگ (شفاف) و خاکی رنگ هستند. توجه داریم که فلز آلومینیم موجود در سنگ معدن بوکسیت را می‌توان با استفاده از واکنش‌های شیمیایی از آن استخراج کرد.

۳) نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مس (I) کلرید ($CuCl$)، برابر با ۱ است. نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در بلور کروم (II) اکسید (CrO) نیز برابر با ۱ است. این در حالی است که فرمول شیمیایی کروم (III) اکسید، به صورت Cr_2O_3 بوده و نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار این ماده برابر با ۱/۵ است.

۴) فرمول شیمیایی مس (I) اکسید و مس (II) اکسید به ترتیب به صورت Cu_2O و CuO است. در این دو ماده، بار یون مس به ترتیب برابر با $+1$ و $+2$ است. در بلور مس (I) اکسید، آرایش الکترونی کاتیون (یون مس) به زیرلایه $3d^{10}$ ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۰- اگر جرم $10^{21} \times 1/806$ مولکول از P_3S_x برابر با 0.567 گرم باشد، نسبت شمار اتم‌های موجود در آن به شمار یون‌های موجود در 240 گرم منیزیم اکسید

چقدر است؟ ($g \cdot mol^{-1} : O = 16$ و $Mg = 24$ و $P = 31$ و $S = 32$)

- (۱) 2×10^{-2} (۲) $2/5 \times 10^{-2}$ (۳) $1/5 \times 10^{-2}$ (۴) 10^{-2}

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا باید مقدار x را در فرمول شیمیایی P_3S_x به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن آن به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$0.567 \text{ g } P_3S_x = 1/806 \times 10^{21} \text{ مولکول } P_3S_x \times \frac{1 \text{ mol } P_3S_x}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول } P_3S_x} \times \frac{(93+32x) \text{ g } P_3S_x}{1 \text{ mol } P_3S_x} \Rightarrow x = 3$$

پس فرمول شیمیایی مولکول مورد نظر به‌صورت P_3S_3 بوده است. اکنون می‌توان تعداد مول اتم‌های موجود در $1/806 \times 10^{21}$ مولکول از آن را به‌دست آورد. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol atom} = 1/806 \times 10^{21} \text{ مولکول } P_3S_3 \times \frac{1 \text{ mol } P_3S_3}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول } P_3S_3} \times \frac{6 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } P_3S_3} = 0.18 \text{ mol}$$

تعداد مول یون‌های موجود در 240 گرم منیزیم اکسید (MgO) نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$? \text{ mol ion} = 240 \text{ g } MgO \times \frac{1 \text{ mol } MgO}{40 \text{ g } MgO} \times \frac{2 \text{ mol ion}}{1 \text{ mol } MgO} = 12 \text{ mol}$$



اکنون می‌توان نسبت خواسته شده در سؤال را محاسبه کرد:

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های } P_2S_3}{\text{تعداد یون‌های } MgO} = \frac{\text{شمار مول اتم‌های } P_2S_3}{\text{شمار مول یون‌های } MgO} = \frac{0.18}{12} = 1/5 \times 10^{-3}$$

تعداد اتم‌های موجود در ۰/۵۶۷ گرم P_2S_3 معادل با $1/5 \times 10^{-3}$ برابر تعداد یون‌های موجود در ۲۴۰ گرم MgO است. همان‌طور که مشاهده کردید، محاسبه دقیق تعداد اتم‌ها لازم نیست. برای روشن‌تر شدن قضیه به محاسبات زیر دقت کنید:

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های } P_2S_3}{\text{تعداد یون‌های } MgO} = \frac{0.18 \text{ mol atom} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}}}{12 \text{ mol ion} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ ion}}{1 \text{ mol ion}}} = 1/5 \times 10^{-3}$$

گروه آموزشی ماز

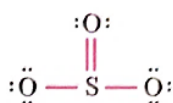
۸۱- نسبت میان شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گوگرد تری‌اکسید، با مقدار این نسبت در کدام یک از گونه‌های زیر برابر است؟

- (۱) متانویک اسید (۲) یون فسفات (۳) دی‌نیترژن مونوکسید (۴) یون کربنات

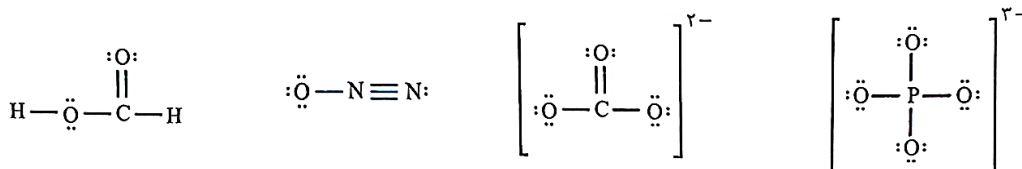
(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

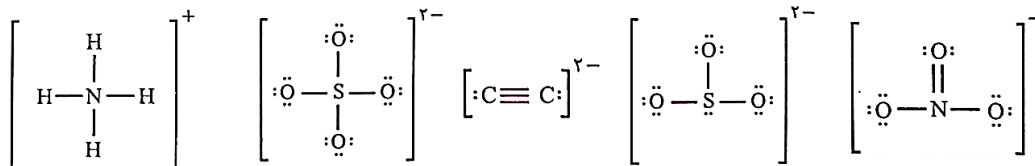
ساختار لوویس مولکول گوگرد تری‌اکسید به صورت زیر است:



در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار سایر گونه‌های داده شده نیز به صورت زیر است:

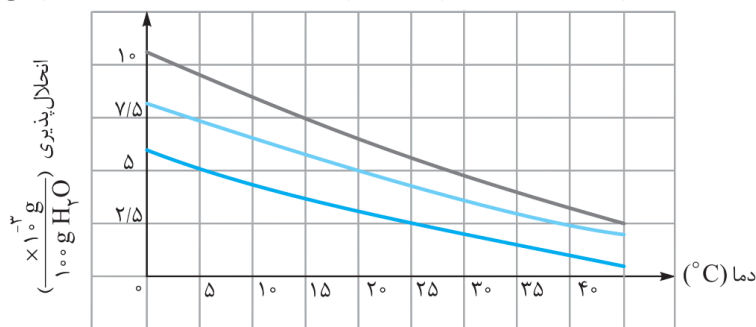


همان‌طور که مشخص است، در ساختار یون کربنات (CO_3^{2-}) نیز ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار لوویس سایر یون‌های چند اتمی رایج نیز به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۲- نمودار، روند تغییر انحلال پذیری سه گاز نیترژن مونوکسید، نیترژن و اکسیژن در آب را در دماهای مختلف نشان می‌دهد:



با توجه به این نمودار، غلظت مولی گاز نیترژن مونوکسید در چه دمایی در محلول سیر شده این ماده برابر با $2/5 \times 10^{-3}$ مول بر لیتر می‌شود؟

($N = 14$ و $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱۵ (۴) ۲۵ (۳) ۲۰ (۲) ۴۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

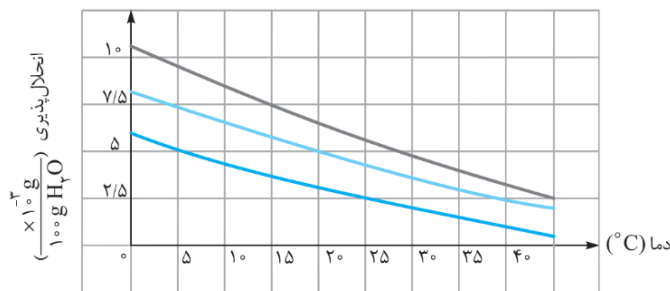
انحلال پذیری گازها در آب با قطبیت آن‌ها و همچنین جرم مولی آن‌ها رابطه مستقیم دارد. نیترژن مونوکسید و اکسیژن، جرم مولی نسبتاً مشابهی دارند؛ در حالی که نیترژن مونوکسید قطبی و گاز اکسیژن ناقطبی است. پس انحلال پذیری نیترژن مونوکسید بیشتر از انحلال پذیری اکسیژن است. از طرفی هر دو گاز نیترژن و اکسیژن ناقطبی هستند. در این بین جرم مولی گاز اکسیژن بالاتر از گاز نیترژن بوده و انحلال پذیری آن نیز بیشتر است. مقایسه انحلال پذیری سه گاز نیترژن مونوکسید، اکسیژن و نیترژن در آب، در شرایط یکسان از نظر دما و فشار محیط، به صورت مقابل است:

$$S_{NO} > S_{O_2} > S_{N_2}$$





با توجه به توضیحات داده شده، خط مشکی در نمودار زیر، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید را در دماهای مختلف نشان می‌دهد:



حال با استفاده از غلظت مولار محلول، جرم گاز نیتروژن مونوکسید حل شده در ۱ لیتر از محلول در شرایط ذکر شده را محاسبه می‌کنیم:

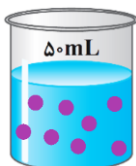
$$? g NO = \frac{2/5 \times 10^{-2} \text{ mol NO}}{1 L} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 7/5 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot L^{-1}$$

با توجه به اینکه غلظت حل شونده در محلول بسیار پایین است، چگالی محلول را برابر چگالی آب مقطر یعنی $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ فرض می‌کنیم. در ۱ لیتر از محلول که تقریباً معادل ۱۰۰۰ گرم از آن است، $7/5 \times 10^{-2}$ گرم نیتروژن مونوکسید حل شده است. بنابراین انحلال پذیری این گاز در این شرایط برابر است با:

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{7/5 \times 10^{-2}}{1000} \times 100 = 7/5 \times 10^{-3} \text{ g} / 100 \text{ g H}_2\text{O}$$

طبق نمودار، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در دمای 15°C برابر $7/5 \times 10^{-3}$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

گروه آموزشی ماز



۸۳- نمونه‌ای از محلول کلسیم نیترات را در ظرف مقابل مشاهده می‌کنید. غلظت مولی یون نیترات در محلول چند مول بر لیتر است و اگر ۱۵۰ میلی لیتر آب خالص را به ظرف اضافه کنیم، غلظت یون کلسیم در محلول نهایی چند ppm است؟ (هر ذره نشان داده شده، معادل

با ۰/۱ مول یون کلسیم بوده و چگالی محلول برابر با $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است. $(Ca = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

۱۶۰۰۰ - ۲/۶ (۴)

۱۶۰۰۰ - ۳/۲ (۳)

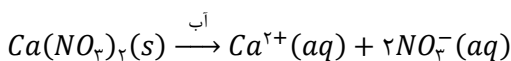
۲۰۰۰۰ - ۳/۲ (۲)

۲۰۰۰۰ - ۲/۶ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

در ظرف نشان داده شده، ۸ ذره از یون کلسیم وجود دارد. با توجه به اینکه هر ذره معادل با ۰/۱ مول یون کلسیم است؛ نتیجه می‌گیریم که در محلول، ۰/۸ مول یون کلسیم وجود دارد. چون در واحد فرمولی کلسیم نیترات ($Ca(NO_3)_2$)، فقط یک یون کلسیم وجود دارد، پس یعنی در محلول مورد نظر، ۰/۸ مول کلسیم نیترات داریم. معادله انحلال کلسیم نیترات در آب به صورت زیر است:



ضریب استوکیومتری کلسیم نیترات برابر با ۱ و ضریب استوکیومتری یون نیترات برابر با ۲ است؛ در نتیجه با انحلال کامل ۰/۸ مول کلسیم نیترات در آب، ۰/۱۶ مول یون نیترات ایجاد می‌شود. بر این اساس، غلظت مولی یون نیترات برابر است با:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow \text{غلظت مولار} = \frac{0/16}{0/05} = 3/2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با انحلال کامل ۰/۸ مول کلسیم نیترات در آب، ۰/۸ مول یون کلسیم که معادل با ۳/۲ گرم یون کلسیم است، در محلول آزاد می‌شود. با اضافه کردن ۱۵۰ میلی لیتر آب به محلول، حجم محلول به ۲۰۰ میلی لیتر می‌رسد و رقیق تر می‌شود، ولی مقدار مول حل شونده تغییری نمی‌کند. چون چگالی محلول، ۱ گرم بر میلی لیتر است؛ لذا ۲۰۰ میلی لیتر محلول، جرمی معادل با ۲۰۰ گرم دارد. بر این اساس غلظت یون کلسیم بر حسب ppm در محلول نهایی برابر است با:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{3/2}{200} \times 10^6 = 16000$$

غلظت یون کلسیم در محلول نهایی برابر با ۱۶۰۰۰ ppm است.

گروه آموزشی ماز

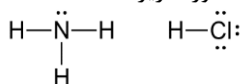
۸۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) با ورود $CaCl_2$ به آب، بین مولکول‌های آب و ماده حل شونده، پیوند هیدروژنی ایجاد می‌شود.
- ۲) با نصف شدن جرم حلال موجود در یک محلول، درصد جرمی حل شونده بیش از دو برابر می‌شود.
- ۳) دو مولکول آمونیاک و هیدروژن کلرید، قطبی بوده و نقطه جوش نمونه آمونیاک، بیشتر از HCl است.
- ۴) گشتاور دو قطبی ید به تقریب برابر صفر بوده و با ورود این ماده به هگزان، مخلوطی همگن به رنگ بنفش ایجاد می‌شود.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار لوویس دو مولکول آمونیاک (NH_3) و هیدروژن کلرید (HCl) به صورت زیر است:





هر دو مولکول آمونیاک و هیدروژن کلرید، در دمای اتاق به حالت گاز بوده، قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. نیروی بین مولکولی در آمونیاک از نوع پیوند هیدروژنی و نیروی بین مولکولی در هیدروژن کلرید از نوع واندروالسی است. چون قدرت پیوند هیدروژنی، بیشتر از جاذبه واندروالسی است؛ لذا نقطه جوش آمونیاک (-33°C)، بیشتر از نقطه جوش هیدروژن کلرید (-85°C) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ کلسیم کلرید، یک ترکیب یونی بوده و در آب حل می‌شود. با ورود کلسیم کلرید به آب، مولکول‌های آب از سمت سرهای با بار مخالف به یون‌های بیرونی موجود در بلور کلسیم کلرید نزدیک می‌شوند و نیروی جاذبه‌ای به نام یون-دوقطبی میان آن‌ها تشکیل می‌شود. این جاذبه باعث جدا شدن یون‌ها از شبکه بلور می‌شود. با انجام این کار، یون‌های آبپوشیده $\text{Ca}^{2+}(\text{aq})$ و $\text{Cl}^{-}(\text{aq})$ ایجاد شده و در نهایت وارد محلول مورد نظر می‌شود.
- ۲ درصد جرمی یک حل‌شونده در محلول از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال} + \text{جرم حل‌شونده}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

طبق این رابطه، درصد جرمی با جرم حل‌شونده رابطه مستقیم و با جرم محلول رابطه عکس دارد. با نصف کردن جرم محلول (مخرج کسر) می‌توان گفت، درصد جرمی دو برابر می‌شود؛ در نتیجه با نصف کردن جرم حلال (بخشی از مخرج کسر)، درصد جرمی کمتر از دو برابر خواهد شد.

- ۴ از مولکول‌های دواتمی جور هسته تشکیل شده است. مقدار گشتاور دوقطبی ید، همانند سایر موادی که مولکول‌های دواتمی جور هسته دارند، دقیقاً برابر با صفر است. مولکول ید (I_2)، ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان، بنزین، روغن و ... حل می‌شود؛ در نتیجه با ورود ید به هگزان، مخلوطی همگن (محلول) به رنگ بنفش حاصل می‌شود. انحلال ید در هگزان به صورت مولکولی بوده و محلول حاصل از این فرایند، رسانایی الکتریکی ندارد.

گروه آموزشی ماز

۸۵- در دمای 25°C ، حالت فیزیکی کدام عنصر با سه عنصر دیگر متفاوت است؟

- ۱) برم ۲) گوگرد ۳) آلومینیم ۴) ژرمانیم

(حفظی - آسان - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که اغلب عناصر در طبیعت به صورت ترکیب یافت می‌شوند. هرچند برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند. وجود نمونه‌هایی از عناصر نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است. البته از میان فلزها تنها طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود. گوگرد به صورت قطعات زرد رنگ در لبه آتشفشان‌ها وجود دارد. به جز جیوه که به حالت مایع است، همه فلزها در طبیعت به صورت جامد یافت می‌شوند. شبه‌فلزهایی مانند ژرمانیم نیز به حالت جامد هستند. در بین هالوژن‌ها در دمای اتاق، فلوئور و کلر به صورت گاز، برم به حالت مایع و ۳ عنصر انتهایی به صورت جامد دیده می‌شوند. تنها ماده‌ای که در طبیعت به ۳ حالت جامد، مایع و گاز یافت می‌شود، آب با فرمول مولکولی H_2O و ساختار خمیده است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- ۱) تنوع حالت فیزیکی عناصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای در دما و فشار اتاق، بیشتر از عناصر گروه ۱۵ است.
- ۲) جدول ژانت با مدل اتمی همخوانی داشته و عناصری با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۱۸ را در خود جای می‌دهد.
- ۳) عدد اتمی هر عنصر از تناوب چهارم جدول دوره‌ای، ۱۸ واحد از عنصر زیرین خود در دوره پنجم کمتر است.
- ۴) شمار جفت الکترون‌های پیوندی با ناپیوندی در هر مولکول از گاز تولید شده در فرآیند تخمیر بی‌هوازی گلوکز، برابر است.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

در گروه ۱۴ جدول تناوبی عناصر، نافلزی مانند کربن، شبه‌فلزی مانند سیلیسیم و فلزی مانند قلع وجود دارد که همگی آن‌ها در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی جامد دارند. در گروه ۱۵ جدول دوره‌ای و در دمای اتاق، عناصر گازی مانند نیتروژن و عناصر جامد مانند فسفر وجود دارد؛ در نتیجه در دما و فشار اتاق، تنوع حالت فیزیکی در عناصر گروه ۱۵ بیشتر از عناصر گروه ۱۴ است. توجه داریم که بیشترین تنوع حالت فیزیکی، مربوط به گروه ۱۷ است. در این گروه، عناصر جامد، مایع و گاز به صورت هم‌زمان وجود دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) جدول ژانت، با مدل اتمی همخوانی دارد و برخلاف جدول تناوبی امروزی می‌تواند عناصری با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۱۸ را در خود جای دهد. این در حالی است که در جدول دوره‌ای امروزی، فقط عناصری با عدد اتمی ۱۱۸ و کمتر از آن قرار گرفته‌اند.

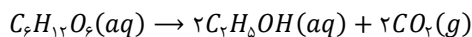
جدول ژانت

جدول پیشنهادی ژانت می‌تواند بیشتر از ۱۱۸ عنصر را در خود جای دهد. این جدول بر اساس زیرلایه الکترونی در حال پرشدن، عناصر را دسته‌بندی می‌کند. عناصر دسته s در این جدول در سمت راست و در ۲ گروه جای گرفته‌اند. عناصر دسته p، از دوره سوم جدول شروع می‌شوند. در این جدول در صورت کشف عناصری با اعداد اتمی بالاتر از ۱۲۰، زیرلایه ۵g شروع به پرشدن می‌کند. توجه داریم که عناصری با عدد اتمی ۱۱۹ و ۱۲۰، جزو دسته s هستند و آرایش الکترونی در آن‌ها به ترتیب به $8s^2$ و $8s^2$ ختم می‌شود.

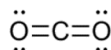


۳ اولین دوره جدول تناوبی با ظرفیت ۱۸ عنصر، دوره چهارم بوده و بعد از آن نیز دوره پنجم، ۱۸ عنصر را در خود جای داده است. عناصر دسته f از دوره ششم وارد جدول تناوبی می‌شوند و مزاحمتی برای عناصر دوره چهارم و پنجم ندارند؛ در نتیجه عدد اتمی هر عنصر از دوره چهارم جدول دوره‌ای، ۱۸ واحد کمتر از عدد اتمی عنصر زیرین خود در دوره پنجم جدول دوره‌ای است. برای مثال عدد اتمی پتاسیم برابر ۱۹ است و عنصر روبیدیم در جایگاه پایین‌تر از پتاسیم قرار دارد. عدد اتمی روبیدیم برابر با ۳۷ بوده و ۱۸ واحد از عدد اتمی پتاسیم بیشتر است.

۴ واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز به صورت زیر است:



گاز تولید شده در این واکنش، کربن دی‌اکسید است. ساختار لوویس کربن دی‌اکسید به صورت زیر بوده و در هر مولکول از آن، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



در رابطه با اتانول، به مطالب زیر توجه کنید:

- ✓ اتانول، الکل دوکربنه، بی‌رنگ، سیرشده و فرار است.
- ✓ جز سوخت‌های سبز به شمار می‌رود و از تخمیر بی‌هوازی گلوکز نیز حاصل می‌شود. از واکنش گاز اتن با آب نیز قابل تولید است.
- ✓ ۸ پیوند اشتراکی و ۲ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود دارد.
- ✓ مولکولی قطبی و حلالی صنعتی است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن را در آب ایجاد کرد.
- ✓ در تهیه مواد دارویی، بهداشتی و آرایشی کاربرد دارد و در بیمارستان‌ها به عنوان ضد عفونی‌کننده استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۷- مقداری گاز SO_3 را بر اساس واکنش موازنه نشده $SO_3(g) \rightarrow SO_2(g) + O_2(g)$ در ظرفی سربسته تجزیه می‌کنیم. اگر پس از گذشت مدت زمان معین از انجام واکنش، مخلوطی از هر سه گاز در ظرف وجود داشته باشد و درصد حجمی گاز اکسیژن در ظرف برابر با ۱۶٪ باشد، بازده درصدی واکنش به تقریب چقدر است؟

۴۲ (۴)

۳۸ (۳)

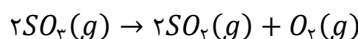
۳۲ (۲)

۲۷ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



اگر فرض کنیم مقدار مول اولیه گاز SO_3 برابر با n مول است، می‌توان مطابق جدول زیر، تغییر مول مواد شرکت‌کننده در واکنش را نوشت:

مجموع مول مواد	O_2	$2SO_2$	$2SO_3$	مواد موجود در واکنش
n	۰	۰	n	تعداد مول اولیه
x	$+x$	$+2x$	$-2x$	تغییر تعداد مول
$n+x$	x	$2x$	$n-2x$	تعداد مول در لحظه ذکر شده

درصد حجمی یک گاز در یک مخلوط گازی، معادل با درصد مولی آن گاز در مخلوط مورد نظر بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$O_2 \text{ درصد مولی گاز} = \frac{\text{مول گاز } O_2}{\text{مول کل گازها در مخلوط}} \times 100 \Rightarrow 16 = \frac{x}{n+x} \times 100 \Rightarrow 84x = 16n \Rightarrow n = 5/25x$$

در آغاز واکنش، n مول گاز SO_3 در ظرف واکنش وجود دارد و در لحظه ذکر شده، $n - 2x$ مول از آن باقی مانده؛ در نتیجه مقدار $2x$ مول گاز SO_3 مصرف شده است. بازده درصدی یک واکنش را می‌توان به صورت زیر نیز محاسبه کرد. برای گاز SO_3 می‌توان نوشت:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار مصرف شده یکی از واکنش‌دهنده‌ها}}{\text{مقدار اولیه همان واکنش‌دهنده}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{2x}{n} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{2x}{5/25x} \times 100 \approx 38\%$$

با توجه به محاسبات انجام شده، بازده درصدی واکنش به تقریب برابر با ۳۸٪ است.

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام یک از عبارات زیر در رابطه با دو سوخت بنزین و زغال سنگ درست است؟

- (۱) در فرآیند سوختن بنزین، برخلاف سوختن زغال سنگ، تنها فرآورده قطبی تولید شده بخار آب است.
- (۲) گازی که در معادن زغال سنگ باعث ایجاد انفجار می‌شود، نقطه جوش بیشتری نسبت به سوخت فندک دارد.
- (۳) با سوختن جرم‌های برابر از این دو ماده سوختی، گرما و آلاینده‌های بیشتری از سوختن زغال سنگ حاصل می‌شود.
- (۴) با شست‌وشوی زغال سنگ قبل از سوزاندن آن، می‌توان غیر از کاهش مقدار ناخالصی‌ها، اتم گوگرد را نیز حذف کرد.

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

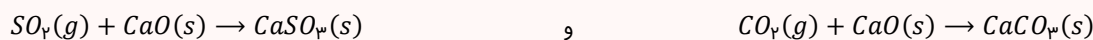
یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال سنگ، شست‌وشوی آن به منظور حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر در آن است. با این کار، بر اثر مصرف زغال سنگ مقدار آلاینده‌های کمتری تولید می‌شود.





سوختن زغال سنگ

زغال سنگ یکی از سوخت‌های فسیلی است که می‌تواند جایگزین مناسبی برای نفت خام باشد، اما جایگزینی زغال سنگ به جای نفت خام، باعث ورود مقدار بیشتری آلاینده به هوا کرده می‌شود. گوگرد دی‌اکسید و کربن دی‌اکسید بخشی از آلاینده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ هستند که برای به دام انداختن آن‌ها در نیروگاه‌ها از کلسیم اکسید یا آهک استفاده می‌شود. معادله واکنش‌های ذکر شده را در زیر مشاهده می‌کنید:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اطلاعات مربوط به سوختن زغال سنگ و بنزین را در جدول زیر مشاهده می‌کنید:

نام سوخت	گرمای آزاد شده (kJ / g)	فراورده‌های سوختن	مقدار CO_2 به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده (g)
بنزین	۴۸	CO_2, CO, H_2O	۰/۰۶۵
زغال سنگ	۳۰	$SO_2, CO_2, NO_2, CO, H_2O$	۰/۱۰۴

در سوختن بنزین علاوه بر بخار آب، گاز CO نیز جزء فراورده‌های سوختن است که مثل H_2O قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. در فراورده‌های سوختن زغال سنگ نیز چهار مولکول CO, H_2O, SO_2 و NO_2 قطبی هستند.

۲ انفجار در معادن زغال سنگ اغلب به دلیل تجمع گاز متان است. گاز متان که با نام گاز مرداب نیز شناخته می‌شود، گازی بی‌رنگ، بی بو و سبک است و هرگاه مقدار آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد. سوخت فندک نیز، گاز بوتان بوده و چون جرم مولی بیشتری نسبت به متان دارد، نقطه جوش بیشتری نیز نسبت به متان دارد. توجه داریم که نقطه جوش، معادل با دمایی است که در آن یک مایع شروع به جوشیدن کرده و به بخار تبدیل می‌شود.

۳ مطابق جدول فوق، به ازای سوزاندن جرم‌های برابر از زغال سنگ و بنزین، گرمای بیشتری از سوختن بنزین حاصل می‌شود. انواع مقایسه بین این دو سوخت را به صورت زیر مشاهده می‌کنید:

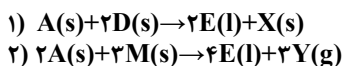
زغال سنگ > بنزین : مقدار گرمای آزاد شده ($kJ \cdot g^{-1}$)

بنزین > زغال سنگ : تنوع فراورده‌های سوختن

بنزین > زغال سنگ : مقدار جرم کربن دی‌اکسید به ازای هر کیلوژول تولید انرژی

گروه آموزشی ماز

۸۹- دربارهٔ نمودار «مول - زمان» دو واکنش زیر، که با مقدار برابر از A و مقدار کافی از واکنش‌دهندهٔ دیگر و در شرایط مناسب آغاز می‌شود، کدام مطلب درست است؟



۱) در واکنش ۲، نسبت شیب نمودارهای E و M برابر $\frac{4}{3}$ و آهنگ تغییر مولی Y ، $\frac{3}{4}$ آهنگ تغییر مولی A است.

۲) اگر در مدت ۳۰ ثانیه، شمار مول‌های D به ۵۰ درصد مقدار آغازی آن برسد، واکنش ۱ در ۶۰ ثانیه پایان می‌یابد.

۳) اگر سرعت واکنش‌ها با استفاده از کاتالیزگر مناسب دو برابر شود، شیب نمودار Y نسبت به نمودار X ، تغییر بیشتری خواهد داشت.

۴) نسبت تغییر مولی A به E در زمان یکسان در دو واکنش، یکسان است و نمودار تغییرات A در دو واکنش، با یکدیگر نقطهٔ تقاطع دارند.

سخت - مفهومی - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

سرعت انجام واکنش‌های شیمیایی، بسیار متفاوت بوده و علم سینتیک به‌عنوان شاخه‌ای از علم شیمی، افزون بر بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها، عوامل مؤثر بر این آهنگ را نیز بررسی می‌کند. در یک واکنش شیمیایی، نسبت سرعت تولید یا مصرف مواد مختلف، متناسب با ضریب استوکیومتری آن مواد است. نسبت ضریب ماده Y به A در واکنش دوم برابر با $\frac{1}{5}$ و نسبت ضریب ماده X به A در واکنش اول برابر با ۱ است. با توجه به بالاتر بودن این نسبت برای ماده Y ، افزایش ۲ برابری سرعت واکنش، تأثیر بیشتری بر مقدار تولیدشده از آن در زمان یکسان خواهد داشت. البته، این عبارت از جمله عبارت‌های ابهام‌دار این کنکور به شمار می‌رود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در واکنش دوم، ضریب ماده E برابر با ۴ و ضریب ماده M برابر با ۳ است، پس نسبت شیب نمودار آن‌ها برابر با $\frac{4}{3}$ است. با توجه به ضریب مواد Y و A ، آهنگ

شمار مول‌های ماده Y ، $\frac{3}{4}$ برابر ماده A است. توجه داریم که شیب نمودار مول - زمان مواد مختلف در یک واکنش، بیان‌کنندهٔ سرعت تولید یا مصرف آن مواد بوده و وابسته به نسبت ضریب استوکیومتری مواد است. هم‌چنین باید توجه داشت که علامت شیب برای مواد واکنش‌دهنده منفی و برای فراورده‌ها مثبت است.

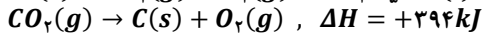
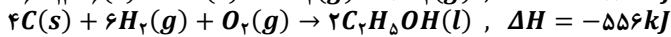
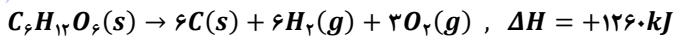
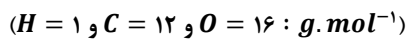
۲ با پیشرفت واکنش و کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش نیز به تدریج کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین مصرف شدن ۵۰٪ باقی‌مانده از ماده D بیش از ۳۰ ثانیه طول کشیده و واکنش در زمانی بیشتر از یک دقیقه به پایان خواهد رسید.

۴ نسبت ضرایب مولی دو ماده A و E در هر دو واکنش یکسان بوده، پس نسبت تغییر مولی آن‌ها نیز یکسان است. نمودار مول - زمان در هر دو واکنش از یک نقطه شروع شده ولی با توجه به متفاوت بودن معادلهٔ واکنش‌ها، سرعت مصرف ماده A در آن‌ها نیز متفاوت بوده و دو نمودار با یکدیگر تقاطعی نخواهند داشت.

گروه آموزشی ماز



۹۰- با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر:

به ازای مصرف ۳۶ گرم واکنش‌دهنده در واکنش $C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2C_2H_5OH(l) + 2CO_2(g)$ چند کیلوژول گرما با محیط اطراف مبادله می‌شود؟

۱۶/۸ (۴)

۳۳/۶ (۳)

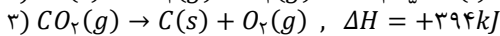
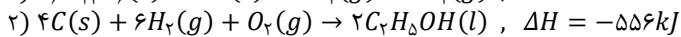
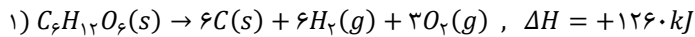
۱۸/۴ (۲)

۳۶/۸ (۱)

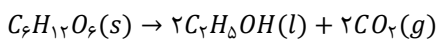
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

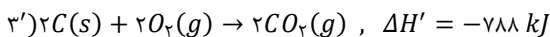
برای تعیین آنتالپی واکنش انجام شده باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله از جمع معادله چند واکنش دیگر به دست آید، آنتالپی معادله نیز از جمع آنتالپی آن واکنش‌ها به دست می‌آید. معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



معادله خواسته شده نیز به صورت زیر است:



در معادله خواسته شده ۱ مولکول گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) در سمت واکنش‌دهنده مصرف می‌شود. در واکنش (۱) نیز ۱ مولکول گلوکز در سمت واکنش‌دهنده مصرف می‌شود؛ بنابراین واکنش (۱) را تغییری نمی‌دهیم. در معادله خواسته شده ۲ مولکول اتانول (C_2H_5OH) در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در واکنش (۲) نیز ۲ مولکول اتانول در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود؛ بنابراین واکنش (۲) را نیز تغییری نمی‌دهیم. در معادله خواسته شده ۲ مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2) در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در واکنش (۳) نیز ۱ مولکول کربن دی‌اکسید در سمت واکنش‌دهنده مصرف می‌شود؛ بنابراین واکنش (۳) را در ۲- ضرب می‌کنیم. این رابطه داریم:



حال از جمع آنتالپی واکنش‌ها، آنتالپی واکنش خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H_T = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3' = 1260 + (-556) + (-788) = -84 kJ$$

در مرحله پایانی، مقدار گرمای آزاد شده طی مصرف ۳۶ گرم گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$? kJ = 36 g C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{180 g C_6H_{12}O_6} \times \frac{84 kJ}{1 mol C_6H_{12}O_6} = 16/8 kJ$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در این واکنش ۱۶/۸ کیلوژول انرژی با محیط مبادله می‌شود. البته به دلیل منفی بودن آنتالپی که نشان‌دهنده گرماده بودن آن است، می‌توان بجای استفاده از واژه مبادله انرژی، از لفظ آزاد شدن انرژی نیز استفاده کرد.

گروه آموزشی ماز

۹۱- گرمای مورد نیاز انجام واکنش موازنه نشده $Al_2O_3(s) + C(s) + 2160 kJ \rightarrow Al(l) + CO_2(g)$ از واکنش سوختن گاز متان تأمین می‌شود. اگر برای تولید یک گرم آلومینیم به ۶۰۰ میلی‌گرم متان نیاز باشد، بازده واکنش سوختن متان به تقریب چند درصد است؟ (آنتالپی سوختن متان برابر $-890 kJ. mol^{-1}$ است. $H = 1, C = 12, Al = 27 : g. mol^{-1}$)

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

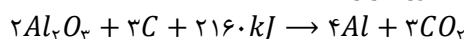
۵۰ (۲)

۷۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش تولید آلومینیم به کمک کربن به صورت زیر است:



بر این اساس، گرما مصرف شده برای تولید یک گرم آلومینیم را حساب می‌کنیم:

$$? kJ \text{ گرما} = 1 g Al \times \frac{1 mol Al}{27 g Al} \times \frac{2160 kJ}{4 mol Al} = 20 kJ$$

گرما، عملاً یکی از فراورده‌های تولید شده در واکنش‌های گرماده است و بازده واکنش را می‌توان با استفاده از مقدار آن گرما محاسبه کرد. با توجه به فرض سؤال، از سوختن ۰/۶ گرم متان، مقدار ۲۰ کیلوژول گرما به صورت عملی تولید شده است. حال گرمای تولید شده به صورت نظری را با توجه به آنتالپی سوختن متان به دست می‌آوریم:

$$? kJ \text{ گرما} = 0/6 g CH_4 \times \frac{1 mol CH_4}{16 g CH_4} \times \frac{890 kJ \text{ گرما}}{1 mol CH_4} = \frac{89 \times 3}{8} kJ$$

در نهایت بازده درصدی واکنش سوختن متان را محاسبه می‌کنیم:

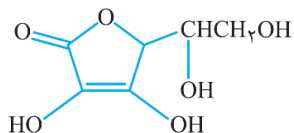
$$R = \frac{\text{مقدار عملی گرما}}{\text{مقدار نظری گرما}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{2000}{\frac{89 \times 3}{8}} = \frac{16000}{267} = 59/9 \text{ درصد} \approx 60 \text{ درصد}$$

پس بازده انجام واکنش به تقریب برابر با ۶۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز



۹۲- شکل مقابل، ساختار ویتامین (ث) را نمایش می‌دهد. چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با این ترکیب آلی درست است؟



الف - در ساختار هر گروه عاملی موجود در آن، فقط یک اتم اکسیژن وجود دارد.

ب - برخلاف ویتامین «کا»، مصرف زیاد آن برای بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.

ج - نیروی بین مولکولی غالب در آن، شبیه نیروی بین مولکولی غالب در بین مولکولهای اتانول است.

د - تعداد اتمهای هیدروژن موجود در هر مولکول از آن، با تعداد این اتمها در هر مولکول از سیکلوبوتان برابر است.

هـ - شمار جفت الکترونهای ناپیوندی در ساختار آن، با شمار این جفت الکترونها در هر مولکول از تترافلورو اتن برابر است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای (ب)، (ج)، (د) و (هـ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در هر مولکول از ویتامین ث، ۴ گروه هیدروکسیل (گروه الکلی با ساختار $-OH$) و یک گروه استری وجود دارد. در شکل مقابل هریک از این گروههای عاملی را مشاهده می‌کنید:

همانطور که مشخص است، در ساختار گروه عاملی استری ۲ اتم اکسیژن وجود دارد.

«ب»: ویتامین ث، مولکولی قطبی بوده و در آب حل می‌شود. مقدار اضافی ویتامین ث، می‌تواند از طریق ادرار دفع

شود ولی ویتامین کا، از ذرات ناقطبی ساخته شده و از جمله مواد محلول در چربی است. مقدار زیاد از این ماده، در بافت چربی تجمع پیدا کرده و برای بدن مشکل ساز است. در جدول زیر خواص برخی از ویتامینها مقایسه شده است:

ویتامین	فرمول مولکولی	گروههای عاملی	نیروی بین مولکولی غالب	حلالیت در آب	شمار پیوندهای اشتراکی	شمار جفت الکترونهای ناپیوندی	آروماتیک بودن	منبع
C	$C_6H_8O_6$	چهار گروه هیدروکسیل و یک گروه استری	هیدروژنی	محلول	۲۲	۱۲	غیرآروماتیک	مرکبات از جمله پرتقال
A	$C_{20}H_{30}O$	یک گروه هیدروکسیل	واندروالسی	نامحلول	۵۶	۲	غیرآروماتیک	شیر
D	$C_{28}H_{44}O$	یک گروه هیدروکسیل	واندروالسی	نامحلول	۷۹	۲	غیرآروماتیک	مغز پسته و بادام
K	$C_{31}H_{46}O_2$	دو گروه کربونیل از نوع کتون	واندروالسی	نامحلول	۸۷	۴	آروماتیک	کلم و کاهو

«ج»: چون بخش عمده ذرات سازنده این ماده از قسمت‌های قطبی (۴ گروه هیدروکسیل و یک گروه استری) تشکیل شده است، پس می‌توان گفت نیروی بین مولکولی غالب در ویتامین ث از نوع پیوند هیدروژنی است. توجه داریم که نوع نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌های راست‌زنجیر تا ۵ اتم کربن نیز از نوع پیوند هیدروژنی بوده و این مواد هم جزو مواد محلول در آب دسته‌بندی می‌شوند.

«د»: فرمول مولکولی ویتامین ث، به صورت $C_6H_8O_6$ است. فرمول مولکولی سیکلوبوتان نیز به صورت C_4H_8 است. همانطور که مشاهده می‌کنید، تعداد اتمهای هیدروژن در هر دو مولکول برابر است.

«هـ»: در هر مولکول از ویتامین ث، ۶ اتم اکسیژن وجود داشته و هر اتم اکسیژن نیز دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است؛ در نتیجه در هر مولکول از این ماده، مجموعاً ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی موجود است. تترافلورو اتن، مونومر سازنده تفلون بوده و فرمول مولکولی آن به صورت C_2F_4 است. در هر مولکول از تترافلورو اتن نیز ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. می‌دانیم که به ازای هر اتم هالوژن در یک ترکیب آلی، ۳ جفت الکترون ناپیوندی، به ازای هر اتم نیتروژن، یک جفت الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم اکسیژن، ۲ جفت الکترون ناپیوندی خواهیم داشت.

گروه آموزشی ماز

۹۳- درباره الکل‌های یک‌عاملی و کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($H=1, C=12, O=16: g \cdot mol^{-1}$)

• نخستین عضو هر دو خانواده، پرکاربردترین ترکیب در زندگی روزانه است.

• در هر دو دسته، بخش ناقطبی می‌تواند زنجیره هیدروکربنی یا اتم هیدروژن باشد.

• واکنش آن‌ها با یکدیگر برگشت پذیر است و در آن، عدد اکسایش اتمها بدون تغییر باقی می‌ماند.

• نسبت جرم مولی دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسید به جرم مولی الکل دارای دو اتم کربن، بزرگ تر از یک است.

چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

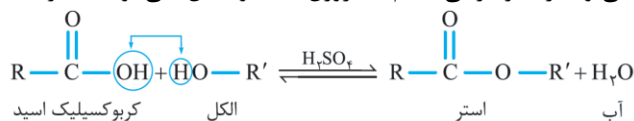
متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

الکل‌ها ترکیب‌هایی هستند که در ساختار خود، یک یا چند گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) با یک پیوند اشتراکی به اتم کربن متصل است. فرمول مولکولی کلی الکل‌های یک‌عاملی را می‌توان به صورت ROH نمایش داد که در آن، R یک زنجیر هیدروکربنی است. توجه داریم که فرمول مولکولی کلی الکل‌های تک‌عاملی سیر شده، به صورت $C_nH_{2n+2}O$ بوده و این مواد در ساختار خود دارای $2 + n$ پیوند اشتراکی هستند. کربوکسیلیک اسیدها نیز دسته دیگری از ترکیب‌های آلی



هستند که در ساختار خود گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) داشته و در واکنش با الکل‌های تک عاملی، استر تولید می‌کنند. کربوکسیلیک اسیدها را می‌توان به صورت ($RCOOH$) نمایش داد که در آن R می‌تواند زنجیر کربنی یا اتم هیدروژن باشد. واکنش کلی تولید استرها با استفاده از اسیدها و الکل‌ها به صورت زیر است:



با توجه به توضیحات داده شده، عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

- نخستین الکل و کربوکسیلیک اسید تک عاملی به ترتیب، متانول و متانوئیک اسید بوده که در زندگی روزمره کاربرد چندانی ندارند. توجه داریم که دومین عضو خانواده الکل‌ها اتانول بوده که به عنوان حلال مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی کاربرد دارد. دومین عضو کربوکسیلیک‌ها نیز اتانوئیک اسید (استیک اسید) بوده که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزانه است.
- در فرمول کربوکسیلیک اسیدها، R می‌تواند زنجیر هیدروکربنی یا اتم هیدروژن باشد اما این عبارت در مورد الکل‌ها صدق نمی‌کند و در آن‌ها بخش R لزوماً باید یک زنجیر هیدروکربنی باشد.
- الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدهای تک عاملی می‌توانند در واکنش با یکدیگر و بدون مبادله الکترون، استرها را بسازند. استرها نیز در شرایط مناسب می‌توانند با آب واکنش داده و به الکل و اسید آلی سازنده خود تبدیل شوند. این واکنش به آب‌کافت استرها معروف است.
- دومین عضو خانواده الکل‌ها، اتانول با فرمول مولکولی C_2H_5OH و جرم مولی ۴۶ گرم بر مول بوده و دومین کربوکسیلیک اسید نیز اتانوئیک اسید با فرمول مولکولی CH_3COOH با جرم مولی ۶۰ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- از واکنش اتانول با مقدار کافی از یک کربوکسیلیک اسید با زنجیره هیدروکربنی سیر شده، استری به جرم ۵۱ گرم حاصل می‌شود. اگر جرم الکل مصرف شده، ۱۴ گرم بیشتر از جرم آب تولید شده در این فرایند باشد، در هر مولکول از استر حاصل، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

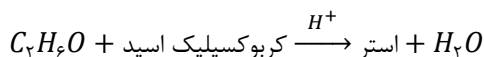
۱۷ (۲)

۳۴ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

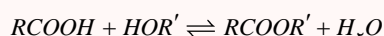
پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی اتانول به صورت C_2H_6O یا C_2H_5OH است. معادله واکنش انجام شده را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



استرها

به طور کلی، استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه عاملی استری ($-COO-$) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی استرها به صورت $R-COO-R'$ می‌باشد که در آن R معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی بوده و R' معادل با یک زنجیره هیدروکربنی است. واکنش کربوکسیلیک اسید با الکل برای تولید استر، یک واکنش برگشت‌پذیر بوده و کاتالیزگر آن سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. این واکنش در محیط اسیدی سریع‌تر انجام می‌شود و می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد:



به واکنش رفت، واکنش استری شدن و به واکنش برگشت، واکنش آب‌کافت (هیدرولیز) استرها گفته می‌شود.

به ازای مصرف یک مول اتانول (معادل با ۴۶ گرم اتانول)، ۱ مول آب (معادل با ۱۸ گرم آب) تولید می‌شود؛ در نتیجه به ازای مصرف یک مول اتانول، اختلاف جرم اتانول مصرف شده و آب تولید شده برابر با ۲۸ گرم است. طبق گفته سؤال، جرم الکل مصرف شده، ۱۴ گرم از جرم آب تولید شده بیشتر است، یعنی اختلاف جرم اتانول و آب در واکنش برابر با ۱۴ گرم است. بر این اساس می‌توان نوشت:

$$? mol C_2H_6O = 14 g \text{ اختلاف جرم} \times \frac{1 mol C_2H_6O}{28 g \text{ اختلاف جرم}} = 0.5 mol$$

مقدار مصرف شده اتانول برابر با ۰/۵ مول بوده و فرمول مولکولی استرها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. بر این اساس، داریم:

$$51 g C_nH_{2n}O_2 = 0.5 mol C_2H_6O \times \frac{1 mol C_nH_{2n}O_2}{1 mol C_2H_6O} \times \frac{(14n+32) g C_nH_{2n}O_2}{1 mol C_nH_{2n}O_2} \Rightarrow n = 5$$

با استفاده از کسرهای تناسب نیز می‌توان برای الکل، کسر مربوط مول و برای استر، کسر مربوط به جرم را نوشت:

$$\left[\frac{\text{مول الکل}}{\text{ضریب}} \right] = \left[\frac{\text{جرم استر}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] \Rightarrow \left[\frac{0.5}{1} \right] = \left[\frac{51}{1 \times (14n+32)} \right] \Rightarrow n = 5$$

استر تولید شده، ۵ کربنه بوده و فرمول مولکولی آن به صورت $C_5H_{10}O_2$ است. برای به‌دست آوردن تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در یک ترکیب آلی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{تعداد هالوژن‌ها} + \text{تعداد هیدروژن‌ها} + (\text{تعداد اکسیژن‌ها} \times 2) + (\text{تعداد نیتروژن‌ها} \times 3) + (\text{تعداد کربن‌ها} \times 4)}{2}$$



حفظی - آسان - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۱

اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر کربنی بلند هستند. صابون‌ها را به‌طور کلی می‌توان به‌صورت نمک حاصل از اسیدهای چرب تعریف کرد. برای تهیه صابون جامد، مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی‌های مختلف را به همراه سدیم هیدروکسید گرم می‌کنند. توجه داریم که صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند. با توجه به توضیحات داده شده، عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

- «الف»: آب دریاها و مناطق کویری که شور هستند، مقدار زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم دارند. صابون‌ها در این آب‌ها به خوبی کف نمی‌کنند و قدرت پاک‌کنندگی بالایی ندارند. این یون‌ها با مولکول‌های صابون واکنش داده و آن‌ها را به رسوب‌های $Mg(RCOO)_2$ و $Ca(RCOO)_2$ تبدیل می‌کنند. با شست‌وشوی لباس در این آب‌ها، لکه‌های سفیدی بر روی پارچه ایجاد می‌شود که نشان از تشکیل همین رسوب‌ها دارد.
- «ب»: قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها در آب‌های سخت کاهش پیدا کرده ولی به‌طور کامل از بین نمی‌رود.
- «ج»: در آب سخت، یون‌های منیزیم و کلسیم وجود دارند اما الزامی به وجود یون پتاسیم نیست!
- «د»: مولکول‌های چربی مانند بخش هیدروکربنی صابون، ناقطبی بوده و بین آن‌ها در محیط آبی نیروی جاذبه واندروالسی ایجاد می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف - استون، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
- ب - اوره از جمله مواد محلول در آب بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن، همانند آمونیاک، بزرگ‌تر از صفر است.
- ج - در واحد فرمولی هر صابون با زنجیره کربنی سیرشده، شمار اتم‌های H کمتر از ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است.
- د - با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.
- ۱) «الف» و «ج» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «د» ۴) «ب» و «د»

متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «د» درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در ساختار روغن زیتون، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، در نتیجه روغن زیتون برخلاف مولکول‌های قطبی استون و اتیلن گلیکول در آب نامحلول است. توجه داریم که نقره کلرید، یک ترکیب یونی نامحلول در آب است. کلسیم فسفات، منیزیم فسفات، باریوم سولفات، منیزیم هیدروکسید، آهن (II) هیدروکسید و آهن (III) هیدروکسید، سایر ترکیب‌های یونی نامحلول در آب به شمار می‌روند.

«ب»: جدول زیر، اطلاعات مربوط به اوره، بنزین و اتیلن گلیکول را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
بنزین	C_6H_6		مولکول ناقطبی	حلال ناقطبی (هگزان)
اوره	$CO(NH_2)_2$		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)
اتیلن گلیکول	CH_2OHCH_2OH		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

آمونیاک، به خاطر داشتن یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی خود، ساختاری نامتقارن داشته و همانند اوره، یک ترکیب قطبی است. ترکیب‌های قطبی، در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شوند.

«ج»: اگر یک اسید چرب در ساختار خود زنجیره کربنی سیرشده باشد، فرمول مولکولی آن به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ بوده و آنیون صابون ساخته‌شده از آن نیز به‌صورت $[C_nH_{2n-1}O_2]^-$ است. حال اگر کاتیون این صابون، معادل با یون آمونیوم (NH_4^+) باشد، شمار اتم‌های هیدروژن در واحد فرمولی این صابون برابر با $2n + 3$ است که بیش از دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

وابستگی حالت فیزیکی صابون‌ها به نوع کاتیون

حالت فیزیکی صابون‌ها، ربطی به حالت فیزیکی مواد مصرف شده برای تولید آن‌ها نداشته و وابسته به نوع کاتیون موجود در ساختار آن‌ها است. در واقع، صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون (استرهای سنگینی که حالت مایع دارند) یا چربی (استرهای سنگینی که حالت جامد دارند) مانند روغن زیتون، روغن نارگیل و یا پیه، با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نیز نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

«د»: انسان‌های گذشته پی‌برده بودند که با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر چوب حاوی اتم‌های برخی از انواع فلزهای قلیایی بوده که در واکنش با ذرات سازنده انواع چربی‌ها، سبب ایجاد صابون شده و شست و شوی ظرف‌های چرب را راحت‌تر می‌کند.

گروه آموزشی ماز



۹۸- در محلولی از فورمیک اسید با غلظت ۰/۲ مول بر لیتر و چگالی $1/08 \text{ g mL}^{-1}$ ، غلظت یون فورمات (HCOO^-) برابر 250 ppm است. ثابت یونش فورمیک اسید در این محلول، به تقریب چقدر است؟ ($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: g mol^{-1})

(۱) 9×10^{-5} (۲) 9×10^{-6} (۳) $1/8 \times 10^{-4}$ (۴) $1/8 \times 10^{-5}$

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

فورمیک اسید، بر اساس معادله زیر در محلول آبی یونش پیدا می‌کند:



در محلول فورمیک اسید، غلظت یون فورمات با غلظت یون هیدروژن برابر است. با توجه به غلظت یون فورمات در مقیاس ppm ، غلظت مولی این یون را در ۱ لیتر از محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol HCOO}^- = 1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1/08 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{250 \text{ g HCOO}^-}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol HCOO}^-}{45 \text{ g HCOO}^-} = 0/006 \text{ mol}$$

$$\text{HCOO}^- \text{ غلظت مولی} = \frac{\text{مول HCOO}^-}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0/006 \text{ mol}}{1 \text{ L محلول}} = 0/006 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به محاسبات بالا، می‌توان گفت غلظت یون فورمات، همانند غلظت یون هیدروژن، در محلول مورد نظر برابر با $0/006$ مول بر لیتر است. بر این اساس، درجه یونش اسید را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha = \frac{\text{غلظت مولی HCOO}^-}{\text{غلظت مولی اسید}} = \frac{0/006}{0/2} = 0/03$$

در قدم آخر، با توجه به درجه یونش اسید، مقدار ثابت یونش آن را محاسبه می‌کنیم.

$$K_a = \frac{\alpha^2 \times M}{1-\alpha} \xrightarrow{\alpha < 0/05} K_a = \alpha^2 \times M = (0/03)^2 \times 0/2 = 1/8 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، ثابت یونش فورمیک اسید برابر با $1/8 \times 10^{-4}$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۹- در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

الف - جرم تیغه منیزیم به مرور کاهش می‌یابد.

ب - به کمک این سلول، می‌توان یک لامپ را روشن کرد.

ج - آنیون‌ها از خلال دیواره متخلخل، به سمت نیم‌سلول مس می‌روند.

د - با افزایش دمای سامانه و یا افزایش جرم تیغه منیزیم، مقدار emf سلول تغییر می‌کند.

ه - بر روی سطح تیغه کاتدی این سلول، کاتیون‌ها دو الکترون گرفته و اتم‌های یک فلز واسطه تشکیل می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

اگر دو نیم‌سلول را از طریق یک مدار خارجی و یک مدار درونی به یکدیگر وصل کنیم، سلول گالوانی ایجاد می‌شود. در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، عبارات‌های (الف)، (ب) و (ه) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: به الکتروود یا تیغه‌ای که نیم‌واکنش اکسایش (نیم‌واکنش تولید الکترون) در مجاورت آن اتفاق می‌افتد، آند گفته می‌شود. چون منیزیم در مقایسه با مس، پتانسیل کاهش استاندارد کوچک‌تری دارد، این عنصر فلزی آند سلول گالوانی منیزیم-مس را تشکیل می‌دهد. از آنجا که تیغه آند در یک سلول گالوانی اکسید شده و کاتیون‌های حاصل از آن وارد محلول می‌شوند، به مرور زمان از جرم این تیغه کاسته شده و به اصطلاح، تیغه آند به مرور زمان لاغرتر می‌شود.

«ب»: در مدار خارجی سلول‌های گالوانی، الکترون‌ها از سمت آند به سمت کاتد مهاجرت کرده و طی این فرایند، انرژی پتانسیل مواد به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. با استفاده از انرژی الکتریکی تولید شده، می‌توان یک لامپ و یا یک وسیله الکتریکی دیگر را روشن کرد.

«ج»: از خلال دیواره متخلخل این سلول، آنیون‌ها به سمت نیم‌سلول آندی (نیم‌سلول منیزیم) می‌روند.

سلول گالوانی

در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون‌های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می‌شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. تجمع بار مثبت در این نیم‌سلول، الکترون‌ها را به سمت خود جذب کرده و از حرکت آن‌ها در مدار خارجی جلوگیری می‌کند. در نیم‌سلول کاتدی نیز به مرور زمان غلظت کاتیون‌های موجود در محلول کاهش پیدا کرده و از تعداد آن‌ها کاسته می‌شود. با ادامه این فرایند، تعداد آنیون‌های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. تجمع بار منفی در نیم‌سلول آندی، از تمایل این نیم‌سلول به جذب الکترون‌ها کاسته و از حرکت آن‌ها در مدار خارجی جلوگیری می‌کند. در این موقعیت، دیواره متخلخل وارد میدان شده و مانع قطع شدن جریان الکتریکی در مدار خارجی می‌شود. وظایف دیواره متخلخل عبارت هستند از:

۱- جلوگیری از مخلوط شدن سریع و مستقیم الکترولیت‌ها
۲- ایجاد توازن بار الکتریکی بین نیم‌سلول‌ها





در واقع، دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی کردن بار الکتریکی آن‌ها می‌شود.

«د»: با تغییر در هریک از اجزای موجود در سلول گالوانی، ولتاژ خروجی از سلول مورد نظر دچار تغییر می‌شود. برای مثال، اگر غلظت کاتیون در محلول‌های آندی و کاتدی تغییر کند و یا جنس تیغه‌های آندی و کاتدی دچار تغییر شود و یا دمای محیط افزایش یا کاهش پیدا کند، مقدار ولتاژ خروجی از سلول مورد نظر نیز دچار تغییر می‌شود. توجه داریم که تغییر جرم تیغه‌های آندی و کاتدی، تأثیری روی ساختار کلی سلول نداشته و مقدار نیروی الکتروموتوری سلول مورد نظر را دچار تغییر نمی‌کند.

«ه»: کاتد، الکتروود یا تیغه‌ای است که نیم‌واکنش کاهش (نیم‌واکنش مصرف الکترون) در مجاورت آن اتفاق می‌افتد. از آن‌جا که در مجاورت کاتد یک سلول گالوانی نیم‌واکنش کاهش انجام شده و اتم‌های فلزی حاصل از این فرایند به تیغه کاتدی می‌چسبند، به مرور زمان جرم تیغه کاتدی افزایش پیدا کرده و به اصطلاح، این تیغه چاق‌تر می‌شود. در مجاورت با کاتد سلول منیزیم-مس نیز هر کاتیون مس، ۲ الکترون گرفته و اتم مس تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

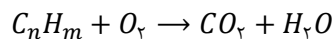
۱۰۰- در کدام یک از هیدروکربن‌های زیر به ازای تولید هر مول کربن دی‌اکسید در واکنش سوختن، شمار الکترون بیشتری بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود؟

- ۱) هگزان ۲) بنزن ۳) بوتن ۴) پنتین

(سخت - مفهومی - مسئله - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش موازنه نشده سوختن هیدروکربن‌ها به صورت زیر است:



در این فرایند اتم‌های کربن اکسایش یافته و اتم‌های اکسیژن کاهش می‌یابند. بر این اساس، می‌توان گفت تغییر عدد اکسایش کربن برابر مقدار الکترون مبادله شده بین این دو گونه است. پس از مشخص کردن تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در هر گزینه، مقدار الکترون مبادله شده را در تولید یک مول کربن دی‌اکسید به دست می‌آوریم. دقت داریم که عدد اکسایش کربن در ساختار فرآورده، برابر +۴ است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در هگزان (C_6H_{14}) برابر -۱۴ است و به ازای سوختن هر مول از آن ۶ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس تغییر عدد اکسایش ۶ اتم کربن برابر $38 = (-14) - (4 \times 6)$ واحد است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 1 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{14}}{6 \text{ mol } CO_2} \times \frac{38 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } C_6H_{14}} \approx 6/3 \text{ mol}$$

۲) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در بنزن (C_6H_6) برابر -۶ است و به ازای سوختن هر مول از آن ۶ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس تغییر عدد اکسایش ۶ اتم کربن برابر $30 = (-6) - (4 \times 6)$ واحد است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 1 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_6}{6 \text{ mol } CO_2} \times \frac{30 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } C_6H_6} = 5 \text{ mol}$$

۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در بوتن (C_4H_8) برابر -۸ است و به ازای سوختن هر مول از آن ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس تغییر عدد اکسایش ۴ اتم کربن برابر $24 = (-8) - (4 \times 4)$ واحد است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 1 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_8}{4 \text{ mol } CO_2} \times \frac{24 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } C_4H_8} = 6 \text{ mol}$$

۴) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در پنتین (C_5H_8) برابر -۸ است و به ازای سوختن هر مول از آن ۵ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس تغییر عدد اکسایش ۵ اتم کربن برابر $28 = (-8) - (4 \times 5)$ واحد است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 1 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_5H_8}{5 \text{ mol } CO_2} \times \frac{28 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } C_5H_8} = 5/6 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، شمار الکترون‌های مبادله شده میان اکسند و کاهنده به ازای تولید یک مول کربن دی‌اکسید، در سوختن هگزان بیشتر از سایر مواد مطرح شده است. برای حل این سؤال، راه‌حل سریع‌تری هم وجود دارد! با توجه به آن که عدد اکسایش کربن در کربن دی‌اکسید برابر +۴ است، هر چه عدد اکسایش کربن در ترکیب مورد نظر پایین‌تر، مقدار تفاوت عدد اکسایش اتم کربن در این ترکیب و کربن دی‌اکسید بیشتر خواهد بود و در واکنش سوختن، الکترون بیشتری مبادله می‌گردد. در میان این مواد میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در هگزان ($\frac{-14}{6}$)، منفی‌تر از بنزن (-۱)، بوتن (-۲) و پنتین ($\frac{-8}{5}$) است، پس بیشترین میزان تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن، در هگزان رخ داده است.

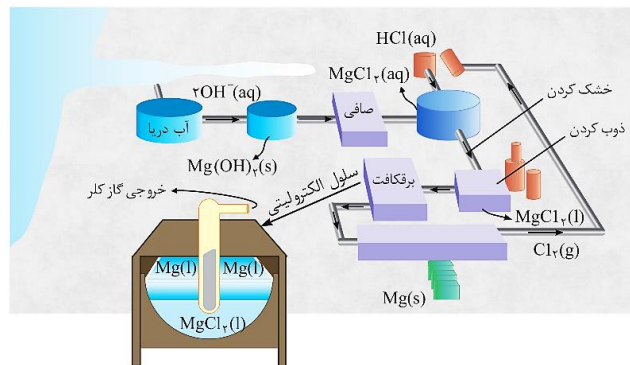
گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فرایند استخراج منیزیم از آب دریا و سلول الکتروشیمیایی به کاررفته در آن درست است؟

- الکترولیت مورد استفاده در سلول الکتروشیمیایی آن، محلول آبی از یک ترکیب دوتایی منیزیم است.
- در سلول آن، منیزیم تولیدشده به علت چگالی بیشتر نسبت به الکترولیت، در پایین الکترولیت قرار می‌گیرد.
- در این فرایند، ابتدا به محلول حاوی یون منیزیم، یک محلول بازی و سپس یک محلول اسیدی اضافه می‌شود.
- در سلول الکتروشیمیایی آن، الکتروود مثبت در اطراف الکترولیت و الکتروود منفی درون الکترولیت قرار دارد.

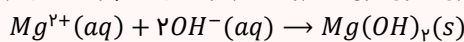


شکل زیر فرایند استخراج منیزیم از آب دریا را نشان می‌دهد:

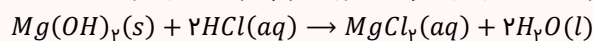


آب دریا، یک منبع غنی از فلز منیزیم است. استخراج فلز منیزیم از آب دریا به کمک چند واکنش شیمیایی و فیزیکی انجام می‌شود:

۱- ابتدا یون منیزیم موجود در آب دریا را به کمک محلول بازی حاوی یون هیدروکسید رسوب می‌دهیم و با صافی از محلول جدا می‌کنیم:

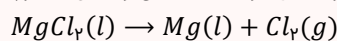


۲- سپس منیزیم هیدروکسید را در محلول هیدروکلریک اسید حل می‌کنیم تا محلول منیزیم کلرید حاصل شود:



۳- محلول منیزیم کلرید را خشک کرده و سپس نمک مانده را ذوب می‌کنیم تا الکترولیت مورد نیاز برای سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب، به دست آید.

۴- در نهایت با برقکافت منیزیم کلرید مذاب، فلز منیزیم و گاز کلر تولید می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:



در این فرایند ابتدا به آب دریا که حاوی یون منیزیم است، محلولی بازی حاوی یون‌های هیدروکسید اضافه می‌شود تا رسوب منیزیم هیدروکسید تولید شود. سپس به این ماده، محلول اسید قوی HCl اضافه می‌شود تا ماده مورد استفاده در سلول برقکافت، یعنی منیزیم کلرید ایجاد شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱- سلول الکترولیتی به کاررفته در این فرایند، سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب است. پس الکترولیت آن، منیزیم کلرید به صورت مذاب می‌باشد. در سلول‌های الکترولیتی، الکترولیت می‌تواند محلول یک نمک در آب یا خود همان نمک در حالت مایع (مذاب) باشد.
- ۲- همان‌طور که در شکل نشان داده شده مشخص است، در سلول الکترولیتی، منیزیم مذاب (مایع) تولید شده بر روی سطح الکترولیت مذاب (منیزیم کلرید) قرار می‌گیرد که به علت چگالی بیشتر منیزیم کلرید مذاب نسبت به منیزیم مایع است.
- ۴- با توجه به شکل نشان داده شده، الکترودی که در مجاورت آن یون کلرید اکسایش یافته و به گاز کلر تبدیل می‌شود، درون الکترولیت قرار دارد. یون کلرید در آنند (قطب مثبت در سلول‌های الکترولیتی مانند برقکافت) اکسایش می‌یابد؛ بنابراین الکترود درون الکترولیت، قطب مثبت بوده و الکترودی که اطراف الکترولیت را می‌گیرد، قطب منفی است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- شعاع چند درصد از عناصر موجود در تناوب سوم جدول دوره‌ای، هنگام تبدیل شدن به یون پایدار، افزایش پیدا می‌کند؟

۲۵ (۱) ۳۷/۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۲/۵ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

عناصر نافلز، در واکنش با فلزها، یک یا چند الکترون به دست آورده و شعاع آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. این در حالی است که عناصر فلزی، در واکنش با نافلزها، یک یا چند الکترون از دست داده و شعاع آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. تصویر زیر، نمایی از عناصر موجود در تناوب سوم را نشان می‌دهد:

11 Na Sodium 22.99	12 Mg Magnesium 24.31	13 Al Aluminum 26.98	14 Si Silicon 28.09	15 P Phosphorus 30.97	16 S Sulfur 32.06	17 Cl Chlorine 35.45	18 Ar Argon 39.95
-----------------------------	--------------------------------	-------------------------------	------------------------------	--------------------------------	----------------------------	-------------------------------	----------------------------

از میان ۸ عنصر موجود در تناوب سوم، ۳ عنصر (معادل با ۳۷/۵ درصد از کل عناصر) نافلزی فسفر، گوگرد و کلر، توانایی گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون را داشته و در واکنش با عناصر فلزی شعاع آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم که آرگون نیز نوعی نافلز است، اما چون تمایلی به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون ندارد، به طور معمول دچار تغییر شعاع نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- ۱) ماده‌ای که در دما و شرایط اتاق، به حالت فیزیکی مایع قرار دارد، می‌تواند جزو مواد کووالانسی باشد.
- ۲) ترکیبی که در ساختار آن هیچ اتم فلزی وجود ندارد، نمی‌تواند رسانای جریان الکتریکی در آب باشد.
- ۳) بین دو عنصر اول گروه ۱۴، عنصری با شعاع اتمی بیشتر، اکسیدی با استحکام بالاتر در حالت جامد دارد.
- ۴) آرایش الکترونی یونی با بیشترین چگالی بار در بین عناصر تناوب سوم جدول دوره‌ای، به آرایش الکترونی آرگون می‌رسد.



(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

دو عنصر اول گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، به ترتیب معادل با کربن و سیلیسیم هستند؛ به طوری که شعاع اتمی سیلیسیم بیشتر از کربن است. اکسید سیلیسیم، سیلیسیم دی‌اکسید بوده و سیلیس نام دارد؛ در حالی که اکسیدهای کربن می‌توانند کربن دی‌اکسید یا کربن مونوکسید باشند. سیلیس با فرمول شیمیایی SiO_2 ، جامدی کووالانسی بوده و نسبت به مواد مولکولی مانند CO_2 و CO ، استحکام بسیار بالاتری دارد. در ساختار این ماده، همه اتم‌ها توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند.

سیلیس

سیلیسیم دی‌اکسید یا سیلیس (SiO_2)، فراوان‌ترین اکسید موجود در خاک رس و پوسته جامد زمین (نه کل کره زمین) بوده و باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی و نقشکندهای روی آن‌ها می‌شود. کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است. سیلیس، جزو جامدهای کووالانسی بوده و در ساختار میکروسکوپی آن، حلقه‌های چند ضلعی یافت می‌شود. در ساختار سیلیس، همه اتم‌ها پیوند اشتراکی داده‌اند. سیلیس، شبکه‌ای گسترده از اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن بوده و فاقد مولکول‌های مجزا و مستقل است؛ به طوری که در ساختار آن پل‌های متعددی از $Si-O-Si$ وجود دارد. نقطه جوش سیلیس برخلاف جامدهای مولکولی زیاد است، چون برای ذوب این ماده باید پیوندهای اشتراکی موجود بین اتم‌ها شکسته شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

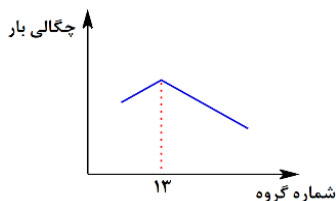
۱ به طور کلی، همه موادی که در دمای اتاق به حالت گاز یا مایع باشند، جزو مواد مولکولی دسته‌بندی می‌شوند. البته فلز جیوه در دمای اتاق، به حالت مایع بوده و جزو مواد فلزی است. مواد کووالانسی مانند سیلیس، الماس، گرافیت، سیلیسیم کربید و سیلیسیم، همگی از جمله مواد دیرگداز بوده و در دمای اتاق به حالت جامد هستند.

حالت فیزیکی مواد

مواد مولکولی از واحدهای مجزایی به نام مولکول تشکیل شده‌اند. این مواد در دمای اتاق می‌توانند به حالت گاز (مثل اتان، اتن، اتین و هیدروژن کلرید)، مایع (مثل هگزان و آب) و جامد (مثل یخ و نفتالین و پلی‌اتن) باشند؛ در حالی که ترکیب‌های یونی و ترکیب‌های کووالانسی در دمای اتاق فقط به حالت جامد دیده می‌شوند. فلزها نیز اغلب به حالت جامد دیده می‌شود. جیوه، تنها عنصر فلزی است که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود.

۲ در ساختار برخی از ترکیب‌های یونی چندتایی مانند آمونیوم نیترات، هیچ اتم فلزی یافت نمی‌شود. آمونیوم نیترات، می‌تواند در آب حل شود و با تشکیل یون‌های آبپوشیده NH_4^+ و NO_3^- ، رسانای جریان الکتریکی باشد. همانطور که می‌دانیم به فلزها و گرافیت، رسانای الکترونی و به ترکیب‌های یونی محلول در آب، رسانای یونی گفته می‌شود.

۴ از میان عناصر دوره سوم جدول دوره‌ای، امکان تشکیل یون‌های Na^+ ، Mg^{2+} ، Al^{3+} ، P^{3-} ، S^{2-} و Cl^- وجود دارد. چگالی بار یک یون با مقدار بار یون رابطه مستقیم و با شعاع یون، رابطه عکس دارد. چگالی بار در کاتیون‌های موجود در دوره سوم جدول تناوبی، از چپ به راست افزایش می‌یابد و چگالی بار آنیون‌ها نیز از چپ به راست، کاهش می‌یابد. بیشترین چگالی بار در دوره سوم جدول تناوبی، مربوط به یون آلومینیم (Al^{3+}) است؛ زیرا این یون بار بیشتر و شعاع کمتری نسبت به سایر یون‌ها دارد. نمودار روبه‌رو، مقایسه کلی چگالی بار یون‌های حاصل از عناصر تناوب سوم را بر حسب شماره گروه آن‌ها نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۱۰۴- در جدول زیر، جرم هر یک از مواد موجود در تعادل با معادله موازنه‌نشده $HCl(g) + O_2(g) \rightleftharpoons H_2O(l) + Cl_2(g)$ نشان داده شده است. حجم ظرف واکنش برابر با چند لیتر است؟ (مقدار عددی ثابت تعادل واکنش برابر ۴/۵ است.)

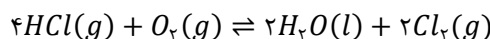
($H = 1, O = 16, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$)

ماده	HCl	O_2	H_2O	Cl_2
جرم (g)	۲۹۲	۴۸	۵۴	۲۸۴
	۱۹۲ (۴)	۹۶ (۳)		۴۸ (۲)

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده این تعادل به صورت زیر است:



توجه داریم که H_2O تولید شده در این واکنش، حالت مایع داشته و در رابطه ثابت تعادل، مقدار غلظت آن را ذکر نمی‌کنیم. ابتدا مقدار مواد گازی موجود در تعادل را حساب می‌کنیم:

$$? mol HCl = 292 g HCl \times \frac{1 mol HCl}{36.5 g HCl} = 8 mol$$

$$? mol O_2 = 48 g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} = 1.5 mol$$

$$? mol Cl_2 = 284 g Cl_2 \times \frac{1 mol Cl_2}{71 g Cl_2} = 4 mol$$

از ثابت تعادل این واکنش داریم:

$$K = \frac{(n_{Cl_2})^2}{(n_{HCl})^4 \times n_{O_2}} \times V^{\Delta-2} = \frac{(n_{Cl_2})^2}{(n_{HCl})^4 \times n_{O_2}} \times V^3 \Rightarrow 4/5 = \frac{(4)^2}{16 \times 1.5} \times V^3 \Rightarrow V^3 = \frac{9}{2} \times \frac{1^{12} \times 1/5}{2^4} = 9 \times 3 \times 2^6$$

$$\Rightarrow V = 3 \times 2^2 = 12 L$$

پس حجم ظرف این تعادل برابر با ۱۲ لیتر است.





۱۰۵- با توجه به جدول زیر که به غلظت تعادلی مواد در واکنش $2O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ در یک ظرف دربسته مربوط است، کدام عبارت داده شده درست است؟

ماده	O_2	O_3
غلظت ($mol \cdot L^{-1}$)	۲	۴

(۱) مقدار ثابت تعادل آن برابر ۲ مول بر لیتر است.

(۲) با اضافه کردن یک مول اوزون به ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

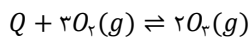
(۳) از تغییر فشار گازها، نمی‌توان برای جابه‌جایی این تعادل شیمیایی استفاده کرد.

(۴) با اضافه کردن یک مول اکسیژن به ظرف، تعادل به سمت انجام واکنش گرماگیر می‌رود.

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش تعادلی به صورت زیر است:



اکسیژن پایدارتر از اوزون است. پس واکنش رفت در تعادل بالا گرماگیر و واکنش برگشت گرماده می‌باشد. با اضافه کردن اکسیژن به این تعادل، غلظت گاز اکسیژن در ظرف مورد نظر افزایش یافته و بر اساس اصل لوشاتلیه، تعادل برای جبران این تغییر به سمت واکنش مصرف آن یعنی واکنش رفت که گرماگیر است، پیش خواهد رفت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واحد (یکا) ثابت تعادل در واکنش‌های تعادلی از رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$\left(\frac{mol}{L}\right)^{\Delta n}$$

مجموع ضریب واکنش‌دهنده‌های محلول و گازی - مجموع ضریب فراورده‌های محلول و گازی = Δn

در این واکنش، یکای ثابت تعادل معادل با لیتر بر مول ($\frac{L}{mol}$) خواهد بود. مقدار ثابت تعادل این واکنش، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{[O_3]^2}{[O_2]^2} \Rightarrow K = \frac{4^2}{2^2} = \frac{16}{4} = 4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۲) تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل واکنش‌های شیمیایی، دمای سامانه واکنش است و هیچ تغییر دیگری نمی‌تواند مقدار ثابت تعادل را تغییر دهد. به عنوان مثال، با افزایش غلظت اوزون در این تعادل، کاهش غلظت اوزون در ادامه و افزایش غلظت اکسیژن به گونه‌ای خواهد بود که در تعادل جدید نیز ثابت تعادل برابر ۲ لیتر بر مول شود.

۳) از تغییر فشار و حجم، تنها در واکنش‌هایی می‌توان برای برهم‌زدن تعادل استفاده کرد که مجموع ضریب گازها در دو سوی معادله واکنش برابر نباشد. در این حالت، با افزایش فشار و یا کاهش حجم ظرف، واکنش در جهت تولید شمار گازهای کمتر پیش می‌رود. در این واکنش ضریب گازها در فراورده ۲ و در واکنش‌دهنده نیز برابر با ۳ است. بر این اساس، می‌توان گفت افزایش فشار، این تعادل را به سمت تولید فراورده یعنی گاز اوزون جابه‌جا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

