گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه‌ساز کنکور سراسری

دفترچه شماره ۱

جمعه ۱۳ تیرماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- در یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت با $2n$ جمله، مجموع کل جملات، پنج برابر مجموع جملات با ردیف زوج است. اگر جمله دوم برابر $\frac{3}{4}$ باشد، جملهٔ اول دنباله، چند برابر قدرنسبت آن است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۲- اگر $4^{2m+1} = \sqrt[3]{3-\sqrt{5}}\sqrt[6]{7+3\sqrt{5}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $-\frac{5}{12}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $-\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{3}{8}$

۳- اگر جدول تعیین علامت $P(x)=(2x-1)(x^2-2x+a)$ به صورت مقابل باشد، $a-b+c$ کدام است؟

x		b		c	
P	−	۰	−	۰	+

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

۴- فرض کنید $f(x)=mx^2-4x+2$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح m، معادلهٔ $f(2x-1)$ دارای دو ریشهٔ مختلف‌العلامت است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۵- تابع $y=x-f(1-2x)$ خطی $f(x)=(ax+1)(x-2)+2x^2$ با دامنهٔ $[-2,3]$ است. برد تابع شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۴ ۳) ۲۸ ۴) ۵۶

۶- اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\sqrt{x+1}+6\sqrt[4]{x+1}=16$ باشد، مقدار $\alpha+\frac{15}{\alpha}$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۶

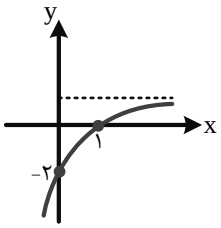
۷- نقاط $A(0,1)$ و $C(-2,0)$ دو رأس غیر مجاور مربع $ABCD$ هستند. کدام نقطه زیر، یکی از رأس‌های B یا D از این مربع است؟

۱) $(-2,\frac{5}{2})$ ۲) $(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ ۳) $(-\frac{5}{4},-\frac{1}{4})$ ۴) $(-\frac{3}{4},\frac{5}{4})$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=۲+a.۲^{mx+n}$ است. حاصل $f(m)$ کدام است؟



۱) -۱۰
۲) -۱۴
۳) -۸
۴) -۶

۹- با فرض آن‌که $f(x)=\sqrt{۲-۳x}$ و $g(x)=\sqrt{۳x-۲}$، هرگاه دو تابع $y=f(۳-۲x)$ و $y=g(ax+b)$ برابر هم باشند، مقدار $f(\frac{b}{a})$ کدام است؟

۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۱۰- اگر $f^{-۱}(x)=x+\sqrt{x+۱}$ و $fog(x)=\frac{۲x}{x+۱}$ باشند، $g^{-۱}(۵)$ کدام است؟

۱) ۳
۲) -۳
۳) ۱
۴) -۱

۱۱- نقطهٔ $A(۲,a)$ روی نمودار تابع $g(x)=۲f(x-۱)+۳$، متناظر با نقطهٔ $A'(b,۴)$ روی نمودار تابع $h(x)=-f(۲x+۳)+۱$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) -۵
۲) -۴
۳) -۷
۴) -۸

۱۲- حاصل $P=۴\sin^{۲}x+۲(\sqrt{۳}\sin x-\cos x)^{۲}$ به ازای $x=\frac{\pi}{۱۲}$ چقدر است؟

۱) $۶-۳\sqrt{۳}$
۲) $۴+۲\sqrt{۳}$
۳) $۴-\sqrt{۳}$
۴) $۶+\sqrt{۳}$

۱۳- نمودار تابع $f(x)=a+b\cos(\frac{۴x}{b}+\frac{\pi}{۳})$ با دورهٔ تناوب π، از مبدأ مختصات عبور می‌کند. مجموع مقادیر ممکن برای $f(\frac{\pi}{۶})$ کدام است؟

۱) صفر
۲) -۱
۳) ۲
۴) -۳

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴- معادلهٔ $\frac{۱}{\sin ۲x}+\frac{۱}{\cos ۴x}=۰$ در بازهٔ $(\alpha,۲\pi)$ سه جواب دارد. حداقل α کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۱۱\pi}{۱۲}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{\pi}{۴}$

۱۵- اگر $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{۳b-a[-x]}{a+۳x}=-\infty$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{۱}{۲}}\left[۳x+\frac{x}{b}\right]$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) صفر

۱۶- اگر $A(-۱,۳)$ تنها نقطهٔ برخورد مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x)=\frac{۳x^۲+۶x}{ax^۲+bx+c}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) -۴

۱۷- اگر خط $y=۲x+۱$ در نقطه $x=۲$ بر منحنی $y=f(x)$ مماس باشد، حاصل مشتق تابع $g(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲x}}f(\sqrt{x})$ در نقطهٔ $x=۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

۱۸- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=(mx-۱)(x^۲+۱)^۳$ در بازهٔ $[۰,۱]$ برابر ۹ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای f در نقطهٔ $x=-۱$ چقدر است؟

۱) ۸۸ ۲) ۵۲ ۳) ۴۵ ۴) ۴۸

۱۹- اگر مقدار مینیمم نسبی تابع $f(x)=ax(x^۲+۳x-۹)+۱$ برابر -۹ باشد، عرض نقطه عطف آن کدام است؟ $(a>۰)$

۱) ۶ ۲) -۱ ۳) ۲۳ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰- بیشترین مقدار تابع $f(x)=x^3-3x^2+k$ در بازهٔ $[-1,3]$، سه برابر کمترین مقدار آن است. فاصلهٔ نقطهٔ ماکزیمم نسبی این تابع از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۴ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۶ ۴) $4\sqrt{2}$

۲۱- کدام گزاره با T (گزاره همواره درست) هم‌ارز نیست؟

۱) $(p\wedge q)\Rightarrow(p\vee q)$ ۲) $p\Leftrightarrow((p\vee q)\wedge p)$

۳) $(p\vee q)\Leftrightarrow(p\vee(\sim p\wedge q))$ ۴) $[(p\Rightarrow q)\wedge(\sim q)]\vee\sim p$

۲۲- در یک اجتماع ۷ نفر دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم و ۴ نفر پایهٔ یازدهم وجود دارد. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از این ۱۱ نفر انتخاب کرد به شرطی که در افراد منتخب حداقل دو دانش‌آموز از پایهٔ یازدهم باشد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۵۰۴ ۳) ۳۰۱ ۴) ۴۳۰

۲۳- یک تیم والیبال ۱۴ بازیکن دارد که قدهای همه با یکدیگر متفاوت است. ۴ نفر را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. بین آن‌ها یکی از ۳ نفر دیگر بلندتر است. احتمال آن‌که این شخص بلندترین عضو تیم باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{14}$ ۳) $\frac{4}{14}$ ۴) $\frac{1}{11}$

۲۴- کیسه A شامل ۳ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، کیسه B شامل ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه و کیسه C شامل ۱ مهره سیاه است. از کیسه A، ۲ مهره و از کیسهٔ B، ۱ مهره به تصادف انتخاب کرده و در کیسه C می‌ریزیم. حال از کیسهٔ C مهره‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این مهره سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{4}{12}$ ۲) $\frac{7}{12}$ ۳) $\frac{5}{12}$ ۴) $\frac{3}{12}$

۲۵- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{5}\simeq 2/2)$

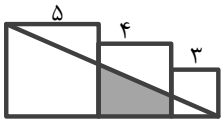
۵۰,۵۹,۵۷,۳۹,۴۶,۴۲,۳۷,۳۲,۵۶,۵۴

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

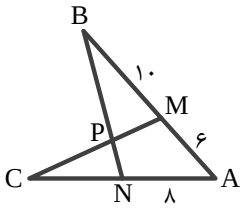
۲۶- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵، کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. مساحت ناحیهٔ رنگی چقدر است؟



آزمون وی ای پی

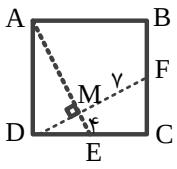
۱) $\frac{۱۷}{۳}$
۲) $\frac{۱۹}{۳}$
۳) $\frac{۲۱}{۳}$
۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۲۷- در شکل زیر، اگر $\hat{B}=\hat{C}$ باشد، نسبت مساحت مثلث BMP به مساحت مثلث CNP کدام است؟



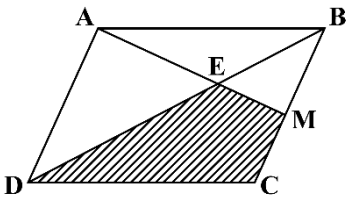
۱) ۴
۲) $\frac{۲۵}{۹}$
۳) $\frac{۱۶}{۹}$
۴) $\frac{۲۵}{۴}$

۲۸- مساحت مربع شکل مقابل چقدر است؟



۱) ۱۱۷
۲) ۱۰۸
۳) ۸۱
۴) ۱۰۰

۲۹- در شکل زیر، اگر نقطهٔ M وسط ضلع BC باشد، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است؟

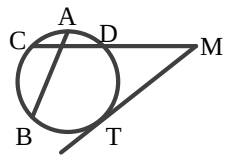


۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۱۱}{۲۴}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- وتر AB به طول ۲۰ توسط وتر CD به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، اگر CD توسط AB به دو قسمت مساوی تقسیم و اندازه مماس MT برابر با ۸ باشد، MD کدام است؟



۱) ۷
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

۳۱- دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۵ از خط d قرار دارند. اگر نقطهٔ B' بازتاب یافتهٔ B نسبت به خط d و $AB'=BB'$، آن‌گاه فاصلهٔ B' از AB چقدر است؟

۱) ۱۰ ۲) $۲\sqrt{۲۱}$ ۳) ۹ ۴) $۳\sqrt{۱۰}$

۳۲- در مثلث ABC، اگر $AB=۹$، $AC=۱۲$ و $BC=۱۴$ باشد، طول نیم‌ساز وارد بر ضلع BC کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $۲\sqrt{۱۵}$ ۳) $۷\sqrt{۲}$ ۴) $۸\sqrt{۳}$

۳۳- اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$ و $AB+۲I=A$ باشد، جمع درایه‌های سطر اول ماتریس $۱۳A^{-۱}(B^{-۱}+A^{-۱})^{-۱}B^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) -۴ ۴) ۳

۳۴- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$، آن‌گاه درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس $A^{۱۰۰}$ چقدر است؟

۱) $-۲^{۱۰۰}$ ۲) $۲^{۱۰۰}$ ۳) $۲^{۹۹}$ ۴) $-۲^{۹۹}$

۳۵- دایرهٔ $C: x^۲+y^۲-۲x+۸y=m$ بر خط $d: ۳x-۴y=۴$ وتری به طول ۸ ایجاد می‌کند. این دایره محور xها را در در دو نقطه A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۳۶- اگر $۳|\vec{b}|=۲|\vec{a}|=۶$ و $\vec{a}.\vec{b}=\frac{۱۸}{۵}$ باشد، مساحت مثلثی که روی دو بردار $۳\vec{a}$ و $۲\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۴/۴ ۴) ۱۴/۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

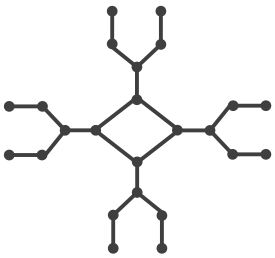
۳۷- اگر عدد صحیح a در تقسیم بر اعداد ۲۴ و ۲۱ به ترتیب باقی‌مانده‌های ۱۹ و ۷ داشته باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۵۶ کدام رقم دهگان را دارد؟ آزمون وی ای پی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۸- معادلهٔ $27x+39y=1002$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۹- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۴۰- معادلهٔ $x_1^3+x_2+x_3=8$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه‌ساز کنکور سراسری

دفترچه شماره ۲

جمعه ۱۳ تیرماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

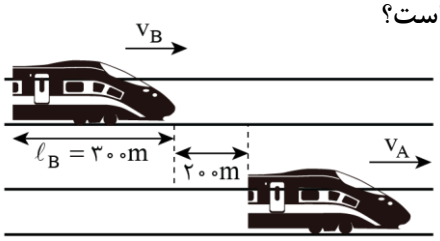
برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=t^3-2t^2+3t-14$ است. بزرگی اختلاف اندازهٔ سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم و ۲ ثانیهٔ سوم حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۴۲- مطابق شکل، قطارهای A و B که در فاصلهٔ ۲۰۰ متری از هم قرار دارند، در لحظهٔ $t=0$ به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $12\frac{m}{s}$ و $20\frac{m}{s}$، هم‌زمان به سمت راست شروع به حرکت می‌کنند. اگر پس از گذشت مدت‌زمان ۲ دقیقه، قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت بگیرد، در این صورت طول قطار A چند متر است؟

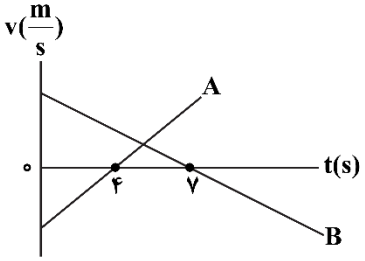


۱) ۴۶۰
۲) ۹۶۰
۳) ۷۶۰
۴) ۶۰۰

۴۳- گلولهٔ کوچکی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم. اگر گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود، ۶ برابر دو ثانیهٔ اول حرکتش جابه‌جا شده باشد، تندی برخورد گلوله با سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

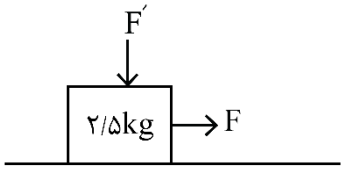
۱) ۴۵ ۲) ۷۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

۴۴- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک A، ۲ برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد و هر دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده باشند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو متحرک دوباره از کنار هم عبور می‌کنند؟



۱) ۵
۲) ۷
۳) ۱۰
۴) ۲۰

۴۵- در شکل زیر، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰/۴ بوده و جسم با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ درحال حرکت است. نیروی F' را چند نیوتون افزایش دهیم تا جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و بزرگی F' در ابتدا برابر بزرگی F بوده است.)

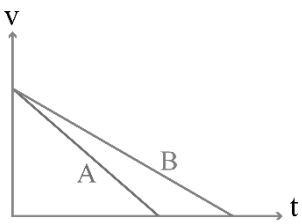


۱) ۱۲/۵
۲) ۲۵
۳) ۳۷/۵
۴) ۶۲/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶- دو جسم A و B را روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم تا تحت تأثیر نیروی اصطکاک متوقف شوند. اگر نمودار سرعت - زمان دو جسم تا لحظهٔ توقف مطابق شکل زیر باشد، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟آزمو ن وی ای پی



۱) نیروی اصطکاک وارد بر جسم A بزرگ‌تر از نیروی اصطکاک وارد بر جسم B است.

۲) نیروی اصطکاک وارد بر جسم A کوچک‌تر از نیروی اصطکاک وارد بر جسم B است.

۳) ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم A و سطح، بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم B و سطح است.

۴) ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم A و سطح، کوچک‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم B و سطح است.

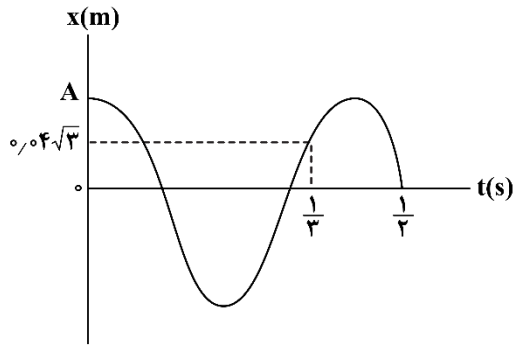
۴۷- معادلهٔ تکانه ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $p = 2t^2 - 4t + 6$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ چند نیوتون است؟

۱) $8\vec{i}$ ۲) $-8\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $-4\vec{i}$

۴۸- ماهوارهٔ A در فاصلهٔ $0/5R_e$ از سطح زمین و ماهوارهٔ B در فاصلهٔ $5R_e$ از سطح زمین، تحت تأثیر نیروی گرانش زمین درحال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین هستند. به‌ترتیب از راست به چپ، تندی حرکت و دورهٔ ماهوارهٔ A، چند برابر تندی حرکت و دورهٔ ماهوارهٔ B است؟

۱) $\frac{1}{8}$ و ۲ ۲) $\frac{1}{8}$ و ۴ ۳) $\frac{1}{2}$ و ۲ ۴) $\frac{1}{2}$ و ۴

۴۹- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند واحد SI است؟



۱) π^2

۲) $\sqrt{3}\pi^2$

۳) $2\pi^2$

۴) $2\sqrt{3}\pi^2$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- جسمی به جرم ۲۰۰g به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در فنر ۰/۹mJ باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر ۲۵ درصد بیش‌تر از انرژی جنبشی آن است، اندازهٔ سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) $۴\sqrt{۱۰}$

۵۱- فنری به جرم ۰/۶۰kg و طول ۴m را با نیروی ۱/۳۵N می‌کشیم. سر آزاد فنر را با بسامد چند هرتز تکان دهیم تا طول موج ایجادشده در فنر ۲۵cm شود؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۲۴

۵۲- شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را بدون مقیاس نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

T	S	فروسرخ	مرئی	P	پرتوهای x	پرتوهای γ

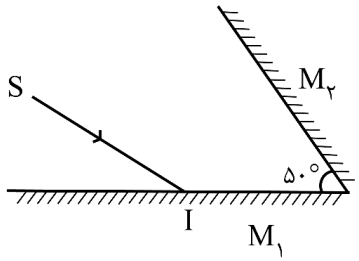
۱) اگر در طول طیف از چپ به راست حرکت کنیم طول موج افزایش می‌یابد.

۲) تندی تمامی این موج‌ها در خلأ باهم برابر بوده و از رابطهٔ $c=(\mu_۰\varepsilon_۰)^{-\frac{۱}{۲}}$ به‌دست می‌آید.

۳) ناحیهٔ S مربوط به میکروموج است.

۴) بسامد قسمت T بزرگ‌تر از بسامد قسمت P است.

۵۳- در شکل زیر، پرتوی SI با زاویهٔ تابش چند درجه به آینهٔ $M_۱$ بتابد تا پس از ۴ بازتاب از آینه‌ها، از مجموعه خارج شود؟



۱) بزرگ‌تر از ۶۰°

۲) بزرگ‌تر از ۳۰°

۳) کوچک‌تر از ۶۰°

۴) کوچک‌تر از ۳۰°

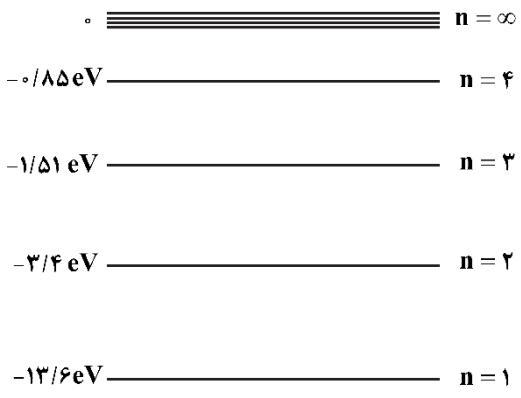
۵۴- نور فرابنفشی با طول موج ۲۰۰nm بر سطح تیغه‌ای از جنس نیکل با تابع کار ۵/۷۵eV تابیده می‌شود. بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح نیکل چند متر بر ثانیه است؟ ($hc=۱۲۴۰eV.nm$ ، $e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ و جرم الکترون را $۹\times۱۰^{-۳۱}kg$ درنظر بگیرید.)

۱) ۴×۱۰^{۵} ۲) ۴×۱۰^{۴} ۳) ۱۶×۱۰^{۱۰} ۴) ۱۶×۱۰^{۹}

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- با توجه به ترازهای انرژی الکترون اتم هیدروژن که در شکل نشان داده شده است، کدام گذار می‌تواند به گسیل فوتونی با بسامد ۶۸۰THz منجر شود؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$ ، $h=6\times10^{-34}J.s$)آزمون وی ای پی



۱) $n_4 \rightarrow n_2$

۲) $n_3 \rightarrow n_2$

۳) $n_3 \rightarrow n_1$

۴) $n_2 \rightarrow n_1$

۵۶- در مورد نیروی هسته‌ای و پایداری هسته، چند مورد درست می‌باشد؟

الف: نیروی هسته‌ای در ابعاد چند آنگستروم ($1\mathring{A}=10^{-10}m$)اثر می‌کند.

ب: هستهٔ پایدار با بیش‌ترین پروتون، متعلق به $^{235}_{92}U$ است.

پ: نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون ($\frac{N}{Z}$)برای هسته‌های پایدار مختلف، ثابت است.

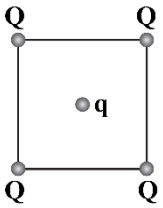
ت: نیروی هسته‌ای بین دو نوترون از نیروی هسته‌ای بین دو پروتون، به‌خاطر نیروی الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها، بیش‌تر می‌باشد و به‌خاطر همین هسته می‌تواند پایدار باشد.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۷- سرب $^{207}_{82}Pb$ را می‌توان از طریق فرایند واپاشی α یا واپاشی β^- به‌دست آورد. نسبت تعداد نوترون‌ها در هستهٔ مادر، در واپاشی α چند برابر واپاشی β^- است؟

۱) $\frac{126}{127}$ ۲) $\frac{128}{127}$ ۳) $\frac{127}{126}$ ۴) $\frac{127}{128}$

۵۸- چهار بار، مطابق شکل زیر روی رئوس یک مربع به ضلع a قرار دارند. اگر بار q را در مرکز مربع قرار دهیم، همهٔ بارها درحال تعادل قرار می‌گیرند. بار q برحسب بار Q چقدر است؟



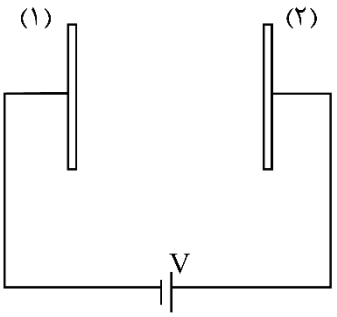
۱) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}Q$ ۲) $-\frac{2\sqrt{2}+1}{2}Q$

۳) $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}Q$ ۴) $-\frac{2\sqrt{2}+1}{4}Q$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی V چند ولت باشد تا اگر یک ذرهٔ آلفا با تندی $۸\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ از صفحهٔ (۱) به سمت صفحهٔ (۲) پرتاب شود، به صفحهٔ (۲) نرسد؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر کنید و بار و جرم ذرهٔ آلفا را به‌ترتیب $۳/۲\times۱۰^{-۱۹}C$ و $۶/۷\times۱۰^{-۲۷}kg$ فرض کنید.)



۱) بزرگ‌تر از ۶۷ ولت

۲) کوچک‌تر از ۶۷ ولت

۳) بزرگ‌تر از ۳۲ ولت

۴) کوچک‌تر از ۳۲ ولت

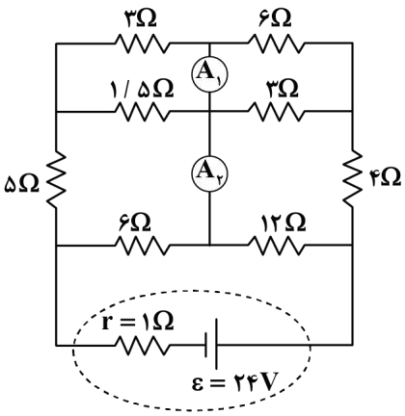
۶۰- یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت $۱۰۰cm^{۲}$ ساخته شده که در فاصلهٔ ۵mm از هم قرار دارند و فاصلهٔ بین آن‌ها با دی‌الکتریکی انعطاف‌پذیر با ثابت ۴ پر شده است. اگر فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را ۳mm کاهش دهیم، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_{۰}=۸/۸۵\frac{pF}{m})$

۱) ۱۰۶/۲ ۲) ۱۲۴/۴ ۳) ۷۰/۸ ۴) ۴۷/۲

۶۱- شعاع مقطع سیم رسانای A دو برابر شعاع مقطع سیم رسانای B و جرم و مقاومت ویژهٔ سیم A به‌ترتیب ۲ و ۳ برابر جرم و مقاومت ویژهٔ سیم B است. اگر مقاومت رسانای A، ۲ برابر مقاومت رسانای B باشد، چگالی سیم B چند برابر چگالی سیم A است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۲- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از هریک از آمپرسنج‌های ایده‌آل $A_{۱}$ و $A_{۲}$ به‌ترتیب از راست به چپ چند آمپر است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۱}{۶}$ ، $\frac{۱}{۲}$

۳) صفر، صفر

۴) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۲}{۳}$

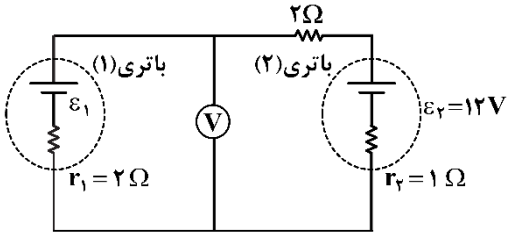
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- چهار مقاومت مشابه را بار اول به‌طور متوالی و بار دوم به‌طور موازی به یک باتری با مقاومت درونی 2Ω می‌بندیم. اگر توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت دوم، ۵۱ درصد کم‌تر از توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت اول باشد، اندازهٔ هریک از این مقاومت‌ها چند اهم است؟

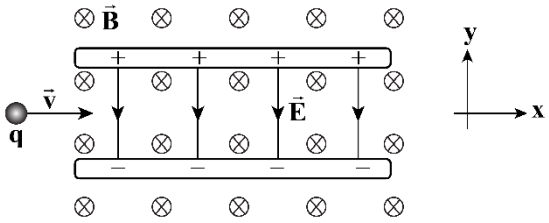
۱) $\frac{۱۲}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۶}{۷}$

۶۴- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی ۱۴/۴ ولت را نشان می‌دهد. در این صورت، باتری ..... ، مصرف‌کنندهٔ توان است و $\varepsilon_۱$ برابر ..... ولت است.



۱) (۱) ـ ۱۲/۸
۲) (۲) ـ ۱۲/۸
۳) (۱) ـ ۱۶
۴) (۲) ـ ۱۶

۶۵- مطابق شکل، ذرهٔ بارداری با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازهٔ این میدان‌ها برابر $E=۹۰۰\frac{N}{C}$ و $B=۰/۱۸T$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



۱) مثبت، ۵×۱۰^۴
۲) مثبت، ۲×۱۰^۴
۳) مثبت یا منفی، ۵×۱۰^۴
۴) مثبت یا منفی، ۲×۱۰^۴

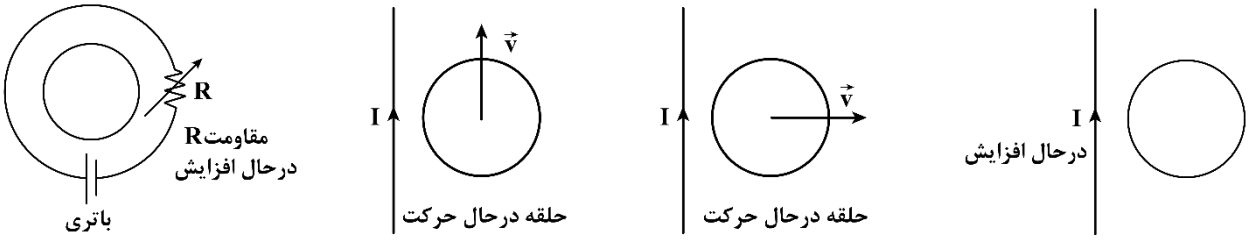
۶۶- میدان مغناطیسی اطراف یک سیم حامل جریان الکتریکی $I=2A$ در شکل زیر، نشان داده شده است. جهت جریان الکتریکی در سیم کدام است و اگر یک میدان مغناطیسی خارجی درون‌سو (⊗) به بزرگی ۵۰۰ گاوس بر این سیم اثر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ۶۰ سانتی‌متر از این سیم چند نیوتون خواهد شد؟

۱) ←، ۰/۰۶
۲) ←، ۶
۳) →، ۰/۰۶
۴) →، ۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷- در چند مورد از موارد زیر جریان القاشده در حلقه ساعتگرد است؟ آزمون وی ای پی



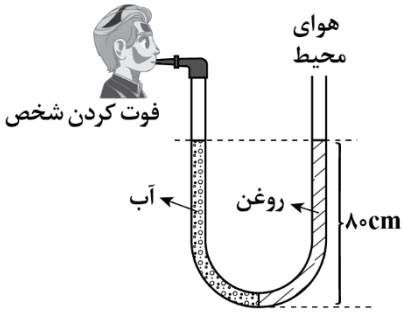
«الف» «ب» «پ» «ت»

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸- استخری با آهنگ $۳۰۰\frac{L}{min}$ درحال پر شدن است. این مقدار برحسب $\frac{m^۳}{s}$ و به‌صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

۱) $۰/۳\times۱۰^{۳}$ ۲) ۳×۱۰^{۲} ۳) ۵×۱۰^{-۳} ۴) $۰/۵\times۱۰^{-۲}$

۶۹- لولهٔ U‌شکل را درنظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. با توجه به شکل، فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص که از شاخهٔ سمت چپ لوله درون آن دمیده چقدر است؟ ($\rho_{روغن}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}$، $\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}$، $g=۱۰\frac{N}{kg}$ و فشار هوای محیط $۱۰^{۵}Pa$ می‌باشد.)



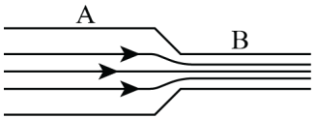
۱) +۱۶۰۰

۲) -۱۶۰۰

۳) +۹۸۴۰۰

۴) -۹۸۴۰۰

۷۰- در شکل زیر، سیال تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است؛ و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام‌یک از اظهارات زیر درست است؟



۱) آهنگ حجمی شارش سیال در قسمت B دو برابر قسمت A است.

۲) طبق معادلهٔ پیوستگی، فشار ناحیهٔ B بیش‌تر است.

۳) انرژی جنبشی یک قطرهٔ سیال در قسمت B چهار برابر انرژی جنبشی همان قطره در قسمت A است.

۴) تندی سیال در قسمت A، $\frac{۱}{۴}$ برابر قسمت B است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱- جسمی روی یک سطح شیب‌دار آزادانه می‌لغزد و پایین می‌آید. اگر انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟

الف: تندی جسم افزایش می‌یابد.

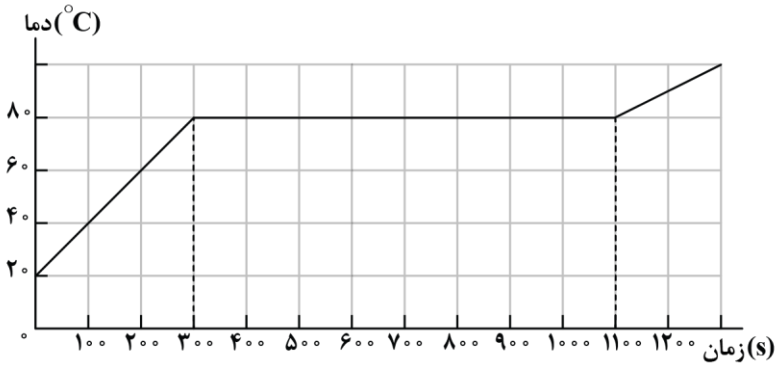
ب: سطح، بدون اصطکاک است.

پ: جسم با تندی ثابت پایین می‌آید.

ت: تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر با تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

۷۲- اگر به جسم جامدی به جرم ۲۰۰g که ابعاد آن به‌اندازهٔ کافی کوچک است توسط یک گرمکن با توان ثابت ۱۰۰W گرما بدهیم، نمودار دما ـ زمان آن به‌صورت کیفی مانند شکل زیر می‌شود. گرمای نهان ذوب این ماده چند واحد SI است؟ (گرمای تلف‌شده ناچیز است.)



۱) $۵/۵\times۱۰^{۴}$

۲) $۵/۵\times۱۰^{۵}$

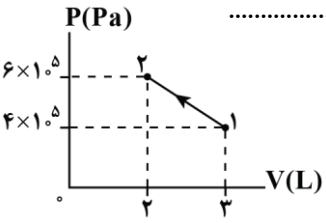
۳) ۴×۱۰^{۴}

۴) ۴×۱۰^{۵}

۷۳- در آزمایشی یک استوانهٔ توپر فلزی با چگالی اولیهٔ $۴\frac{g}{cm^{۳}}$، گرمای ویژهٔ $۲\frac{J}{g.K}$ و ضریب انبساط طولی $۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$، ۴kJ گرما دریافت می‌کند. اگر در این آزمایش دمای استوانه ۹°F افزایش یابد، حجم آن چند میلی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۷۴- نمودار $(P-V)$ی گازی آرمانی، مطابق شکل مقابل است. دستگاه در این فرایند ..... .



۱) ۱۰۰ ژول گرما از دست داده است.

۲) ۱۰۰ ژول گرما گرفته است.

۳) ۵۰۰ ژول گرما گرفته است.

۴) ۵۰۰ ژول گرما از دست داده است.

۷۵- در کدام‌یک از مراحل چرخهٔ ماشین درون‌سوز بنزینی، فرایند بی‌دررو طی می‌شود؟

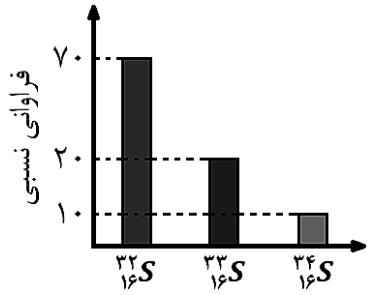
۱) ضربهٔ خروج گاز و ضربهٔ مکش ۲) ضربهٔ قدرت و ضربهٔ مکش

۳) ضربهٔ تراکم و ضربهٔ قدرت ۴) ضربهٔ تراکم و ضربهٔ خروج گاز

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- نمودار مقابل، فراوانی نسبی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از گوگرد را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، در یک نمونهٔ ۶/۴۸ گرمی از اتم‌های گوگرد، چند اتم از ایزوتوپ $^{۳۳}_{۱۶}S$ وجود خواهد داشت؟

۱) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۱}$
۲) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$
۳) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۱}$
۴) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۲}$

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ــ عنصری با عدد اتمی ۳۴، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی بوده و با عنصر $_{۵۲}Te$ در یک گروه مشابه قرار می‌گیرد.
ب ــ در آرایش الکترونی عناصر دوره چهارم، شمار عناصر با زیرلایه $۳d$ پر، دو برابر عناصر با زیرلایه $۳d$ نیمه‌پر هستند.
ج ــ در یک اتم، هر چه انرژی جذب شده توسط الکترون بیشتر باشد، این الکترون به لایه‌ای با n بیشتر انتقال می‌یابد.
د ــ رنگ زرد، از جمله رنگ‌های سازنده رنگین‌کمان بوده و در مقایسه با پرتوهای مرئی سبز، طول موج کوتاه‌تری دارد.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «ج»
۳) «ب» و «د»
۴) «ج» و «د»

۷۸- اگر از واکنش میان دو عنصر A و X، ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $A_۲X_۲$ تشکیل شود، کدام مورد زیر درست است؟

۱) آرایش الکترونی عنصر فلزی A، می‌تواند به زیرلایه $np^۱$ ختم شود.
۲) عنصر X در واکنش با فلز لیتیم، ترکیبی با فرمول $Li_۳X$ را ایجاد می‌کند.
۳) تفاوت عدد اتمی عنصر X با عدد اتمی یک گاز نجیب، می‌تواند برابر با ۴ واحد باشد.
۴) عنصر A، در حالت جامد سطح درخشان داشته و به یقین، هیچ زیرلایه‌ای با $l=۲$ در آن از الکترون اشغال نشده است.

۷۹- مخلوطی از گازهای $N_۲H_۴$ و $N_۲O_۴$ با نسبت‌های استوکیومتری مطابق معادلهٔ داده شده واکنش می‌دهند. اگر واکنش، ۲۵٪ پیشرفت کرده و مجموعاً ۱۶۲ گرم فراورده تشکیل شود، چند لیتر گاز هیدرازین با حجم مولی ۲۴ لیتر، در آغاز وارد واکنش شده است؟

(معادلهٔ واکنش موازنه شود. $g.mol^{-۱}$: $O=۱۶$ و $N=۱۴$ و $H=۱$)

$$N_۲O_۴(g)+N_۲H_۴(g)\rightarrow NO(g)+H_۲O(g)$$

۱) ۷۲
۲) ۳۶
۳) ۹۶
۴) ۴۸

۸۰- در واکنش سوختن مقداری اتانول، $۱/۸۰۶\times۱۰^{۲۳}$ مولکول اکسیژن مصرف شده است. گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش، با چند گرم لیتیم هیدروکسید بر اساس معادلهٔ $CO_۲(g)+۲LiOH(s)\rightarrow Li_۲CO_۳(s)+H_۲O(g)$ واکنش می‌دهد؟ ($g.mol^{-۱}$: $H=۱$ و $Li=۷$ و $O=۱۶$) آزمون وی ای پی

۱) ۷/۲
۲) ۱۴/۴
۳) ۹/۶
۴) ۱۹/۲

۸۱- نسبت میان شمار الکترون‌های پیوندی به‌شمار الکترون‌های ناپیوندی در استیک اسید، با مقدار این نسبت در کدام ترکیب زیر برابر است؟

۱) $N_۲O$
۲) $CH_۲O$
۳) $CO_۲$
۴) $H_۲O_۲$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) چون کربن دی‌اکسید از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است، انحلال‌پذیری آن در مقایسه با گاز NO در آب کمتر است.

۲) بر اساس قانون هنری، شیب نمودار انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب تندتر از شیب نمودار انحلال‌پذیری نیتروژن است.

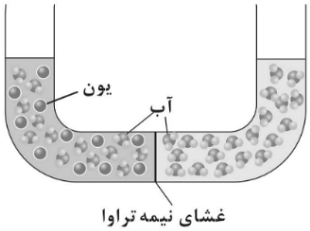
۳) بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم بوده و وجود این یون برای عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.

۴) هگزان یک مایع بی‌رنگ بوده و در صورت افزودن آن به آب، نمونه هگزان روی سطح آب قرار می‌گیرد.

۸۳- در محلول سیرشده‌ای از سدیم نیترات به جرم ۱۴۲ گرم، مقدار ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای مورد نظر برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟ ($N = ۱۴ : g.mol^{-۱}$ و $O = ۱۶$ و $Na = ۲۳$)

۱) ۱۳/۶ ۲) ۲۷/۲ ۳) ۸/۵ ۴) ۱۷

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در رابطه با تصویر مقابل و فرآیند انجام شده در آن درست است؟



۱) به مرور زمان، ارتفاع آب در بازوی سمت راست افزایش می‌یابد.

۲) به مرور زمان درصد جرمی یون‌ها در بازوی سمت چپ کاهش می‌یابد.

۳) فرآیند انجام شده در تصویر، روش مناسبی برای تهیه آب شیرین از آب دریا است.

۴) با اعمال نیرو به بازوی سمت چپ، می‌توان محلول را از وجود میکروب‌ها تصفیه کرد.

۸۵- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ قلع رسانایی گرمایی بالایی داشته و شعاع اتم‌های آن کوچک‌تر از شعاع اتم‌های سرب است.

ب ـ هر عنصری از تناوب سوم که در حالت جامد بر اثر ضربه خرد می‌شود، دارای سطحی کدر است.

ج ـ نسبت شمار آنیون به کاتیون در یکی از اکسیدهای طبیعی آهن، مشابه مقدار این نسبت در آلومینیم فسفید است.

د ـ از میان عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها، ید در مقایسه با سایر عناصر راحت‌تر به یون یک بار منفی تبدیل می‌شود.

۱) «الف» و «د» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ب» و «ج»

۸۶- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) ۵ مورد از اتم‌های کربن موجود در هر مولکول ۳-اتیل-۳،۲-دی‌متیل پنتان، به سه اتم H متصل شده‌اند.

۲) آلکانی که از آن برای پر کردن فندک استفاده می‌شود، در دما و فشار اتاق به حالت گاز دیده می‌شود.

۳) در شرایط یکسان، نقطه جوش یک نمونه گریس، کمتر از نقطه جوش وازلین خواهد بود.

۴) ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌های شاخه‌دار، در ساختار خود دارای ۵ اتم کربن است.

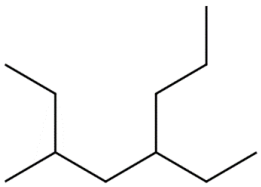
۸۷- درصد جرمی اکسیژن در نمونه‌ای ناخالص از آهن(II) سولفات برابر با ۸٪ است. درصد خلوص آهن(II) سولفات در نمونه چقدر است و اگر ۴۰۰ گرم از این نمونه را با مقدار کافی محلول سود واکنش دهیم، چند گرم رسوب سبز رنگ تولید می‌شود؟
($Fe = ۵۶, S = ۳۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۹۰ ـ ۲۷ ۲) ۹۰ ـ ۱۹ ۳) ۴۵ ـ ۲۷ ۴) ۴۵ ـ ۱۹

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸- نام ترکیبی با فرمول پیوند – خط مقابل بر اساس قواعد آیوپاک کدام است و برای سوختن کامل ۰/۵ مول از آن، به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟ $(O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$



۱) ۵ ـ اتیل ـ ۳ ـ متیل اوکتان | ۳۶۸
۲) ۵ ـ اتیل ـ ۳ ـ متیل اوکتان | ۲۷۲
۳) ۴ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان | ۲۷۲
۴) ۴ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان | ۳۶۸

۸۹- در شرایطی که چگالی گاز NO برابر با $۱/۲\ g.L^{-۱}$ است، نمونه‌ای به حجم ۳۷/۵ لیتر از گاز $X_۲$ در واکنشی با بازده ۴۰ درصد با فلز Z شرکت کرده و طی این فرآیند، ۱۲۴/۸ گرم ZX جامد تولید می‌شود. جرم مولی عنصر Z، چند گرم بر مول است؟
$(X = ۱۹ , O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۳ ۲) ۳۹ ۳) ۱۰۸ ۴) ۸۵

۹۰- مقدار ۵۰ گرم $H_۲SO_۴$ با دمای ۲۰°C را در گرماسنج لیوانی حاوی ۵۰۰ گرم آب ۲۰°C حل می‌کنیم. پس از هم زدن محتویات گرماسنج، دماسنج درون این وسیله تقریباً چه دمایی را برحسب درجه سانتی‌گراد نشان می‌دهد؟ (گرمای ویژه محلول حاصل از این فرایند برابر با $۳/۹\ J.g^{-۱}.°C^{-۱}$ است.)
$(H = ۱ , O = ۱۶ , S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$

$$H_۲SO_۴(l) \xrightarrow{\text{انحلال در آب}} H_۲SO_۴(aq) + ۷۳/۵\ kJ$$

۱) ۲۸/۷ ۲) ۲۹/۶ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۳۹/۲

۹۱- اگر از سوختن مقداری آلکان، ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید به همراه ۸۱ گرم آب و ۲۷۳۰ کیلوژول گرما تولید شود، مقدار آنتالپی واکنش موازنه‌شده سوختن این ترکیب چقدر است؟ $(H = ۱, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵۴۶۰ ۲) ۱۰۹۲۰ ۳) ۸۱۹۰ ۴) ۱۶۳۸۰

۹۲- محلولی از روی سولفات که حاوی ۱ مول از این ماده است، با فلز آلومینیم واکنش می‌دهد. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در دو دقیقه سوم برابر با چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟ $(Al = ۲۷\ g.mol^{-۱})$

زمان (دقیقه)	۰	۲	۴	۶	۸
غلظت کاتیون روی $(mol.L^{-۱})$	۲	۱/۲	۰/۶	۰/۴	۰/۳۲

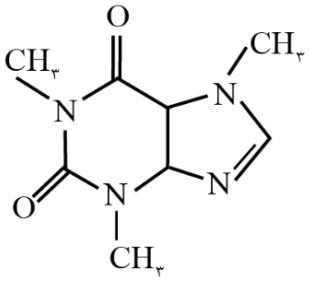
۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳- با توجه به ساختار مولکول کافئین که در شکل زیر نشان داده شده است، چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ آن درست است؟

$(H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1})$



- جرم ۰/۲ مول از آن، برابر ۳۹/۲ گرم است.
- دارای سه گروه آمیدی و سه گروه آمینی است.
- تفاوت شمار پیوندهای $C-H$، با شمار پیوندهای $C-N$، در مولکول آن، برابر ۲ است.
- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر ۳/۷۵ است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۹۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ آزمون وی ای پی

۱) در طول سال‌های اخیر، روند تولید جهانی الیاف پلی‌استری همانند روند تولید الیاف پشمی، افزایش یافته است.

۲) روغن زیتون، از مولکول‌هایی با جرم مولی بالا ساخته شده و در ساختار خود، واحدهای تکرار شونده دارد.

۳) در مرحله نخست از واکنش تولید پلی‌آمید، باید به دی‌آمین و دی‌اسید سازنده آن، مقداری گرما داده شود.

۴) مزه ترش میوه‌هایی مانند کیوی و ریواس، به دلیل وجود موادی با گروه عاملی هیدروکسیل در آن‌ها است.

۹۵- در رابطه با نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیرشده ۱۸ کربنه، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

$(H=1$ و $C=12$ و $O=16$ و $Na=23: g.mol^{-1})$

الف ـ این نوع صابون را با استفاده از نوعی استر سه‌عاملی که دارای ۵۷ اتم کربن در ساختار خود است، می‌توان به‌دست آورد.

ب ـ با ریختن یک نمونه از این ماده در آب، گروه $-CO_3^-$ از ذرات آن در مجاورت با مولکول‌های آب قرار خواهند گرفت.

ج ـ تفاوت جرم مولی این ماده با جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون، برابر با ۲۲۸ گرم است.

د ـ برای تولید ۶۴ گرم از این ماده، مقدار ۲ لیتر محلول سود با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر مصرف شده است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۹۶- فرمول مولکولی نوعی استر سنگین، به‌صورت $C_{54}H_{92}O_6$ است. در ساختار هریک از اسیدهای چرب سازنده این استر، چند پیوند $C-C$ وجود دارد؟ (اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر، کاملاً یکسان و غیرحلقوی بوده و در ساختار این اسیدهای چرب پیوند سه‌گانه وجود ندارد.)

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۹۷- محلولی از هیدروکلریک اسید با حجم ۴ لیتر و $pH=0$ را با ۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید مخلوط می‌کنیم. pH محلول نهایی حاصل از این فرایند چقدر می‌شود؟

۱) ۰/۳ ۲) ۱/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸- مقدار pH یک نمونه محلول ۵/۴ گرم بر لیتر از هیدروسیانیک اسید، برابر با ۵ است. ثابت یونش اسیدی آن در دمای آزمایش به‌تقریب کدام بوده و چند درصد از ذرات اسید یونیده شده است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $N = ۱۴$)

۱) ۵×۱۰^{-۳} - ۵×۱۰^{-۱۰}
۲) ۲×۱۰^{-۳} - ۵×۱۰^{-۱۰}
۳) ۲×۱۰^{-۳} - $۱۰^{-۸}$
۴) ۵×۱۰^{-۳} - $۱۰^{-۸}$

۹۹- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) ساخت قوطی محتوی مواد غذایی و لوازم آشپزی مقاوم در برابر خوردگی، در گرو بهره‌گیری از الکتروشیمی است.
۲) با قرار دادن یک قطعه از فلز آهن در محلولی از مس(II) سولفات، با گذشت زمان یک محلول بی‌رنگ ایجاد می‌شود.
۳) واکنش میان منیزیم و گاز $O_۲$ با تولید نور سفید همراه بوده و در فراورده آن، آرایش الکترونی یون‌ها مشابه هم است.
۴) با فرو بردن دو تیغه جنس مس و روی در یک لیمو، می‌توان بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل کرد.

۱۰۰- پس از موازنه معادله $ClO_۴^-(aq) + H^+(aq) + e^- \rightarrow ClO_۳^-(aq) + H_۲O(l)$، ضریب الکترون در معادله این نیم‌واکنش، چند برابر ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه شده واکنش سوختن پروپان می‌شود؟

۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **مولکول‌های سه اتمی با ساختار خطی، ناقطبی‌اند.**
- **کربن تتراکلرید و کلروفرم، هر دو مایع، اما اولی ناقطبی و دومی قطبی است.**
- **مولکول‌های چهار اتمی با فرمول عمومی $AX_۳$، می‌توانند قطبی یا ناقطبی باشند.**
- **در مولکول‌های سه اتمی خمیده، به اتم مرکزی بار جزئی منفی $(-\delta)$ نسبت داده می‌شود.**

۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

۱۰۲- کدام مورد درست است؟

۱) همه عناصری که از مدل دریای الکترونی پیروی می‌کنند، چکش‌خوار بوده و در واکنش با اسیدها، گاز $H_۲$ تولید می‌کنند.
۲) در ساختار مواد یونی، همانند ترکیب‌های کووالانسی و مولکولی، اتم‌های نافلزی و شبه‌فلزی می‌توانند وجود داشته باشند.
۳) همه عناصری که یک زیرلایه با $l = ۲$ در آن‌ها در حال پر شدن است، توانایی ایجاد بیش از یک نوع کاتیون را دارند.
۴) چون شعاع یون سولفید کمتر از شعاع یون کلرید است، $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

۱۰۳- در کدام واکنش موازنه‌نشده زیر، افزایش حجم ظرف واکنش و کاهش دما، تعادل را به سمت برگشت جابه‌جا خواهد کرد؟

۱) $SO_۳(g) + Q \rightleftharpoons SO_۲(g) + O_۲(g)$
۲) $N_۲(g) + O_۲(g) \rightleftharpoons N_۲O_۵(s) + Q$
۳) $CaO(s) + SO_۲(g) \rightleftharpoons CaSO_۳(s) + Q$
۴) $N_۲(g) + O_۲(g) + Q \rightleftharpoons N_۲O(g)$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف ــ رسانایی الکتریکی محلول یک اسید قوی، همواره بیشتر از محلول اسیدهای ضعیف خواهد بود.

ب ــ ثابت یونش اسیدها، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش این مواد تا زمان رسیدن به تعادل است.

ج ــ واکنش‌های رفت و برگشت در یک سامانه تعادلی با سرعت برابر انجام شده و غلظت مواد ثابت باقی می‌ماند.

د ــ یک نمونه از خون، خاصیت بازی داشته و در صورت افزودن آب خالص به آن، مقدار pH این ماده افزایش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «د» ۴) «ب» و «د»

۱۰۵- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با ترفتالیک اسید درست است؟

۱) در واکنش تولید این ماده از پارازایلن، عدد اکسایش ۲ اتم کربن، مجموعاً به اندازه ۶ واحد افزایش می‌یابد.

۲) شمار پیوندهای اشتراکی $C-C$ در ساختار این ماده، برابر با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن است.

۳) از واکنش این ماده با متانول، نوعی دی‌استر که در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن است، به‌دست می‌آید.

۴) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن در ۲-بوتن برابر است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه‌ساز کنکور سراسری

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۳ تیرماه ۱۴۰۴

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان ـ حسین شفیع زاده ـ سیدجواد نظری محمد خانگلدی ـ کاظم اجلالی ـ محمدپورسعید محمدرضا حسینی‌فرد ـ سوگند روشنی کیوان دارابی ـ رسول حاجی‌زاده	محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی‌پور ـ نازنین امیری علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده ـ محمدجواد سورچی ـ حسین عبدوی‌نژاد مجید رجبی وندچالی ـ مهدی پارسا ـ ارسلان رحمانی محمد باغبان ـ محسن قندچلر ـ آروین صالحی	محمدجواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی بنیامین بهرامی ـ حسین ایروانی ـ علی ترابی محمد کهنه‌پوشی ـ مهسا بایمانی‌نژاد سعیده محبی ـ امیر بصراوی	فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی بنیامین بهرامی ـ رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دوست مازی من!

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به‌دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبه یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سوالات خود را از سال گذشته سخت‌تر طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور در سالیان اخیر، سخت شدن یک دفعه‌ای بعضی درس‌هاست. به این معنی که در هر سال به صورت تصادفی، تعدادی از دروس سخت‌تر از حد معمول طراحی می‌شوند. به طور مثال، در کنکور سراسری سال ۹۹ درس ادبیات، شیمی و زیست‌شناسی و در کنکور ۱۴۰۰ دروس معارف، ریاضی و زیست از حد معمول سخت‌تر طراحی شدند.

ما در آزمون‌های ماز نیز تا کنکور همین کار را خواهیم کرد و روند طراحی سوالات ما دقیقا به همین صورت خواهد بود. در هر آزمون به صورت تصادفی یک درس سخت‌تر از حد معمول طراحی خواهد شد تا بتوانیم شما را به چالش بکشیم و کنکور را دقیق‌تر از هر جای دیگری، برای شما شبیه‌سازی کنیم.

در این آزمون درس فیزیک سخت‌تر طراحی شده است.

با تشکر

واحد آزمون ماز ❤

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- در یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت با $2n$ جمله، مجموع کل جملات، پنج برابر مجموع جملات با ردیف زوج است. اگر جمله دوم برابر $\frac{3}{4}$ باشد، جملهٔ اول دنباله، چند برابر قدرنسبت آن است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

اگه گفتید مجموع جملات دنبالهٔ هندسی چجوری به دست میومد؟

در یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول a و قدرنسبت q، مجموع n جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{(q-1)} \quad (q \neq 1)$$

تذکر: اگر $q = 1$ بود، در واقع n تا جملهٔ ثابت a داریم که مجموعشان na می‌شود.

قدرنسبت دنبالهٔ هندسی $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2n}$ را q فرض کنید.

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2n} = \frac{a_1(q^{2n} - 1)}{q - 1}$$

$$S_2 = a_2 + a_4 + ... + a_{2n} = \frac{a_1 q(q^{2n} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_1 = 5S_2 \Rightarrow \frac{a_1(q^{2n} - 1)}{q-1} = \frac{5a_1 q(q^{2n} - 1)}{q^2 - 1} \Rightarrow \frac{5q}{q+1} = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{4}$$

$$a_2 = a_1 q = \frac{3}{4} \Rightarrow a_1 = 3 \Rightarrow \frac{a_1}{q} = 12$$

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $4^{2m+1} = \sqrt[3]{3-\sqrt{5}}\sqrt[6]{7+3\sqrt{5}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $-\frac{5}{12}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $-\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{3}{8}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

$$2^{4m+2} = \sqrt[6]{7+3\sqrt{5}}.\sqrt[6]{(3-\sqrt{5})^2} = \sqrt[6]{(7+3\sqrt{5})(14-6\sqrt{5})} = \sqrt[6]{2(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5})} = \sqrt[6]{2(49-45)} = \sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 4m + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = -\frac{3}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر جدول تعیین علامت $P(x) = (2x-1)(x^2 - 2x + a)$ به صورت مقابل باشد، $a - b + c$ کدام است؟

x		b		c	
P	−	۰	−	۰	+

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

نکته:

عبارت $P(x)$ در ریشه‌های ساده تغییر علامت داده، اما در ریشه‌های مضاعف تغییر علامت نمی‌دهد.

با توجه به جدول، $x = b$ ریشهٔ مضاعف $P(x)$ است. دو حالت وجود دارد:

۱) $x^2 - 2x + a = 0$ ریشهٔ مضاعف داشته باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow P(x) = (2x-1)(x-1)^2$$

در این حالت جدول تعیین علامت به صورت مقابل می‌شود. اما این جدول تعیین علامت با صورت سوال مغایرت دارد. در نتیجه این حالت قابل قبول نیست.

x		$\frac{1}{2}$		1	
P	−	۰	+	۰	+

۲) $x=\frac{۱}{۲}$ ریشهٔ $x^۲-۲x+a=۰$ باشد:

$$(\frac{۱}{۲})^۲-۱+a=۰\Rightarrow a=\frac{۳}{۴}\Rightarrow P(x)=(۲x-۱)(x^۲-۲x+\frac{۳}{۴})=(۲x-۱)(x-\frac{۱}{۲})(x-\frac{۳}{۲})=(x-\frac{۱}{۲})^۲(۲x-۳)$$

x		$\frac{۱}{۲}$		$\frac{۳}{۲}$	
P	−	۰	−	۰	+

$\Rightarrow b=\frac{۱}{۲}\ ,\ c=\frac{۳}{۲}$

خواهیم داشت: $a-b+c=\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=\frac{۷}{۴}=۱/۷۵$

گروه آموزشی ماز

۴- فرض کنید $f(x)=mx^۲-۴x+۲$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح m، معادلهٔ $f(۲x-۱)$ دارای دو ریشهٔ مختلف‌العلامت است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$f(۲x-۱)=m(۲x-۱)^۲-۴(۲x-۱)+۲=۴mx^۲-۴(m+۲)x+۶+m$$

به شرطی معادلهٔ درجه دوم دارای دو ریشهٔ مختلف‌العلامت است که $ac<۰$ باشد.

$$۴m(۶+m)<۰\Rightarrow -۶<m<۰\Rightarrow m=-۵,-۴,-۳,-۲,-۱$$

گروه آموزشی ماز

۵- تابع $f(x)=(ax+۱)(x-۲)+۲x^۲$ خطی با دامنهٔ $[-۲,۳]$ است. برد تابع $y=x-f(۱-۲x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۴ ۳) ۲۸ ۴) ۵۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

فوت کوزه‌گری!

گاهی اوقات برای محاسبهٔ برد **توابع**، باید از دامنهٔ آن کمک گرفت و با مشخص نمودن محدودهٔ دامنه، محدودهٔ برد را مشخص کرد. مثل توابع خطی

برای آن‌که f خطی باشد باید $a=-۲$ باشد تا جملهٔ $x^۲$ از ضابطهٔ f حذف شود.

$$f(x)=(-۲x+۱)(x-۲)+۲x^۲=۵x-۲$$

دامنهٔ تابع $f(۱-۲x)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-۲\le ۱-۲x\le ۳\Rightarrow -۱\le x\le \frac{۳}{۲}$$

$$y=x-f(۱-۲x)=x-\big(۵(۱-۲x)-۲\big)=۱۱x-۳$$

$$-۱\le x\le \frac{۳}{۲}\Rightarrow -۱۴\le ۱۱x-۳\le ۱۳/۵$$

این بازه، شامل ۲۸ عدد صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\sqrt{x+۱}+۶\sqrt[۴]{x+۱}=۱۶$ باشد، مقدار $\alpha+\frac{۱۵}{\alpha}$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

فرض کنید $\sqrt[۴]{x+۱}=t$ باشد:

$$t^۲+۶t=۱۶\Rightarrow t^۲+۶t-۱۶=۰\xrightarrow{t>۰}t=۲\Rightarrow\sqrt[۴]{x+۱}=۲\Rightarrow\alpha=۱۵$$

$$\alpha+\frac{۱۵}{\alpha}=۱۵+\frac{۱۵}{۱۵}=۱۶$$

گروه آموزشی ماز

۷- نقاط $A(۰,۱)$ و $C(-۲,۰)$ دو رأس غیر مجاور مربع $ABCD$ هستند. کدام نقطه زیر، یکی از رأس‌های B یا D از این مربع است؟

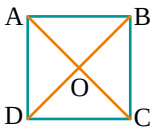
۱) $(-۲,\frac{۵}{۲})$ ۲) $(-\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲})$ ۳) $(-\frac{۵}{۴},-\frac{۱}{۴})$ ۴) $(-\frac{۳}{۴},\frac{۵}{۴})$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$O=\frac{A+C}{۲}=(-۱,\frac{۱}{۲})$$

$$m_{AC}=\frac{۱-۰}{۰-(-۲)}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow m_{BD}=-۲$$

معادله BD : $y=-۲x-\frac{۳}{۲}$



نقطه B (یا D) به صورت $B(x,-۲x-\frac{۳}{۲})$ است.

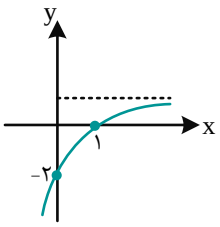
$$(\sqrt{۲}AB)^۲=AC^۲\Rightarrow ۲(x^۲+(-۲x-\frac{۵}{۲})^۲)=۴+۱$$

$$\Rightarrow ۱۰x^۲+۲۰x+\frac{۲۵}{۲}=۵\Rightarrow ۴x^۲+۸x+۳=۰$$

$$\Rightarrow (۲x+۱)(۲x+۳)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \left(-\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲}\right) \\ x=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۸- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=۲+a.۲^{mx+n}$ است. حاصل $f(m)$ کدام است؟



۱) -۱۰
۲) -۱۴
۳) -۸
۴) -۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

نقاط $A(۱,۰)$ و $B(۰,-۲)$ را در ضابطهٔ f جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(۱)=۰\Rightarrow ۲+a.۲^{m+n}=۰ \\ f(۰)=-۲\Rightarrow ۲+a.۲^{n}=-۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a.۲^{m}.۲^{n}=-۲ \\ a.۲^{n}=-۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} ۲^{m}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow m=-۱$$

$$f(m)=f(-۱)=۲+a.۲^{-m+n}=۲+a.۲^{n}\times ۲=۲+(-۴)\times ۲=-۶$$

گروه آموزشی ماز

۹- با فرض آن‌که $f(x)=\sqrt{۲-۳x}$ و $g(x)=\sqrt{۳x-۲}$، هرگاه دو تابع $y=f(۳-۲x)$ و $y=g(ax+b)$ برابر هم باشند، مقدار $f(\frac{b}{a})$ کدام است؟

۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

ابتدا توابع $y=f(۳-۲x)$ و $y=g(ax+b)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$y=f(۳-۲x)=\sqrt{۲-۳(۳-۲x)}=\sqrt{۶x-۷}$$

$$y=g(ax+b)=\sqrt{۳(ax+b)-۲}=\sqrt{۳ax+۳b-۲}$$

برای آن‌که دو تابع برابر باشند، کافی است:

$$\begin{cases} ۳a=۶\Rightarrow a=۲ \\ ۳b-۲=-۷\Rightarrow b=-\frac{۵}{۳} \end{cases}\Rightarrow \frac{b}{a}=-\frac{۵}{۶}$$

$$f(-\frac{۵}{۶})=\sqrt{۲-۳\times\frac{-۵}{۶}}=\sqrt{۲+\frac{۵}{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۰- اگر $f^{-1}(x)=x+\sqrt{x+1}$ و $fog(x)=\frac{2x}{x+1}$ باشند، $g^{-1}(5)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۱ ۴) -1

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

فرض می‌کنیم $g^{-1}(5)=\alpha$ باشد پس $g(\alpha)=5$ است و چون $f(g(x))=\frac{2x}{x+1}$ است، با جای‌گذاری $x=\alpha$ در ضابطه می‌توان نوشت:

$$f(g(x))=\frac{2x}{x+1}\xrightarrow{x=\alpha} f(g(\alpha))=\frac{2\alpha}{\alpha+1}\xrightarrow{g(\alpha)=5} f(5)=\frac{2\alpha}{\alpha+1}$$

طبق فرض مسئله $f^{-1}(x)=x+\sqrt{x+1}$ و چون $f^{-1}(3)=5$ است می‌توان نتیجه گرفت $f(5)=3$ است و در آخر برای محاسبه مقدار α داریم:

$$f(5)=\frac{2\alpha}{\alpha+1}\xrightarrow{f(5)=3} 3=\frac{2\alpha}{\alpha+1}\rightarrow 3\alpha+3=2\alpha\rightarrow\alpha=-3$$

در نتیجه $g^{-1}(5)=-3$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۱- نقطهٔ $A(2,a)$ روی نمودار تابع $g(x)=2f(x-1)+3$، متناظر با نقطهٔ $A'(b,4)$ روی نمودار تابع $h(x)=-f(2x+3)+1$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) -5 ۲) -4 ۳) -7 ۴) -8

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

توجه کنید که: $g(x)=2f(x-1)+3$

$$\begin{cases}x=2\\ y=a\end{cases}\Rightarrow a=2f(2-1)+3\Rightarrow f(1)=\frac{a-3}{2}$$

از طرف دیگر:

$$2x+3=1\Rightarrow x=-1=b$$
$$h(x)=-f(2x+3)+1$$

$$\begin{cases}x=-1\\ y=4\end{cases}\Rightarrow 4=-f(1)+1\Rightarrow f(1)=-3=\frac{a-3}{2}\Rightarrow a=-3$$

بنابراین: $a+b=-4$

گروه آموزشی ماز

۱۲- حاصل $P=4\sin^2 x+2(\sqrt{3}\sin x-\cos x)^2$ به ازای $x=\frac{\pi}{12}$ چقدر است؟

۱) $6-3\sqrt{3}$ ۲) $4+2\sqrt{3}$ ۳) $4-\sqrt{3}$ ۴) $6+\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

$$P=4\sin^2 x+2(3\sin^2 x+\cos^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x)=8\sin^2 x+2-2\sqrt{3}\sin 2x=4(1-\cos 2x)+2-2\sqrt{3}\sin 2x$$

$$x=\frac{\pi}{12}\Rightarrow P=4(1-\frac{\sqrt{3}}{2})+2-2\sqrt{3}(\frac{1}{2})=6-2\sqrt{3}-\sqrt{3}=6-3\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- نمودار تابع $f(x)=a+b\cos(\frac{4x}{b}+\frac{\pi}{3})$ با دورهٔ تناوب π، از مبدأ مختصات عبور می‌کند. مجموع مقادیر ممکن برای $f(\frac{\pi}{6})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -1 ۳) ۲ ۴) -3

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

$f(0)=0 \Rightarrow a+\frac{b}{2}=0$

$T=\pi=\frac{2\pi}{\left|\frac{4}{b}\right|}=\frac{|b|\pi}{2} \Rightarrow |b|=2$

$\begin{cases} b=2 \Rightarrow a=-1 \\ b=-2 \Rightarrow a=1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} f(x)=-1+2\cos(2x+\frac{\pi}{3}) \\ f(x)=1-2\cos(-2x+\frac{\pi}{3}) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} f(\frac{\pi}{6})=-1+2\cos\frac{2\pi}{3}=-2 \\ f(\frac{\pi}{6})=1-2\cos 0=-1 \end{cases} \Rightarrow$ مجموع $=-3$

گروه آموزشی ماز

۱۴- معادلهٔ $\frac{1}{\sin 2x}+\frac{1}{\cos 4x}=0$ در بازهٔ $(\alpha,2\pi)$ سه جواب دارد. حداقل α کدام است؟

۱) $\frac{5\pi}{4}$ ۲) $\frac{11\pi}{12}$ ۳) $\frac{7\pi}{12}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

$\frac{1}{\sin 2x}=-\frac{1}{\cos 4x} \Rightarrow \cos 4x=-\sin 2x$

$\Rightarrow 1-2\sin^2 2x=-\sin 2x \Rightarrow 2\sin^2 2x-\sin 2x-1=0$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x=1 \Rightarrow 2x=\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{2} \\ \sin 2x=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2x=\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6},\frac{19\pi}{6},\frac{23\pi}{6} \end{cases}$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12},\frac{11\pi}{12},\frac{5\pi}{4},\frac{19\pi}{12},\frac{23\pi}{12}$

پس $\alpha=\frac{11\pi}{12}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{3b-a[-x]}{a+3x}=-\infty$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\left[3x+\frac{x}{b}\right]$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -3 ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

برای آن‌که حاصل حد، نامتناهی باشد باید $a+3x=0$ باشد، پس $a=-6$ است.

$\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{3b+6[-x]}{-6+3x}=\frac{3b-12}{0^-}=-\infty$

$\Rightarrow 3b-12>0 \Rightarrow b>4$

داخل براکت به صورت $x(۳+\frac{۱}{b})$ است.

$$b>۴ \Rightarrow ۰<\frac{۱}{b}<\frac{۱}{۴} \Rightarrow ۳<۳+\frac{۱}{b}<۳/۲۵$$

چون $x \to \frac{۱}{۲}$، پس: $\left[x(۳+\frac{۱}{b})\right]=۱$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $A(-۱,۳)$ تنها نقطهٔ برخورد مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x)=\frac{۳x^۲+۶x}{ax^۲+bx+c}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) -۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

خط $y=۳$ مجانب افقی است، پس $a=۱$ است. دو حالت در نظر می‌گیریم:

۱) مخرج در $x=-۱$ ریشهٔ مضاعف دارد.

$$x^۲+bx+c=(x+۱)^۲ \Rightarrow b=۲,c=۱ \Rightarrow a+b+c=۴$$

۲) مخرج علاوه بر $x=-۱$ یک ریشهٔ دیگر دارد که با صورت ساده می‌شود.

$$x^۲+bx+c=۰ \xrightarrow{x=-۱} ۱-b+c=۰$$

ریشهٔ دیگر مخرج $x=-c$ است.

$$۳x^۲+۶x=۰ \xrightarrow{x=-c} ۳c^۲-۶c=۰ \Rightarrow \begin{cases} c=۰ \Rightarrow b=۱ \\ c=۲ \Rightarrow b=۳ \end{cases} \Rightarrow a+b+c=۲ \text{ یا } ۶$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر خط $y=۲x+۱$ در نقطه $x=۲$ بر منحنی $y=f(x)$ مماس باشد، حاصل مشتق تابع $g(x)=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲x}}f(\sqrt{x})$ در نقطهٔ $x=۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۴۰۴)

طبق فرض مساله، $f(۲)=۵$ و $f'(۲)=۲$ است.

$$g'(x)=(-\frac{۱}{۳})(۲)(۲x)^{-\frac{۴}{۳}}f(\sqrt{x})+\frac{۱}{۲\sqrt{x}\sqrt[۳]{۲x}}f'(\sqrt{x})$$

$$g'(۴)=\frac{-۱}{۲۴}f(۲)+\frac{۱}{۸}f'(۲)=-\frac{۱}{۲۴}\times۵+\frac{۱}{۸}\times۲=\frac{۱}{۲۴}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=(mx-۱)(x^۲+۱)^۳$ در بازهٔ $[۰,۱]$ برابر ۹ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای f در نقطهٔ $x=-۱$ چقدر است؟

۱) ۸۸ ۲) ۵۲ ۳) ۴۵ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۴)

آهنگ تغییر لحظه‌ای همان مشتق تابع است.

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(۱)-f(۰)}{۱-۰}=\frac{۸(m-۱)+۱}{۱} \Rightarrow ۸m-۷=۹ \Rightarrow m=۲$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای}=f'(x)$$

$$f'(x)=۲(x^۲+۱)^۳+۶x(x^۲+۱)^۲(۲x-۱)$$

$$f'(-۱)=۲\times۸-۶\times۴\times(-۳)=۸۸$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر مقدار مینیمم نسبی تابع $f(x)=ax(x^۲+۳x-۹)+۱$ برابر -۹ باشد، عرض نقطه عطف آن کدام است؟ $(a>۰)$

۱) ۶ ۲) -۱ ۳) ۲۳ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۴۰۵)

$f'(x) = a(3x^2 + 6x - 9)$

$f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = 27a + 1 & \max \\ x = 1 \Rightarrow y = -5a + 1 & \min \end{cases}$

چون $a > 0$ است، پس $y_{min} = -5a + 1$ است.

$-5a + 1 = -9 \Rightarrow a = 2$

برای یافتن نقطه عطف باید f'' را محاسبه کنیم.

$f''(x) = a(6x + 6)$

$f'' = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 11a + 1 = 23$

گروه آموزشی ماز

۲۰- بیشترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازهٔ $[-1, 3]$، سه برابر کمترین مقدار آن است. فاصلهٔ نقطهٔ ماکزیمم نسبی این تابع از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۴ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۶ ۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۵)

اکسترمم‌های مطلق چجوری به دست میومد؟!

از بین نقاط بحرانی و نقاط کناره‌ای، نقطهٔ با عرض ماکزیمم، ماکزیمم مطلق است و نقطهٔ با عرض مینیمم، مینیمم مطلق است.

$f(x) = x^3 - 3x^2 + k \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$ نقاط بحرانی

$f(-1) = -4 + k \ , f(3) = k \ , f(0) = k \ , \ f(2) = -4 + k$

پس ماکزیمم مطلق تابع در این بازه برابر k و می‌نیمم مطلق تابع در این بازه $-4 + k$ است و داریم:

$k = 3(-4 + k) \Rightarrow 2k = 12 \Rightarrow k = 6$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6 \Rightarrow f(0) = 6 \Rightarrow A(0, 6)$

$OA = \sqrt{36} = 6$

گروه آموزشی ماز

۲۱- کدام گزاره با T (گزاره همواره درست) هم‌ارز نیست؟

۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ ۲) $p \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge p)$

۳) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee (\sim p \wedge q))$ ۴) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)] \vee \sim p$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (p \wedge q \Rightarrow p) \vee (p \wedge q \Rightarrow q) \equiv T \vee T \equiv T$

۲) $p \Leftrightarrow \underbrace{((p \vee q) \wedge p)}_{p} \equiv p \Leftrightarrow p \equiv T$

۳) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee (\sim p \wedge q)) \equiv (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv T$

۴) $((p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \xrightarrow{\text{در نتیجه}} (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p) \equiv \sim p$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در یک اجتماع ۷ نفر دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم و ۴ نفر پایهٔ یازدهم وجود دارد. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از این ۱۱ نفر انتخاب کرد به شرطی که در افراد منتخب حداقل دو دانش‌آموز از پایهٔ یازدهم باشد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۵۰۴ ۳) ۳۰۱ ۴) ۴۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

سه حالت زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: دو دانش‌آموز پایهٔ یازدهم و سه دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم باشد.

$$x_1 = \binom{۴}{۲} \times \binom{۷}{۳} = ۶ \times ۳۵ = ۲۱۰$$

حالت دوم: سه دانش‌آموز پایهٔ یازدهم و دو دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم باشد.

$$x_2 = \binom{۴}{۳} \times \binom{۷}{۲} = ۴ \times ۲۱ = ۸۴$$

حالت سوم: چهار دانش‌آموز پایهٔ یازدهم و یک دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم باشد.

$$x_3 = \binom{۴}{۴} \times \binom{۷}{۱} = ۱ \times ۷ = ۷$$

$$\Rightarrow ? = x_1 + x_2 + x_3 = ۲۱۰ + ۸۴ + ۷ = ۳۰۱$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- یک تیم والیبال ۱۴ بازیکن دارد که قدهای همه با یکدیگر متفاوت است. ۴ نفر را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. بین آن‌ها یکی از ۳ نفر دیگر بلندتر است. احتمال آن‌که این شخص بلندترین عضو تیم باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۱۴}$ ۳) $\frac{۴}{۱۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۱}$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پیشامد A را پیشامد بلندترین بودن شخص موردنظر و پیشامد B را پیشامد بلندتر بودن این شخص از ۳ نفر دیگر در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۱}{۱۴}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۴}{۱۴}$$

گروه آموزشی ماز

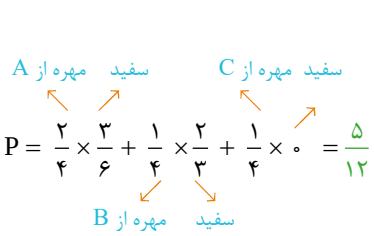
۲۴- کیسه A شامل ۳ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، کیسه B شامل ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه و کیسه C شامل ۱ مهره سیاه است. از کیسه A، ۲ مهره و از کیسهٔ B، ۱ مهره به تصادف انتخاب کرده و در کیسه C می‌ریزیم. حال از کیسهٔ C مهره‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این مهره سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۳}{۱۲}$

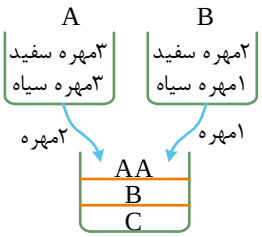
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

اگر به محتویات کیسه C توجه کنیم، خواهیم دید ۲ مهره از کیسه A آمده و ۱ مهره از کیسه B. ۱ مهره هم که از قبل توی C بود، پس با ترکیبی که در شکل کیسه C مشخص کرده‌ایم، مواجه هستیم. حال اگر از کیسه C مهره‌ای برداریم، یا از مهره‌های کیسه A بوده یا B و یا مهره قبلی خود C بوده است.

پس با احتمال کل طرف هستیم:



$$P = \frac{۲}{۴} \times \frac{۳}{۶} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۴} \times ۰ = \frac{۵}{۱۲}$$



گروه آموزشی ماز

۲۵- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ ($\sqrt{۵} \simeq ۲/۲$)

۵۰, ۵۹, ۵۷, ۳۹, ۴۶, ۴۲, ۳۷, ۳۲, ۵۶, ۵۴

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

روش اول:

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{\underbrace{۳۲,۳۷,۳۹}_{Q_۱=۳۹},۴۲,\underbrace{۴۶,۵۰}_{Q_۲=۴۸},۵۴,\underbrace{۵۶,۵۷,۵۹}_{Q_۳=۵۶}}$$

$$Q_۲=\frac{۴۶+۵۰}{۲}=۴۸$$

پس داده‌های ۵۴,۵۰,۴۶,۴۲ داده‌های داخل جعبه هستند برای محاسبه ضریب تغییرات، ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{۴}=\frac{(۴۲-۴۸)^۲+(۴۶-۴۸)^۲+(۵۰-۴۸)^۲+(۵۴-۴۸)^۲}{۴}=\frac{۸۰}{۴}=۲۰\Rightarrow\sigma=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}=\frac{\sqrt{۵}}{۲۴}\simeq\frac{۲/۲}{۲۴}\simeq۰/۰۹$$

روش دوم:

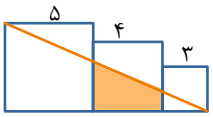
برای محاسبهٔ واریانس n عدد که تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، می‌توانیم از رابطهٔ $\sigma^۲=\frac{n^۲-۱}{۱۲}\times d^۲$ استفاده کنیم. پس:

$$۴۲,۴۶,۵۰,۵۴\Rightarrow\bar{x}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{۴^۲-۱}{۱۲}\times۴^۲=۲۰\Rightarrow\sigma=۲\sqrt{۵}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}\Rightarrow CV\simeq۰/۰۹$$

گروه آموزشی ماز

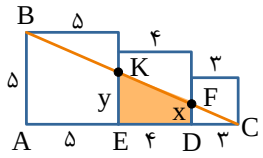
۲۶- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵، کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. مساحت ناحیهٔ رنگی چقدر است؟



۱) $\frac{۱۷}{۳}$ ۲) $\frac{۱۹}{۳}$ ۳) $\frac{۲۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

$\overset{\Delta}{ABC}$ را در نظر می‌گیریم، DF و EK موازی AB هستند و طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم: $(DF=x, EK=y)$



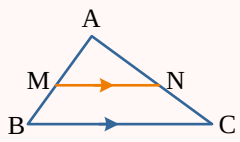
$$DF\parallel AB\Rightarrow\frac{x}{AB}=\frac{CD}{AC}\Rightarrow\frac{x}{۵}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow x=\frac{۵}{۴}$$

$$EK\parallel AB\Rightarrow\frac{y}{AB}=\frac{CE}{AC}\Rightarrow\frac{y}{۵}=\frac{۷}{۱۲}\Rightarrow y=\frac{۳۵}{۱۲}$$

$$\Rightarrow\text{مساحت ذوزنقهٔ رنگی}=\frac{۱}{۲}\times DE(x+y)=\frac{۱}{۲}\times۴\times(\frac{۵}{۴}+\frac{۳۵}{۱۲})=۲\times\frac{۱۵+۳۵}{۱۲}=\frac{۵۰}{۶}=\frac{۲۵}{۳}$$

تالس

فرض کنید پاره‌خط MN موازی ضلع BC باشد ، در این صورت داریم:

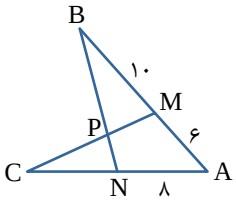


الف) قضیه تالس: $MN\parallel BC\Rightarrow\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$

ب) تعمیم قضیهٔ تالس: $MN\parallel BC\Rightarrow\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

گروه آموزشی ماز

۲۷- در شکل زیر، اگر $\hat{B}=\hat{C}$ باشد، نسبت مساحت مثلث BMP به مساحت مثلث CNP کدام است؟



۱) ۴

۲) $\frac{۲۵}{۹}$

۳) $\frac{۱۶}{۹}$

۴) $\frac{۲۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

برای دو مثلث ANB و AMC داریم:

$$\left.\begin{matrix}(\text{مشترک})\hat{A}=\hat{A}\\ \hat{B}=\hat{C}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\triangle}{ANB}\sim\overset{\triangle}{AMC}\Rightarrow\frac{AN}{AM}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\frac{۸}{۶}=\frac{۱۶}{AC}\Rightarrow AC=۱۲$$

$$CN=AC-AN=۱۲-۸=۴$$

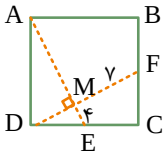
از طرفی، برای دو مثلث BMP و CNP داریم:

$$\left.\begin{matrix}\hat{B}=\hat{C}\\ (\text{متقابل به رأس})\ B\hat{P}M=C\hat{P}N\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\triangle}{BMP}\sim\overset{\triangle}{CNP}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\triangle}{BMP}}}{S_{\overset{\triangle}{CNP}}}=(\frac{BM}{CN})^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{S_{\overset{\triangle}{BMP}}}{S_{\overset{\triangle}{CNP}}}=(\frac{۱۰}{۴})^{۲}=(\frac{۵}{۲})^{۲}=\frac{۲۵}{۴}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- مساحت مربع شکل مقابل چقدر است؟



۱) ۱۱۷

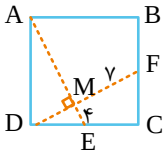
۲) ۱۰۸

۳) ۸۱

۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

دو مثلث ADE و CDF هم‌نهشت‌اند، پس:



$$\overset{\triangle}{ADE}\cong\overset{\triangle}{CDF}\Rightarrow AE=DF$$

با فرض $DM=x$ داریم:

$$AM=x+۳$$

از طرفی DM ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

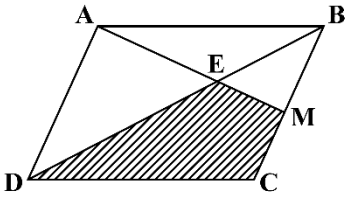
$$DM^{۲}=AM.ME\Rightarrow x^{۲}=(x+۳)(۴)\Rightarrow x^{۲}-۴x-۱۲=۰\Rightarrow x=۶$$

بنابراین $AM=۹$ و $DM=۶$ و با استفاده از فیثاغورس داریم:

$$AD^{۲}=AM^{۲}+DM^{۲}=۹^{۲}+۶^{۲}=۱۱۷\Rightarrow S_{ABCD}=۱۱۷$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در شکل زیر، اگر نقطهٔ M وسط ضلع BC باشد، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است؟



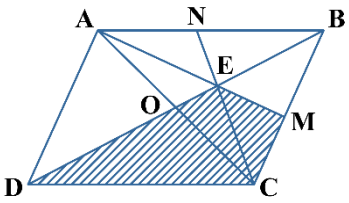
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۵}{۱۲}$

۳) $\frac{۴}{۹}$

۴) $\frac{۱۱}{۲۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)



مطابق شکل، قطر AC را رسم می‌کنیم. همچنین از C به نقطهٔ N وسط ضلع AB وصل می‌کنیم. در این صورت، نقطهٔ E نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است، بنابراین از برخورد میانه‌های این مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد شده است و در نتیجه داریم:

$$S_{OEMC} = \frac{۲}{۶}S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}S_{ABCD} = \frac{۱}{۶}S_{ABCD}$$

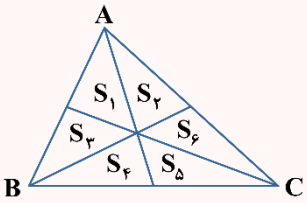
از طرفی از برخورد قطرهای هر متوازی‌الاضلاع، چهار مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ODC}} = \frac{۱}{۴}S_{ABCD}$$

$$S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{۱}{۶}S_{ABCD} + \frac{۱}{۴}S_{ABCD} = \frac{۵}{۱۲}S_{ABCD}$$

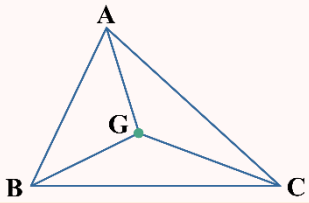
و باز هم میانه‌ها

۱) از برخورد میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم مساحت پدید می‌آید.



$$S_۱ = S_۲ = S_۳ = S_۴ = S_۵ = S_۶$$

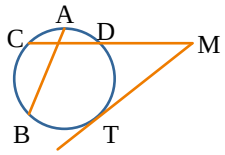
۲) اگر از نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.



$$S_{\overset{\Delta}{AGB}} = S_{\overset{\Delta}{AGC}} = S_{\overset{\Delta}{BGC}}$$

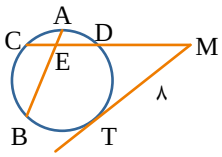
گروه آموزشی ماز

۳۰- وتر AB به طول ۲۰ توسط وتر CD به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، اگر CD توسط AB به دو قسمت مساوی تقسیم و اندازه مماس MT برابر با ۸ باشد، MD کدام است؟



۱) ۷
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)



AB به طول ۲۰ به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، یعنی:

$$\frac{AE}{EB} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \begin{cases} AE = ۲ \\ EB = ۱۸ \end{cases}$$

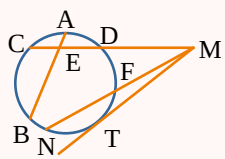
از طرفی، داریم:

$$DE\times CE = AE\times EB \xrightarrow{CE=DE} CE^۲ = ۳۶ \Rightarrow CE = ۶ \Rightarrow DC = ۲CE = ۱۲$$

با توجه به مماس بودن MT داریم:

$$MT^۲ = MD\times MC \Rightarrow ۶۴ = MD\times(MD+۱۲) \Rightarrow MD = ۴$$

روابط طولی در مثلث



۱) $AE\times EB = CE\times ED$
۲) $MF\times MN = MD\times MC$
۳) $MT^۲ = MD\times MC = MF\times MN$

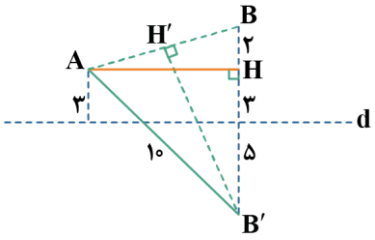
گروه آموزشی ماز

۳۱- دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۵ از خط d قرار دارند. اگر نقطهٔ B' بازتاب یافتهٔ B نسبت به خط d و $AB'=BB'$، آن‌گاه فاصلهٔ B' از AB چقدر است؟

۱) ۱۰ ۲) $۲\sqrt{۲۱}$ ۳) ۹ ۴) $۳\sqrt{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

مطابق شکل، عمود AH را بر BB' رسم می‌کنیم:



$$AB'=BB'=۱۰\ ,\ HB'=۸\Rightarrow AH=۶$$

$$AB=\sqrt{AH^۲+BH^۲}=\sqrt{۶^۲+۲^۲}=۲\sqrt{۱۰}$$

اگر عمود $B'H'$ بر AB رسم شود، داریم:

$$B'H'\times AB=AH\times BB'\Rightarrow B'H'\times ۲\sqrt{۱۰}=۶\times ۱۰\Rightarrow B'H'=\frac{۳۰}{\sqrt{۱۰}}=۳\sqrt{۱۰}$$

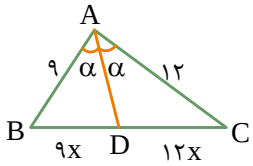
گروه آموزشی ماز

۳۲- در مثلث ABC، اگر $AB=۹$، $AC=۱۲$ و $BC=۱۴$ باشد، طول نیم‌ساز وارد بر ضلع BC کدام است؟

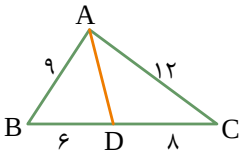
۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $۲\sqrt{۱۵}$ ۳) $۷\sqrt{۲}$ ۴) $۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

با توجه به روابط طولی بین نیمسازها در مثلث خواهیم داشت:



$$۹x+۱۲x=۲۱x=۱۴\Rightarrow x=\frac{۱۴}{۲۱}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\begin{cases}BD=۹\times\frac{۲}{۳}=۶\\ DC=۱۲\times\frac{۲}{۳}=۸\end{cases}$$



$$AD^۲=AB\times AC-BD\times DC\Rightarrow AD^۲=۹\times ۱۲-۶\times ۸=۱۰۸-۴۸=۶۰\Rightarrow AD=۲\sqrt{۱۵}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $AB+۲I=A$ باشد، جمع درایه‌های سطر اول ماتریس $۱۳A^{-۱}(B^{-۱}+A^{-۱})^{-۱}B^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) -۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا ماتریس B را به دست می‌آوریم، ببینید:

$$AB=A-۲I\Rightarrow B=I-۲A^{-۱}$$

$$B=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}-۲\times\frac{۱}{۱}\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴ & -۲\\ -۶ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & ۲\\ ۶ & -۳\end{bmatrix}$$

$$A^{-۱}(B^{-۱}+A^{-۱})^{-۱}B^{-۱}=\Big(B(B^{-۱}+A^{-۱})A\Big)^{-۱}=(A+B)^{-۱}=\begin{bmatrix}-۱ & ۳\\ ۹ & -۱\end{bmatrix}^{-۱}=\frac{۱}{-۲۶}\begin{bmatrix}-۱ & -۳\\ -۹ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲۶} & \frac{۳}{۲۶}\\ \frac{۹}{۲۶} & \frac{۱}{۲۶}\end{bmatrix}$$

پاسخ سوال برابر است با:

$$۱۳A^{-۱}(B^{-۱}+A^{-۱})^{-۱}B^{-۱}=۱۳\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲۶} & \frac{۳}{۲۶}\\ \frac{۹}{۲۶} & \frac{۱}{۲۶}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲} & \frac{۳}{۲}\\ \frac{۹}{۲} & \frac{۱}{۲}\end{bmatrix}\Rightarrow \text{جمع درایه‌های سطر اول}=\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲}=۲$$

نکته

معکوس ضرب چند ماتریس، با ضرب معکوس آن‌ها از آخر به اول برابر است.

$$(ABC)^{-۱}=C^{-۱}B^{-۱}A^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$، آن‌گاه درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس $A^{۱۰۰}$ چقدر است؟

۱) $-۲^{۱۰۰}$ ۲) $۲^{۱۰۰}$ ۳) $۲^{۹۹}$ ۴) $-۲^{۹۹}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

$$A^۲=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & -۶\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}$$

$$A^۳=A^۲\times A=(-۲)\begin{bmatrix}۱ & ۳\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}=(-۲)\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}=-۸I$$

$$\Rightarrow A^{۱۰۰}=A^{۹۹}\times A=(A^۳)^{۳۳}\times A=(-۸I)^{۳۳}\times A$$

$$\Rightarrow A^{۱۰۰}=-(۲^۳)^{۳۳}A=-۲^{۹۹}A \Rightarrow \text{درایه سطر دوم، ستون دوم}=-۲^{۹۹}\times ۱$$

توجه فرمایید!!!

هر آرایش از اعداد حقیقی به صورت مقابل یک ماتریس $n\times m$ است:

$$A=\begin{bmatrix}a_{۱۱} & \cdots & a_{۱m}\\ \vdots & & \vdots\\ a_{n۱} & \cdots & a_{nm}\end{bmatrix}$$

a_{ij}ها را اعضای ماتریس یا درایه‌های ماتریس می‌نامیم.

$$A^n=A.A^{n-۱}=A^{n-۱}.A$$

گروه آموزشی ماز

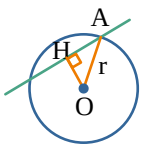
۳۵- دایرهٔ $C:x^۲+y^۲-۲x+۸y=m$ بر خط $d:۳x-۴y=۴$ وتری به طول ۸ ایجاد می‌کند. این دایره محور xها را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

مرکز دایرهٔ C برابر است با:

$$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})=(۱,-۴)$$



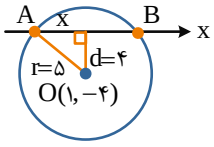
فاصلهٔ مرکز دایره از خط d برابر است با:

$$d=\frac{|۳\times ۱-۴\times(-۴)-۴|}{\sqrt{۳^۲+(-۴)^۲}}=\frac{۱۵}{۵}=۳$$

خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود وتر را نصف می‌کند، پس:

$$AH=۴\Rightarrow r^۲=d^۲+AH^۲\Rightarrow r^۲=۴^۲+۳^۲\Rightarrow r=۵$$

فاصلهٔ مرکز دایره $O(۱,-۴)$ از محور xها برابر ۴ است. با توجه به $r=۵$ نصف طول وتری که دایره روی محور xها ایجاد می‌کند برابر است با:



$$x^۲=r^۲-d^۲\Rightarrow x^۲=۵^۲-۴^۲\Rightarrow x=۳$$

$$\text{فاصلهٔ } A \text{ و } B=\text{طول وتر}=۲x=۶$$

محاسبهٔ مرکز و شعاع دایره در حالت گسترده

اگر $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ معادلهٔ گستردهٔ یک دایره باشد، مرکز و شعاع دایره به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}) \qquad R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$$

فاصلهٔ نقطه از خط: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A,y_A)$ از خط $d:ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر $|\vec{a}|=۲$ و $|\vec{b}|=۳$ و $\vec{a}.\vec{b}=\frac{۱۸}{۵}$ باشد، مساحت مثلثی که روی دو بردار $۳\vec{a}$ و $۲\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۴/۴ ۴) ۱۴/۸

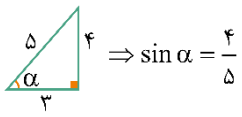
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

ابتدا اندازهٔ بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را مشخص می‌کنیم:

$$|\vec{b}|=۲\ ,\ |\vec{a}|=۳$$

حال cos زاویهٔ بین دو بردار را به‌دست می‌آوریم، ببینید:

$$\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha \Rightarrow ۳\times۲\times\cos\alpha=\frac{۱۸}{۵} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{۳}{۵}$$



$$\Rightarrow \sin\alpha=\frac{۴}{۵}$$

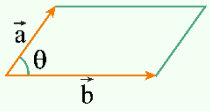
پس زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ حاده می‌باشد.

مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{m}$ و $\vec{n}$ ساخته می‌شود، برابر $S=\frac{۱}{۲}|\vec{m}\times\vec{n}|$ می‌باشد. پس مساحت مثلث ساخته شده توسط دو بردار $۳\vec{a}$ و $۲\vec{b}$ برابر است با:

$$S=\frac{۱}{۲}|۳\vec{a}\times۲\vec{b}|=\frac{۱}{۲}\times۶|\vec{a}\times\vec{b}|=۳|\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha=۳\times۲\times۳\times\frac{۴}{۵}=\frac{۷۲}{۵}=۱۴/۴$$

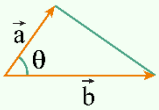
کاربردهای ضرب خارجی دو بردار

۱) مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با:



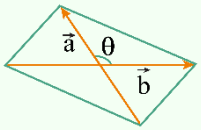
$$S=|\vec{a}\times\vec{b}|$$

۲) مساحت مثلث ساخته شده توسط ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با:



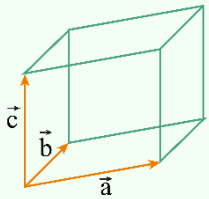
$$S=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{۲}$$

۳) مساحت چهارضلعی محدبی که ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ قطرهای آن باشند، برابر است با:



$$S=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{۲}$$

۴) حجم متوازی‌السطوحی که توسط ۳ بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بنا می‌شود، برابر است با:



$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|=\begin{Vmatrix} a_۱ & a_۲ & a_۳ \\ b_۱ & b_۲ & b_۳ \\ c_۱ & c_۲ & c_۳ \end{Vmatrix}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر عدد صحیح a در تقسیم بر اعداد ۲۴ و ۲۱ به ترتیب باقی‌مانده‌های ۱۹ و ۷ داشته باشد، آن‌گاه باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۵۶ کدام رقم دهگان را دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی / مفهومی ـ ۱۴۰۱)

روش اول:

$$\begin{cases} a=۲۴k+۱۹ \\ a=۲۱q+۷ \end{cases} \begin{matrix} \times۷ \\ \times۸ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ۷a=۱۶۸k+۱۳۳ \quad (I) \\ ۸a=۱۶۸q+۵۶ \quad (II) \end{cases} \xrightarrow{(II)-(I)} a=۱۶۸l+(-۷۷) \Rightarrow a=۵۶l'+(-۷۷)+۲\times(۵۶)$$

$$\Rightarrow a=۵۶l'+۳۵ \Rightarrow r=۳۵ \Rightarrow \text{رقم دهگان}=۳$$

روش دوم:

a مضرب ۷ است، پس باقی‌مانده‌اش بر ۵۶ یکی از اعداد ۰,۷,۱۴,...,۴۹ می‌تواند باشد. در بین آن اعداد دنبال عددی باشید که در تقسیم بر ۸ باقی‌ماندهٔ ۳ داشته باشد (چون ۱۹ چنین است) که در بین ۰,۷,۱۴,...,۴۹ فقط ۳۵ مناسب بوده و رقم دهگان آن ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- معادلهٔ $۲۷x+۳۹y=۱۰۰۲$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا شرط جواب معادله را بررسی می‌کنیم:

$$(۲۷,۳۹)=۳\mid ۱۰۰۲ \checkmark$$

$$\xrightarrow{\div ۳} ۹x+۱۳y=۳۳۴ \Rightarrow ۱۳y\overset{۹}{\equiv}۳۳۴$$

$$\Rightarrow ۱۳y\overset{۹}{\equiv}۱ \xrightarrow[۱\overset{۹}{\equiv}-۸]{۱۳\overset{۹}{\equiv}۴} ۴y\overset{۹}{\equiv}-۸ \Rightarrow y\overset{۹}{\equiv}-۲ \Rightarrow y=-۲+۹t \quad (t\in\mathbb{Z})$$

$$۹x+۱۳(-۲+۹t)=۳۳۴ \Rightarrow x=۴۰-۱۳t \Rightarrow \begin{cases} x=۴۰-۱۳t \\ y=-۲+۹t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{Z})$$

حالا شرط جواب‌های طبیعی را چک می‌کنیم:

$$\begin{cases} x>۰ \Rightarrow ۴۰-۱۳t>۰ \Rightarrow t<\frac{۴۰}{۱۳} \\ y>۰ \Rightarrow -۲+۹t>۰ \Rightarrow t>\frac{۲}{۹} \end{cases} \Rightarrow \frac{۲}{۹}<t<\frac{۴۰}{۱۳} \Rightarrow t=۱,۲,۳$$

پس معادله ۳ دسته جواب طبیعی دارد.

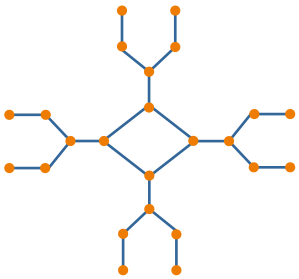
$t=۱ \Rightarrow x=۲۷ , y=۷$

$t=۲ \Rightarrow x=۱۴ , y=۱۶$

$t=۳ \Rightarrow x=۱ , y=۲۵$

گروه آموزشی ماز

۳۹- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

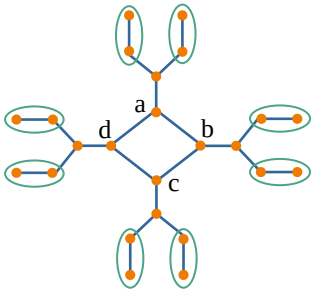


۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

هر رأس درجهٔ ۱ یا باید خودش در مجموعهٔ احاطه‌گر باشد و یا تنها همسایه‌اش.

در گراف داده شده ۸ رأس درجهٔ ۱ وجود دارد که با در نظر گرفتن هر یک از آن‌ها و تنها همسایهٔ هر کدام، ۸ مجموعهٔ جدا از هم تشکیل می‌شود که از هر مجموعه‌ای حداقل یک عضو در مجموعهٔ احاطه‌گر داده می‌شود که در این صورت هیچ‌یک از رئوس d,c,b,a احاطه نمی‌شود. چون آن چهار رأس تشکیل $C_۴$ می‌دهند ورود حداقل دو رأس از آن چهار رأس به مجموعهٔ احاطه‌گر الزامی می‌شود. پس با انتخاب رأس درجهٔ ۲ در مجموعه‌های هشت‌گانه و دو رأس از بین d,c,b,a یک مجموعهٔ احاطه‌گر ۱۰ عضوی معرفی می‌شود.



عدد احاطه‌گری

تعداد عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نشان می‌دهیم.

گروه آموزشی ماز

۴۰- معادلهٔ $x_1^3 + x_2 + x_3 = 8$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

با کمک اصل جمع و مقداردهی به x_1 (حالت‌بندی) تعداد جواب‌ها را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{8+2-1}{2-1} = \binom{9}{1} = 9$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 = 7 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{7+2-1}{2-1} = \binom{8}{1} = 8$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{0+2-1}{2-1} = \binom{1}{1} = 1$$

بنابراین تعداد کل جواب‌ها برابر $9+8+1$ یعنی ۱۸ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x=t^3-2t^2+3t-14$ است. بزرگی اختلاف اندازهٔ سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم و ۲ ثانیهٔ سوم حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (ساده ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

ابتدا دقت کنید که مقدار ثابت ۱۴- تأثیری بر مقادیر جابه‌جایی و سرعت متوسط ندارد و می‌توان سرعت متوسط را با کمک معادلهٔ $x=t^3-2t^2+3t$ نیز محاسبه کرد؛ بنابراین داریم:

$$\text{۳ ثانیهٔ دوم: } 3s\le t<6s:\begin{cases}t_1=3s: x_1=3^3-2\times3^2+3\times3=18m\\ t_2=6s: x_2=6^3-2\times6^2+3\times6=162m\end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{162-18}{6-3}=\frac{144}{3}=48\frac{m}{s}$$

$$\text{۲ ثانیهٔ سوم: } 4s\le t<6s:\begin{cases}t_1=4s: x_1=4^3-2\times4^2+3\times4=44m\\ t_2=6s: x_2=162m\end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av}=\frac{\Delta x'}{\Delta t'}=\frac{162-44}{6-4}=\frac{118}{2}=59\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v'_{av}-v_{av}=59-48=11\frac{m}{s}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان

در این درس‌نامه می‌خواهیم اطلاعاتی را که از معادلهٔ مکان ـ زمان قابل استنباط است، بررسی کنیم. برای ساده‌تر شدن فهم موضوع از یک مثال استفاده می‌کنیم و با پاسخ دادن به سؤالات مختلف، معادلهٔ مکان ـ زمان را به‌طور کامل بررسی می‌کنیم.

مثال

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI برابر $x=t^2-6t+8$ است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱- مکان متحرک در لحظات $t_1=1s$ و $t_2=6s$ را به‌دست آورید.

با جایگذاری زمان‌ها در معادله داریم:

$$t_1=1s\rightarrow x_1=1^2-(6\times1)+8=3m$$

$$t_2=6s\rightarrow x_2=6^2-(6\times6)+8=8m$$

۲- جابه‌جایی متحرک بین لحظات $t_1=1s$ تا $t_2=6s$ چند متر است؟

$$\begin{cases}t_1=1s: x_1=3m\\ t_2=6s: x_2=8m\end{cases}\rightarrow\Delta x=x_2-x_1=8-3=5m$$

۳- سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=6s$ چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{5}{6-1}=1\frac{m}{s}$$

۴- بردار سرعت متوسط متحرک در ثانیهٔ دوم حرکت در چه جهتی است؟

کافی است ببینیم متحرک در ثانیهٔ دوم در جهت محور x جابه‌جا یا در خلاف آن جابه‌جا شده است.

$$\begin{cases}t_1=1s: x_1=1^2-(6\times1)+8=3m\\ t_2=2s: x_2=2^2-(6\times2)+8=0\end{cases}\rightarrow\Delta x=0-3=-3m$$

بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط در خلاف جهت محور x هستند.

۵- بردار مکان متحرک در چه لحظاتی تغییر علامت می‌دهد؟

کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان را تعیین علامت کنیم. برای این کار ریشه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

$$x=t^2-6t+8=(t-2)(t-4)\rightarrow\begin{cases}t_1=2s\\ t_2=4s\end{cases}$$

t		۲		۴	
x	+	۰	−	۰	+

بنابراین در لحظات $t=2s$ و $t=4s$، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

نکته

درصورتی‌که علاوه‌بر معادلهٔ مکان ـ زمان، معادلهٔ سرعت ـ زمان را هم داشته باشیم، می‌توانیم مواردی مثل جهت حرکت، شتاب متوسط، مسافت طی‌شده، تندی متوسط و لحظات تغییر جهت را هم به‌دست آوریم که در آزمون‌های بعدی این موارد را به‌طور کامل بررسی می‌کنیم.

نکته

۱- ابتدای ثانیهٔ nام به معنی لحظهٔ $t = n-1$ است.

۲- انتهای ثانیهٔ nام به معنی لحظهٔ $t = n$ است.

۳- T ثانیهٔ nام به معنی بازهٔ زمانی بین لحظات $t_1 = (n-1)T$ تا $t_2 = nT$ است.

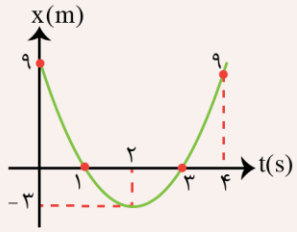
ریاضی - دی‌ماه ۱۴۰۱

۴۴- معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادلهٔ داده‌شده در صورت سؤال، ابتدا نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم و سپس با توجه به نمودار به‌راحتی مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۱ تا ۴ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

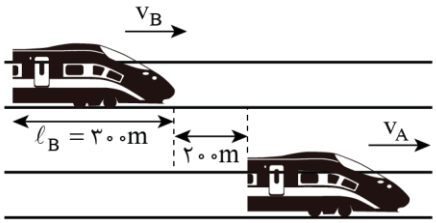


$$x = 3t^2 - 12t + 9$$
$$L = 3 + 3 + 9 = 15(m)$$
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5\left(\frac{m}{s}\right)$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۴۲- مطابق شکل، قطارهای A و B که در فاصلهٔ ۲۰۰ متری از هم قرار دارند، در لحظهٔ $t = 0$ به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $12\frac{m}{s}$ و $20\frac{m}{s}$، هم‌زمان به سمت راست شروع به حرکت می‌کنند. اگر پس از گذشت مدت‌زمان ۲ دقیقه، قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت بگیرد، در این صورت طول قطار A چند متر است؟



۱) ۴۶۰

۲) ۹۶۰

۳) ۷۶۰

۴) ۶۰۰

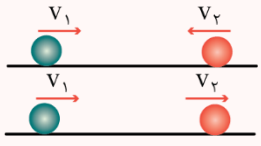
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

برای این‌که قطار B از قطار A به‌طور کامل سبقت بگیرد، باید انتهای قطار B از ابتدای قطار A عبور کند؛ به عبارت دیگر باید انتهای قطار B به‌اندازهٔ $\ell_A + \ell_B + 200$ متر بیش‌تر از ابتدای قطار A حرکت کند. با توجه به این‌که سرعت قطار B به‌اندازهٔ $20 - 12 = 8\frac{m}{s}$ بیش‌تر از قطار A است، می‌توان نوشت:

$$d_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t \Rightarrow \ell_A + \overbrace{\ell_B}^{300m} + 200 = 8 \times 2 \times 60 \Rightarrow \ell_A = 460m$$

سرعت نسبی

۱- اگر دو متحرک خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند: $v_{\text{نسبی}} = |v_1| + |v_2|$



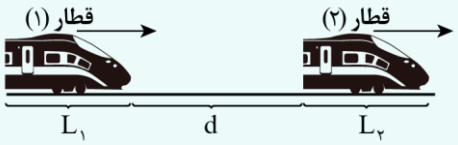
۲- اگر دو متحرک هم‌جهت حرکت کنند: $v_{\text{نسبی}} = |v_1 - v_2|$

جابه‌جایی نسبی دو متحرک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$d_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t$$

نکته

در سؤال‌های مربوط به حرکت نسبی دو قطار اگر قطار (۱) به‌اندازهٔ d عقب‌تر از قطار (۲) باشد، برای عبور کامل قطار (۱) از قطار (۲) جابه‌جایی نسبی برابر است با:



$$d_{\text{نسبی}} = L_۱ + L_۲ + d$$

کنکور سراسری علوم تجربی نوبت دوم خارج از کشور ۱۴۰۲

دو متحرک با تندی ثابت $v_۱$ و $v_۲ > v_۱$ روی خط راست طوری حرکت می‌کنند که اگر خلاف جهت هم بروند، فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه ۱۶ متر تغییر می‌کند و اگر هم‌جهت حرکت کنند، فاصلهٔ آن‌ها در هر دقیقه ۲۴۰ متر تغییر می‌کند. $\frac{v_۲}{v_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۵}$

پاسخ تشریحی:

در حالت اول که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مجموع تندی دو متحرک و در حالت دوم که دو متحرک در یک جهت حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مقدار اختلاف تندی دو متحرک؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = v_۱ + v_۲$$
$$v' = v_۲ - v_۱$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ $v = \frac{d}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱s]{d = ۱۶m} v = \frac{۱۶}{۱} = ۱۶\frac{m}{s}$$
$$v' = \frac{d'}{\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t' = ۶۰s]{d' = ۲۴۰m} v' = \frac{۲۴۰}{۶۰} = ۴\frac{m}{s}$$

درنهایت با تشکیل دستگاه دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} v_۱ + v_۲ = ۱۶ \\ v_۲ - v_۱ = ۴ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_۲ = ۱۰\frac{m}{s} \\ v_۱ = ۶\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۴۳- گلولهٔ کوچکی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم. اگر گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود، ۶ برابر دو ثانیهٔ اول حرکتش جابه‌جا شده باشد، تندی برخورد گلوله با سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۴۵ ۲) ۷۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

اندازهٔ جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول را محاسبه می‌کنیم:

$\Delta y_۱$: $t_۰ = ۰$ تا $t_۱ = ۲$

$$|\Delta y_۱| = \left|-\frac{۱}{۲}g(۲)^۲\right| = ۲۰m$$

اندازهٔ جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ آخر:

$\Delta y_۲$: $t_۲ = t - ۲$ تا t

$$|\Delta y_۲| = ۶|\Delta y_۱| = ۶ \times ۲۰ = ۱۲۰m$$

گام سوم:

زمان برخورد با زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$|\Delta y_۲| = \left|\frac{۱}{۲}gt^۲\right| - \left|-\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲\right| = ۱۲۰ \Rightarrow |\Delta y_۲| = ۵(t^۲ - (t^۲ - ۴t + ۴)) = ۱۲۰ \Rightarrow ۵(۴t - ۴) = ۱۲۰ \Rightarrow t = ۷s$$

گام آخر:

تندی در لحظهٔ t (برخورد با زمین):

$$v=-gt\Rightarrow|v|=|-gt|=۷۰\frac{m}{s}$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۶

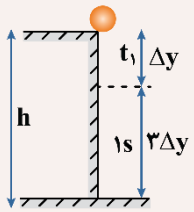
گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر این گلوله مسافتی را که در ثانیهٔ آخر حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

پاسخ تشریحی:

روش اول:

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\begin{cases}\Delta y_۱=\frac{-۱}{۲}gt_۱^۲\\ \Delta y_{کل}=\Delta y_۱+۳\Delta y_۱=\frac{-۱}{۲}gt_{کل}^۲\end{cases}$$

$$\xrightarrow{v_۰=۰\ ,\ t_{کل}=t_۱+۱}\begin{cases}\Delta y_۱=\frac{-۱}{۲}gt_۱^۲\\ \Delta y_{کل}=\frac{-۱}{۲}g(t_۱+۱)^۲\end{cases}\xrightarrow[\Delta y_{کل}-\Delta y_۱=۳\Delta y_۱]{\text{تفاضل}}-۵(t_۱^۲+۲t_۱+۱)-(-۵t_۱^۲)=۳(-۵t_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۱۵t_۱^۲-۱۰t_۱-۵=۰\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۱s & \text{ق ق}\\ t_۱=-\frac{۱}{۳} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

پس زمان کل حرکت: $t=۱+t_۱=۱+۱=۲s$ است و بنابراین:

$$h=|\Delta y_{کل}|=|-۵t^۲|=۲۰m$$

روش دوم:

دنبالهٔ عددی جابه‌جایی (در هر ثانیه) در حرکت سقوط آزاد، با شتاب $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ برابر است با:

$$۵,۱۵,۲۵,۳۵,...$$

با توجه به دنبالهٔ بالا، جملهٔ دوم سه برابر جملهٔ اول است، بنابراین ارتفاع h برابر است با:

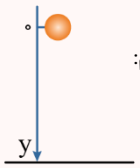
$$h=۵+۱۵=۲۰m$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

سقوط آزاد

به حرکت جسمی که فقط تحت تأثیر جاذبهٔ گرانشی در نزدیکی سطح زمین سقوط می‌کند درصورتی‌که از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، سقوط آزاد گویند.

برای راحتی کار در حل سؤالات سقوط آزاد نقطهٔ رها شدن جسم را مبدأ مختصات درنظر می‌گیریم و جهت مثبت محور y را به سمت پایین انتخاب می‌کنیم:



در این صورت علامت شتاب و مکان و سرعت در هر لحظه مثبت خواهد شد.

معادله‌های سقوط آزاد درصورت رها شدن جسم بدون سرعت اولیه

۱- معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰\xrightarrow[v_۰=۰]{y_۰=۰}y=\frac{۱}{۲}gt^۲$$

۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان:

$$v=gt+v_۰\xrightarrow{v_۰=۰}v=gt$$

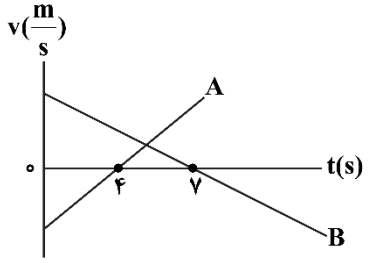
۳- معادلهٔ مستقل از زمان:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲g\Delta y$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک A، ۲ برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد و هر دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده باشند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو متحرک دوباره از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۵
۲) ۷
۳) ۱۰
۴) ۲۰



پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله‌های مکان ـ زمان دو متحرک را نوشته و آن‌ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادلهٔ فوق، لحظهٔ رسیدن دو متحرک به‌هم تعیین می‌شود.

روش اول:

شتاب متحرک A، مثبت و شتاب متحرک B، منفی است، درنتیجه:

$$a_A = -۲a_B$$

با استفاده از رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_A = \frac{-v_{۰A}}{۴} \Rightarrow v_{۰A} = -۴a_A \xrightarrow{a_A = -۲a_B} v_{۰A} = ۸a_B$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{-v_{۰B}}{۷} \Rightarrow v_{۰B} = -۷a_B$$

حرکت دو متحرک با شتاب ثابت است، درنتیجه:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}(-۲a_B)t^۲ + (۸a_B)t + x_۰ \\ x_B = \frac{۱}{۲}(a_B)t^۲ + (-۷a_B)t + x_۰ \end{cases}$$

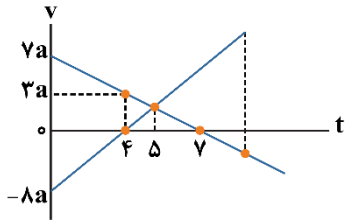
$$x_A = x_B \Rightarrow -a_Bt^۲ + ۸a_Bt = \frac{۱}{۲}a_Bt^۲ - ۷a_Bt$$

$$\Rightarrow ۱۵\cancel{a_B}t = \frac{۳}{۲}\cancel{a_B}t^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}t^۲ = ۱۵t \Rightarrow \frac{۳}{۲}t = ۱۵$$

$$\Rightarrow t = ۱۰s$$

روش دوم:

به کمک تشابه می‌توانیم لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر را به‌دست آوریم:



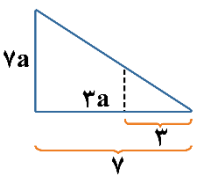
$$|a_A| = ۲|a_B| \xrightarrow[a_B<۰]{a_A>۰} a_A = -۲a_B$$

$$\Rightarrow a_B = -a \ , \ a_A = ۲a$$

$$a_B = -a = \frac{۰ - v_{۰B}}{۷} \Rightarrow v_{۰B} = ۷a$$

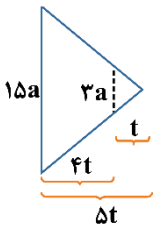
$$a_A = ۲a = \frac{۰ - v_{۰A}}{۴} \Rightarrow v_{۰A} = -۸a$$

تشابه (۱):



$۵t = t + ۴ \Rightarrow t = ۱s$

(۲) تشابه:



می‌دانیم اگر دو متحرک با شتاب ثابت از یک نقطه حرکت کنند و در لحظهٔ t سرعت دو متحرک باهم برابر شود (یعنی نمودار $v-t$ دو متحرک یکدیگر را قطع کنند)، در لحظهٔ ۲t دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؛ بنابراین با توجه به این‌که در لحظهٔ $t = ۵s$ نمودار $v-t$ دو متحرک یکدیگر را قطع کرده‌اند، در لحظهٔ $t = ۱۰s$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند.

مثال

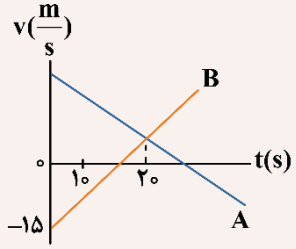
خودرویی پشت چراغ‌قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ‌قرمز با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $۳۶\frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد. در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

پاسخ:

$$\begin{cases} \text{خودرو } x = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow \text{خودرو } x = t^۲ \\ \text{کامیون } x = vt \\ v = ۳۶\frac{km}{h} = ۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow \text{کامیون } x = ۱۰t \end{cases} \xrightarrow{\text{در لحظهٔ به‌هم رسیدن}} \begin{cases} t^۲ = ۱۰t \Rightarrow t = ۱۰s \\ \text{به‌هم رسیدن } x = (۱۰)^۲ = ۱۰۰m \end{cases}$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

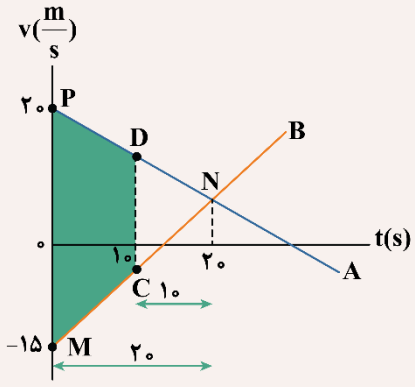
۴۳- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۰s$ طی می‌کنند، چند متر است؟



۱) ۳۵۰
۲) ۲۶۲/۵
۳) ۲۵۰
۴) ۱۲۵/۵

پاسخ تشریحی:

مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر مساحت مشخص‌شده در شکل است:



مثلث‌های $\overset{\Delta}{PMN}$ و $\overset{\Delta}{DNC}$ با نسبت ۲ متشابه هستند، بنابراین مساحت مثلث $\overset{\Delta}{DNC}$، $\frac{۱}{۴}$ برابر مساحت $\overset{\Delta}{PMN}$ است و درنتیجه مساحت هاشورخورده، $\frac{۳}{۴}$ برابر مساحت مثلث $\overset{\Delta}{PMN}$ خواهد بود.

مساحت $\overset{\Delta}{PMN}$: $S_۱ = \frac{۳۵ \times ۲۰}{۲} = ۳۵۰$

مساحت هاشورخورده ← : $S_۲ = \frac{۳}{۴}S_۱ = \frac{۳}{۴} \times ۳۵۰ = ۲۶۲/۵$

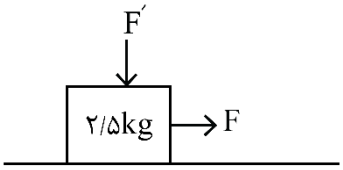
بنابراین مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۱۰s$ برابر $۲۶۲/۵m$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل زیر، ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰/۴ بوده و جسم با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در حال حرکت است. نیروی F' را چند نیوتون افزایش دهیم تا جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و بزرگی F' در ابتدا برابر بزرگی F بوده است.)

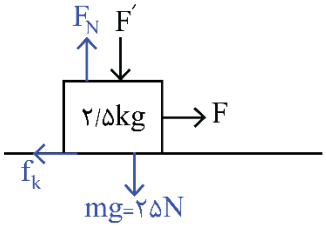
۱) ۱۲/۵
۲) ۲۵
۳) ۳۷/۵
۴) ۶۲/۵



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

گام اول:

در ابتدا می‌توان نوشت:



$$F_{net(y)}=۰ \Rightarrow F_N=F'+mg=F+۲۵$$

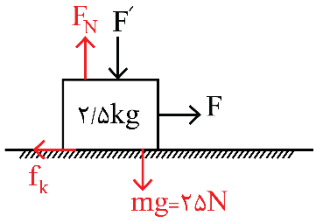
$$F_{net(x)}=ma \Rightarrow F-f_K=ma \Rightarrow F-\mu_K F_N=ma$$

$$\xrightarrow[\mu_K=۰/۴\ ,\ a=۲]{F_N=F+۲۵} F-۰/۴(F+۲۵)=۲/۵\times ۲$$

$$۰/۶F-۱۰=۵ \Rightarrow F=۲۵N$$

گام آخر:

در حالت جدید نیز می‌توان نوشت:



$$F_{net(y)}=۰ \Rightarrow F_N=F'+mg$$

$$\Rightarrow F_N=F'+۲۵$$

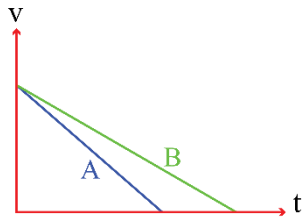
$$a=۰ \Rightarrow F_{net(x)}=۰ \Rightarrow F=f_K=\mu_K F_N$$

$$\Rightarrow ۲۵=۰/۴(F'+۲۵) \Rightarrow F'=۳۷/۵N$$

بنابراین نیروی F' باید به‌اندازهٔ $۱۲/۵N=۲۵-۳۷/۵$ افزایش یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۶- دو جسم A و B را روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم تا تحت تأثیر نیروی اصطکاک متوقف شوند. اگر نمودار سرعت-زمان دو جسم تا لحظهٔ توقف مطابق شکل زیر باشد، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

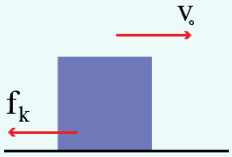


۱) نیروی اصطکاک وارد بر جسم A بزرگ‌تر از نیروی اصطکاک وارد بر جسم B است.
۲) نیروی اصطکاک وارد بر جسم A کوچک‌تر از نیروی اصطکاک وارد بر جسم B است.
۳) ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم A و سطح، بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم B و سطح است.
۴) ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم A و سطح، کوچک‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم B و سطح است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۴۰۲)

نکته

هنگامی که جسم روی سطح افقی، تحت تأثیر اصطکاک متوقف می‌شود، شتاب حرکت آن برابر $a=-\mu_k g$ است؛ بنابراین اگر شتاب حرکت جسم A بیش‌تر از جسم B باشد، می‌توان نتیجه گرفت که ضریب اصطکاک جنبشی جسم A و سطح بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی جسم B و سطح است.



$$F_{net}=-f_k=-\mu_k mg$$

$$\rightarrow ma=-\mu_k mg \rightarrow a=-\mu_k g$$

دقت کنید که در مورد مقایسهٔ جرم جسم‌ها و نیروی اصطکاک وارد بر آن‌ها نمی‌توان اظهارنظر کرد.

اندازهٔ شیب نمودار سرعت-زمان A بیش‌تر از B است؛ بنابراین اندازهٔ شتاب توقف A بزرگ‌تر از B است و مطابق نکتهٔ فوق، درستی گزینهٔ (۳) واضح است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- معادلهٔ تکانه ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $p = ۲t^۲ - ۴t + ۶$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند نیوتون است؟

۱) $۸\vec{i}$ ۲) $-۸\vec{i}$ ۳) $۴\vec{i}$ ۴) $-۴\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

با استفاده از قانون دوم نیوتون با بیان تکانه داریم:

$$p = ۲t^۲ - ۴t + ۶ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲s : p = ۲\times ۲^۲ - ۴\times ۲ + ۶ = ۶ \dfrac{kg.m}{s} \\ t_۲ = ۴s : p = ۲\times ۴^۲ - ۴\times ۴ + ۶ = ۲۲ \dfrac{kg.m}{s} \end{cases}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{۲۲ - ۶}{۴ - ۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸N$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۲

۵۷- معادلهٔ تکانه ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $\vec{p} = (t^۲ - ۵t + ۶)\vec{i}$ است. بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲/۵s$ چند نیوتون است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۳}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادلهٔ $p - t$، تکانهٔ جسم در دو لحظه را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} p_۱ = (۱)^۲ - ۵(۱) + ۶ = ۲ \dfrac{kg.m}{s} \\ p_۲ = (۲/۵)^۲ - ۵(۲/۵) + ۶ = -۰/۲۵ \dfrac{kg.m}{s} \end{cases}$$

حال به کمک رابطهٔ نیروی خالص متوسط با تغییر تکانه، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{-۰/۲۵ - ۲}{۲/۵ - ۱} = \frac{-۲/۲۵}{۱/۵} = -۱/۵N \Rightarrow |F_{av}| = ۱/۵N = \frac{۳}{۲}N$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۴۸- ماهوارهٔ A در فاصلهٔ $۰/۵R_e$ از سطح زمین و ماهوارهٔ B در فاصلهٔ $۵R_e$ از سطح زمین، تحت تأثیر نیروی گرانش زمین درحال حرکت دایره‌ای یکنواخت به دور زمین هستند. به‌ترتیب از راست به چپ، تندی حرکت و دورهٔ ماهوارهٔ A، چند برابر تندی حرکت و دورهٔ ماهوارهٔ B است؟

۱) ۲ و $\frac{۱}{۸}$ ۲) ۴ و $\frac{۱}{۸}$ ۳) ۲ و $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴ و $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

گام اول:

مقایسهٔ تندی:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_e + h}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{R_e + h_B}{R_e + h_A}} = \sqrt{\frac{R_e + ۵R_e}{R_e + ۰/۵R_e}} = \sqrt{۴} = ۲$$

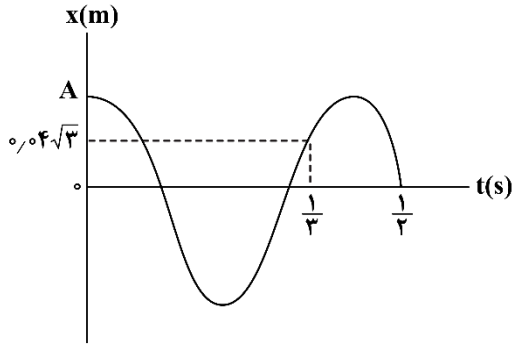
گام آخر:

مقایسهٔ دوره:

$$T \propto (R_e + h)^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{R_e + h_A}{R_e + h_B}\right)^{\frac{۳}{۲}} = \left(\frac{۱/۵R_e}{۶R_e}\right)^{\frac{۳}{۲}} = \left(\frac{۱}{۴}\right)^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۱}{۸}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند واحد SI است؟

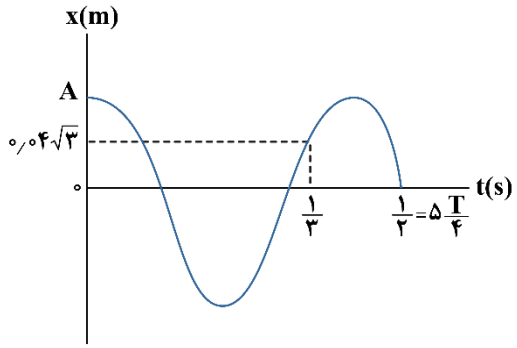


۱) π^2
۲) $\sqrt{3}\pi^2$
۳) $2\pi^2$
۴) $2\sqrt{3}\pi^2$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده‌شده ابتدا دورهٔ نوسان (T) و سپس بسامد زاویه‌ای (ω) را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{5T}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow T=\frac{4}{10}s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=\frac{2\pi}{\frac{4}{10}}=5\pi(\frac{rad}{s})$$

گام دوم:

در لحظهٔ $t=\frac{1}{3}s$ مکان نوسانگر $0/04\sqrt{3}\,m$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x=0/04\sqrt{3}\,m\ ,\ \omega=5\pi\frac{rad}{s}\ ,\ t=\frac{1}{3}s}\frac{4}{100}\sqrt{3}=A\cos(\frac{5\pi}{3})\Rightarrow A=\frac{8\sqrt{3}}{100}m$$

گام آخر:

اندازهٔ شتاب بیشینهٔ نوسانگر از رابطهٔ $|a_{max}|=A\omega^2$ به‌دست می‌آید؛ پس داریم:

$$|a_{max}|=A\omega^2\xrightarrow{A=\frac{8\sqrt{3}}{100}m\ ,\ \omega=5\pi\frac{rad}{s}}|a_{max}|=\frac{8\sqrt{3}}{100}\times 25\pi^2=2\sqrt{3}\pi^2\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- جسمی به جرم ۲۰۰g به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در فنر ۰/۹mJ باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر ۲۵ درصد بیش‌تر از انرژی جنبشی آن است، اندازهٔ سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) $2\sqrt{10}$
۴) $4\sqrt{10}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$E=U_{max}\xrightarrow{U_{max}=0/9mJ}E=0/9mJ=9\times10^{-4}J$$

گام آخر:

انرژی جنبشی نوسانگر را در نقطهٔ موردنظر حساب می‌کنیم:

$$E=K+U\xrightarrow{U=K+\frac{25}{100}K=\frac{125}{100}K=\frac{5}{4}K}E=K+\frac{5}{4}K=\frac{9}{4}K\xrightarrow{E=9\times10^{-4}J}9\times10^{-4}=\frac{9}{4}K\Rightarrow K=4\times10^{-4}J$$

اندازهٔ سرعت نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2\xrightarrow[m=200g=0/2kg]{K=4\times10^{-4}J}4\times10^{-4}=\frac{1}{2}\times0/2\times v^2\Rightarrow v^2=40\times10^{-4}\Rightarrow v=2\sqrt{10}\times10^{-2}\frac{m}{s}=2\sqrt{10}\frac{cm}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- فنری به جرم $0/60kg$ و طول $4m$ را با نیروی $1/35N$ می‌کشیم. سر آزاد فنر را با بسامد چند هرتز تکان دهیم تا طول موج ایجادشده در فنر $25cm$ شود؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

ابتدا تندی انتشار موج را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}} v=\sqrt{\frac{F.L}{m}} \xrightarrow[m=0/6kg]{F=13/5N\ ,\ L=4m} v=\sqrt{\frac{1/35\times4}{0/6}}=3\frac{m}{s}$$

گام آخر:

بسامد f را به‌دست می‌آوریم:

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{3}{0/25}=12Hz$$

تندی انتشار امواج عرضی در تار یا فنر کشیده‌شده

تاری به طول L، جرم m، چگالی ρ، مساحت مقطع (A) و قطر (D) را درنظر بگیرید که توسط نیروی F از طرفین مورد کشش قرار می‌گیرد و در آن موج عرضی ایجاد می‌شود. تندی انتشار این امواج در تار (فنر) از روابط زیر قابل‌محاسبه است:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{FL}{m}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$$

نکته

۱- μ در این روابط، چگالی خطی جرم طناب یا جرم واحد طول طناب است که از رابطهٔ $\mu=\frac{m}{L}$ به‌دست می‌آید و یکای آن در SI، $\frac{kg}{m}$ است.

۲- اگر تمام کمیت‌های این روابط در SI عددگذاری شوند، تندی انتشار موج برحسب متر بر ثانیه به‌دست می‌آید.

۳- چون موج عرضی در طول تار با تندی ثابت حرکت می‌کند، درنتیجه برای پیش‌روی موج در تار با استفاده از رابطهٔ حرکت یکنواخت می‌توان نوشت:

$$\Delta x=v\Delta t \xrightarrow{\Delta x=L} L=v\Delta t$$

در این رابطه، جابه‌جایی موج، برابر طول تار یعنی (L) است.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱

سطح مقطع یک تار مرتعش $2mm^2$ و چگالی آن $8\frac{g}{cm^3}$ است. اگر تندی انتشار موج در تار $25\frac{m}{s}$ باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ تشریحی:

با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ تندی در تار مرتعش برحسب چگالی و سطح مقطع آن خواهیم داشت:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \rightarrow 25=\sqrt{\frac{F}{8\times10^3\times2\times10^{-6}}} \rightarrow F=10N$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۵۲- شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را بدون مقیاس نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

T	S	فروسرخ	مرئی	P	پرتوهای x	پرتوهای γ

۱) اگر در طول طیف از چپ به راست حرکت کنیم طول موج افزایش می‌یابد.

۲) تندی تمامی این موج‌ها در خلأ باهم برابر بوده و از رابطهٔ $c=(\mu_0\varepsilon_0)^{-\frac{1}{2}}$ به‌دست می‌آید.

۳) ناحیهٔ S مربوط به میکروموج است.

۴) بسامد قسمت T بزرگ‌تر از بسامد قسمت P است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

با توجه به طیف مقابل فقط گزینهٔ (۴) نادرست است.

تندی امواج الکترومغناطیسی در خلأ: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}}$

کاهش بسامد، بسامد زاویه‌ای و انرژی

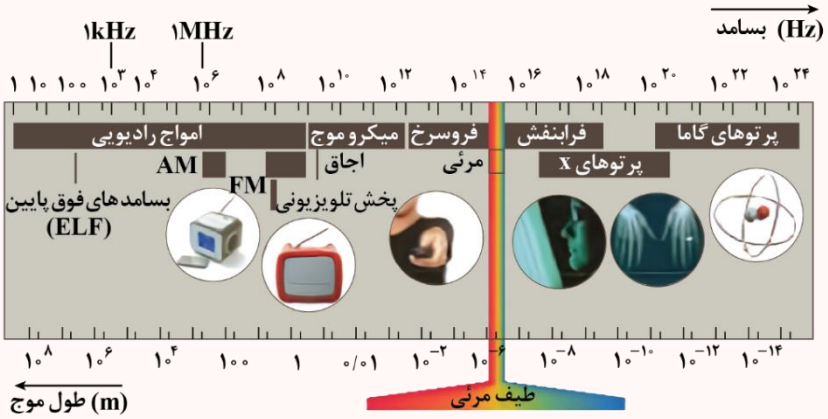
T رادیویی	S میکروموج	فروسرخ	مرئی	P فرابنفش	پرتوهای x	پرتوهای γ

افزایش طول موج و دورهٔ تناوب

طیف امواج الکترومغناطیسی

این طیف شامل امواج رادیویی، میکروموج، فروسرخ، نور مرئی، فرابنفش، پرتوهای X و پرتوهای گاما می‌شود. همهٔ این امواج با تندی نور در خلأ حرکت می‌کنند.

طیف امواج الکترومغناطیسی به شکل زیر است که خوب است این طیف را به‌ترتیب بسامد و طول موج به‌خاطر بسپارید.



نکته

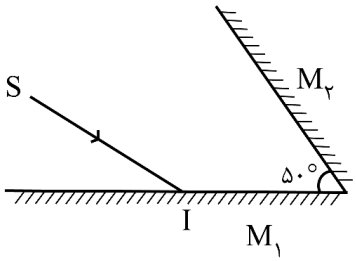
۱- گسترهٔ تقریبی طول موج نور مرئی ۴۰۰nm (نور بنفش) تا ۷۰۰nm (نور قرمز) است.

۲- در گسترهٔ نور مرئی، نور قرمز بیش‌ترین طول موج و کم‌ترین بسامد و نور بنفش کم‌ترین طول موج و بیش‌ترین بسامد را دارد.

۳- در طیف امواج الکترومغناطیسی، پرتو گاما بیش‌ترین بسامد و کم‌ترین طول موج و امواج رادیویی کم‌ترین بسامد و بیش‌ترین طول موج را دارد.

گروه آموزشی ماز

۵۳- در شکل زیر، پرتوی SI با زاویهٔ تابش چند درجه به آینهٔ M_1 بتابد تا پس از ۴ بازتاب از آینه‌ها، از مجموعه خارج شود؟



۱) بزرگ‌تر از ۶۰°

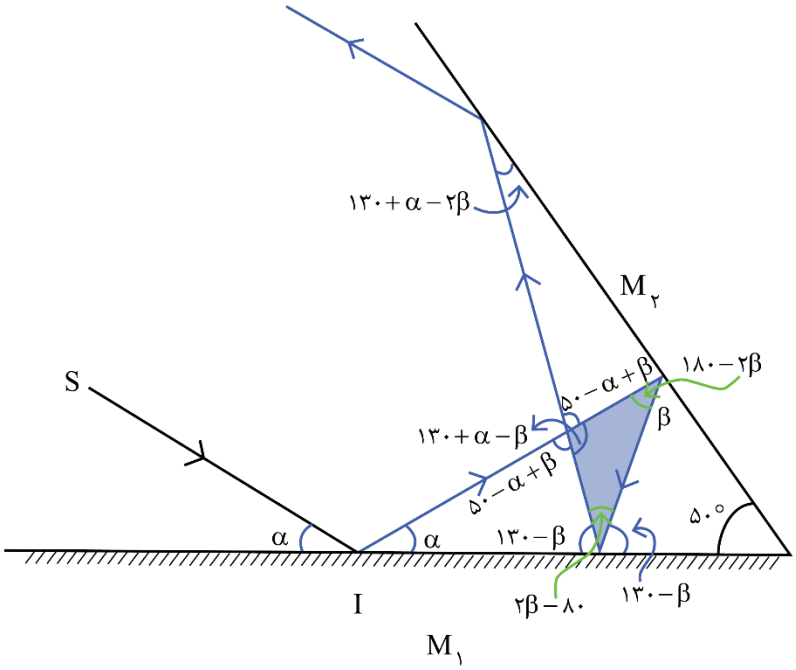
۲) بزرگ‌تر از ۳۰°

۳) کوچک‌تر از ۶۰°

۴) کوچک‌تر از ۳۰°

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

برای آن‌که پرتو پس از ۴ بازتاب از مجموعه خارج شود، باید مسیری مطابق شکل زیر را طی کند.



مجموع زاویه‌های داخلی مثلث رنگی برابر 180°است؛ بنابراین:

$$(2\beta-80^\circ)+(180^\circ-2\beta)+(130^\circ+\alpha-\beta)=180^\circ$$
$$\rightarrow \beta-\alpha=50^\circ \rightarrow \beta=\alpha+50^\circ$$

زاویهٔ برخورد پرتوی آخر به آینهٔ M_2 باید مقداری مثبت باشد، پس:

$$130+\alpha-2\beta>0 \xrightarrow{\beta=\alpha+50^\circ} 130+\alpha-2(\alpha+50^\circ)>0$$
$$\rightarrow 30^\circ-\alpha>0 \rightarrow \alpha<30^\circ$$

بنابراین زاویهٔ α باید کوچک‌تر از 30° باشد، پس زاویهٔ تابش اولیه که متمم زاویهٔ α است، باید بزرگ‌تر از 60° باشد.

روش تستی

$$n=\left[\frac{90+\hat{\theta}_{i_1}}{50}\right]+1=4$$
$$\Rightarrow \left[\frac{90+\hat{\theta}_{i_1}}{50}\right]=3 \rightarrow 90+\hat{\theta}_{i_1}>150$$
$$\Rightarrow \hat{\theta}_{i_1}>60^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- نور فرابنفشی با طول موج ۲۰۰nm بر سطح تیغه‌ای از جنس نیکل با تابع کار ۵/۷۵eV تابیده می‌شود. بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح نیکل چند متر بر ثانیه است؟ ($hc=1240eV.nm$ ، $e=1/6\times10^{-19}C$ و جرم الکترون را $9\times10^{-31}kg$ درنظر بگیرید.)

۱) 4×10^5 ۲) 4×10^4 ۳) 16×10^{10} ۴) 16×10^9

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

ابتدا با توجه به رابطهٔ زیر، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون را به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max}=hf-W_\circ=\frac{hc}{\lambda}-W_\circ \Rightarrow K_{max}=\frac{1240eV.nm}{200nm}-5/75eV=0/45eV$$
$$\xrightarrow{\text{تبدیل eV به ژول}} K_{max}=0/45\times1/6\times10^{-19}J=0/72\times10^{-19}J$$

حال با توجه به بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون، می‌توانیم بیشینهٔ تندی آن را به‌دست آوریم:

$$K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} \Rightarrow ۰/۷۲\times۱۰^{-۱۹} = \frac{۱}{۲}\times۹\times۱۰^{-۳۱}v_{max}^{۲}$$

$$\Rightarrow v_{max}^{۲} = ۱۶\times۱۰^{۱۰} \Rightarrow v_{max} = ۴\times۱۰^{۵}\frac{m}{s}$$

نکته

۱- هنگام رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر اختلاف انرژی یک فوتون با تابع کار فلز است.

$$K_{max} = \underbrace{hf}_{\text{انرژی فوتون}} - \underbrace{W_{۰}}_{\text{تابع کار}} = \frac{hc}{\lambda} - W_{۰}$$

۲- با استفاده از رابطهٔ $p_{max} = mv_{max}$، می‌توان بیشینهٔ تکانهٔ فوتوالکترون‌ها را هم محاسبه کرد.

۳- با استفاده از رابطهٔ $K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}$، می‌توان بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها را هم محاسبه کرد.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰

۵۴- در آزمایش فوتوالکتریک، بسامد آستانهٔ فلز $\frac{۵}{۸}\times۱۰^{۱۵}Hz$ است. اگر انرژی هریک از فوتون‌های فرودی به فلز $۴/۱۲۵\times۱۰^{-۱۹}J$ باشد، بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های تولیدشده چند متر بر ثانیه است؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s \text{ و } m_e = ۹\times۱۰^{-۳۱}kg \text{ و } e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $\frac{۱}{۶}\times۱۰^{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}\times۱۰^{۶}$ ۳) $\frac{۵}{۷}\times۱۰^{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۷}\times۱۰^{۵}$

پاسخ تشریحی:

$$f_{۰} = \frac{۵}{۸}\times۱۰^{۱۵}Hz \quad , \quad E = hf = ۴/۱۲۵\times۱۰^{-۱۹}J \quad , \quad v_{max} = ?$$

گام اول: تابع کار فلز برابر است با:

$$W_{۰} = hf_{۰} = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times\frac{۵}{۸}\times۱۰^{۱۵} = ۴\times۱۰^{-۱۹}J$$

گام دوم: بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر است با:

$$K_{max} = hf - W_{۰} = ۴/۱۲۵\times۱۰^{-۱۹} - ۴\times۱۰^{-۱۹} = ۰/۱۲۵\times۱۰^{-۱۹}J$$

گام آخر: درنهایت بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} \Rightarrow ۰/۱۲۵\times۱۰^{-۱۹} = \frac{۱}{۲}\times۹\times۱۰^{-۳۱}\times v_{max}^{۲} \Rightarrow v_{max}^{۲} = \frac{۱}{۳۶}\times۱۰^{۱۲}$$

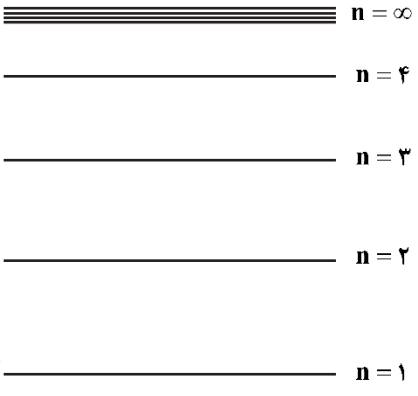
$$\Rightarrow v_{max} = \frac{۱}{۶}\times۱۰^{۶}\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۵۵- با توجه به ترازهای انرژی الکترون اتم هیدروژن که در شکل نشان داده شده است، کدام گذار می‌تواند به گسیل فوتونی با بسامد ۶۸۰THz منجر شود؟ $(h = ۶\times۱۰^{-۳۴}J.s \text{ ، } e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $n_۴ \rightarrow n_۲$
۲) $n_۳ \rightarrow n_۲$
۳) $n_۳ \rightarrow n_۱$
۴) $n_۲ \rightarrow n_۱$



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

گام اول:

ابتدا انرژی فوتون گسیل‌شده را برحسب ژول به‌دست می‌آوریم و سپس به eV تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta E = hf \Rightarrow \Delta E = ۶\times۱۰^{-۳۴}\times۶۸۰\times۱۰^{۱۲} = ۴/۰۸\times۱۰^{-۱۹}\,J \xrightarrow{\div ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} \Delta E = ۲/۵۵eV$$

گام آخر:

با توجه به نمودار ترازهای انرژی می‌توان فهمید که اختلاف انرژی در مدار با شماره‌های $n=۴$ و $n=۲$ برابر $۲/۵۵eV$ است:

$$\Delta E = E_۴ - E_۲ = -۰/۸۵ - (-۳/۴) = ۲/۵۵eV$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- در مورد نیروی هسته‌ای و پایداری هسته، چند مورد درست می‌باشد؟

الف: نیروی هسته‌ای در ابعاد چند آنگستروم $(۱\mathring{A} = ۱۰^{-۱۰}m)$ اثر می‌کند.

ب: هستهٔ پایدار با بیش‌ترین پروتون، متعلق به $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ است.

پ: نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون $(\frac{N}{Z})$ برای هسته‌های پایدار مختلف، ثابت است.

ت: نیروی هسته‌ای بین دو نوترون از نیروی هسته‌ای بین دو پروتون، به‌خاطر نیروی الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها، بیش‌تر می‌باشد و به‌خاطر همین هسته می‌تواند پایدار باشد.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

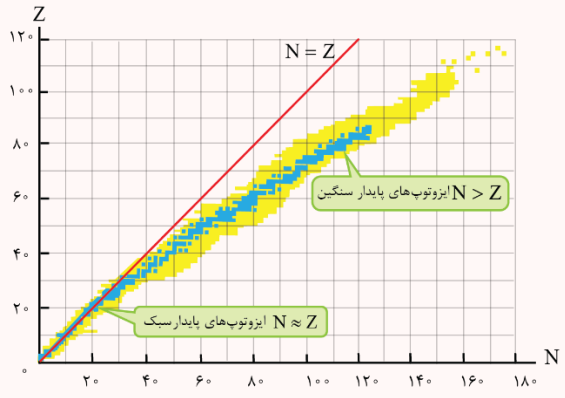
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۴)

نیروی هسته‌ای

به نیروی جاذبه‌ای که نوکلئون‌های هسته را در کنار هم نگه می‌دارد، نیروی هسته‌ای می‌گویند. این نیرو کوتاه‌برد است و در ابعاد هسته اثر می‌کند. هم‌چنین مستقل از بار الکتریکی است و تفاوتی بین پروتون و نوترون برای این نیرو، نیست.

چون نیروی الکتروستاتیکی بلندبرد است، با بزرگ‌تر شدن هسته، نیروی دافعه کولنی نیز بزرگ‌تر می‌شود و هسته ناپایدار می‌شود. به همین دلیل در هسته‌های پایدار بزرگ‌تر، تعداد نوترون‌ها از تعداد پروتون‌ها بیش‌تر است.

شکل زیر نحوهٔ تغییرات عددهای اتمی و نوترونی را برای هسته‌های مختلف نشان می‌دهد.



$^{۲۰۹}_{۸۳}Bi$ پایدارترین هسته با بیش‌ترین عدد اتمی است.

با توجه به درس‌نامه، هیچ‌یک از عبارات صحیح نمی‌باشد؛ بنابراین گزینهٔ (۱) جواب است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- سرب $^{۲۰۷}_{۸۲}Pb$ را می‌توان از طریق فرایند واپاشی α یا واپاشی β^- به‌دست آورد. نسبت تعداد نوترون‌ها در هستهٔ مادر، در واپاشی α چند برابر واپاشی β^- است؟

۱) $\frac{۱۲۶}{۱۲۷}$ ۲) $\frac{۱۲۸}{۱۲۷}$ ۳) $\frac{۱۲۷}{۱۲۶}$ ۴) $\frac{۱۲۷}{۱۲۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

گام اول:

هستهٔ مادر را x درنظر می‌گیریم، و فرایند واپاشی آلفا را می‌نویسیم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb \Rightarrow A = ۲۰۷+۴ = ۲۱۱\,,\; Z = ۲+۸۲ = ۸۴$$

درنتیجه تعداد نوترون‌ها در واپاشی α برابر است با:

$$N_1 = A - Z = ۲۱۱ - ۸۴ = ۱۲۷$$

گام دوم:

حالا فرایند واپاشی β^- را می‌نویسیم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{۰}_{-۱}\beta + {}^{۲۰۷}_{۸۲}Pb \Rightarrow A = ۰ + ۲۰۷ = ۲۰۷ \ , \ Z = ۸۲ - ۱ = ۸۱$$

بنابراین تعداد نوترون‌ها در واپاشی β^- برابر است با:

$$N_2 = A - Z = ۲۰۷ - ۸۱ = ۱۲۶$$

گام آخر:

خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{۱۲۷}{۱۲۶}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۶- سرب $^{۲۰۷}_{۸۲}Pb$ هستهٔ دختر پایداری است که می‌تواند از واپاشی α حاصل شود. عدد جرمی هستهٔ مادر، کدام است؟

۱) ۲۰۳ ۲) ۲۰۵ ۳) ۲۰۹ ۴) ۲۱۱

پاسخ تشریحی:

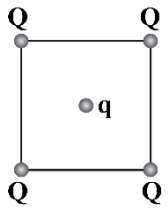
با نوشتن معادلهٔ واپاشی به‌راحتی عدد جرمی را محاسبه می‌کنیم:

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}\alpha$$
$$A - ۴ = ۲۰۷ \Rightarrow A = ۲۱۱$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

گروه آموزشی ماز

۵۸- چهار بار، مطابق شکل زیر روی رئوس یک مربع به ضلع a قرار دارند. اگر بار q را در مرکز مربع قرار دهیم، همهٔ بارها درحال تعادل قرار می‌گیرند. بار q برحسب بار Q چقدر است؟

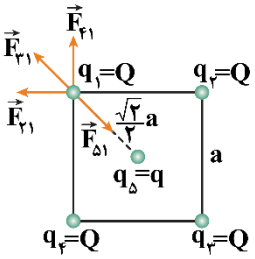


۱) $\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۲}Q$ ۲) $-\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۲}Q$

۳) $\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۴}Q$ ۴) $-\frac{۲\sqrt{۲}+۱}{۴}Q$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون همهٔ بارها در تعادل هستند، بار q_1 را درنظر می‌گیریم و مشخص است که بار q_5 باید بار q_1 را جذب کند تا تعادل برقرار شود پس q و Q ناهم‌نام هستند.



بارهای q_2 و q_4 برابر و فاصلهٔ یکسانی تا بار q_1 دارند؛ پس:

$$F_{۲۱} = F_{۴۱} = k\frac{Q^۲}{a^۲} = F$$

برایند نیروهای F_{21} و F_{41} برابر است با:

$$F_{۲,۴۱} = \sqrt{F_{۱۲}^۲ + F_{۴۱}^۲} = \sqrt{۲}F$$

نیروی وارد بر q_1 از طرف q_3 برابر F_{31} است.

$$F_{۳۱} = k\frac{Q^۲}{(\sqrt{۲}a)^۲} = \frac{F}{۲}$$

نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_5 برابر است با:

$$F_{۵۱} = k\frac{|q||Q|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a)^۲} = ۲k\frac{|q||Q|}{a^۲}$$

با تعادل بار q_1 داریم:

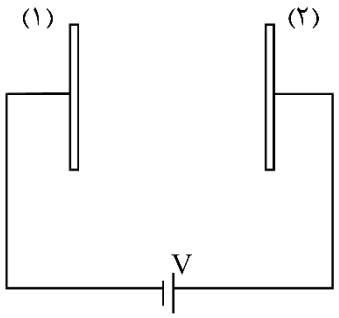
$$F_{51} = F_{24,1} + F_{31} \Rightarrow 2k\frac{|q||Q|}{a^2} = \sqrt{2}\times k\frac{Q^2}{a^2} + \frac{kQ^2}{2a^2}$$

$$2|q| = \sqrt{2}|Q| + \frac{|Q|}{2} \Rightarrow q = -\frac{2\sqrt{2}+1}{4}Q$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی V چند ولت باشد تا اگر یک ذرهٔ آلفا با تندی $8\times10^4\ \frac{m}{s}$ از صفحهٔ (۱) به سمت صفحهٔ (۲) پرتاب شود، به صفحهٔ (۲) نرسد؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر کنید و بار و جرم ذرهٔ آلفا را به‌ترتیب $3/2\times10^{-19}C$ و $6/7\times10^{-27}kg$ فرض کنید.)

۱) بزرگ‌تر از ۶۷ ولت
۲) کوچک‌تر از ۶۷ ولت
۳) بزرگ‌تر از ۳۲ ولت
۴) کوچک‌تر از ۳۲ ولت



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینهٔ هم هستند؛ بنابراین برای محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

پایستگی انرژی: $\Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \boxed{\Delta K = -\Delta U}$

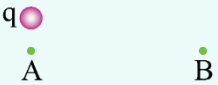
بنابراین با توجه به این‌که $|\Delta U| = |Eqd\cos\alpha|$ است، برای محاسبهٔ ΔK داریم:

$$\boxed{|\Delta K| = |Eqd\cos\alpha|}$$

در حالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

نکته

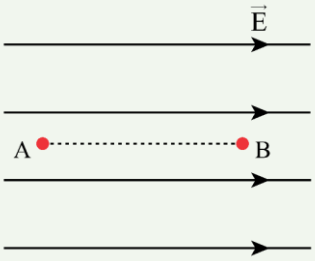
فرض کنید بار الکتریکی q از نقطهٔ A به B برود. در نمودار زیر برخی از نکات مهم در مورد این جابه‌جایی را جمع‌آوری کرده‌ایم:



- تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینهٔ کار نیروی الکتریکی است: $\Delta U_E = -W_E$
- اختلاف پتانسیل نقاط B و A برابر است با: $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$
- با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری کاهش می‌یابد.
- با حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری افزایش می‌یابد.
- با حرکت در جهت عمود بر میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند.
- درصورتی‌که فقط نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام دهد، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ تغییرات انرژی جنبشی می‌شود: $\Delta U_E = -\Delta K$

مثال

در شکل روبه‌رو، در میدان الکتریکی یکنواخت $۱۰^{۵}\ \frac{N}{C}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q=-۵\mu C$ از نقطهٔ B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده و به نقطهٔ A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)



پاسخ:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطهٔ B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K>۰$ است.

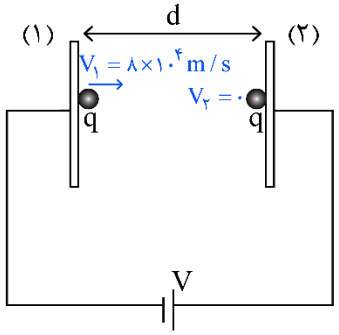
گام دوم: برای محاسبهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|Eqd\cos\alpha|=|۱۰^{۵}\times۵\times۱۰^{-۶}\times۰/۲\times|=۰/۱J$$

$$\xrightarrow{\Delta K>۰}\Delta K=+۰/۱J$$

$$\rightarrow K_{۲}-\overset{\text{صفر}}{\cancel{K_{۱}}}=۰/۱J\rightarrow K_{۲}=۰/۱J$$

فرض کنید ذره دقیقاً تا صفحهٔ (۲) برود و در کنار صفحهٔ (۲)، تندی آن صفر شود. با استفاده از پایستگی انرژی می‌توان نوشت:



$$\Delta U+\Delta K=۰\rightarrow qV+\frac{۱}{۲}m(v_{۲}^{۲}-v_{۱}^{۲})=۰$$

$$\rightarrow ۳/۲\times۱۰^{-۱۹}V+\frac{۱}{۲}\times۶/۷\times۱۰^{-۲۷}\times(۰-(۸\times۱۰^{۴})^{۲})=۰$$

$$\rightarrow ۳/۲\times\cancel{۱۰^{-۱۹}}V=\frac{۱}{۲}\times۶/۷\times\cancel{۱۰^{-۲۷}}\times۶۴\times\cancel{۱۰^{۸}}$$

$$\rightarrow V=\frac{۶۴\times۶/۷}{۲\times۳/۲}=۶۷V$$

میدان الکتریکی بین صفحات به سمت چپ است و چون بار ذرهٔ آلفا، مثبت است؛ بنابراین نیروی الکتریکی واردشده بر آن به سمت چپ است. حال اگر اختلاف پتانسیل بین صفحات، بیش‌تر از ۶۷ ولت باشد، طبق رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$، میدان، قوی‌تر بوده و نیروی الکتریکی واردشده بر ذرهٔ آلفا که در خلاف جهت حرکت است، بیش‌تر می‌باشد و درنتیجه ذره قطعاً به صفحهٔ سمت راست نمی‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت $۱۰۰cm^{۲}$ ساخته شده که در فاصلهٔ ۵mm از هم قرار دارند و فاصلهٔ بین آن‌ها با دی‌الکتریکی انعطاف‌پذیر با ثابت ۴ پر شده است. اگر فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را ۳mm کاهش دهیم، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_{۰}=۸/۸۵\frac{pF}{m})$

۱) ۱۰۶/۲ ۲) ۱۲۴/۴ ۳) ۷۰/۸ ۴) ۴۷/۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

ظرفیت اولیهٔ خازن برابر است با:

$$C_{۱}=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d_{۱}}=۴\times۸/۸۵\times\frac{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}{۵\times۱۰^{-۳}}=۷۰/۸pF$$

گام دوم:

ظرفیت نهایی خازن برابر است با:

$$C_۲ = \kappa\varepsilon_۰ \frac{A}{d_۲} = ۴ \times ۸/۸۵ \times \frac{۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۱۷۷pF$$

گام آخر:

تغییر ظرفیت خازن برابر است با:

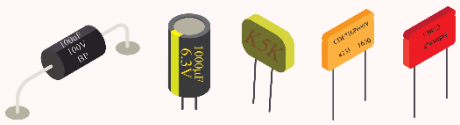
$$C_۲ - C_۱ = ۱۷۷ - ۷۰/۸ = ۱۰۶/۲pF$$

دام تستی

اگر به‌اشتباه فکر می‌کردید که فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن ۳mm شده است، ظرفیت خازن در حالت دوم را ۱۱۸pF به‌دست می‌آوردید و اختلاف ظرفیت‌ها ۴۷/۲pF می‌شد که در گزینهٔ ۴ آمده است.

خازن

خازن، یک وسیلهٔ الکتریکی است که می‌تواند بار و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند. خازن‌ها به‌طور گسترده‌ای در مدارهای الکترونیکی وسایلی مانند رادیو، تلویزیون، رایانه، گوشی همراه و ... به‌کار می‌روند.



چند مثال از کاربرد خازن

- ✓ باتری‌های یک دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در خازن فلاش دوربین ذخیره می‌کنند.
- ✓ در مدار یک تقویت‌کننده (آمپلی‌فایر) چندین خازن به‌کار رفته است.
- ✓ خازن دستگاه رفع لرزشی (دستگاهی برای توقف لرزش بطنی افراد دچار حملهٔ قلبی).

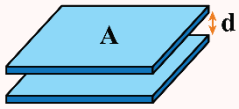
تفاوت خازن و باتری

باتری‌ها معمولاً انرژی را با آهنگ نسبتاً کمی به مدار می‌دهند، اما خازن می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار زیادی به مدار بدهد.

اجزای خازن

خازن شامل دو رسانا با هر شکلی است که این رساناها را صفحه‌های خازن می‌نامیم.

خازن تخت

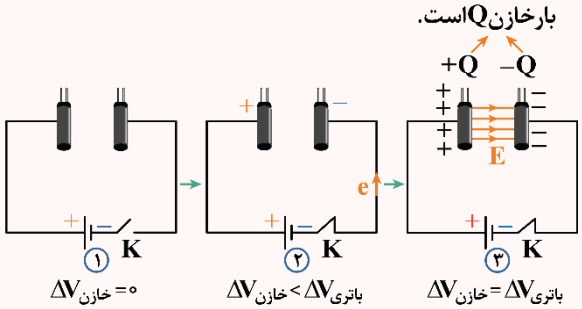


خازن تخت شامل دو صفحهٔ رسانای موازی با مساحت A است که به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند.

- ✓ فاصلهٔ بین صفحات خازن تخت در برابر ابعاد صفحه‌ها ناچیز است.

باردار (شارژ) کردن خازن

۱- اگر مطابق شکل زیر، خازن را در مدار الکتریکی ساده‌ای قرار دهیم با وصل کلید K ، بار از طریق سیم‌های رسانا حرکت می‌کند و این شارش بار تا هنگامی ادامه پیدا می‌کند که اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن با اختلاف پتانسیل بین دو پایانهٔ باتری، یکسان شود. در این حالت گفته می‌شود، خازن شارژ شده است.



۲- بین دو صفحهٔ خازن باردار، یک میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که جهت خطوط این میدان از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی است.

۳- وقتی یک خازن، باردار می‌شود صفحه‌های آن دارای بارهایی با بزرگی یکسان ولی با علامت مخالف می‌شوند، یعنی بار صفحات، $+Q$ و $-Q$ خواهد شد. وقتی گفته می‌شود بار خازن، Q است، یعنی بار صفحهٔ مثبت خازن، $+Q$ و بار صفحهٔ منفی خازن، $-Q$ می‌باشد.

ظرفیت خازن

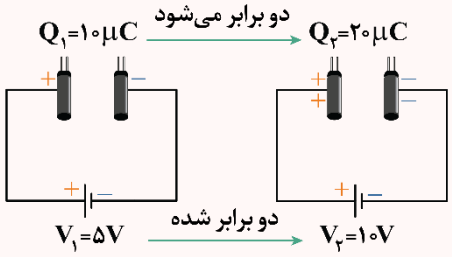
۱- نسبت بار ذخیره‌شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن، مقداری ثابت است که به آن ظرفیت خازن گویند:

$$C = \frac{Q}{V}$$

C: ظرفیت خازن برحسب فاراد (F) Q: بار ذخیره‌شده در خازن برحسب کولن (C) V: اختلاف پتانسیل دو سر خازن برحسب ولت (V)

۲- فاراد یکای بسیار بزرگی است و ظرفیت اکثر خازن‌های متداول در محدودهٔ پیکوفاراد تا میلی‌فاراد است.

۳- ظرفیت خازن به‌اندازهٔ بار خازن و نیز اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ آن بستگی ندارد.



$$C_1=\frac{Q_1}{V_1}=\frac{10\mu C}{5V}=2\mu F \quad و \quad C_2=\frac{Q_2}{V_2}=\frac{20\mu C}{10V}=2\mu F$$

پس هرچه اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، به همان نسبت بار ذخیره‌شده در خازن زیاد می‌شود و ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

$$C=\frac{Q}{V}\rightarrow \underset{\text{برابر n}}{Q}=\underset{\text{ثابت}}{C}\times \underset{\text{برابر n}}{V}$$

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

ظرفیت خازن به مشخصات ساختمانی خازن بستگی دارد و به Q و V ربطی ندارد.

رابطهٔ ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن به‌صورت زیر است:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$$

C : ظرفیت خازن برحسب فاراد (F)

κ : ثابت دی‌الکتریک (واحد ندارد.)

ε_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $(\frac{F}{m})$

A : مساحت هر یک از صفحات خازن (مساحت مؤثر) برحسب متر مربع (m^2)

d : فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن از هم (ضخامت قسمت نارسانای خازن) برحسب متر (m)

مثال

در یک میکروفون خازنی، با ارتعاش صفحهٔ متحرک (دیافراگم) خازن بر اثر صدا، فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن تغییر می‌کند؛ بنابراین ظرفیت خازن تخت تغییر می‌کند که به ایجاد یک سیگنال الکتریکی می‌انجامد.

دی‌الکتریک

فضای بین صفحه‌های خازن را با مادهٔ عایقی پر می‌کنیم که به این مادهٔ عایق، دی‌الکتریک گفته می‌شود.

✓ ضریب دی‌الکتریک برای خلأ و هوا برابر ۱ و برای سایر نارساناها از ۱ بیش‌تر است.

اثرات دی‌الکتریک

۱- افزایش ظرفیت خازن

۲- افزایش حداکثر ولتاژ قابل‌تحمل خازن

گروه آموزشی ماز

۶۱- شعاع مقطع سیم رسانای A دو برابر شعاع مقطع سیم رسانای B و جرم و مقاومت ویژهٔ سیم A به‌ترتیب ۲ و ۳ برابر جرم و مقاومت ویژهٔ سیم B است. اگر مقاومت رسانای A، ۲ برابر مقاومت رسانای B باشد، چگالی سیم B چند برابر چگالی سیم A است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{16}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

برای قاطی نشدن کمیت‌ها، ρ مقاومت ویژه و ρ' چگالی است.

به کمک روابط $R=\rho\frac{L}{A}$ و $\rho'=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{\ell_A}{\ell_B}\times(\frac{r_B}{r_A})^۲\Rightarrow ۲=۳\times\frac{\ell_A}{\ell_B}\times(\frac{۱}{۲})^۲\Rightarrow\frac{\ell_A}{\ell_B}=\frac{۸}{۳}$$

$$\frac{\rho'_B}{\rho'_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B}=\frac{m_B}{m_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^۲\times\frac{\ell_A}{\ell_B}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho'_B}{\rho'_A}=\frac{۱}{۲}\times۴\times\frac{۸}{۳}=\frac{۱۶}{۳}$$

مقاومت الکتریکی

۱- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن را می‌توانیم از رابطهٔ زیر به‌دست آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

R : مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اُهم ρ : مقاومت ویژه با یکای (اهم×متر)

L : طول سیم با یکای متر A : سطح مقطع سیم با یکای مترمربع

۲- با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ ، برای مقایسهٔ مقاومت الکتریکی دو سیم به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[d\rightarrow\text{قطر مقطع}]{A\propto d^۲}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

۳- گاهی در سؤالات مربوط به محاسبهٔ مقاومت، از جرم و چگالی سیم هم استفاده می‌شود. برای حل این سؤالات می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم. دقت کنید که چگالی را با ρ' نشان داده‌ایم تا با مقاومت ویژه اشتباه نشود.

چگالی: $\rho'=\frac{m}{V}=\frac{m}{AL}\rightarrow A=\frac{m}{\rho' L}$

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{A=\frac{m}{\rho' L}}R=\rho\rho'\frac{L^۲}{m}$$

البته می‌توانیم رابطهٔ فوق را حفظ نکنیم و فقط از مراحل به‌دست آوردن این رابطه در حل سؤال استفاده کنیم. به مثال زیر توجه کنید.

مثال

با ۲۰۰ گرم آهن، سیمی استوانه‌ای و توپر به طول ۱۰ متر ساخته‌ایم. مقاومت این سیم چند اُهم است؟ (مقاومت ویژه و چگالی آهن به‌ترتیب $۱۰^{-۷}$ و ۸۰۰۰ واحد SI است.)

پاسخ:

این سؤال را با دو روش حل می‌کنیم.

روش اول: اگر رابطهٔ مقاومت و جرم را حفظ باشیم:

$$R=\rho\rho'\frac{L^۲}{m}=۱۰^{-۷}\times۸۰۰۰\times\frac{۱۰^۲}{۰/۲}=۰/۴\Omega$$

روش دوم: اگر رابطه را حفظ نباشیم:

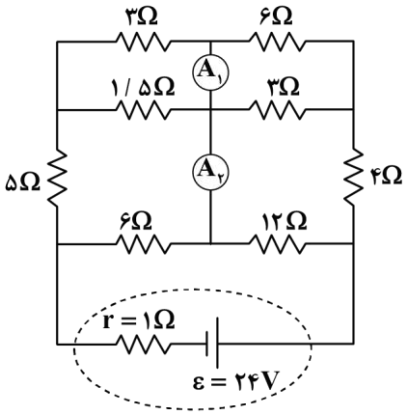
در این صورت ابتدا سطح مقطع سیم را محاسبه می‌کنیم و سپس با کمک آن مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho'=\frac{m}{V}=\frac{m}{AL}\rightarrow۸۰۰۰=\frac{۰/۲}{A\times۱۰}\rightarrow A=۲/۵\times۱۰^{-۶}\,m^۲$$

$$R=\rho\frac{L}{A}=۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰}{۲/۵\times۱۰^{-۶}}=۰/۴\Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از هریک از آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1 و A_2 به‌ترتیب از راست به چپ چند آمپر است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۶}$

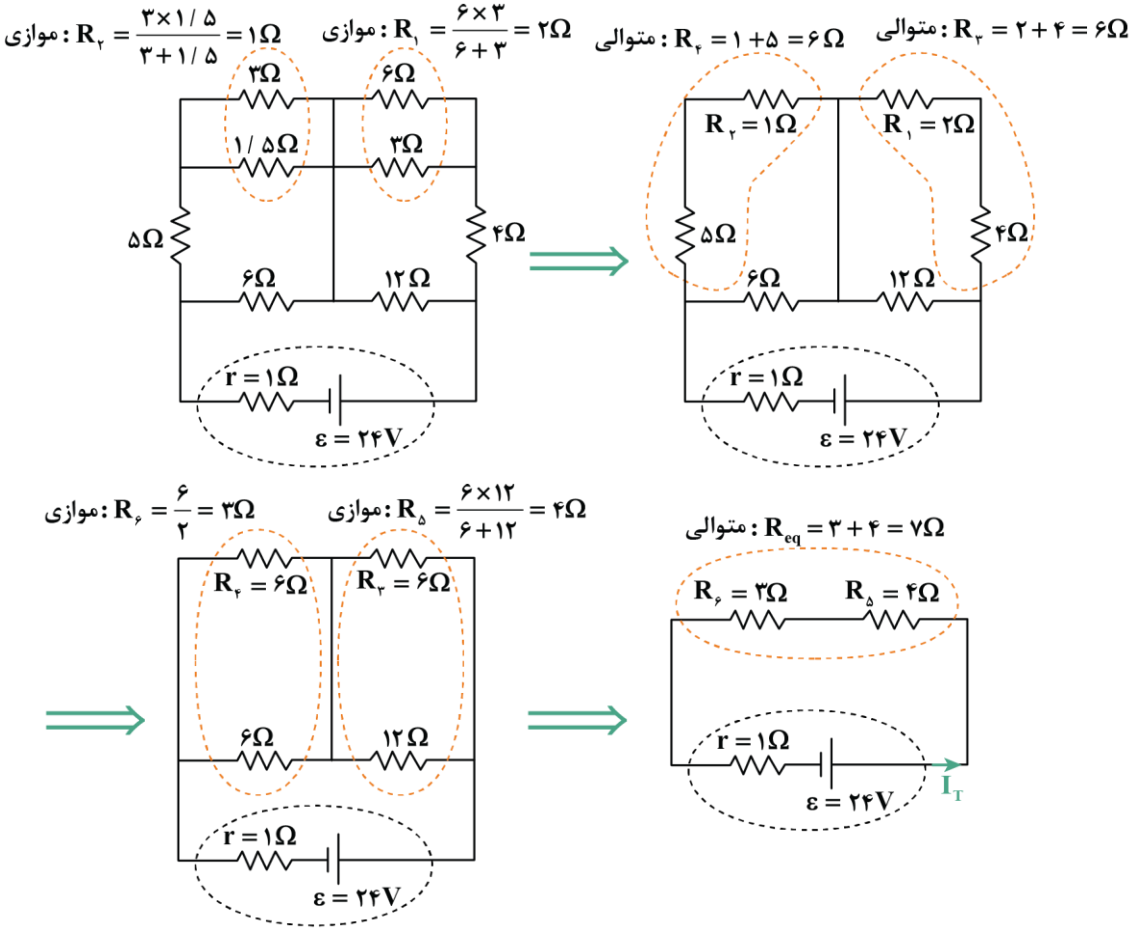
۲) $\frac{۱}{۶}$ ، $\frac{۱}{۲}$

۳) صفر، صفر

۴) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

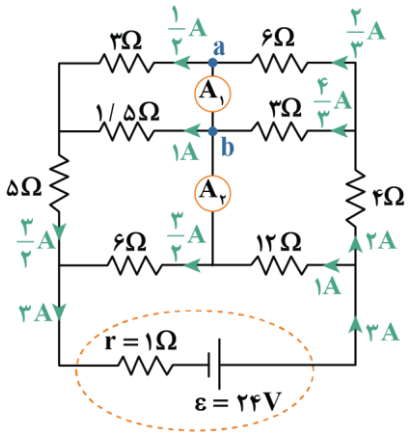
ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم تا به کمک رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ جریان کل مدار را محاسبه کنیم؛ بنابراین داریم:



$$\Rightarrow I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۲۴}{۷+۱} = ۳A$$

$$\Rightarrow V_{R_۵} = R_۵ I_T = ۴\times ۳ = ۱۲V \ , \ V_{R_۶} = R_۶ I_T = ۳\times ۳ = ۹V$$

در ادامه به کمک هم‌پتانسیل بودن مقاومت‌های موازی، جریان عبوری از تک‌تک مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$V_{R_۵}=V_{R_۳}=V_{۱۲\Omega}\Rightarrow\begin{cases}۱۲I_{۱۲\Omega}=۱۲\Rightarrow I_{۱۲\Omega}=۱A\\ ۶I_{R_۳}=۱۲\Rightarrow I_{R_۳}=۲A\Rightarrow I_{۴\Omega}=I_{R_۱}=۲A\xrightarrow{\text{۳Ω موازی ۶Ω است}}\begin{cases}I_{۳\Omega}=\frac{۶}{۶+۳}\times۲=\frac{۴}{۳}A\\ I_{۶\Omega}=\frac{۳}{۶+۳}\times۲=\frac{۲}{۳}A\end{cases}\end{cases}$$

$$V_{R_۶}=V_{R_۴}=V_{۶\Omega}\xrightarrow{R_۴=۶\Omega}I_{R_۴}=I_{۶\Omega}=\frac{۹}{۶}=\frac{۳}{۲}A\Rightarrow I_{R_۲}=\frac{۳}{۲}A$$

$$\xrightarrow{\text{۱/۵Ω, ۳Ω موازی‌اند.}}\begin{cases}I_{۳\Omega}=\frac{۱/۵}{۱/۵+۳}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۱}{۲}A\\ I_{۱/۵\Omega}=\frac{۳}{۳+۱/۵}\times\frac{۳}{۲}=۱A\end{cases}$$

در نقطهٔ a داریم: $\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۲}+I_{A_۱}\Rightarrow I_{A_۱}=\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۶}A$

در نقطهٔ b داریم: $\frac{۴}{۳}+I_{A_۱}=۱+I_{A_۲}\Rightarrow I_{A_۲}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۲}A$

گروه آموزشی ماز

۶۳- چهار مقاومت مشابه را بار اول به‌طور متوالی و بار دوم به‌طور موازی به یک باتری با مقاومت درونی ۲Ω می‌بندیم. اگر توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت دوم، ۵۱ درصد کم‌تر از توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت اول باشد، اندازهٔ هریک از این مقاومت‌ها چند اهم است؟

۱) $\frac{۱۲}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۶}{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

در حالت اول، مقاومت معادل مدار برابر $R_{eq}=۴R$ است و توان مصرف‌شده در مقاومت‌ها که همان توان خروجی از باتری است برابر است با:

$$P=R_{eq}I^۲=۴R\times\left(\frac{\varepsilon}{۴R+r}\right)^۲=\frac{۴\varepsilon^۲R}{(۴R+r)^۲}$$

در حالت دوم، مقاومت معادل برابر $R'_{eq}=\frac{R}{۴}$ است و با روش مشابه داریم:

$$P'=R'_{eq}I'^۲=\frac{R}{۴}\times(\frac{\varepsilon}{\frac{R}{۴}+r})^۲=\frac{\frac{۱}{۴}\varepsilon^۲R}{(\frac{R}{۴}+r)^۲}$$

توان در حالت دوم، ۵۱ درصد کم‌تر از حالت اول است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{P'}{P}=\frac{۴۹}{۱۰۰}\rightarrow\frac{\frac{۱}{۴}\varepsilon^{۲}R}{\frac{(\frac{R}{۴}+r)^{۲}}{۴\varepsilon^{۲}R}}=\frac{۴۹}{۱۰۰}$$

$$\rightarrow\frac{(۴R+r)^{۲}}{۱۶(\frac{R}{۴}+r)^{۲}}=\frac{۴۹}{۱۰۰}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{۴R+r}{۴(\frac{R}{۴}+r)}=\frac{۷}{۱۰}$$

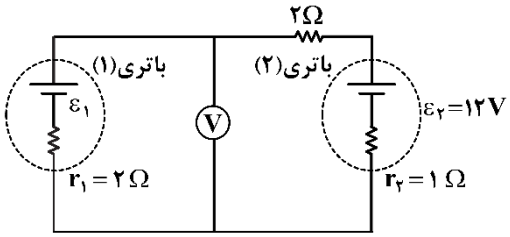
$$\xrightarrow{r=۲\Omega}۱۰(۴R+۲)=۲۸(\frac{R}{۴}+۲)$$

$$\rightarrow ۴۰R+۲۰=۷R+۵۶\rightarrow ۳۳R=۳۶\rightarrow R=\frac{۱۲}{۱۱}\Omega$$

گروه آموزشی ماز

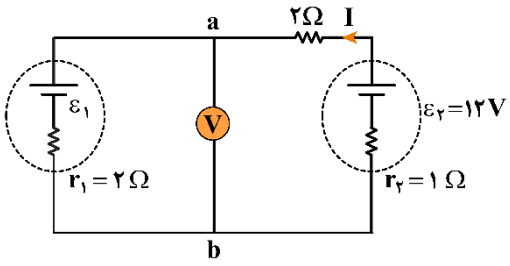
۶۴- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی ۱۴/۴ ولت را نشان می‌دهد. در این صورت، باتری ..... ، مصرف‌کنندهٔ توان است و $\varepsilon_۱$ برابر ..... ولت است.

۱) (۱) ـ ۱۲/۸
۲) (۲) ـ ۱۲/۸
۳) (۱) ـ ۱۶
۴) (۲) ـ ۱۶



پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

مقدار $\varepsilon_۱$ مجهول است؛ بنابراین، نمی‌توان مشخص کرد که کدام باتری تولیدکننده و کدام‌یک مصرف‌کنندهٔ توان است. در این‌گونه موارد، راحت‌تر آن است که یکی از مولدها را به‌طور پیش‌فرض به‌عنوان تولیدکننده درنظر بگیرید و جهت جریان اصلی مدار را مشخص کنید. اگر مقدار جریان، مثبت به‌دست آمد، فرض شما درست است. اما اگر مقدار جریان منفی به‌دست آمد، یعنی مولد موردنظر، مصرف‌کننده است و جهت جریان باید عکس شود. توجه کنید که مقدار جریان تغییری نمی‌کند و نیازی به محاسبهٔ مجدد جریان نیست. فرض می‌کنیم باتری (۲)، تولیدکنندهٔ توان باشد؛ بنابراین، جهت جریان مطابق شکل زیر خواهد بود: دو سر ولت‌سنج آرمانی را a و b می‌نامیم. حال از نقطهٔ a شروع می‌کنیم و با جمع جبری ولتاژها به b می‌رویم:



$$V_a+۲\times I-۱۲+۱\times I=V_b\Rightarrow V_a-V_b=۱۲-۳I$$

V_a-V_b همان عدد ولت‌سنج است. توجه کنید که در جهت جریان، پتانسیل کاهش می‌یابد؛ بنابراین V_a-V_b مثبت است.

$$V_a-V_b=۱۴/۴\Rightarrow ۱۲-۳I=۱۴/۴\Rightarrow I=-۰/۸A$$

مقدار جریان، منفی به‌دست آمد؛ بنابراین جهت جریان مدار، ساعتگرد است و باتری (۲) مصرف‌کنندهٔ توان و باتری (۱) تولیدکنندهٔ توان است. ولت‌سنج به دو سر باتری (۱) وصل است؛ بنابراین، عدد ولت‌سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) نیز می‌باشد.

$$\varepsilon_۱-r_۱I=۱۴/۴\Rightarrow\varepsilon_۱-۲\times۰/۸=۱۴/۴\Rightarrow\varepsilon_۱=۱۶V$$

نکته

۱- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر مثبت** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش **مولد** محرکه است و وظیفهٔ رساندن انرژی به سایر اجزای مدار را بر عهده دارد. ولتاژ این باتری و توان **خروجی** از آن برابر است با:

$$V=\varepsilon-rI$$
$$P_{\text{خروجی}}=VI=(\varepsilon-rI)I=\varepsilon I-rI^{۲}$$

با ضرب کردن توان خروجی از باتری در زمان، می‌توانیم انرژی‌ای که باتری به مدار تحویل می‌دهد را هم محاسبه کنیم.

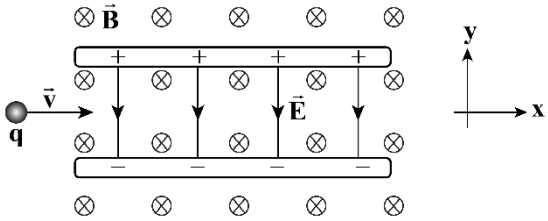
۲- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر منفی** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مصرف‌کننده است و مانند مقاومت‌های مدار، انرژی را مصرف می‌کند. اندازهٔ ولتاژ این باتری و توان **مصرفی** از آن برابر است با:

$$V=\varepsilon+rI$$
$$P_{\text{مصرفی}}=VI=(\varepsilon+rI)I=\varepsilon I+rI^{۲}$$

با ضرب کردن توان مصرفی باتری در زمان، می‌توانیم انرژی‌ای که باتری مصرف می‌کند را هم محاسبه کنیم.

گروه آموزشی ماز

۶۵- مطابق شکل، ذرهٔ بارداری با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازهٔ این میدان‌ها برابر $E=۹۰۰۰\frac{N}{C}$ و $B=۰/۱۸T$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



۱) مثبت، ۵×۱۰^{۴}

۲) مثبت، ۲×۱۰^{۴}

۳) مثبت یا منفی، ۵×۱۰^{۴}

۴) مثبت یا منفی، ۲×۱۰^{۴}

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

اگر فرض کنیم بار ذره مثبت باشد، نیروی الکتریکی به سمت پایین و نیروی مغناطیسی به سمت بالا به‌هم وارد می‌شوند و برای آن‌که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کافی است این دو نیرو هم‌اندازه باشند.

$$|F_B|=|F_E|\Rightarrow|q|vB=|q|E\Rightarrow v\times۰/۱۸=۹۰۰۰\Rightarrow v=۵\times۱۰^{۴}\frac{m}{s}$$

اگر بار ذره منفی باشد، نیروی الکتریکی به سمت بالا و نیروی مغناطیسی به سمت پایین به آن وارد می‌شوند و باز هم یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین علامت بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

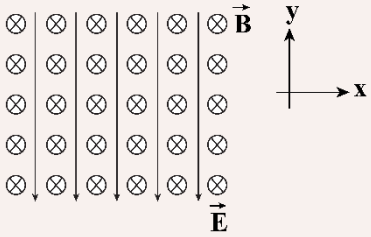
نکته

اگر ذره‌ای با جرم ناچیز، عمود بر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی حرکت کند و از مسیر خود منحرف نشود، می‌توان نوشت:

$$F_B=F_E$$
$$\Rightarrow|q|vB=|q|E\Rightarrow E=vB$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۱- در شکل زیر، میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E=۱۰۰۰\frac{N}{C}$ و مغناطیسی $B=۱۰۰۰G$ نشان داده شده است. در این فضا، یک ذرهٔ آلفا با تندی چند متر بر ثانیه و در چه جهتی در حرکت باشد، تا بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟ (اثر وزن ناچیز است.)



۱) $۱۰^{۴}$، در جهت محور x

۲) ۵×۱۰^{۳}، در جهت محور x

۳) $۱۰^{۴}$، در خلاف جهت محور x

۴) ۵×۱۰^{۳}، در خلاف جهت محور x

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی در جهت میدان $\vec{E}$ به ذرهٔ آلفا وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی به سمت پایین است. برای آن‌که ذره بدون انحراف به مسیر حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی به سمت بالا باشد تا بتواند نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ بنابراین می‌توانیم به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت حرکت ذره را پیدا کنیم.

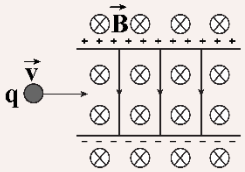
پس ذره باید در جهت محور x حرکت کند. با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی داریم:

$$F_E=F_B\Rightarrow qE=qvB$$
$$\Rightarrow E=vB\Rightarrow v=\frac{E}{B}$$
$$\Rightarrow v=\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰۰\times۱۰^{-۴}}=۱۰^{۴}\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۰

۶۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = ۲\mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = ۲\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ در جهت نشان‌داده‌شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = ۰/۰۲T$ و $E = ۵۰۰\frac{N}{C}$ است. وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر ذره در لحظهٔ ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



۱) صفر

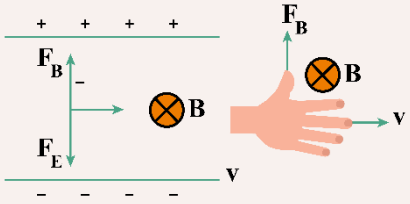
۲) ۳×۱۰^{-۴}

۳) ۲×۱۰^{-۴}

۴) $۱/۸\times۱۰^{-۳}$

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی وارد بر ذره در جهت میدان الکتریکی، یعنی به سمت پایین است. نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت بالا است.



$$F_E = Eq = ۲\times۱۰^{-۶}\times۵۰۰ = ۱۰^{-۳}\ N$$

$$F_B = qvB = ۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۴}\times\frac{۲}{۱۰۰}$$

$$F_B = ۸\times۱۰^{-۴}$$

$$F_T = F_E - F_B = ۱۰^{-۳} - ۸\times۱۰^{-۴}$$

$$F_T = ۲\times۱۰^{-۴}\ N$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۶۶- **میدان مغناطیسی اطراف یک سیم حامل جریان الکتریکی $I = ۲A$ در شکل زیر، نشان داده شده است. جهت جریان الکتریکی در سیم کدام است و اگر یک میدان مغناطیسی خارجی درون‌سو (⊗) به بزرگی ۵۰۰ گاوس بر این سیم اثر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر ۶۰ سانتی‌متر از این سیم چند نیوتون خواهد شد؟**

۱) ←، ۰/۰۶

۲) ←، ۶

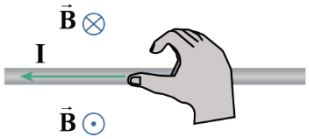
۳) →، ۰/۰۶

۴) →، ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

گام اول:

ابتدا مطابق شکل زیر، شصت دست راست خود را در جهت نشان‌داده‌شده روی سیم قرار می‌دهیم به‌گونه‌ای که جهت چرخش انگشتان دست در جهت میدان مغناطیسی باشند. با توجه به شکل، جهت جریان گذرنده از سیم به سمت چپ است.



گام آخر:

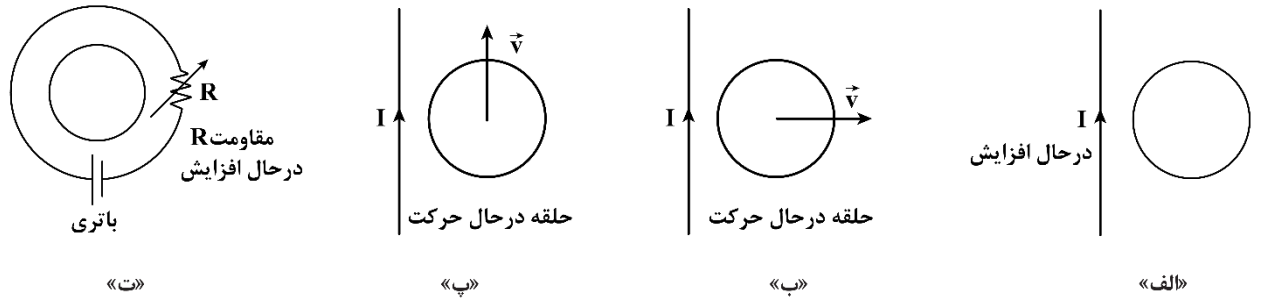
برای محاسبهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ۶۰ سانتی‌متر از این سیم می‌توان نوشت:

$$B = ۵۰۰G \xrightarrow{۱G=۱۰^{-۴}T} B = ۵۰۰\times۱۰^{-۴}T$$

$$F = BIL\sin\alpha \Rightarrow F = ۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۲\times۰/۶\times\sin۹۰ = ۰/۰۶N$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- در چند مورد از موارد زیر جریان القاشده در حلقه ساعتگرد است؟



«الف» «ب» «پ» «ت»

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

در موارد «ب» و «ت» جهت جریان القاشده، ساعتگرد است.

طبق قاعدهٔ دست راست، به بررسی موارد می‌پردازیم:

بررسی موارد:

الف) با افزایش جریان سیم، میدان مغناطیسی درون‌سوی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد؛ بنابراین حلقه طبق قانون لنز با ایجاد جریان پادساعتگرد و میدان مغناطیسی برون‌سو با این اقدام مقابله می‌کند.

ب) با دور شدن حلقه از سیم، میدان مغناطیسی درون‌سوی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین حلقه طبق قانون لنز با ایجاد جریان ساعتگرد و میدان مغناطیسی درون‌سو با این اقدام مقابله می‌کند.

پ) با حرکت حلقه به موازات سیم میدان مغناطیسی و درنتیجه شار گذرنده از حلقه تغییر نمی‌کند و جریانی القا نمی‌شود.

ت) جریان گذرنده از مدار، ساعتگرد است. با افزایش مقاومت R جریان کاهش می‌یابد. کاهش جریان مدار باعث کاهش میدان درون‌سوی گذرنده از حلقه می‌شود؛ بنابراین حلقه طبق قانون لنز با ایجاد جریان ساعتگرد و میدان مغناطیسی درون‌سو با این اقدام مقابله می‌کند.

قانون لنز

برای تعیین جهت جریان القایی حاصل از تغییر شار مغناطیسی از قانون لنز استفاده می‌کنیم. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حاصل از نیروی محرکهٔ القایی به‌گونه‌ای است که به‌وسیلهٔ آثار مغناطیسی که از خود نشان می‌دهد با عامل به‌وجودآورندهٔ خودش، یعنی تغییر شار مخالفت می‌کند. این مخالفت در قانون فاراده با علامت منفی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

برای تعیین جهت جریان القایی به کمک قانون لنز مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱- تعیین جهت $\vec{B}_{\text{اصلی}}$ (میدانی که شار مغناطیسی $(\Phi = BA\cos\theta)$ را به کمک آن تعریف می‌کنیم).

۲- تعیین نحوهٔ تغییر شار: افزایش شار ـ کاهش شار

۳- تعیین جهت $\vec{B}_{\text{القایی}}$ به‌صورت زیر:

اگر شار مغناطیسی عبوری، افزایش یافته است؛ جهت $\vec{B}_{\text{القایی}}$ خلاف جهت $\vec{B}_{\text{اصلی}}$

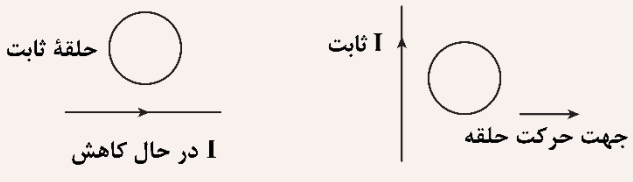
اگر شار مغناطیسی عبوری، کاهش یافته است؛ جهت $\vec{B}_{\text{القایی}}$ هم‌جهت $\vec{B}_{\text{اصلی}}$

۴- با توجه به جهت $\vec{B}_{\text{القایی}}$ به‌دست آمده و قاعدهٔ دست راست جهت $I_{\text{القایی}}$ تعیین می‌شود.

کنکور سراسری خارج از کشور تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۵۱- در شکل‌های «الف» و «ب» جهت جریان الکتریکی القاشده در حلقه‌ها به‌ترتیب، کدام است؟

۱) ساعتگرد و پادساعتگرد
۲) پادساعتگرد و پادساعتگرد
۳) پادساعتگرد و ساعتگرد
۴) ساعتگرد و ساعتگرد



«الف» «ب»

پاسخ تشریحی:

در حلقهٔ «الف» با توجه به دورشدن حلقه از سیم حامل جریان ثابت، شدت میدان مغناطیسی گذرنده از داخل حلقه کاهش و به‌دنبال آن شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد؛ درنتیجه طبق قانون لنز با کاهش شار، میدان القایی در داخل حلقه باید با میدان مغناطیسی حاصل از سیم هم‌جهت باشد (جهت میدان حاصل از سیم در داخل حلقه

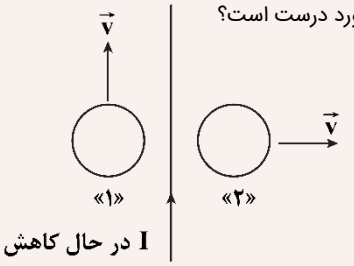
طبق قاعدهٔ دست راست به‌صورت درون‌سو است، بنابراین جهت میدان القایی نیز درون‌سو خواهد بود). درنهایت به کمک قاعدهٔ دست راست برای حلقهٔ حامل جریان الکتریکی درمی‌یابیم که جهت جریان القایی در حلقه باید به‌صورت ساعتگرد باشد.

در حلقهٔ «ب» با توجه به کم‌شدن جریان عبوری از سیم، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش یافته و طبق قانون لنز، جهت میدان القایی، هم‌سو با میدان اصلی در داخل حلقه بوده (طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان حاصل از سیم در حلقه برون‌سو است، بنابراین جهت میدان القایی در حلقه نیز برون‌سو است) و درنتیجه طبق قاعدهٔ دست راست جهت جریان القایی حلقه به‌صورت پادساعتگرد خواهد بود.

پاسخ: گزینهٔ ۱

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۲

۶۸- مطابق شکل زیر، دو حلقه در جهت‌های نشان‌داده‌شده در نزدیکی یک سیم حامل جریان الکتریکی I حرکت می‌کنند. کدام مورد درست است؟



۱) در حلقهٔ (۱) جریان القا نمی‌شود و در حلقهٔ (۲) جریان القایی پادساعتگرد است.

۲) جهت جریان القایی در حلقهٔ (۱) پادساعتگرد و در حلقهٔ (۲) ساعتگرد است.

۳) در حلقهٔ (۱) جریان القا نمی‌شود و در حلقهٔ (۲) جریان القایی ساعتگرد است.

۴) جهت جریان القایی در حلقهٔ (۱) ساعتگرد و در حلقهٔ (۲) پادساعتگرد است.

پاسخ تشریحی:

حلقهٔ (۱) موازی سیم حرکت می‌کند و فاصلهٔ آن تا سیم راست تغییر نمی‌کند، اما به‌دلیل آن‌که جریان سیم راست درحال کاهش است، شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ (۱) کم می‌شود و طبق قانون لنز جهت جریان القایی در آن پادساعتگرد است.

شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ (۲)، هم به‌دلیل کاهش جریان سیم راست و هم به‌دلیل دورشدن حلقه از سیم کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در آن ساعتگرد است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۶۸- استخری با آهنگ $۳۰۰\frac{L}{min}$ درحال پر شدن است. این مقدار برحسب $\frac{m^3}{s}$ و به‌صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

۱) $۰/۳\times۱۰^{۳}$ ۲) ۳×۱۰^{۲} ۳) ۵×۱۰^{-۳} ۴) $۰/۵\times۱۰^{-۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

ضرایب پیشوند یکاها

برخی ضرایب مربوط به پیشوند یکاها در جدول زیر بیان شده است. آن‌ها را به ذهن بسپارید و در مسائل از آن‌ها استفاده نمایید.

p	پیکو	$۱۰^{-۱۲}$	T	تِرا	$۱۰^{۱۲}$
n	نانو	$۱۰^{-۹}$	G	گیگا (جیگا)	$۱۰^{۹}$
μ	میکرو	$۱۰^{-۶}$	M	مِگا	$۱۰^{۶}$
m	میلی	$۱۰^{-۳}$	k	کیلو	$۱۰^{۳}$
c	سانتی	$۱۰^{-۲}$	h	هِکتو	$۱۰^{۲}$
d	دِسی	$۱۰^{-۱}$	da	دِکا	$۱۰^{۱}$

برای تبدیل واحد به روش زنجیره‌ای لازم است که ابتدا عدد و یکای اولیه را نوشته و سپس به تعداد تبدیل واحدهای لازم، از خط کسری استفاده کنید و درنهایت در صورت و مخرج هر کسر از ضرایب تبدیل مربوطه استفاده نمایید.

نکته

برای جمع، تفریق و یا مقایسهٔ دو یا چند کمیت، حتماً باید یکا و حتی پیشوند یکای آن‌ها با یکدیگر مساوی باشد.

مثال

اگر هر اینچ معادل ۲/۵cm بوده و طول جسمی ۵۰ میکرومتر باشد، طول آن چند اینچ خواهد بود؟

پاسخ: ابتدا عدد داده‌شده را به متر، سپس به سانتی‌متر و درنهایت آن را به اینچ تبدیل می‌کنیم. درنتیجه ۳ تبدیل واحد و ۳ خط کسری نیاز داریم. به‌صورت زیر مراحل تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$۵۰\,\mu m\times\frac{۱۰^{-۶}\,m}{۱\,\mu m}\times\frac{۱\,cm}{۱۰^{-۲}\,m}\times\frac{۱in}{۲/۵\,cm}=۲\times۱۰^{-۳}\,in$$

SanjeshCloud

از تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

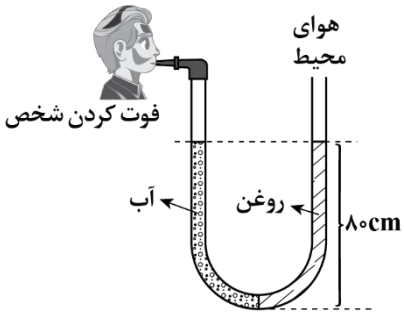
$$۳۰۰\frac{L}{min}=۳۰۰\frac{L}{min}\times\frac{۱m^۳}{۱۰^۳L}\times\frac{۱min}{۶۰s}=۵\times۱۰^{-۳}\frac{m^۳}{s}$$

دقت کنید که عدد نهایی را باید به‌صورت حاصل‌ضرب عددی بین ۱ تا ۱۰ در توانی از ۱۰ بنویسیم.

گروه آموزشی ماز

۶۹- لولهٔ Uشکل را درنظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. با توجه به شکل، فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص که از شاخهٔ سمت چپ لوله درون آن دمیده چقدر است؟ ($\rho_{روغن}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}$، $\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}$، $g=۱۰\frac{N}{kg}$ و فشار هوای محیط $۱۰^۵Pa$ می‌باشد.)

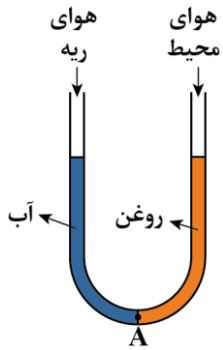
۱) $+۱۶۰۰$
۲) -۱۶۰۰
۳) $+۹۸۴۰۰$
۴) -۹۸۴۰۰



پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

با توجه به شکل و این‌که حجم آب و روغن یکسان است و قطر مقطع لوله ثابت است، پس ارتفاع آب و روغن باهم برابر است. $(h_{روغن}=۰/۸m\ ,\ h_{آب}=۰/۸m)$

نقطهٔ A دقیقاً در مرکز دو طرف لولهٔ Uشکل قرار دارد. پس فشار سمت چپ و راست آن برابر است:



$$P_{چپ}=P_{راست}$$

$$P_{هوای\ ریه}+\rho_{آب}gh=P_{هوای\ محیط}+\rho_{روغن}gh\Rightarrow P_{هوای\ ریه}-P_{هوای\ محیط}=\rho_{روغن}gh-\rho_{آب}gh$$

از طرفی فشار پیمانه‌ای برابر است با:

$$P_{پیمانه‌ای}=P_{هوای\ ریه}-P_{هوای\ محیط}\xrightarrow{(*)}P_{پیمانه‌ای}=\rho_{روغن}gh-\rho_{آب}gh$$

$$\Rightarrow\rho_{روغن}gh-\rho_{آب}gh=(۸۰۰\times۱۰\times۰/۸)-(۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۸)$$

$$=۶۴۰۰-۸۰۰۰=-۱۶۰۰Pa$$

نکته

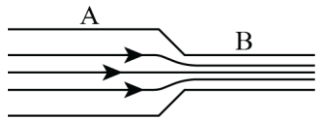
با توجه به این‌که مقدار g برحسب SI داده می‌شود و در فرمول باقی می‌ماند باید چگالی و ارتفاع را به SI بنویسیم:

$$\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}\ ,\ \rho_{روغن}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}=۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، سیال تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است؛ و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام‌یک از اظهارات زیر درست است؟

۱) آهنگ حجمی شارش سیال در قسمت B دو برابر قسمت A است.
۲) طبق معادلهٔ پیوستگی، فشار ناحیهٔ B بیش‌تر است.
۳) انرژی جنبشی یک قطرهٔ سیال در قسمت B چهار برابر انرژی جنبشی همان قطره در قسمت A است.
۴) تندی سیال در قسمت A، $\frac{۱}{۴}$ برابر قسمت B است.



پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

بررسی گزینه‌ها:

۱ طبق اصل پیوستگی، آهنگ شارش حجمی در نقاط A و B برابر است. (✗)
۲ طبق اصل برنولی (نه معادلهٔ پیوستگی) می‌توان ادعا کرد فشار ناحیهٔ B کم‌تر است. (✗)
۳ تندی در قسمت B، ۴ برابر قسمت A است؛ پس انرژی جنبشی ۱۶ برابر قسمت A است درصورتی‌که جرم‌ها برابر باشند. (✗)

SanjeshCloud

۴ ابتدا نسبت سطح مقطع قسمت A به سطح مقطع قسمت B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{A_A}{A_B}=(\frac{r_A}{r_B})^۲=۲^۲=۴$$

طبق معادلهٔ پیوستگی:

$$A_A v_A = A_B v_B$$

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{A_A}{A_B}=۴$$

بنابراین تندی سیال در ناحیهٔ A، $\frac{۱}{۴}$ برابر ناحیهٔ B است. (✓)

معادلهٔ پیوستگی

اگر فرض کنیم مایعی در یک لوله درحال حرکت باشد، آهنگ شارش حجمی این مایع به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{آهنگ شارش حجمی}=\frac{\text{حجم مایع}}{\text{زمان}}=A\times v$$

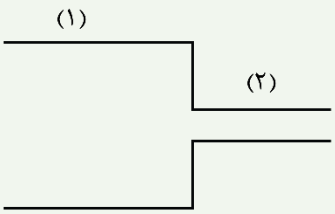
که A و v به‌ترتیب سطح مقطع و تندی شاره است.

چنان‌چه شارهٔ تراکم‌ناپذیر، جریانی لایه‌ای داشته و فاقد اصطکاک با دیوارهٔ لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت‌های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله‌ای به نام معادلهٔ پیوستگی می‌توان چنین نوشت:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

مثال

در شکل مقابل، آب به‌طور پیوسته جاری است. اگر قطر قسمت (۱)، سه برابر قطر قسمت (۲) و تندی آب در قسمت (۲) معادل $۱۳/۵\frac{cm}{s}$ باشد، تندی آب در قسمت (۱) چند $\frac{cm}{s}$ خواهد بود؟



پاسخ تشریحی:

طبق معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^۲=\frac{\pi}{۴}d^۲} \frac{\pi}{۴}d_۱^۲\times v_۱=\frac{\pi}{۴}d_۲^۲\times v_۲$$

$$\xrightarrow[v_۲=۱۳/۵\frac{cm}{s}]{d_۱=۳d_۲} (۳d_۲)^۲\times v_۱=d_۲^۲\times ۱۳/۵$$

$$\rightarrow ۹v_۱=۱۳/۵\rightarrow v_۱=۱/۵\frac{cm}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- جسمی روی یک سطح شیب‌دار آزادانه می‌لغزد و پایین می‌آید. اگر انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟

الف: تندی جسم افزایش می‌یابد.

ب: سطح، بدون اصطکاک است.

پ: جسم با تندی ثابت پایین می‌آید.

ت: تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر با تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

ب در حرکت آزادانه (بدون اعمال نیروی خارجی)، زمانی انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند که نیروهای اتلافی (اصطکاک و مقاومت هوا) وجود نداشته باشند؛ بنابراین، سطح بدون اصطکاک است. (✓)

الف و پ انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی جسم است. هنگامی‌که جسم به سمت پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین، انرژی جنبشی باید افزایش یابد تا انرژی مکانیکی پایسته بماند. درواقع، انرژی پتانسیل تبدیل به انرژی جنبشی می‌شود. درنتیجه تندی جسم افزایش می‌یابد. (درستی مورد «الف» (✓) و نادرستی مورد «پ» (✗))

ت انرژی مکانیکی جسم پایسته است بنابراین:

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow U_۲ + K_۲ = U_۱ + K_۱ \Rightarrow K_۲ - K_۱ = U_۱ - U_۲ = -(U_۲ - U_۱)$$
$$\Rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

بنابراین، تغییرات انرژی جنبشی جسم، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل آن است. (✗)

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱

۴۹- جسمی روی یک سطح شیب‌دار، آزادانه می‌لغزد و با تندی ثابت پایین می‌آید. برای این جسم، کدام موارد درست است؟

الف: کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، صفر است.

ب: انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد.

پ: کار نیروی خالص، برابر با کار وزن است.

ت: انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

۱) «ب» ۲) «ت» ۳) «الف» و «ب» ۴) «پ» و «ت»

پاسخ تشریحی:

هریک از عبارت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

الف: نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، دارای دو مؤلفه است. یکی نیروی عمودی تکیه‌گاه و دیگری نیروی اصطکاک (اگر جسم با سطح اصطکاک نداشت، تندشونده روی سطح سُر می‌خورد). نیروی عمودی تکیه‌گاه بر مسیر حرکت است و کار آن صفر است.

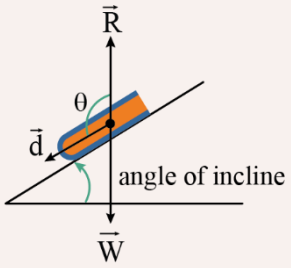
$$W_{F_N} = F_N d \underbrace{\cos ۹۰^\circ}_{۰} = ۰$$

نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود و کار آن منفی است.

$$W_{f_k} = f_k d \underbrace{\cos ۱۸۰^\circ}_{-۱} = -f_k d \rightarrow W_{f_k} < ۰$$

$$\underbrace{\vec{R}}_{\text{نیروی سطح}} = \vec{F}_N + \vec{f}_k \rightarrow W_R = \overbrace{W_{F_N}}^{۰} + W_{f_k} \rightarrow W_R < ۰$$

به عبارت دیگر به جسم فقط دو نیرو وارد می‌شود. یکی نیروی وزن و دیگری نیروی سطح. چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند.



نیروی سطح بر جابه‌جایی عمود نیست $(\theta \neq ۹۰^\circ)$؛ پس کار نیروی سطح مخالف صفر است («الف»: ✗)

ب و ت: تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است: $\Delta E = W_f$

$W_f < ۰ \rightarrow \Delta E < ۰ \rightarrow$ (انرژی مکانیکی کم می‌شود.)

به عبارت دیگر، چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، انرژی جنبشی آن ثابت است.

ثابت: v

ثابت: $K \rightarrow \Delta K = ۰$

کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش انرژی مکانیکی جسم می‌شود.

با حرکت جسم به‌طرف پایین، ارتفاع و انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش می‌یابد.

$$\text{کاهش: } h \xrightarrow{(U=mgh)} \text{کاهش: } U \rightarrow \Delta U < ۰$$

$$E = K + U \rightarrow \Delta E = \underbrace{\Delta K}_{\text{صفر}} + \underbrace{\Delta U}_{\text{منفی}} \rightarrow \Delta E < ۰$$

پس انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد. («ب»: ✓ و «ت»: ✗)

پ: طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

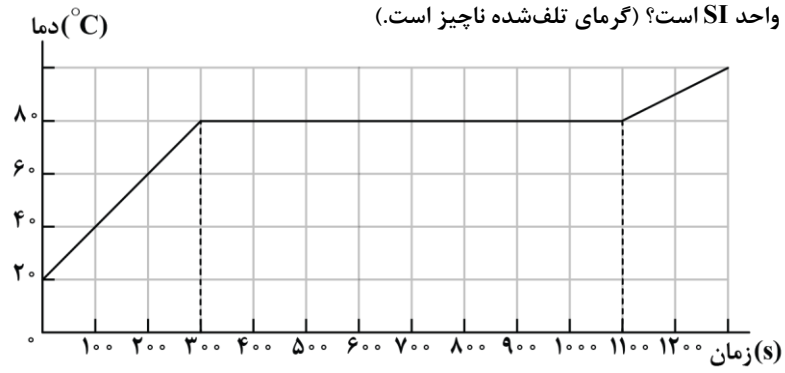
$$W_T = \Delta K \xrightarrow{(\Delta K = ۰)} W_T = ۰$$

از طرفی با کم شدن ارتفاع جسم، کار نیروی وزن مثبت است، بنابراین کار نیروی خالص و کار نیروی وزن باهم برابر نیست.

عبارت «پ» هم ✗!

پاسخ: گزینهٔ ۱

۷۲- اگر به جسم جامدی به جرم ۲۰۰g که ابعاد آن به‌اندازهٔ کافی کوچک است توسط یک گرمکن با توان ثابت ۱۰۰W گرما بدهیم، نمودار دما ـ زمان آن به‌صورت کیفی مانند شکل زیر می‌شود. گرمای نهان ذوب این ماده چند واحد SI است؟ (گرمای تلف‌شده ناچیز است.)



۱) $۵/۵\times۱۰^{۴}$
۲) $۵/۵\times۱۰^{۵}$
۳) ۴×۱۰^{۴}
۴) ۴×۱۰^{۵}

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

در بازهٔ زمانی بین $t=۳۰۰s$ تا $t=۱۱۰۰s$، به مدت $۸۰۰s$، گرمای دریافتی توسط جسم صرف ذوب کردن آن شده است، زیرا در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۳۰۰s$ جسم جامد بوده و دمای آن افزایش یافته است، اما از لحظهٔ $۳۰۰s$ تا $۱۱۰۰s$، دمای جسم ثابت مانده و جسم شروع به ذوب شدن کرده و در لحظهٔ $۱۱۰۰s$ به‌طور کامل ذوب شده است.

$$\begin{cases} Q = mL_F \\ Q = Pt \end{cases} \Rightarrow mL_F = Pt \Rightarrow ۰/۲L_F = ۱۰۰\times۸۰۰$$

$$\Rightarrow L_F = ۴۰۰۰۰۰\frac{J}{kg} = ۴\times۱۰^{۵}\frac{J}{kg}$$

مشاوره

این تیپ تست همواره مورد توجه اکثر طراحان محترم بوده و یکی از تمرینات فصل (۴) فیزیک دهم نیز مربوط به همین نمودار است. پس حتماً یه سر به درس‌نامهٔ این تست بزن و چم‌وخم حل این تیپ تست‌ها رو دقیق یاد بگیر.

گرما

فرض کنید یک جسم جامد داریم که به‌آرامی به آن گرما می‌دهیم. این جسم مراحل زیر را طی می‌کند:

۱- در ابتدا با گرفتن گرما، دمای جسم جامد بالا می‌رود تا به دمای ذوب برسد. در این مرحله، گرمای گرفته‌شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$Q = mc_{\text{جامد}}\Delta\theta$$

۲- پس از رسیدن به دمای ذوب، جسم جامد با گرفتن گرما به‌تدریج ذوب می‌شود و دمای آن ثابت می‌ماند. فرایند ذوب شدن می‌تواند آن‌قدر ادامه پیدا کند تا کل جسم جامد ذوب شود. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

$$Q = mL_F$$

۳- پس از آن‌که جسم جامد به‌طور کامل ذوب شد، مایع به‌دست‌آمده گرما می‌گیرد و دمای آن به‌تدریج بالا می‌رود. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

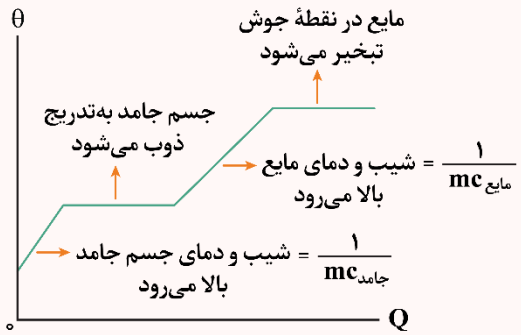
$$Q = mc_{\text{مایع}}\Delta\theta$$

در این مرحله از تبخیر سطحی مایع صرف‌نظر کرده‌ایم.

۴- پس از آن‌که دمای مایع تا دمای جوش بالا رفت، مایع با گرفتن گرمای بیش‌تر شروع به تبخیر شدن می‌کند. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

$$Q = mL_V$$

مراحل فوق را می‌توان در نمودار زیر به‌طور خلاصه بیان کرد:



نکته

۱- هنگامی‌که آهنگ گرما گرفتن جسم یا همان توان را داریم، در مسائلی که فقط دمای جسم تغییر می‌کند، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ Q = P_{\text{واقعی}}\, t \end{cases} \rightarrow P_{\text{واقعی}}\, t = mc\Delta\theta$$

۲- اگر توان اسمی گرم‌کن و بازده آن را داشته باشیم، می‌توان به‌صورت زیر عمل کرد:

$$\text{بازده: } Ra = \frac{P_{\text{واقعی}}}{P_{\text{اسمی}}} \rightarrow P_{\text{واقعی}} = (Ra) \times P_{\text{اسمی}}$$

$$\xrightarrow{P_{\text{واقعی}}\, t = mc\Delta\theta} (Ra) \times P_{\text{اسمی}}\, t = mc\Delta\theta$$

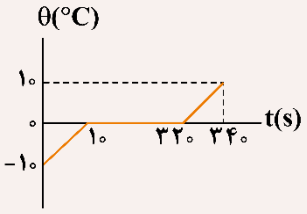
۳- اگر گرما باعث تغییر حالت شود، کافی است $Q = P_{\text{واقعی}}\, t$ را برابر با گرمای تغییر حالت (مثلاً $Q = mL_F$) قرار دهیم.

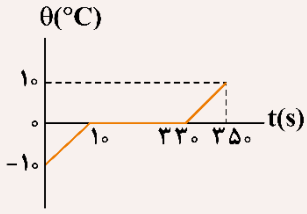
۴- اگر جسم جامد با یک گرم‌کن گرم شود، شکل کلی نمودار $\theta - t$ آن شبیه نمودار $\theta - Q$ رسم‌شده می‌شود.

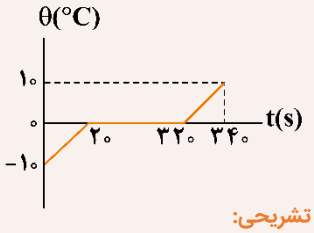
کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۸

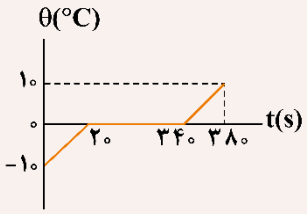
۷۲- به ۲۰۰g یخ $-10^\circ C$ با آهنگ ثابت $210\frac{J}{s}$ گرما می‌دهیم تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود. کدام نمودار، تغییرات دما را برحسب زمان درست نشان می‌دهد؟

$$(c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200\frac{J}{kg^\circ C}, L_F = 336000\frac{J}{kg})$$

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ تشریحی:

قسمت اول فرایند، یخ $-10^\circ C$ تبدیل به یخ $0^\circ C$ می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 0/2 \times 2100 \times 10 = 4200J \qquad P = \frac{Q_1}{\Delta t_1} \rightarrow 210 = \frac{4200}{\Delta t_1} \rightarrow \Delta t_1 = 20s \rightarrow t_1 = 20s$$

سپس یخ $0^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل می‌شود:

$$Q_2 = mL_F = 0/2 \times 336000 = 67200J$$

$$P = \frac{Q_2}{\Delta t_2} \rightarrow 210 = \frac{67200}{\Delta t_2} \rightarrow \Delta t_2 = 320s$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 20 + 320 = 340s$$

درنتیجه ذوب در بازهٔ زمانی $[20s\ ,\ 340s]$ اتفاق می‌افتد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

گروه آموزشی ماز

۷۳- در آزمایشی یک استوانهٔ توپر فلزی با چگالی اولیهٔ $4\frac{g}{cm^3}$، گرمای ویژهٔ $2\frac{J}{g.K}$ و ضریب انبساط طولی $10^{-5}\frac{1}{K}$، $4kJ$ گرما دریافت می‌کند. اگر در این آزمایش دمای استوانه $9^\circ F$ افزایش یابد، حجم آن چند میلی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

دمای استوانه $9^\circ F$ افزایش می‌یابد پس افزایش دمای آن برحسب سلسیوس برابر است با:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 5^\circ C$$

استوانه ۴kJ گرما دریافت کرده است پس جرم آن برابر خواهد بود با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۴۰۰۰ = m \times ۲۰۰۰ \times ۵$$

$$\Rightarrow ۴۰۰۰ = ۱۰۰۰۰m \Rightarrow m = ۰/۴kg$$

حال که چگالی را داریم می‌توانیم حجم اولیهٔ آن را به‌دست بیاوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۴ = \frac{۴۰۰}{V} \Rightarrow V = ۱۰۰cm^۳ = ۱۰^۵ mm^۳$$

تغییر حجم آن برابر است با:

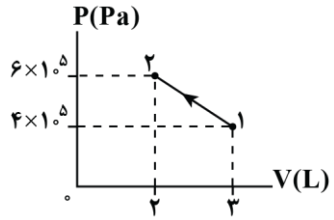
$$\Delta V = V_۱ ۳\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta V = ۱۰^۵ \times ۳ \times ۱۰^{-۵} \times ۵ = ۱۵mm^۳$$

مشاوره

در این تیپ تست‌ها که چندین موضوع مختلف باهم ترکیب شده‌اند، باید هم دقت و هم سرعت عمل بالایی داشته تا بتونین در زمان مناسب پاسخگوی سؤال باشین.

گروه آموزشی ماز

۷۴- نمودار $(P-V)$ی گازی آرمانی، مطابق شکل مقابل است. دستگاه در این فرایند .....



۱) ۱۰۰ ژول گرما از دست داده است.
۲) ۱۰۰ ژول گرما گرفته است.
۳) ۵۰۰ ژول گرما گرفته است.
۴) ۵۰۰ ژول گرما از دست داده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

نکته

سطح زیر نمودار $P-V$ برابر با $|W|$ است. اگر فرایند تراکمی باشد $W > ۰$ و اگر فرایند انبساطی باشد $W < ۰$ خواهد بود.

برای تبدیل L به $m^۳$ ↑

$$|W| = \text{سطح زیر نمودار } P-V = \frac{(۶\times۱۰^۵ + ۴\times۱۰^۵)\times(۳-۲)\times۱۰^{-۳}}{۲} = ۵۰۰J$$

$$\text{فرایند} \Rightarrow W = +۵۰۰J \text{، تراکمی است.}$$

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{۴\times\cancel{۱۰^۵}}{۶\times\cancel{۱۰^۵}} \times \frac{۳}{۲} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = ۱$$

$$\Rightarrow T_۲ = T_۱ \xrightarrow{U \propto T} U_۲ = U_۱ \Rightarrow \Delta U = ۰$$

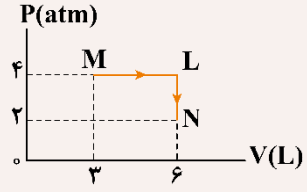
قانون اول ترمودینامیک: $\Delta U = W + Q \Rightarrow ۰ = ۵۰۰ + Q \Rightarrow Q = -۵۰۰J \Rightarrow$ پس دستگاه ۵۰۰J گرما از دست می‌دهد.

دام تستی

اگر حواستان به علامت Q نباشد در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید.

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۳- در شکل زیر، نمودار $P-V$ برای یک گاز آرمانی رسم شده است. اگر گرمای داده‌شده به گاز در فرایند ML برابر ۵۰۰J باشد، تغییرات انرژی درونی گاز در فرایند MLN چند ژول است؟



۱) صفر
۲) ۸۰۰
۳) ۱۸۰۰
۴) ۲۶۰۰

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار $P-V$، داریم:

$$P_M V_M = P_N V_N$$

پس در فرایند MLN، انرژی درونی تغییر نمی‌کند:

$$\Delta U = ۰$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۷۵- در کدام‌یک از مراحل چرخهٔ ماشین درون‌سوز بنزینی، فرایند بی‌دررو طی می‌شود؟

۱) ضربهٔ خروج گاز و ضربهٔ مکش
۲) ضربهٔ قدرت و ضربهٔ مکش
۳) ضربهٔ تراکم و ضربهٔ قدرت
۴) ضربهٔ تراکم و ضربهٔ خروج گاز

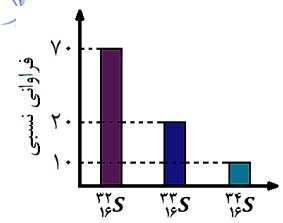
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

در مرحلهٔ ضربهٔ تراکم، پیستون بالا می‌آید و به‌سرعت مخلوط بنزین و هوا را متراکم می‌کند، بنابراین این فرایند بی‌دررو است.
در مرحلهٔ ضربهٔ قدرت، به‌دلیل فشار زیاد، مخلوط با سرعت زیاد منبسط می‌شود، بنابراین این فرایند نیز بی‌دررو است.
در سایر مراحل به‌دلیل عدم حرکت پیستون و یا باز بودن سوپاپ ورودی یا خروجی، فرایند بی‌دررو نیست.

گروه آموزشی ماز

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- نمودار مقابل، فراوانی نسبی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از گوگرد را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، در یک نمونهٔ ۶/۴۸ گرمی از اتم‌های گوگرد، چند اتم از ایزوتوپ $^{۳۳}_{۱۶}S$ وجود خواهد داشت؟

۱) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۱}$
۲) $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$
۳) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۱}$
۴) $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

گوگرد، یکی از عناصر نافلزی موجود در تناوب سوم است که به حالت آزاد(عنصری) در طبیعت یافت می‌شود. با توجه به نمودار داده شده، می‌توان گفت در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از عنصر گوگرد، ۷۰ اتم از ایزوتوپ $^{۳۲}_{۱۶}S$، ۲۰ اتم از ایزوتوپ $^{۳۳}_{۱۶}S$ و ۱۰ اتم از ایزوتوپ $^{۳۴}_{۱۶}S$ وجود دارد. با توجه به فراوانی نسبی این ایزوتوپ‌ها، جرم اتمی میانگین گوگرد را محاسبه می‌کنیم.

برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{جرم اتمی میانگین}=\frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول}\times\text{فراوانی نسبی ایزوتوپ اول})+(\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم}\times\text{فراوانی نسبی ایزوتوپ دوم})+\cdots}{\text{مجموع فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های مختلف}}$$

برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک درصد فراوانی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{جرم اتمی میانگین}=\frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول}\times\text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول})+(\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم}\times\text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم})+\cdots}{۱۰۰}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین گوگرد}=\frac{(۷۰\times۳۲)+(۲۰\times۳۳)+(۱۰\times۳۴)}{۱۰۰}=۳۲/۴\,\text{amu}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، جرم اتمی میانگین گوگرد برابر با $۳۲/۴\,\text{amu}$ است؛ پس جرم هر مول گوگرد برابر با ۳۲/۴ گرم می‌شود. بر این اساس، شمار اتم‌های گوگرد در یک نمونهٔ ۶/۴۸ گرمی از این عنصر را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,atomS=۶/۴۸gS\times\frac{۱molS}{۳۲/۴gS}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}atomS}{۱molS}=۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۳}atom$$

با توجه به نمودار سؤال، در هر ۱۰۰ اتم گوگرد، ۲۰ اتم از ایزوتوپ $^{۳۳}_{۱۶}S$ وجود دارد؛ پس داریم:

$$?\,atom^{۳۳}_{۱۶}S=۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۳}atomS\times\frac{۲۰atom^{۳۳}_{۱۶}S}{۱۰۰atomS}=۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}atom$$

بر این اساس، در نمونهٔ مورد نظر $۲/۴۰۸\times۱۰^{۲۲}$ اتم از ایزوتوپ $^{۳۳}_{۱۶}S$ وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ عنصری با عدد اتمی ۳۴، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی بوده و با عنصر $_{۵۲}Te$ در یک گروه مشابه قرار می‌گیرد.

ب ـ در آرایش الکترونی عناصر دوره چهارم، شمار عناصر با زیرلایه $۳d$ پر، دو برابر عناصر با زیرلایه $۳d$ نیمه‌پر هستند.

ج ـ در یک اتم، هر چه انرژی جذب شده توسط الکترون بیشتر باشد، این الکترون به لایه‌ای با n بیشتر انتقال می‌یابد.

د ـ رنگ زرد، از جمله رنگ‌های سازنده رنگین‌کمان بوده و در مقایسه با پرتوهای مرئی سبز، طول موج کوتاه‌تری دارد.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «ج»
۳) «ب» و «د»
۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: چون عدد اتمی عنصر $_{۳۴}X$ بین عدد اتمی گازهای نجیب آرگون(گاز نجیب موجود در تناوب سوم) و کریپتون(گاز نجیب موجود در تناوب چهارم) قرار گرفته است، پس می‌توان گفت این عنصر متعلق به تناوب چهارم است. عدد اتمی این عنصر دو واحد کمتر از عدد اتمی کریپتون است، پس می‌توان گفت این عنصر متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است. عدد اتمی عنصر $_{۵۲}Te$ نیز دو واحد کمتر از عدد اتمی زنون است، پس می‌توان گفت این عنصر هم متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای بوده و در تناوب پنجم قرار دارد.

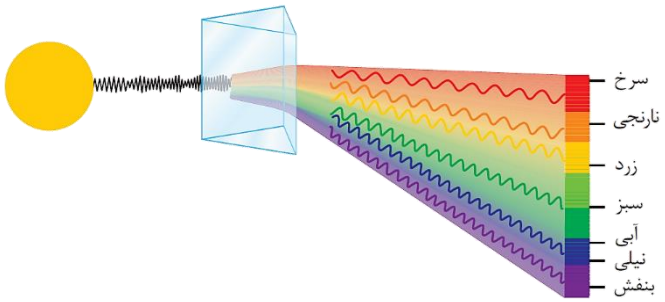
«ب»: زیرلایه $۳d$، سومین زیرلایه از لایه الکترونی سوم است که در تناوب چهارم شروع به پر شدن می‌کند. عناصر موجود در دوره چهارم جدول دوره‌ای را در زیر مشاهده می‌کنید:

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Potassium	Calcium	Scandium	Titanium	Vanadium	Chromium	Manganese	Iron	Cobalt	Nickel	Copper	Zinc	Gallium	Germanium	Arsenic	Selenium	Bromine	Krypton
39.10	40.08	44.96	47.88	50.94	51.99	54.94	55.85	58.93	58.69	63.55	65.38	69.72	72.63	74.92	78.97	79.90	84.80

در این دوره، در زیرلایه $3d$ اتم ۸ عنصر مس، روی، گالیم، ژرمانیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون، ۱۰ الکترون وجود داشته و این زیرلایه برای اتم این عناصر کاملاً پر از الکترون است. از طرفی در زیرلایه $3d$ مربوط به اتم ۲ عنصر منگنز و کروم، ۵ الکترون وجود داشته و این زیرلایه برای اتم این دو عنصر نیمه‌پر به حساب می‌آید.

«ج»: اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌های آن‌ها با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر انتقال می‌یابد. هرچه مقدار انرژی جذب شده بیشتر باشد، الکترون‌ها به لایه‌های بالاتری انتقال می‌یابند. در نقطه مقابل، اتم‌های برانگیخته نیز با از دست دادن انرژی، الکترون‌های خود را به لایه‌های پایین‌تر منتقل کرده و طی این فرایند، مقداری انرژی آزاد می‌کنند.

«د»: رنگ زرد، از جمله رنگ‌های سازنده رنگین‌کمان بوده و در مقایسه با پرتوهای سبز رنگ، طول موج بلندتر و انرژی کمتری دارد. توجه داریم که رنگین‌کمان، بر اثر تجزیه نور خورشید با استفاده از قطرات آب موجود در هوای مرطوب ایجاد می‌شود. تصویر زیر، نمایی از فرایند تجزیه نور خورشید با استفاده از منشور را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۷۸- اگر از واکنش میان دو عنصر A و X، ترکیب یونی با فرمول شیمیایی A_3X_2 تشکیل شود، کدام مورد زیر درست است؟

۱) آرایش الکترونی عنصر فلزی A، می‌تواند به زیرلایه np^1 ختم شود.

۲) عنصر X در واکنش با فلز لیتیم، ترکیبی با فرمول Li_2X را ایجاد می‌کند.

۳) تفاوت عدد اتمی عنصر X با عدد اتمی یک گاز نجیب، می‌تواند برابر با ۴ واحد باشد.

۴) عنصر A، در حالت جامد سطح درخشان داشته و به یقین، هیچ زیرلایه‌ای با $l = 2$ در آن از الکترون اشغال نشده است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

در این واکنش، اتم A به یون A^{2+} و اتم X به یون X^{3-} تبدیل می‌شود. از واکنش این یون‌ها و کنار هم قرار گرفتن آن‌ها، ترکیب A_3X_2 تولید می‌شود. یون لیتیم نیز برای شرکت در ترکیب‌های یونی به یون Li^+ تبدیل می‌شود. از واکنش یون X^{3-} و یون لیتیم، ترکیب یونی Li_3X تولید می‌شود. توجه داریم که این ماده، یک ترکیب یونی دوتایی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترونی عناصر گروه ۱۳ جدول تناوبی به زیرلایه np^1 ختم می‌شود. فلزهای این گروه برای شرکت در ترکیبات یونی به یون سه بار مثبت تبدیل می‌شوند. این در حالی است که عنصر A در ترکیب یونی، به‌صورت یون A^{2+} یافت می‌شود.

۳) عناصر گروه ۱۵ جدول تناوبی، برای شرکت در ترکیبات یونی به یون X^{3-} تبدیل می‌شوند. عدد اتمی این عناصر با گاز نجیب هم‌دوره خود ۳ تا فاصله دارد. از طرفی عدد اتمی این عناصر با گاز نجیب دوره قبل خود حداقل برابر ۵ است(حداقل برای دوره‌هایی است که زیرلایه‌های دسته d و f هنوز شروع به پرشدن نکرده‌اند).

۴) عنصر A جزوه دسته فلزها بوده و همانند آن‌ها در حالت جامد سطحی درخشان دارد. این عنصر می‌توان معادل عناصر واسطه‌ای باشد که ظرفیت ۲+ دارند. برای مثال عنصر روی در واکنش با نافلزات، به یون Zn^{2+} تبدیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- مخلوطی از گازهای N_2H_4 و N_2O_4 با نسبت‌های استوکیومتری مطابق معادلهٔ داده شده واکنش می‌دهند. اگر واکنش، ۲۵٪ پیشرفت کرده و مجموعاً ۱۶۲ گرم فراورده تشکیل شود، چند لیتر گاز هیدرازین با حجم مولی ۲۴ لیتر، در آغاز وارد واکنش شده است؟

($O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1$: $g.mol^{-1}$ معادلهٔ واکنش موازنه شود.)

$$N_2O_4(g) + N_2H_4(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$$

۱) ۷۲ ۲) ۳۶ ۳) ۹۶ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه نشده واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$N_2O_4(g) + N_2H_4(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$$

برای موازنه واکنش، ابتدا به N_2H_4 ضریب ۱ می‌دهیم. مولکول H_2O نیز برای موازنه‌شدن هیدروژن، ضریب ۲ می‌گیرد. تا به اینجای کار داریم:

$$\square N_2O_4(g) + 1N_2H_4(g) \rightarrow \square NO(g) + 2H_2O(g)$$

در مرحله بعد برای N_2O_4 ضریب مجهول a را قرار می‌دهیم. NO نیز برای موازنه‌شدن نیتروژن، ضریب $2a$ می‌گیرد. حال با استفاده از موازنه تعداد اتم اکسیژن دو سمت واکنش، ضریب مجهول را پیدا می‌کنیم:

$$4a = 2a + 2 + 2 \Rightarrow a = 2$$

در پایان معادله موازنه‌شده واکنش انجام‌شده را می‌نویسیم:

$$۲N_۲O_۴(g) + N_۲H_۴(g) \rightarrow ۶NO(g) + ۲H_۲O(g)$$

با توجه به معادله موازنه‌شده، با مصرف ۱ مول هیدرازین($N_۲H_۴$)، ۶ مول نیتروژن مونوکسید(معادل با ۱۸۰ گرم نیتروژن مونوکسید) و ۲ مول بخارآب(معادل با ۳۶ گرم بخار آب) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای مصرف ۱ مول هیدرازین، مجموعاً ۲۱۶ گرم(۱۸۰+۳۶) فراورده تولید می‌شود. حال مقدار هیدرازین مصرف‌شده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,N_۲H_۴ = ۱۶۲\,g\ \text{فراورده} \times \frac{۱\,mol\,N_۲H_۴}{۲۱۶\,g\ \text{فراورده}} = ۰/۷۵\,mol$$

با توجه به صورت سؤال، واکنش ۲۵ درصد پیشرفت کرده است. پس می‌توان گفت $\frac{۱}{۴}$ واکنش‌دهنده‌ها مصرف شده‌اند. درنتیجه مقدار مول اولیه هیدرازین برابر ۳ مول(۰/۷۵ × ۴) بوده است. در مرحله پایانی، مول هیدرازین را به حجم آن تبدیل می‌کنیم:

$$?\,L\,N_۲H_۴ = ۳\,mol\,N_۲H_۴ \times \frac{۲۴\,L\,N_۲H_۴}{۱\,mol\,N_۲H_۴} = ۷۲\,L$$

طبق محاسبات انجام‌شده، حجم اولیه هیدرازین برابر با ۷۲ لیتر بوده است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- در واکنش سوختن مقداری اتانول، $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول اکسیژن مصرف شده است. گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش، با چند گرم لیتیم هیدروکسید بر اساس معادلهٔ $C_۲O(g) + ۲LiOH(s) \rightarrow Li_۲CO_۳(s) + H_۲O(g)$ واکنش می‌دهد؟ ($O = ۱۶$ و $Li = ۷$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۷/۲ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۹/۶ ۴) ۱۹/۲

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۲)

اتانول، **دومین عضو خانواده الکل‌ها** بوده و فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_۲H_۵OH$ است. این ماده در واکنش با گاز اکسیژن سوخته و بخار آب به همراه گاز کربن دی‌اکسید را تولید می‌کند. واکنش سوختن اتانول به‌صورت زیر است:

$$C_۲H_۵OH(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(g)$$

با توجه به معادله این واکنش، مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,CO_۲ = ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۳}\,molecule\,O_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,molecule\,O_۲} \times \frac{۲\,mol\,CO_۲}{۳\,mol\,O_۲} = ۰/۲\,mol$$

گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش بالا، در واکنش زیر مصرف می‌شود:

$$CO_۲(g) + ۲LiOH(s) \rightarrow Li_۲CO_۳(s) + H_۲O(g)$$

با توجه به معادله این واکنش، جرم لیتیم هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,LiOH = ۰/۲\,mol\,CO_۲ \times \frac{۲\,mol\,LiOH}{۱\,mol\,CO_۲} \times \frac{۲۴\,g\,LiOH}{۱\,mol\,LiOH} = ۹/۶\,g$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند ۹/۶ گرم لیتیم هیدروکسید مصرف شده است.

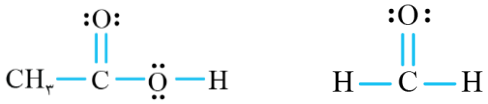
گروه آموزشی ماز

۸۱- نسبت میان شمار الکترون‌های پیوندی به‌شمار الکترون‌های ناپیوندی در استیک اسید، با مقدار این نسبت در کدام ترکیب زیر برابر است؟

۱) $N_۲O$ ۲) $CH_۲O$ ۳) $CO_۲$ ۴) $H_۲O_۲$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

ساختار مولکولی استیک اسید و $CH_۲O$ به‌صورت زیر است:



نسبت میان شمار الکترون‌های پیوندی به‌شمار الکترون‌های ناپیوندی در این دو ترکیب برابر با ۲ است. مقدار نسبت خواسته شده در $N_۲O$ و $CO_۲$ برابر با ۱ و در $H_۲O_۲$ نیز برابر با ۰/۷۵ است. ساختار مولکول $N_۲O$ به‌صورت زیر است:

گروه آموزشی ماز

۸۲- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

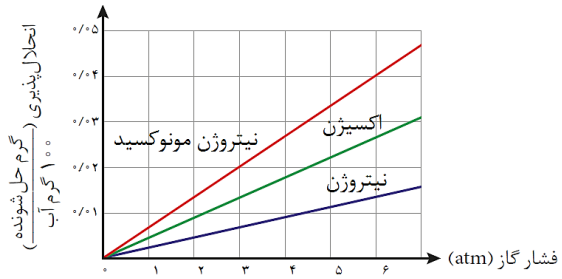
۱) چون کربن دی‌اکسید از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است، انحلال‌پذیری آن در مقایسه با گاز NO در آب کمتر است.
۲) بر اساس قانون هنری، شیب نمودار انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب تندتر از شیب نمودار انحلال‌پذیری نیتروژن است.
۳) بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم بوده و وجود این یون برای عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.
۴) هگزان یک مایع بی‌رنگ بوده و در صورت افزودن آن به آب، نمونه هگزان روی سطح آب قرار می‌گیرد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

واکنش دادن گازهای مختلف با آب، منجر به افزایش مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها در آب در مقایسه با سایر مواد گازی می‌شود. چون گاز کربن دی‌اکسید بر اساس معادله $CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2CO_3(aq)$ با آب واکنش داده و کربنیک اسید تولید می‌کند، انحلال‌پذیری این ترکیب در مقایسه با انحلال‌پذیری گاز NO در آب بیشتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب، با فشار این گازها رابطه مستقیم دارد. در واقع، اگر گاز X با آب واکنش ندهد، با n برابر شدن فشار این گاز، انحلال‌پذیری آن نیز در آب n برابر می‌شود. بر اساس این قانون، اگر در شرایط یکسان انحلال‌پذیری یک گاز از گاز دیگر در آب بیشتر باشد، تأثیر تغییر فشار بر انحلال‌پذیری این گاز نیز بیشتر می‌شود. نمودار زیر، بیانی از قانون هنری را در رابطه با چند گاز مختلف نشان می‌دهد:



۳ یکی از مهم‌ترین یون‌های موجود در الکترولیت‌های بدن، یون پتاسیم(K^+) است. نیاز روزانه بدن ما به یون پتاسیم، دو برابر یون سدیم است. از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم هستند، کمبود این یون به ندرت در بدن احساس می‌شود. وجود یون پتاسیم برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است؛ به طوری که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون، امکان‌پذیر نیست. درواقع، اختلال در حرکت این یون از خلال غشای سلول‌های عصبی، مانع از انتقال پیام‌های عصبی و گاهی در موارد شدید منجر به مرگ می‌شود.

۴ هگزان با فرمول شیمیایی C_6H_{14}، یک مایع بی‌رنگ بوده و به‌خاطر ناقطبی بودن، به‌عنوان حلال مواد ناقطبی و رقیق‌کننده رنگ کاربرد دارد. چون هگزان در مقایسه با آب چگالی کمتری دارد، در صورت افزودن مقداری از آن به آب، نمونه هگزان روی سطح آب قرار می‌گیرد. توجه داریم که علاوه بر هگزان، گشتاور دو قطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- در محلول سیرشده‌ای از سدیم نیترات به جرم ۱۴۲ گرم، مقدار ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای مورد نظر برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟ ($g.mol^{-1}$: $N = 14$ و $O = 16$ و $Na = 23$)

۱) ۱۳/۶ ۲) ۲۷/۲ ۳) ۸/۵ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۳)

فرمول شیمیایی سدیم نیترات به‌صورت $NaNO_3$ است. در واحد فرمولی این ترکیب یونی، یک یون سدیم وجود دارد. طبق فرض سؤال، در محلول ۱۴۲ گرمی اولیه، ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. بر این اساس، جرم سدیم نیترات موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$NaNO_3 = 4/6\ g\ Na^+ \times \frac{1\ mol\ Na^+}{23\ g\ Na^+} \times \frac{1\ mol\ NaNO_3}{1\ mol\ Na^+} \times \frac{85\ g\ NaNO_3}{1\ mol\ NaNO_3} = 17\ g$$

در محلول ۱۴۲ گرمی، مقدار ۱۷ گرم نمک سدیم نیترات وجود دارد. در رابطه با این محلول، داریم:

$$\text{۱۴۲ g محلول} \longrightarrow \begin{cases} \text{۱۷ g نمک} \\ \text{۱۲۵ g آب} \end{cases}$$

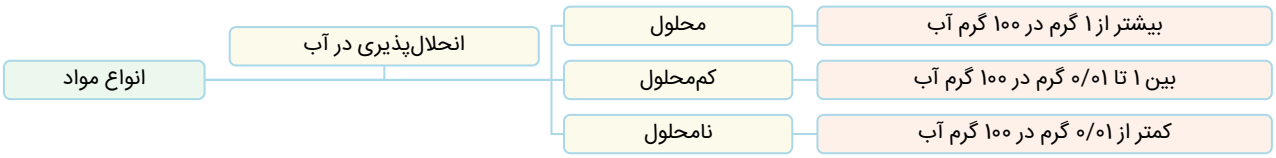
شیمی‌دان‌ها **بیشترین مقدار از یک حل‌شونده** که در دمای معین در **۱۰۰** گرم **حلال** حل می‌شود را **انحلال‌پذیری** آن ماده می‌نامند. در این عبارت، واژه «**بیشترین**» نشان‌دهنده رسیدن محلول به حالت **سیرشده** است. محلول سیرشده، محلولی است که **نمی‌تواند** حل‌شونده بیشتری را در خود حل کند و در صورت افزودن مقدار بیشتر حل‌شونده به آن، حل‌شونده مورد نظر به‌صورت **رسوب** درآمده و در ته ظرف ته‌نشین می‌شود. برای محاسبه مقدار انحلال‌پذیری یک ماده حل‌شونده در یک محلول آبی سیرشده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم نمک حل شده در محلول}}{\text{جرم آب(حلال) موجود در محلول}} \times 100$$

با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

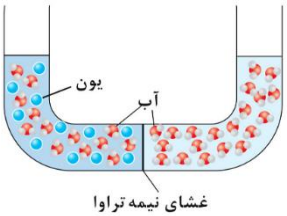
$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{17}{125} \times 100 = 13/6\ \ g/100\ g\ H_2O$$

نمودار زیر، دسته‌بندی انواع مواد را بر اساس مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در رابطه با تصویر مقابل و فرآیند انجام شده در آن درست است؟



۱) به مرور زمان، ارتفاع آب در بازوی سمت راست افزایش می‌یابد.
۲) به مرور زمان درصد جرمی یون‌ها در بازوی سمت چپ کاهش می‌یابد.
۳) فرآیند انجام شده در تصویر، روش مناسبی برای تهیه آب شیرین از آب دریا است.
۴) با اعمال نیرو به بازوی سمت چپ، می‌توان محلول را از وجود میکروب‌ها تصفیه کرد.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

تصویر داده شده مربوط به فرآیند اسمز یا گذرندگی است. به حرکت خودبه‌خودی آب از محیط رقیق به سمت محیط غلیظ در خلال یک دیواره یا غشا با خاصیت تراوایی نسبی، اسمز گفته می‌شود. برای مثال، متورم شدن میوه‌ها پس از قرار گرفتن در آب، به دلیل فرآیند اسمز است. در شکل، بازوی سمت چپ محیط غلیظ را نشان می‌دهد و بازوی سمت راست، محیط رقیق است. با گذشت زمان، آب از بازوی سمت راست به بازوی سمت چپ حرکت می‌کند. با انجام این کار، محلول در بازوی سمت چپ، رقیق‌تر شده و غلظت یون‌ها در آن کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با گذشت زمان، آب از بازوی سمت راست به بازوی سمت چپ حرکت می‌کند؛ درنتیجه ارتفاع آب در بازوی سمت چپ افزایش می‌یابد. توجه داریم که در نهایت، غلظت دو محلول هرگز با هم یکسان نمی‌شود، چراکه در بازوی سمت راست این ظرف، یک نمونه از آب مقطر قرار گرفته است.

۳ با روش اسمز نمی‌توان از یک نمونه آب دریا، آب شیرین تهیه کرد. یکی از راه‌های تبدیل آب شور به آب شیرین، استفاده از روش اسمز معکوس است. در جدول زیر اطلاعاتی در رابطه با این دو فرآیند آورده شده است:

اسمز	اسمز معکوس
عبور آب از محلول رقیق به غلیظ از غشای نیمه تراوا به‌صورت خودبه‌خودی است.	عبور آب از محلول غلیظ به رقیق از غشای نیمه‌تراوا به‌صورت غیر خودبه‌خودی(با اعمال نیروی خارجی) است.
غشای نیمه‌تراوا فقط به آب اجازه عبور می‌دهد.	غشای نیمه‌تراوا فقط به آب اجازه عبور می‌دهد.
هرچه اختلاف غلظت مولی ذره‌ها در دو طرف لوله U شکل بیشتر باشد(تعداد یون‌های محلول در آب در انحلال یونی و تعداد مولکول‌های حل شده در آب در انحلال مولکولی بیشتر باشد) ← فشار اسمزی بیشتر است ← اختلاف ارتفاع دو ستون بیشتر می‌شود.	در اسمز معکوس، باید فشار خارجی اعمال شده بیشتر از فشار اسمزی(فشار ناشی از افزایش حجم محلول) باشد تا آب از سمت محیط غلیظ به سمت محیط رقیق جابه‌جا شود.
اختلاف ارتفاع ایجاد شده در ستون‌ها به نوع حل‌شونده بستگی ندارد و به اختلاف غلظت محلول‌ها وابسته است و با آن رابطهٔ مستقیم دارد.	مقدار نیروی خارجی لازم، به نوع حل شونده‌ها بستگی ندارد و به اختلاف غلظت محلول‌ها وابسته است و با آن رابطهٔ مستقیم دارد.
پس از انداختن حبوبات در آب، ذرات آب از سمت محلول(محیط رقیق) به سمت داخل سلول‌ها(محیط غلیظ) حرکت می‌کنند و در نتیجه، حبوبات متورم می‌شوند، ولی در رابطه با تولید خیار شور، آب از سلول خیار(محیط رقیق) به محیط غلیظ(محلول آب نمک موجود در اطراف سلول) حرکت می‌کند و خیار چروکیده می‌شود.	یکی از روش‌های تصفیه‌ای آب است و مثل صافی کربنی می‌تواند آلاینده‌ها، حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها، فلزات سمی، نافلزها و ترکیبات آلی فرار را بزداید ولی توان جدا کردن میکروب‌ها از آب را ندارد.
به مرور زمان ارتفاع ستون حاوی محلول رقیق کم و ارتفاع ستون حاوی محلول غلیظ افزایش می‌یابد ← محلول غلیظ، رقیق‌تر می‌شود ← به شرطی که ماده حل‌شونده، به‌صورت یونی در محلول حل شده باشد، رسانایی آن محلول کمتر می‌شود.	به مرور زمان ارتفاع ستون حاوی محلول رقیق بیشتر و ارتفاع ستون حاوی محلول غلیظ کمتر می‌شود ← محلول غلیظ، غلیظ‌تر می‌شود ← به شرطی که ماده حل‌شونده، به‌صورت یونی در محلول حل شده باشد، رسانایی آن محلول بیشتر می‌شود.
مولکول‌های آب از هر دو سمت از غشای نیمه‌تراوا عبور می‌کنند ولی سرعت عبور آن به طرف محلول غلیظ بیشتر است.	مولکول‌های آب از هر دو سمت از غشای نیمه‌تراوا عبور می‌کنند ولی سرعت عبور آن به طرف محلول رقیق بیشتر است.
توان نمک‌زدایی و تولید آب شیرین را ندارد.	توان نمک‌زدایی و تولید آب شیرین را دارد و حتی با استفاده از آن، می‌توان یک ماده مثل شیر را تغلیظ کرد.

۴ با اعمال فشار خارجی به بازوی سمت چپ(غلیظ)، پدیده اسمز معکوس اتفاق می‌افتد. در روش اسمز معکوس، میکروب‌ها از آب زدوده نمی‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ قلع رسانایی گرمایی بالایی داشته و شعاع اتم‌های آن کوچک‌تر از شعاع اتم‌های سرب است.
ب ـ هر عنصری از تناوب سوم که در حالت جامد بر اثر ضربه خرد می‌شود، دارای سطحی کدر است.
ج ـ نسبت شمار آنیون به کاتیون در یکی از اکسیدهای طبیعی آهن، مشابه مقدار این نسبت در آلومینیم فسفید است.
د ـ از میان عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها، ید در مقایسه با سایر عناصر راحت‌تر به یون یک بار منفی تبدیل می‌شود.

۱) «الف» و «د» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: قلع، یک عنصر فلزی است و رسانایی گرمایی بالایی دارد. این عنصر، در خانه بالایی سرب قرار گرفته و با توجه به شمار لایه‌های الکترونی کمتر آن، می‌توان گفت شعاع اتمی قلع کمتر از سرب است. به‌طور کلی، در یک گروه از جدول دوره‌ای، با حرکت از بالا به پایین، شمار لایه‌های الکترونی موجود در اطراف هسته اتم‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز افزایش پیدا می‌کند. در یک تناوب از جدول دوره‌ای نیز با حرکت از چپ به راست، شمار پروتون‌ها و بار الکتریکی هستهٔ اتم‌ها افزایش پیدا می‌کند، اما شمار لایه‌های الکترونی موجود در اطراف هسته ثابت باقی می‌ماند. در چنین شرایطی، الکترون‌های سطحی(ظرفیتی) با قدرت بیشتری توسط هسته جذب شده و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز کاهش پیدا می‌کند.

«ب»: جدول زیر، برخی از ویژگی‌های عناصر موجود در دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد:

نام عنصر	شمارهٔ گروه	آرایش الکترونی	رسانایی الکتریکی	رسانایی گرمایی	سطح صیقلی	چکش‌خواری در حالت جامد	تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون	
سدیم (Na)	۱	$[Ne]3s^1$	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد.	
منیزیم (Mg)	۲	$[Ne]3s^2$	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد.	
آلومینیم (Al)	۱۳	$[Ne]3s^2 3p^1$	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد.	
سیلیسیم (Si)	۱۴	$[Ne]3s^2 3p^2$	دارد	دارد	دارد	ندارد	اشتراک	
فسفر (P)	۱۵	$[Ne]3s^2 3p^3$	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن	اشتراک
گوگرد (S)	۱۶	$[Ne]3s^2 3p^4$	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن	اشتراک
کلر (Cl)	۱۷	$[Ne]3s^2 3p^5$	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد	گرفتن	اشتراک

سیلیسیم، عنصری از تناوب سوم جدول دوره‌ای است که خاصیت چکش‌خواری ندارد؛ اما در حالت جامد دارای سطحی درخشان است. ژرمانیم در خانه زیرین سیلیسیم قرار گرفته است. این عنصر نیز خاصیت چکش‌خواری ندارد؛ اما در حالت جامد دارای سطحی درخشان است.

«ج»: آهن(II) اکسید و آهن(III) اکسید، دو مورد از اکسیدهای طبیعی آهن هستند. فرمول شیمیایی آهن(II) اکسید به‌صورت FeO است. نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار این اکسید از آهن، مشابه مقدار این نسبت در آلومینیم فسفید(AlP) بوده و برابر با ۱ است. توجه داریم که در ساختار زنگ آهن، اکسید Fe_2O_3 یافت می‌شود.

«د»: از میان عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها، فلوئور دارای کوچک‌ترین شعاع اتمی و بیشترین خاصیت نافلزی است و به همین خاطر، در مقایسه با سایر عناصر راحت‌تر به یون یک بار منفی تبدیل می‌شود.

هالوژن‌ها

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلوئور($_9F$)، کلر($_{17}Cl$)، برم($_{35}Br$) و ید($_{53}I$) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به‌صورت زیر است:

$$\text{واکنش پذیری (تمایل به گرفتن الکترون)} : I < Br < Cl < F$$

آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه ns^2np^5 ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلوئور(F_2) و کلر(Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند در حالی که برم(Br_2) و ید(I_2) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

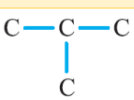
گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

۱) ۵ مورد از اتم‌های کربن موجود در هر مولکول ۳-اتیل-۳،۲-دی‌متیل پنتان، به سه اتم H متصل شده‌اند.
۲) آلکانی که از آن برای پر کردن فندک استفاده می‌شود، در دما و فشار اتاق به حالت گاز دیده می‌شود.
۳) در شرایط یکسان، نقطه جوش یک نمونه گریس، کمتر از نقطه جوش وازلین خواهد بود.
۴) ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌های شاخه‌دار، در ساختار خود دارای ۵ اتم کربن است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

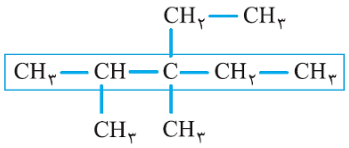
ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار، یک زنجیره کربنی اصلی ۳ تایی دارد که یک شاخه فرعی متیل به آن متصل شده است. تصویر مقابل، نمایی از ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار را نشان می‌دهد:



این ترکیب آلکانی ۲-متیل پروپان نام داشته و در هر مولکول آن ۴ اتم کربن وجود دارد. فرمول مولکولی ۲-متیل پروپان(یا همان متیل پروپان)، به‌صورت C_4H_{10} خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

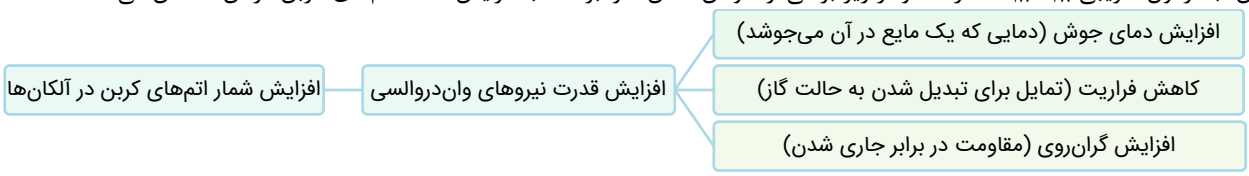
۱ ساختار آلکان مورد نظر به‌صورت زیر است:



در آلکان مورد نظر، اتم‌های کربن موجود در دو انتهای زنجیره کربنی اصلی و اتم‌های کربنی که در انتهای هر شاخه فرعی قرار می‌گیرند، به سه اتم هیدروژن و یک اتم کربن متصل شده‌اند.

۲ بوتان، آلکانی است که از آن برای پر کردن فندک‌ها استفاده می‌شود. نقطه جوش، معادل با دمایی است که در آن یک مایع شروع به جوشیدن کرده و به بخار تبدیل می‌شود. با بیشتر شدن تعداد اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها(n)، قدرت نیروهای وان‌دروالسی در این مواد افزایش پیدا کرده و دمای جوش آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. با توجه به نمودار کتاب درسی، دمای جوش آلکان‌ها با شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. بر این اساس، دمای جوش چهار عضو اول خانواده آلکان‌ها(متان، اتان، پروپان و بوتان)، کمتر از $0^\circ C$ است، پس این مواد در دماهای بالاتر از $0^\circ C$(از جمله دمای اتاق که معادل با $22^\circ C$ است) به حالت گاز(g) دیده می‌شوند. در نقطه مقابل، آلکان‌هایی که شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها ۵ عدد یا بیشتر از ۵ عدد است، در دمای اتاق به حالت مایع(l) دیده می‌شوند.

۳ هرچه شمار اتم‌های کربن در آلکانی راست‌زنجیر بیشتر باشد، نقطه جوش آن بیشتر است. وازلین (با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$)، نقطه جوش بیشتری نسبت به گریس (با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$) دارد. نمودار زیر برخی از خواص آلکان‌ها را بر حسب افزایش تعداد اتم‌های کربن در آن‌ها نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۸۷- درصد جرمی اکسیژن در نمونه‌ای ناخالص از آهن(II) سولفات برابر با ۸٪ است. درصد خلوص آهن(II) سولفات در نمونه چقدر است و اگر ۴۰۰ گرم از این نمونه را با مقدار کافی محلول سود واکنش دهیم، چند گرم رسوب سبز رنگ تولید می‌شود؟

$(Fe = ۵۶, S = ۳۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۷ ـ ۹۰ ۲) ۱۹ ـ ۹۰ ۳) ۲۷ ـ ۴۵ ۴) ۱۹ ـ ۴۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

آهن(II) سولفات، یک ترکیب یونی چندتایی با فرمول شیمیایی $FeSO_4$ است که در واحد فرمولی آن، ۴ اتم اکسیژن وجود دارد. در ۱۰۰ گرم از نمونه آهن(II) سولفات، ۸ گرم اتم اکسیژن وجود دارد. پس اگر جرم آهن(II) سولفات موجود در ۱۰۰ گرم از این نمونه را محاسبه کنیم، درصد خلوص آهن(II) سولفات را به دست آورده‌ایم. بر این اساس می‌توان نوشت:

$$?\,g\,FeSO_4 = ۱۰۰\,g\,\text{نمونه} \times \frac{۸\,g\,O}{۱۰۰\,g\,\text{نمونه}} \times \frac{۱\,mol\,O}{۱۶\,g\,O} \times \frac{۱\,mol\,FeSO_4}{۴\,mol\,O} \times \frac{۱۵۲\,g\,FeSO_4}{۱\,mol\,FeSO_4} = ۱۹\,g$$

در ۱۰۰ گرم نمونه ناخالص $FeSO_4$، مقدار ۱۹ گرم $FeSO_4$ خالص وجود دارد؛ درنتیجه درصد خلوص این ماده در نمونه برابر با ۱۹ درصد است. برای به‌دست آوردن جرم رسوب سبز رنگ($Fe(OH)_2$)، باید مقدار خالص $FeSO_4$ را در نمونه ۴۰۰ گرمی آن به‌دست آوریم. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\,FeSO_4 = ۴۰۰\,g\,\text{نمونه} \times \frac{۸\,g\,O}{۱۰۰\,g\,\text{نمونه}} \times \frac{۱\,mol\,O}{۱۶\,g\,O} \times \frac{۱\,mol\,FeSO_4}{۴\,mol\,O} = ۰/۵\,mol$$

یا:

$$?\,mol\,FeSO_4 = ۴۰۰\,g\,\text{نمونه} \times \frac{۱۹\,g\,FeSO_4}{۱۰۰\,g\,\text{نمونه}} \times \frac{۱\,mol\,FeSO_4}{۱۵۲\,g\,FeSO_4} = ۰/۵\,mol$$

واکنش نمونه آهن(II) سولفات با محلول سود به صورت زیر است:

$$FeSO_4(s) + ۲NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_2(s) + Na_2SO_4(aq)$$

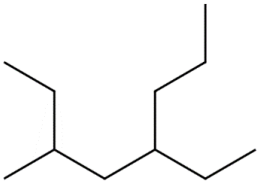
مقدار ۰/۵ مول $FeSO_4$ خالص در واکنش مصرف می‌شود، درنتیجه می‌توان نوشت:

$$?\,g\,Fe(OH)_2 = ۰/۵\,mol\,FeSO_4 \times \frac{۱\,mol\,Fe(OH)_2}{۱\,mol\,FeSO_4} \times \frac{۹۰\,g\,Fe(OH)_2}{۱\,mol\,Fe(OH)_2} = ۴۵\,g$$

جرم رسوب سبز رنگ تولید شده با فرمول شیمیایی $Fe(OH)_2$، برابر با ۴۵ گرم است.

گروه آموزشی ماز

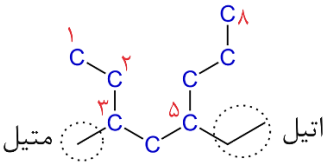
۸۸- نام ترکیبی با فرمول پیوند – خط مقابل بر اساس قواعد آیوپاک کدام است و برای سوختن کامل ۰/۵ مول از آن، به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟ $(O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$



۱) ۵ ـ اتیل ـ ۳ ـ متیل اوکتان | ۳۶۸
۲) ۵ ـ اتیل ـ ۳ ـ متیل اوکتان | ۲۷۲
۳) ۴ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان | ۲۷۲
۴) ۴ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان | ۳۶۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

ابتدا باید زنجیر اصلی موجود در ساختار آلکان مورد نظر را تعیین کرد. زنجیری که بیشترین تعداد اتم کربن را دارد، زنجیر اصلی است. مطابق شکل، اتم‌های کربنی که در زنجیر اصلی قرار گرفته‌اند را به رنگ آبی نمایش داده‌ایم. شماره‌گذاری را باید از سمتی آغاز کنیم که زودتر به اولین شاخه فرعی برسیم. اگر از سمت چپ شروع به شماره‌گذاری کنیم، بعد از ۳ کربن به اولین شاخه فرعی می‌رسیم ولی اگر از سمت راست شروع به شماره‌گذاری کنیم، بعد از ۴ کربن به اولین شاخه فرعی خواهیم رسید؛ درنتیجه باید از سمت چپ شماره‌گذاری اتم‌های کربن را در زنجیر اصلی شروع کرد:



به خاطر تقدم حروف الفبای انگلیسی، ابتدا نام اتیل و سپس نام متیل ذکر می‌شود؛ چون شاخه $Ethyl$ مقدم بر شاخه $Methyl$ است. هیدروکربنی با ساختار فوق بر اساس قواعد آیوپاک، ۵ – اتیل – ۳ – متیل اوکتان نام دارد و فرمول مولکولی آن نیز به‌صورت $C_{۱۱}H_{۲۴}$ است. واکنش سوختن کامل این ترکیب آلکانی به‌صورت زیر است:

$$C_{۱۱}H_{۲۴} + ۱۷O_۲ \rightarrow ۱۱CO_۲ + ۱۲H_۲O$$

واکنش‌پذیری آلکان‌ها

با توجه به سیرشده بودن مولکول‌های سازنده آلکان‌ها، این مواد تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مواد دیگر ندارند. واکنش سوختن، از جمله معدود واکنش‌هایی است که آلکان‌ها در آن شرکت می‌کنند. این ویژگی سبب می‌شود تا میزان سمی بودن آلکان‌ها کمتر شده و استنشاق آن‌ها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد. البته، استنشاق آلکان‌ها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دمی شده و از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و به همین خاطر، نفس کشیدن دشوار می‌شود. بر این اساس، اگر میزان بخارهای وارد شده به شش‌ها زیاد باشد، حتی می‌تواند سبب مرگ فرد شود.

مقدار جرم گاز اکسیژن مصرف شده در این واکنش، برابر است با:

$$?\,g\,O_۲ = ۰/۵\,mol\,C_{۱۱}H_{۲۴} \times \frac{۱۷\,mol\,O_۲}{۱\,mol\,C_{۱۱}H_{۲۴}} \times \frac{۳۲\,g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۲۷۲\,g$$

با استفاده از کسرهای تناسب نیز می‌توان برای آلکان، کسر مربوط به مول و برای گاز اکسیژن، کسر مربوط به جرم را نوشت. بر این اساس، داریم:

$$\left[\frac{\text{مول آلکان}}{\text{ضریب}}\right] = \left[\frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}\right] \Rightarrow \left[\frac{۰/۵}{۱}\right] = \left[\frac{x}{۱۷ \times ۳۲}\right] \Rightarrow x = ۲۷۲\,g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، جرم گاز اکسیژن مصرف شده برابر با ۲۷۲ گرم است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- در شرایطی که چگالی گاز NO برابر با $۱/۲\,g.L^{-۱}$ است، نمونه‌ای به حجم ۳۷/۵ لیتر از گاز $X_۲$ در واکنشی با بازده ۴۰ درصد با فلز Z شرکت کرده و طی این فرآیند، ۱۲۴/۸ گرم ZX جامد تولید می‌شود. جرم مولی عنصر Z، چند گرم بر مول است؟ $(X = ۱۹ , O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۳ ۲) ۳۹ ۳) ۱۰۸ ۴) ۸۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم که در شرایط معین، حجم مولی گازهای مخالف با هم برابر است. با توجه به چگالی گاز NO، می‌توان حجم مولی گازها را به‌دست آورد:

$$(g.L^{-۱})\,NO \text{ چگالی} = \frac{NO \text{ جرم مولی}}{NO \text{ حجم مولی}} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{۳۰}{x} \Rightarrow x = ۲۵\,L$$

حجم مولی گاز NO برابر با ۲۵ لیتر است؛ درنتیجه حجم مولی سایر گازها نیز در این شرایط برابر با ۲۵ لیتر است؛ یعنی یک مول گاز، حجمی معادل با ۲۵ لیتر دارد. معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲Z(s) + X_۲(g) \rightarrow ۲ZX(s)$$

بازده درصدی

بسیاری از واکنش‌های شیمیایی با بازده یا راندمانی (R) که ما می‌خواهیم پیشرفت نمی‌کنند و معمولاً مقدار فراورده‌های به‌دست آمده در عمل، کمتر از مقدار فراورده‌هایی است که ما انتظار داریم تولید شوند. به همین دلیل، برای بیان پیشرفت واکنش از کمیتی به نام بازده درصدی استفاده می‌شود. به مقدار فراورده مورد انتظار در هر واکنش، مقدار نظری می‌گویند، که از محاسبات استوکیومتری به‌دست می‌آید و به مقدار فراورده‌ای که در عمل تولید می‌شود، مقدار عملی گفته می‌شود. فرمول مربوط به محاسبه مقدار بازده درصدی یک واکنش به صورت زیر است:

$$\text{بازده درصدی واکنش (R)} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

در اغلب واکنش‌های شیمیایی، مقدار فراورده‌ای که در عمل به‌دست می‌آید(مقدار عملی)، کمتر از مقدار نظری است؛ در نتیجه بازده اغلب واکنش‌های شیمیایی کمتر از ۱۰۰ درصد است. برای حل سؤالات بازده درصدی به روش کسر تبدیل، اگر از واکنش‌دهنده به فراورده رسیدیم، مقدار نهایی را در $(\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰})$ ضرب کرده و اگر از فراورده به واکنش‌دهنده رسیدیم، مقدار نهایی را در $(\frac{۱۰۰}{\text{بازده درصدی}})$ ضرب می‌کنیم.

اگر جرم مولی عنصر Z را با m گرم بر مول نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$۱۲۴/۸\ g\ ZX = ۳۷/۵\ L\ X_۲ \times \frac{۱\ mol\ X_۲}{۲۵\ L\ X_۲} \times \frac{۲\ mol\ ZX}{۱\ mol\ X_۲} \times \frac{(m+۱۹)\ g\ ZX}{۱\ mol\ ZX} \times \frac{\text{عملی } ۴۰\ g}{\text{نظری } ۱۰۰\ g} \Rightarrow m = ۸۵\ g.mol^{-۱}$$

با استفاده از کسرهای تناسب نیز می‌توان برای $X_۲$ کسر مربوط به بازده درصدی و برای ZX، کسر مربوط به جرم را نوشت. فقط باید دقت کنیم که در حل سؤال با روش تناسب، مقدار بازده درصدی در کسر مربوط به واکنش‌دهنده ضرب می‌شود:

$$\left[\frac{\text{لیتر گاز } X_۲}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \times \frac{R}{۱۰۰}\right] = \left[\frac{\text{جرم فراورده}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}\right] \Rightarrow \left[\frac{۳۷/۵}{۱\times۲۵} \times \frac{۴۰}{۱۰۰}\right] = \left[\frac{۱۲۴/۸}{۲\times(m+۱۹)}\right] \Rightarrow m = ۸۵\ g.mol^{-۱}$$

با توجه به محاسبات فوق، جرم مولی عنصر Z برابر با ۸۵ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- مقدار ۵۰ گرم $H_۲SO_۴$ با دمای ۲۰°C را در گرماسنج لیوانی حاوی ۵۰۰ گرم آب ۲۰°C حل می‌کنیم. پس از هم زدن محتویات گرماسنج، دماسنج درون این وسیله تقریباً چه دمایی را برحسب درجه سانتی‌گراد نشان می‌دهد؟ (گرمای ویژه محلول حاصل از این فرایند برابر با $۳/۹\ J.g^{-۱}.°C^{-۱}$ است.)
$(H = ۱, O = ۱۶, S = ۳۲ : g.mol^{-۱})$

$$H_۲SO_۴(l) \xrightarrow{\text{انحلال در آب}} H_۲SO_۴(aq) + ۷۳/۵\ kJ$$

۱) ۲۸/۷ ۲) ۲۹/۶ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۳۹/۲

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

با استفاده از گرماسنج لیوانی می‌توان ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند را به صورت مستقیم(تجربی) اندازه‌گیری کرد. در ساختار گرماسنج لیوانی، همزن، درپوش، دماسنج و لیوان‌های یک بار مصرف به کار رفته است. دیواره گرماسنج، عایق گرما است و تبادلات گرمایی زیادی با محیط پیرامون خود ندارد. فرایند انحلال انجام‌شده به صورت زیر است:

$$H_۲SO_۴(l) \xrightarrow{\text{انحلال در آب}} H_۲SO_۴(aq) + ۷۳/۵\ kJ$$

پس انحلال مورد نظر گرماده بوده و با آزاد کردن گرما و افزایش دمای محلول همراهی دارد. طی این فرایند، محلولی به جرم ۵۵۰ گرم ایجاد شده است. ابتدا مقدار گرمای تولیدشده را حساب می‌کنیم:

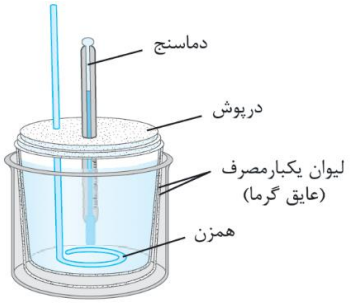
$$?\ kJ\ \text{گرما} = ۵۰\ g\ H_۲SO_۴ \times \frac{۱\ mol\ H_۲SO_۴}{۹۸\ g\ H_۲SO_۴} \times \frac{\text{گرما } ۷۳/۵\ kJ}{۱\ mol\ H_۲SO_۴} = ۳۷/۵\ kJ$$

در این واکنش، ۳۷/۵ کیلوژول گرما آزادشده که صرف افزایش دمای محلول ۵۵۰ گرمی می‌شود. بنابراین تغییر دمای این محلول را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۳۷/۵\ kJ \times \frac{۱۰۰۰\ J}{۱\ kJ} = ۵۵۰ \times ۳/۹ \times (\theta - ۲۰) \Rightarrow \theta - ۲۰ = \frac{۳۷۵۰۰}{۵۵\times۳۹} = \frac{۲۵۰۰}{۱۱\times۱۳} = \frac{۲۵۰۰}{۱۴۳} = ۱۷/۴۸$$

$$\Rightarrow \theta = ۳۷/۴۸°C \simeq ۳۷/۵°C$$

پس دمای محلول به تقریب به ۳۷/۵ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. تصویر زیر، نمایی از ساختار گرماسنج لیوانی را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۱- اگر از سوختن مقداری آلکان، ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید به همراه ۸۱ گرم آب و ۲۷۳۰ کیلوژول گرما تولید شود، مقدار آنتالپی واکنش موازنه‌شده سوختن این ترکیب چقدر است؟ $(H = ۱, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵۴۶۰ ۲) ۱۰۹۲۰ ۳) ۸۱۹۰ ۴) ۱۶۳۸۰

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

واکنش سوختن آلکان‌ها به صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n+۲} + (\frac{۳n+۱}{۲})O_۲ \longrightarrow nCO_۲ + (n+۱)H_۲O$$

در این واکنش، ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید و ۴/۵ مول آب(معادل با ۸۱ گرم آب) تولید می‌شود. همچنین ۲۷۳۰ کیلوژول گرما آزادشده است. همانطور که در واکنش بالا می‌بینیم، به هنگام سوختن یک مول آلکان، تفاوت مقدار کربن دی‌اکسید و آب تولید شده برابر با یک مول است؛ پس در این فرایند نیم مول آلکان مصرف شده است. بر این اساس، می‌توان گفت از سوختن یک مول از آلکان مورد نظر، ۸ مول گاز کربن دی‌اکسید و ۹ مول آب تولید خواهد شد، پس آلکان مورد نظر ۸ اتم کربن داشته و فرمول شیمیایی آن به صورت $C_۸H_{۱۸}$ است. واکنش موازنه‌شده سوختن این ترکیب به‌صورت زیر می‌باشد:

$$۲C_۸H_{۱۸} + ۲۵O_۲ \longrightarrow ۱۶CO_۲ + ۱۸H_۲O$$

حال آنتالپی این واکنش را با توجه به گرمای آزادشده به ازای تولید ۴ مول کربن دی‌اکسید، به‌دست می‌آوریم:

$$?\,kJ \text{ گرما} = ۱۶\,mol\,CO_۲ \times \frac{۲۷۳۰\,kJ \text{ گرما}}{۴\,mol\,CO_۲} = ۱۰۹۲۰\,kJ$$

پس مقدار تغییر آنتالپی این واکنش برابر با ۱۰۹۲۰ است. وقتی از مقدار آنتالپی واکنش صحبت می‌شود، منظور قدر مطلق آن بوده و علامت آنتالپی را در نظر نمی‌گیریم. علامت آنتالپی واکنش نشان از گرماده یا گرماگیر بودن واکنش است. اگر علامت آنتالپی مثبت بود، واکنش گرماگیر و اگر علامت منفی باشد، گرماده خواهد بود. توجه داریم که آنتالپی سوختن با آنتالپی واکنش سوختن ممکن است برابر نباشد؛ زیرا آنتالپی سوختن به معنای گرمای حاصل از سوختن یک مول از آن ماده است؛ اما آنتالپی یک واکنش همواره در حالتی مطرح می‌شود که واکنش به‌طور کامل موازنه شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- محلولی از روی سولفات که حاوی ۱ مول از این ماده است، با فلز آلومینیم واکنش می‌دهد. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در دو دقیقه سوم برابر با چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟ $(Al = ۲۷\ g.mol^{-۱})$

زمان (دقیقه)	۰	۲	۴	۶	۸
غلظت کاتیون روی $(mol.L^{-۱})$	۲	۱/۲	۰/۶	۰/۴	۰/۳۲

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$۲Al(s) + ۳ZnSO_۴(aq) \longrightarrow ۳Zn(s) + Al_۲(SO_۴)_۳(aq)$$

مقدار یون روی در یک مول روی سولفات، برابر یک مول است. با توجه به غلظت اولیه $۲mol.L^{-۱}$ و مقدار اولیه $۱mol$ یون روی، می‌توان گفت حجم محلول اولیه مصرف شده در این فرایند برابر با ۰/۵ لیتر است. در دو دقیقه سوم(بازه زمانی بین دقیقه ۴ تا دقیقه ۶)، غلظت یون روی $۰/۲\ mol.L^{-۱}$ کاهش می‌یابد که نشان از مصرف ۰/۱ مول از این یون می‌باشد. بنابراین جرم آلومینیم مصرف‌شده در این مدت را حساب می‌کنیم:

$$?\,mg\,Al = ۰/۱\,mol\,Zn^{۲+} \times \frac{۱\,mol\,ZnSO_۴}{۱\,mol\,Zn^{۲+}} \times \frac{۲\,mol\,Al}{۳\,mol\,ZnSO_۴} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} \times \frac{۱۰۰۰\,mg}{۱\,g} = ۱۸۰۰\,mg$$

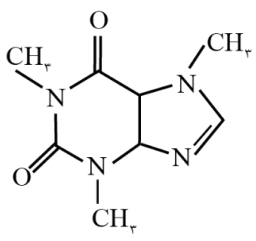
در نهایت سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{Al} = \frac{\text{آلومینیم مصرف‌شده}}{\Delta t} \Longrightarrow \bar{R}_{Al} = \frac{۱۸۰۰\,mg}{۲\,min \times \frac{۶۰\,s}{۱\,min}} = ۱۵\,mg.s^{-۱}$$

سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در این بازه زمانی برابر ۱۵ میلی‌گرم بر ثانیه بوده است.

گروه آموزشی ماز

۹۳- با توجه به ساختار مولکول کافئین که در شکل زیر نشان داده شده است، چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ آن درست است؟



$(H=۱, C=۱۲, N=۱۴, O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

- جرم ۰/۲ مول از آن، برابر ۳۹/۲ گرم است.
- دارای سه گروه آمیدی و سه گروه آمینی است.
- تفاوت شمار پیوندهای $C-H$، با شمار پیوندهای $C-N$، در مولکول آن، برابر ۲ است.
- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر ۳/۷۵ است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۳ (مفهومی ـ سخت ـ ۱۱۰۳)

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_۸H_{۱۲}N_۴O_۲$ بوده و جرم مولی این ترکیب برابر با ۱۹۶ گرم بر مول است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

- جرم مولی ترکیب مورد نظر برابر با ۱۹۶ گرم بر مول است، پس جرم ۰/۲ مول از این ماده برابر با $۰/۲ \times ۱۹۶ = ۳۹/۲$ گرم می‌شود.
- در سمت چپ مولکول مورد نظر، ۳ گروه عاملی آمیدی قرار داشته و در سمت راست این مولکول، ۲ گروه عاملی آمینی وجود دارد.
- در ساختار ترکیب مورد نظر، ۱۲ پیوند اشتراکی $C-H$ و ۱۰ پیوند اشتراکی $C-N$ وجود دارد. توجه داریم که در ساختار این ترکیب، یک پیوند دوگانه کربن-نیتروژن نیز یافت می‌شود.
- در ساختار این ترکیب، ۳۰ پیوند اشتراکی(معادل با ۳۰ جفت الکترون پیوندی) و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در این رابطه، داریم:

$$\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۳۰}{۸} = ۳/۷۵ \text{ برابر}$$

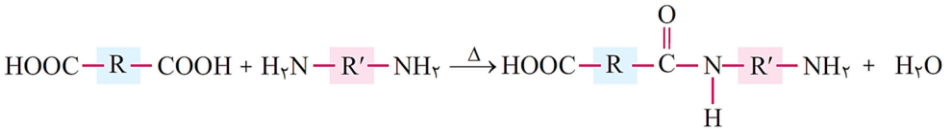
گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) در طول سال‌های اخیر، روند تولید جهانی الیاف پلی‌استری همانند روند تولید الیاف پشمی، افزایش یافته است.
۲) روغن زیتون، از مولکول‌هایی با جرم مولی بالا ساخته شده و در ساختار خود، واحدهای تکرار شونده دارد.
۳) در مرحله نخست از واکنش تولید پلی‌آمید، باید به دی‌آمین و دی‌اسید سازنده آن، مقداری گرما داده شود.
۴) مزه ترش میوه‌هایی مانند کیوی و ریواس، به دلیل وجود موادی با گروه عاملی هیدروکسیل در آن‌ها است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۱۰۳)

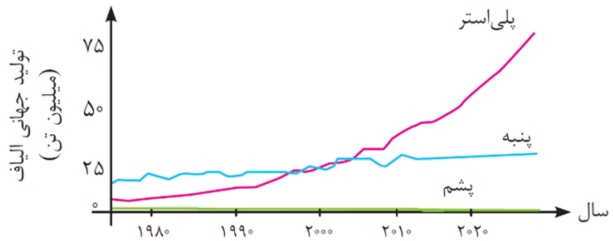
از واکنش نمونه‌هایی از دی‌آمین با دی‌اسید، پلی‌آمید و آب تولید می‌شود. در مرحله اول تولید پلی‌آمیدها، باید مقداری گرما به واکنش‌دهنده‌ها داده شود. در تصویر زیر مرحله نخست این فرآیند را مشاهده می‌کنید:



در این واکنش، علامت $\xrightarrow{\Delta}$ بیانگر این است که واکنش‌دهنده‌ها در اثر گرم شدن با همدیگر واکنش می‌دهند. توجه داریم که در ساختار ترکیب آلی تولید شده، یک گروه آمینی و یک گروه اسیدی آزاد وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نمودار زیر روند تولید الیاف پشمی، نخی و پلی‌استری را در سطح جهان در طول سال‌های اخیر نمایش می‌دهد. بر اساس این نمودار، روند تولید پشم در طول سال‌های اخیر، ثابت بوده و روند افزایشی ندارد.



۲ روغن زیتون، از مولکول‌هایی با جرم مولی بالا ساخته شده و به همین خاطر، نوعی درشت مولکول است ولی به دلیل اینکه در ساختار مولکولی خود واحد تکرار شونده ندارد، پلیمر نیست.

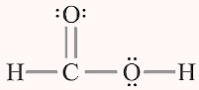
مواد مولکولی

مواد مولکولی، موادی هستند که ذره‌های تشکیل‌دهنده آن‌ها مولکول‌ها هستند. این مواد به دو دسته کوچک مولکول و درشت مولکول تقسیم‌بندی می‌شوند. کوچک مولکول‌ها، اتم‌های سازنده کمی دارند؛ در نتیجه جرم مولی آن‌ها کم تا متوسط است. از جمله کوچک مولکول‌ها می‌توان به کربن دی‌اکسید، آب، متان، برخی هیدروکربن‌ها و ... اشاره کرد. درشت مولکول‌ها، اتم‌های سازنده زیادی دارند(تا ده‌ها هزار)؛ در نتیجه جرم مولی آن‌ها زیاد بوده و نیروی بین مولکولی بیشتری نسبت به مولکول‌های کوچک دارند؛ بنابراین در دمای اتاق اغلب به حالت جامد هستند. برخی از درشت مولکول‌ها(مانند پروتئین موجود در پشم و ابریشم، انسولین، سلولز، نشاسته، پلی اتن، نایلون و ...) دارای واحد تکرار شونده بوده و به آن‌ها پلیمر(بسپار) گفته می‌شود و برخی درشت مولکول‌ها(مانند روغن زیتون، ویتامین کا و ...) دارای واحد تکرار شونده نیستند و پلیمر به شمار نمی‌روند.

۴ مزه ترش میوه‌هایی مانند کیوی، گوجه سبز، لیموترش و ... به دلیل وجود دسته‌ای از مواد آلی به نام کربوکسیلیک اسیدها در آن‌ها است. در ساختار کربوکسیلیک اسیدها، گروه عاملی کربوکسیل وجود دارد.

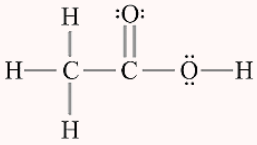
کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی(مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهندهٔ یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیرهٔ هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزهٔ ترش دارند به طوری که مزهٔ ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوییک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی $HCOOH$، اولین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچهٔ سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. ساختار مولکول‌های این ماده به صورت زیر است:



اتانوییک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است.

ساختار مولکولی این ماده به صورت زیر است:



توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- در رابطه با نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیرشده ۱۸ کربنه، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

($H=1$ و $C=12$ و $O=16$ و $Na=23 : g.mol^{-1}$)

الف ـ این نوع صابون را با استفاده از نوعی استر سه‌عاملی که دارای ۵۷ اتم کربن در ساختار خود است، می‌توان به‌دست آورد.

ب ـ با ریختن یک نمونه از این ماده در آب، گروه $-CO_3^-$ از ذرات آن در مجاورت با مولکول‌های آب قرار خواهند گرفت.

ج ـ تفاوت جرم مولی این ماده با جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون، برابر با ۲۲۸ گرم است.

د ـ برای تولید ۶۴ گرم از این ماده، مقدار ۲ لیتر محلول سود با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر مصرف شده است.

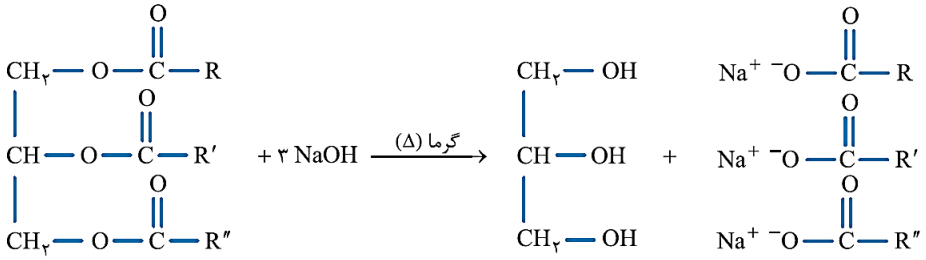
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی و مسئله ـ ۱۴۰۱)

صابون جامد با فرمول کلی $C_xH_yO_2Na$، نمک سدیم اسید چرب است. توجه داریم صابون‌ها انواعی از ترکیب‌های یونی هستند و از نظر علمی بکار بردن واژه مولکول و فرمول مولکولی برای آن‌ها نادرست است. البته کتاب درسی این واژه‌ها را برای صابون استفاده کرده است و توصیه می‌کنیم در کنکور سراسری، هیچ عبارتی را به‌دلیل به کار بردن واژه مولکول برای صابون، نادرست در نظر نگیرید، مگر اینکه در سایر عبارت‌های داده شده در سؤال مورد نظر، هیچ اشکال علمی پیدا نکنید! فرمول کلی صابون‌های جامد با زنجیر کربنی سیرشده به‌صورت $C_xH_{2x-1}O_2Na$ نوشته می‌شود؛ بنابراین فرمول مولکولی صابون جامد سیرشده که در ساختار خود ۱۹ کربن دارد(۱۸ کربن در زنجیر هیدروکربنی و ۱ کربن در بخش قطبی) به‌صورت $C_{19}H_{37}O_2Na$ است. در رابطه با این نوع صابون، عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: صابون جامدی که در ساختار خود دارای ۱۹ اتم کربن بوده را می‌توان از واکنش استر سه عاملی سنگین ۶۰ کربنه با محلول سود سوزآور($NaOH$) به‌دست آورد. این فرایند، واکنش صابون شدن نام داشته و معادله آن به صورت زیر است:



واکنش صابونی‌شدن

استرهای سه عاملی طبق معادله موازنه‌شده زیر با سود سوزآور واکنش داده و صابون جامد به همراه نوعی الکل سه عاملی تولید می‌کند:

$$C_wH_xO_۶ + ۳NaOH \longrightarrow ۳C_yH_zO_۲Na + C_۳H_۸O_۳$$

برای موازنه کربن‌های دو سمت باید w برابر با $۳y + ۳$ باشد؛ بنابراین می‌توان گفت:

$$w = ۳y + ۳ \text{ یا } y = \frac{w-۳}{۳}$$

برای موازنه هیدروژن‌های دو سمت باید $x + ۳$ برابر با $۳z + ۸$ باشد؛ بنابراین می‌توان گفت:

$$۳z + ۸ = x + ۳ \Rightarrow x = ۳z + ۵ \text{ یا } z = \frac{x-۵}{۳}$$

با توجه به محاسبات بالا، داریم:

۱) برای تبدیل تعداد کربن اسید چرب به تعداد کربن استر سه عاملی، باید تعداد کربن‌های اسید چرب را در ۳ ضرب کنیم و عدد حاصل را با ۳ جمع کنیم.

۲) برای تبدیل تعداد کربن استر سه عاملی به تعداد کربن اسید چرب، باید تعداد کربن‌های استر سه عاملی را منهای ۳ کنیم و عدد حاصل را به ۳ تقسیم کنیم.

۳) برای تبدیل تعداد H اسید چرب به تعداد هیدروژن استر سه عاملی، باید تعداد هیدروژن‌های اسید چرب را در ۳ ضرب کنیم و عدد حاصل را با ۵ جمع کنیم.

۴) برای تبدیل تعداد H استر به تعداد هیدروژن اسید چرب، باید تعداد هیدروژن‌های استر سه عاملی را منهای ۵ کنیم و عدد حاصل را به ۳ تقسیم کنیم.

«ب»: با حل کردن صابون جامد در آب، آنیون و کاتیون آن از هم جدا شده و در آب حل می‌شوند. بخش آنیونی از سمت قطبی خود یعنی گروه $-CO_۲^-$ با آب که گونه‌ای قطبی است، پیوند برقرار کرده و از سمت ناقطبی خود یعنی بخش هیدروکربنی با ذرات ناقطبی موجود در محیط پیوند برقرار می‌کند. طی این فرایند، مولکول صابون همانند پلی بین ذرات ناقطبی موجود در محیط و آب عمل کرده و باعث حل شدن ماده ناقطبی در آب می‌شود.

«ج»: جرم مولی این صابون با فرمول شیمیایی $C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na$، برابر ۳۲۰ گرم بر مول و جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_۳H_۸O_۳$، برابر با ۹۲ گرم بر مول است. تفاوت جرم مولی این دو گونه برابر با ۲۲۸(۹۲-۳۲۰) گرم بر مول است.

«د»: معادله موازنه‌شده واکنش تولید این صابون به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۱۶}O_۶ + ۳NaOH \longrightarrow ۳C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na + C_۳H_۸O_۳$$

حال حجم محلول سدیم هیدروکسید لازم برای تولید ۶۴ گرم صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L \text{ محلول} = ۶۴\,g\,C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na \times \frac{۱\,mol\,C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na}{۳۲۰\,g\,C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na} \times \frac{۱\,mol\,NaOH}{۱\,mol\,C_{۱۹}H_{۳۷}O_۲Na} \times \frac{۱\,L \text{ محلول}}{۰/۱\,mol\,NaOH} = ۲\,L$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، برای تولید ۶۴ گرم از این صابون، به ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار سدیم هیدروکسید نیاز داریم.

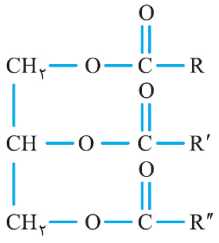
گروه آموزشی ماز

۹۶- فرمول مولکولی نوعی استر سنگین، به‌صورت $C_{۵۴}H_{۹۲}O_۶$ است. در ساختار هریک از اسیدهای چرب سازنده این استر، چند پیوند $C-C$ وجود دارد؟ (اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر، کاملاً یکسان و غیرحلقوی بوده و در ساختار این اسیدهای چرب پیوند سه‌گانه وجود ندارد.)

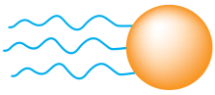
۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۲ **(متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)**

ساختار کلی **استرهای سنگین موجود در مخلوط چربی‌ها** به‌صورت زیر است:



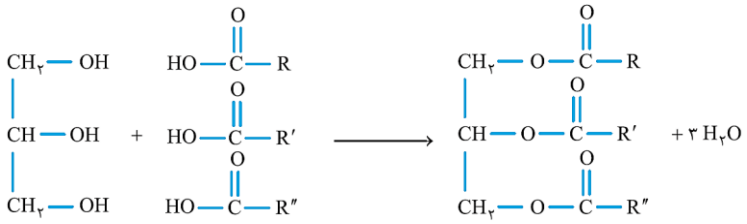
ساختار مولکولی این مواد را به‌صورت زیر نیز می‌توان نشان داد:



چون استر مورد نظر با استفاده از ۳ اسید چرب یکسان ساخته شده است، پس می‌توان گفت بخش‌های R، R' و R'' موجود در ساختار این ترکیب مشابه یکدیگر هستند. اگر بخش‌های R، R' و R'' در مولکول بالا کاملاً سیرشده باشند، فرمول مولکولی این استر به‌صورت $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ می‌شود، پس فرمول شیمیایی استر سنگین **سیرشده‌ای** که در ساختار خود دارای ۵۴ اتم کربن باشد، به‌صورت $C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$ خواهد بود. توجه داریم که این استر، با استفاده از ۳ اسید چرب ۱۷ کربنی و یک الکل سه عاملی سه کربنی ساخته شده است.

به ازای هر پیوند دوگانه که در ساختار بخش‌های R، R' و R'' از مولکول فوق قرار بگیرد، ۲ عدد از اتم‌های هیدروژن موجود در این ترکیب حذف می‌شوند، پس می‌توان گفت استری با فرمول شیمیایی $C_{۵۴}H_{۹۲}O_۶$، نسبت به استر سیرشده‌ای با فرمول شیمیایی $C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$، تعداد ۱۲ اتم هیدروژن کمتر دارد، پس این استر مجموعاً ۶ پیوند دوگانه $C=C$ بیشتر دارد. به عبارت دیگر، در هریک از بخش‌های R، R' و R'' استر داده‌شده، دو پیوند $C=C$ وجود دارد. تا به اینجای کار،

متوجه شدیم که در ساختار هریک از اسیدهای چرب مصرف‌شده برای تولید استر نهایی، ۲ پیوند $C=C$ وجود دارد، اما توجه داریم که هر اسید چرب دارای ۱ پیوند دوگانه $C=O$ نیز در ساختار خود است، پس مجموع شمار پیوندهای دوگانه در هریک از اسیدهای چرب مصرف شده برابر با ۳ عدد خواهد شد.
در ساختار استر داده‌شده با فرمول مولکولی $C_{۵۴}H_{۹۲}O_۶$، مجموعاً ۵۴ اتم کربن وجود دارد که از این تعداد اتم کربن، ۳ مورد از آن‌ها از یک الکل سه عاملی آمده و ۵۱ مورد از آن‌ها از اسیدهای چرب آمده‌اند. واکنش تولید این ترکیب استری به‌صورت زیر خواهد بود:



سه اسید چرب مصرف شده در این واکنش، در ساختار خود مجموعاً ۵۱ اتم کربن دارند، پس در ساختار مولکولی هر یک از این مواد ۱۷ اتم کربن یافت می‌شود. ۱۷ اتم کربن، مجموعاً توسط ۱۶ پیوند کربن-کربن به یکدیگر متصل شده‌اند که از این ۱۶ پیوند کربن-کربن، ۲ پیوند دوگانه و ۱۴ پیوند به‌صورت یگانه است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- محلولی از هیدروکلریک اسید با حجم ۴ لیتر و $pH=۰$ را با ۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید مخلوط می‌کنیم. pH محلول نهایی حاصل از این فرایند چقدر می‌شود؟

۱) ۰/۳ ۲) ۱/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۴۰۱)

با مخلوط کردن دو محلول اسیدی متفاوت، به‌یقین یک محلول اسیدی تولید خواهد شد. در قدم اول، غلظت یون هیدروژن در محلول ۴ لیتری را محاسبه کرده و شمار مول‌های یون هیدروژن موجود در این محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{۰}=۱\ mol.L^{-۱}$$
$$?\,mol\,H^+=۴\,L\ \text{محلول}\times\frac{۱\,mol\,H^+}{۱\,L\ \text{محلول}}=۴\,mol$$

در مرحله بعد، شمار مول‌های یون هیدروژن را در محلول ۵ لیتری به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,H^+=۵\,L\ \text{محلول}\times\frac{۰/۱\,mol\,H^+}{۱\,L\ \text{محلول}}=۰/۵\,mol$$

در قدم آخر، غلظت یون هیدروژن را در محلول نهایی محاسبه کرده و پس از آن، مقدار pH این محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+]=\frac{\text{مجموع شمار مول‌های }H^+}{\text{حجم محلول}}=\frac{۴+۰/۵}{۴+۵}=\frac{۴/۵}{۹}=۰/۵\,mol.L^{-۱}$$
$$pH=-\log[H^+]=-\log(۰/۵)=\log(۲)=۰/۳$$

گروه آموزشی ماز

۹۸- مقدار pH یک نمونه محلول ۵/۴ گرم بر لیتر از هیدروسیانیک اسید، برابر با ۵ است. ثابت یونش اسیدی آن در دمای آزمایش به‌تقریب کدام بوده و چند درصد از ذرات اسید یونیده شده است؟ ($H=۱$: $g.mol^{-۱}$ و $C=۱۲$ و $N=۱۴$)

۱) ۵×۱۰^{-۱۰} ، ۵×۱۰^{-۳} ۲) ۵×۱۰^{-۱۰} ، ۲×۱۰^{-۳}
۳) ۲×۱۰^{-۳} ، $۱۰^{-۸}$ ۴) ۵×۱۰^{-۳} ، $۱۰^{-۸}$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۴۰۱)

غلظت محلول اسیدی بر مبنای گرم بر لیتر داده شده است. برای به‌دست آوردن غلظت مولی محلول، کافی است غلظت گرم بر لیتر را بر جرم مولی اسید مورد نظر تقسیم کنیم. در این رابطه، داریم:

غلظت مول بر لیتر ← (÷ جرم مولی حل‌شونده) غلظت گرم بر لیتر

با توجه به اینکه جرم مولی هیدروسیانیک اسید برابر با ۲۷ گرم بر مول است، پس می‌توان گفت در هر لیتر از محلول اسیدی ۰/۲ مول اسید حل شده و غلظت مولی محلول برابر با ۰/۲ مول بر لیتر خواهد بود. از آنجایی که pH محلول اسیدی داده شده برابر با ۵ است، پس داریم:

$$pH=-log[H^+]\rightarrow[H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۵}\,mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، ثابت یونش اسید داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a=\frac{[H^+]^۲}{[HA]_{\text{اولیه}}-[H^+]}\xrightarrow{\text{جایگذاری}}\frac{(۱۰^{-۵})^۲}{۰/۲-\underbrace{۱۰^{-۵}}_{\text{قابل چشم پوشی}}}\Rightarrow K_a=۵\times۱۰^{-۱۰}\,mol.L^{-۱}$$

در ادامه برای محاسبه درصد اسید یونیده شده(درصد یونش اسید در محلول)، مولاریتهٔ یون هیدرونیم را بر مولاریته اولیه اسید تقسیم کرده و حاصل را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد یونش}=\frac{\text{مقدار اسید یونیده شده}}{\text{مقدار اولیه اسید}}\times۱۰۰=\frac{۱۰^{-۵}}{۰/۲}\times۱۰۰=۵\times۱۰^{-۳}\ \text{درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۹۹- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) ساخت قوطی محتوی مواد غذایی و لوازم آشپزی مقاوم در برابر خوردگی، در گرو بهره‌گیری از الکتروشیمی است.
۲) با قرار دادن یک قطعه از فلز آهن در محلولی از مس(II) سولفات، با گذشت زمان یک محلول بی‌رنگ ایجاد می‌شود.
۳) واکنش میان منیزیم و گاز O_2 با تولید نور سفید همراه بوده و در فراورده آن، آرایش الکترونی یون‌ها مشابه هم است.
۴) با فرو بردن دو تیغه جنس مس و روی در یک لیمو، می‌توان بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل کرد.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

با قرار دادن یک قطعه آهن در محلول مس(II) سولفات، با گذشت زمان واکنش زیر انجام می‌شود:

$$Fe(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + Cu(s)$$

با انجام شدن این واکنش، یون‌های آبی‌رنگ مس به صورت رسوب درآمده و از محلول خارج می‌شوند، اما یون‌های سبزرنگ آهن(II) تولید شده و وارد محلول می‌شوند، پس می‌توان گفت طی این فرایند، یک محلول سبزرنگ ایجاد می‌شود. توجه داریم که یون‌های آهن(II) و آهن(III)، در محلول‌های آبی به ترتیب رنگ‌های سبز و زرد را ایجاد می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ساخت لوله‌های فلزی انتقال آب، قوطی‌های محتوی مواد غذایی، لوازم آشپزی که در برابر خوردگی مقاوم بوده و مانع از آلوده شدن آب و مواد غذایی می‌شوند و همچنین کسب اطمینان از کیفیت تولید فراورده‌های دارویی، بهداشتی و غذایی، چهره‌ای از افزایش سطح رفاه و آسایش هستند که دستیابی به آن‌ها در گرو بهره‌گیری از دانش الکتروشیمی است. در واقع، آن‌چه که شیمی و الکتریسیته را به یکدیگر پیوند داده و علم الکتروشیمی را ایجاد می‌کند، الکترون است. به عبارتی، الکتروشیمی علم استفاده از انرژی الکتریکی برای ایجاد یک تغییر شیمیایی دلخواه و یا تولید انرژی الکتریکی به کمک انجام واکنش‌های شیمیایی در سلول‌های مختلف است.

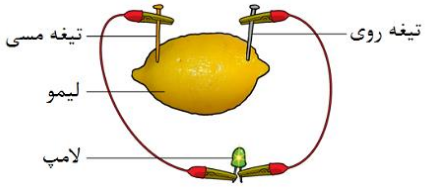
۳ اغلب فلزها در واکنش با عناصر نافلزی، تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به اتم‌های نافلزی داده و ضمن اکسایش، به کاتیون تبدیل شوند. نافلزها نیز با گرفتن یک یا چند الکترون، کاهش یافته و به آنیون تبدیل می‌شوند. بر این اساس، فلزها اغلب کاهنده و نافلزها اغلب اکسنده هستند. به‌عنوان مثال، فلز منیزیم در واکنش با اکسیژن هوا اکسید شده و الکترون‌های خود را به اتم‌های اکسیژن انتقال می‌دهد. معادله نیم‌واکنش‌های انجام شده در این واکنش شیمیایی به صورت زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $Mg(s) \rightarrow 2e^- + Mg^{2+}(s)$ نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$

واکنش انجام‌شده به‌صورت: $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$ است که در آن اتم‌های Mg و مولکول‌های اکسیژن به ترتیب در نقش گونه‌های کاهنده و اکسنده ظاهر می‌شوند. فراورده‌های تولید شده در این نیم‌واکنش‌ها، هر دو دارای ۱۰ الکترون بوده و آرایش الکترونی مشابهی دارند. همان‌طور که مشخص است، طی این واکنش هر اتم منیزیم دو الکترون از دست داده و یک لایه الکترونی از اتم‌های آن کاسته می‌شود و به همین خاطر، شعاع اتم‌های این عنصر طی فرایند اکسایش، کوچک‌تر می‌شود. در گذشته از واکنش سوختن منیزیم به‌عنوان منبع نور در هنگام عکاسی استفاده می‌شد. طی این فرایند، فلز منیزیم با تولید نور خیره‌کننده‌ای در حضور اکسیژن می‌سوخت و به منیزیم اکسید تبدیل می‌شد.

۴ باتری لیمویی، نوع ساده‌ای از یک سلول گالوانی است که با فروبردن یک تیغه از جنس فلز مس و یک تیغه از جنس فلز روی در یک لیمو ساخته می‌شود. به کمک این نوع باتری می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد.

تصویر زیر، نمایی از این نوع باتری را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، لیمو در نقش الکترولیت بوده و باعث برقراری جریان الکتریکی در مدار خارجی می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- پس از موازنه معادله $ClO_4^-(aq) + H^+(aq) + e^- \rightarrow ClO_3^-(aq) + H_2O(l)$، ضریب الکترون در معادله این نیم‌واکنش، چند برابر ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه شده واکنش سوختن پروپان می‌شود؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

واکنش‌های اکسایش-کاهش، باید از نظر **تعداد اتم** و **بار الکتریکی موازنه باشند!** در واقع در این واکنش‌ها، باید شمار اتم‌های هر عنصر در دو سمت معادله برابر بوده و مجموع بار الکتریکی گونه‌های موجود در هر سمت نیز با سمت دیگر برابر باشد. موازنه بار در این دسته از واکنش‌ها زمانی اتفاق می‌افتد که تعداد الکترون‌های تولید شده در نیم‌واکنش اکسایش با تعداد الکترون‌های مصرف شده در نیم‌واکنش کاهش برابر باشد. معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$ClO_4^-(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow ClO_3^-(aq) + H_2O(l)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

برای موازنه معادله این واکنش، ابتدا ضریب یک را به ClO_4^- داده و بر این اساس، ضریب ClO_3^- نیز برابر با یک می‌شود. در سمت چپ معادله واکنش، ۴ اتم اکسیژن و در سمت راست، ۳ اتم اکسیژن وجود دارد، پس ضریب H_2O نیز برابر با یک شده و بر این اساس، ضریب H^+ نیز برابر با ۲ می‌شود. در قدم بعد، به سراغ موازنه بار می‌رویم. اگر ضریب الکترون برابر با ۲ باشد، موازنه بار نیز انجام شده و مجموع بار الکتریکی گونه‌ها در دو سمت معادله با هم برابر می‌شود. معادله واکنش سوختن پروپان نیز به‌صورت زیر است:

$$C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(g)$$

با توجه به معادله دو واکنش، داریم:

$$\frac{\text{ضریب الکترون}}{\text{ضریب اکسیژن}} = \frac{2}{5} = 0/4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **مولکول‌های سه اتمی با ساختار خطی، ناقطبی‌اند.**
- **کربن تتراکلرید و کلروفرم، هر دو مایع، اما اولی ناقطبی و دومی قطبی است.**
- **مولکول‌های چهار اتمی با فرمول عمومی AX_3، می‌توانند قطبی یا ناقطبی باشند.**
- **در مولکول‌های سه اتمی خمیده، به اتم مرکزی بار جزئی منفی $(-\delta)$ نسبت داده می‌شود.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

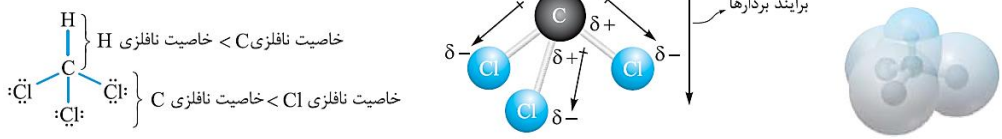
پاسخ: گزینه ۲ (مفهومی ـ متوسط ـ ۱۴۰۳)

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی موارد:

• در رابطه با این عبارت، مثال‌های رد کنندهٔ زیادی از جمله کربونیل سولفید، هیدروژن سیانید و دی‌نیتروژن مونوکسید وجود دارد. مولکول‌های گفته‌شده، ساختار خطی دارند درحالی‌که همگی قطبی هستند.

• فرمول مولکولی کلروفرم به‌صورت $CHCl_3$ است. تصاویر زیر ساختار لوویس، بردار بارهای الکتریکی و نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کلروفرم را نشان می‌دهند:



همان‌طور که مشخص است، این ماده از ذرات قطبی ساخته‌شده است. این در حالی است که کربن تتراکلرید (CCl_4)، از ذرات ناقطبی ساخته شده است.

• گوگرد تری‌اکسید و آمونیاک، مولکول‌های چهار اتمی بوده و به‌ترتیب، در دسته مواد ناقطبی و قطبی قرار می‌گیرند.

• در برخی از مولکول‌های سه‌اتمی خمیده مثل گوگرد دی‌اکسید، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد. در برخی از مولکول‌های سه‌اتمی خمیده مثل هیدروژن سولفید نیز اتم مرکزی بار جزئی منفی دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- کدام مورد درست است؟

۱) همه عناصری که از مدل دریای الکترونی پیروی می‌کنند، چکش‌خوار بوده و در واکنش با اسیدها، گاز H_2 تولید می‌کنند.

۲) در ساختار مواد یونی، همانند ترکیب‌های کووالانسی و مولکولی، اتم‌های نافلزی و شبه‌فلزی می‌توانند وجود داشته باشند.

۳) همه عناصری که یک زیرلایه با $l = 2$ در آن‌ها در حال پر شدن است، توانایی ایجاد بیش از یک نوع کاتیون را دارند.

۴) چون شعاع یون سولفید کمتر از شعاع یون کلرید است، $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

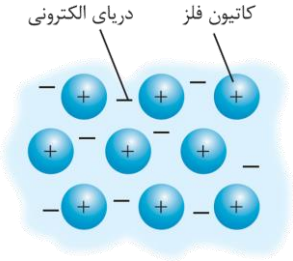
پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۴۰۳)

در ساختار برخی از مواد یونی(مثل پتاسیم سیلیکات، کلسیم سیلیکات و ...)، همانند ترکیب‌های کووالانسی(مثل سیلیس یا همان سیلیسیم دی‌اکسید و سیلیسیم کربید) و مولکولی(مثل سیلیسیم تتراکلرید)، اتم‌های نافلزی و شبه‌فلزی می‌توانند وجود داشته باشند. توجه داریم که اتم‌های شبه‌فلزی، فقط الکترون به اشتراک گذاشته و اتم‌های نافلزی، علاوه بر اشتراک گذاشتن الکترون، می‌توانند الکترون گرفته و آنیون تولید کنند.

SanjeshCloud

بررسی سایر گزینه‌ها:

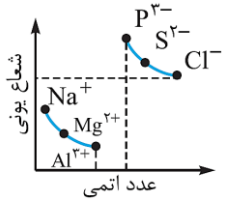
۱ مواد از جمله فلزها همواره برای زندگی انسان و ادامه آن ضروری و ارزشمند بوده‌اند تا آن‌جا که تمدن‌های آغازی نیز براساس گستره کاربری این مواد به صورت دوره سنگی، دوره برنز(آلیاژی از قلع و مس) و دوره آهن نام‌گذاری شده‌اند. فلزها همواره نقش مهمی در رشد، گسترش و ارتقای کیفیت زندگی داشته و بسیاری باور دارند که پایداری جامعه پیشرفته با فناوری کارآمد، به گستردگی استفاده از فلزات بستگی دارد. تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:



براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در هر اتم(الکترون‌های ظرفیتی) دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند. توجه داریم که همه عناصر فلزی در حالت جامد چکش‌خوار هستند، اما برخی از عناصر فلزی مثل طلا و مس، با اسیدها واکنش نداده و گاز هیدروژن تولید نمی‌کنند.

۳ عناصری که یک زیرلایه با $l = ۲$(یکی از زیرلایه‌های d) در آن‌ها در حال پر شدن از الکترون است، متعلق به دسته d جدول دوره‌ای بوده و همگی فلز هستند. اغلب فلزهای دسته d، توانایی ایجاد چند نوع کاتیون را دارند، اما برخی از عناصر فلزی دسته d مثل اسکاندیم، روی و نقره، فقط توانایی ایجاد یک نوع کاتیون را دارند.

۴ در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی زیادتر شده و شعاع اتمی عناصر افزایش پیدا می‌کند. در یک تناوب نیز با حرکت از چپ به راست، نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های اطراف آن بیشتر شده و شعاع اتمی عناصر کاهش پیدا می‌کند. در رابطه با شعاع یونی نیز می‌دانیم که در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی موجود در یون‌ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می‌کند. از میان آنیون‌های موجود در یک دوره، با افزایش بار یون‌ها، شعاع آن‌ها بیشتر می‌شود. از میان کاتیون‌های موجود در یک دوره نیز با افزایش بار یون‌ها، شعاع آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. نمودار زیر، روند تغییر شعاع یونی در تناوب سوم را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، یون سولفید در مقایسه با یون کلرید شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد، اما چون بار الکتریکی و چگالی بار این یون در مقایسه با یون کلرید بیشتر است، پس می‌توان گفت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

آنتالپی فروپاشی

به انرژی لازم برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. آنتالپی فروپاشی شبکه جامدهای یونی را در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌کنند. به‌عنوان مثال، معادله زیر، واکنش فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید جامد را نشان می‌دهد:

$$\underbrace{NaCl(s)}_{\text{جامد یونی}} \rightarrow \overbrace{Na^{+}(g) + Cl^{-}(g)}^{\text{یون‌های گازی مجزا}} \;;\; \Delta H_{\text{فروپاشی}} = +۷۸۷\ kJ.mol^{-۱}$$

در این واکنش، یک ترکیب یونی جامد به یون‌های گازی سازنده خود تبدیل شده است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- در کدام واکنش موازنه‌نشده زیر، افزایش حجم ظرف واکنش و کاهش دما، تعادل را به سمت برگشت جابه‌جا خواهد کرد؟

۱) $SO_۲(g) + Q \rightleftharpoons SO_۲(g) + O_۲(g)$
۲) $N_۲(g) + O_۲(g) \rightleftharpoons N_۲O_۵(s) + Q$
۳) $CaO(s) + SO_۲(g) \rightleftharpoons CaSO_۳(s) + Q$
۴) $N_۲(g) + O_۲(g) + Q \rightleftharpoons N_۲O(g)$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۴)

بر اساس اصل لوشاتلیه، هر عاملی که موجب برهم زدن یک تعادل شود، تعادل به گونه‌ای جابه‌جا می‌شود تا اثر آن تغییر را کاهش دهد. به‌عنوان مثال اضافه کردن یک ماده به تعادل، تعادل را به سمت مصرف آن ماده جابه‌جا خواهد کرد. افزایش حجم ظرف، تعادل را به سمتی می‌برد که شمار مول‌های گازی بیشتری در ظرف وجود داشته باشد. پس اگر این اتفاق، تعادلی را به سمت واکنش برگشت پیش ببرد، یعنی در معادله واکنش مجموع ضریب مواد گازی در فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است. کاهش دما نیز تعادل را به سمت مصرف گرما و انجام واکنش گرماده می‌برد. پس اگر این عامل، موجب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت شود، واکنش برگشت گرماده و واکنش رفت گرماگیر است. در واکنش‌های گرماگیر، گرما مصرف‌شده و علامت آن(Q) در سمت واکنش‌دهنده‌ها حضور دارد. واکنش‌های گزینه ۲ و ۳ گرماده هستند. پس تنها واکنش‌های ۱ و ۴ را باید از نظر ضریب مواد گازی دو طرف بررسی کرد. معادله این دو واکنش شیمیایی به صورت زیر است:

$$2SO_3(g) + Q \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$$
$$2N_2(g) + O_2(g) + Q \rightleftharpoons 2N_2O(g)$$

پس واکنش مورد نظر در گزینه ۴ قرار دارد.

اصل لوشاتلیه

مطابق اصل لوشاتلیه اگر تغییری موجب برهم‌خوردن یک تعادل شود، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا حد امکان اثر آن تغییر را جبران کند.

۱- اضافه شدن یک ماده: اگر این پدیده موجب افزایش غلظت آن ماده شود، تعادل در جهت واکنش مصرف آن ماده پیش می‌رود. اضافه کردن ماده به سامانه تعادل اگر منجر به تغییر غلظت نشود، تعادل را تغییر نمی‌دهد. این شرایط هنگام رخ می‌دهد که ماده اضافه‌شده، در واکنش حالت جامد یا مایع داشته باشد.

با افزایش غلظت یک ماده سرعت واکنش مصرف آن ماده ابتدا افزایش و سپس به‌تدریج کاهش می‌یابد. همچنین سرعت واکنش تولید آن نیز به‌تدریج افزایش می‌یابد. در تعادل جدید سرعت واکنش‌ها بیشتر از تعادل قدیمی هستند.

۲- خارج کردن یک ماده: اگر این اتفاق منجر به کاهش غلظت ماده گردد، تعادل در جهت واکنش تولید آن ماده پیش خواهد رفت. به مانند اضافه کردن ماده، اگر ماده خارج‌شده حالت جامد یا مایع داشته باشد، تغییری در تعادل ایجاد نخواهد کرد.

کاهش غلظت یک ماده نیز، ابتدا سرعت واکنش مصرف آن را کاهش و سپس به‌تدریج افزایش می‌دهد. همچنین سرعت واکنش تولید آن نیز به‌تدریج کم می‌شود. در تعادل جدید سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت کمتر از تعادل قدیمی است.

دو تغییر بعدی تنها بر تعادل‌هایی اثر می‌گذارند که مجموع ضریب گازهای دو طرف معادله برابر نباشد.

۳- کاهش حجم ظرف یا افزایش فشار: در این حالت، تعادل به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضریب گازها کمتر باشد تا بتواند با کاهش تعداد مولکول‌های گاز، افزایش فشار را جبران کند.

۴- افزایش حجم ظرف یا کاهش فشار: در این تغییر، تعادل به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضریب گازها بیشتر باشد.

تغییرات مطرح‌شده در بالا تأثیری بر ثابت تعادل ندارند و تنها تغییر دما با تغییر ثابت تعادل، تعادل را جابه‌جا می‌کند. با افزایش دما، ثابت تعادل واکنش گرماگیر افزایش و ثابت تعادل واکنش گرماده کاهش می‌یابد. همچنین کاهش دما به ترتیب ثابت تعادل واکنش گرماگیر و گرماده را کاهش و افزایش می‌دهد.

۵- افزایش دما: تعادل را به سمت مصرف گرما و کاهش دما پیش می‌برد. در این حالت سرعت واکنش گرماگیر نسبت به سرعت واکنش گرماده افزایش بیشتری خواهد یافت و تعادل به سمت انجام واکنش گرماگیر خواهد رفت.

۶- کاهش دما: در این حالت برای خنثی کردن این کاهش دما، تعادل به سمت تولید گرما و واکنش گرماده خواهد رفت. در فرایند تعادلی، کاهش دما سرعت واکنش گرماگیر را بیشتر از سرعت واکنش گرماده کاهش می‌دهد.

۷- اضافه کردن کاتالیزگر: این مورد موجب جابه‌جایی تعادل نمی‌شود و فقط زمان رسیدن به تعادل را کاهش می‌دهد. همچنین در تعادل با حضور کاتالیزگر سرعت واکنش‌های رفت و برگشت، بیشتر از بدون کاتالیزگر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف ـ رسانایی الکتریکی محلول یک اسید قوی، همواره بیشتر از محلول اسیدهای ضعیف خواهد بود.

ب ـ ثابت یونش اسیدها، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش این مواد تا زمان رسیدن به تعادل است.

ج ـ واکنش‌های رفت و برگشت در یک سامانه تعادلی با سرعت برابر انجام شده و غلظت مواد ثابت باقی می‌ماند.

د ـ یک نمونه از خون، خاصیت بازی داشته و در صورت افزودن آب خالص به آن، مقدار pH این ماده افزایش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «د» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«**الف**»: رسانایی الکتریکی هر محلول، با مجموع غلظت مولی یون‌های موجود در آن محلول رابطه **مستقیم** دارد. تنها در صورتی که **غلظت** و **دمای** دو محلول اسید قوی و ضعیف **یکسان** باشد، رسانایی الکتریکی محلول اسید قوی بیشتر خواهد بود چراکه اسید موجود در این محلول به مقدار بیشتری یونش یافته و حاوی یون‌های بیشتری خواهد بود. توجه داریم که رسانایی محلول یک اسید قوی با غلظت ناچیز(مثلاً غلظت 10^{-3} مول بر لیتر) می‌تواند از رسانایی محلول یک اسید ضعیف با غلظت خیلی بالاتر، کمتر باشد.

«ب»: هر چه ثابت یونش اسیدی در دمای معین بزرگ‌تر باشد، آن اسید در محلول خود بیشتر یونیده شده و غلظت یون‌های موجود در محلول آن بیشتر است. از این رو **ثابت یونش**، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش تا زمان رسیدن به تعادل است. توجه داریم که در حالت تعادل، غلظت اسید و یون‌های حاصل از یونش آن در محلول به یک مقدار **ثابت** می‌رسد.

به نکات زیر درباره اسیدهای قوی و ضعیف توجه کنید.

نکتهٔ ۱: هیدرویدیک اسید$(HI(aq))$، هیدروبرمیک اسید$(HBr(aq))$، هیدروکلریک اسید$(HCl(aq))$ و سولفوریک اسید(H_2SO_4) اسیدهای قوی با **ثابت یونش بسیار** بزرگ هستند. بنابراین معادلهٔ یونش آن‌ها در آب یک‌طرفه است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HI(aq) \longrightarrow H^+(aq) + I^-(aq) \qquad HBr(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Br^-(aq)$$
$$HCl(aq) \longrightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq) \qquad H_2SO_4(aq) \longrightarrow H^+(aq) + HSO_4^-(aq)$$

نکتهٔ ۲: نیتریک اسید برخلاف نیتروواسید، یک اسید **قوی** با **ثابت یونش بزرگ است** و معادلهٔ یونش آن در آب یک‌طرفه است.

نکتهٔ ۳: هیدروفلوئوریک اسید$(HF(aq))$، نیترو اسید$(HNO_2(aq))$، فورمیک اسید$(HCOOH(aq))$، استیک اسید$(CH_3COOH(aq))$، کربنیک اسید$(H_2CO_3(aq))$ و هیدروسیانیک اسید$(HCN(aq))$، اسیدهای ضعیف با ثابت یونش کوچک هستند و فرایند یونش آن‌ها در آب یک واکنش تعادلی است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HF(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + F^-(aq) \qquad HNO_2(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq)$$
$$HCOOH(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq) \qquad CH_3COOH(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + CH_3COO^-(aq)$$
$$H_2CO_3(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq) \qquad HCN(aq) \leftrightharpoons H^+(aq) + CN^-(aq)$$

مقایسهٔ مقابل را به خاطر بسپارید: (K_a) قدرت اسیدی $: HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

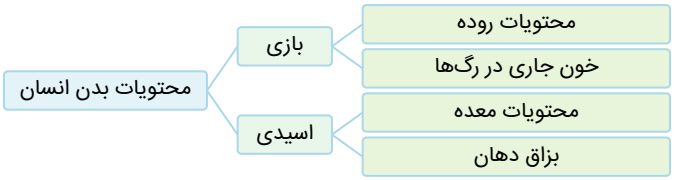
نکتهٔ ۴: در شرایط یکسان، هر چه قدرت اسیدی(ثابت یونش) یک اسید بزرگ‌تر باشد، غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول حاصل از آن اسید بیشتر و در نتیجه غلظت مولی یون هیدروکسید در آن محلول کمتر است. در محلول اسید با ثابت یونش بزرگ‌تر، رسانایی الکتریکی نیز بیشتر خواهد بود.

«ج»: واکنش‌های برگشت‌پذیر در شرایط مناسب، **هم‌زمان** در هر **دو جهت رفت و برگشت** انجام می‌شوند. در سامانه‌های تعادلی، واکنش‌های رفت و برگشت به‌طور پیوسته و با **سرعت برابر** انجام می‌شوند و به همین دلیل مقدار مواد شرکت‌کننده در سامانه ثابت می‌ماند.

نکته مهم

اگر در واکنش‌های برگشت‌پذیر، واکنش‌های رفت و برگشت به‌صورت **هم‌زمان** و با **سرعت‌های برابر** انجام شوند، مقدار فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها **ثابت** باقی می‌ماند و در سامانه موردنظر تعادل برقرار می‌شود. در لحظه برقراری تعادل، سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر است و به همین خاطر، مقدار هر ماده در سامانه ثابت می‌ماند و چنین به نظر می‌رسد که واکنش موردنظر متوقف شده است.

«د»: عملکرد بخش‌های مختلف بدن انسان به میزان مواد بازی و اسیدی موجود در قسمت‌های مختلف آن بستگی دارد. نمودار زیر، وضعیت اسیدی یا بازی بودن محتویات بدن انسان را نشان می‌دهد:



یک نمونه از خون خاصیت بازی داشته و با افزودن آب خالص به آن، غلظت مواد بازی موجود در خون کاهش پیدا کرده و در نهایت، مقدار pH این محلول **کاسته** می‌شود.

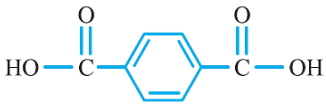
گروه آموزشی ماز

۱۰۵- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با ترفتالیک اسید درست است؟

۱) در واکنش تولید این ماده از پارازایلن، عدد اکسایش ۲ اتم کربن، مجموعاً به اندازه ۶ واحد افزایش می‌یابد.
۲) شمار پیوندهای اشتراکی $C-C$ در ساختار این ماده، برابر با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن است.
۳) از واکنش این ماده با متانول، نوعی دی‌استر که در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن است، به‌دست می‌آید.
۴) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن در ۲-بوتن برابر است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۴)

ترفتالیک اسید، یک اسید آروماتیک دوعاملی با فرمول ساختاری زیر است:



این ماده، دارای دو عامل کربوکسیل بوده و مطابق واکنش زیر، هر مول از آن می‌تواند با دو مول از یک الکل تک‌عاملی مثل متانول واکنش بدهد:

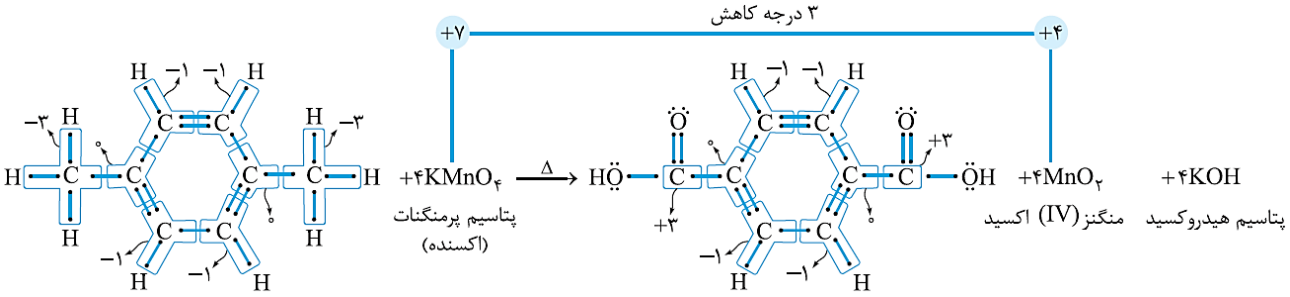
$$C_8H_6O_4 + 2CH_3OH \rightarrow C_{10}H_{10}O_4 + 2H_2O$$

همانطور که مشخص است، در ساختار این دی‌استر ۱۰ اتم کربن، ۱۰ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرایند اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید دشوار بوده و با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات در محلول، تنها با افزایش دمای مخلوط واکنش، شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین می‌شود. بنابراین انرژی فعال‌سازی این واکنش بالا است. توجه داریم که در این واکنش، یون MnO_4^- به MnO_2 تبدیل شده و عدد اکسایش منگنز از ۷+ به ۴+ کاهش می‌یابد.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، طی این فرایند عدد اکسایش دو اتم کربن از ۳- به ۳+ رسیده است. بر این اساس، می‌توان گفت در این واکنش، عدد اکسایش اتم‌های کربن هریک به اندازه ۶ واحد(مجموعا به اندازه ۱۲ واحد برای ۲ اتم کربن) تغییر کرده است.

تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید

پارازایلن یک هیدروکربن حلقوی سیرنشده و آروماتیک با فرمول شیمیایی C_8H_{10} است که از تقطیر نفت خام به دست می‌آید. با توجه به ساختار پارازایلن، ترفتالیک اسید را می‌توان از اکسایش این ماده به دست آورد. در فرایند تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، از محلول بنفش‌رنگ حاوی پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) به عنوان عامل اکسنده استفاده می‌شود. طی این فرایند، عدد اکسایش منگنز به اندازه ۳ واحد تغییر می‌کند. با وجود غلظت بالای پتاسیم پرمنگنات در محلول، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود؛ مگر آنکه دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. بر این اساس، می‌توان گفت در دمای بالا شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، تا حد بهتری تأمین می‌شود.

۲ در ساختار ترفتالیک اسید، ۵ پیوند اشتراکی یگانه کربن-کربن وجود دارد درحالی که در ساختار نفتالن ۶ پیوند اشتراکی یگانه کربن-کربن یافت می‌شود.

۴ در ساختار ترفتالیک اسید، ۶ اتم هیدروژن وجود دارد درحالی که در ساختار ۲-بوتن(سومین عضو خانواده آلکن‌ها با فرمول شیمیایی C_4H_8)، ۸ اتم هیدروژن یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز