

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۳/۲۳

آزمون جامع ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه



آزمون « ۲۳ خرداد ۱۴۰۴ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

رتبه سؤا

مدت پاسخ‌گویی : ۷۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤا

شماره سؤا	تعداد سؤا	نام درس
۱-۲۰	۲۰	ریاضی پایه و حسابان ۲
۲۱-۴۰	۲۰	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته
۱-۴۰	۴۰	جمع کل

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
علی آزاد-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-مریم زارعی-محمد زنگنه-علی سلامت-حامد قاسمیان کیان کریمی خراسانی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-مهدی نعمتی-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام	ریاضی پایه و حسابان ۲	
عباس الهی - علی ایمانی-آرین تفضلی‌زاده-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-علیرضا شریف خطیبی احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

۷- برای توابع خطی $f(x) = 10x + 9$ و $g(x) = 5x + a$ ، تساوی $f \circ g = g \circ f$ برقرار است. مقدار a^{-2} کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱ (۳) ۱۲۵ (۴) ۳

۸- با فرض $f(x) = x^2 - 6x^2 + 12x - 7$ و $g(x) = \sqrt{2x+4}$ ، حاصل $(g^{-1} \circ f^{-1})(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۹- نمودار تابع $y = x^2$ ، نمودار تابع $f(x) = 2^{Ax+B}$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. مقدار $f^{-1}(0/5)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۲۵

۱۰- اگر $x^2 + 16y^2 = 8xy$ باشد، مقدار $\log\left(\frac{x+4y}{4}\right)$ واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟ ($x, y > 0$)

- (۱) $\log(2y)$ ، $\log(x)$ (۲) $\log(y)$ ، $\log(x)$ (۳) $\log(2y)$ ، $\log(2x)$ (۴) $\log(y)$ ، $\log(2x)$

۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} \cdot \sqrt{2-5x} - 2}{\sqrt{2-2\cos^2 x}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲- به ازای مقادیر b و c ، چند جمله‌ای $P(x) = x^2 + bx + c$ ، بر $x+2$ بخش پذیر و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر ۳ است. در

این حالت باقی‌مانده $P(x)$ بر $x-3$ کدام است؟

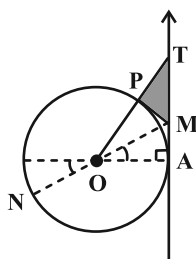
- (۱) ۱۲ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴) ۳۵

۱۳- توابع f و g روی \mathbb{R} به ترتیب اکیداً صعودی و اکیداً نزولی هستند. اگر $(5, 1) \in f$ و $(2, 5) \in g$ ، آن‌گاه دامنه

تابع $h(x) = \log((f \circ g)(3x^2 - x - 1) - 1)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۴- با توجه به دایره مثلثاتی زیر، اگر $MO = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $\cot(\widehat{N\hat{O}P}) = -\frac{2}{3}$ باشد، مساحت مثلث MPT کدام است؟



(۱) $\frac{5}{4} - \frac{5}{4\sqrt{65}}$

(۲) $\frac{5}{2} - \frac{5}{2\sqrt{65}}$

(۳) $\frac{15}{4} - \frac{15}{4\sqrt{65}}$

(۴) $5 - \frac{5}{\sqrt{65}}$

۱۵- مجموع جواب‌های معادله $\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ در بازه $[-\pi, \pi]$ برابر با کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{5\pi}{8}$ (۴) $\frac{9\pi}{8}$

۱۶- تابع $f(x) = \frac{x^2 + 5}{nx^2 - x - n - 1}$ مفروض است. اگر فاصله خطوط مجانب قائم آن از یکدیگر برابر ۴ باشد، آن‌گاه دورترین نقطه

برخورد مجانب‌های قائم و افقی آن از مبدأ مختصات، چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات دارد؟

- (۱) $\sqrt{37}$ (۲) $\sqrt{41}$ (۳) $\sqrt{61}$ (۴) $\sqrt{73}$

۱۷- خطوط مماس بر منحنی توابع $y = f(2x)$ و $g(x) = x^2 + 8\sqrt{x}$ در نقطه $x = 1$ ، بر هم منطبق‌اند. مشتق تابع $y = (g \circ f)(x)$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۱۸- خط $d: y + 2x = 3$ در نقطه به طول $x = 0$ بر نمودار تابع مشتق‌پذیر f مماس است. اگر $g(x) = f^2\left(\frac{\cos x}{1 - \cos x}\right)$ باشد،

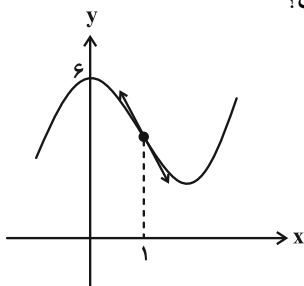
حاصل $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۱۹- نقطه $A(-2, 1)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^2 |x| - 2ax^2 - b$ است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۰- نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 + b + 1$ به صورت زیر است. خط $y = ax + b$ شبیه به کدام گزینه است؟

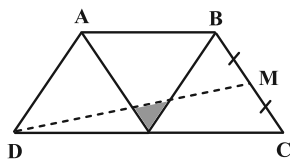


- (۱) (۲) (۳) (۴)

۲۱- در مثلث ABC ، $AB = AC$ و عمود منصف AB ، ضلع AC (و نه امتداد آن) را در M و امتداد ضلع BC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\hat{A}BM = 28^\circ$ ، آن‌گاه اندازه زاویه \hat{BMN} برابر چند درجه است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۲ (۳) ۱۱۸ (۴) ۱۲۲

۲۲- در شکل زیر، سه مثلث متساوی‌الاضلاع کنار هم قرار گرفته‌اند. اندازه مساحت قسمت رنگی چه کسری از مساحت چهارضلعی $ABCD$ است؟ ($BM = MC$)



- (۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{36}$

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{B} = 90^\circ$ و نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع BC و AB قرار دارند. اگر $AM^2 + CN^2 = 10$ ، فاصله محل برخورد میانها از وسط وتر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

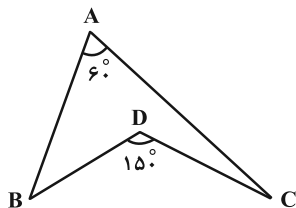
۲۴- دایره‌ای به مساحت 16π درون یک دوزنقه متساوی‌الساقین، محاط شده است. اگر مساحت دوزنقه برابر 80 واحد مربع باشد محیط دوزنقه چقدر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۲۵- چهار نقطه $A(-1, 12)$ ، $B(5, 1)$ ، $C(0, m)$ و $D(0, m-2)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. کمترین اندازه خط شکسته $ACDB$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۲۶- در شکل زیر، $BD = 2$ و $CD = \sqrt{11} - \sqrt{3}$ است. فاصله محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع AB و AC از رأس A کدام است؟



۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه درایه سطر سوم و ستون اول در ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۳۲ (۴) ۳۸

۲۸- در یک بیضی، قطر کوچک از کانون‌های آن با زاویه 120° دیده می‌شود. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۹- اگر $F(m, 3)$ کانون سهمی $y = x^2 + 3x + n$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) $3/5$ (۲) ۴ (۳) $4/5$ (۴) ۵

۳۰- اگر $\vec{a} = (m, 1, 0)$ و $\vec{b} = (2, m-3, 4)$ و بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ هم‌اندازه باشند، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{a} - \vec{b}$ و $2\vec{a} \times \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۱۹۲ (۲) $192\sqrt{3}$ (۳) ۱۲۴ (۴) $124\sqrt{3}$

- ۳۱- کدام گزینه در ارتباط با ارزش گزاره $(\sim p \wedge r) \Rightarrow q \Rightarrow ((q \vee p) \wedge p)$ صحیح است؟
 (۱) با گزاره p هم‌ارز است. (۲) با گزاره q هم‌ارز است.
 (۳) یک گزاره همیشه درست است. (۴) یک گزاره همیشه نادرست است.
- ۳۲- تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. اگر حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۳ باشد احتمال آن که جمع آن‌ها مضرب ۹ باشد چقدر است؟
 (۱) $\frac{5}{38}$ (۲) $\frac{31}{152}$ (۳) $\frac{3}{19}$ (۴) $\frac{29}{152}$
- ۳۳- یک شرکت تولیدی دارای دو خط تولید A و B است. احتمال این که محصول تولیدی خط A ، سالم باشد برابر $\frac{7}{8}$ و احتمال این که محصول تولیدی خط B ، سالم باشد برابر $\frac{6}{7}$ می‌باشد. اگر بدانیم در شروع تولید محصول، از هر خط تنها یک محصول تولید شده و فقط یکی از آن‌ها سالم بوده است، با کدام احتمال این محصول متعلق به خط B بوده است؟
 (۱) $\frac{3}{22}$ (۲) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{2}{11}$ (۴) $\frac{4}{11}$
- ۳۴- تعدادی داده به صورت زیر آمده است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های خارج جعبه کدام است؟
 ۱, ۳, ۷, ۷, ۱, ۹, ۸, ۹, ۹, ۸, ۱, ۴
 (۱) $0/4\sqrt{6}$ (۲) $0/8\sqrt{6}$ (۳) $0/4$ (۴) $0/8$
- ۳۵- از جامعه‌ای با انحراف معیار برآورد میانگین $\frac{4}{0}$ ، یک نمونه n تایی انتخاب شده و میانگین نمونه گزارش شده است. طول بازه اطمینان ۹۵ درصد این جامعه کدام است؟
 (۱) $0/8$ (۲) $1/2$ (۳) $1/6$ (۴) $0/2$
- ۳۶- رقم یکان عدد $(25! + 24! + 23! + \dots + 2! + 1! + 0!)$ برابر با کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) صفر
- ۳۷- در معادله سیاله خطی $2x + 5y = 293$ ، اگر مقادیر x و y اعداد حسابی باشند، مقدار مینیمم $x + y$ کدام است؟
 (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱ (۴) ۶۲
- ۳۸- در گراف G ، همسایگی بسته هر رأس دارای ۵ عضو است. اگر $q(G) = 4q(\bar{G})$ باشد، تعداد یال‌های گراف G کدام است؟
 (۱) ۴۲ (۲) ۳۶ (۳) ۳۱ (۴) ۲۸
- ۳۹- در یک ساختمان، ۱۰ خانواده (زن و شوهر) ساکن هستند. به چند طریق می‌توان یک هیأت ۴ نفری برای اداره امور ساختمان انتخاب کرد به طوری که در بین آن‌ها فقط یک زوج باشند و دو نفر دیگر زن و شوهر نباشند؟
 (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۴۴۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۵۴۰
- ۴۰- اگر حداقل ۱۴ عدد دلخواه از مجموعه $\{k, 4, 3, 2, 1\}$ انتخاب کنیم، مطمئن هستیم که در بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک وجود دارد. مجموع ارقام برای حداکثر مقدار ممکن k کدام است؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۳/۲۳

آزمون جامع ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	



آزمون « ۲۳ خرداد ۱۴۰۴ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۶۵ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۴۱-۷۵	۳۵	فیزیک
۷۶-۱۰۵	۳۰	شیمی
۴۱-۱۰۵	۶۵	جمع کل

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-بهنام شاهینی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند-مصطفی کیانی-پیام مرادی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میرصالحی-افشین مینو-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد	
شیمی	محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش‌روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیر حسین طیبی-امیر محمد کنگرانی-محسن مجنونی-فرشید مرادی-هادی مهدی‌زاده	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	حسین بصیر تر کمپور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه‌برتر	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	حسام نادری	امیر علی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری مهدی صالحی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

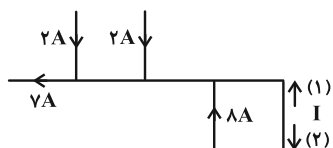
فیزیک

۴۱- ۵ خروار گندم و ۶۴۰۰۰ مثقال جو، مجموعاً چند سیر است؟

(۱۰۰ من تبریز = ۱ خروار ، ۴۰ سیر = ۱ من تبریز و ۱۶ مثقال = ۱ سیر)

- (۱) ۲۶۰۰۰
- (۲) ۲۴۰۰۰
- (۳) ۶۰۰۰
- (۴) ۲۴۰۰

۴۲- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. بزرگی جریان I چند آمپر و جهت آن کدام است؟

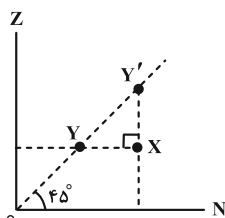


- (۱) ۳، (۲)
- (۲) ۳، (۱)
- (۳) ۵، (۲)
- (۴) ۵، (۱)

۴۳- جهت سرعت الکترونی در میدان مغناطیسی زمین، از شرق به غرب است. جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن در این لحظه به کدام جهت است؟

- (۱) شمال
- (۲) جنوب
- (۳) بالا
- (۴) پایین

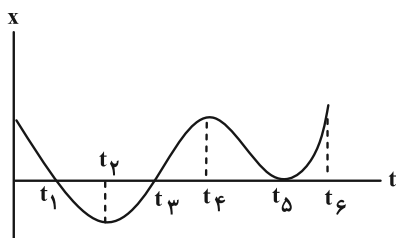
۴۴- نمودار تغییرات عدد اتمی (Z) برحسب تعداد نوترون (N) برای هسته‌های X، Y و Y' به صورت زیر نشان داده شده است.



کدام گزینه در مورد هسته X درست است؟ (A = عدد جرمی هسته X)

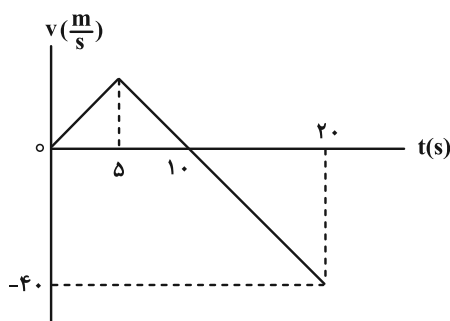
- (۱) $A > 2Z$ را می‌توان به روش شیمیایی از هم جدا نمود.
- (۲) $A > 2Z$ را می‌توان به روش شیمیایی از هم جدا نمود.
- (۳) $A > 2N$ را می‌توان به روش شیمیایی از هم جدا نمود.
- (۴) $A > 2N$ را می‌توان به روش شیمیایی از هم جدا نمود.

۴۵- با توجه به نمودار مکان- زمان زیر برای حرکت یک متحرک در مسیری مستقیم، متحرک در بازه زمانی ۰ تا t_6 به ترتیب چند بار تغییر جهت داده و در کدام لحظه بیشترین تندی را دارد؟



- (۱) t_1, t_2
- (۲) t_2, t_3
- (۳) t_3, t_2
- (۴) t_6, t_3

۴۶- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند. تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۸/۴
- (۲) ۸/۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

۴۷- در یک مسیر مستقیم، اتومبیلی با سرعت ثابت $8 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. از ۶ متر جلوتر، اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ و از حال سکون روی آن مسیر و در جهت اتومبیل اولی شروع به حرکت می‌کند. اختلاف زمانی اولین و آخرین لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از یکدیگر به ۲ متر می‌رسد، چند ثانیه است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۴۸- گلوله A از ارتفاع ۸۰ متری زمین رها می‌شود. یک ثانیه بعد، گلوله B از همان نقطه رها می‌شود. با چشم پوشی از مقاومت هوا، بیشترین فاصله دو گلوله از یکدیگر چند متر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

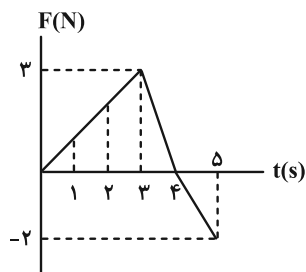
۴۹- دو نفر به جرم‌های $m_1 = m$ و $m_2 = 2m$ روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با کفش‌های چرخ‌دار روبه‌روی هم ایستاده‌اند و یکدیگر را با نیرویی افقی به اندازه F هل می‌دهند. رابطه بین شتاب‌های آن دو نفر مطابق کدام گزینه است؟

- (۱) $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$ (۲) $\vec{a}_1 = -2\vec{a}_2$ (۳) $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$ (۴) $\vec{a}_1 = 2\vec{a}_2$

۵۰- وزنه‌ای به جرم ۴ kg را به انتهای فنری به طول ۲۶ cm بسته و از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. ثابت فنر در SI برابر ۲۰۰ است. اگر آسانسور با شتاب ثابت، رو به بالا حرکت کرده و در این شرایط طول فنر به ۳۵ cm برسد، شتاب آسانسور چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) و جهت مثبت شتاب را رو به بالا در نظر بگیرید.

- (۱) $5/5$ (۲) $5/4$ (۳) $-5/5$ (۴) $-5/4$

۵۱- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۵۰۰ گرم که از حال سکون بر مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ در SI چقدر است؟



شکل زیر است. شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ در SI چقدر است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{2}$

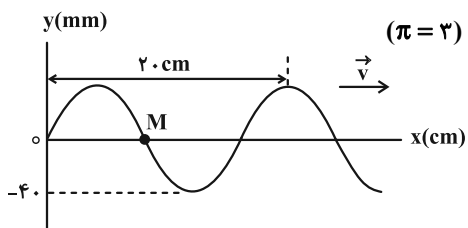
۵۲- دو ماهواره هم‌جرم A و B، به ترتیب در فاصله‌های R و ۳R از سطح زمین با تندی ثابت در حال چرخش‌اند. تکانه ماهواره A چند برابر تکانه ماهواره B است؟ (R شعاع زمین است.)

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۵۳- وزنه‌ای به جرم ۱۰۰g روی محور x، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و معادله مکان-زمان آن در SI به صورت $x = 0.05 \cos(40\pi t)$ می‌باشد. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن نصف مقدار بیشینه‌اش می‌شود، مقدار انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول است؟

- (۱) $0.2\pi^2$ (۲) $0.3\pi^2$ (۳) $0.4\pi^2$ (۴) $0.1\pi^2$

۵۴- شکل زیر، نقش موجی را در لحظه‌ای معین نشان می‌دهد که با تندی $1 \frac{m}{s}$ در جهت محور x منتشر می‌شود. تندی ذره M در این لحظه بر حسب یکای SI کدام بوده و جهت حرکت آن به کدام سمت است؟ ($\pi = 3$)

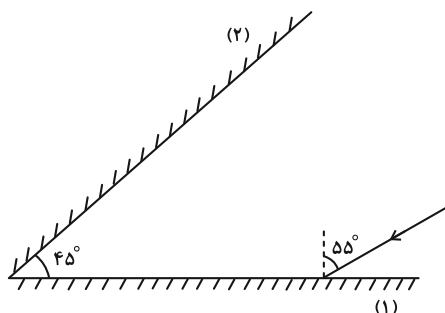


- (۱) ۰/۵ ، پایین
- (۲) ۰/۵ ، بالا
- (۳) ۱/۵ ، پایین
- (۴) ۱/۵ ، بالا

۵۵- شدت صدای حاصل از یک مته سنگ‌شکن در فاصله ۱۰ متری از آن $1 \frac{\mu W}{cm^2}$ است. تراز شدت صوت آن بر حسب دسی‌بل چقدر می‌شود؟ ($I_0 = 10^{-6} \frac{\mu W}{m^2}$)

- (۱) ۸۰
- (۲) ۱۰۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۶۰

۵۶- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری به آینه (۱) می‌تابد و پس از بازتاب به آینه (۲) برخورد کرده و در ادامه مسیرش دوباره از آینه (۲) بازتاب می‌شود. زاویه بین جبهه‌های بازتابیده نهایی از سطح آینه (۲) و این آینه در دومین بازتاب چند درجه است؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۷۰
- (۴) ۸۰

۵۷- طول یکی از تارهای پیانویی ۸۰ cm و جرم آن ۸ g است. اگر نیروی کشش تار ۴۰۰ N و بسامد موج ایجاد شده در آن ۵۰۰ Hz باشد، در طول آن چند گره ایجاد شده است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۵۸- از چشمه خروجی یک دستگاه لیزر با بازده ۵٪ درصد، در هر ثانیه 5×10^{15} عدد فوتون نور مرئی با طول موج ۶۶۰ nm گسیل می‌شود. توان ورودی چشمه این دستگاه چند میلی‌وات است؟ ($h = 6.6 \times 10^{-34} J.s$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) ۱/۵
- (۲) ۰/۳
- (۳) ۳۰۰
- (۴) ۱۵۰

۵۹- در اتم هیدروژن، الکترون از دومین حالت برانگیخته به تراز n می‌رود و شعاع مدار آن، به اندازه شعاع سومین حالت برانگیخته، تغییر می‌کند. در این صورت اندازه تغییر انرژی این الکترون چند ریذبرگ است؟

- (۱) $\frac{3}{16}$
- (۲) $\frac{5}{36}$
- (۳) $\frac{21}{100}$
- (۴) $\frac{16}{225}$

۶۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) در واپاشی بتای منفی، عدد نوترونی یک واحد کاهش می‌یابد.
- (۲) در واپاشی γ ، عدد جرمی یک واحد کاهش می‌یابد.
- (۳) در واپاشی آلفا، عدد اتمی ۴ واحد کاهش می‌یابد.
- (۴) در واپاشی بتای مثبت، عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

۶۱- تعداد هسته‌های اولیه دو نمونه پرتوزای A و B در $t = 0$ به ترتیب N_0 و $2N_0$ است. اگر پس از گذشت ۶۰ ساعت، تعداد هسته‌های باقی‌مانده دو نمونه با هم برابر باشند، پس از گذشت ۱۲۰ ساعت از لحظه $t = 0$ ، کدام رابطه بین تعداد هسته‌های باقی‌مانده A (N_A) و تعداد هسته‌های باقی‌مانده B (N_B) برقرار است؟

$$N_A - N_B = \frac{N_0}{16} \quad (۴) \quad N_A - N_B = \frac{N_0}{8} \quad (۳) \quad \frac{N_A}{N_B} = 4 \quad (۲) \quad \frac{N_A}{N_B} = 2 \quad (۱)$$

۶۲- بارهای نقطه‌ای $q_1 = 4\mu C$ و $q_2 = 2\mu C$ روی محور x به ترتیب در نقاط $x_1 = -20\text{ cm}$ و $x_2 = 0\text{ cm}$ قرار دارند. اگر بارهای نقطه‌ای q_3 و q_4 به ترتیب در نقاط $x_3 = 20\text{ cm}$ و $x_4 = -10\text{ cm}$ قرار گیرند، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 صفر می‌شود. نسبت $\frac{q_3}{q_4}$ کدام است؟

$$18 \quad (۱) \quad -9 \quad (۲) \quad -18 \quad (۳) \quad 9 \quad (۴)$$

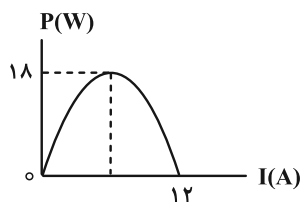
۶۳- ذره‌ای به جرم ۶ گرم و بار الکتریکی $3/2\mu C$ در راستای میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $2 \times 10^5 \frac{N}{C}$ خلاف جهت میدان به اندازه $1/5$ متر حرکت می‌کند. اگر تندی ذره در شروع جابه‌جایی $2 \frac{m}{s}$ باشد، تندی آن در پایان جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی و نیروی وزن چشم‌پوشی کنید.)

$$24 \quad (۱) \quad 2\sqrt{29} \quad (۲) \quad 18 \quad (۳) \quad 40\sqrt{2} \quad (۴)$$

۶۴- ظرفیت خازنی برابر $40\mu F$ است. اگر بار این خازن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در آن $2/2\mu J$ افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل نهایی دو سر خازن چند ولت است؟

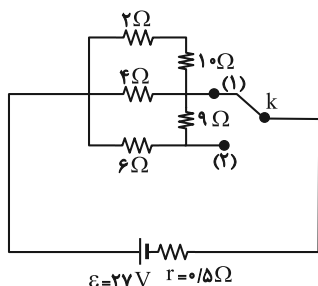
$$0.5 \quad (۱) \quad 0.6 \quad (۲) \quad 5 \quad (۳) \quad 6 \quad (۴)$$

۶۵- نمودار تغییرات توان خروجی یک باتری برحسب جریان گذرنده از آن، مطابق شکل زیر است. توان خروجی باتری، هرگاه اختلاف پتانسیل دو سر آن $1/5$ ولت باشد، چند وات است؟



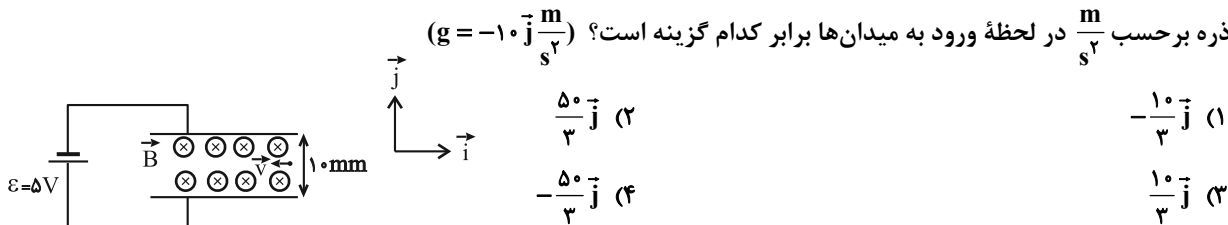
$$10.5 \quad (۱) \quad 13.5 \quad (۲) \quad 21 \quad (۳) \quad 27 \quad (۴)$$

۶۶- در شکل زیر، اگر کلید را از حالت (۱) قطع کرده و به حالت (۲) وصل کنیم، توان مصرفی در مقاومت ۶ اهمی نسبت به قبل به اندازه چند وات تغییر می‌کند؟

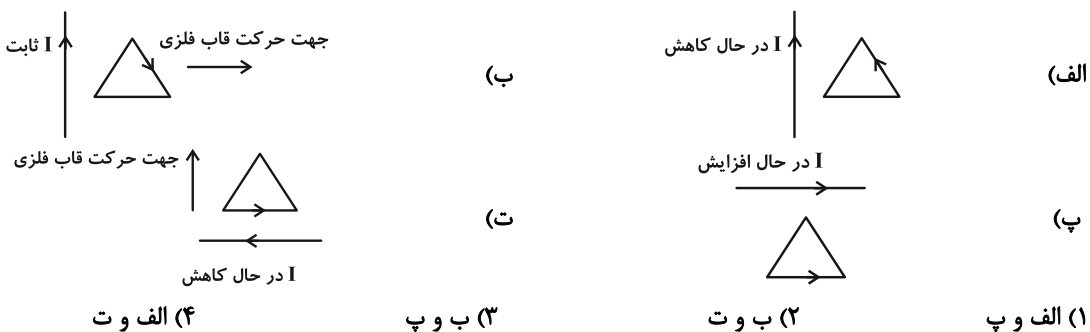


$$82/5 \quad (۱) \quad 64/5 \quad (۲) \quad 16 \quad (۳) \quad 13/5 \quad (۴)$$

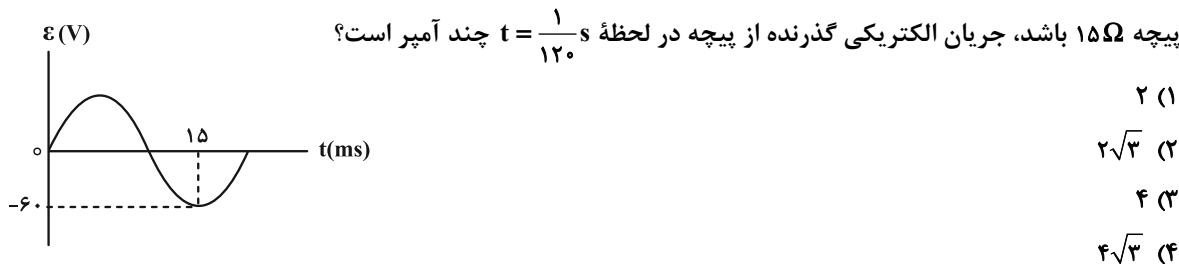
۶۷- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم ۳۰ میلی‌گرم و بار $q = 2\mu\text{C}$ با تندی $2 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت الکتریکی بین صفحات رسانا و مغناطیسی $B = 200\text{G}$ است، وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. شتاب این ذره برحسب $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در لحظه ورود به میدان‌ها برابر کدام گزینه است؟ $(g = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



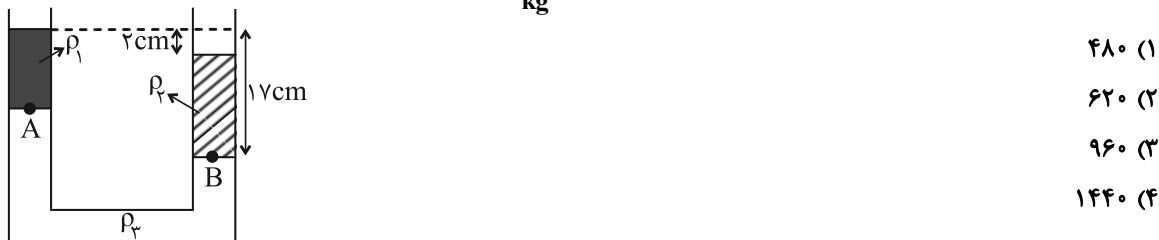
۶۸- در کدام یک از شکل‌های زیر، جهت جریان الکتریکی القا شده در قاب فلزی مثلثی شکل، به درستی نشان داده شده است؟



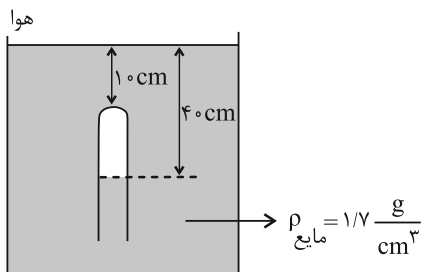
۶۹- نمودار نیروی محرکه القا شده در پیچۀ یک مولد جریان متناوب برحسب زمان، به شکل زیر است. اگر مقاومت الکتریکی پیچۀ 15Ω باشد، جریان الکتریکی گذرنده از پیچۀ در لحظه $t = \frac{1}{120}\text{s}$ چند آمپر است؟



۷۰- در لوله U شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی در حال تعادل‌اند. اگر $\rho_1 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_2 = 1/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_3 = 1/92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، اندازه اختلاف فشار بین دو نقطه A و B چند پاسکال است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



۷۱- در شکل زیر، فشار گاز محبوس در لوله چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و فشار هوای محیط برابر $90 kPa$ می باشد).



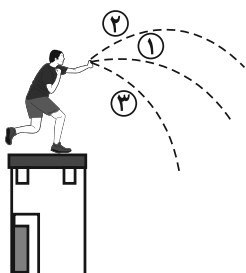
(۱) ۸۴/۹

(۲) ۹۶/۸

(۳) ۹۵۱۰۰

(۴) ۹۵/۱

۷۲- مطابق شکل زیر، سه گلوله کاملاً مشابه با تندی یکسانی از یک نقطه به سه طریق مختلف بدین صورت که گلوله (۱) در راستای افقی و دو گلوله دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افقی پرتاب می‌شوند. برای این گلوله‌ها از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، چند مورد از موارد زیر درست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).



(الف) هر سه گلوله با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

(ب) کار نیروی وزن روی گلوله (۲) تا لحظه رسیدن به زمین بیشتر از بقیه است.

(ج) انرژی مکانیکی گلوله‌ها تا قبل از برخورد به زمین در هر لحظه برابر است.

(د) اندازه تکانه گلوله (۲) هنگام رسیدن به زمین از اندازه تکانه گلوله (۱) بیشتر است.

(ه) تندی توپ‌های (۲) و (۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۳- m گرم آب با دمای $60^\circ C$ را در یک ظرف فلزی به جرم $2m$ گرم که دمای آن $20^\circ C$ است، می‌ریزیم. دمای نهایی پس از آن که آب و ظرف به تعادل رسیدند، چند درجه فارنهایت است؟ (هیچ گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود و $c_{\text{آب}} = 3^\circ C$)

(۴) ۱۲۲

(۳) ۵۰

(۲) ۱۱۱/۲

(۱) ۴۴

۷۴- در یک مخزن گاز با ظرفیت $50 L$ ، مقداری گاز کامل هیدروژن با فشار $10 atm$ و دمای $23^\circ C$ وجود دارد. اگر با خارج شدن مقداری از این گاز، فشار گاز داخل مخزن به $6 atm$ کاهش اما دمای آن تا $102^\circ C$ افزایش یابد، جرم گاز خارج شده چند گرم

است؟ ($M_{H_2} = 2 \frac{g}{mol}$ ، $R = 8 \frac{J}{mol \cdot K}$ و $1 atm \approx 10^5 Pa$)

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

۷۵- یک ماشین گرمایی در هر چرخه، $90 J$ گرما به منبع دمایی می‌دهد. اگر بازده این ماشین ۲۵ درصد و مدت زمان هر چرخه $0.4 s$ باشد، توان خروجی ماشین چند وات است؟

(۴) ۷۵

(۳) ۳۰

(۲) ۹۰

(۱) ۲۲۵

شیمی

۷۶- فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از واکنش میان عنصر X با گاز فلئور به صورت XF_3 است. اگر در کاتیون سازنده این ترکیب، شمار الکترون‌های دارای $l=1$ با شمار الکترون‌های $n=3$ برابر باشد، عدد اتمی عنصر X کدام می‌تواند باشد و ویژگی مطرح شده در کدام گزینه، مربوط به یکی از عنصرهای هم‌گروه با عنصر X است؟ (عنصر X در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد.)

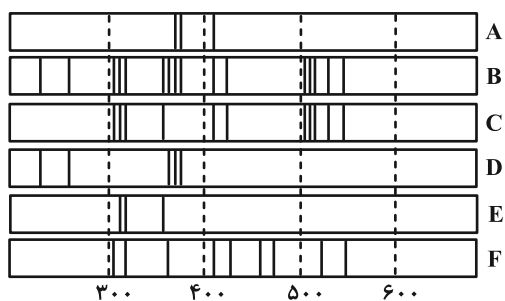
(۱) ۲۸، عنصری دارای ۴۷ ذره باردار مثبت (۲) ۲۸، کاتالیزگر مورد استفاده در خودروهای بنزینی

(۳) ۲۵، نخستین رادیوایزوتوپ تولید شده توسط بشر (۴) ۲۵، شناخته‌شده‌ترین رادیوایزوتوپ در میان عنصرها

۷۷- جرم اتمی میانگین برای عنصر فرضی A که دارای دو ایزوتوپ ^{28}A و ^{30}A است، برابر $28/8 \text{ amu}$ می‌باشد. تعداد اتم‌های ^{28}A یک نمونه ۹۶ گرمی از عنصر A برابر کدام است؟ (جرم مولی را به تقریب برابر با جرم اتمی میانگین در نظر بگیرید و N_A نماد عدد آووگادرو است.)

(۱) $1/3 N_A$ (۲) $2 N_A$ (۳) $4 N_A$ (۴) $2/6 N_A$

۷۸- با توجه به طیف‌های نشری خطی A تا F که مربوط به عنصرهایی فلزی یا مخلوطی از آن‌ها است، کدام مطلب نادرست است؟
(۱) طیف نشری خطی B، می‌تواند مربوط به طیف نشری خطی مخلوطی شامل بیش از دو عنصر باشد.



(۲) طیف نشری خطی F، می‌تواند به اتم‌های دست کم دو عنصر مربوط باشد.

(۳) مقایسه طیف‌های نشری خطی A و E نشان می‌دهد که الکترون‌های برانگیخته در اتم A هنگام بازگشت به حالت پایه، انرژی کمتری آزاد می‌کنند.

(۴) اگر طیف‌های C و D، طیف‌های نشری خطی اتم دو عنصر فلزی را نشان دهند، طیف نشری خطی B می‌تواند نشان‌دهنده طیف نشری خطی آلیاژ فلزهای C و D باشد.

۷۹- مقداری پنتان با مقدار کافی گاز اکسیژن، مجموعاً به جرم ۱۶۴ گرم (با نسبت استوکیومتری)، در اثر جرقه به طور کامل با هم واکنش می‌دهند. تفاوت حجم گاز مصرفی و گاز تولیدی در دمای اتاق ($25^\circ C$) و فشار یک اتمسفر برابر چند لیتر است؟ (حجم مولی گازها در دمای اتاق را برابر $24/4$ لیتر در نظر بگیرید.) ($O=16, C=12, H=1: g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $73/2$ (۲) $108/9$ (۳) $36/6$ (۴) $145/2$

۸۰- کدام مطلب درباره فرایند هابر نادرست است؟

(۱) بر اثر انجام این فرایند شمار مول‌های گازی سامانه کاهش می‌یابد.

(۲) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در فراورده آن، ۲ برابر این نسبت در واکنش‌دهنده با نقطه جوش بیشتر است.

(۳) کاتالیزگر مورد استفاده در این فرایند یک فلز واسطه است که مجموع $n+1$ الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۳۸ است.

(۴) فراورده این واکنش یک مولکول چهار اتمی است که به عنوان کود شیمیایی به طور غیرمستقیم به خاک افزوده می‌شود.

۸۱- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) دریاها و اقیانوس‌ها مخلوط‌هایی همگن از انواع یون‌ها و مولکول‌ها در آب هستند.

ب) باریم سولفات و کلسیم فسفات به ترتیب رسوب‌های سفیدرنگ و زردرنگ هستند.

پ) سالانه میلیاردها تن از مواد گوناگون از سنگ کره وارد آب کره می‌شود و جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین در حال افزایش است.

ت) از حل کردن استون در آب نمی‌توان یک محلول سیرشده تهیه کرد.

(۱) الف و ت (۲) الف و ب (۳) ب و پ (۴) پ و ت

۸۲- اگر معادله انحلال پذیری پتاسیم کلرید برحسب دما به صورت $S = 0.3\theta + 27$ باشد، با ریختن ۲۴۰ گرم از این نمک در ۵۰۰ گرم آب در دمای 50°C ، چند گرم از آن رسوب می‌کند و اگر رسوب را از مخلوط خارج کنیم، تهیه محلولی سیر شده از این مقدار نمک رسوب در ۱۰۰ گرم آب، در چه دمایی امکان پذیر است؟ (از گرمای مبادله شده بر اثر انحلال نمک در آب چشم‌پوشی کنید).

(۱) ۳۰، ۳۰ (۲) ۳۰، ۳۰ (۳) ۱۰، ۵۵ (۴) ۳۰، ۷۰

۸۳- انجام واکنش بین محلول‌های اشاره شده در کدام یک از گزینه‌های زیر، نمونه‌ای از تبدیل یک محلول به مخلوط ناهمگن نمی‌باشد؟

(۱) آهن (III) کلرید و سدیم هیدروکسید (۲) سدیم فسفات و کلسیم کلرید

(۳) نقره نیترات و سدیم کلرید (۴) پتاسیم هیدروکسید و هیدروکلریک اسید

۸۴- نسبت شمار الکترون‌های لایه ظرفیت چهار عنصر نافلزی در دوره‌های دوم و سوم جدول دوره‌ای به شمار الکترون‌های لایه اول آن‌ها در جدول زیر آورده شده است. گشتاور دوقطبی چه تعداد از مولکول‌های ارائه شده به یقین برابر صفر است؟

عنصر	A	B	C	D
شمار الکترون‌های لایه ظرفیت به لایه اول	۲	۳/۵	۳	۲/۵

• AB_2 • AC_2

• CB_2 • DB_2

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۵- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ آمده است؟

• واکنش پذیری هالوژن‌ها، با افزایش جرم مولی آن‌ها افزایش می‌یابد.

• واکنش پذیری فلزهای گروه‌های ۱ و ۲ جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

• در عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

• با افزایش عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی، شعاع اتمی آن‌ها کاهش می‌یابد.

• هر چه شمار لایه‌های اشغال شده اتم فلزهای قلیایی خاکی بیشتر باشد، آسان‌تر الکترون از دست می‌دهند.

(۱) نادرست، درست، درست، نادرست (۲) نادرست، درست، نادرست، نادرست، درست

(۳) درست، نادرست، درست، درست، درست (۴) درست، نادرست، درست، نادرست، نادرست

۸۶- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

(الف) از آلومینیم مذاب حاصل از انجام واکنش ترمیت، برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.

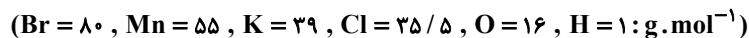
(ب) از اکسید موجود در زنگ آهن می‌توان به عنوان منبعی برای رنگ قرمز در نقاشی استفاده کرد.

(پ) اگر فقط هزینه‌های اقتصادی بهره‌برداری از یک معدن، کمترین مقدار ممکن باشد، در این صورت، بهره‌برداری از این معدن در راستای توسعه پایدار است.

(ت) تأمین شرایط نگهداری فلز منیزیم از پرمصرف‌ترین فلز در جهان دشوارتر است.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۸۷- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در معادله واکنش زیر (پس از موازنه) کدام است و اگر بر اثر مصرف یک نمونه ناخالص به جرم ۱۱۸/۵ گرم از پتاسیم پرمنگنات در این واکنش، ۲۴۷/۸ گرم ماده مولکولی تشکیل شده باشد، درصد خلوص پتاسیم پرمنگنات در نمونه اولیه آن کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند).



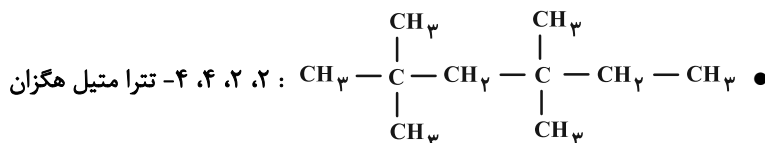
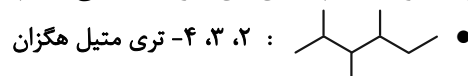
۷۰ ، ۵۵ (۴)

۷۰ ، ۵۳ (۳)

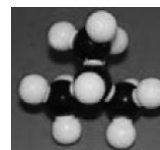
۸۰ ، ۵۳ (۲)

۸۰ ، ۵۵ (۱)

۸۸- چند مورد از نام‌گذاری‌های زیر به درستی انجام شده است؟



• ۲-متیل پروپان



۴ (۴)

۳ (۳)

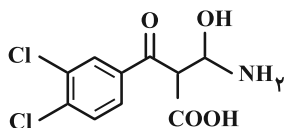
۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) بر اثر واکنش ماده‌ای که به عنوان سنگ بنای صنایع پتروشیمی از آن یاد می‌شود با آب، یک حلال صنعتی مهم تولید می‌شود.
 (۲) فقط چند آلکن اول که سبک هستند، می‌توانند با برم مایع وارد واکنش شوند و سبب از بین رفتن رنگ قرمز آن شوند.
 (۳) در اثر سوختن هر مول از سیکلوا آلکانی با ده اتم هیدروژن، تعداد مول فراورده تولید شده، ۳ مول بیشتر از تعداد مول واکنش دهنده‌ها است.
 (۴) تفاوت تعداد هیدروژن‌ها و پیوندهای دوگانه در ساختار ماده‌ای که به عنوان ضد بید استفاده می‌شود، برابر ۵ است.

۹۰- با توجه به ساختار داده شده، کدام مطلب نادرست است؟ ($H = ۱, N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)



(۱) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در هر مولکول از آن، برابر ۹۲ است.

(۲) شمار گروه الکی در آن با شمار پیوندهای C-N برابر است.

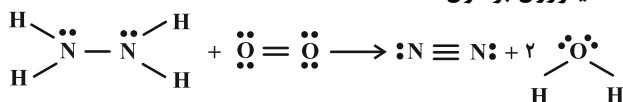
(۳) این مولکول می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید و پلی‌استر شرکت کند.

(۴) در یک مولکول از آن، جرم نیتروژن، بیشتر از دو برابر جرم هیدروژن است.

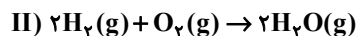
۹۱- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش گازی زیر (برحسب کیلوژول) و مقدار میانگین آنتالپی پیوند (N-H)

(برحسب کیلوژول بر مول) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (آنتالپی پیوندهای O=O و N≡N و میانگین آنتالپی

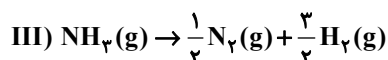
پیوندهای O-H و N-N به ترتیب برابر ۴۹۵، ۹۴۴، ۴۶۳ و ۱۶۲ کیلوژول بر مول است.)



$$\Delta H_1 = +183 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_2 = -486 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_3 = +46 \text{ kJ}$$

۳۹۰/۵ ، -۷۱۵ (۴)

۳۸۵/۲۵ ، -۵۷۷ (۳)

۳۸۵/۲۵ ، -۷۱۵ (۲)

۳۹۰/۵ ، -۵۷۷ (۱)

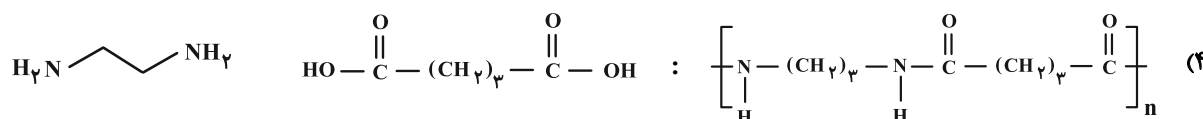
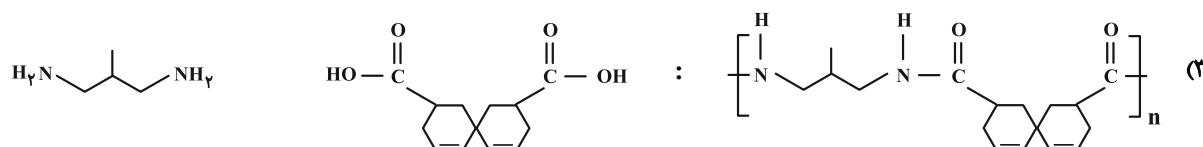
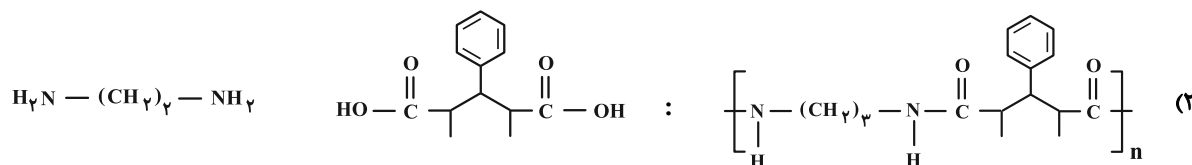
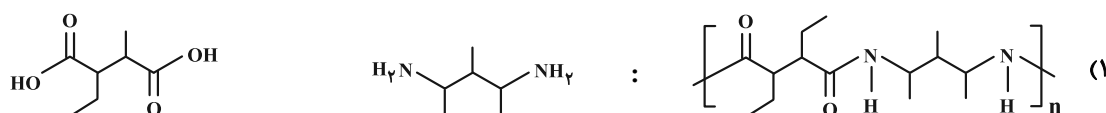
۹۲- جدول زیر حجم گاز آزاد شده (STP) تا ثانیه ۹۰ پس از شروع واکنش را میان سدیم هیدروژن کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. سرعت تولید گاز در این بازه زمانی برابر چند مول بر ساعت است و جرم مخلوط اولیه چند گرم است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



بازه زمانی (s)	۰ تا ۱۵ ثانیه	۱۵ تا ۳۰ ثانیه	۳۰ تا ۴۵ ثانیه	۴۵ تا ۶۰ ثانیه	۶۰ تا ۷۵ ثانیه	۷۵ تا ۹۰ ثانیه
جرم مخلوط واکنش (g)	۶۵/۴۴	۶۵	۶۴/۷۸	۶۴/۶۷	۶۴/۶۱۵	۶۴/۵۶۵
حجم گاز تولید شده (mL)	۳۳۶	۲۲۴	۱۱۲	۵۶	۲۸	۱۴

(۱) ۶۶/۱ ، ۱/۳۷۵ (۲) ۶۶/۵۶ ، ۱/۳۷۵ (۳) ۶۶/۵۶ ، ۱/۷۵ (۴) ۶۶/۱ ، ۱/۷۵

۹۳- در کدام گزینه ساختار دی‌آمین و دی‌اسید سازنده پلی‌آمید به درستی نشان داده شده است؟



۹۴- کدام مطلب نادرست است؟

- آشناترین کربوکسیلیک اسید و ساده‌ترین استر، ایزومر یا همپار یکدیگر محسوب می‌شوند.
- چگالی پلی‌اتن سبک کمتر از پلی‌اتن سنگین بوده و برخلاف آن روی سطح آب شناور می‌ماند.
- اختلاف جرم مولی استرهای عامل بو و طعم آناناس و سیب با اختلاف جرم مولی دو آلکان متوالی برابر است.
- کاتالیزگر واکنش تولید اتانول از اتن، در واکنش استری شدن نیز به عنوان کاتالیزگر به کار می‌رود.

۹۵- اگر در شرایط یکسان، pH محلول اسیدهای HA و HB با یکدیگر برابر باشد، کدام مطلب درست است؟ (ثابت یونش HA و HB به ترتیب برابر 4×10^{-3} و 2×10^{-5} است.)

- (۱) اگر ۱۰۰ mL از محلول‌های HA و HB با مقدار کافی از فلز منیزیم واکنش دهند، مقدار گاز H_2 آزاد شده از محلول HB بیشتر است.
 (۲) رسانایی الکتریکی محلول اسیدهای HA و HB یکسان است و شمار مولکول‌های یونیده نشده در محلول این دو اسید برابر است.
 (۳) اگر با افزودن آب به محلول HA حجم آن را دو برابر کنیم، درجه یونش و ثابت یونش آن به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.
 (۴) با افزودن اندکی لیتیم اکسید به محلول HB، درجه یونش اسید کاهش می‌یابد.

۹۶- اگر K_a اسید ضعیف (HA) برابر با 3×10^{-7} و K_b یک باز ضعیف (XOH) برابر با 5×10^{-2} باشد، تفاوت pH محلول ۰/۰۷۵ مولار HA و محلول ۰/۱ مولار باز XOH به کدام عدد نزدیک‌تر است و نسبت درجه یونش باز به درجه یونش اسید کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $\log 5 \approx 0/7$ ، $\log 3 \approx 0/5$)

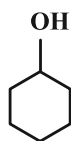
(۱) ۹/۸ ، ۳۵۰ (۲) ۸/۹ ، ۵۰۰ (۳) ۹/۸ ، ۵۰۰ (۴) ۸/۹ ، ۲۵۰

۹۷- غلظت یون سدیم در ۲ کیلوگرم محلول سدیم هیدروکسید برابر ۴۶۰ ppm است. ۲۵۰ mL از این محلول با چند لیتر HCl با pH = ۲/۳ واکنش می‌دهد؟ ($1/25 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ = چگالی محلول، $\text{Na} = 23$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۱/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۵ (۴) ۰/۷۵

۹۸- پس از موازنه واکنش اکسایش-کاهش « $\text{Zn} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{Zn}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ » کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) تعداد الکترون‌های مبادله شده در این واکنش، ۲ برابر ضریب استوکیومتری نمک تولید شده است.
 (۲) ضریب استوکیومتری گونه اکسنده، ۳ برابر ضریب استوکیومتری گونه کاهنده است.
 (۳) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها، دو واحد بیشتر از مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها است.
 (۴) مجموع تغییرات عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن، ۳ برابر ضریب استوکیومتری نیتروژن مونوکسید است.
 ۹۹- اگر سیکلوهگزانون یک ترکیب آلی با یک حلقه ۶ کربنی و دارای فرمول شیمیایی $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}$ باشد که همه پیوندهای کربن-کربن در آن از نوع یگانه است، کدام گزینه در رابطه با آن درست است؟ ($\text{O} = 16$ ، $\text{C} = 12$ ، $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر از انحلال‌پذیری گلوکز در آب است.
 (۲) اختلاف جرم مولی آن با بنزوئیک اسید برابر با جرم مولی اتین است.
 (۳) می‌توان این ترکیب را از اکسایش ترکیب مقابل در حضور یک اکسنده مناسب تهیه کرد.
 (۴) اختلاف بیشترین و کمترین عدد اکسایش اتم‌های کربن آن برابر ۵ است.

۱۰۰- در مورد فرایند زنگ زدن آهن، کدام عبارت نادرست هستند؟ ($\text{Fe} = 56$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(الف) اگر در واکنش کلی، تعداد $3/612 \times 10^{22}$ الکترون مبادله شود، ۲/۱۴ گرم زنگ آهن تولید می‌شود.
 (ب) سرعت انجام واکنش با pH محیط، رابطه وارونه دارد.

(پ) نیم‌واکنش کاهش آن مشابه نیم‌واکنش کاتدی در فرایند برقکافت آب است.

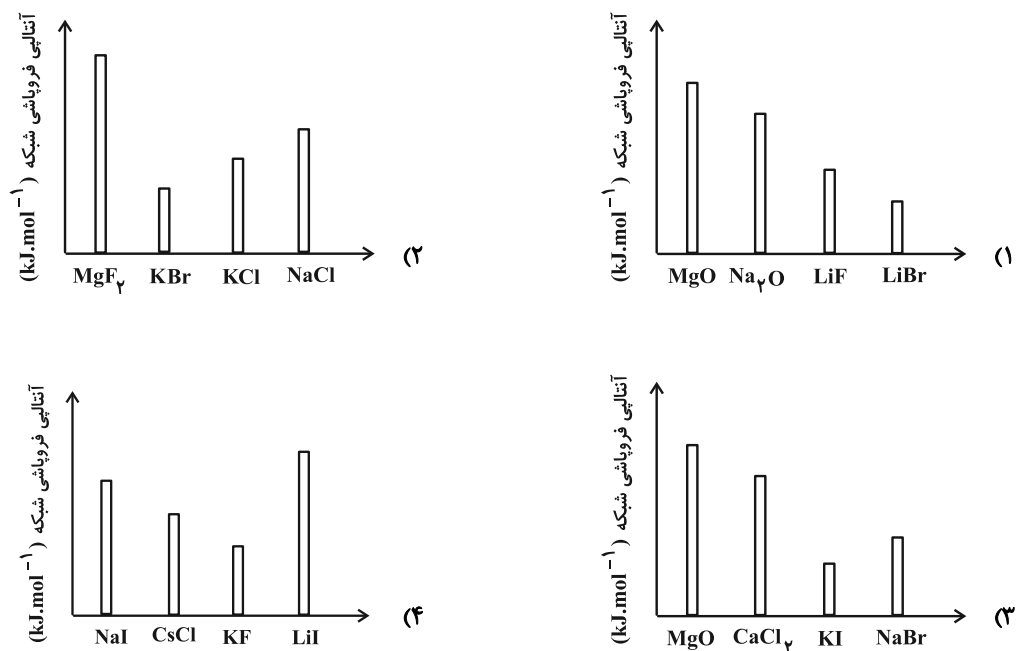
(ت) نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به فراورده در واکنش کلی برابر ۳/۷۵ است.

(۱) الف ، پ (۲) پ ، ت (۳) الف ، ب (۴) ب ، ت

۱۰۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) گرافیت برخلاف الماس، نقطه ذوب پایینی دارد، زیرا نیروهای جاذبه ضعیفی بین لایه‌های آن وجود دارد.
- (۲) میانگین آنتالپی پیوند کربن-کربن در گرافیت بیشتر از الماس است، از این رو نقطه ذوب و سختی گرافیت بیشتر از الماس است.
- (۳) در گرافیت همانند الماس، هر اتم کربن ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده است، اما در گرافیت شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن، کمتر است.
- (۴) داشتن شبکه گول‌آسا با چینش سه بُعدی اتم‌ها و وجود پیوندهای اشتراکی میان همه اتم‌ها، از جمله ویژگی‌های مشترک بین الماس و گرافیت است.

۱۰۲- کدام نمودار، درباره مقایسه نسبی آنتالپی فروپاشی شبکه بلور جامدهای یونی داده شده نادرست است؟ (مقادیر نمودارها به صورت تقریبی می‌باشد).

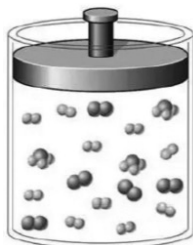


۱۰۳- کدام مطلب، درست است؟

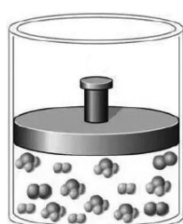
- (۱) به‌طور کلی با کاهش مقدار گاز NO در طول روز، مقدار گاز O₃ رو به افزایش است.
- (۲) مقدار گاز NO خروجی از آگزوز خودروها، چند برابر بزرگ‌تر از مقدار CO همراه آن است.
- (۳) در مبدل کاتالیستی، فلزاتی مانند رودیم (Rd)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) به صورت لایه‌ای به قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر به کار می‌رود.
- (۴) واکنش تبدیل CO به CO₂ در مبدل کاتالیستی، گرماده بوده و انرژی فعال‌سازی آن از انرژی فعال‌سازی واکنش تبدیل NO به N₂ بیشتر است.

محل انجام محاسبات

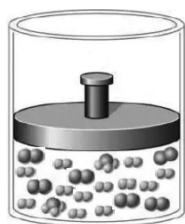
۱۰۴- سامانه تعادلی: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ ، درون یک پیستون روان به حجم ۲ لیتر در دمای معین برقرار است (شکل a). اگر حجم این سامانه را در دمای ثابت کاهش دهیم، ثابت تعادل کدام است و نمای ذره‌ای سامانه پس از برقراری تعادل جدید به صورت کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (هر ذره را معادل 0.02 مول از آن در نظر بگیرید.)



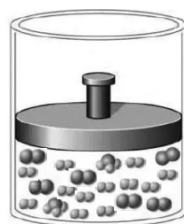
(a)



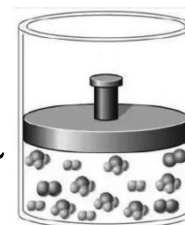
، ۲۵ (۴)



، ۱۸ (۳)

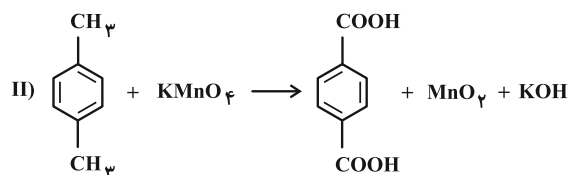
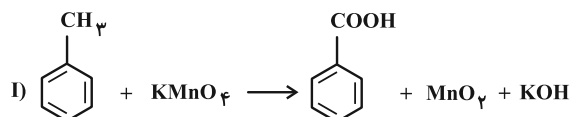


، ۲۵ (۲)



، ۱۸ (۱)

۱۰۵- تولوئن ($\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_3$) و پارازیلین ($\text{H}_3\text{C}-\text{C}_6\text{H}_4-\text{CH}_3$) دو هیدروکربن آروماتیک هستند که طی فرایند تقطیر از نفت خام استخراج می‌شوند. با توجه به واکنش‌های زیر چند مورد از مطالب ارائه شده درست هستند؟



• مجموع ضرایب مواد معدنی در واکنش (II)، دو برابر مجموع ضرایب مواد معدنی در واکنش (I) است.

• عامل اکسنده با گرفتن الکترون از گروه‌های متیل در هیدروکربن‌ها، آن‌ها را به گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار تبدیل می‌کند.

• اسیدی کردن محیط واکنش‌های (I) و (II) می‌تواند همانند افزایش دما در افزایش سرعت واکنش‌ها راهگشا باشد.

• استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب به جای پتاسیم پرمنگنات، بازده واکنش (II) را بالاتر می‌برد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



آزمون ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	علی آزاد-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-سینا خیرخواه-مریم زارعی-محمد زنگنه-علی سلامت-حامد قاسمیان کیان کریمی خراسانی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-مهدی نعمتی-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	عباس الهی-علی ایمانی-آرین تفضلی زاده-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-محمد خندان-علیرضا شریف خطیبی احمد رضا فلاح-نیلوفر مهدوی
فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری محسن سلماسی-وند بهنام شاهینی-معصومه شریعت ناصری-پوریا علاقه مند-مصطفی کیانی-پیام مرادی محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میر صالحی-افشین مینو-ابوالفضل نکومنشی نژاد
شیمی	محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-پیمان خواجهی-مجد-یاسر راش روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیر حسین طیبی-امیر محمد کنگرانی-محسن مجنون-فرشید مرادی-هادی مهدی زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار-علیرضا عباسی زاهد-محمد رضا مهدوی		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری مهدی صالحی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳



ریاضیات

گزینه ۱

(مهری نعمتی)

جمله عمومی جملات دنباله به صورت $a_n = 4n - 3$ است:

۱, ۵, ۹, ۱۳, ...

تعداد جملات دسته اول تا آخر دسته بیستم برابر است با:

$$2 + 3 + 4 + \dots + 21 = \frac{21 \times 22}{2} - 1 = 230$$

در نتیجه: $4(231) - 3 = 921$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

گزینه ۲

(علی آزار)

با توجه به این که یکی از نقاط برخورد دو منحنی بر روی محور y ها است،

خواهیم داشت: $y = 4x - b \xrightarrow{x=0} y = -b$

بنابراین نقطه $(0, -b)$ بر روی سهمی نیز قرار دارد:

$$y = -x^2 + bx + c \xrightarrow{(0, -b)} -b = 0 + 0 + c \Rightarrow c = -b$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + bx - b \Rightarrow \text{طول رأس سهمی } x = \frac{-b}{-2} = \frac{b}{2}$$

عرض رأس سهمی: $y = -(\frac{b}{2})^2 + b(\frac{b}{2}) - b$

$$= -\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{2} - b = \frac{b^2}{4} - b = 3 \Rightarrow b^2 - 4b - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (b-6)(b+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=6 \Rightarrow \text{رأس } x=3 \\ b=-2 \Rightarrow \text{رأس } x=-1 \end{cases}$$

در نتیجه: $\begin{cases} b=-2 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow bc = -4$

(ریاضی ۱ - معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه ۳

(میوانیش نیکنام)

زمانی نمودار تابع f روی محور x ها قرار می‌گیرد که f تابع ثابت باشد، پس:

$$\frac{1+m}{4} = \frac{-3}{-m} \Rightarrow m^2 + m - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -4 \Rightarrow f(x) = \frac{-3x-3}{4x+4} \Rightarrow y = -\frac{3}{4}, (x \neq -1) \\ m = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{4x-3}{4x-3} \Rightarrow y = 1, (x \neq \frac{3}{4}) \end{cases}$$

در نتیجه مجموع مجذورهای مقادیر k برابر می‌شود با: $\frac{9}{16} + 1 = \frac{25}{16}$

(ریاضی ۱ - تابع: صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

گزینه ۴

(مهمرب زنگنه)

در یک شش‌ضلعی منتظم به طول ضلع a ، اندازه هر زاویه داخلی 120° ، اندازه قطر کوچک $AE = \sqrt{3}a$ و اندازه قطر بزرگ $BE = 2a$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{S_{AEM}}{S_{FAE}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times AM}{\frac{1}{2} FE \times AF \times \sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{3}a \times \frac{1}{2} a}{a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

(ریاضی ۱ - مثلثات: صفحه ۳۳)

گزینه ۵

(روح‌اله حسینی)

طبق فرض داریم:

زمان	سرعت متوسط	رفت
t_1	v	x
t_2	$v-2$	برگشت x

$$\Rightarrow \begin{cases} v = \frac{x}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{x}{v} \\ v-2 = \frac{x}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{x}{v-2} \end{cases}$$

زمان کل: $t = t_1 + t_2 = \frac{x}{v} + \frac{x}{v-2}$

$$\Rightarrow \text{سرعت متوسط کل: } \bar{v} = \frac{2x}{t} = \frac{2x}{x(\frac{1}{v} + \frac{1}{v-2})} = \frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v-2}}$$

$$\bar{v} = 4/8 = \frac{24m}{5s} \Rightarrow \frac{24}{5} = \frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v-2}} \Rightarrow \frac{1}{v} + \frac{1}{v-2} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{12v(v-2)}{12v(v-2)} \Rightarrow 12(v-2) + 12(v) = 5v(v-2)$$

$$\Rightarrow 5v^2 - 10v = 24v - 24 \Rightarrow \frac{5v^2 - 34v + 24}{(5v-4)(v-6)} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = \frac{4}{5} \text{ (چون } v-2 > 0 \text{ غیرممکن است)} \\ \text{یا} \\ v = 6 \end{cases}$$

(مسایان ۱ - جبر و معادله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۶

(علی سلامت)

ابتدا دامنه تابع f را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4 - \sqrt{3x+1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3x+1} \leq 4 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 5 \\ \left| \frac{x}{2} \right| - 1 = 0 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

در این صورت: $f(x) = 2^{2x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log_2 x + 1$

$$\Rightarrow f^{-1}(0/5) = f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} = 0/5$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۵ تا ۸۵)

۱۰- گزینه «۲» (مریم زارعی)

طرفین رابطه $x^2 + 16y^2 = 8xy$ را با $8xy$ جمع می‌کنیم:

$$x^2 + 16y^2 + 8xy = 8xy + 8xy \Rightarrow (x + 4y)^2 = 16xy$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x+4y}{4}\right)^2 = xy$$

حال از طرفین تساوی، لگاریتم می‌گیریم: $\log\left(\frac{x+4y}{4}\right)^2 = \log(xy)$

$$\Rightarrow 2 \log\left(\frac{x+4y}{4}\right) = \log x + \log y$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{x+4y}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$$

پس، $\log\left(\frac{x+4y}{4}\right)$ واسطه حسابی $\log(x)$ و $\log(y)$ است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۱- گزینه «۱» (مهران نیکنام)

با جای گذاری $x = 0$ به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم که به صورت زیر از آن رفع ابهام می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} \cdot \sqrt{2-5x} - 2}{\sqrt{2-2\cos^2 x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{4-16x+15x^2} - 2}{\sqrt{2} |\sin x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-16x+15x^2}{-\sqrt{2} \sin x} \times \frac{1}{\sqrt{4-16x+15x^2} + 2}$$

$$= \frac{1}{-4\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(-16+15x)}{\sin x} = -\frac{1}{4\sqrt{2}} (-16) = 2\sqrt{2}$$

توجه: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۲- گزینه «۲» (مریم زارعی)

چون $P(x) = x^3 + bx + c$ بر $x+2$ بخش پذیر است، بنابراین

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ برابر با صفر است، یعنی: $P(-2) = 0$

همچنین باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر با ۳ است، پس $P(1) = 3$.

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow D_f = \left[-\frac{1}{3}, 2\right) \cup [4, 5]$$

بنابراین باید $(2k+1, 2k+3) \in D_f$ و در نتیجه:

حالت اول: $-\frac{1}{3} \leq 2k+1 < 2k+3 \leq 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k+1 \geq -\frac{1}{3} \Rightarrow k \geq -\frac{2}{3} \\ 2k+3 \leq 2 \Rightarrow k \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow k \in \left[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right]$$

حالت دوم: $4 \leq 2k+1 < 2k+3 \leq 5$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k+1 \geq 4 \Rightarrow k \geq \frac{3}{2} \\ 2k+3 \leq 5 \Rightarrow k \leq 1 \end{cases} \Rightarrow k \in \{ \}$$

لذا: $\max(b-a) = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-3+4}{6} = \frac{1}{6}$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۵۳)

۷- گزینه «۱» (کیان کریمی فراسانی)

ضابطه توابع مرکب $g \circ f$ و $f \circ g$ را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} f(g(x)) = 1 \circ g(x) + 9 = 5 \circ x + 10a + 9 \\ g(f(x)) = 5f(x) + a = 5 \circ x + 45 + a \end{cases}$$

از تساوی دو تابع نتیجه می‌شود که $a = 4$ و در نتیجه $a^{-2} = 16$.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۸- گزینه «۴» (شاهر قاسمیان)

ضابطه تابع درجه سوم f را به صورت زیر ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = (x-2)^3 + 1$$

داریم: $f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \Rightarrow (a-2)^3 + 1 = 1 \Rightarrow a = 2$

در نتیجه: $(g^{-1} \circ f^{-1})(1) = g^{-1}(2) = b \Rightarrow g(b) = 2$

$$\Rightarrow \sqrt{2b+4} = 2 \Rightarrow b = 0$$

حاصل عبارت مورد نظر برابر صفر است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۹ و ۶۶ تا ۶۸)

۹- گزینه «۳» (مهران کوروزی)

با توجه به صورت مسئله، نقاط مشترک توابع f و $y = x^2$ ، دو نقطه $(1, 1)$

و $(4, 4)$ می‌باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(1) = 1 \Rightarrow 2^{A+B} = 1 = 2^0 \Rightarrow A+B = 0 \\ f(4) = 4 \Rightarrow 2^{2A+B} = 4 = 2^2 \Rightarrow 2A+B = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} A = 2 \Rightarrow B = -2$$

از طرفی: $\cot(\widehat{NOP}) = -\frac{2}{3} \Rightarrow \tan(\widehat{NOP}) = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \tan(\beta) = \frac{3}{2}$

لذا داریم: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

$\Rightarrow \frac{TA}{OA} = 4 \xrightarrow{OA=1} TA = 4$

$\Rightarrow TM = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$PH = OA - OA \cos(\alpha + \beta)$ همچنین:

$1 + \tan^2(\alpha + \beta) = \frac{1}{\cos^2(\alpha + \beta)}$ می دانیم:

$\Rightarrow 1 + 16 = \frac{1}{\cos^2(\alpha + \beta)} \Rightarrow \cos^2(\alpha + \beta) = \frac{1}{17}$

$\xrightarrow{0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}} \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{\sqrt{17}}$

$\Rightarrow PH = 1 - \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{17}} \Rightarrow S_{MPT} = \frac{1}{2} \times TM \times PH$

$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{\sqrt{17}-1}{\sqrt{17}} = \frac{7\sqrt{17}-7}{4\sqrt{17}} = \frac{7}{4} - \frac{7}{4\sqrt{17}}$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۴۲ و ۴۳)

۱۵- گزینه «۲» (اخشین فاضله خان)

طرفین معادله را در ۲ ضرب می کنیم:

$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 + 2 \sin x \cos x = 0$

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -1 = \tan(-\frac{\pi}{4})$

$\Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

مجموعه جواب در $[-\pi, \pi]$ = $\{-\frac{5\pi}{8}, -\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\}$

\Rightarrow مجموع جوابها = $\frac{\pi}{2}$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه های ۴۱ و ۴۲)

۱۶- گزینه «۳» (رضا ماچری)

صورت تابع ریشه ندارد، بنابراین ریشه های مخرج، مجانب های قائم نمودار تابع $f(x)$ هستند. از آنجایی که در مخرج کسر، مجموع ضرایب جملات زوج با ضریب x برابر است، یکی از ریشه های آن $x = -1$ بوده و دیگری

برابر با $x = \frac{n+1}{n}$ می باشد که در واقع مجانب های قائم نمودار تابع هستند،

پس طبق فرض:

$$\begin{cases} P(-2) = (-2)^3 + (-2)b + c = -8 - 2b + c = 0 \\ \Rightarrow -2b + c = 8 \\ P(1) = (1)^3 + (1)b + c = 1 + b + c = 3 \Rightarrow b + c = 2 \end{cases}$$

مقادیر b و c از حل دستگاه معادلات فوق برابر می شوند با:

$b = -2, c = 4$

پس $P(x) = x^3 - 2x + 4$ و باقی مانده تقسیم آن بر $x - 3$ برابر است با:

$P(3) = (3)^3 - 2(3) + 4 = 27 - 6 + 4 = 25$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۸ تا ۲۰)

۱۳- گزینه «۲» (روح اله حسینی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} (\delta, 1) \in f \Rightarrow f(\delta) = 1 \\ (2, \delta) \in g \Rightarrow g(2) = \delta \end{cases} \Rightarrow (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(\delta) = 1$$

باید:

$(f \circ g)(3x^2 - x - 1) > 1 \Rightarrow (f \circ g)(3x^2 - x - 1) > 1 = f(g(2))$

$\Rightarrow f(g(3x^2 - x - 1)) > f(g(2))$

$\xrightarrow{f \text{ اکیدا صعودی}} g(3x^2 - x - 1) > g(2)$

$\xrightarrow{g \text{ اکیدا نزولی}} 3x^2 - x - 1 < 2 \Rightarrow 3x^2 - x - 3 < 0$

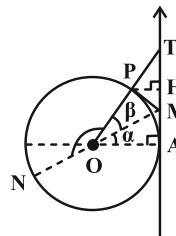
$\Rightarrow \frac{1 - \sqrt{37}}{6} < x < \frac{1 + \sqrt{37}}{6}$

تنها اعداد صحیح در بازه $(\frac{1 - \sqrt{37}}{6}, \frac{1 + \sqrt{37}}{6})$ ، چون $\frac{1 - \sqrt{37}}{6} \approx 1/18$ و $\frac{1 + \sqrt{37}}{6} \approx 0/84$ و اعداد $x = 0$ و $x = 1$ هستند.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- گزینه «۳» (رضا ماچری)

با توجه به فرض و شکل صورت سوال داریم:



$\Delta OAM : OA^2 + MA^2 = OM^2 \Rightarrow MA^2 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow MA = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$



(شیب خط مماس) $f'(0) = -2 \Rightarrow m_d = -2$: از طرفی

داریم:

$$g'(x) = \left(f^2 \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \right)' = 2f \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \cdot \left(f \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \right)'$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2f \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \cdot \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right)' \cdot f' \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right)$$

$$= 2f \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \cdot f' \left(\frac{\cos x}{1 - \cos x} \right) \cdot \left(\frac{-\sin x(1 - \cos x) - \sin x \cdot \cos x}{(1 - \cos x)^2} \right)$$

$$\Rightarrow g' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2f(0) \cdot f'(0) \cdot \left(\frac{-1-0}{1} \right) = 2(3)(-2)(-1) = 12$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

(سینا فیروزه‌ا)

۱۹- گزینه «۴»

با توجه به طول نقطه A، ضابطه تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = -x^3 - 2ax^2 - b$$

نقطه $A(-2, 1)$ اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر f است، پس:

$$\left\{ \begin{aligned} f(-2) = 1 &\Rightarrow 1 = 8 - 4a - b \Rightarrow 4a + b = 7 \quad (*) \\ f'(-2) = 0 &\Rightarrow -12 + 4a = 0 \Rightarrow a = 3 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} f'(x) = -3x^2 - 4ax &\Rightarrow f'(-2) = -12 + 4a = 0 \Rightarrow a = 3 \\ (*) &\Rightarrow 12 + b = 7 \Rightarrow b = -5 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 12 + b = 7 \Rightarrow b = -5$$

$$2a - b = 2 \left(\frac{3}{2} \right) + 5 = 8$$

در نتیجه:

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۵)

(مهمر زنگنه)

۲۰- گزینه «۳»

تابع محور yها را در $y = 6$ قطع کرده است پس:

$$f(0) = 6 \Rightarrow b + 1 = 6 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی مطابق نمودار، خط مماس بر f در $x = 1$ از نمودار تابع گذشته، لذا

نقطه عطف تابع مشتق‌پذیر f(x) است، پس:

$$f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{x=1} 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

خط $y = ax + b$ به صورت $y = -3x + 5$ تبدیل می‌شود که شبیه گزینه

«۳» است.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

$$\left| \frac{n+1}{n} + 1 \right| = 4 \Rightarrow \frac{2n+1}{n} = \pm 4 \Rightarrow n = \frac{1}{2}, -\frac{1}{6}$$

حالت اول: اگر $n = \frac{1}{2}$ باشد، در این صورت $x = -1$ و $x = 3$ مجانب‌های

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}} = 2$$

مجاانب افقی: $y = 2$

در نتیجه $A(-1, 2)$ و $B(3, 2)$ نقاط برخورد مجانب‌های تابع f هستند.

حالت دوم: اگر $n = -\frac{1}{6}$ باشد، در این صورت $x = -1$ و $x = -5$

مجاانب‌های قائم تابع هستند و همچنین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{-\frac{1}{6}x^2 - x - \frac{5}{6}} = -6$$

مجاانب افقی: $y = -6$

در نتیجه $C(-1, -6)$ و $D(-5, -6)$ نقاط برخورد مجانب‌های تابع f هستند.

در بین نقاط به دست آمده، نقطه D بیشترین فاصله را از مبدأ مختصات

$$OD = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61}$$

دارد:

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت:

صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۷- گزینه «۴» (میوانیش نیکنام)

$$g'(x) = 2x + \frac{4}{\sqrt{x}} \Rightarrow g'(1) = 6$$

ابتدا مشتق تابع g را می‌یابیم:

با توجه به فرض داریم:

$$1) g(1) = f(2) \Rightarrow 9 = f(2)$$

$$2) g'(x) = 2f'(2x) \xrightarrow{x=1} g'(1) = 2f'(2)$$

$$\Rightarrow 6 = 2f'(2) \Rightarrow f'(2) = 3$$

در نتیجه: $(gof)'(x) = f'(x)g'(f(x)) \xrightarrow{x=2} = f'(2)g'(f(2))$

$$= f'(2)g'(9) = 3 \times \left(18 + \frac{4}{3} \right) = 54 + 4 = 58$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

۱۸- گزینه «۳» (غلامرضا نیازی)

$$y + 2x = 3 \xrightarrow{x=0} y = 3 \Rightarrow \text{نقطه تماس } A(0, 3)$$

$$\Rightarrow f(0) = 3$$

$$\text{فیثاغورس: } \begin{cases} \Delta ABC: a^2 + c^2 = b^2 & (1) \\ \Delta NBC: a^2 + \frac{c^2}{4} = CN^2 & (2) \\ \Delta ABM: \frac{a^2}{4} + c^2 = AM^2 & (3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع (2), (3)}} \frac{\Delta a^2}{4} + \frac{\Delta c^2}{4} = AM^2 + CN^2 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{4}(a^2 + c^2) = 10 \xrightarrow{(1)} \frac{\Delta}{4}b^2 = 10 \Rightarrow b^2 = 8 \Rightarrow b = 2\sqrt{2}$$

در مثلث قائم الزاویه، می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است،

$$\text{پس } BP = \frac{b}{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{از آنجا که } \frac{GP}{BP} = \frac{1}{3} \text{ در نتیجه } GP = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌های: صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)

(علی ایمانی)

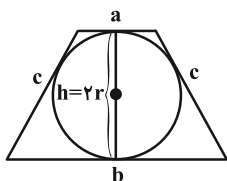
۲۴- گزینه «۴»

با توجه به فرض، شعاع دایره محاطی دوزنقه را می‌یابیم:

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$$

نکته: می‌دانیم در هر دوزنقه محیطی، با شعاع دایره محاطی r ، طول ارتفاع

وارد بر قاعده‌های دوزنقه از رابطه $h = 2r$ به دست می‌آید، پس: $h = 8$



$$\text{از طرفی: } \text{مساحت دوزنقه} = 80 = \frac{a+b}{2} \times 8 \Rightarrow a+b = 20$$

می‌دانیم مجموع اضلاع روبه‌روی هم در یک چهارضلعی محیطی با هم برابر

$$a+b = 2c \quad \text{است، پس مطابق شکل:}$$

$$a+b+2c = 40 \quad \text{در نتیجه محیط دوزنقه برابر می‌شود با:}$$

(هنرسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

(اخشین فاصه‌فان)

۲۵- گزینه «۳»

مطابق نمودار، کافی است طول AB' را محاسبه کرده و سپس $BB' = 3$

را به آن اضافه نمایم. $A(-1, 12)$, $B'(5, 4)$

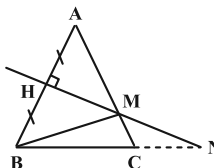
$$AB' = \sqrt{(-1-5)^2 + (12-4)^2} = 10$$

(اخشین فاصه‌فان)

۲۱- گزینه «۳»

چون MH عمودمنصف ضلع AB است، لذا $\hat{A} = \hat{ABM} = 28^\circ$ و داریم:

$$\Delta BMH: \hat{BMN} \Rightarrow \hat{BMN} = \hat{ABM} + \hat{H} = 28^\circ + 90^\circ = 118^\circ$$

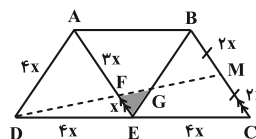


(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰، ۱۸ و ۱۹)

(مهمر فخران)

۲۲- گزینه «۳»

فرض می‌کنیم $EF = x$ باشد، طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\Delta DMC: EF \parallel MC \Rightarrow \frac{EF}{MC} = \frac{DE}{CD} \Rightarrow MC = 2x \Rightarrow BC = 4x$$

$$\Rightarrow DE = CE = AE = 4x \Rightarrow AF = AE - EF = 4x - x = 3x$$

دو مثلث ADF و EFG متشابه‌اند و داریم:

$$\begin{cases} \hat{AFD} = \hat{EFG} \\ \hat{FEG} = \hat{DAF} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta EFG \sim \Delta ADF \Rightarrow \frac{\frac{3x}{AF}}{\frac{4x}{AD}} = \frac{\frac{4x}{EF}}{\frac{4x}{GE}}$$

$$\Rightarrow GE = \frac{4}{3}x$$

با توجه به رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$\frac{S_{EFG}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{2S_{ADE}} = \frac{\frac{1}{2}x \times \frac{4}{3}x \times \sin 60^\circ}{2(\frac{1}{2} \times 4x \times 4x \times \sin 60^\circ)} = \frac{1}{36}$$

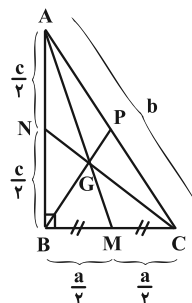
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۷۲)

(روح‌اله عسینی)

۲۳- گزینه «۲»

با توجه به شکل داریم:

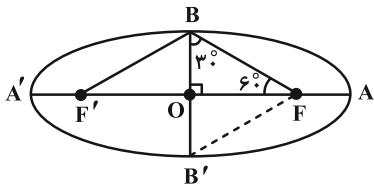




۲۸- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌نظیری)

اگر از کانون‌های بیضی، مطابق شکل به دو سر قطر کوچک وصل کنیم، طبق فرض $\angle BFB' = 12^\circ$ است. پس $\angle BFO = 6^\circ$ و داریم:



$$\cos(\angle BFO) = \frac{OF}{BF} \Rightarrow \cos 6^\circ = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

راه دوم: در مثلث قائم‌الزاویه OBF ، زاویه \hat{B} مساوی 3° است و ضلع

مقابل به زاویه 3° درجه، نصف وتر است، پس $OF = \frac{BF}{2}$ ، یعنی:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۲۹- گزینه «۱»

(روح‌الله حسینی)

معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$y = x^2 + 3x + n \Rightarrow y - n = x^2 + 3x$$

$$\xrightarrow{+\frac{9}{4}} \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = y - n + \frac{9}{4}$$

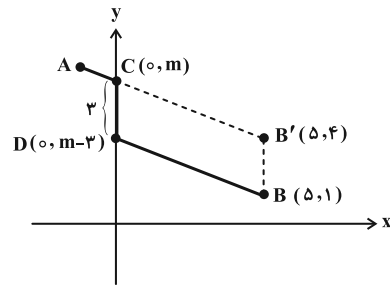
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{سهمی قائم و روبه بالا} \\ \text{رأس سهمی: } S\left(-\frac{3}{2}, n - \frac{9}{4}\right) \\ fa = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = x_F = x_S = -\frac{3}{2} \\ y_F = y_S + a = n - \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = n - 2 = 3 \Rightarrow n = 5 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow m + n = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)



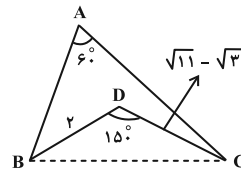
در نتیجه کمترین اندازه خط شکسته $ACDB$ برابر است با $10 + 3 = 13$.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربرد آنها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۶- گزینه «۱»

(مهمر فخران)

ابتدا با کمک قضیه کسینوس‌ها طول پاره‌خط BC را به دست می‌آوریم.



$$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2BD \times CD \times \cos 150^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 2^2 + (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times (\sqrt{11} - \sqrt{3}) \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 12$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$$

محل برخورد عمودمنصف‌های AB و AC ، همان مرکز دایره محیطی مثلث ABC است؛ پس خواسته مسئله، شعاع دایره محیطی است که از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC به دست می‌آید:

$$OA = \frac{BC}{2 \sin \hat{A}} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۵)

۲۷- گزینه «۴»

(عباس الهی)

در ضرب ماتریسی $A \times A \times A \times A$ ، از ماتریس اولی، سطر سوم و از ماتریس آخری، ستون اول را انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} = (6 \times 2) + (-4 \times 1) + (4 \times 6) = 38$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربرد آنها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)



$$\begin{cases} \text{حالت ۱} \Rightarrow ۶, ۶, ۶ \\ \text{حالت ۲} \Rightarrow ۳, ۳, ۳ \\ \text{حالت ۳} \Rightarrow ۳, ۲, ۴ \\ \text{حالت ۴} \Rightarrow ۳, ۱, ۵ \\ \text{حالت ۵} \Rightarrow ۶, ۱, ۲ \end{cases} \Rightarrow n(A) = ۲۰ \Rightarrow P(A) = \frac{۲۰}{۱۵۲} = \frac{۵}{۳۸}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۳۳- گزینه «۲» (عباس العبی)

با توجه به صورت سوال، احتمال سالم بودن محصول تولیدی خطها برابر است با:

$$P(A) = ۰/۸, P(B) = ۰/۶$$

احتمال این که فقط یکی از محصولات سالم باشد برابر می‌شود با:

$$P(\underbrace{(A-B) \cup (B-A)}_C) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= ۰/۸ + ۰/۶ - 2 \times (۰/۸ \times ۰/۶) = ۱/۴ - ۰/۹۶ = ۰/۴۴$$

در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(B-A)}{P(C)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(C)}$$

$$= \frac{۰/۶ - (۰/۸ \times ۰/۶)}{۰/۴۴} = \frac{۰/۶ - ۰/۴۸}{۰/۴۴} = \frac{۰/۱۲}{۰/۴۴} = \frac{۱۲}{۴۴} = \frac{۳}{۱۱}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳ و ۶۳ تا ۶۵)

۳۴- گزینه «۴» (نیلوفر مهروی)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$Q_2 = \frac{۷+۷}{۲} = ۷$$

$$۱, ۱, ۱, ۳, ۴, ۷, ۷, ۸, ۸, ۹, ۹, ۹$$

$$Q_1 = \frac{۱+۳}{۲} = ۲ \quad Q_3 = \frac{۸+۹}{۲} = ۸/۵$$

اعداد کوچک‌تر از چارک اول و اعداد بزرگ‌تر از چارک سوم، اعداد بیرون

$$۱, ۱, ۱, ۹, ۹, ۹$$

جعبه محسوب می‌شوند، در نتیجه:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{۳(۱) + ۳(۹)}{۶} = \frac{۳۰}{۶} = ۵$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{۳(۱-۵)^2 + ۳(۹-۵)^2}{۶}}$$

$$= \sqrt{\frac{۴۸ + ۴۸}{۶}} = \sqrt{\frac{۹۶}{۶}} = \sqrt{۱۶} = ۴ \Rightarrow CV = \frac{۴}{۵} = ۰/۸$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۳۰- گزینه «۱» (امد رضا فلاح)

نکته: بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاع بنا شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} هستند و زمانی هم‌اندازه‌اند که $\vec{a} \perp \vec{b}$ ، به عبارتی متوازی‌الاضلاع تبدیل به حالت خاص مستطیل شود.

لذا طبق فرض داریم:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (m, 1, 0) \cdot (2, m-3, 4) = 0$$

$$\Rightarrow 2m + m - 3 = 0 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (1, 1, 0) \\ \vec{b} = (2, -2, 4) \end{cases}$$

حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{a} - \vec{b}$ و $2\vec{a} \times \vec{b}$ برابر با قدرمطلق ضرب مختلط آن‌ها است، پس:

$$(2\vec{a} \times \vec{b}) \cdot ((\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})) = (2\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (-\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a})$$

$$= (2\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (-2\vec{a} \times \vec{b}) = -4 |\vec{a} \times \vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow \text{حجم متوازی‌السطوح} : V = |-4 |\vec{a} \times \vec{b}|^2| = 4 |\vec{a} \times \vec{b}|^2$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix} = (4, -4, -4)$$

$$\Rightarrow V = 4 |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 4(\sqrt{۱۶+۱۶+۱۶})^2 = 4 \times ۱۶ \times ۳ = ۱۹۲$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۹ و ۸۳)

۳۱- گزینه «۳» (افشین فاضل‌نژاد)

ابتدا گزاره مقدم ترکیب شرطی را ساده می‌کنیم. طبق قانون جذب داریم:

$$(q \vee p) \wedge p \equiv p$$

می‌دانیم ارزش گزاره p یا درست است یا نادرست؛ حال اگر p درست

باشد ترکیب شرطی به فرم $(T \Rightarrow (F \Rightarrow q))$ خواهد بود که درست است و اگر p نادرست باشد ترکیب شرطی به شکل $(F \Rightarrow \dots)$ درمی‌آید که به انتقای مقدم درست است. لذا این گزاره همیشه درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

۳۲- گزینه «۱» (علی ایمانی)

با توجه به فرض داریم:

$$\text{تعداد حالت‌های پرتاب ۳ تاس} = ۶^۳ = ۲۱۶$$

در پرتاب سه تاس، تعداد حالت‌هایی که حاصل ضرب آن‌ها مضرب ۳ نباشد، برابر است با تعداد حالت‌هایی که هیچ کدام از اعداد رو شده ۳ و ۶ نباشد.

$$۴^۳ = ۶۴$$

یعنی:

در نتیجه تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جدید (با توجه به شرط) برابر است با:

$$n(S) = ۲۱۶ - ۶۴ = ۱۵۲$$

مجموع ۱۸ یا مجموع ۹ = حالت‌هایی که مجموع آن‌ها مضرب ۹ باشد: A



۳۵- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

$$\text{انحراف معیار برآورد میانگین} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0/4$$

$$\text{طول بازه اطمینان ۹۵ درصد} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 4 \times 0/4 = 1/6$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۳۶- گزینه «۲»

(افشین فاضلهفان)

$$0! + 1! + 2! + \dots + 25! = \underbrace{1+1+2+\dots+24}_{\text{رقم یکان ۴}} + \underbrace{120+720+\dots+25!}_{\text{رقم یکان ۶}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{0! + 1! + 2! + \dots + 25!}_{\text{رقم یکان ۴}} \Rightarrow \underbrace{(0! + 1! + 2! + \dots + 25!)^2}_{\text{رقم یکان ۶}}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)

۳۷- گزینه «۳»

(آرین تفضلی‌زاده)

نکته: جواب کلی معادله سیاله خطی $ax + by = c$ از رابطه زیر به دست می‌آید که در آن (x_0, y_0) یک جواب اولیه و d م.م.ا اعداد صحیح a

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

و b است.

در معادله $2x + 5y = 293$ ، اعداد $x_0 = -1$ و $y_0 = 59$ صدق می‌کنند، پس با توجه به فرض:

$$\begin{cases} x = -1 + 5k \geq 0 \Rightarrow 5k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{5} \\ y = 59 - 2k \geq 0 \Rightarrow 59 \geq 2k \Rightarrow k \leq \frac{59}{2} \end{cases} \Rightarrow 1 \leq k \leq 29$$

با توجه به حدود k ، مینیمم مقدار $x + y = 58 + 3k$ به ازای $k = 1$ به دست می‌آید:

$$\min(x + y) = 58 + 3 = 61$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۸- گزینه «۱»

(نیلوفر مهدوی)

همسایگی بسته هر رأس در گراف G دارای ۵ عضو است، پس گراف G یک گراف ۴-منتظم است و داریم: $rp = 2q \Rightarrow 4p = 2q \Rightarrow q = 2p$
از طرفی رابطه زیر بین اندازه گراف G و مکمل آن برقرار است:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2}$$

طبق فرض $q(\bar{G}) = 4q(G)$ ، در نتیجه:

$$q(G) + 4q(G) = \binom{p}{2} \Rightarrow 5q(G) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$q = 2p \rightarrow 10p = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p-1 = 20 \Rightarrow p = 21$$

$$\Rightarrow q(G) = 2 \times 21 = 42$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۹- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

ابتدا یک زوج از بین ۱۰ زوج انتخاب می‌کنیم. سپس ۲ زوج دیگر جدا کرده و از هر کدام آن‌ها، یک نفر برمی‌گزینیم:

انتخاب یک زوج

$$\binom{10}{1} \times \binom{9}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}$$

از هر زوج فقط زن یا همسرش انتخاب شود
انتخاب دو زوج دیگر که قرار است زن و شوهر نباشند

$$= 10 \times 36 \times 4 = 1440$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴۰- گزینه «۳»

(عباس الهی)

با توجه به شرایط مسئله، بدترین حالت زمانی اتفاق می‌افتد که اعداد انتخاب شده، عدد ۱ به همراه اعداد اول باشند که نسبت به هم اول هستند، یعنی عدد ۱ و اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ... را انتخاب کرده باشیم که با توجه به صورت سؤال، باید عدد ۱ به همراه ۱۲ عدد متوالی انتخاب شده باشند، یعنی:

$$1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ?$$

به جای (?) هر کدام از اعداد طبیعی متوالی بعد از ۳۷ تا حداکثر عدد ۴۰ (و یا اعداد مرکب بین ۱ تا ۳۷) می‌توانند باشد ولی عدد اول بعدی که ۴۱ است امکان‌پذیر نیست چون در این صورت ممکن است ۱۴ عدد انتخابی ما شامل ۴۱ هم باشند که شرایط مسئله برقرار نخواهد شد، پس:

$$k_{\max} = 40 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4 + 0 = 4$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)



فیزیک

گزینه ۲

(علیرضا جباری)

$$20000 \text{ سیر} = 40 \text{ سیر} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{1 \text{ خروار}} \times \frac{5 \text{ خروار}}{100 \text{ من تبریز}} = 4000 \text{ سیر}$$

$$4000 \text{ سیر} = 16 \text{ مثقال} \times \frac{1 \text{ سیر}}{64000 \text{ مثقال}} = 64000 \text{ مثقال}$$

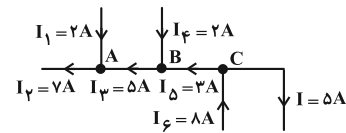
$$20000 \text{ سیر} + 4000 \text{ سیر} = 24000 \text{ سیر}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه ۳

(مهران اسماعیلی)

می‌دانیم در هر گره همواره مجموع جریان‌های ورودی برابر مجموع جریان‌های خروجی است.



گره A: $I_2 = I_1 + I_3 \Rightarrow 7 = 2 + I_3 \Rightarrow I_3 = 5A$

گره B: $I_4 = I_3 + I_5 \Rightarrow 2 = 5 + I_5 \Rightarrow I_5 = -3A$

گره C: $I_6 = I_5 + I \Rightarrow 8 = -3 + I \Rightarrow I = 11A$

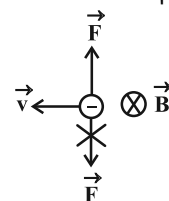
همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در گره C جریان I برابر ۵A و خروجی می‌باشد، بنابراین جهت (۲) درست است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه ۷۲)

گزینه ۳

(بهزار آزارفر)

جهت میدان مغناطیسی زمین به سمت شمال و در صفحه کاغذ، درون‌سو می‌باشد. چون ذره الکترون است، یا از قاعده دست چپ استفاده کنید یا از همان قاعده دست راست استفاده کرده و جواب حاصل را 180° بچرخانید. طبق قاعده دست راست داریم:



F به سمت پایین می‌شود که برای بار منفی (الکترون) آن را 180° می‌چرخانیم. (فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

گزینه ۲

(علیرضا جباری)

$$\left. \begin{matrix} N > Z \\ A = Z + N \end{matrix} \right\} \Rightarrow A > 2Z, A < 2N$$

بنابراین گزینه‌های «۳» و «۴» رد می‌شوند.

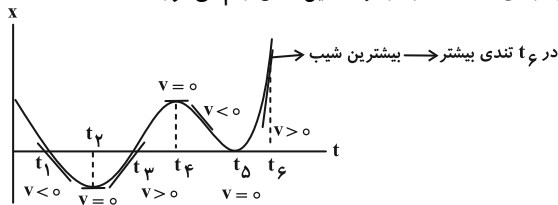
از طرفی هسته‌های X و Y دارای عدد اتمی یکسان هستند، پس خواص شیمیایی یکسانی دارند و نمی‌توان آن‌ها را به روش شیمیایی از هم جدا نمود. در حالی که هسته‌های X و Y' عددهای اتمی متفاوتی دارند، بنابراین خواص شیمیایی آن‌ها یکسان نبوده و به روش شیمیایی از هم جدا می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱)

گزینه ۴

(بهزار آزارفر)

قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ ، اندازه تندی را نشان می‌دهد و هر چه این شیب تندتر باشد، تندی بیشتر است و ضمناً برای تغییر جهت باید متحرک متوقف شود و علامت سرعت آن عوض شود که در نمودارهای $x-t$ ، در دره و قله این اتفاق رقم می‌خورد.



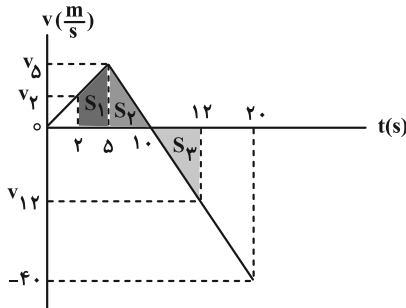
در t_2 تندی بیشتر → بیشتر شیب

۳ تا تغییر جهت حرکت داریم. (فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

گزینه ۴

(زهرا آقاممیری)

چون شیب نمودار در بازه زمانی ۵s تا ۲۰s ثابت است، شتاب متحرک در این بازه ثابت است، بنابراین برای محاسبه سرعت در لحظه $t = ۵s$ داریم:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{20} - v_{10}}{20 - 10} = \frac{v_{10} - v_0}{10 - 0}$$

$$\Rightarrow \frac{-40 - 0}{10} = -\frac{v_0}{10} \Rightarrow v_0 = 40 \text{ m/s}$$

اکنون با همان روش، سرعت در لحظه‌های $t = ۲s$ و $t = ۱۲s$ را محاسبه می‌کنیم. از ثابت بودن شتاب در بازه صفر تا ۵s داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_5 - v_0}{5 - 0} = \frac{v_2 - v_0}{2 - 0} \Rightarrow \frac{v_5 - 40}{5} = \frac{v_2 - 40}{2} \Rightarrow v_2 = 8 \text{ m/s}$$

از ثابت بودن شتاب در بازه ۵s تا ۲۰s، داریم:

$$\frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} = \frac{v_{10} - v_5}{10 - 5} \Rightarrow \frac{v_{12} - 20}{2} = \frac{0 - 20}{5} \Rightarrow v_{12} = -8 \text{ m/s}$$

چون در نمودار سرعت-زمان، مساحت سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است، مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = S_1 + S_2 + S_3$$

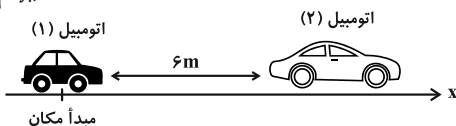
$$\Rightarrow \ell = \frac{(20+8) \times 2}{2} + \frac{5 \times 20}{2} + \frac{2 \times 8}{2} = 42 + 50 + 8 = 100 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{100}{12-2} = 10 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۰)

گزینه ۳

(بهنام شاهینی)



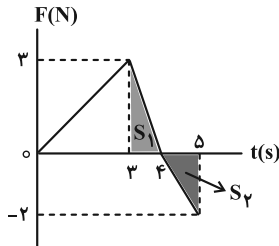


$$kx - mg = ma \xrightarrow[k=m=4\text{ kg}]{k=200 \frac{N}{m}, x=9\text{ cm}=0.09\text{ m}}$$

$$200 \times \frac{9}{100} - 40 = 4a \Rightarrow 18 - 40 = 4a \Rightarrow a = -\frac{22}{4} = -5.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۱- گزینه «۴»
 مساحت زیر نمودار $F-t$ ، تغییر تکانه را نشان می‌دهد. تغییرات تکانه در بازه $t_1 = 3\text{ s}$ تا $t_2 = 5\text{ s}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$\Delta p = S_1 - S_2 = \frac{1 \times 3}{2} - \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Delta p = m \Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{1}{2} = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{5-3} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۵۲- گزینه «۴»
 (ممدکاتم منشاری)

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \quad (I)$$

برای هر دو ماهواره، شتاب گرانش همان شتاب مرکزگرا است.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

$$a_c = g \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right) \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{4R}{2R}} = \sqrt{2}$$

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A}{v_B} = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۵۳- گزینه «۴»
 (عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی، نصف مقدار بیشینه‌اش می‌شود، انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی با هم برابراند. به عبارت دیگر، می‌توان انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه کرده و سپس مقدار آن را نصف کنیم تا انرژی جنبشی در نقطه مورد نظر به دست آید. (دقت کنید، انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی نوسانگر در $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$ با هم برابر است.)

ابتدا معادله حرکت هر دو اتومبیل را می‌نویسیم. حرکت اتومبیل اول با سرعت ثابت و حرکت اتومبیل دوم با شتاب ثابت و از حال سکون صورت می‌گیرد. (مکان اتومبیل (۱) را در این لحظه به عنوان مبدأ حرکت در نظر می‌گیریم.)

$$x_1 = vt + x_0 = \lambda t \quad (I)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_2 = 2t^2 + 6 \quad (II)$$

زمانی که فاصله دو متحرک از هم ۲ متر می‌شود، داریم:

$$x_2 - x_1 = \pm 2 \xrightarrow{(I), (II)} 2t^2 + 6 - \lambda t = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } 2t^2 + 6 - \lambda t = 2 \Rightarrow t^2 - 4t + 2 = 0 \\ \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = (2-\sqrt{2})\text{ s} \\ t_2 = (2+\sqrt{2})\text{ s} \end{cases} \\ \text{حالت دوم: } 2t^2 + 6 - \lambda t = -2 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t_3 = 2\text{ s} \end{cases}$$

پس در لحظه‌های $t = 2 + \sqrt{2}\text{ s}$ و $t = 2\text{ s}$ ، $t = 2 - \sqrt{2}\text{ s}$ متحرک از یکدیگر به ۲ متر می‌رسد که اختلاف زمانی اولین و آخرین لحظه برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}\text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴۸- گزینه «۴»
 (علیرضا جباری)

از لحظه رها شدن گلوله B به بعد، فاصله دو گلوله از یکدیگر بیشتر می‌شود و این شرایط تا زمانی که گلوله A به زمین برسد، ادامه دارد، بنابراین لحظه‌ای را که گلوله A به زمین می‌رسد، به دست می‌آوریم (جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.)

$$y_A = \frac{1}{2} gt^2 \xrightarrow{y_A=80\text{ m}} 80 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4\text{ s}$$

در لحظه $t = 4\text{ s}$ که گلوله A به زمین می‌رسد، فاصله دو گلوله بیشترین مقدار خود را پیدا می‌کند. در این لحظه مسافتی را که گلوله B پیموده است حساب می‌کنیم:

$$y_B = \frac{1}{2} g(t-1)^2 \xrightarrow{t=4\text{ s}} y_B = \frac{1}{2} \times 10 \times (4-1)^2 = 45\text{ m}$$

در این لحظه فاصله دو گلوله از یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$y_A - y_B = 80 - 45 = 35\text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹- گزینه «۲»
 (پوریا علاقه‌مند)

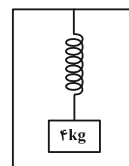
طبق قانون سوم نیوتون، بین نیرویی که شخص ۱ به ۲ وارد می‌کند و نیرویی که شخص ۲ به ۱ وارد می‌کند، رابطه زیر برقرار است:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 \xrightarrow{m_2=2m_1} \vec{a}_1 = -2\vec{a}_2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

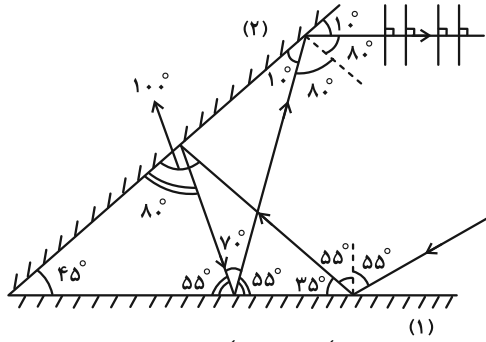
۵۰- گزینه «۳»
 (عبدالرضا امینی نسب)

جهت مثبت را هم جهت با حرکت آسانسور در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}} = ma$$

$$F_e - mg = ma$$



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۵۷- گزینه «۴» (مهران اسماعیلی)

ابتدا تندی انتشار موج عرضی در تار را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{\ell}} v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} \quad F = 400 \text{ N}, \ell = 0.8 \text{ m} \\ m = 0.008 \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{400 \times 0.8}{0.008}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از فرمول بسامد تشدید تار، می‌توانیم عدد هماهنگ تار را تعیین کنیم.

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \quad f_n = 500 \text{ Hz}, \ell = 0.8 \text{ m}, v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow 500 = \frac{n \times 200}{2 \times 0.8} \Rightarrow n = 4$$

حال تعداد گره‌های ایجاد شده را تعیین می‌کنیم:

$$n = 1 - \text{تعداد گره} \xrightarrow{n=4} 4 = 1 - \text{تعداد گره} = \text{عدد هماهنگ} \\ \Rightarrow \text{تعداد گره} = 5$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۸- گزینه «۳» (افشین مینو)

توان تابشی مفید چشمه خروجی برابر است با:

$$P = \frac{nhc}{\lambda t}$$

$$= \frac{5 \times 10^{15} \times 6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9} \times 1} = 15 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی } P_2 = 1/5 \text{ mW}$$

$$\text{بازده} = \frac{P_2}{P_1} \times 100 = 0/5 = \frac{1/5}{P_1} \times 100 \Rightarrow P_1 = \frac{150}{0/5} = 300 \text{ mW}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۹- گزینه «۴» (علیرضا جباری)

در دومین حالت برانگیخته، الکترون در مدار سوم قرار دارد و شعاع مدار آن

$$r_{n'} = n'^2 a_0 \xrightarrow{n'=2+1=3} r_{n'} = 9a_0 \quad \text{برابر است با:}$$

همچنین در سومین حالت برانگیخته، الکترون در مدار چهارم قرار دارد و

$$r_{n''} = n''^2 a_0 \xrightarrow{n''=3+1=4} r_{n''} = 16a_0 \quad \text{شعاع مدار آن برابر است با:}$$

با توجه به این که تغییر شعاع مدار الکترون $16a_0$ است، بنابراین شعاع مدار الکترون، افزایش می‌یابد و داریم:

$$\Delta r = r_n - r_{n'} \xrightarrow{\substack{\Delta r = r_{n''} - 16a_0 \\ r_{n'} = 9a_0}} 16a_0 = r_n - 9a_0 \Rightarrow r_n = 25a_0$$

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow 25a_0 = n^2 a_0 \Rightarrow n = 5$$

$$U = \frac{1}{2} U_{\text{max}} \Rightarrow U = K$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} E = U_{\text{max}} = K_{\text{max}} &= \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ \omega &= 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad A = 0.05 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 25 \times 10^{-4} \times 1600 \pi^2 \Rightarrow E = 0.2 \pi^2 \text{ J}$$

بنابراین در لحظه مورد نظر، انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{E}{2} = 0.1 \pi^2 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴- گزینه «۴» (بهنام شاهی)

می‌دانیم هر جزء از محیط انتشار موج، حرکت ذره قبل از خود را تکرار می‌کند، بنابراین با توجه به جهت حرکت موج، نقطه M به سمت بالا حرکت خواهد کرد. از روی نقش موج داریم:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 0/2 \Rightarrow \lambda = 0.16 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 1 = \frac{0.16}{T} \Rightarrow T = 0.16 \text{ s}$$

ذره M در این لحظه، در حال عبور از نقطه تعادل است، بنابراین بیشترین تندی را خواهد داشت:

$$v_{\text{max}} = A\omega = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2 \times 3 \times 40 \times 10^{-3}}{0.16} = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۵۵- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

ابتدا شدت صوت داده شده را برحسب $\frac{W}{m^2}$ می‌یابیم:

$$I = 1 \frac{\mu W}{\text{cm}^2} \times 10^{-6} \frac{W}{\mu W} \times 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} = 10^{-2} \frac{W}{\text{m}^2}$$

حال با در نظر گرفتن $I_0 = 10^{-6} \frac{\mu W}{\text{m}^2} = 10^{-12} \frac{W}{\text{m}^2}$ ، تراز شدت صوت را

محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{10^{-2}}{10^{-12}}\right) = 10 \log 10^{10} = 100 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۵۶- گزینه «۴» (محمدرضا منصوری)

مطابق قوانین بازتاب، زاویه تابش با زاویه بازتابش (زاویه جبهه موج بازتابش

با مانع) برابر است. ابتدا زاویه پرتو بازتابش با مانع (۱) را به دست می‌آوریم.

سپس زاویه پرتو بازتاب از آینه (۲) با مانع را به دست می‌آوریم. از طرفی

مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر 180° است و به همین ترتیب با ادامه

برخورد پرتو با مانع، زاویه بازتاب آینه (۲) در دومین بازتاب (زاویه جبهه‌های

بازتابیده از سطح مانع (۲) و این مانع برابر 80° است.



$$E = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}, |q| = 3 \times 10^{-6} C, d = 1/5 m$$

$$\theta = 0, \cos \theta = 1, m = 6 \times 10^{-2} kg, v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

$$2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6} \times 1/5 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-2} (v_2^2 - 2^2)$$

$$\Rightarrow 0.96 = 3 \times 10^{-3} (v_2^2 - 4) \Rightarrow 320 = v_2^2 - 4$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 324 \Rightarrow v_2 = 18 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۶۴- گزینه «۲» (زهره آقامموری)

چون ظرفیت خازن ثابت است، اگر بار خازن ۲۰ درصد افزایش یابد، طبق رابطه $Q = CV$ ، اختلاف پتانسیل در سر خازن نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

$$V_2 = (1 + 0.2)V_1 = 1.2V_1 = \frac{6}{5}V_1$$

طبق رابطه انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow{\Delta U = 2/2 \mu J}$$

$$C = 40 \mu F, V_2 = \frac{6}{5} V_1$$

$$2/2 = \frac{1}{2} \times 40 \times \left(\left(\frac{6}{5} V_1 \right)^2 - V_1^2 \right) = 20 \times \frac{11}{25} V_1^2$$

$$\Rightarrow V_1^2 = \frac{25 \times 2/2}{20 \times 11} = 0.25 \Rightarrow V_1 = 0.5 V$$

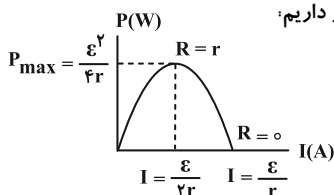
$$V_2 = \frac{6}{5} V_1 = \frac{6}{5} \times 0.5 = 0.6 V$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۳۳، ۳۸ و ۳۹)

۶۵- گزینه «۲» (محمود منموری)

توان خروجی باتری بر حسب جریان گذرنده از آن، $P = \mathcal{E}I - rI^2$ یک تابع درجه ۲ و نمودار آن سهمی است که مقدار بیشینه توان در رأس سهمی

بوده و از رابطه $P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ و مقدار جریان آن از رابطه $I_{max} = \frac{\mathcal{E}}{2r}$ دست می‌آید. با توجه به نمودار داریم:



$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \Rightarrow 18 = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow 12 = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{4} \times 12 = 18 \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{E} = 6V \\ r = 0.5 \Omega \end{cases}$$

اگر ولتاژ دو سر باتری ۱/۵ ولت باشد:

$$V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow 1/5 = 6 - 0.5I \Rightarrow 0.5I = 4/5 \Rightarrow I = 9A$$

توان خروجی برابر است با:

$$P = \mathcal{E}I - rI^2 \xrightarrow{\mathcal{E}=6V, I=9A, r=0.5\Omega} P = (6 \times 9) - (0.5 \times (9)^2) = 13.5 W$$

همچنین می‌توانیم از رابطه $P = VI$ توان خروجی باتری را حساب کنیم:

$$P = VI = 1/5 \times 9 = 13.5 W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

اکنون می‌توانیم اندازه تغییر انرژی این الکترون را بر حسب ریدبرگ به دست آوریم:

$$E_n - E_{n'} = -\frac{E_R}{n^2} - \left(-\frac{E_R}{n'^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=3, n=5}$$

$$E_5 - E_3 = E_R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) = \frac{16}{225} E_R$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۶۶- گزینه «۱» (سیده ملیحه میرصالحی)

در واپاشی بتای منفی یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود و طی این واپاشی عدد اتمی یک واحد افزایش و عدد نوترونی یک واحد کاهش می‌یابد اما عدد جرمی تغییر نمی‌کند. در واپاشی گاما عدد اتمی و عدد جرمی تغییری نمی‌کند و اتم از حالت برانگیختگی خارج می‌شود. در واپاشی آلفا عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد و در واپاشی بتای مثبت عدد اتمی یک واحد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۶۱- گزینه «۱» (ابوالفضل نکومشی نژاد)

$$N'_A = N'_B \Rightarrow \frac{N_0}{2^{n_A}} = \frac{2N_0}{2^{n_B}} \Rightarrow 2^{n_B} = 2^{n_A} \times 2 = 2^{n_A+1}$$

$$\Rightarrow n_B = n_A + 1 \quad (I)$$

اگر در ۶۰ ساعت، ۴ نیمه‌عمر گذشته باشد، در ۱۲۰ ساعت ۸ تا نیمه‌عمر می‌گذرد، در واقع می‌توانیم بگوییم تعداد نیمه‌عمرها دو برابر می‌شود.

$$N_A = \frac{N_0}{2^{n_A}}$$

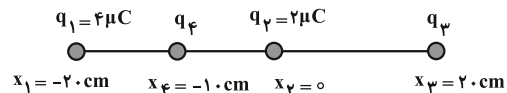
$$N_B = \frac{2N_0}{2^{n_B}} \xrightarrow{(I)} N_B = \frac{2N_0}{2^{(n_A+1)}} = \frac{2N_0}{2^{n_A+2}} = \frac{2N_0}{2^{n_A} \times 4} = \frac{N_0}{2^{n_A} \times 2}$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{N_A}{2} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = 2$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۲- گزینه «۴» (حسین الهی)

ابتدا باید نوع بار q_4 را مشخص کنیم.



فرض می‌کنیم بار q_4 مثبت است. با توجه به فاصله یکسان q_1 و q_3 از بار q_4 نیرویی که بار q_1 بر بار q_4 وارد می‌کند بیشتر است، لذا بار q_3 نیز باید بار q_4 را دفع کند، پس مثبت است.

$$F_{T_4} = F_{14} - (F_{24} + F_{34}) = 0 \Rightarrow F_{14} = F_{24} + F_{34}$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1q_4}{r_{14}^2} = \frac{kq_2q_4}{r_{24}^2} + \frac{kq_3q_4}{r_{34}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{(10)^2} = \frac{2}{(10)^2} + \frac{q_3}{(30)^2} \Rightarrow q_3 = 18 \mu C \Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = \frac{18}{2} = 9$$

(فیزیک ۲- الکتروستاتیک ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۳- گزینه «۳» (محمود منموری)

طبق قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$-E|q|d \cos \theta = -(K_2 - K_1) \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} E|q|d \cos \theta = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$



$$F_E = mg = 3 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10 = 3 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 200 \times 10^{-4} \times 1 = 8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_B + mg = (0/3 + 0/8) \times 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow F_B + mg = 1/1 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{net} = F_B + mg - F_E = ma$$

$$\Rightarrow 1/1 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times a \Rightarrow a = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

$a \Rightarrow (-\vec{j})$ رو به پایین است F_{net} رو به پایین است

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{10}{3} \vec{j} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۶۸- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

در شکل (الف)؛ جریان عبوری از سیم در حال کاهش است، بنابراین شار عبوری از قاب فلزی نیز در حال کاهش است. پس مطابق قانون لنز باید جریان القایی در آن، ساعتگرد باشد تا با توجه به قانون دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از آن با میدان مغناطیسی سیم حامل جریان، همسو شود و با کاهش شار، مخالفت کند. بنابراین مورد (الف) نادرست است.

در شکل (ب)؛ شار مغناطیسی عبوری از قاب فلزی در حال کاهش بوده و با توجه به قانون لنز و قاعده دست راست، جریان القایی در آن ساعتگرد است. بنابراین مورد (ب) درست است.

در شکل (پ)؛ شار عبوری از قاب فلزی در حال افزایش است و با توجه به قانون لنز و قاعده دست راست، جریان القایی در آن پادساعتگرد است. بنابراین مورد (پ) درست است.

در شکل (ت)؛ شار مغناطیسی عبوری از قاب فلزی در حال کاهش است و با توجه به قانون لنز و قاعده دست راست، جریان القایی در آن ساعتگرد است. بنابراین مورد (ت) نادرست است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶۹- گزینه «۱» (علیرضا جباری)

ابتدا بیشینه جریان الکتریکی گذرنده از پیچ را به دست می‌آوریم:

$$I_m = \frac{\epsilon_m}{R} = \frac{\epsilon_m = 60 \text{ V}}{R = 15 \Omega} \Rightarrow I_m = \frac{60}{15} = 4 \text{ A}$$

سپس با توجه به این که $\frac{3}{4}$ دوره تناوب، برابر با 15 ms است، دوره تناوب را حساب می‌کنیم:

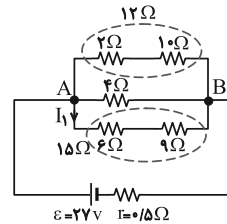
$$\frac{3}{4} T = 15 \times 10^{-3} \Rightarrow T = 20 \times 10^{-3} \text{ s} = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

اکنون می‌توانیم معادله جریان متناوب را بنویسیم:

(زهرا آقاممیری)

۶۶- گزینه «۱»

ابتدا در حالت اول که کلید در حالت (۱) است، مدار را ساده می‌کنیم:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} = \frac{5+15+4}{60} = \frac{24}{60} \Rightarrow R_{eq} = 2.5 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} = \frac{27}{3} = 9 \text{ A}$$

جریان عبوری از باتری برابر است با:

اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از شاخه‌ها برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است:

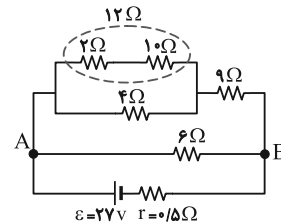
$$V = \epsilon - Ir = 27 - 9 \times 0.5 = 22.5 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{V}{15} = \frac{22.5}{15} = 1.5 \text{ A}$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت 6Ω برابر است با:

$$P = RI_1^2 = 6 \times (1.5)^2 = 13.5 \text{ W}$$

اکنون کلید را در حالت (۲) قرار می‌دهیم:



$$R_1 = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3 \Omega, \quad R_2 = 3 + 9 = 12 \Omega$$

$$R'_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

$$I' = \frac{\epsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{27}{4.5} = 6 \text{ A}$$

جریان عبوری از باتری برابر است با:

همان‌طور که از مدار مشخص است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω با

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است:

$$V' = \epsilon - I'r = 27 - 6 \times 0.5 = 24 \text{ V}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{24 \times 24}{6} = 96 \text{ W} \Rightarrow P' - P = 82.5 \text{ W}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

(ابوالفضل کومش‌نژاد)

۶۷- گزینه «۱»

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{5}{0.01} = 500 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

یکنواخت

$$F_E = |q| E = 2 \times 10^{-6} \times 500 = 10^{-3} \text{ N}$$



(مسئله الفی)

۷۲- گزینه «۲»

موارد (الف) و (ج) درست و بقیه موارد نادرست می‌باشند.
شکل درست موارد نادرست:

(ب) کار نیروی وزن برای هر سه گلوله یکسان است، زیرا تغییر ارتفاع یکسان و جرم برابر دارند. $(W_{mg} = mgh)$

(د) با توجه به این که اندازه تکانه حاصل ضرب m و v می‌باشد و با توجه به یکسان بودن تندی گلوله‌ها هنگام خوردن به زمین و همچنین مشابه بودن جرم آن‌ها، اندازه تکانه آن‌ها نیز یکسان است.

(ه) چون گلوله (۲) به سمت بالا پرتاب شده است، ابتدا تندی آن کاهش و سپس افزایش می‌یابد، اما توپ (۳) به پایین پرتاب شده و تندی آن همواره افزایش می‌یابد. (فیزیک ۲- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

(پیام مردی)

۷۳- گزینه «۲»

مجموع گرمای مبادله شده تا رسیدن به حالت تعادل برابر صفر است. ابتدا دمای تعادل را برحسب درجه سلسیوس محاسبه می‌کنیم و سپس آن را به درجه فارنهایت تبدیل می‌کنیم:

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow m(3c)(\theta - 60) + 2mc(\theta - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 3\theta - 180 + 2\theta - 40 = 0 \Rightarrow 5\theta = 220 \Rightarrow \theta = 44^\circ\text{C}$$

$$F = 1/8\theta + 32 = 1/8(44) + 32 = 111/2^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(مسنن سلامتی و نر)

۷۴- گزینه «۳»

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$n_1 = \frac{10 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-3}}{8 \times (273 - 23)} = 25 \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{6 \times 10^5 \times 50 \times 10^{-3}}{8 \times (273 + 10)} = 10 \text{ mol}$$

$$\text{مول خارج شده} = 25 - 10 = 15 \text{ mol} \Rightarrow n = \frac{m}{M}$$

$$15 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 30 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

(زهره آقاممردی)

۷۵- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} \Rightarrow \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|}$$

$$\frac{|Q_C| = 90 \text{ J}}{\eta = 0.25 = \frac{1}{4}} \rightarrow \frac{1}{4} |W| + \frac{1}{4} \times 90 = |W| \Rightarrow |W| = 30 \text{ J}$$

بنابراین توان خروجی ماشین برابر است با: $P = \frac{|W|}{t} = \frac{30}{0.4} = 75 \text{ W}$
(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{I_m = 4 \text{ A}}{T = 2 \times 10^{-2} \text{ s}} \rightarrow I = 4 \sin \frac{2\pi}{2 \times 10^{-2}} t = 4 \sin 100 \pi t$$

در پایان، جریان الکتریکی گذرنده از پیچه را در لحظه $t = \frac{1}{120} \text{ s}$ پیدا می‌کنیم:

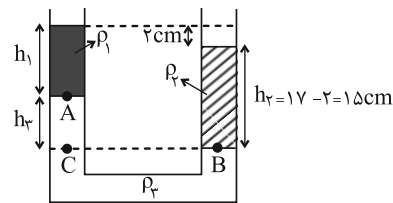
$$I = 4 \sin 100 \pi \times \frac{1}{120} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۷۰- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با توجه به شکل زیر، فشار در دو نقطه B و C برابر هستند و داریم:



$$P_C = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$1/2 h_1 + 1/92 h_2 = 1/6 \times 15$$

$$h_1 + h_2 = 17 \text{ cm}$$

از طرفی داریم:

$$\left. \begin{aligned} 1/2 h_1 + 1/92 h_2 &= 24 \\ -1/2 h_1 - 1/2 h_2 &= -20/4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0/72 h_2 = 3/6 \Rightarrow h_2 = 5 \text{ cm}$$

$$h_1 + 5 = 17 \Rightarrow h_1 = 12 \text{ cm}$$

اکنون می‌توانیم اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را به دست آوریم:

$$P_B - P_A = \rho_2 g h_2 = \frac{\rho_2 = 1/92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, h_2 = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

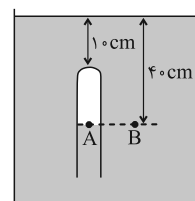
$$P_B - P_A = 1920 \times 10 \times 5 \times 10^{-2} = 960 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۱- گزینه «۲»

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_A = P_0 + \rho g h_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow P_A = 90000 + 1700 \times 10 \times \frac{4}{10} = 90000 + 6800$$

$$P_A = 96800 \text{ Pa} = 968 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)



شیمی

۷۶- گزینه «۳»

(فرشید مرادی)

عنصر X در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد و قادر به تشکیل ترکیب یونی XF_p است. در کاتیون سازنده این ترکیب، شمار الکترون‌های دارای $l = 1$ (الکترون‌های زیرلایه p اشغال شده از الکترون در تمام لایه‌ها) با شمار الکترون‌های با عدد کوانتومی اصلی $n = 3$ برابر است. لایه الکترونی سوم ($n = 3$) شامل زیرلایه‌های $3s$ ، $3d$ و $3p$ بوده و گنجایش متغیری از الکترون‌ها بسته به عنصر دارد (حداکثر توانایی این لایه برای پذیرش الکترون برابر ۱۸ است؛ ۲ الکترون در زیرلایه $3s$ ، ۶ الکترون در زیرلایه $3p$ و ۱۰ الکترون در زیرلایه $3d$). برای یافتن عنصر X، باید به دنبال عنصری در دوره چهارم بگردیم که در آرایش الکترونی کاتیون $+3$ آن، تعداد الکترون‌های p اشغال شده در تمام لایه‌ها با تعداد کل الکترون‌های موجود در لایه $n = 3$ برابری کند. آرایش الکترونی $[\text{Ar}] 3d^5 4s^2$ ، $[\text{Ar}] 3d^4$ الکترونی $3+$ Mn با آرایش زیرلایه‌های $3p$ و $3d$ برابر ۱۲ است و شمار الکترون‌های موجود در لایه $n = 3$ (۲ الکترون در زیرلایه $3s$ ، ۶ الکترون در زیرلایه $3p$ و ۴ الکترون در زیرلایه $3d$) نیز برابر ۱۲ است. این تطابق نشان می‌دهد که عنصر X، همان عنصر فلزی منگنز بوده و یون مورد نظر در این سوال Mn^{3+} است. عنصر منگنز در دوره چهارم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد و با نخستین رادیوایزوتوپ تولید شده (یعنی عنصر تکنسیم (${}^{99}\text{Tc}$) که در دوره پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد)، هم‌گروه است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۷- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow 28 / 8 = 28 + (30 - 28) \times \frac{F_2}{100}$$

$$2 \times \frac{F_2}{100} = 0 / 8 \Rightarrow F_2 = 40\% \Rightarrow F_1 = 60\%$$

فراوانی ${}^{28}\text{A}$

$$? \text{ atom } {}^{28}\text{A} = 96 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{28 / 8 \text{ g A}} \times \frac{N_A}{1 \text{ mol A}}$$

$$\times \frac{60 \text{ atom } {}^{28}\text{A}}{100 \text{ atom A}} = 2 N_A$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه ۱۵)

۷۸- گزینه «۲»

(محمدرضا جمشیری)

بررسی گزینه‌ها:
۱) درست؛ زیرا به عنوان مثال در طیف نشری خطی B، علاوه بر طیف‌های نشری خطی عنصرهای A و E، خطوط طیف نشری خطی عنصرهای C و D نیز مشاهده می‌شود.

۲) نادرست؛ ۲ تا از خط‌های طیف نشری خطی F در بازه ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر، در هیچ کدام از خطوط A تا E وجود ندارد، بنابراین فقط می‌تواند به یک عنصر فلزی مربوط باشد.

۳) درست؛ در طیف A، طول موج خطوط، بلندتر از طیف E است، بنابراین انرژی آزاد شده حاصل از انتقال آن‌ها کمتر است.

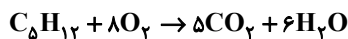
۴) درست؛ همه خطوط طیف B با طول موج‌های معین، در مجموعه خطوط طیف‌های C و D مشاهده می‌شوند، پس طیف نشری خطی B می‌تواند نشان دهنده طیف نشری خطی مخلوط دو عنصر فلزی C و D (یا آلیاژ حاصل از آن‌ها) باشد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۷۹- گزینه «۳»

(مسین شاهسواری)

در دمای اتاق، آلکان‌هایی که دارای بیش از ۴ کربن هستند، به حالت مایع می‌باشند. از طرفی H_2O در دمای اتاق (25°C) به حالت مایع می‌باشد.



(مجموع جرم) $164 \text{ g} = \text{تفاوت حجم گاز L} ?$

$$\times \frac{24 / 4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} \times \frac{\text{تفاوت حجم گاز mol } (8 - 5)}{(1 \times 22) + (8 \times 32) \text{ g}}$$

تفاوت حجم گازها $36 / 6 \text{ L}$

$$\Rightarrow \text{CO}_2 \text{ و } \text{O}_2 \text{ تفاوت حجم گاز } 36 / 6 \text{ L}$$

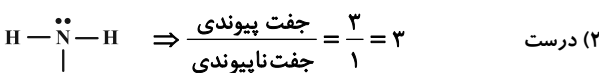
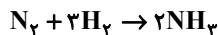
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۸۰- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

بررسی گزینه‌ها:

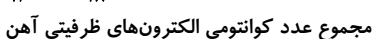
۱) درست؛ انجام این واکنش با کاهش شمار مول‌های گازی سامانه همراه است:



$\text{N} \equiv \text{N} :$ و واکنش دهنده با نقطه جوش بیشتر

$$\Rightarrow \frac{\text{جفت پیوندی}}{\text{جفت ناپیوندی}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۳) درست؛ کاتالیزگر ورقه آهنی است.



مجموع عدد کوانتومی الکترون‌های ظرفیتی آهن

$$\Rightarrow 6 \times (3 + 2) + 2 \times (4 + 0) = 38$$

۴) نادرست؛ آمونیاک به عنوان کود شیمیایی به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۸۱- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

موارد (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) دریاها و اقیانوس‌ها محلول‌های همگنی هستند که از حل شدن انواع یون‌ها (مانند یون‌های سدیم و کلرید) و مولکول‌ها (مانند اکسیژن) در آب تشکیل شده‌اند. این اختلاط در سطح مولکولی به قدری یکنواخت است که در هر نقطه از آب دریا، ترکیب شیمیایی آن تقریباً یکسان است.



ب) باریم سولفات و کلسیم فسفات هر دو رسوب‌هایی به رنگ سفید هستند. (پ) این عبارت که سالانه میلیاردها تن مواد از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شود درست است؛ فرسایش سنگ‌ها و ورود رسوبات رودخانه‌ها به اقیانوس‌ها به‌طور مداوم مواد معدنی و شیمیایی را به آب‌ها اضافه می‌کنند. با این حال، این ادعا که جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین در حال افزایش است، نادرست است. در واقع، یک چرخه تعادلی وجود دارد که در آن، همزمان با ورود مواد جدید، وجود فرایندهایی، باعث حذف مواد محلول از آب می‌شوند. در نتیجه، جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت باقی می‌ماند و یک تعادل بین ورود و خروج مواد برقرار است.

ت) تهیه محلول سیرشده مستلزم آن است که حلال قادر به حل کردن مقدار محدودی از ماده حل‌شده باشد و پس از رسیدن به آن حد، دیگر ماده حل‌شده در آن حل نشود. استون و آب هر دو مولکول‌های قطبی هستند و به دلیل ایجاد پیوندهای هیدروژنی قوی بین مولکول‌هایشان، به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند. این انحلال‌پذیری بسیار بالا بدان معناست که استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود و هیچ حد مشخصی برای میزان حل شدن آن وجود ندارد. به همین دلیل، نمی‌توان با انحلال استون در آب به یک محلول سیرشده دست یافت، زیرا همواره می‌توان مقدار بیشتری استون را در آب حل کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۷)

۸۲- گزینه «۱»

در دمای 50°C ، انحلال‌پذیری KCl در 100 گرم آب برابر است با:
 $S = (0/3 \times 50) + 27 = 42$
 بنابراین مقدار نمکی که می‌تواند در 500 گرم آب حل شود برابر خواهد بود با:

$$500\text{ g آب} \times \frac{42\text{ g KCl}}{100\text{ g آب}} = 210\text{ g KCl}$$

به این ترتیب مقدار نمک باقی‌مانده برابر با 30 گرم خواهد بود ($30\text{ g} = 240 - 210$) که دمای مورد نیاز برای حل کردن آن در 100 گرم آب برابر خواهد بود با:

$$30 = (0/3 \times \theta) + 27 \Rightarrow 0/3\theta = 3 \Rightarrow \theta = 10^{\circ}\text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۳- گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

واکنش‌ها انجام شده در گزینه‌ها به صورت زیر می‌باشند:

- ۱) $\text{FeCl}_3(\text{aq}) + 3\text{NaOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s}) + 3\text{NaCl}(\text{aq})$
- ۲) $2\text{Na}_3\text{PO}_4(\text{aq}) + 3\text{CaCl}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2(\text{s}) + 6\text{NaCl}(\text{aq})$
- ۳) $\text{AgNO}_3(\text{aq}) + \text{NaCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{AgCl}(\text{s}) + \text{NaNO}_3(\text{aq})$
- ۴) $\text{HCl}(\text{aq}) + \text{KOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{KCl}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

واکنش ۴ تنها واکنشی است که در آن رسوب تولید نشده و نمونه‌ای از واکنش تبدیل یک محلول به مخلوط نمی‌باشد. در واکنش‌های ۱ تا ۳ با تولید فاز جامد (رسوب)، مخلوط ناهمگن تولید می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۸۴- گزینه «۲»

(یاسر راش)

نسبت شمار الکترون‌های لایه ظرفیت به شمار الکترون‌های لایه اول برای چهار عنصر نافلز A تا D در دوره‌های دوم و سوم جدول به ترتیب برابر ۲، ۳، ۴/۵ و ۵/۲ است. بنابراین عنصر A می‌تواند فقط کربن باشد، عنصر B می‌تواند فلئور یا کلر باشد، عنصر C می‌تواند اکسیژن یا گوگرد باشد و عنصر D می‌تواند نیتروژن یا فسفر باشد. بنابراین گشتاور دوقطبی مولکول‌های AB_3 (که می‌تواند CF_3 یا CCl_3 باشد) و AC_3 (که می‌تواند CO_3 یا CS_3 باشد) برابر صفر بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های CB_3 (که می‌تواند SCl_3 یا SF_3 یا OF_3 یا OCl_3 باشد) و DB_3 (که می‌تواند PF_3 یا PCl_3 یا NF_3 یا NCl_3 باشد) بزرگ‌تر از صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۵- گزینه «۲»

(مهمرباشا جمشیری)

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: واکنش‌پذیری هالوژن‌ها با افزایش جرم مولی (یعنی از بالا به پایین در جدول تناوبی) کاهش می‌یابد.

مورد سوم: در عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی (یعنی از چپ به راست) شعاع اتمی آن‌ها کاهش می‌یابد.

مورد چهارم: با افزایش عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی (یعنی از بالا به پایین)، شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۸۶- گزینه «۳»

(علی پیغمبری)

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) واکنش انجام شده در فرایند ترمیت به صورت زیر است:



فراورده مذاب این واکنش Fe(l) می‌باشد نه Al(l).

پ) براساس توسعه پایدار باید در تولید یک ماده یا عرضه خدمات، همه هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی را در نظر گرفت.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

۸۷- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

واکنش موازنه شده:



مجموع ضرایب استوکیومتری: ۵۵

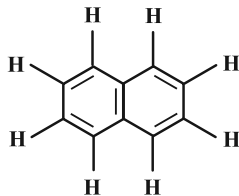
به ازای تولید ۸ مول H_2O ، ۵ مول Br_2 (مواد مولکولی) تولید و ۲ مول پتاسیم پرمنگنات مصرف می‌شود.

$$8\text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18\text{ g H}_2\text{O}}{1\text{ mol H}_2\text{O}} = 144\text{ g H}_2\text{O}$$

$$5\text{ mol Br}_2 \times \frac{160\text{ g Br}_2}{1\text{ mol Br}_2} = 800\text{ g Br}_2$$



۴) نفتالن ($C_{10}H_8$) مدت‌ها به عنوان ضد بید استفاده می‌شد و ساختار آن به صورت زیر است. اختلاف مورد نظر در این گزینه برابر ۳ است.



(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۹۰- گزینه «۴»

(مسین شاهسواری)

فرمول مولکولی آن به صورت $C_{14}H_{10}O_4NCl_4$ است پس نسبت جرمی نیتروژن به هیدروژن ($\frac{14}{9} \approx 1/55$) کمتر از ۲ است. بررسی سایر گزینه‌ها:

$$(1) \quad 10 \times 4 + 9 \times 1 + 4 \times 6 + 1 \times 5 + 2 \times 7 = 92$$

C H O N Cl

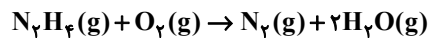
۲) این مولکول حاوی یک گروه الکلی و یک پیوند C-N است. ۳) مولکول داده شده، به علت داشتن گروه عاملی الکلی، کربوکسیل و آمینی، می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید و پلی‌استر شرکت کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱، ۱۱۶ و ۱۱۷)

۹۱- گزینه «۱»

(امیر حاتمیان)

ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

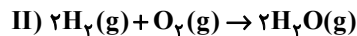


۱) واکنش (I) را معکوس می‌کنیم.



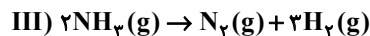
$$\Delta H'_1 = -183 \text{ kJ}$$

۲) معادله واکنش (II) بدون تغییر باقی بماند.



$$\Delta H'_2 = -486 \text{ kJ}$$

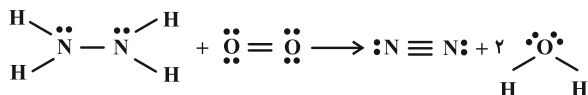
۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H'_3 = 92 \text{ kJ}$$

$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = -183 - 486 + 92 = -577 \text{ kJ}$$

ساختار مولکول‌های موجود در معادله واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}} = [4\Delta H_{\text{N-H}} + \Delta H_{\text{N-N}} + \Delta H_{\text{O=O}}]$$

$$- [4\Delta H_{\text{N} \equiv \text{N}} + 4\Delta H_{\text{O-H}}]$$

$$-577 = [4\Delta H_{\text{N-H}} + 162 + 495] - [944 + 4 \times 462]$$

$$\Delta H_{\text{N-H}} = 390 / 5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۴ تا ۷۷)

$$? \text{ g ماده مولکولی} = 118 / 5 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{P}{100}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4 \times 944 \text{ g ماده مولکولی}}{158 \text{ g KMnO}_4 \times 2 \text{ mol KMnO}_4} = 247 / 8 \text{ g}$$

$$\Rightarrow P = 70\%$$

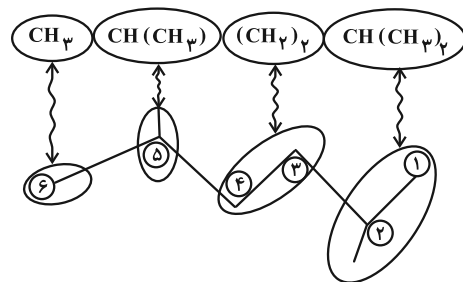
(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۸- گزینه «۳»

(یاسر راش)

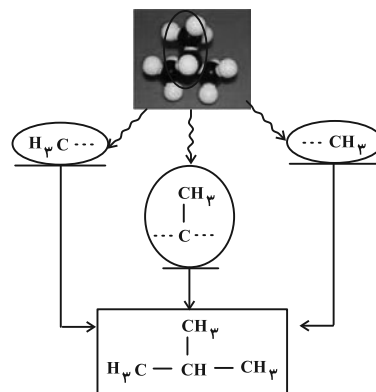
فقط مورد دوم به نادرستی نام‌گذاری شده است.

بررسی ترکیب دوم:



۲، ۵- دی متیل هگزان

بررسی ترکیب چهارم:



۲- متیل پروپان یا متیل پروپان

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۸۹- گزینه «۱»

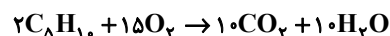
(فرشید مرادی)

گاز اتن سنگ بنای صنایع پتروشیمی است که در واکنش با آب، تولید اتانول می‌کند که یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) هر هیدروکربنی که دارای پیوند دوگانه باشد، می‌تواند با برم واکنش داده و در صورت کافی بودن، می‌تواند رنگ قرمز آن را از بین ببرد.

۳) معادله سوختن یک مول سیکلوپنتان (C_5H_{10}) به صورت زیر است:



اختلاف شمار مول‌های فرآورده‌ها با واکنش‌دهنده‌ها به ازای مصرف ۲ مول سیکلوپنتان، ۳ مول است که البته به ازای سوختن یک مول C_5H_{10} ، این اختلاف برابر ۱/۵ مول می‌شود.

۹۲- گزینه «۱»

(امیرمهر کنگرانی)

قسمت اول:

$$\Delta t(h) = 90s \times \frac{1h}{3600s} = 0.025h$$

حجم گاز تولید شده تا پایان ثانیه ۹۰

$$= 336 + 224 + 112 + 56 + 28 + 14 = 770 \text{ mL}$$

سرعت تولید گاز در ۹۰ ثانیه ابتدایی

$$= \frac{\left(\frac{770}{22400}\right) \text{ mol CO}_2}{0.025h} = 1.375 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$

قسمت دوم: در انتهای ثانیه ۱۵ ام، ۳۳۶ میلی‌لیتر گاز CO₂ در

شرایط STP تولید شده است و جرم مخلوط برابر ۶۵/۴۴ گرم است،

بنابراین به اندازه جرم ۳۳۶ میلی‌لیتر گاز CO₂ در شرایط STP از جرم

مخلوط اولیه کم شده و به ۶۵/۴۴ گرم رسیده است، در نتیجه جرم مخلوط

$$\text{اولیه برابر خواهد بود با: } 65/44 + \left(\frac{336}{22400}\right) \times 44 = 66/1g$$

(شیمی ۲- در پی غزای سالم: صفحه‌های ۱۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

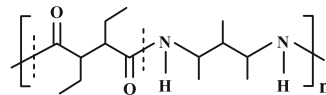
۹۳- گزینه «۳»

(هاری معوی زاره)

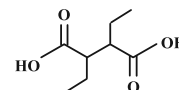
ساختار دی‌آمین و دی‌اسید سازنده پلیمرهای داده شده در هر گزینه به

صورت زیر است:

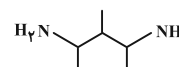
گزینه «۱»:



ساختار پلی‌آمید:

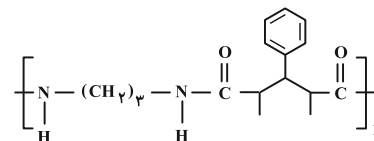


ساختار دی‌اسید:

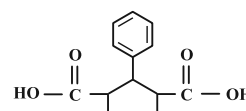


ساختار دی‌آمین:

گزینه «۲»:



ساختار پلی‌آمید:

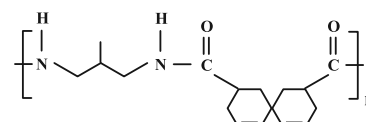


ساختار دی‌اسید:

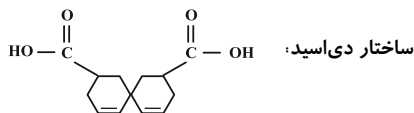


ساختار دی‌آمین:

گزینه «۳»:



ساختار پلی‌آمید:

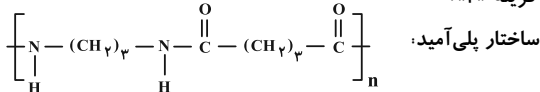


ساختار دی‌اسید:

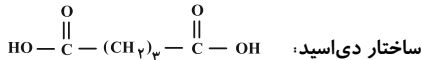


ساختار دی‌آمین:

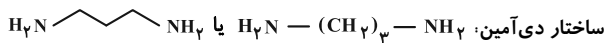
گزینه «۴»:



ساختار پلی‌آمید:



ساختار دی‌اسید:



ساختار دی‌آمین:

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه ۱۱۷)

۹۴- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

۱) آشناترین کربوکسیلیک اسید، همان استیک اسید (CH₃COOH) و

ساده‌ترین استر همان متیل متانوات (HCOOCH₃) یا (C₂H₄O₂)

است. این دو ترکیب ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند.

۲) چگالی پلی‌اتن سبک (۰/۹۲) از پلی‌اتن سنگین (۰/۹۷) کمتر است،

اما هر دو نوع پلی‌اتن به دلیل چگالی کمتری که نسبت به آب دارند، روی

سطح آن شناور باقی می‌مانند.

۳) تفاوت ساختار استر عامل بو و طعم آناناس (اتیل بوتانوات

یا C₆H₁₂O₂) و استر عامل بو و طعم سیب (متیل بوتانوات)

یا C₅H₁₀O₂ تنها در یک گروه CH₃ است که جرم مولی آن

برابر ۱۴ g.mol⁻¹ است. از طرفی دو آلکان متوالی نیز در یک

گروه CH₂ اختلاف دارند، پس اختلاف‌های مورد نظر برابر هستند.

۴) از سولفوریک اسید (H₂SO₄) به عنوان کاتالیزگر در واکنش «اتن با

آب» و «استری شدن» استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۸، ۱۰۹ و ۱۱۳ تا ۱۱۳)

۹۵- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی مهر)

هرگاه دو اسید با قدرت اسیدی متفاوت، pH مشابه داشته باشند به این

معنی است که غلظت اسید ضعیف‌تر بیشتر بوده است. همچنین می‌دانیم که

در واکنش فلز منیزیم با اسید، مقدار H₂ تولید شده وابسته به مقدار غلظت

اولیه دو اسید است، نه pH محلول!

از آنجا که ثابت یونش HB کمتر است، پس غلظت اولیه آن، بیشتر از

غلظت اولیه HA است، پس بر اثر واکنش مقدار کافی فلز منیزیم با

حجم‌های برابر از محلول این دو اسید، در واکنش فلز منیزیم با محلول

اسید HB، گاز H₂ بیشتری تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) شمار مولکول‌های یونیده نشده در محلول HB بیشتر است.



(فرشید مراری)

۹۷- گزینه «۱»

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 460 = \frac{\text{جرم Na}^+}{2000} \times 10^6$$

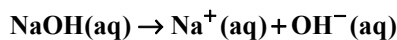
$$\Rightarrow \text{جرم Na}^+ = 0.92 \text{ g}$$

$$0.92 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} = 0.04 \text{ mol Na}^+$$

$$\text{چگالی محلول} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = \frac{2 \text{ kg}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\Rightarrow \text{حجم محلول} = 1.6 \text{ L}$$

$$\text{غلظت مولی Na}^+ = \frac{0.04 \text{ mol}}{1.6 \text{ L}} = 0.025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$\frac{M_{\text{NaOH}} = [\text{OH}^-]}{M_{\text{NaOH}}} \rightarrow M_{\text{NaOH}} = 0.025 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{HCl محلول: } M_{\text{HCl}} = [\text{H}^+] = 10^{-2/3} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$n_a \cdot M_a \cdot V_a = n_b \cdot M_b \cdot V_b$$

$$\Rightarrow 1 \times 5 \times 10^{-3} \times V_a = 1 \times 0.025 \times 0.25$$

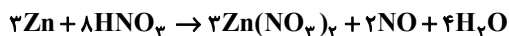
$$\Rightarrow V_a = 1.25 \text{ L}$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

(ممد رضا پورباویر)

۹۸- گزینه «۲»

معادله واکنش موازنه شده، به صورت زیر است:



Zn گونه کاهنده بوده (عدد اکسایش آن از صفر به ۲ افزایش یافته)

و HNO₃ گونه اکسنده است که عدد اکسایش N در آن از ۵ به ۲

(در NO) کاهش یافته است.

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) در این واکنش ۶ الکترون مبادله شده است که این تعداد، ۲ برابر ضرب

استوکیومتری Zn(NO₃)₂ می‌باشد.

(۲) ضرب استوکیومتری گونه اکسنده (HNO₃)، $\frac{8}{3}$ برابر ضرب

استوکیومتری گونه کاهنده (Zn) است.

(۳) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها به ترتیب برابر

۱۱ و ۹ است.

(۴) از بین ۸ اتم نیتروژن موجود در واکنش دهنده‌ها (۸HNO₃)، تنها عدد

اکسایش ۲ اتم نیتروژن (در ۲NO) تغییر یافته است. عدد اکسایش هر

اتم N از ۵ به ۲ رسیده است و در نتیجه مجموع تغییرات عدد اکسایش ۲

اتم نیتروژن برابر با ۶ واحد بوده است که این مقدار ۳ برابر ضرب

استوکیومتری NO است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

(۳) با رقیق تر کردن محلول یا کاهش غلظت در دمای ثابت، درجه یونش افزایش می‌یابد، اما ثابت یونش فقط بر اثر تغییر دمای محلول، تغییر می‌کند.

(۴) مطابق اصل لوشاتلیه، OH⁻ حاصل از انحلال اسید فلزی با H⁺ حاصل از یونش اسید واکنش می‌دهد و واکنش تعادلی یونش اسید، برای جبران کاهش غلظت H⁺، به سمت رفت حرکت می‌کند، در نتیجه درجه یونش اسید افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸ +

شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(امیرمسین طیبی)

۹۶- گزینه «۴»

قسمت اول:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \xrightarrow{K_a < 10^{-5}} K_a = \frac{[\text{H}^+]}{M}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = \sqrt{K_a \cdot M}$$

$$[\text{H}^+] = \sqrt{3 \times 10^{-7} \times 75 \times 10^{-3}} = 15 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 5 - (\log 3 + \log 5) = 5 - 1/2 = 3/8$$

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-]}{M - [\text{OH}^-]} \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = \frac{[\text{OH}^-]}{0.1 - [\text{OH}^-]}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] + 5 \times 10^{-2} [\text{OH}^-] - 5 \times 10^{-3} = 0$$

$$\Delta = 25 \times 10^{-4} - 4(-5 \times 10^{-3})(1) = 225 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{-5 \times 10^{-2} \pm 15 \times 10^{-2}}{2} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}}{5 \times 10^{-2}} \rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-13} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$-\log[\text{H}^+] \rightarrow \text{pH} = 13 - \log 2 = 12/7$$

$$\Delta \text{pH} = 12/7 - 3/8 = 8/9$$

محاسبه تفاوت pH ها:

قسمت دوم:

محاسبه درجه یونش اسید: روش اول:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{K_a < 10^{-5}} K_a = M\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{3 \times 10^{-7}}{75 \times 10^{-3}}} \Rightarrow \alpha_{\text{HA}} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_{\text{HA}} = \frac{[\text{H}^+]}{M_{\text{HA}}} = \frac{15 \times 10^{-5}}{0.075} = 2 \times 10^{-3}$$

روش دوم:

$$\alpha_{\text{KOH}} = \frac{[\text{OH}^-]}{M} = \frac{5 \times 10^{-2}}{0.1} = 0.5$$

$$\frac{\alpha_{\text{KOH}}}{\alpha_{\text{HA}}} = \frac{0.5}{2 \times 10^{-3}} = 250$$

محاسبه نسبت خواسته شده:

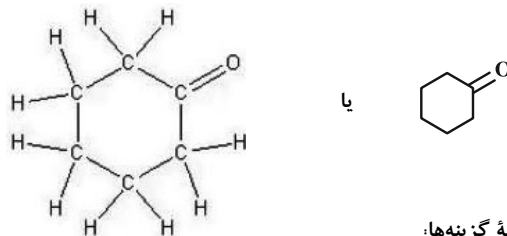
(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)



۹۹- گزینه «۳»

(یاسر راش)

با توجه به نام ترکیب (سیکلوهگزانون) و فرمول ارائه شده، سیکلوهگزانون یک ترکیب آلی حلقوی (کتون حلقوی) است که یک حلقه شش کربنی دارد و یکی از کربن‌ها مربوط به گروه کربونیل (C=O) است (ساختار زیر).



بررسی همه گزینه‌ها:

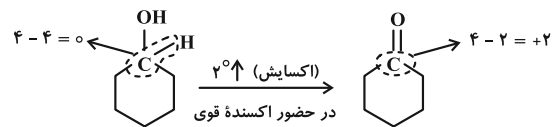
۱) سیکلوهگزانون به دلیل ساختار مولکولی و قطبیت کم، حلالیت بسیار کمی در آب دارد و انحلال پذیری آن در آب کمتر از انحلال پذیری گلوکز در آب است.

۲) $C_6H_{10}O = 6(12) + 10(1) + 1(16) = 98 g \cdot mol^{-1}$: سیکلوهگزانون
 $C_7H_{12}O_2 = 7(12) + 12(1) + 2(16) = 122 g \cdot mol^{-1}$: بنزواتیک اسید

اختلاف $\rightarrow 24 g \cdot mol^{-1}$

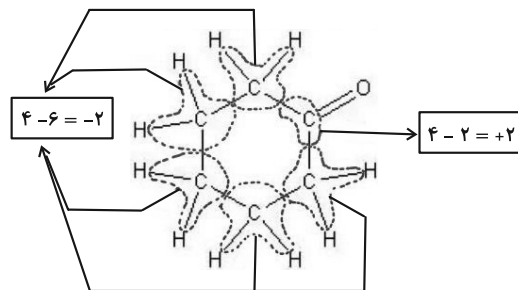
جرم مولی اتین (C_2H_2) برابر $2(12) + 2(1) = 26 g \cdot mol^{-1}$ است.

۳) به فرایند زیر توجه کنید:



عدد اکسایش کربن متصل به اتم اکسیژن، بر اثر اکسایش در حضور یک اکسنده قوی از صفر به +۲ در سیکلوهگزانون می‌رسد.

۴) با توجه به شکل زیر اختلاف بیشترین و کمترین عدد اکسایش اتم‌های کربن در سیکلوهگزانون برابر ۴ است.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۰)

۱۰۰- گزینه «۲»

(مفسر مهنونی)

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) معادله موازنه شده واکنش کلی زنگ زدن آهن به صورت زیر است:

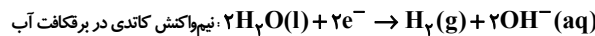
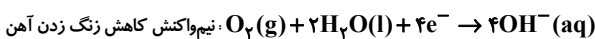


$$? Fe(OH)_3 g = 3 / 612 \times 10^{22} e^- \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol } Fe(OH)_3}{12 \text{ mol } e^-} \times \frac{107 \text{ g } Fe(OH)_3}{1 \text{ mol } Fe(OH)_3} = 2 / 14 \text{ g } Fe(OH)_3$$

ب) هر چه pH محیط کمتر باشد، یعنی غلظت یون هیدرونیوم $[H^+]$ بیشتر است. لذا محیط اسیدی‌تر بوده و می‌دانیم که در محیط اسیدی، آهن سریع‌تر زنگ می‌زند.

پ)



ت) با توجه به واکنش کلی این نسبت برابر ۳/۲۵ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۵۷ و ۵۸)

۱۰۱- گزینه «۳»

(فرشید مراری)

اتم‌های کربن در ساختار الماس و گرافیت، دارای ۴ پیوند اشتراکی هستند، اما شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن در الماس ۴ تا و در گرافیت ۳ تا اتم است. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گرافیت مانند الماس، نقطه ذوب بالایی دارد؛ زیرا هر دو جزو جامدهای کووالانسی هستند. در جامدهای کووالانسی، برای ذوب کردن باید بر پیوند کووالانسی غلبه کرد.

۲) گرافیت دارای ساختار لایه‌ای است و برخلاف الماس که ساختار سه بعدی دارد، نرم است.

۴) گرافیت یک جامد کووالانسی با چینش دو بعدی اتم‌ها است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۷۱)

۱۰۲- گزینه «۴»

(هاری معوی زاره)

برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه ابتدا باید به مجموع اندازه بار آنیون و کاتیون دقت کرد. هر چه این عدد بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بزرگ‌تر خواهد بود. اگر برای دو ترکیب این عدد مشابه بود (مثل $LiCl$ و $NaBr$), باید به شعاع آنیون و کاتیون توجه کرد. هر چه مجموع شعاع یون‌های سازنده یک ترکیب بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه کمتر خواهد بود.

موارد بالا در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» رعایت شده‌اند، مقایسه انجام شده در گزینه «۴» نادرست است.

در رابطه با دلیل نادرستی گزینه «۴»، می‌توان گفت که آنتالپی فروپاشی شبکه KF از $LiBr$ بیشتر است (مطابق نمودار کتاب درسی) و آنتالپی

فروپاشی LiI از $LiBr$ بیشتر است (به دلیل بزرگ‌تر بودن آنیون I^-

نسبت به Br^-), بنابراین: $KF > LiI$: آنتالپی فروپاشی شبکه

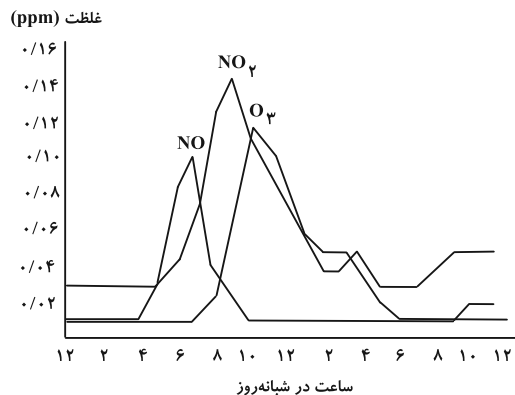
(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)



۱-۳- گزینه «۱»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به شکل زیر درست است:

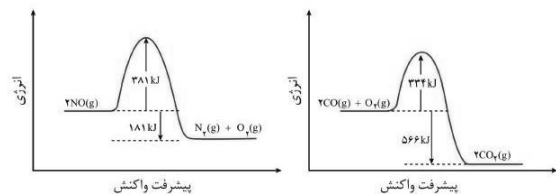


(۲) با توجه به جدول زیر، مقدار گاز CO خروجی از آگروز خودروها، چند برابر مقدار NO همراه آن است.

مقدار آلاینده به ازای طی یک کیلومتر (گرم)	فرمول شیمیایی آلاینده
۵/۹۹	CO
۱/۶۷	C _x H _y
۱/۰۴	NO

(۳) نماد عنصر فلزی رودیم به صورت Rh است.

(۴) با توجه به نمودار زیر E_a واکنش تبدیل CO به CO_۲، کمتر از E_a واکنش تبدیل NO به N_۲ است.



(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۰)

۱-۴- گزینه «۱»

(یاسر راش)

ابتدا ثابت تعادل را در حالت اولیه و قبل از اعمال تغییر حجم به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} [N_2] = \frac{5 \times 0.02}{2L} = 0.05 \text{ mol} \cdot L^{-1} \\ [H_2] = \frac{10 \times 0.02}{2L} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1} \\ [NH_3] = \frac{3 \times 0.02}{2L} = 0.03 \text{ mol} \cdot L^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} = \frac{(0.03)^2}{(0.05)(0.1)^3} = 18 L^2 \cdot \text{mol}^{-2}$$

از آنجایی که در دمای ثابت، حجم کاهش یافته است، بنابراین مقدار ثابت تعادل تغییر نکرده و مقدار آن در تعادل جدید نیز برابر حالت اول خواهد بود. با کاهش حجم سامانه، تعادل مطابق اصل لوشاتلیه به سمت شمار

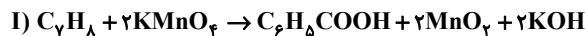
مول‌های گازی کمتر یعنی سمت فراورده پیشروی می‌کند تا تغییر تحمیل شده بر تعادل تا حد امکان تعدیل شود. پس در تعادل جدید شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها، کمتر از شمار مول‌های آن‌ها در تعادل اولیه خواهد بود، بنابراین شکل‌های گزینه‌های «۲» و «۳» نادرست است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱-۵- گزینه «۴»

(یاسر راش)

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



بررسی موارد:

مورد اول: مواد معدنی در واکنش‌ها، ترکیب‌های KMnO_۴، MnO_۲ و KOH هستند. مجموع ضرایب این مواد در واکنش (II)، دو برابر مجموع ضرایب آن‌ها در واکنش (I) است.

تذکر: بدون موازنه معادله واکنش‌ها نیز می‌توان به درستی این عبارت پی برد! سه ماده غیرآلی در واکنش‌ها یکسان هستند و ضرایب فراورده‌های معدنی قطعاً با ضریب گونه اکسند (KMnO_۴) برابر خواهد بود؛ زیرا نسبت بین آن‌ها یک به یک است. از طرفی شمار گروه‌های متیل اکسیدشونده در پارازایلن، دو برابر شمار این گروه‌ها در تولوئن است، بنابراین شمار الکترون‌هایی که در واکنش (II)، بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود، دو برابر شمار این الکترون‌ها در واکنش (I) بوده و در نتیجه گزاره مطرح شده درست است.

مورد دوم: عامل اکسند در واکنش‌ها یون پرمنگنات (MnO_۴⁻) است. این گونه، الکترون‌ها را از گروه‌های متیل در واکنش‌دهنده‌های آلی می‌گیرد و خود به گونه MnO_۲ کاهش می‌یابد. در این فرایند گروه‌های متیل به گروه‌های کربوکسیل در فراورده‌های آلی اکسید می‌شود.

مورد سوم: افزایش دما معمولاً در افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی نقش مؤثری دارد. از طرفی، یون H⁺ که به واسطه اسیدی بودن محیط واکنش حضور پیدا می‌کند، در نقش یک کاتالیزگر عمل کرده و قدرت اکسندگی گونه اکسند را نیز افزایش می‌دهد.

مورد چهارم: یون پرمنگنات گونه‌ای اکسند است و سبب اکسایش گونه‌های دیگر می‌شود. با وجود غلظت بالای آن، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفنالیک اسید تأمین نمی‌شود. مگر آن‌که دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. با افزایش دما اگرچه شرایط انجام واکنش تأمین شده است، اما بازده همچنان مطلوب نیست. همه این‌ها نشان می‌دهد که اکسایش پارازایلن به ترفنالیک اسید دشوار است. از این‌رو شیمی‌دان‌ها در پی یافتن شرایطی آسان‌تر برای انجام این واکنش با بازده بالا هستند. آن‌ها با پژوهش‌های فراوان دریافته‌اند که استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می‌تواند راهگشا باشد. البته پژوهش‌ها برای یافتن واکنشی پربازده و باصرفه اقتصادی همچنان ادامه دارد.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)