دفترچه اختصاصی – ۱

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۱ (از ۲)

جامع ۲ (ویژهٔ کنکور اردیبهشت)

علوم ریاضی و فنی

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۲/۰۵

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون جامع ۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

هفته‌ی آخر، هفته‌ی تورق سریع

هفته‌ی آخر هفته‌ی تورق سریع است. سعی کنید همین امروز برنامه‌ی خود را برای این هفته تنظیم کنید تا بدانید در این هفته چه کارهایی می‌خواهید انجام بدهید. ممکن است بخواهید یک یا دو آزمون جامع هم در این هفته تمرین کنید. اما حتماً تورق سریعی روی کتاب‌های درسی، جزوه‌ها، کتاب خودآموزی، دست‌نوشته‌ها و یادداشت‌های خودتان داشته باشید. شما چه برنامه‌ای برای هفته‌ی آخر خود دارید؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۵ اردیبهشت ۱۴۰۴»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی : ۷۰ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
ریاضی‌پایه و حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰
هندسه و آمارورياضيات گسسته	۲۰	۲۱-۴۰
جمع کل	۴۰	۱-۴۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-بهمن امیدی-داود بوالحسنی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-محمد زنگنه کیان کریمی‌خراسانی-محمدرضا کشاورزی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-سوگند روشنی-شبنم غلامی-احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی- نیما مهندس- بابک نهرینی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه	آمارو ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی
ویراستاران رتبه‌برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح الله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه
زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه
زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- در یک دنباله با تعریف $a_{n+1} = a_n + ۲$ ، $(n \in \mathbb{N})$، جملهٔ اول $a_۱ = \alpha$، به هر یک از جملات دنباله، ۳ واحد اضافه می‌کنیم. اگر در دنبالهٔ حاصل، جملات دوم، چهارم و پنجم آن، با همین ترتیب، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت β باشند، آن‌گاه زوج مرتب (α , β) در کدام گزینه آمده است؟

۱) $(۳ , \frac{۵}{۴})$ ۲) $(-۱۳ , ۰/۵)$ ۳) $(-۳ , ۲/۵)$ ۴) $(۱۳ , \frac{۵}{۸})$

۲- اگر $\sqrt[۶]{\frac{۲}{۲-\sqrt{۳}}} - \sqrt[۶]{۴-۲\sqrt{۳}} = a$ باشد، حاصل $a^۲ - \frac{۲}{a}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۴}$ ۲) $-۲\sqrt[۳]{۳}$ ۳) $-۳\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $۴\sqrt[۳]{۲}$

۳- نمودار سهمی $y = ax^۲ + bx + c$، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور xها را در نقاطی به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. این سهمی از کدام نقطهٔ زیر عبور می‌کند؟

۱) $(-۲ , -۴)$ ۲) $(-۴ , ۱۴)$ ۳) $(۳ , ۴)$ ۴) $(۱ , -۲)$

۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\frac{۳}{x^۲+۱۱x+۲۸} + \frac{۲}{x^۲+۶x+۸} + \frac{۱}{x^۲+۳x+۲} = ۶$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) -۷ ۴) -۸

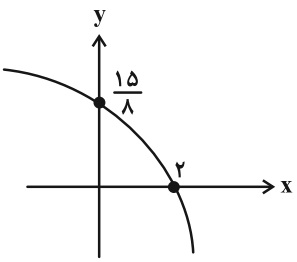
۵- اگر f یک تابع خطی و $f(x).f^{-۱}(۲x) = ۲x^۲ - x - ۳$ باشد، حاصل‌ضرب مقادیر ممکن برای $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۷

۶- توابع $f(x) = x + \sqrt{x^۲ + a}$ و $g(x) = x - \frac{۳}{x}$ مفروض‌اند. اگر $D_g = (۰ , +\infty)$ و $(gof^{-۱})(a) = ۲$، مقدار $g(a-۱)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۲۶}{۳}$ ۳) ۵/۵ ۴) $\frac{۱۷}{۳}$

۷- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = ۲ + a \times ۲^{c+bx}$ رسم شده است. مقدار $f(۱+f^{-۱}(-۶))$ کدام است؟



۱) ۴
۲) صفر
۳) -۱۴
۴) -۳۰

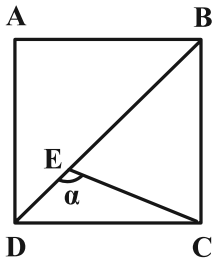
۸- حاصل عبارت $(\log ۲)^۳ + \log ۸ . \log ۵ + (\log ۵)^۳$ کدام است؟

۱) $\log_۲^۵$ ۲) $۲\log_۲^۵$ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹- در مربع زیر $7DE = 2BD$، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



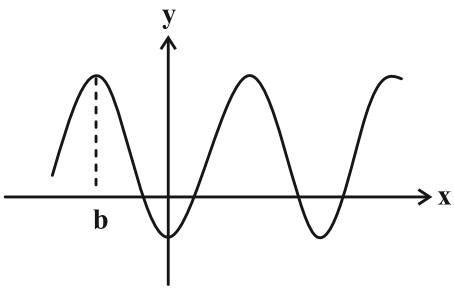
۱) $-\frac{۹}{۴}$

۲) $-\frac{۷}{۳}$

۳) $-\frac{۵}{۳}$

۴) $-\frac{۵}{۴}$

۱۰- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a\cos 2x + \cos^2 x + 1$ را نشان می‌دهد. اگر اختلاف بیشترین و کمترین مقدار این تابع برابر ۷ باشد، حاصل $f(ab)$ کدام است؟



۱) -۲

۲) -۳/۵

۳) ۳/۵

۴) ۵

۱۱- تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\tan x + \tan 3x = 4\sin 2x$ در بازهٔ $[0 , \pi]$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۲- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{2}{3}} \frac{\sin(\pi x + \frac{\pi}{3})}{9x^2 - 4}$ کدام است؟

۱) $-\frac{\pi}{12}$ ۲) $-\frac{\pi}{3}$ ۳) $\frac{\pi}{12}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۳- حد $\lim\limits_{x\to m^-} \frac{[x]-a}{x^2-3x-4} = -\infty$ به ازای دو مقدار متمایز m برقرار است. چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴- تابع $f(x)=\frac{x^n-x}{x^2+ax+b}$ با شرط $n\in\mathbb{N}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to\infty}(fof)(x)=\frac{1}{3}$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۵- توابع $f(x)=\frac{5}{2x^2+x-3}$ و $g(x)=\frac{x}{x-1}$ مفروض‌اند. نقطهٔ تلاقی مجانب‌های نمودار $g-f$ کدام است؟

۱) $(-1,1)$ ۲) $(1,\frac{3}{2})$ ۳) $(-\frac{3}{2},1)$ ۴) $(\frac{5}{2},1)$

۱۶- خط d، مماس بر نمودار تابع $f(x)=x^3-2x^2+1$ در ناحیهٔ اول بوده و بر خط $x+4y=5$ عمود است. کدام نقطهٔ زیر بر خط d واقع است؟

۱) $(3,5)$ ۲) $(1,3)$ ۳) $(0,-8)$ ۴) $(2,-1)$

۱۷- اگر $f(x)=-\sqrt{-x}$ باشد، حاصل $(fo\frac{1}{f})'(-4)$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{16}$ ۳) $-\frac{1}{32}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

۱۸- نقطهٔ $M(x,0)$ را به نقطه‌های $A(1,1)$ و $B(2,3)$ وصل می‌کنیم. ماکزیمم مقدار ممکن زاویهٔ $A\hat{M}B$ به ازای کدام طول برای نقطهٔ M به دست می‌آید؟ $(x>2)$

۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}+1$ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) $\frac{1+\sqrt{15}}{2}$

۱۹- طول نقاط اکسترمم نسبی و نقطهٔ عطف تابع $f(x)=ax^3+bx+c$، سه عدد صحیح متوالی است. اگر این نقاط روی خط $y=2x+1$ واقع باشند، حاصل $a-b+c$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۳ ۳) ۴ ۴) -۲

۲۰- در کدام یک از بازه‌های زیر، نمودار تابع $f(x)=\sin^2 x-2\sin x$، صعودی با تقعر به سمت پایین است؟

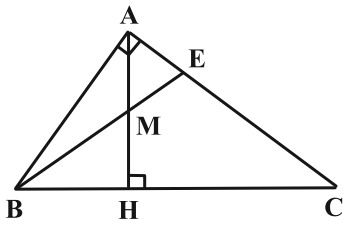
۱) $(0,\frac{\pi}{2})$ ۲) $(\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{6})$ ۳) $(\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2})$ ۴) $(\frac{11\pi}{6},2\pi)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- در مثلثی به طول اضلاع ۱۰، ۱۰ و ۱۲، نقطه‌ای از سه رأس مثلث به یک فاصله است. اندازهٔ این فاصله چقدر است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۶/۷۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، $BH = ۸$ ، $BC = ۲۶$ و $AM = MH$ است. اندازهٔ پاره‌خط ME کدام است؟



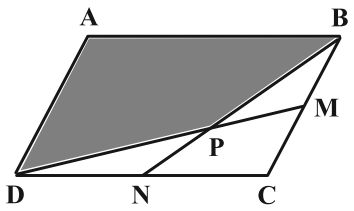
۱) $\frac{۹۰}{۱۷}$

۲) $\frac{۷۷}{۱۵}$

۳) $\frac{۶۸}{۱۳}$

۴) $\frac{۵۹}{۱۱}$

۲۳- در شکل زیر، نقاط M و N وسط اضلاع متوازی‌الاضلاع هستند و نقطهٔ P محل تلاقی دو پاره‌خط BN و DM است. مساحت چهارضلعی رنگی، چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



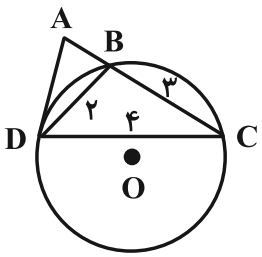
۱) $\frac{۵}{۸}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۴- در شکل زیر، اگر AD بر دایره مماس باشد، اندازهٔ AB کدام است؟



۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) ۲

۲۵- دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d قرار دارند. نقطه‌ای مانند M روی خط d به گونه‌ای یافته‌ایم که طول مسیر AMB حداقل مقدار ممکن است. اگر $AM = ۹$ ، $MB = ۳$ و فاصلهٔ تصاویر نقاط A و B روی خط d از یکدیگر برابر ۸ باشد، طول پاره‌خط AB کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲۱}$ ۳) ۹ ۴) ۱۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

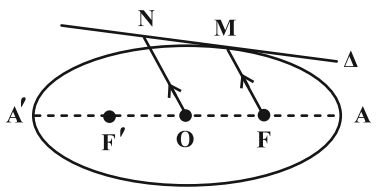
۲۶- در مثلث ABC، ($AB=۶$ و $AC=۸$)، طول نیمساز داخلی زاویهٔ A برابر ۶ است. طول میانهٔ BM در این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{۵۳}$ ۲) $\sqrt{۹۵}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۹۰}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰۶}}{۲}$

۲۷- اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & |A| \\ ۳|A| & ۱ \end{bmatrix}$ باشد، با فرض منفی بودن مقدار $|A|$، مجموع درایه‌های ماتریس X در رابطهٔ $XA=A^{-۱}$ کدام است؟

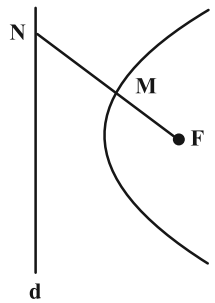
۱) ۲۳ ۲) ۲۱ ۳) ۱۹ ۴) ۱۷

۲۸- خط Δ در نقطهٔ M بر بیضی زیر مماس بوده و F و F' کانون‌ها و O مرکز بیضی است. اگر $ON=۳$، $ON \parallel FM$ و $A'F'=۱$ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۹- در شکل زیر، کانون F را به نقطهٔ M روی نمودار سهمی وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا خط هادی d را در نقطهٔ N قطع کند. اگر $MN=۹$ و $MF=۳$ باشد، فاصلهٔ کانونی سهمی چقدر است؟



۱) ۱/۸
۲) ۲
۳) ۲/۲۵
۴) ۲/۵

۳۰- مساحت متوازی‌الاضلاعی که اضلاع آن دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، برابر با ۲۰۰ است. اگر $|\vec{a}|=۵$ و زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با ۳۰° باشد، اندازهٔ بردار $\vec{b}$ چقدر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۳۱- اگر A، B و C سه مجموعه باشند و داشته باشیم $(A \cup B)-C=(A \cap B) \cup C$، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱) $A'=B$, $C=\varnothing$ ۲) $A'=B$, $C=U$ ۳) $A=B$, $C=\varnothing$ ۴) $A=B$, $C=U$

۳۲- A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند به‌طوری که $A \subseteq B$. اگر $P(A)=\frac{۱}{۵}$ و $P(B')=\frac{۳}{۱۰}$ باشند، حاصل $\frac{P(A'|B')}{P(B|A')}$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱۰}{۷}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳- سه همکلاسی در آزمون فرهنگیان ثبت نام کرده‌اند. اگر احتمال پذیرش آن‌ها برابر ۰/۷، ۰/۶ و ۰/۵ باشد، با چه احتمالی دقیقاً دو نفر از آن‌ها پذیرش می‌شوند؟

۱) ۰/۵۲ ۲) ۰/۶۵ ۳) ۰/۳۴ ۴) ۰/۴۴

۳۴- اگر واریانس داده‌های $۳a+۱ , a+۱ , ۵ , ۱$، برابر ۵ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟ $(a>۰)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۵- عدد صحیح n طوری مفروض است که معادلهٔ $۵x+۱۵y=۳n-۲$ در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب دارد. اگر رابطهٔ $۲۵ \mid ۹n^۲-۴۲n+k$ همواره برقرار باشد، چند عدد طبیعی دو رقمی می‌تواند به جای k قرار گیرد؟ $(n \in \mathbb{Z})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۶- اگر $x=\overline{۲ab۱}+\overline{۳ba}$ مضرب ۴۴ باشد، آن‌گاه مجموع ارقام کمترین مقدار x کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۳۷- کدام یک از گراف‌های زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ندارد؟

۱) $P_۵$ ۲) $P_۶$ ۳) $C_۵$ ۴) $C_۶$

۳۸- ۳ مهرهٔ مشکی، ۳ مهرهٔ قرمز و ۳ مهرهٔ سبز در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان این مهره‌های متمایز را در یک ردیف کنار یکدیگر قرار دارد، به‌طوری که تمام مهره‌های مشکی در کنار هم و مهره‌های قرمز و سبز به صورت یک در میان چیده شده باشند؟

۱) ۸۶۴ ۲) ۵۷۶ ۳) ۴۳۲ ۴) ۲۸۸

۳۹- در مربع لاتین زیر، حاصل $a+b$ چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

۲	۳	۴	۱
	۴	a	
	۲		
	۱		b

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۴۰- در یک مؤسسهٔ آموزش زبان، ۲۸ نفر زبان انگلیسی، ۳۰ نفر زبان آلمانی، ۴۲ نفر زبان فرانسه، ۸ نفر آلمانی و انگلیسی، ۱۰ نفر انگلیسی و فرانسه و ۵ نفر آلمانی و فرانسه می‌خوانند و ۳ نفر در هر سه زبان ثبت‌نام کرده‌اند. اگر تعداد کل زبان‌آموزان این مؤسسه، ۱۰۰ نفر باشند، تعداد افرادی از میان آنان که فقط فرانسه می‌خوانند، چند برابر تعداد کسانی است که در هیچ کدام از این سه کلاس شرکت نکرده‌اند؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه اختصاصی – ۲

علوم ریاضی و فنی

دوازدهم ریاضی

دفترچهٔ شماره ۲ (از ۲)

جامع ۲ (ویژهٔ کنکور اردیبهشت)

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۲/۰۵

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون جامع ۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون «۵ اردیبهشت ۱۴۰۴»
اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه
تعداد کل سؤالات: ۶۵ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال
فیزیک	۳۵	۴۱-۷۵
شیمی	۳۰	۷۶-۱۰۵
جمع کل	۶۵	۴۱-۱۰۵

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	فیزیک	مهران اسماعیلی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-بهنام شاهینی-محمدرضا شریفی مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-امیرمسعود حسینی-یاسر راش-روزبه رضوانی رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-فرشید مرادی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف محمدحسن خردمند
ویراستاران رتبه‌برتر	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری پرهام مهرآرا	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه
زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه
زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

فیزیک

۴۱- کدام گزینه نادرست است؟

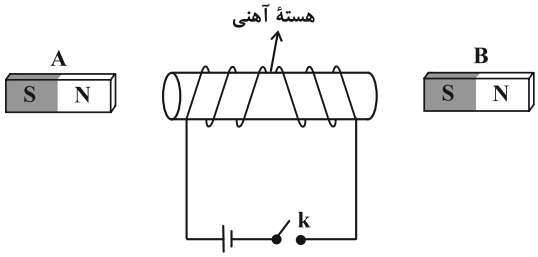
۱) اگر عنصر $^{24}_{11}Na$ واپاشی β^- انجام دهد، هستهٔ دختری با ۱۲ نوترون حاصل می‌شود.

۲) در واکنش گداخت هسته‌ای، مجموع جرم محصولات فرایند کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

۳) در فرایند غنی‌سازی اورانیم غلظت ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ کاهش می‌یابد.

۴) نیروی هسته‌ای مستقل از بار نوکلئون‌ها و همیشه به صورت جاذبه می‌باشد.

۴۲- در مدار شکل زیر، اگر کلید k را ببندیم، نیروی وارد بر آهنربای A از نوع ..... و نیروی وارد بر آهنربای B از نوع ..... است.



۱) جاذبه- جاذبه

۲) جاذبه- دافعه

۳) دافعه- جاذبه

۴) دافعه- دافعه

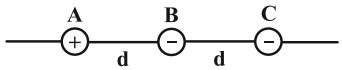
۴۳- در آزمایش فوتوالکتریکی، بسامد آستانهٔ فلز $۶\times۱۰^{۱۴}Hz$ می‌باشد. نوری با بسامد f به فلز می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌هایی با بیشینه انرژی جنبشی $۶/۴\times۱۰^{-۲۰}J$ می‌شود. f چند هرتز است؟ ($h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s$ و $e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$)آزمون وی ای پی

۱) ۶×۱۰^{۱۵} ۲) ۷×۱۰^{۱۴} ۳) ۷×۱۰^{۱۵} ۴) ۶×۱۰^{۱۴}

۴۴- ماشین A در مدت نیم‌ساعت با مصرف ۳۰kJ انرژی، ۲۰kJ کار مفید انجام می‌دهد، ولی ماشین B در هر ساعت با مصرف ۴۰kJ انرژی، ۲۸kJ کار مفید انجام می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ ماشین B در مقایسه با ماشین A دارای توان مصرفی ..... و بازده (راندمان) ..... است.

۱) بیشتر- کمتر ۲) بیشتر- بیشتر ۳) کمتر- بیشتر ۴) کمتر- کمتر

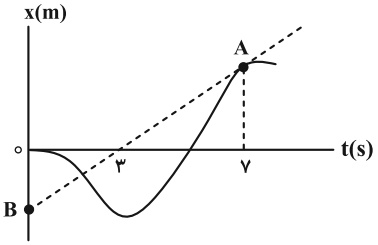
۴۵- مطابق شکل، سه بار الکتریکی هم‌اندازه روی یک خط راست قرار دارند. کدام گزینه مقایسهٔ درستی از اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر هر کدام از بارها را نشان می‌دهد؟



۱) $F_A > F_B > F_C$ ۲) $F_B > F_C > F_A$

۳) $F_C > F_B > F_A$ ۴) $F_B > F_A > F_C$

۴۶- در شکل زیر، پاره‌خط AB در نقطهٔ A بر نمودار مکان- زمان متحرک مماس است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t=۷s$ برابر $۸\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط در ۷ ثانیهٔ اول حرکت، چند متربرمجذورثانیه است؟



۱) ۲

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۱۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

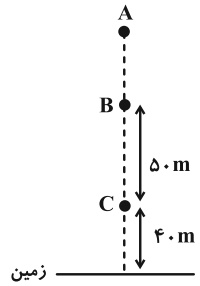
۴۷- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است و در مبدأ زمان از مبدأ مکان در جهت محور x عبور می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، برابر $\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در این مدت $(۲\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ مطابق با کدام گزینه است؟

۱) $(۸\frac{m}{s})\vec{i}$ ۲) $(-۸\frac{m}{s})\vec{i}$ ۳) $(۴\frac{m}{s})\vec{i}$ ۴) $(-۴\frac{m}{s})\vec{i}$

۴۸- اتومبیلی به جرم ۱۰۰۰kg در یک مسیر افقی و مستقیم با شتاب ثابت و در مدت ۲s، تندی خود را از $۱۰\frac{m}{s}$ به $۵۴\frac{km}{h}$ می‌رساند. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ثابت و اندازهٔ آن برابر با ۲۰۰۰N باشد، توان متوسط موتور اتومبیل در این بازهٔ زمانی چند کیلووات است؟

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۵۶/۲۵ ۳) ۳۱/۲۵ ۴) ۶/۲۵

۴۹- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای در شرایط خلأ، از نقطهٔ A رها می‌شود و فاصلهٔ B تا C را در مدت زمان ۲s می‌پیماید. چند ثانیه طول می‌کشد تا گلوله از نقطهٔ A به سطح زمین برسد؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۴/۵
۲) ۳/۵
۳) ۳
۴) ۵/۵

۵۰- نیروی F به وزنه‌ای به جرم m شتاب $a_۱$ و به وزنه‌ای به جرم M شتاب $a_۲$ می‌دهد. این نیرو به وزنه‌ای به جرم $\sqrt{m^۲ + M^۲}$ چه شتابی می‌دهد؟

۱) $\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲}$ ۲) $\frac{a_۱a_۲}{\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲}}$ ۳) $\frac{\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲}}{a_۱a_۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲}}{۲}$

۵۱- گلوله‌ای به جرم ۱۰۰g را با تندی $v_۱$ از سطح زمین و در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر گلوله در بازگشت با تندی $\frac{v_۱}{۴}$ به زمین برخورد کند، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در طول مسیر حرکت گلوله چند نیوتون است؟ (اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در طول مسیر حرکت ثابت فرض شود و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۷۵ ۳) $\frac{۱۵}{۱۷}$ ۴) ۰/۵

۵۲- دو ماهوارهٔ A و B به جرم‌های m_A و $m_B = ۲m_A$ به ترتیب در فاصله‌های ۶۴۰۰km و ۱۲۸۰۰km از سطح زمین و به دور زمین در حال چرخش هستند. تکانهٔ ماهوارهٔ A چند برابر تکانهٔ ماهوارهٔ B است؟ ($R_e = ۶۴۰۰km$: شعاع کرهٔ زمین)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۳) $\sqrt{\frac{۳}{۴}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۳}{۸}}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

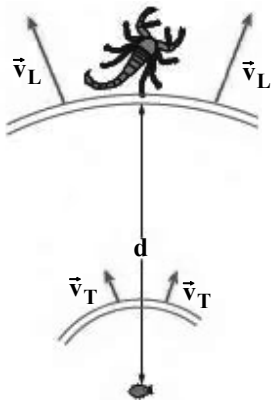
۵۳- معادلهٔ مکان- زمان حرکت هماهنگ سادهٔ یک دستگاه جرم- فنر، در SI به صورت $x = A\cos(\frac{5\pi}{12}t)$ است. در بازهٔ زمانی $t_1 = 1/6s$ تا $t_2 = 4/5s$ چند ثانیه انرژی پتانسیل نوسانگر، بزرگ‌تر یا مساوی با انرژی جنبشی آن است؟
(در مکان‌های $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی برابرند.)

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۸ ۴) ۲/۴

۵۴- معادلهٔ مکان- زمان یک آونگ ساده در SI به صورت $x = 3\times10^{-2}\cos(5\pi t)$ است. طول این آونگ چند سانتی‌متر است؟
($g = 10\frac{N}{kg}$ و $\pi^2 = 10$)

۱) ۲۵ ۲) ۴۰ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

۵۵- عقرب ماسه‌ای وجود طعمه را به کمک امواج عرضی و طولی که در سطح ماسه منتشر می‌شوند، احساس می‌کند. اگر موج عرضی در ماسه با سرعت $v_T = 40\frac{m}{s}$ و موج طولی با سرعت $v_L = 160\frac{m}{s}$ و با اختلاف زمانی ۶ms، به نزدیک‌ترین پای عقرب برسند، طعمه در فاصلهٔ چند سانتی‌متری عقرب قرار دارد؟



۱) ۰/۳۲
۲) ۰/۱۶
۳) ۳۲
۴) ۱۶

۵۶- شخصی با تندی ثابت $20\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t = 0$، در حال نزدیک شدن به دیواری در فاصلهٔ ۴۰۰ متری خودش است و بازتاب صدای خود را t_1 ثانیه بعد می‌شنود. اگر با همین تندی و در همین فاصله در حال دور شدن از دیوار باشد، بازتاب صدای خودش را t_2 ثانیه بعد می‌شنود. مقدار $t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟ (تندی صوت در محیط ثابت و برابر $340\frac{m}{s}$ است.)

۱) $\frac{17}{2}$ ۲) $\frac{5}{18}$ ۳) $\frac{5}{36}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۵۷- پرتوی نوری با زاویهٔ تابش 53° از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و 16° درجه منحرف می‌شود. طول‌موج نور در این محیط چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$)

۱) ۲۵ درصد، افزایش ۲) ۲۵ درصد، کاهش ۳) ۷۵ درصد، افزایش ۴) ۷۵ درصد، کاهش

۵۸- دو طناب هم‌جنس با قطرهای D و 4D از یک نقطه به هم متصل می‌باشند. یک تپ در طناب نازک ایجاد می‌کنیم، به‌طوری که این تپ به محل اتصال دو طناب وارد شده و بخشی از آن بازتاب می‌شود و بخشی عبور می‌کند. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟
الف) بسامد موج فرودی و بازتابی برابر ولی بسامد موج عبوری کمتر از آن‌ها است.
ب) تندی موج فرودی و بازتابی برابر بوده و بیشتر از تندی موج عبوری است.
پ) طول‌موج موج فرودی بیشتر از طول‌موج موج عبوری است.

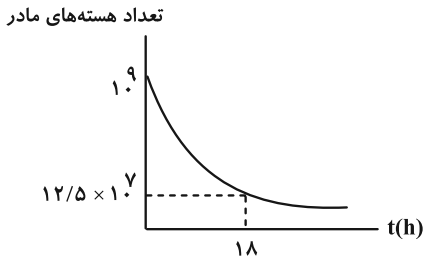
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹- الکترون اتم هیدروژن در سومین حالت برانگیخته قرار دارد. اگر اتم هیدروژن فوتونی با انرژی E_1 تابش کند، الکترون به حالت پایه می‌رود و اگر فوتونی با انرژی E_2 جذب کند، الکترون از حالت پایه به دومین حالت برانگیخته جهش می‌کند. نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ کدام است؟

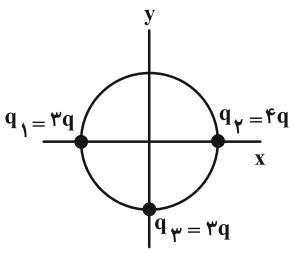
۱) $\frac{۱۲۸}{۱۳۵}$ ۲) $\frac{۲۷}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱۳۵}{۱۲۸}$ ۴) $\frac{۳۲}{۲۷}$

۶۰- نمودار تعداد هسته‌های مادر یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان، به صورت شکل زیر است. پس از گذشت یک شبانه‌روز، چه کسری از هسته‌های اولیه، باقی می‌ماند؟



۱) $\frac{۱}{۱۶}$
۲) $\frac{۱}{۳۲}$
۳) $\frac{۱۵}{۱۶}$
۴) $\frac{۳۱}{۳۲}$

۶۱- در شکل زیر، ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط یک دایره قرار دارند. با حذف بار الکتریکی q_1، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره چند برابر می‌شود؟ $(q > ۰)$



۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$
۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$

۶۲- دی الکتریک بین صفحات یک خازن تخت را که به باتری متصل است، از میان صفحاتش خارج می‌کنیم. چند مورد از موارد زیر ثابت می‌مانند؟

الف) ظرفیت خازن
ب) اختلاف پتانسیل دو سر خازن
پ) انرژی ذخیره شده روی صفحات خازن
ت) بار ذخیره شده روی صفحات خازن
ث) میدان الکتریکی میان صفحات خازن

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

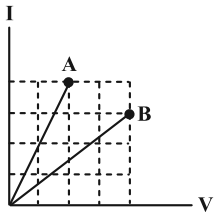
۶۳- جرم دو سیم A و B برابر و طول سیم A، ۱/۵ برابر طول سیم B است. اگر مقاومت ویژهٔ دو سیم A و B به ترتیب $۱/۸ \times ۱۰^{-۸} \Omega.m$ و $۲/۷ \times ۱۰^{-۸} \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟
(چگالی دو سیم A و B در SI به ترتیب ۹×۱۰^{۳} و $۲/۷ \times ۱۰^{۳}$ است.)

۱) ۵ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

محل انجام محاسبات

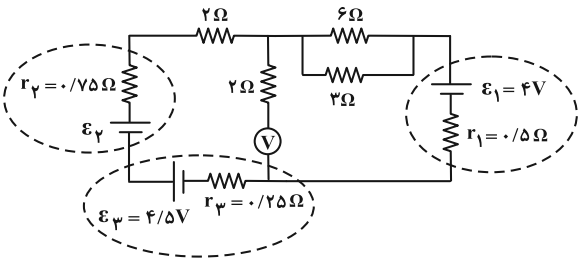
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴- نمودار جریان عبوری از دو رسانای A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، مطابق شکل زیر است. اگر رسانای A به اختلاف پتانسیل V و رسانای B به اختلاف پتانسیل ۳V وصل شود، در هر دقیقه، تعداد الکترون‌های عبوری از مقطع رسانای A چند برابر تعداد الکترون‌های عبوری از مقطع رسانای B است؟ (دما ثابت است.)



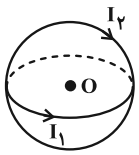
۱) $\frac{۸}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۸}{۹}$
۴) $\frac{۹}{۸}$

۶۵- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی عدد ۱۱/۵V را نشان می‌دهد. توان خروجی باتری (۲) چند برابر توان ورودی باتری (۱) است؟



۱) ۰/۴
۲) ۲/۵
۳) $\frac{۲}{۱۱}$
۴) ۵/۵

۶۶- در شکل زیر، دو حلقه با جریان‌های $I_۱ = ۲A$ و $I_۲ = ۵A$ که قطر هر دو برابر ۴۰cm است، طوری قرار دارند که سطح حلقه‌ها بر هم عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) چند گاوس است؟ $(\mu_۰ = ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

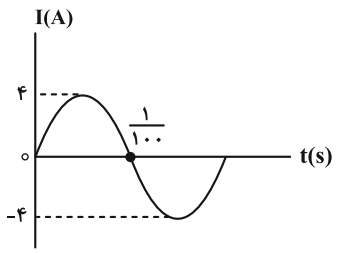


۱) ۹×۱۰^{-۲}
۲) ۹×۱۰^{-۴}
۳) $۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۲}$
۴) $۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۴}$

۶۷- بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در ناحیه‌ای از فضا در SI به صورت $\vec{B} = ۰/۱۲\vec{i} - ۰/۱۶\vec{j}$ است. شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای به شعاع مقطع ۱۰cm که در صفحهٔ $x-z$ در این فضا قرار دارد، چند میلی‌وبر است؟ $(\pi \simeq ۳)$

۱) ۳/۶
۲) ۴/۸
۳) ۱/۲
۴) ۶

۶۸- جریان متناوبی از یک لامپ به مقاومت R عبور می‌کند و نمودار جریان- زمان آن به صورت زیر است. اگر در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۲۰}s$ اختلاف پتانسیل دو سر این لامپ ۱۲۰V باشد، R چند اُهم است؟



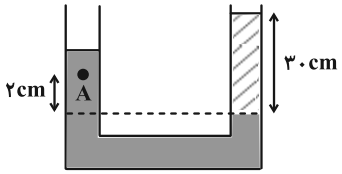
۱) ۶۰
۲) $۶۰\sqrt{۳}$
۳) ۳۰
۴) $۳۰\sqrt{۳}$

۶۹- در یک تشت پر از آب، لکه‌ای روغن به مساحت $۵cm^۲$ وجود دارد و هر ۰/۸ ثانیه مساحت لکه به اندازهٔ $۱۰mm^۲$ افزایش می‌یابد. آهنگ افزایش مساحت لکه چند اینچ‌مربع‌بردقیقه است؟ $(۱inch \simeq ۲/۵cm)$

۱) ۰/۴
۲) ۰/۳
۳) ۱/۲
۴) ۰/۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- در شکل زیر، دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های $\rho_1 = 1 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_2 = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار هوا $10^5 Pa$ و مساحت مقطع لولهٔ U شکل در دو طرف یکسان باشد، فشار نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



۱) ۱۰۰/۲۸
۲) ۱۰۲۰/۸
۳) ۱۱۶/۶
۴) ۱۰۱/۶۴

۷۱- ۴۰۰ میلی‌لیتر از مایعی به چگالی $1 \frac{g}{cm^3}$ را با ۶۰۰ میلی‌لیتر از مایعی به چگالی $1/2 \frac{g}{cm^3}$ مخلوط می‌کنیم. با این مخلوط، ظرف استوانه‌ای شکلی به عمق ۵۰cm را پُر می‌کنیم. فشار پیمانه‌ای در کف این ظرف چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۱) ۴/۸ ۲) ۴۸۰ ۳) ۵/۶ ۴) ۵۶۰

۷۲- چند گرم آب ۵۰ درجهٔ سلسیوس را روی ۴۵۰ گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس بریزیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، ۵۲۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ (اتلاف گرما ناچیز است و $L_F = 336000 \frac{J}{kg}$ و $c_{آب} = 4200 \frac{J}{kg.K}$)

۱) ۷۰ ۲) ۲۶۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۲۰

۷۳- یک گلولهٔ فلزی به جرم ۷۵ گرم با تندی v به یک قطعه چوب برخورد می‌کند و درون آن متوقف می‌شود. اگر ۵۰ درصد انرژی جنبشی اولیهٔ گلوله باعث شود تا دمای گلوله $400^\circ C$ افزایش یابد، تندی گلوله وقتی به چوب برخورد کرده است، چند متربرثانیه بوده است؟ (گرمای ویژهٔ گلوله $400 \frac{J}{kg.K}$ است.)

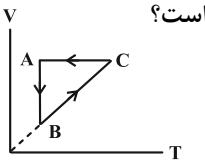
۱) ۳۲۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۶۴۰ ۴) ۴۰۰

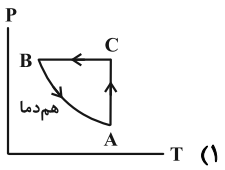
۷۴- از کف رودخانه حبابی به سطح آب می‌رسد و حجم آن ۲/۴ برابر می‌شود. اگر فشار هوای محیط ۱ اتمسفر و دما در سطح آب ۲۷ درجهٔ سلسیوس باشد، با فرض این‌که دما در کف رودخانه ۲ درجهٔ سلسیوس است، عمق رودخانه چند متر است؟

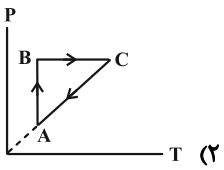
$(g = 10 \frac{N}{kg}، \rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3}، P_0 = 10^5 Pa$ و هوای درون حباب را گاز آرمانی فرض کنید.)

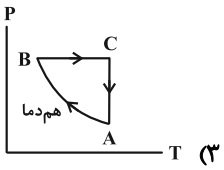
۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

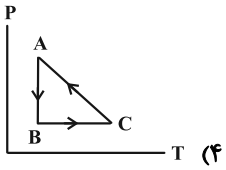
۷۵- در نمودار $V - T$ مقابل، سه فرایند ترمودینامیکی برای گاز کاملی رسم شده است. نمودار $P - T$ آن کدام است؟



۱)


۲)


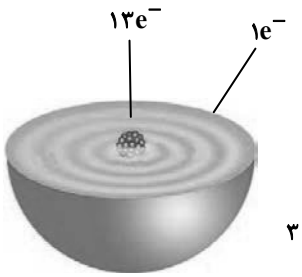
۳)


۴)


SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۶- با توجه به شکل زیر که ساختار لایه‌ای اتم یک عنصر را در حالت پایه نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- شمار زیرلایه‌های پرشده در آن، ۲ واحد از شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن کمتر است.
- آرایش الکترونی لایهٔ آخر آن مشابه آرایش الکترونی لایهٔ آخر دومین عنصر جدول تناوبی است که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.
- شمار زیرلایه‌های اشغال شده در آن، ۳/۵ برابر شمار زیرلایه‌های نیمه پر است.
- تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن، ۰/۶ برابر تعداد عناصر دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای است که زیرلایهٔ $3d$ آن‌ها پر نیست.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۷- نمونه‌ای از پتاسیم خالص شامل $3/01\times10^{24}$ اتم از ایزوتوپ‌های ^{39}K و ^{40}K می‌باشد. اگر فرض کنیم تنها ایزوتوپ ^{39}K در واکنش سوختن شرکت کند و $188g$ اکسید تولید شود، جرم اتمی میانگین پتاسیم در این نمونه چند amu است؟

(جرم اتمی را با عدد جرمی یکسان در نظر بگیرید و $O=16g.mol^{-1}$)

$K(s)+O_2(g)\rightarrow K_2O(s)$ (معادلهٔ واکنش موازنه شود.)

۱) ۳۹/۲ ۲) ۳۹/۴ ۳) ۳۹/۶ ۴) ۳۹/۸

۷۸- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

- با پیشرفت علم، هم‌اکنون توانایی تولید و نگهداری مقادیر مناسبی از تکنسیم وجود دارد.
- در فرایند غنی‌سازی اورانیم، طی یک واکنش هسته‌ای مقدار بیشتری از ایزوتوپ ^{235}U تولید می‌شود.
- در یک نمونهٔ طبیعی از لیتیم برخلاف نمونه‌های طبیعی از کلر و منیزیم، فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ، بیشتر از ایزوتوپ (های) دیگر است.
- تجمع بیشتر گلوکز پرتوزا نسبت به گلوکز معمولی در اطراف تودهٔ سرطانی، امکان تشخیص محل توده را فراهم می‌کند.

۱) نادرست- نادرست- درست- نادرست ۲) نادرست- درست- نادرست- درست
۳) درست- نادرست- درست- درست ۴) درست- نادرست- درست- نادرست

۷۹- مولکول XO_2 در ساختار خود دارای ۶ الکترون پیوندی و ۱۲ الکترون ناپیوندی است. اگر عنصر X متعلق به دوره‌ای باشد که اولین عنصر آن به صورت بخار در لامپ آزادراه‌ها، خیابان‌ها و بزرگراه‌ها کاربرد دارد، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار XO_3 با ترکیب $XOCl_2$ مشابه است.

ب) عنصر X همانند دگرشکل‌های کربن، رسانایی الکتریکی و گرمایی ندارد.

پ) شکل هندسی XO_2 مشابه شکل هندسی مولکول اوزون است.

ت) XO_2 به همراه آب و کربن دی‌اکسید از سوختن زغال سنگ تولید می‌شود.

۱) الف و ب ۲) پ و ت ۳) الف و پ ۴) ب و ت

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱) درصد حجمی آرگون در هواکره از مجموع درصد حجمی سایر گازهای نجیب موجود در هواکره بیشتر است.

۲) شمار پیوندها در یون سولفات و هیدروژن سیانید یکسان و تفاوت عدد اکسایش اتم‌های S و C در این دو ترکیب برابر ۴ می‌باشد.

۳) آلایندهٔ خروجی از اگزوز خودروها که یک رادیکال محسوب می‌شود، می‌تواند طی واکنش‌هایی منجر به تولید اوزون تروپوسفری شود.

۴) گوگرد تری اکسید، یک اکسید اسیدی است و علامت بار جزئی اتم مرکزی در آن با علامت بار جزئی اتم اکسیژن در OF_2 متفاوت است.

۸۱- اگر شمار کاتیون‌های موجود در ۷/۶۴ گرم از ترکیب $Cu_3(PO_4)_n$ برابر $3/612\times10^{22}$ باشد، n کدام است و اگر ۹۵۵۰ میلی‌گرم از این ترکیب در ۸۰۰ گرم از محلولی از آن وجود داشته باشد، غلظت یون فسفات در این محلول چند ppm است؟

$(Cu = 64 , P = 31 , O = 16 : g.mol^{-1})$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۱ ، ۵۹۳۷/۵ ۲) ۲ ، ۵۹۳۷/۵ ۳) ۱ ، ۶۸۷۸/۵ ۴) ۲ ، ۶۸۷۸/۵

۸۲- مولکول‌های آب و هیدروژن سولفید در چند مورد از ویژگی‌های داده شده متفاوت هستند؟

- جهت‌گیری در میدان الکتریکی
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی
- حالت فیزیکی در دمای اتاق
- نوع نیروی جاذبهٔ بین مولکولی
- شمار اتم‌های سازنده

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۳- در صورتی که انحلال‌پذیری نمک سدیم نیترات در دماهای $10^\circ C$ و $30^\circ C$ به ترتیب برابر ۸۰ و ۹۶ گرم و انحلال‌پذیری نمک KCl در این دماها به ترتیب برابر ۳۰ و ۳۶ گرم باشد، کدام گزینه نادرست است؟ (معادلهٔ انحلال‌پذیری را برای هر دو نمک خطی در نظر بگیرید؛ $K = 39 , Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$)

۱) با انحلال هر دو نمک در آب، دمای آب کاهش می‌یابد.

۲) در هر دمایی، انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید کمتر از سدیم نیترات است.

۳) هنگامی که دمای ۵۸۸ گرم محلول سدیم نیترات را از $30^\circ C$ تا $10^\circ C$ کاهش دهیم، ۵۴۰ گرم از آن به صورت محلول باقی می‌ماند.

۴) برای تهیهٔ ۶۸۰ گرم محلول سیرشدهٔ KCl در دمای $30^\circ C$، به تقریب ۴/۲ مول از این نمک نیاز است.

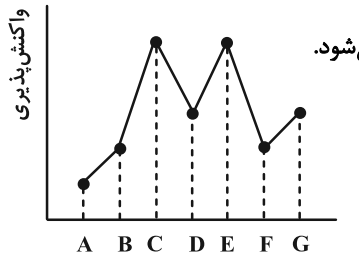
۸۴- چه تعداد از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

- درصد جرمی نمک موجود در آب: دریای مرده > دریای سرخ > دریای مدیترانه
- میزان انحلال‌پذیری در شرایط یکسان در ۱۰۰ گرم آب: $BaSO_4 < CaSO_4 < MgSO_4$
- نقطهٔ جوش: $CH_4 < NH_3 < HF$
- میزان انحلال‌پذیری در شرایط یکسان: $O_2 < CO_2 < NO$
- گشتاور دوقطبی: $I_2 < H_2O < H_2S$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- نمودار زیر روند کلی تغییر واکنش‌پذیری عنصرهای دورهٔ دوم جدول دوره‌ای را به صورت نامرتب نشان می‌دهد. کدام گزینه نادرست است؟



۱) واکنش A با آهن (II) اکسید برخلاف واکنش A با سدیم اکسید، به صورت طبیعی انجام می‌شود.

۲) اگر عنصر E در دمای $-۲۰۰^{\circ}C$ به سرعت با گاز $H_۲$ واکنش دهد، فرمول مولکولی ترکیب حاصل از آن با نافلز G به صورت $GE_۲$ است.

۳) اگر عنصر نافلزی B در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون بگیرد، در آرایش الکترون- نقطه‌ای آن شمار جفت الکترون‌ها با شمار الکترون‌های منفرد برابر است.

۴) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ عنصر فلزی C برابر ۲ است.

۸۶- ۰/۵ مول ۲، ۴- دی متیل پنتان با خلوص٪ ۸۰ را با مقدار کافی اکسیژن می‌سوزانیم. اگر گاز کربن دی‌اکسید حاصل از آن را از روی محلول پتاسیم اکسید طبق معادلهٔ موازنه نشدهٔ زیر عبور دهیم، چند گرم پتاسیم هیدروژن کربنات با بازده ٪۹۰ تولید می‌شود؟

$$K_۲O(aq)+CO_۲(g)+H_۲O(l)\rightarrow KHCO_۳(s) \qquad (K=۳۹\ ,\ O=۱۶\ ,\ C=۱۲\ ,\ H=۱:g.mol^{-۱})$$

۱) ۲۴۶/۲ ۲) ۱۴۶ ۳) ۲۵۲ ۴) ۱۲۱/۶

۸۷- کدام گزینه در مورد آلکان روبه‌رو نادرست است؟ $(CH_۳)_۳CCH(C_۲H_۵)CH_۲CH(CH_۳)CH(CH_۳)_۲$

۱) نام آن، ۳- اتیل- ۲، ۲، ۵، ۶- تترا متیل هپتان است.

۲) تفاوت تعداد پیوندهای کووالانسی آن با قرینهٔ مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر ۱۱ می‌باشد.

۳) اگر به جای گروه‌های متیل در این ترکیب اتم هیدروژن قرار گیرد، ترکیب به دست آمده یک شاخهٔ فرعی خواهد داشت.

۴) برای آلکن‌های راست‌زنجیری که شمار اتم‌های کربن آن با شمار اتم‌های کربن در زنجیرهٔ اصلی این ترکیب برابر است، ۳ فرمول پیوند- خط متفاوت می‌تواند درنظر گرفت.

۸۸- اگر برای افزایش دمای یک قطعه آلومینیم به میزان $۴۰^{\circ}C$، مقدار $۷/۷۷۶\,kJ$ گرما لازم باشد، حجم این قطعهٔ آلومینیم برابر چند سانتی‌مترمکعب است؟ ($۲/۷\,g.cm^{-۳}$ = چگالی آلومینیم و $c_{Al}=۰/۹\,J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$)

۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

۸۹- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) ورزشکاران برای درمان آسیب‌دیدگی‌های خود از کیسه‌های سرمازا که حاوی کلسیم کلرید خشک است، استفاده می‌کنند.

ب) محلول بنفش رنگ پتاسیم منگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

پ) فرمول ساختاری عامل طعم و بوی گشنیز فاقد حلقهٔ بنزنی می‌باشد.

ت) ارزش سوختی چربی‌ها بیش از دو برابر ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها است.

ث) استفاده از لفظ «میانگین آنتالپی پیوند» برای پیوندهای $C-O$، $C=O$ و $C\equiv O$ مجاز است.

۱) الف، ب و ث ۲) ب، پ و ت ۳) الف، ب و ت ۴) پ و ت

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- به ازای تولید ۴۴۸ لیتر گاز در شرایط استاندارد، ۲۲۰ کیلوژول گرما در واکنش $FeO(s)+CO(g)\rightarrow Fe(s)+CO_2(g)$ آزاد می‌شود. اگر این واکنش از جمع سه واکنش زیر به دست آید، با گرمای آزاد شده به ازای مصرف ۶۴۰ گرم آهن (III) اکسید در واکنش (I)، دمای تقریباً چند کیلوگرم آب را می‌توان به اندازهٔ $5^\circ C$ افزایش داد؟

$(c_{H_2O}=4/2\,J.g^{-1}.{}^\circ C^{-1})\quad (Fe=56\ ,\ O=16:g.mol^{-1})$

I) $3Fe_2O_3(s)+CO(g)\rightarrow 2Fe_3O_4(s)+CO_2(g)$

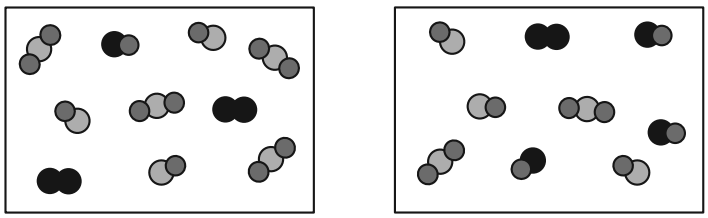
II) $Fe_2O_3(s)+3CO(g)\rightarrow 2Fe(s)+3CO_2(g)\quad ,\quad \Delta H=-23\,kJ$

III) $Fe_3O_4(s)+CO(g)\rightarrow 3FeO(s)+CO_2(g)\quad ,\quad \Delta H=+18\,kJ$

۱) ۲/۲۲ ۲) ۲/۴۸

۳) ۲/۷۸ ۴) ۳/۱۲

۹۱- واکنش $2CO(g)+2NO(g)\rightarrow 2CO_2(g)+N_2(g)\ ,\ \Delta H=-720\,kJ$ در یک ظرف سربستهٔ ۵۰۰ میلی‌لیتری با ۱ مول از هر یک از واکنش‌دهنده‌ها شروع می‌شود. اگر ۸۰ ثانیه پس از شروع واکنش، ۱۴۴ کیلوژول گرما آزاد شده باشد، سرعت واکنش چند مول بر دقیقه است و ترکیب درصد اجزای واکنش درون ظرف در این لحظه به کدام حالت است؟ (هر ذره در شکل‌های زیر معادل ۰/۲ مول ماده است. $CO_2=$ ●● / $CO=$ ● / $NO=$ ● / $N_2=$ ●●)



(I) (II)

۱) (I) ، ۰/۱۵ ۲) (II) ، ۰/۳

۳) (I) ، ۰/۳ ۴) (II) ، ۰/۱۵

۹۲- نسبت تعداد پیوندهای یگانهٔ $C-C$ به کل پیوندها در کدام ترکیب بیشتر است؟

۱) ۲- هپتانون ۲) بنزوئیک اسید ۳) ترفتالیک اسید ۴) استیرن

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

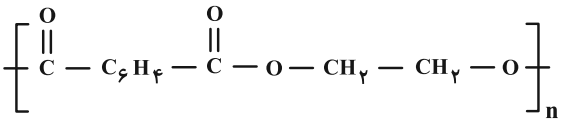
۱) مولکول آب نسبت به روغن زیتون شمار اتم‌های کمتری داشته اما به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نیروهای بین مولکولی قوی‌تری دارد.

۲) در تبدیل تترا فلوئورو اتن به تفلون به دلیل تغییر در نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی، حالت فیزیکی مونومر با پلیمر متفاوت است.

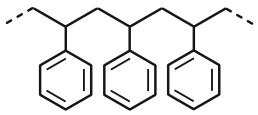
۳) درشت مولکول‌های سازندهٔ الیاف سلولز شش‌ضلعی‌هایی شامل پنج اتم کربن و یک اتم اکسیژن بوده و بین حلقه‌ها یک پیوند اتری وجود دارد.

۴) واکنش پلیمری شدن اتن برخلاف تولید آمونیاک در فرایند هابر، در دما و فشار بالا انجام می‌شود.

۹۴- چند مورد از عبارت‌های زیر با توجه به پلیمرهای داده شده درست هستند؟ $(H=1 , C=12 , O=16 : g.mol^{-1})$



II



I

الف) از پلیمر شمارهٔ I در تهیهٔ ظروف یکبار مصرف و از پلیمر شمارهٔ II در تهیهٔ بطری‌های آب معدنی استفاده می‌شود.

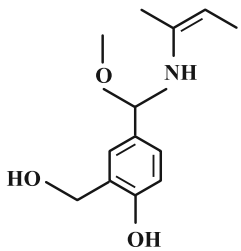
ب) تفاوت جرم مولی مونومر سازندهٔ پلیمر I و دی‌الکل سازندهٔ پلیمر II برابر ۴۲ گرم بر مول می‌باشد.

پ) گروه عاملی موجود در پلیمر II، در ساختار مولکول ویتامین C نیز وجود دارد.

ت) اگر بر اثر سوختن ۱ مول از پلیمر II، ۲۸۸ کیلوگرم بخارآب حاصل شود، شمار واحدهای تکرارشوندهٔ آن برابر ۴۰۰۰ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد ترکیبی با ساختار داده شده درست است؟



آ) دارای گروه‌های عاملی آلدهیدی و آمینی است.

ب) فرمول مولکولی آن $C_{13}H_{19}NO_3$ می‌باشد.

پ) دارای ۴۱ جفت الکترون پیوندی و ۷ جفت الکترون ناپیوندی است.

ت) تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در آن، بیش از ۳ برابر تعداد اتم‌های کربن در سیکلوهگزان است.

۱) آ، ب ۲) آ، ت ۳) ب، پ ۴) ب، ت

۹۶- در جدول زیر ویژگی‌هایی از چند مخلوط بیان شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، چند مورد از ویژگی‌های بیان شده نادرست است؟

نوع مخلوط	رفتار در برابر نور	پایداری	همگن بودن	ذرات سازنده
آب و الکل	نور را پخش می‌کند	پایدار	همگن	یون‌ها
شیر	نور را پخش می‌کند	ناپایدار	همگن	ذرات ریزماده
شربت خاکشیر	نور را پخش می‌کند	ناپایدار	ناهمگن	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷- اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HA در دمای یکسان، ۳ برابر درجهٔ یونش اسید ضعیف HB باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر در محلول‌هایی با غلظت برابر از این دو اسید، غلظت HB یونیده نشده، ۱/۵ برابر غلظت HA یونیده نشده باشد، درجهٔ یونش اسید HB برابر $\frac{۱}{۷}$ است.

۲) با توجه به بیشتر بودن درجهٔ یونش اسید HA در مقایسه با درجهٔ یونش اسید HB، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع غلظت یون‌ها در محلول اسید HA، همواره بیشتر از محلول اسید HB است.

۳) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول اسید HA بیشتر از محلول اسید HB است و شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده در محلول HB بیشتر از HA است.

۴) در دما و غلظت یکسان، اگر درجهٔ یونش HA به میزان ۰/۴ واحد کمتر از درجهٔ یونش HBr باشد، مجموع غلظت یون‌ها در محلول یک مولار HB برابر ۰/۴ مولار است.

۹۸- مقدار pH در ۴ لیتر محلول استیک اسید با درصد یونش ۲۰٪، برابر ۲/۳ است. با اضافه کردن ۵۰۰mL محلول باریم هیدروکسید با غلظت ۰/۰۳ مولار، مقداری از این اسید را خنثی می‌کنیم. به تقریب چند کیلوگرم محلول $Ca(OH)_۲$ با غلظت ۵۱۸ppm باید مصرف شود تا اسید باقی‌مانده به‌طور کامل خنثی شود؟ $(H=۱ , O=۱۶ , Ca=۴۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۴ ۴) ۵

۹۹- درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب کدام است؟

الف) در دمای یکسان قدرت اسیدی فورمیک اسید از هیدروسیانیک اسید کمتر است.

ب) نمودار حاصل‌ضرب $[H_۳O^+][OH^-]$ نسبت به حجم محلول، همواره و در هر دمایی یک خط افقی می‌باشد.

پ) خصلت بازی محلول سود سوزآور از خصلت بازی محلول آمونیاک همواره بیشتر است.

ت) هر ترکیب قطبی که در آب حل می‌شود، رسانایی الکتریکی آب را زیاد می‌کند.

۱) نادرست- درست- نادرست- نادرست ۲) درست- درست- درست- نادرست

۳) نادرست- نادرست- درست- درست ۴) درست- نادرست- نادرست- درست

۱۰۰- در فرایند برقکافت آب پس از گذشت ۲ دقیقه و چهل ثانیه، مجموعاً ۹۰ گرم گاز تولید شده است. سرعت متوسط تولید گازی که در کاتد تولید می‌شود در شرایط استاندارد برابر چند لیتر بر ثانیه است و اگر تعداد الکترون‌های مبادله شده طی این فرایند با تعداد الکترون‌های مبادله شده در سلول فرایند هال برابر باشد، چند گرم آلومینیم در سلول هال تولید خواهد شد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید، $(H=۱ , O=۱۶ , Al=۲۷ g.mol^{-۱}$

۱) ۰/۳۵ ، ۸۱ ۲) ۰/۳۵ ، ۹۰ ۳) ۰/۷ ، ۸۱ ۴) ۰/۷ ، ۹۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱- با توجه به پتانسیل‌های کاهشی استاندارد زیر، کدام مورد نادرست است؟

$E^\circ(Pb^{2+}/Pb) = -0/13\,V$ $E^\circ(Ce^{4+}/Ce^{3+}) = -1/72\,V$ $E^\circ(Cr^{3+}/Cr) = -0/74\,V$

$E^\circ(V^{2+}/V) = -1/2\,V$ $E^\circ(I_2/I^-) = 0/54\,V$ $E^\circ(Hg^{2+}/Hg) = 0/85\,V$

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش: $Cr^{3+}(aq) + Ce^{3+}(aq) \rightarrow Cr(s) + Ce^{4+}(aq)$ پس از موازنهٔ معادلهٔ آن برابر ۸ است.

۲) E° سلول گالوانی «وانادیم- کروم» از E° سلول گالوانی «کروم- سرب» کوچک‌تر است.

۳) ید و جیوه را نمی‌توان در ظرفی از جنس سرب نگهداری کرد.

۴) قدرت اکسندگی Ce^{4+} از Pb^{2+} کمتر است.

۱۰۲- کدام مقایسه در مورد جامدهای کووالانسی نام برده شده در هر گزینه درست است؟

۱) فراوانی در طبیعت: $Si > SiO_2$ ۲) اندازهٔ آنتالپی سوختن: گرافیت > الماس

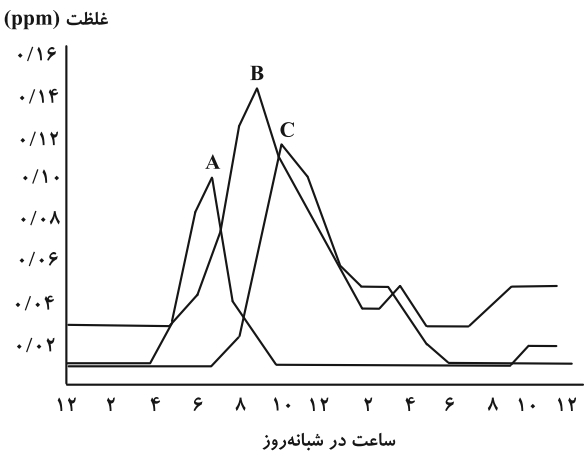
۳) آنتالپی پیوند: $Si-C < Si-O$ ۴) چگالی: الماس > گرافیت

۱۰۳- کدام یک از گزینه‌های زیر مقایسهٔ درستی از مقدار آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی داده شده را نشان می‌دهد؟

۱) $MgO > LiCl > KF$ ۲) $CaO > NaCl > LiF$

۳) $CaO > KCl > LiF$ ۴) $KF > NaCl > CaO$

۱۰۴- نمودار زیر تغییرات غلظت برخی آلاینده‌ها(A ، B و C) در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه نادرست است؟



۱) از حدود ساعت ۹ صبح، انجام واکنش $B + O_2 \rightarrow A + C$ سبب کاهش غلظت B و افزایش غلظت C می‌شود.

۲) یکی از دلایل قهوه‌ای دیده شدن هوای آلوده، حضور گاز (B) است.

۳) آلایندهٔ A در موتور خودرو و در دمای بالا از واکنش دو گاز اصلی تشکیل‌دهندهٔ هواکره تولید می‌شود.

۴) مادهٔ C، مولکول‌های ۳ اتمی و ناقطبی دارد که در تروپوسفر، نوعی آلاینده و استراتوسفر مفید تلقی می‌شود.

۱۰۵- واکنش تعادلی گازی: $2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$ ؛ $K = \frac{2}{9}\,mol.L^{-1}$ در ظرفی سربسته به حجم ۴ لیتر و در دمای ثابت برقرار است. اگر مقدار SO_2 در حالت تعادل برابر با ۴ مول باشد، مقدار اولیهٔ SO_3 چند مول بوده است؟ (در شروع واکنش فقط واکنش‌دهنده حضور دارد.)

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه پاسخ

آزمون ۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-بهمن امیدی-داود بوالحسنی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-محمد زنگنه کیان کریمی‌خراسانی-محمدرضا کشاورزی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-سوگند روشنی-شبنم غلامی-احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی- نیما مهندس- بابک نهرینی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-بهنام شاهینی-محمدرضا شریفی مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری
	شیمی	هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-امیرمسعود حسینی-یاسر راش-روزبه رضوانی رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-فرشید مرادی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف محمدحسن خردمند
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار- علیرضا عباسی‌زاهد- محمدرضا مهدوی		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری پرهام مهرآرا	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمد زنگنه)*

طبق فرض، جملات دنبالهٔ اولیه به صورت زیر است:

$$a_1 \ , \ a_1+2 \ , \ a_1+4 \ , \ a_1+6 \ , \ a_1+8 \ , \ \ldots$$

جملات دنبالهٔ ثانویه نیز برابر می‌شوند با:

$$a_1+3 \ , \ \underbrace{a_1+5}_{b_1} \ , \ a_1+7 \ , \ \underbrace{a_1+9}_{b_2} \ , \ \underbrace{a_1+11}_{b_3} \ , \ \ldots$$

b_1، b_2 و b_3 سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی‌اند، پس:

$$(a_1+9)^2=(a_1+5)(a_1+11)$$

$$\Rightarrow a_1^2+18a_1+81=a_1^2+16a_1+55 \Rightarrow 2a_1=-26$$

$$\Rightarrow a_1=-13 \Rightarrow \alpha=-13$$

در نتیجه:

$$\text{جملات دنبالهٔ هندسی}: -2 \ , \ -4 \ , \ -8 \ ; \ \text{قدرنسبت} \Rightarrow \beta=\frac{1}{2}=0/5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ و ۲۵ تا ۲۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

ابتدا عبارت a را ساده می‌کنیم:

$$a=\sqrt[6]{\frac{2\times(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})}}-\sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$\Rightarrow a=\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}-\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}=\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}-\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}$$

خواستهٔ سؤال $a^2-\frac{2}{a}=\frac{a^3-2}{a}$ است، پس توان سوم a را به دست می‌آوریم:

$$a^3=(\sqrt{3}+1)-3\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}\times a-(\sqrt{3}-1)$$

$$\Rightarrow a^3=2-3\sqrt[3]{2}\times a \Rightarrow \frac{a^3-2}{a}=-3\sqrt[3]{2}$$

توجه: $(x-y)^3=x^3-3xy(x-y)-y^3$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا کشاورزی)*

طبق فرض، ضابطهٔ سهمی را به صورت زیر می‌یابیم:

$$y=a(x+1)(x-2) \xrightarrow{(0\ ,\ 2)} 2=-2a \Rightarrow a=-1$$

$$y=-(x+1)(x-2)$$

$$\xrightarrow{x=-2} y=-4 \Rightarrow (-2\ ,\ -4) \quad \text{درست}$$

$$\xrightarrow{x=-4} y=-18 \Rightarrow (-4\ ,\ -18) \quad \text{نادرست}$$

$$\xrightarrow{x=3} y=-4 \Rightarrow (3\ ,\ -4) \quad \text{نادرست}$$

$$\xrightarrow{x=1} y=2 \Rightarrow (1\ ,\ 2) \quad \text{نادرست}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{\overset{(x+2)-(x+1)}{\uparrow}\ 1}{(x+2)(x+1)}+\frac{\overset{(x+4)-(x+2)}{\uparrow}\ 2}{(x+4)(x+2)}+\frac{\overset{(x+7)-(x+4)}{\uparrow}\ 3}{(x+7)(x+4)}=6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}-\cancel{\frac{1}{x+2}}+\cancel{\frac{1}{x+2}}-\cancel{\frac{1}{x+4}}+\cancel{\frac{1}{x+4}}-\frac{1}{x+7}=6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+7}=6 \Rightarrow \frac{6}{x^2+8x+7}=6$$

$$\Rightarrow x^2+8x+7=1 \Rightarrow x^2+8x+6=0 \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها}=-8$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(داود بوالحسنی)*

ضابطهٔ تابع خطی f را به صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a} \Rightarrow f^{-1}(2x)=\frac{2x}{a}-\frac{b}{a}$$

طبق رابطهٔ فرض داریم:

$$(ax+b)\left(\frac{2x}{a}-\frac{b}{a}\right)=2x^2-x-3$$

$$\Rightarrow 2x^2-bx+\frac{2b}{a}x-\frac{b^2}{a}=2x^2-x-3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2b}{a}-b=-1 \\ \frac{b^2}{a}=3 \Rightarrow a=\frac{b^2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{2b}{\frac{b^2}{3}}-b=-1$$

$$\Rightarrow \frac{6}{b}-b=-1 \xrightarrow{\times b} 6-b^2=-b$$

$$\Rightarrow \underbrace{b^2-b-6}_{(b-3)(b+2)}=0 \Rightarrow b=3\ ,\ -2$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\begin{cases} b=۳ \Rightarrow a_۱=\frac{۳^۲}{۳}=۳ \Rightarrow f(x)=۳x+۳ \Rightarrow f_۱(۳)=۱۲ \\ b=-۲ \Rightarrow a_۲=\frac{(-۲)^۲}{۳}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow f(x)=\frac{۴}{۳}x-۲ \Rightarrow f_۲(۳)=۲ \end{cases}$$

پس حاصل‌ضرب مقادیر ممکن $f(۳)$ برابر است با: $۱۲\times۲=۲۴$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

اگر $f^{-۱}(a)=b$ باشد، در این صورت طبق فرض داریم:

$$(gof^{-۱})(a)=۲ \Rightarrow g(f^{-۱}(a))=۲ \Rightarrow g(b)=۲$$

$$\Rightarrow b-\frac{۳}{b}=۲ \Rightarrow \underbrace{b^۲-۲b-۳}_{(b-۳)(b+۱)}=۰ \Rightarrow \begin{cases} b=۳ \\ b=-۱ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

حال مقدار a را می‌یابیم:

$$b=f^{-۱}(a)=۳ \Rightarrow f(۳)=a \Rightarrow ۳+\sqrt{۹+a}=a$$

$$\Rightarrow (a-۳)^۲=۹+a \Rightarrow \underbrace{a^۲-۷a}_{a(a-۷)}=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ a=۷ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین: $g(a-۱)=g(۶)=۶-\frac{۳}{۶}=۵/۵$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۷- **گزینهٔ «۴»** *(داود بوالحسنی)*

طبق نمودار و ضابطهٔ تابع f داریم:

$$(۰,\frac{۱۵}{۸})\in f \Rightarrow \frac{۱۵}{۸}=۲+a\times۲^c \Rightarrow a\times۲^c=-\frac{۱}{۸}$$

$$(۲,۰)\in f \Rightarrow ۰=۲+a\times۲^{c+۲b} \Rightarrow \underbrace{a\times۲^c}_{-\frac{۱}{۸}}\times۲^{۲b}=-۲$$

$$\Rightarrow ۲^{۲b}=۱۶ \Rightarrow ۲b=۴ \Rightarrow b=۲$$

ضابطهٔ تابع f به صورت زیر می‌شود:

$$f(x)=۲+a\times۲^c\times۲^{bx}=۲+(-\frac{۱}{۸})\times۲^{۲x}=۲-۲^{۲x-۳}$$

فرض می‌کنیم $f^{-۱}(-۶)=m$، در نتیجه:

$$f(m)=-۶ \Rightarrow -۶=۲-۲^{۲m-۳} \Rightarrow ۲^{۲m-۳}=۸$$

$$\Rightarrow ۲m-۳=۳ \Rightarrow m=۳$$

پس $f^{-۱}(-۶)=۳$ و داریم:

$$f(۱+f^{-۱}(-۶))=f(۱+۳)=f(۴)=۲-۲^{۲\times۴-۳}$$

$$=۲-۲^۵=۲-۳۲=-۳۰$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(نیما مهندس)*

راه‌حل اول: می‌دانیم $\log ۵=۱-\log ۲$ و $\log ۸=۳\log ۲$، در نتیجه عبارت مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$(\log ۲)^۳+۳\log ۲(۱-\log ۲)+(۱-\log ۲)^۳$$

$$=(\log ۲)^۳+۳\log ۲-۳(\log ۲)^۲+۱-۳\log ۲+۳(\log ۲)^۲-(\log ۲)^۳=۱$$

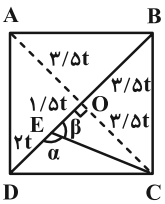
راه‌حل دوم: فرض می‌کنیم $\log ۲=a$ و $\log ۵=b$، در این صورت $a+b=۱$ و $\log ۸=۳a$ و عبارت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$a^۳+\underbrace{۳ab}_{۳ab(a+b)}+b^۳=(a+b)^۳=۱$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

مطابق شکل، قطرهای مربع با هم برابر بوده و عمودمنصف یکدیگرند. با توجه به رابطهٔ $۷DE=۲BD$، اگر $DE=۲t$ باشد آن‌گاه $BD=۷t$ و در نتیجه $BO=OD=۳/۵t$ می‌باشد و داریم:



$$\overset{\Delta}{OCE}: \tan\beta=\frac{OC}{OE}=\frac{۳/۵t}{۱/۵t}=\frac{۷}{۳}$$

$$\tan\alpha=\tan(۱۸۰^\circ-\beta)=-\tan\beta=-\frac{۷}{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۳۰)

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا نیازی)*

ضابطهٔ تابع f به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(x)=a\cos ۲x+\frac{۱+\cos ۲x}{۲}+۱=(a+\frac{۱}{۲})\cos ۲x+\frac{۳}{۲}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تابع f در نقطه به طول $x=0$ دارای min است (برخلاف تابع کسینوس)،

پس ضریب $\cos 2x$ منفی است و داریم:

$$a+\frac{1}{2}<0 \Rightarrow \begin{cases} \max=(a+\frac{1}{2})(-1)+\frac{3}{2}=1-a \\ \min=(a+\frac{1}{2})(1)+\frac{3}{2}=2+a \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$\max-\min=(1-a)-(a+2)=-2a-1=7 \Rightarrow a=-4$$

مطابق نمودار، نقطه به طول $x=b$، ماکزیمم تابع f است، پس:

$$\cos 2b=-1 \xrightarrow{\text{طبق نمودار}} 2b=-\pi \Rightarrow b=-\frac{\pi}{2}$$

در نتیجه $a\times b=2\pi$ و داریم:

$$f(ab)=f(2\pi)=(-4+\frac{1}{2})\underbrace{\cos 4\pi}_{1}+\frac{3}{2}=-\frac{7}{2}+\frac{3}{2}=-2$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (کیان کریمی خراسانی)

نکته: $\tan\alpha+\tan\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha.\cos\beta}$

براساس نکتهٔ فوق، سمت چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$\tan x+\tan 3x=\frac{\sin 4x}{\cos x\cos 3x}=\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\cos x\cos 3x}$$

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=4\sin 2x \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x=0 & (I) \\ \frac{\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=2 & (II) \end{cases}$$

$$(I)\ \sin 2x=0 \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2} \quad (*)$$

همهٔ جواب‌های (*) قابل قبول نیستند و آن‌هایی که $\cos x$ و $\cos 3x$ را صفر می‌کنند باید کنار گذاشته شوند، پس فقط مضارب زوج $\frac{\pi}{2}$ را قبول می‌کنیم، یعنی:

$$x=k\pi \xrightarrow{0\le x\le\pi} x=0,\ \pi \quad \text{(دو جواب)}$$

$$(II)\ \frac{\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=2 \Rightarrow \cos(3x-x)=2\cos x\cos 3x$$

$$\Rightarrow \cos 3x\cos x+\sin 3x\sin x=2\cos x\cos 3x$$

$$\Rightarrow \cos 3x\cos x-\sin 3x\sin x=0 \Rightarrow \cos(3x+x)=0$$

$$\Rightarrow \cos 4x=0 \Rightarrow 4x=\frac{(2k+1)\pi}{2} \Rightarrow x=\frac{(2k+1)\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{0\le x\le\pi} x=\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8},\frac{5\pi}{8},\frac{7\pi}{8} \quad \text{(چهار جواب)}$$

در نتیجه معادلهٔ صورت سؤال، ۶ جواب در بازهٔ $[0,\pi]$ دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** (بهرام حلاج)

با جای‌گذاری $x=\frac{2}{3}$ در عبارت جلوی حد، به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم.

با تغییر متغیر $x-\frac{2}{3}=t$، حاصل حد را می‌یابیم:

$$x=t+\frac{2}{3},\ t\to 0$$

$$\lim_{x\to\frac{2}{3}}\frac{\sin(\pi x+\frac{\pi}{3})}{(3x-2)(3x+2)}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin(\pi t+\pi)}{3t(3t+4)}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{-\sin(\pi t)}{12t}=-\frac{\pi}{12}\lim_{\pi t\to 0}\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}=-\frac{\pi}{12}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** (حامد معنوی)

با توجه به حاصل حد و ریشه‌های مخرج می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to m^-}\frac{[x]-a}{x^2-3x-4}=\lim_{x\to m^-}\frac{[x]-a}{(x-4)(x+1)}=-\infty \Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-1 \end{cases}$$

همچنین:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$(x-4)(x+1)$	$+$	$\not\exists$	$-$	$\not\exists$	$+$		

به ازای هر دو مقدار m، حد داده شده را می‌نویسیم:

$$m=-1:\ \lim_{x\to(-1)^-}\frac{-2-a}{(x+1)(x-4)}=-\infty$$

$$\Rightarrow -2-a<0 \Rightarrow a>-2 \quad (1)$$

$$m=4:\ \lim_{x\to 4^-}\frac{3-a}{(x+1)(x-4)}=-\infty$$

$$\Rightarrow 3-a>0 \Rightarrow a<3 \quad (2)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

از روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود که $-۲ < a < ۳$ و در آن صورت چهار مقدار صحیح $(۲ , ۱ , ۰ , -۱)$ برای a وجود دارد.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا نیازی)*

اگر $n = ۱$ باشد، آن‌گاه $f(x) = ۰$ و $\lim\limits_{x\to\infty}(fof)(x) = ۰$ که غیرقابل قبول است.

اگر $n > ۲$ باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و در نتیجه $\lim\limits_{x\to\infty} f(f(x)) = \infty$ که غیرقابل قبول است. در نتیجه فقط $n = ۲$ قابل قبول است و داریم:

$$f(x) = \frac{x^۲ - x}{x^۲ + ax + b} \Rightarrow \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^۲}{x^۲} = ۱$$

$$\lim_{x\to\infty}(fof)(x) = \lim_{x\to\infty} f(f(x)) = \lim_{t\to ۱} f(t) = \frac{۱}{۳} \qquad (*)$$

چون حد صورت ضابطهٔ تابع f در $x = ۱$ برابر صفر است، پس باید حد مخرج نیز در $x = ۱$ برابر صفر باشد، یعنی: $۱ + a + b = ۰$

مخرج ضابطهٔ f دارای عامل $(x - ۱)$ است، پس داریم:

$$x^۲ + ax + b = \underbrace{(x-۱)(x-m)}_{x^۲ - (m+۱)x + m} \Rightarrow m = b = -(a+۱)$$

در نتیجه ادامهٔ رابطهٔ (*) را به صورت زیر پی می‌گیریم:

$$\lim_{x\to\infty}(fof)(x) = \lim_{x\to ۱} \frac{\overbrace{x(x-۱)}^{x^۲ - x}}{(x-۱)(x-b)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x}{x-b} = \frac{۱}{۱-b} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۱ - b = ۳ \Rightarrow b = -۲$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(سینا خیرخواه)*

تابع $g - f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(g-f)(x) = \frac{x}{x-۱} - \frac{۵}{(x-۱)(۲x+۳)} = \frac{۲x^۲ + ۳x - ۵}{(x-۱)(۲x+۳)}$$

$$\Rightarrow (g-f)(x) = \frac{(x-۱)(۲x+۵)}{(x-۱)(۲x+۳)} = \frac{۲x+۵}{۲x+۳} \quad , \quad x \neq ۱$$

ضابطهٔ تابع $g - f$ مربوط به یک تابع هموگرافیک است که معادلهٔ مجانب‌های آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \text{مجانب قائم} : ۲x + ۳ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲} \\ \text{مجانب افقی} : \lim\limits_{x\to\infty}(g-f)(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{۲x}{۲x} = ۱ \end{cases}$$

در نتیجه نقطهٔ $(-\frac{۳}{۲} , ۱)$ محل تلاقی مجانب‌های تابع $g - f$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد زنگنه)*

با توجه به فرض، نقطهٔ تماس را (α , β) می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} f'(x) = ۳x^۲ - ۴x \Rightarrow \text{شیب خط } d : f'(\alpha) = ۳\alpha^۲ - ۴\alpha \\ \Delta : x + ۴y = ۵ \Rightarrow \text{شیب} : m_\Delta = -\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d\perp\Delta} ۳\alpha^۲ - ۴\alpha = ۴ \Rightarrow \underbrace{۳\alpha^۲ - ۴\alpha - ۴}_{(۳\alpha+۲)(\alpha-۲)} = ۰ \xrightarrow{\alpha>۰} \alpha = ۲$$

$$\beta = f(\alpha) = \alpha^۳ - ۲\alpha^۲ + ۱ \xrightarrow{\alpha=۲} \beta = ۱$$

معادلهٔ خط مماس d را می‌نویسیم:

$$y - ۱ = ۴(x-۲) \Rightarrow y = ۴x - ۷$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطهٔ $(۳ , ۵)$ روی خط d قرار دارد.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(بهمن امیدی)*

براساس مشتق تابع مرکب داریم:

$$(fo\frac{۱}{f})' = (\frac{۱}{f})' \times f'(\frac{۱}{f}) = -\frac{f'(x)}{f^۲(x)} \times f'(\frac{۱}{f(x)})$$

با توجه به ضابطهٔ تابع f داریم:

$$\begin{cases} f(-۴) = -۲ \\ f'(x) = -(\frac{-۱}{۲\sqrt{-x}}) = \frac{۱}{۲\sqrt{-x}} \Rightarrow f'(-۴) = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(fo\frac{۱}{f})'(-۴) = -\frac{f'(-۴)}{f^۲(-۴)} \times \overbrace{f'(\frac{۱}{f(-۴)})}^{f'(-\frac{۱}{۲})}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

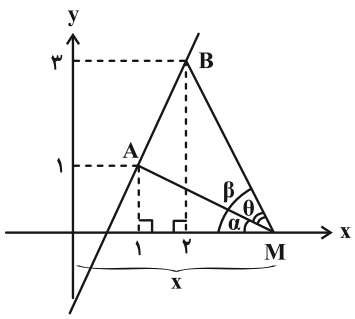
$$= -\frac{\frac{1}{4}}{4} \times f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{16} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{\frac{32}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{32}$$

توجه: به عنوان یک راه‌حل دیگر، می‌توانید ضابطهٔ تابع $fo\frac{1}{f}$ را تشکیل دهید.

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (سینا خیرخواه)

ابتدا یک شکل مطابق اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم:



مطابق شکل: $\theta = \beta - \alpha \Rightarrow \tan\theta = \tan(\beta-\alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$

از طرفی $\tan\beta = \frac{3}{x-2}$ و $\tan\alpha = \frac{1}{x-1}$ است، پس:

$$\tan\theta = \tan(\beta-\alpha) = \frac{\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1}}{1+(\frac{3}{x-2})(\frac{1}{x-1})} = \boxed{\frac{2x-1}{x^2-3x+5}}_{f(x)}$$

مشتق تابع f را می‌یابیم:

$$f'(x) = \frac{(2)(x^2-3x+5)-(2x-3)(2x-1)}{(x^2-3x+5)^2} = \frac{-2x^2+2x+7}{(x^2-3x+5)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{2} < 2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

مشتق‌های اول و دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 3ax^2 + b \quad \text{و} \quad f''(x) = 6ax$$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ (طول نقطهٔ عطف)

نقطهٔ عطف: $\xrightarrow{y=2x+1} (0, 1)$

از آنجا که نقاط اکسترمم نسبی یک تابع درجهٔ ۳ (در صورت وجود) در طرفین نقطهٔ عطف قرار دارند، پس با توجه به فرض، طول نقاط اکسترمم نسبی باید ± 1 باشند و داریم:

نقاط اکسترمم نسبی: $\begin{cases} x=-1 \xrightarrow{y=2x+1} y=-1 \\ x=1 \xrightarrow{y=2x+1} y=3 \end{cases}$

$$f'(1) = f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a+b=0 \qquad (1)$$

حال مختصات نقاط عطف و اکسترمم نسبی را در ضابطهٔ تابع f جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (0,1) \in f \Rightarrow c = 1 \\ (1,3) \in f \Rightarrow a+b+1 = 3 \Rightarrow a+b=2 \end{cases} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 3a+b=0 \\ a+b=2 \end{cases} \Rightarrow a=-1 \ , \ b=3$$

در نتیجه $a-b+c = -1-3+1 = -3$.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۳۷ تا ۱۴۰)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

توجه کنید که:

$$f'(x) = 2\sin x\cos x - 2\cos x = 2\cos x(\sin x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$f'(x) = \sin 2x - 2\cos x \Rightarrow f''(x) = 2\cos 2x + 2\sin x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} + x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

بازه‌های داده شده همگی زیرمجموعهٔ $(0, 2\pi)$ هستند و علامت $f'(x)$ و $f''(x)$ در $(0, 2\pi)$ به صورت جدول زیر است:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{7\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{11\pi}{6}$		2π
f'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
f''		$+$	0	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

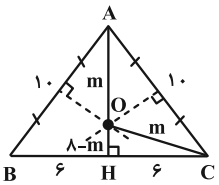
بنابراین در بازهٔ $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$، تابع f صعودی و با تقعر به سمت پایین است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

روش اول: نقطهٔ مورد نظر همان نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است. مثلث داده شده متساوی‌الساقین است و این نقطهٔ همرسی (نقطهٔ O) روی ارتفاع نظیر قاعده (AH) قرار دارد. مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{AHC} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AH = \sqrt{۱۰^۲ - ۶^۲} = ۸$$

چنانچه فاصلهٔ نقطهٔ O را از سه رأس مثلث برابر m در نظر بگیریم، آن‌گاه $OH = ۸ - m$ و طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHC داریم:

$$m^۲ = ۶^۲ + (۸-m)^۲ \Rightarrow m^۲ = ۳۶ + ۶۴ + m^۲ - ۱۶m$$

$$\Rightarrow ۱۶m = ۱۰۰ \Rightarrow m = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

روش دوم: به عنوان راه‌حل دیگر از کتاب هندسه (۲)، می‌توان توسط قضیهٔ سینوس‌ها این‌طور نوشت که:

$$۲R = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AB}{\frac{AH}{AC}} \Rightarrow ۲R = \frac{۱۰}{\frac{۸}{۱۰}}$$

$$\Rightarrow ۲R = \frac{۱۰۰}{۸} = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow R = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

در روابط فوق R شعاع دایرهٔ محیطی مثلث و برابر فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محیطی مثلث (نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها) از سه رأس مثلث است.

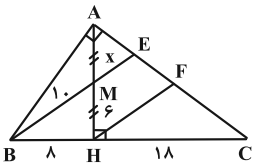
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(شبنم غلامی)*

طبق فرض، $CH = ۲۶ - ۸ = ۱۸$ است و در نتیجه طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AH^۲ = BH \times CH = ۸ \times ۱۸ = ۱۴۴ \Rightarrow AH = ۱۲$$

$$\Rightarrow AM = MH = ۶$$



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ BMH داریم:

$$BM^۲ = MH^۲ + BH^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow BM = ۱۰$$

حال از نقطهٔ H، پاره‌خط HF را موازی با BE رسم می‌کنیم. با فرض $ME = x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{AHF} : ME \parallel HF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{ME}{HF} = \frac{AM}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{HF} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow HF = ۲x$$

$$\overset{\Delta}{BCE} : HF \parallel BE \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HF}{BE} = \frac{CH}{BC}$$

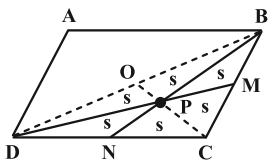
$$\Rightarrow \frac{۲x}{x+۱۰} = \frac{۱۸}{۲۶} = \frac{۹}{۱۳} \Rightarrow ۲۶x = ۹x + ۹۰$$

$$\Rightarrow ۱۷x = ۹۰ \Rightarrow x = \frac{۹۰}{۱۷}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۲)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

چنانچه قطر BD را رسم کنیم، آن‌گاه در مثلث BCD، نقطهٔ P محل همرسی میانه‌های BN و DM خواهد بود.



سطح مثلث BCD توسط سه میانهٔ BN، DM و CO به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شوند. از آنجا که سطح متوازی الاضلاع $ABCD$ توسط قطر BD نصف می‌شود، پس داریم:

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\begin{cases} S_{ABPD} = S_{ABD} + S_{BPD} = ۶s + ۲s = ۸s \\ S_{ABCD} = ۲S_{BCD} = ۲(۶s) = ۱۲s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABPD}}{S_{ABCD}} = \frac{۸s}{۱۲s} = \frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** (شبنم غلامی)

زاویهٔ محاطی $\hat{C}$ و زاویهٔ ظلی $A\hat{D}B$ هر دو روبه‌رو به کمان BD هستند، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \\ A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = A\hat{D}B$$

بنابراین دو مثلث ADB و ACD به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} = A\hat{D}B \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ACD} \sim \overset{\Delta}{ADB}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{AC}{AD} = \frac{\overbrace{CD}^{(۱)}}{DB} = \frac{AD}{AB}}_{(۲)}$$

با فرض $AB = x$ و از حل معادلهٔ (۱) داریم:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{۴}{۲} = \frac{AD}{x} \Rightarrow AD = ۲x$$

حال با جای‌گذاری در معادلهٔ (۲) داریم:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow \frac{x+۳}{۲x} = \frac{۴}{۲} \Rightarrow x+۳ = ۴x \Rightarrow ۳x = ۳$$

$$\Rightarrow x = AB = ۱$$

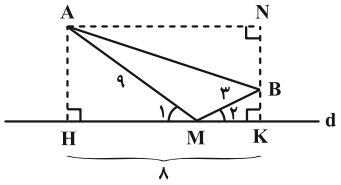
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵، ۱۸ و ۱۹)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق مسئلهٔ هرون، اگر M نقطه‌ای روی خط d باشد که مسیر AMB به ازای آن، کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، آن گاه $\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲$ و در نتیجه دو مثلث AMH و BMK متشابه‌اند. در این صورت داریم:

$$\frac{MH}{MK} = \frac{AM}{MB} = \frac{۹}{۳} \Rightarrow MH = ۳MK \qquad (*)$$

$$HK = ۸ \Rightarrow MH + MK = ۸ \xrightarrow{(*)} ۴MK = ۸ \Rightarrow MK = ۲$$



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث BMK داریم:

$$BK^۲ = BM^۲ - MK^۲ = ۳^۲ - ۲^۲ = ۵ \Rightarrow BK = \sqrt{۵}$$

با توجه به تشابه دو مثلث $AH = ۳\sqrt{۵}$ است. حال اگر از نقطهٔ A، عمود AN را بر امتداد BK رسم کنیم، آن گاه داریم:

$$BN = KN - BK = AH - BK = ۲\sqrt{۵}$$

$$\overset{\Delta}{ABN} : AB^۲ = AN^۲ + BN^۲ = ۸^۲ + (۲\sqrt{۵})^۲ = ۸۴$$

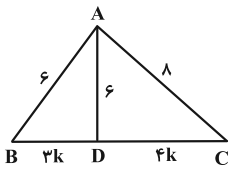
$$\Rightarrow AB = ۲\sqrt{۲۱}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۵۲)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \begin{cases} BD = ۳k \\ DC = ۴k \end{cases}$$



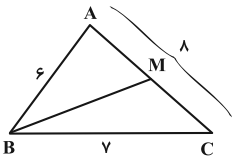
حال طبق رابطهٔ طول نیمساز زاویهٔ داخلی داریم:

$$AD^۲ = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow ۶^۲ = ۶ \times ۸ - ۳k \times ۴k$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲ = ۱۲ \Rightarrow k^۲ = ۱ \xrightarrow{k>۰} k = ۱ \Rightarrow BC = ۳ + ۴ = ۷$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

با داشتن طول اضلاع مثلث ABC، طبق قضیهٔ میانه‌ها می‌توان نوشت:



$$AB^2+BC^2=2BM^2+\frac{AC^2}{2}\Rightarrow 6^2+7^2=2BM^2+\frac{8^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36+49=2BM^2+32\Rightarrow 2BM^2=53$$

$$\Rightarrow BM^2=\frac{53}{2}=\frac{106}{4}\Rightarrow BM=\frac{\sqrt{106}}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(بابک نهرینی)*

دترمینان ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & |A|\\ 3|A| & 1\end{vmatrix}=2-3|A|^2\Rightarrow 3|A|^2+|A|-2=0$$

$$\Rightarrow (3|A|-2)(|A|+1)=0\Rightarrow \begin{cases}|A|=\frac{2}{3}\\ |A|=-1\end{cases}\ \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

طرفین رابطهٔ $XA=A^{-1}$ را از سمت راست در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$(XA)A^{-1}=(A^{-1})^2\Rightarrow X=(A^{-1})^2$$

می‌توانیم از رابطهٔ $(A^{-1})^2=(A^2)^{-1}$ استفاده کنیم:

$$X=(A^2)^{-1}=\left(\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}\right)^{-1}=\begin{bmatrix}7 & -3\\ -9 & 4\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow X=\frac{1}{7\times 4-9\times 3}\begin{bmatrix}4 & 3\\ 9 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 9 & 7\end{bmatrix}$$

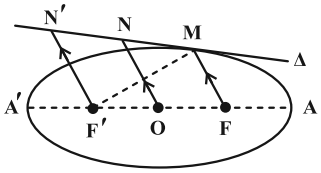
مجموع درایه‌های X برابر می‌شود با ۲۳.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

طبق تمرین ۳ صفحهٔ ۵۷ کتاب درسی، اگر از F' خطی موازی FM رسم کنیم تا خط Δ را در N' قطع کند، آن‌گاه:

$$F'M=F'N'\Rightarrow FM+F'N'=2a$$



از طرفی ON در ذوزنقهٔ $MFF'N'$، پاره‌خط بین نقاط وسط ساق‌ها است و اندازهٔ آن برابر میانگین دو قاعدهٔ ذوزنقه می‌شود:

$$ON=\frac{FM+F'N'}{2}=\frac{2a}{2}=a\xrightarrow{\text{طبق فرض}}ON=a=3$$

از طرفی: $A'F'=a-c=1\Rightarrow 3-c=1\Rightarrow c=2$

در نتیجه خروج از مرکز بیضی برابر است با:

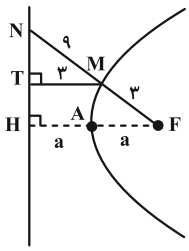
$$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰ و ۵۷)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

فاصلهٔ رأس سهمی (نقطهٔ A) از کانون و خط هادی برابر فاصلهٔ کانونی سهمی (پارامتر a) است. چون M روی نمودار سهمی قرار دارد، طبق تعریف سهمی و شکل داریم:

$$MF=MT=3$$



در مثلث NHF چون $MT\parallel FH$، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{NM}{NF}=\frac{MT}{FH}\Rightarrow\frac{9}{12}=\frac{3}{2a}\Rightarrow 2a=\frac{3\times 12}{9}=4\Rightarrow a=2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحهٔ ۵۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

طبق فرض، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود با:

$$S=|\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})|=۲۰۰\Rightarrow|\vec{a}|\times|\vec{a}\times\vec{b}|\times\underbrace{\sin(\vec{a},\vec{a}\times\vec{b})}_{\theta=۹۰^\circ}=۲۰۰$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|=۵}|\vec{a}\times\vec{b}|\times۱=۴۰\Rightarrow|\vec{a}|\times|\vec{b}|\sin۳۰^\circ=۴۰$$

$$\Rightarrow\frac{۵}{۲}|\vec{b}|=۴۰\Rightarrow|\vec{b}|=۱۶$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

ابتدا طرفین تساوی داده شده را با مجموعهٔ C اشتراک می‌گیریم:

$$(A\cup B)\cap C'=(A\cap B)\cup C$$

$$\xrightarrow{\cap C}\underbrace{[(A\cup B)\cap C']\cap C}_{\text{شرکت‌پذیری}}=\underbrace{[(A\cap B)\cup C]\cap C}_{\text{قانون جذب}}$$

$$\Rightarrow(A\cup B)\cap(\underbrace{C'\cap C}_{\varnothing})=C$$

$$\Rightarrow\underbrace{(A\cap B)\cap\varnothing}_{\varnothing}=C\Rightarrow C=\varnothing$$

با جای‌گذاری $C=\varnothing$ در تساوی صورت سوال داریم:

$$(A\cup B)-\varnothing=(A\cap B)\cup\varnothing\Rightarrow A\cup B=A\cap B\Rightarrow A=B$$

تذکر: اگر $A\cup B=A\cap B$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$A\subseteq(A\cup B)\xrightarrow{A\cup B=A\cap B}A\subseteq(A\cap B)$$

$$\xrightarrow{A\cap B\subseteq B}A\subseteq B\qquad(۱)$$

$$B\subseteq(A\cup B)\xrightarrow{A\cup B=A\cap B}B\subseteq(A\cap B)$$

$$\xrightarrow{A\cap B\subseteq A}B\subseteq A\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}A=B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهروی)*

از رابطهٔ $A\subseteq B$، نتیجه می‌گیریم $B'\subseteq A'$، بنابراین در صورت وقوع پیشامد B'، پیشامد A' نیز حتماً رخ داده است، یعنی $P(A'|B')=۱$.

حال احتمال وقوع پیشامد B به شرط رخ دادن پیشامد A' را محاسبه می‌کنیم.

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{P(A')}=\frac{P(B)-P(A)}{P(A')}$$

$$=\frac{\frac{۷}{۱۰}-\frac{۱}{۵}}{\frac{۴}{۵}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۵}{۸}$$

بنابراین حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{P(A'|B')}{P(B|A')}=\frac{۱}{\frac{۵}{۸}}=\frac{۸}{۵}$$

تذکر: چون $A\subseteq B$ است، پس $A\cap B=A$ و در نتیجه داریم:

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=P(B)-P(A)$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

اگر پیشامد قبولی هر کدام از آن‌ها را به ترتیب $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ بنامیم:

$$P(\text{دقیقاً ۲ نفر})=P(A_۱\cap A_۲\cap A_۳')$$

$$+P(A_۱\cap A_۲'\cap A_۳)+P(A_۱'\cap A_۲\cap A_۳)$$

$$=(۰/۵)(۰/۶)(۱-۰/۷)+(۰/۵)(۱-۰/۶)(۰/۷)$$

$$+(۱-۰/۵)(۰/۶)(۰/۷)=۰/۴۴$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۱+۵+(a+۱)+(۳a+۱)}{۴}=a+۲$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(1-a-2)^2+(5-a-2)^2+(a+1-a-2)^2+(3a+1-a-2)^2}{4}$$

$$= \frac{(-a-1)^2+(-a+3)^2+1+(2a-1)^2}{4} = \frac{6a^2-8a+12}{4}$$

واریانس را برابر ۵ قرار می‌دهیم:

$$\frac{6a^2-8a+12}{4} = 5 \Rightarrow 6a^2-8a+12 = 20$$

$$\Rightarrow 6a^2-8a-8 = 0 \Rightarrow 3a^2-4a-4 = 0$$

$$\Rightarrow (3a+2)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} & \text{غ ق ق} \\ a = 2 \end{cases}$$

بنابراین میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = a+2 = 4$ است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۹)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

شرط وجود جواب برای معادلهٔ سیالهٔ مفروض در $\mathbb{Z}$ به صورت زیر است:

$$(5, 15) \mid 3n-2 \Rightarrow 5 \mid 3n-2$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 \mid 9n^2-12n+4 & (1) \\ \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 15n-10 \xrightarrow{\times 2} 25 \mid 30n-20 & (2) \end{cases}$$

$25 \mid 9n^2-42n+24$: تفاضل روابط (۱) و (۲)

با توجه به برقراری رابطهٔ $25 \mid 9n^2-42n+k$ نتیجه می‌گیریم که:

$$k = 24+25t \Rightarrow k \in \{24, 49, 74, 99\}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۵)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

در تقسیم یک عدد طبیعی بر ۴، کافی است تنها عدد دو رقمی در سمت راست آن را بر ۴ تقسیم کنیم. عدد x مضرب ۴۴ است، پس هم مضرب ۴ و هم مضرب ۱۱ است. داریم:

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow \overline{b1} + \overline{ba} \overset{4}{\equiv} 0$$

$$1+10b+a+10b \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow a+1 \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow a \overset{4}{\equiv} 3 \Rightarrow a \in \{3, 7\}$$

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 1-b+a-2+a-b+3 \overset{11}{\equiv} 0$$

$$2a-2b+2 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow a-b \overset{11}{\equiv} -1 \xrightarrow{-9 \le a-b \le 9} a-b = -1$$

اگر $a = 3 \Rightarrow 3-b = -1 \Rightarrow b = 4$

اگر $a = 7 \Rightarrow 7-b = -1 \Rightarrow b = 8$

کمترین مقدار x در حالتی رخ می‌دهد که $a = 3$ و $b = 4$ باشد، پس:

$x_{min} = 2341 + 343 = 2684 \Rightarrow$ جمع ارقام $= 20$

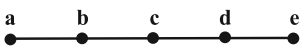
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(شبنم غلامی)*

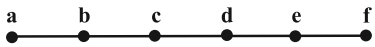
می‌دانیم عدد احاطه‌گری گراف‌های C_n و P_n، از رابطهٔ $\gamma(G) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$ به دست می‌آید، پس عدد احاطه‌گری هر چهار گراف داده شده برابر ۲ است و هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم در هر کدام از این گراف‌ها حداقل باید دارای ۳ عضو باشد.

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: در گراف P_5 مطابق شکل، مجموعهٔ $\{a, c, e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم است.

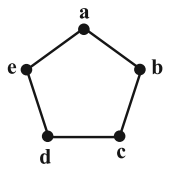


گزینهٔ «۲»: در گراف P_6 مطابق شکل، مجموعه‌هایی مانند $\{a, c, e\}$ و $\{b, d, f\}$، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هستند.

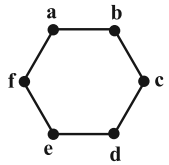


SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ «۳»: در گراف C_5 هیچ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیش از دو عضو وجود ندارد، پس این گراف، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ندارد.



گزینهٔ «۴»: در گراف C_6 مطابق شکل، مجموعه‌های $\{a, c, e\}$ و $\{b, d, f\}$، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هستند.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(نیما مهندس)*

۳ مهرهٔ مشکی را در یک بسته قرار می‌دهیم، که به $3!$ حالت جایگشت دارند. مهره‌های سبز و قرمز نیز در یک دسته قرار می‌گیرند، که به $3! \times 3! \times 2$ روش می‌توان این مهره‌ها را نیز یک در میان چید. حالا این دو بسته به $2!$ حالت با هم جابه‌جا می‌شوند. پس پاسخ مسئله برابر است با:

$$3! \times 2 \times 3! \times 3! \times 2! = 6^3 \times 4 = 216 \times 4 = 864$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۲)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

درایهٔ سطر دوم و ستون اول را در نظر بگیرید. این درایه، با یکی از دو عدد ۳ و ۱ پر می‌شود:

(حالت اول)

۲	۳	۴	۱
③	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(حالت دوم) در این حالت، وقتی درایهٔ سطر دوم و ستون اول را عدد ۱ می‌گذاریم، درایهٔ سطر سوم و ستون اول، با دو عدد ۳ و ۴ به صورت‌های زیر می‌تواند پُر شود:

۲	۳	۴	۱
①	۴	۳	۲
③	۲	۱	۴
۴	۱	۲	۳

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 6$$

۲	۳	۴	۱
①	۴	۲	۳
③	۲	۱	۴
۴	۱	۳	۲

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

۲	۳	۴	۱
①	۴	۳	۲
④	۲	۱	۳
۳	۱	۲	۴

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7$$

برای $a + b$، سه مقدار ۴، ۶ و ۷ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(شبنم غلامی)*

فرض کنید مجموعهٔ افرادی که به ترتیب انگلیسی، آلمانی و فرانسه می‌خوانند را به ترتیب با E، G و F نمایش دهیم. در این صورت تعداد کسانی که فقط فرانسه می‌خوانند، برابر است با:

$$\text{فقط فرانسه} = |F| - |F \cap E| - |F \cap G| + |F \cap E \cap G|$$

$$= 42 - 10 - 5 + 3 = 30$$

حال تعداد کسانی را محاسبه می‌کنیم که حداقل یکی از این ۳ زبان را در این مؤسسه می‌خوانند:

$$|E \cup G \cup F| = 28 + 30 + 42 - 8 - 10 - 5 + 3 = 80$$

بنابراین تعداد کسانی که در هیچ کدام از این ۳ زبان ثبت‌نام نکرده‌اند، برابر است با:

$$|\bar{E} \cap \bar{G} \cap \bar{F}| = |S| - |E \cup G \cup F| = 100 - 80 = 20$$

در نتیجه خواستهٔ سؤال برابر $\frac{30}{20} = 1/5$ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۸۳)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۴۱- گزینهٔ «۳» (حسام نادری)

در فرایند غنی‌سازی اورانیم، غلظت ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ افزایش می‌یابد. بقیهٔ گزینه‌ها طبق کتاب درسی درست‌اند.

بررسی گزینهٔ «۱»:

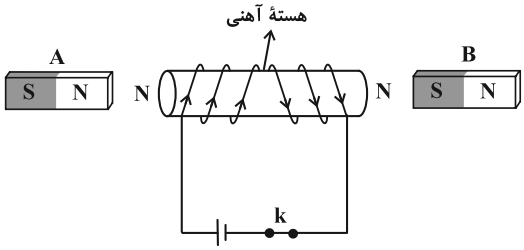
$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z}Y \Rightarrow \begin{cases} A = 24 \\ 11 = Z - 1 \Rightarrow Z = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N = A - Z = 12 \text{ نوترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۵۰ و ۱۵۲)

۴۲- گزینهٔ «۳» (مصطفی کیانی)

بعد از بستن کلید k، قطب‌های آهن‌ربای القایی ایجاد شده مطابق شکل زیر است، لذا نیروی وارد بر آهن‌ربای A از نوع دافعه و آهن‌ربای B از نوع جاذبه است.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۴۳- گزینهٔ «۲» (حسام نادری)

تابع کار فلز برابر است با:

$$W_0 = hf_0 = 4\times10^{-15}\times6\times10^{14} = 2/4\,eV$$

حال بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده را به eV تبدیل کرده و در نهایت f را به دست می‌آوریم:

$$K_{max} = 6/4\times10^{-20}\,J\times\frac{1\,eV}{1/6\times10^{-19}\,J} = 0/4\,eV$$

$$hf = K_{max} + W_0 \xrightarrow[K_{max}=0/4eV]{W_0=2/4eV} hf = 2/8\,eV$$

$$\Rightarrow f = \frac{2/8}{4\times10^{-15}} = 0/7\times10^{15}\,Hz = 7\times10^{14}\,Hz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۴۴- گزینهٔ «۳» (محمود منصوری)

برای ماشین A داریم:

$$\begin{cases} t = \frac{1}{2}h \\ \text{انرژی مصرفی} = 30\,kJ \\ \text{انرژی مفید} = 20\,kJ \end{cases} \Rightarrow Ra_A = \frac{20}{30}\times100 = 66/6\%$$

$$P_A = \frac{30\,kJ}{\frac{1}{2}h} = 60\frac{kJ}{h}$$

برای ماشین B داریم:

$$\begin{cases} t = 1h \\ \text{انرژی مصرفی} = 40\,kJ \\ \text{انرژی مفید} = 28\,kJ \end{cases} \Rightarrow Ra_B = \frac{28}{40}\times100 = 70\%$$

$$P_B = \frac{40\,kJ}{1h} = 40\frac{kJ}{h}$$

$$Ra_B > Ra_A \quad , \quad P_B < P_A$$

نکته: انرژی مصرفی همان انرژی کل یا ورودی است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۵- گزینهٔ «۴» (محمود منصوری)

با توجه به این‌که بارهای همنام یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای غیرهمنام همدیگر را جذب می‌کنند و همچنین با توجه به فاصلهٔ بین بارها خواهیم داشت:

برایند نیروهای وارد بر بار A:

$$F_{AB} = F \quad , \quad F_{CA} = \frac{F}{4} \Rightarrow F_{tA} = F + \frac{F}{4} = \frac{5F}{4}$$

برایند نیروهای وارد بر بار B:

$$F_{AB} = F \quad , \quad F_{CB} = F \Rightarrow F_{tB} = F + F = 2F$$

برایند نیروهای وارد بر بار C:

$$F_{AC} = \frac{F}{4} \quad , \quad F_{BC} = F \Rightarrow F_{tC} = F - \frac{F}{4} = \frac{3F}{4}$$

در نتیجه:

$$F_B > F_A > F_C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

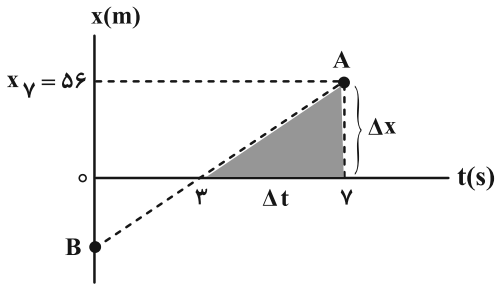
۴۶- **گزینهٔ «۱»** (محمود منصوری)

سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا $t = ۷s$ برابر $۸\frac{m}{s}$ است. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۸ = \frac{\Delta x}{۷} \Rightarrow \Delta x = ۵۶m \Rightarrow x_۷ - x_۰ = ۵۶m$$

$$\xrightarrow{x_۰=۰} x_۷ = ۵۶m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۷s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه یعنی همان شیب پاره‌خط AB است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه‌خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:



$$v_{t=۷s} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۶}{۷-۳} = ۱۴\frac{m}{s}$$

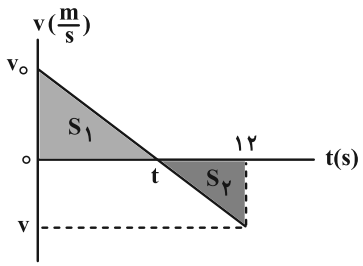
همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است، سرعت اولیهٔ متحرک صفر می‌باشد، بنابراین شتاب متوسط در ۷ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۴-۰}{۷-۰} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۲)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

متحرک در مبدأ زمان در جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین سرعت اولیهٔ آن مثبت است. همچنین چون تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت از اندازهٔ سرعت متوسط آن در این $۱۲s$ بیشتر است، پس متحرک در این مدت تغییر جهت می‌دهد و نمودار سرعت- زمان متحرک به صورت زیر است:



مسافت و جابه‌جایی متحرک در مدت $۱۲s$ را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۱۰}{۳} = \frac{\ell}{۱۲} \Rightarrow \ell = ۴۰m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{\Delta x}{۱۲} \Rightarrow \Delta x = ۲۴m$$

اکنون مقادیر $S_۱$ و $S_۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} S_۱ + S_۲ = ۴۰ \\ S_۱ - S_۲ = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow ۲S_۱ = ۶۴ \Rightarrow S_۱ = ۳۲ \ , \ S_۲ = ۸$$

به کمک نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، داریم:

$$\frac{S_۱}{S_۲} = (\frac{t-۰}{۱۲-t})^۲ \Rightarrow \frac{۳۲}{۸} = (\frac{t}{۱۲-t})^۲$$

$$\Rightarrow ۲ = \frac{t}{۱۲-t} \Rightarrow t = ۸s$$

در پایان با استفاده از مساحت $S_۲$، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$S_۲ = ۸ \Rightarrow \frac{(۱۲-۸)|v|}{۲} = ۸ \Rightarrow ۴|v| = ۱۶$$

$$\Rightarrow |v| = ۴\frac{m}{s} \xrightarrow{v<۰} \vec{v} = (-۴\frac{m}{s})\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا جابه‌جایی اتومبیل را در این بازه محاسبه می‌کنیم. با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

$$\xrightarrow[v_۲=۵۴\frac{km}{h}=۱۵\frac{m}{s}]{\Delta t=۲s \ , \ v_۱=۱۰\frac{m}{s}} \frac{\Delta x}{۲} = \frac{۱۰+۱۵}{۲} \Rightarrow \Delta x = d = ۲۵m$$

اکنون با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار نیروی موتور اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{موتور} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow{W_{f_k}=f_k d\cos ۱۸۰^\circ} W_{موتور} + f_k d\cos ۱۸۰^\circ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\xrightarrow[m=1000kg\ ,\ v_1=10\frac{m}{s}\ ,\ v_2=15\frac{m}{s}]{f_k=2000N\ ,\ d=25m\ ,\ \cos180^\circ=-1}$$

$$W_{\text{موتور}}+2000\times25\times(-1)=\frac{1}{2}\times1000\times(225-100)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=112500J$$

در نتیجه توان متوسط موتور اتومبیل برابر است با:

$$P_{av}=\frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t}=\frac{112500}{2}=56250W=56/25kW$$

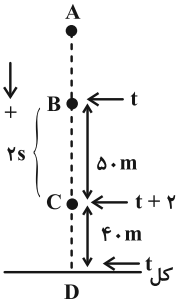
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵، ۱۶)

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت گلوله را در نقطهٔ B محاسبه می‌کنیم. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین و فرض کردن مبدأ محور در نقطهٔ A داریم:

$$y=\frac{1}{2}gt^2$$



$$\left.\begin{aligned}y_C&=\frac{1}{2}g(t+2)^2\\ y_B&=\frac{1}{2}gt^2\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow y_C-y_B=\frac{1}{2}g((t+2)^2-t^2)$$

$$=\frac{1}{2}g(t+2-t)(t+2+t)=\frac{1}{2}g(2)(2t+2)$$

$$\xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{y_C-y_B=50m}50=\frac{1}{2}\times10\times2\times(2t+2)\Rightarrow t=1/5s$$

$$\Delta y_{CD}=y_D-y_C=\frac{1}{2}g(t_{\text{کل}}^2-t_C^2)$$

$$\xrightarrow[t_C=3/5s]{\Delta y_{CD}=40m}40=\frac{1}{2}\times10\times(t_{\text{کل}}^2-(3/5)^2)$$

$$t_{\text{کل}}^2=20/25\Rightarrow t_{\text{کل}}=4/5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (مهری شریفی)

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\left.\begin{aligned}F=ma_1\Rightarrow m=\frac{F}{a_1}\\ F=Ma_2\Rightarrow M=\frac{F}{a_2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F=\sqrt{m^2+M^2}\times a'$$

$$F=\sqrt{(\frac{F}{a_1})^2+(\frac{F}{a_2})^2}\times a'\Rightarrow1=\frac{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}{a_1a_2}\times a'$$

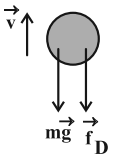
$$a'=\frac{a_1a_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۵۱- **گزینهٔ «۳»** (مصطفی کیانی)

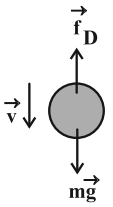
به گلوله دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. هنگامی که گلوله به طرف بالا می‌رود، هر دو نیرو رو به پایین و هنگامی که پایین می‌رود، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر و قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب گلوله را در هر مرحله می‌یابیم:

(جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)



$$F_{net_1}=ma_1\Rightarrow mg+f_D=ma_1$$

$$\Rightarrow a_1=(g+\frac{f_D}{m})$$



$$F_{net_2}=ma_2\Rightarrow mg-f_D=ma_2$$

$$\Rightarrow a_2=g-\frac{f_D}{m}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $v^2=v_0^2+2a\Delta x$، f_D را به صورت زیر می‌یابیم. برای حالت بالا رفتن، تندی اولیهٔ گلوله v_1 و تندی آن در انتهای مسیر صفر است. بنابراین داریم:

$$v^2=v_0^2+2a_1\Delta x\xrightarrow[\Delta x=-h]{v=0\ ,\ v_0=-v_1}0=(-v_1)^2+2a_1(-h)$$

$$\Rightarrow v_1^2=2a_1h\qquad(1)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

برای حالت پایین رفتن، تندی اولیهٔ گلوله صفر و تندی برخورد آن به زمین برابر $v=\frac{v_1}{4}$ است. در این حالت داریم:

$$v^2=v_0^2+2a_2\Delta x \xrightarrow[v_0=0\ ,\ \Delta x=h]{v=\frac{1}{4}v_1} \frac{1}{16}v_1^2=0+2a_2h$$

$$\Rightarrow v_1^2=32a_2h \qquad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)} 2a_1h=32a_2h \Rightarrow a_1=16a_2 \xrightarrow[a_2=g-\frac{f_D}{m}]{a_1=g+\frac{f_D}{m}}$$

$$g+\frac{f_D}{m}=16(g-\frac{f_D}{m}) \Rightarrow g+\frac{f_D}{m}=16g-\frac{16f_D}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{17f_D}{m}=15g \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=0/1kg} \frac{17f_D}{0/1}=15\times 10 \Rightarrow f_D=\frac{15}{17}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

ابتدا فاصلهٔ ماهواره‌ها از مرکز کرهٔ زمین را به دست می‌آوریم:

$$r=R_e+h$$

$$r_A=R_e+h_A \xrightarrow[R_e=6400km]{h_A=6400km} r_A=2\times 6400km$$

$$r_B=R_e+h_B \xrightarrow[R_e=6400km]{h_B=12800km} r_B=6400+12800$$

$$=3\times 6400km$$

سپس نسبت تندی دو ماهواره را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=\sqrt{\frac{3\times 6400}{2\times 6400}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

اکنون با معلوم بودن نسبت جرم‌ها و تندی‌ها می‌توانیم نسبت تکانهٔ آن‌ها را به‌دست آوریم:

$$\frac{p_A}{p_B}=\frac{m_Av_A}{m_Bv_B} \xrightarrow[\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{3}{2}}]{m_B=2m_A} \frac{p_A}{p_B}=\frac{m_A}{2m_A}\times\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۵۳ تا ۵۶)

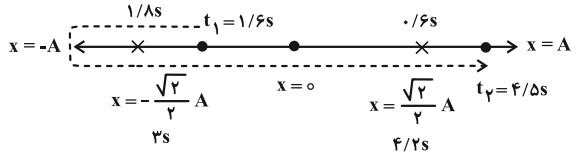
۵۳- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا جباری)

ابتدا به کمک معادلهٔ مکان- زمان، دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} x=A\cos\omega t \\ x=A\cos\frac{5\pi}{12}t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \omega=\frac{5\pi}{12} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=\frac{5\pi}{12} \Rightarrow T=\frac{24}{5}=4/8s$$

از طرفی می‌دانیم در یک دوره (T)، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر در لحظه‌های $\frac{T}{8}$، $\frac{3T}{8}$، $\frac{5T}{8}$ و $\frac{7T}{8}$ با یکدیگر برابر می‌شوند. (در این لحظه‌ها، نوسانگر در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد.)

$$\frac{T}{8}=0/6s\ ,\ \frac{3T}{8}=1/8s\ ,\ \frac{5T}{8}=3s\ ,\ \frac{7T}{8}=4/2s$$



در بازه‌هایی که $|x|>\frac{\sqrt{2}}{2}A$ است، انرژی پتانسیل بزرگ‌تر از انرژی جنبشی است. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 داریم:

$$(3-1/8)+(4/5-4/2)=1/2+0/3=1/5s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow L=\frac{g}{\omega^2} \xrightarrow{\omega=5\pi\frac{rad}{s}\ ,\ g=10\frac{N}{kg}}$$

$$L=\frac{10}{25\pi^2}=\frac{10}{25\times 10}=\frac{1}{25}m=4cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

کافی است به کمک رابطهٔ $d=vt$، اختلاف زمانی دو موج رسیده به عقرب را نوشته و در نهایت فاصلهٔ طعمه (d) را به دست آوریم:

$$\Delta t=t_T-t_L=\frac{d}{v_T}-\frac{d}{v_L}=d(\frac{1}{v_T}-\frac{1}{v_L})=d(\frac{v_L-v_T}{v_Tv_L})$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

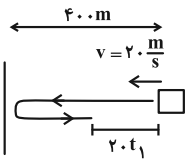
$$\xrightarrow[v_T=40\frac{m}{s},\ v_L=160\frac{m}{s}]{\Delta t=6ms=6\times10^{-3}s} 6\times10^{-3}=d\left(\frac{160-40}{160\times40}\right)$$

$$\Rightarrow d=0/32m=32cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

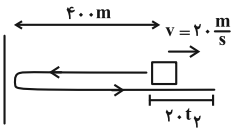
۵۶- **گزینهٔ «۲»** (محمد مقدم)

چون شخص با تندی ثابت به دیوار نزدیک می‌شود t_1 ثانیه بعد به اندازهٔ $20t_1$ به دیوار نزدیک می‌شود و داریم:



$$L=vt$$
$$400+(400-20t_1)=340t_1$$
$$t_1=\frac{800}{360}=\frac{20}{9}s$$

و در حال دور شدن نیز به اندازهٔ $20t_2$ از دیوار دور می‌شود.



$$L=vt$$
$$\Rightarrow 400+(400+20t_2)=340t_2$$
$$t_2=\frac{800}{320}=\frac{5}{2}s$$

$$t_2-t_1=\frac{5}{2}-\frac{20}{9}=\frac{5}{18}s$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۹۲)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

مطابق شکل زیر، چون پرتو نور از هوا وارد محیط شفاف می‌شود، زاویهٔ شکست کمتر از زاویهٔ تابش است، می‌توان نوشت:

$$\theta_1=53^\circ$$
$$\theta_2=53-16=37^\circ$$

با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\Rightarrow\frac{\sin37^\circ}{\sin53^\circ}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow\frac{0/6}{0/8}=\frac{\lambda_2}{\lambda1}\Rightarrow\lambda_2=\frac{3}{4}\lambda_1$$

پس طول‌موج نور در هنگام ورود به محیط شفاف کاهش می‌یابد:

$$\text{درصد کاهش طول‌موج}=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1}\times100=\frac{\frac{3}{4}\lambda_1-\lambda_1}{\lambda_1}\times100=-25\%$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** (امیراحمد میرسعید)

همواره بسامد موج ورودی و بازتابی و عبوری برابر است و گزارهٔ (الف) اشتباه است، در عین حال تندی موج فرودی و بازتابی برابر است و تندی موج عبوری کوچک‌تر از آن‌ها است و گزارهٔ (ب) صحیح است و نیز طول‌موج موج فرودی برابر طول‌موج بازتابی است و از طول‌موج موج عبوری بیشتر است و گزارهٔ (پ) نیز صحیح است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** (بهنام شاهینی)

سومین حالت برانگیخته الکترون هیدروژن، تراز $n=4$ است. با توجه به این‌که انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n=-\frac{E_R}{n^2}$ است، داریم:

$$E_1=E_{n=4}-E_{n=1}=\frac{-E_R}{4^2}-\frac{(-E_R)}{1^2}=\frac{15}{16}E_R$$

انرژی E_2 برابر اختلاف انرژی الکترون دو تراز $n=1$ و $n=3$ (دومین حالت برانگیخته) است، داریم:

$$E_2=E_{n=3}-E_{n=1}=\frac{-E_R}{3^2}-\frac{(-E_R)}{1^2}=\frac{8}{9}E_R$$

$$\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{8}{9}E_R}{\frac{15}{16}E_R}=\frac{128}{135}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

با توجه به نمودار صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases}N_0=10^9\\ t=18h\\ N=12/5\times10^7\end{cases}$$

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow12/5\times10^7=\frac{10^9}{2^n}\Rightarrow2^n=\frac{10^9}{12/5\times10^7}=8\Rightarrow n=3$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

یعنی $18h$ برابر ۳ نیمه‌عمر و هر نیمه‌عمر $6h$ است، در نتیجه یک شبانه‌روز $(24h)$ معادل ۴ نیمه عمر است.

$$n' = \frac{24}{6} = 4$$

$$N' = \frac{N_0}{2^{n'}} \Rightarrow \frac{N'}{N_0} = \frac{1}{2^{n'}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

فرض می‌کنیم شعاع دایره برابر با r باشد و حاصل عبارت $k\frac{q}{r^2}$ را برابر با E در نظر می‌گیریم. اکنون میدان الکتریکی هر یک از بارها را در مرکز دایره تعیین می‌کنیم.

$$q_1 = q_3 = 3q \Rightarrow E_1 = E_3 = k \times \frac{3q}{r^2} = 3E$$

$$\vec{E}_1 = (3E)\,\vec{i} \quad , \quad \vec{E}_3 = (3E)\,\vec{j}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r^2} \xrightarrow{q_2 = 4q} E_2 = k \times \frac{4q}{r^2} = 4E$$

$$\vec{E}_2 = (-4E)\,\vec{i}$$

میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (3E)\,\vec{i} + (-4E)\,\vec{i} + 3E\,\vec{j}$$

$$= (-E)\,\vec{i} + (3E)\,\vec{j}$$

$$E_T = \sqrt{E^2 + 9E^2} = E\sqrt{10}$$

در حالت دوم پس از حذف بار q_1، میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{E}' = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (-4E)\,\vec{i} + (3E)\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow E'_T = \sqrt{16E^2 + 9E^2} \Rightarrow E'_T = 5E$$

در پایان نسبت E'_T به E_T را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{5E}{\sqrt{10}E} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی شریفی)*

ظرفیت خازن تخت از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$$

هنگامی‌که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند. با خارج کردن دی‌الکتریک، k و ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

$C = \frac{q}{V}$: رابطهٔ ظرفیت خازن با بار و اختلاف پتانسیل

$$\Rightarrow \downarrow C = \frac{q \downarrow}{V \text{ ثابت}}$$

بار نیز کاهش می‌یابد.

$\downarrow U = \frac{1}{2} \downarrow qV$ ثابت : رابطهٔ انرژی ذخیره شدهٔ خازن

انرژی نیز کاهش می‌یابد.

$E = \frac{V \text{ ثابت}}{d \text{ ثابت}}$: میدان میان صفحات خازن

میدان ثابت می‌ماند.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به این‌که جرم دو سیم با هم برابر است، به کمک رابطهٔ چگالی می‌توان نوشت:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B$$

$$\xrightarrow{V=AL} \rho'_A A_A L_A = \rho'_B A_B L_B$$

$$\xrightarrow[\rho'_A = 9\times10^3 \frac{kg}{m^3},\ \rho'_B = 2/7\times10^3 \frac{kg}{m^3}]{L_A = 1/5 L_B}$$

$$9\times10^3 \times A_A \times 1/5 L_B = 2/7\times10^3 \times A_B \times L_B$$

$$\Rightarrow 13/5 A_A = 2/7 A_B \Rightarrow A_B = 5A_A$$

حال با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی سیم A به مقاومت الکتریکی سیم B را پیدا کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[L_A = 1/5 L_B]{A_B = 5A_A} \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8\times10^{-8}}{2/7\times10^{-8}} \times \frac{1/5 L_B}{L_B} \times \frac{5A_A}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8}{2/7} \times 1/5 \times 5 = 5$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به نمودار و با استفاده از رابطهٔ قانون اهم، نسبت مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{۴}{۲}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۳}$$

سپس نسبت جریان‌های الکتریکی دو رسانای A و B را در اختلاف پتانسیل‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}\xrightarrow[V_A=V\ ,\ V_B=۳V]{\frac{R_B}{R_A}=\frac{۸}{۳}}\frac{۸}{۳}=\frac{۳V}{V}\times\frac{I_A}{I_B}$$

$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۸}{۹}$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $|q|=ne$ می‌توانیم بنویسیم:

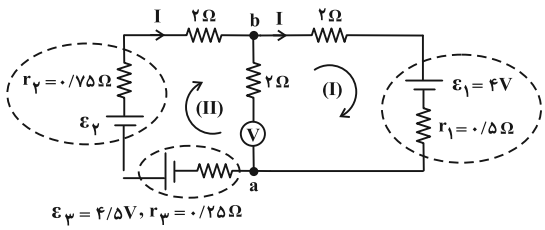
$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{\Delta q_A}{\Delta q_B}\times\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_A=\Delta t_B=۱min}\frac{I_A}{I_B}=\frac{n_Ae}{n_Be}\times۱\xrightarrow{\frac{I_A}{I_B}=\frac{۸}{۹}}\frac{n_A}{n_B}=\frac{۸}{۹}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

توجه کنید که چون ولت‌سنج آرمانی است، از شاخهٔ ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند. بنابراین ابتدا در مسیر (I) پتانسیل‌نویسی (قاعدهٔ حلقه) را انجام می‌دهیم تا جریان مدار پیدا شود و به جای دو مقاومت موازی ۳Ω و ۶Ω معادل آن‌ها یعنی $\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$ را قرار می‌دهیم:



$$V_b-۲I-۴-\frac{۱}{۲}I=V_a\Rightarrow V_b-V_a-\frac{۵}{۲}I-۴=۰$$

$$\xrightarrow{V_b-V_a=۱۱/۵V}۱۱/۵-\frac{۵}{۲}I-۴=۰\Rightarrow I=۳A$$

حال در مسیر (II) پتانسیل‌نویسی کرده و $\varepsilon_۲$ را می‌یابیم:

$$V_a-\frac{۱}{۴}I+۴/۵+\varepsilon_۲-\frac{۳}{۴}I-۲I=V_b$$

$$\Rightarrow ۴/۵+\varepsilon_۲-۳I=V_b-V_a\xrightarrow[I=۳A]{V_b-V_a=۱۱/۵V}$$

$$۴/۵+\varepsilon_۲-۳\times۳=۱۱/۵\Rightarrow\varepsilon_۲=۱۶V$$

حال توان خروجی باتری (۲) و توان ورودی باتری (۱) را حساب می‌کنیم و خواستهٔ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$P_۲=\varepsilon_۲I-r_۲I^۲=۱۶\times۳-\frac{۳}{۴}\times۹=۴۱/۲۵W$$

$$P_۱=\varepsilon_۱I+r_۱I^۲=۴\times۳+\frac{۱}{۲}\times۹=۱۶/۵W$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۴۱/۲۵}{۱۶/۵}=۲/۵$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۴)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا میدان مغناطیسی هر یک از حلقه‌ها را در نقطهٔ O محاسبه می‌کنیم:

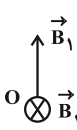
$$B=\frac{\mu_۰NI}{۲R}\Rightarrow B_۱=\frac{\mu_۰N_۱I_۱}{۲R_۱}\xrightarrow[۲R_۱=\text{قطر}=۴۰cm=۰/۴m]{N_۱=۱\ ,\ I_۱=۲A\ ,\ \mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}}$$

$$B_۱=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱\times۲}{۰/۴}=۶\times۱۰^{-۶}T$$

$$B_۲=\frac{\mu_۰N_۲I_۲}{۲R_۲}\xrightarrow[۲R_۲=\text{قطر}=۴۰cm=۰/۴m]{N_۲=۱\ ,\ I_۲=۵A\ ,\ \mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}}$$

$$B_۲=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱\times۵}{۰/۴}\Rightarrow B_۲=۱۵\times۱۰^{-۶}T$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی در نقطهٔ O مطابق شکل زیر است. چون این میدان‌ها بر هم عمودند، بزرگی برایند آن‌ها از رابطهٔ فیثاغورس محاسبه می‌شود:



$$B_t=\sqrt{B_۱^۲+B_۲^۲}=\sqrt{(۶\times۱۰^{-۶})^۲+(۱۵\times۱۰^{-۶})^۲}$$
$$=\sqrt{۲۶۱\times۱۰^{-۱۲}}$$

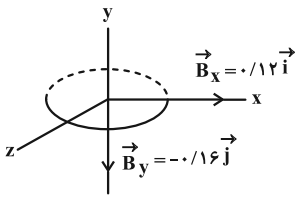
$$\Rightarrow B_t=۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۶}T\xrightarrow{۱G=۱۰^{-۴}T}B_t=۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۲}G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۷- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

طبق رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = AB\cos\theta$ که در آن θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی است. شار مغناطیسی عبوری از حلقه، ناشی از مؤلفهٔ y میدان مغناطیسی است، بنابراین داریم:



$$\Phi = AB_y = \pi r^2 B_y$$

$$\xrightarrow[B_y = ۰/۱۶T]{\pi = ۳\ ,\ r = ۰/۱m} \Phi = ۳\times(۰/۱)^2\times ۰/۱۶ = ۰/۴۸\times ۱۰^{-2}\ Wb$$

$$\xrightarrow{۱Wb = ۱۰^3 mWb} \Phi = ۴/۸ mWb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

ابتدا معادلهٔ جریان گذرنده از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T})t \xrightarrow[\frac{T}{2}=\frac{۱}{۱۰۰}s \Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s]{I_m = ۴A} I = ۴\sin\frac{2\pi}{\frac{۱}{۵۰}}t$$

$$\Rightarrow I = ۴\sin ۱۰۰\pi t$$

حالا می‌توانیم مقدار جریان را در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۲۰}s$ محاسبه کنیم:

$$I = ۴\sin(۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰}) = ۴\sin(\frac{۵\pi}{۶})$$

$$\xrightarrow{\sin\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}} I = ۴\times\frac{۱}{۲} = ۲A$$

در پایان نیز با استفاده از قانون اهم، مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=۲A]{V=۱۲۰V} R = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰\Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۵)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

کافی است ابتدا آهنگ افزایش مساحت $(\frac{\Delta A}{\Delta t})$ لکهٔ روغن را برحسب $\frac{mm^2}{s}$ حساب کرده و سپس آن را به $\frac{inch^2}{min}$ تبدیل کنیم:

آهنگ افزایش سطح لکه $= \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{۱۰ mm^2}{۰/۸ s}$

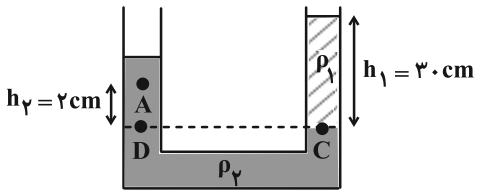
$$= ۱۲/۵\frac{mm^2}{s}\times(\frac{۱۰^{-1}cm}{۱mm})^2\times(\frac{۱inch}{۲/۵cm})^2\times(\frac{۶۰s}{۱min})$$

$$= \frac{۱۲/۵\times۱۰^{-2}\times۶۰}{۲/۵\times۲/۵} = ۱/۲\frac{inch^2}{min}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** (امیراحمد میرسعید)

مایعی که پایین قرار گرفته چگالی بیشتری دارد و $\rho_2 > \rho_1$ است.



$$P_C = P_D$$

$$\rho_1 g h_1 + P_0 = P_D \Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰} + ۱۰^5 = P_D$$

$$\Rightarrow P_D = ۱۰۳۰۰۰ Pa$$

$$P_D = P_A + \rho_2 g h_2 \Rightarrow ۱۰۳۰۰۰ = P_A + ۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۲}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۱۰۳۰۰۰ = P_A + ۲۷۲۰ \Rightarrow P_A = ۱۰۳۰۰۰ - ۲۷۲۰ = ۱۰۰۲۸۰ Pa$$

$$P_A = ۱۰۰/۲۸ kPa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۳)

ابتدا چگالی مخلوط گفته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow[\rho_2 = ۱/۲\frac{g}{cm^3}, V_2 = ۶۰۰mL = ۶۰۰cm^3]{\rho_1 = ۱\frac{g}{cm^3}, V_1 = ۴۰۰mL = ۴۰۰cm^3}$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{۱\times۴۰۰ + ۱/۲\times۶۰۰}{۴۰۰ + ۶۰۰} = ۱/۱۲\frac{g}{cm^3}$$

فشار پیمانه‌ای: $P_g = \rho g h = ۱/۱۲\times۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$

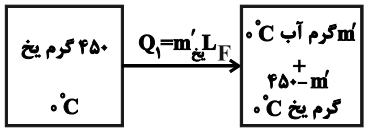
$$= ۵۶۰۰ Pa = ۵/۶ kPa$$

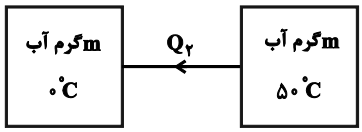
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۲- **گزینهٔ «۴»** (سراسری ریاضی- ۹۹)

اگر تمام ۴۵۰ گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس بخواهد به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود، به ۷۲۰ گرم آب $50^\circ C$ نیاز داریم که در این حالت مجموع آب صفر درجهٔ سلسیوس ۱۱۷۰ گرم می‌شود. (چرا؟) چون جرم آب صفر درجهٔ سلسیوس بیان شده در سؤال کمتر از این مقدار است، نشان می‌دهد که مقداری از یخ صفر درجهٔ سلسیوس آب شده (m') و مقداری از آن باقی مانده $(450-m')$ و در نهایت مخلوطی از آب و یخ داریم؛ حال اگر جرم آب اضافه شده $50^\circ C$ را m در نظر بگیریم، در این‌صورت طبق طرح‌وارهٔ زیر داریم:





$$Q_1+Q_2=0 \Rightarrow m'_{یخ}L_F+m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}=0$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_{آب}=0-50=-50^\circ C]{L_F=80c_{آب}} m'_{یخ}80c_{آب}+m_{آب}c_{آب}\times(-50)=0$$

$$\Rightarrow 8m'_{یخ}=5m_{آب} \quad (1)$$

از طرفی مجموع آب اضافه شده و یخ ذوب شده برابر ۵۲۰ گرم است.

$$m_{آب}+m'_{یخ}=520g \xrightarrow[m'_{یخ}=\frac{5}{8}m_{آب}]{(1)} m_{آب}+\frac{5}{8}m_{آب}=520$$

$$\Rightarrow m_{آب}=\frac{520\times8}{13}=320g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۱۰۶)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** (محمود منصوری)

$$Q=\frac{1}{2}K \Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mv^2)$$

$$v^2=4c\Delta\theta \Rightarrow v^2=4\times400\times400=64\times10^4 \Rightarrow v=800\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰ و کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا شریفی)

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_0+\rho gh\ ,\ P_2=P_0}$$

$$\frac{(P_0+\rho gh)\times V_1}{273+2}=\frac{10^5\times2/4V_1}{273+27}$$

$$\Rightarrow \frac{10^5\times2/4}{300}=\frac{10^5+10^3\times10h}{275}$$

$$10^5+10^4h=10^3\times0/8\times275 \Rightarrow 10^5+10^4h=10^3\times220$$

$$10+h=22 \Rightarrow h=12m$$

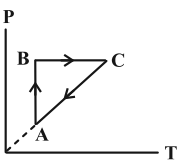
(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

فرایند AB یک فرایند هم‌دما می‌باشد که حجم گاز در آن کم شده است، بنابراین طبق رابطهٔ $PV=nRT$ هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است که دمای گاز در آن افزایش یافته است، در نتیجه حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند CA یک فرایند هم‌حجم است که دمای گاز در آن کم شده است و بنابراین طبق رابطهٔ $PV=nRT$ فشار آن نیز کاهش می‌یابد.



نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آن‌گاه نمودار $P-T$ ساعتگرد می‌باشد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

این عنصر $_{۲۴}Cr$ با آرایش الکترونی $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^1$ است.

بررسی هر یک از موارد:

مورد اول: نادرست؛ ۵ زیرلایه پر شده دارد که از الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن $(6e^-)$، ۱ واحد کمتر است.

مورد دوم: درست؛ آرایش الکترونی لایهٔ آخر این عنصر $(4s^1)$ با آرایش الکترونی لایهٔ آخر $_{۲۹}Cu$ که دومین عنصر از جدول است که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، برابر است.

مورد سوم: درست؛ شمار زیرلایه‌های اشغال شده در کروم، برابر ۷ و شمار زیرلایه‌های نیمه پر در آن برابر ۲ است. پس: $\frac{۷}{۲}=۳/۵$

مورد چهارم: درست؛ تعداد الکترون لایهٔ ظرفیت این عنصر برابر ۶ است و تعداد عناصری که در دورهٔ ۴، زیرلایهٔ 3d پر ندارند، برابر ۱۰ عنصر (Ni، Co، Fe، Mn، Cr، V، Ti، Sc، Ca و K) است و نسبت آن‌ها برابر $\frac{۶}{۱۰}$ است.

(عناصر Cu، Zn و عناصر دستهٔ p در دورهٔ چهارم، زیرلایهٔ 3d پرشده دارند.)

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن میمونی)*

واکنش سوختن پتاسیم به صورت زیر است:

$$4K(s)+O_2(g)\rightarrow 2K_2O(s)$$

تعداد مول ^{39}K که در واکنش سوختن شرکت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$?mol\ ^{39}K=188g\ K_2O\times\frac{1mol\ K_2O}{94g\ K_2O}\times\frac{4mol\ ^{39}K}{2mol\ K_2O}$$

$$=4mol\ ^{39}K$$

تعداد کل مول‌های پتاسیم در نمونهٔ اولیه برابر است با:

$$3/01\times10^{24}\ \text{اتم}\times\frac{1mol\ K}{6/02\times10^{23}\ \text{اتم}\ K}=5mol\ K$$

بنابراین تعداد مول ^{40}K برابر است با: $5-4=1$

حال به محاسبهٔ جرم اتمی میانگین می‌پردازیم:

$$\bar{M}=\frac{4\times39+1\times40}{5}=39/2amu$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۹)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(فرشید مرادی)*

فقط مورد سوم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: تکنسیم برای مدت طولانی قابل نگهداری نیست و هر جا که نیاز باشد، باید تولید و سپس مصرف شود.

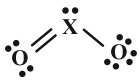
مورد دوم: در غنی‌سازی، واکنش هسته‌ای رخ نمی‌دهد و طی آن درصد ایزوتوپ مطلوب افزایش می‌یابد.

مورد چهارم: تجمع گلوکز معمولی و پرتوزا هیچ تفاوتی در اطراف تودهٔ سرطانی با یکدیگر ندارد.

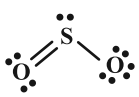
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

مولکول XO_2 دارای ۳ جفت الکترون پیوندی است پس می‌توان دریافت که یکی از اتم‌های اکسیژن دارای پیوند دوگانه و دیگری دارای پیوند یگانه است. اتم اکسیژن در حالتی که دارای پیوند دوگانه است، ۲ جفت الکترون ناپیوندی و در حالتی که دارای فقط یک پیوند یگانه است، ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس در این مولکول، ۵ جفت الکترون ناپیوندی مربوط به اتم‌های اکسیژن و ۱ جفت الکترون ناپیوندی دیگر مربوط به اتم X است.



اتم اکسیژن برای هشت‌تایی شدن به $2e^-$ نیاز دارد. هنگامی که یک پیوند یگانه برقرار می‌کند یعنی یک الکترون از اتم دیگر گرفته و یک الکترون را به اشتراک گذاشته است. پس ساختار الکترون- نقطه‌ای X به صورت $:\dot{X}\cdot$ است، پس X در گروه ۱۶ قرار دارد. از طرفی عنصری که به صورت بخار در لامپ موجود در خیابان‌ها، بزرگراه‌ها و آزادراه‌ها وجود دارد Na بوده که در دورهٔ ۳ قرار دارد. پس X در دورهٔ ۳ و گروه ۱۶ قرار دارد و در واقع اتم گوگرد با آرایش الکترون- نقطه‌ای $:\dot{S}\cdot$ است.



SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بار = کل الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی − مجموع عدد یکان گروه عناصر

$$\Rightarrow ۶+x+۶-۱۸=۰ \Rightarrow x=۶ \Rightarrow \begin{cases} \text{گروه } ۱۶ \\ \text{دورهٔ } ۳ \end{cases} \Rightarrow S$$

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مولکول $SO_۳$ دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است، در حالی‌که $SOCl_۲$ دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.

ب) نادرست؛ گوگرد نافلزی زرد رنگ بوده که فاقد رسانایی گرمایی و الکتریکی است؛ در حالی‌که الماس رسانایی گرمایی دارد و رسانایی الکتریکی ندارد و یا گرافیت رسانایی الکتریکی دارد و رسانایی گرمایی ندارد. یعنی هیچ یک از دگرشکل‌های کربن هر دو خاصیت را با هم ندارند.

پ) درست؛ عنصر گوگرد با اکسیژن هم‌گروه است.

$SO_۲$ $O_۳$

ت) درست

نور و گرما $+ O_۲(g) \rightarrow H_۲O(g)+SO_۲(g)+CO_۲(g)+$ زغال‌سنگ

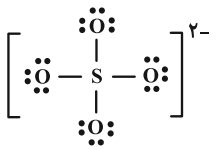
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷، ۷۳ و ۷۴)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ آرگون فراوان‌ترین گاز نجیب در هواکره است و درصد فراوانی آن در هواکره از مجموع درصد فراوانی دیگر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

۲) درست؛ عدد اکسایش S در $SO_۴^{۲-}$ و C در HCN به ترتیب برابر ۶ و ۲ می‌باشد.



$H-C\equiv N:$ ،

۳) درست؛ گاز NO خروجی از اگزوز خودروها دارای الکترون جفت نشده است، در نتیجه یک رادیکال محسوب شده و در واکنش با اکسیژن هوا تولید اوزون ترپوسفری می‌نماید. $NO_۲$ جزء گازهای آلایندهٔ هواکره است ولی خروجی اگزوز خودرو نیست.

$$N_۲+O_۲ \xrightarrow{\text{موتور خودرو}} ۲NO$$

$$NO+O_۲ \rightarrow NO_۲$$

$$NO_۲+O_۲ \rightarrow NO+O_۳$$

۴) نوع بار جزئی S در $SO_۳$ و O در $OF_۲$ یکسان و مثبت می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۶۵، ۷۵ و ۷۶)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

قسمت اول: با استفاده از کسرهای تبدیل، مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$۷/۶۴g\ Cu_۳(PO_۴)_n \times \frac{۱mol\ Cu_۳(PO_۴)_n}{(۳(۶۴)+۹۵n)g\ Cu_۳(PO_۴)_n}$$

$$\times \frac{۳mol\ Cu^{n+}}{۱mol\ Cu_۳(PO_۴)_n} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}Cu^{n+}}{۱mol\ Cu^{n+}}$$

$$=۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۲}Cu^{n+} \Rightarrow n=۲$$

قسمت دوم: فرمول شیمیایی ترکیب یونی مورد نظر به صورت $Cu_۳(PO_۴)_۲$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$?g\ PO_۴^{۳-}=۹۵۵۰\times۱۰^{-۳}g\ Cu_۳(PO_۴)_۲$$

$$\times \frac{۱mol\ Cu_۳(PO_۴)_۲}{۳۸۲g\ Cu_۳(PO_۴)_۲} \times \frac{۲mol\ PO_۴^{۳-}}{۱mol\ Cu_۳(PO_۴)_۲}$$

$$\times \frac{۹۵g\ PO_۴^{۳-}}{۱mol\ PO_۴^{۳-}}=۴/۷۵g\ PO_۴^{۳-}$$

در ادامه با استفاده از رابطهٔ ppm می‌توان نوشت:

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰^{۶}$$

$$\Rightarrow ppm_{(PO_۴^{۳-})}=\frac{۴/۷۵g\ PO_۴^{۳-}}{۸۰۰g\ (\text{محلول})}\times۱۰^{۶}=۵۹۳۷/۵$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

مولکول‌های $H_۲O$ و $H_۲S$ هر دو از نوع قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. مولکول‌های $H_۲O$ در دمای اتاق مایع اما مولکول‌های $H_۲S$ در دمای اتاق به صورت گاز هستند. نیروی جاذبهٔ بین مولکولی غالب در آب از نوع پیوند هیدروژنی است اما $H_۲S$ نمی‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. هر دو مولکول در ساختار خود دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۳- **گزینهٔ «۴»** (سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

۱) انحلال هر دو نمک گرماگیر بوده (با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری افزایش یافته است) و در نتیجه با انحلال آن‌ها در آب، دمای آب کاهش می‌یابد.

۲) با توجه به مقادیر ارائه شده، شیب نمودار انحلال‌پذیری سدیم نیترات بیشتر از پتاسیم کلرید بوده و با توجه به عرض از مبدأ بیشتر نمودار سدیم نیترات، این عبارت درست است.

۳) تفاوت انحلال‌پذیری در دو دما (رسوب تولید شده):

$$۹۶ - ۸۰ = ۱۶\,g$$

$$\left.\begin{matrix} ۱۶ \text{ گرم رسوب در } ۱۹۶ \text{ گرم محلول} \\ x \text{ گرم رسوب در } ۵۸۸ \text{ گرم محلول} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x = ۴۸\,g \text{ رسوب}$$

۵۴۰ گرم محلول باقی مانده = ۴۸ گرم رسوب − ۵۸۸ گرم محلول

۴) در ۱۳۶ گرم محلول سیرشدهٔ KCl در دمای $۳۰^\circ C$، ۳۶ گرم از آن وجود دارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{نمک } ۱۸۰\,g = \text{محلول } ۶۸۰\,g \times \frac{\text{نمک } ۳۶\,g}{\text{محلول } ۱۳۶\,g}$$

$$\Rightarrow ۱۸۰\,g\ KCl \times \frac{۱\,mol\ KCl}{۷۴/۵\,g\ KCl} \simeq ۲/۴\,mol\ K$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** (سعید تیزرو)

درصد جرمی نمک حل شده در آب میان دریاهای نام برده شده در کتاب درسی به صورت «دریای مرده > دریای سرخ > دریای مدیترانه > اقیانوس آرام» می‌باشد.

از طرفی ترکیبات یونی $MgSO_4$، $CaSO_4$ و $BaSO_4$ به ترتیب محلول، کم‌محلول و نامحلول در آب هستند.

نقطهٔ جوش HF از NH_3 و نقطهٔ جوش NH_3 از CH_4 بیشتر است.

بررسی موارد نادرست:

CO_2 به دلیل واکنش با آب و همچنین جرم مولی بالاتر نسبت به NO، در شرایط یکسان به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود. گشتاور دوقطبی آب حدود دو برابر گشتاور دوقطبی H_2S است. گشتاور دوقطبی I_2 برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۱۰۰، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۱۱ و ۱۱۵)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) A معادل با کربن بوده و با توجه به ترتیب واکنش‌پذیری $Na > C > Fe$، واکنش $FeO + C \rightarrow$ برخلاف واکنش $Na_2O + C \rightarrow$ به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

۲) عنصر E، فلوئور است. عنصر نافلزی G پس از C و E بیشترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر $_8O$ بوده و ترکیب آن با فلوئور به صورت GE_2 خواهد بود.

۳) عنصر نافلزی B پس از A کمترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر $_7N$ است.

$_7N$: آرایش الکترون- نقطه‌ای $\dot{\underset{\cdot}{\ddot{N}}}\cdot$

۴) عنصر فلزی C همان $_3Li$ است.

$$۳Li : ۱s^2\ ۲s^1 \qquad ۲s^1 \text{ برای الکترون‌های } n+l \text{ مجموع } = ۲$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۵)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** (هدی بهاری‌پور)

$$\underset{\substack{۰/۵\,mol \\ ۸۰٪}}{C_7H_{16}} + ۱۱O_2 \rightarrow \underset{?\,mol}{۷CO_2} + ۸H_2O$$

$$۰/۵\,mol\ C_7H_{16} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} \times \frac{۷\,mol\ CO_2}{۱\,mol\ C_7H_{16}}$$

$$= ۲/۸\,mol\ CO_2 \quad \text{(حاصل از واکنش سوختن)}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$K_2O + 2CO_2 + H_2O \rightarrow 2KHCO_3$$

$$KHCO_3 = 39+1+12+3\times16 = 100\,g.mol^{-1}$$

$$2/8\,mol\ CO_2 \times \frac{2\,mol\ KHCO_3}{2\,mol\ CO_2} \times \frac{100\,g\ KHCO_3}{1\,mol\ KHCO_3}$$

$$= 280\,g\ KHCO_3 \quad \text{نظری}$$

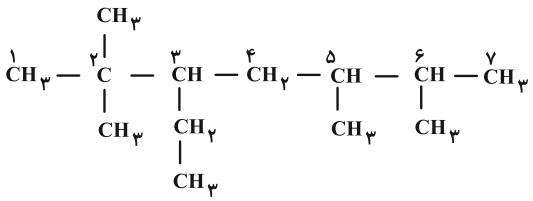
$$\text{بازده} = \frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{\text{نظری}} \Rightarrow \frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{280}$$

پتاسیم هیدروژن کربنات تولید شده $= 252\,g$ مقدار عملی

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محسن مجنونی)*

فرمول ساختاری آلکان مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



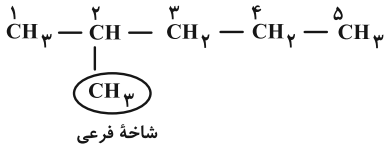
بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به شماره گذاری کربن‌های زنجیرهٔ اصلی نام آن ۳- اتیل- ۲، ۲، ۵، ۶- تترامتیل هپتان می‌باشد.

۲) فرمول مولکولی این ترکیب $C_{13}H_{28}$ است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد پیوندهای کووالانسی} = \frac{4\times13+1\times28}{2} = 40 \\ \text{مجموع اعداد اکسایش کربن‌ها}: 13C + 28(+1) = 0 \\ \Rightarrow 13C = -28 \xrightarrow{\text{قرینه}} 28 \end{array}\right\} \Rightarrow 40-28 = 12$$

۳) با قرار دادن H به جای گروه‌های متیل این ترکیب، به ترکیب زیر می‌رسیم:



شاخهٔ فرعی

۴) تعداد اتم‌های کربن زنجیرهٔ اصلی این ترکیب برابر ۷ می‌باشد.

۱) $C=C-C-C-C-C-C$ (۱- هپتن)

۲) $C-C=C-C-C-C-C$ (۲- هپتن)

۳) $C-C-C=C-C-C-C$ (۳- هپتن)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(امین نوروزی)*

ابتدا به کمک گرمای داده شده و رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، جرم آلومینیم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 7/776\,kJ \times \frac{1000\,J}{1\,kJ} = 7776\,J$$

$$c = 0/9\,J.g^{-1}.C^{-1} \quad ، \quad \Delta\theta = 40^\circ C$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 7776 = m\times0/9\times40 \Rightarrow m = 216\,g\ Al$$

در ادامه به کمک رابطهٔ چگالی، حجم قطعهٔ آلومینیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 2/7 = \frac{216}{x} \Rightarrow x = \frac{216\times10}{27} = 80\,cm^3\ Al$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

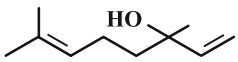
موارد (الف)، (ب) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) کیسه‌های سرمازا حاوی آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) می‌باشند. انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده و انحلال آمونیوم نیترات در آب گرماگیر است.

ب) محلول پتاسیم منگنات بنفش نیست، بلکه محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ می‌باشد که با اسیدهای آلی در دمای بالاتر، سریع‌تر واکنش می‌دهد.

پ) عامل طعم و بوی گشنیز (مولکول زیر) حلقهٔ بنزنی ندارد.



ت) ارزش سوختن چربی‌ها ۳۸ کیلوژول بر گرم و ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات‌ها ۱۷ کیلوژول بر گرم است.

ث) پیوندهای $C-O$ و $C=O$ در چندین ترکیب مختلف (مانند الکل‌ها و آلدهیدها) می‌توانند وجود داشته باشند اما پیوند $C\equiv O$، منحصراً در کربن مونوکسید (CO) قابل مشاهده است. پس استفاده از لفظ میانگین آنتالپی پیوند برای آن مجاز نیست.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۹۶)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

ابتدا به کمک حجم گاز داده شده در سؤال، آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$448\,L\ gas \times \frac{1\,mol\ gas}{22/4\,L\ gas} \times \frac{x\,kJ}{1\,mol\ gas} = 220\,kJ$$

$$x = 11 \Rightarrow \text{واکنش گرماده} \Rightarrow \Delta H = -11\,kJ$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

مطابق با قانون هس، لازم است واکنش (I) را در $(\frac{۱}{۶}-)$، واکنش (II) را در $(\frac{۱}{۲})$ و واکنش (III) را در $(\frac{۱}{۳}-)$ ضرب کنیم تا به واکنش صورت سؤال برسیم. در ادامه آنتالپی واکنش‌های (I)، (II) و (III) را پس از اعمال تغییرات برابر با آنتالپی واکنش صورت سؤال (که تا پیش از این برابر ۱۱- کیلوژول به دست آوردیم) قرار می‌دهیم. اگر آنتالپی واکنش (I) را برابر x درنظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$-۱۱ = -\frac{x}{۶} + \frac{۱}{۲}(-۲۳) - \frac{۱}{۳}(۱۸) \Rightarrow x = -۳۹\,kJ$$

گرمای آزاد شده در واکنش (I) به ازای مصرف ۶۴۰ گرم $Fe_۲O_۳$:

$$۶۴۰\,g\ Fe_۲O_۳ \times \frac{۱\,mol\ Fe_۲O_۳}{۱۶۰\,g\ Fe_۲O_۳} \times \frac{۳۹\,kJ}{۳\,mol\ Fe_۲O_۳}$$

$$= ۵۲\,kJ \quad \text{(گرمای آزاد شده)}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} \Rightarrow m = \frac{۵۲\,kJ}{۴/۲ \times ۵} \simeq ۲/۴۸\,kg \quad \text{آب}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

ابتدا حساب می‌کنیم که پس از ۸۰ ثانیه، چند مول واکنش‌دهنده (CO یا NO) مصرف می‌شود. (با CO پیش می‌رویم.)

$$?\,mol\ CO = ۱۴۴\,kJ \times \frac{۲\,mol\ CO}{۷۲۰\,kJ} = ۰/۴\,mol\ CO$$

قسمت اول: با استفاده از مقدار مصرف شدهٔ CO، سرعت متوسط واکنش را در مدت ۸۰ ثانیه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{R}_{(\text{واکنش})} = \dfrac{\bar{R}_{CO}}{۲} \\ \bar{R}_{CO} = -\dfrac{\Delta n_{(CO)}}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \bar{R}_{(\text{واکنش})} = -\frac{\Delta n_{(CO)}}{۲ \times \Delta t\,(min)}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{(\text{واکنش})} = -\frac{(-۰/۴)\,mol}{۲ \times (۸۰\,s \times \frac{۱\,min}{۶۰\,s})} = ۰/۱۵\,mol.min^{-۱}$$

قسمت دوم: مطابق ضرایب استوکیومتری در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش، بر اثر مصرف ۰/۴ مول CO، ۰/۴ مول NO نیز مصرف و به ترتیب ۰/۴ مول $CO_۲$ و ۰/۲ مول $N_۲$ تولید می‌شود. در ابتدا ۵ ذرهٔ CO و ۵ ذرهٔ NO وجود داشته که ۲ تا از هر یک از آن‌ها مصرف (و ۳ ذره از هر یک از آن‌ها باقی می‌ماند) و ۲ ذرهٔ $CO_۲$ و یک ذرهٔ $N_۲$ تولید می‌شود.

بنابراین حالت (II)، ترکیب درصد اجزای واکنش را پس از ۸۰ ثانیه به درستی نمایش می‌دهد.

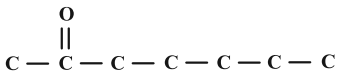
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

برای به دست آوردن تعداد پیوندهای اشتراکی در یک مولکول می‌توان از رابطه «$\frac{\text{ظرفیت هر اتم} \times \text{تعداد هر اتم}}{۲}$» استفاده کرد. برای مثال تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول با فرمول $C_۸H_۸$ (استیرن) برابر است با:

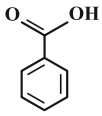
$$\text{پیوند اشتراکی} = \frac{۸ \times ۴ + ۸ \times ۱}{۲} = ۲۰$$

● ساختار ۲- هپتانون



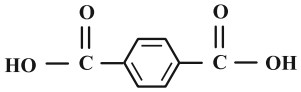
$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۶}{۲۲}$$

● ساختار بنزوئیک اسید



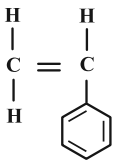
$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۱۹}$$

● ساختار ترفتالیک اسید



$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۵}{۲۳}$$

● ساختار استیرن



$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۲۰}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمسعود حسینی)*

براساس شکل (۳) در صفحهٔ ۱۰۳ کتاب درسی صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) درشت مولکول‌هایی مانند روغن زیتون جرم و حجم بسیار بیشتری نسبت به کوچک مولکول‌هایی مانند آب دارند. بنابراین نیروهای واندروالسی در درشت مولکول‌ها از پیوند هیدروژنی در کوچک مولکول‌ها (در حالت فیزیکی مشابه) قوی‌تر است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲) قدرت نیروهای بین مولکولی در تفلون از گاز تترافلوئورو اتن بیشتر است.

اما نیروهای بین مولکولی در هر دو از نوع واندروالسی است.

۴) هر دو واکنش در دما و فشار بالا انجام می‌شوند. دما و فشار لازم برای فرایند هابر ۴۵۰ درجهٔ سلسیوس و ۲۰۰ اتمسفر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۰۶)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(محسن مجنونی)*

هر چهار مورد صحیح است.

بررسی موارد:

الف) با توجه به محتوای کتاب درسی از پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف و از پلی اتیلن ترفتالات در ساخت بطری‌های آب معدنی استفاده می‌شود.

ب) مونومر سازندهٔ پلیمر I، استیرن و دی الکل سازندهٔ پلیمر II، اتیلن گیلکول است.

$$\text{استیرن } (C_8H_8) = 8\times12+8 = 104\,g.mol^{-1}$$

$$\text{اتیلن گلیکول } (C_2H_6O_2) = 2\times12+6\times1+2\times16 = 62\,g.mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 104-62 = 42\,g.mol^{-1}$$

پ) گروه عاملی استری در پلیمر II وجود دارد، می‌دانیم ویتامین C هم دارای یک گروه عاملی استری است.

ت) با توجه به واکنش موازنه شدهٔ زیر داریم:

$$(C_{10}H_8O_4)_n + 10n\,O_2 \rightarrow 10n\,CO_2 + 4n\,H_2O$$

$$?\ \text{واحد تکرارشونده} = 1\,mol\ \text{پلیمر} \times \frac{4n\,mol\ H_2O}{1\,mol\ \text{پلیمر}}$$

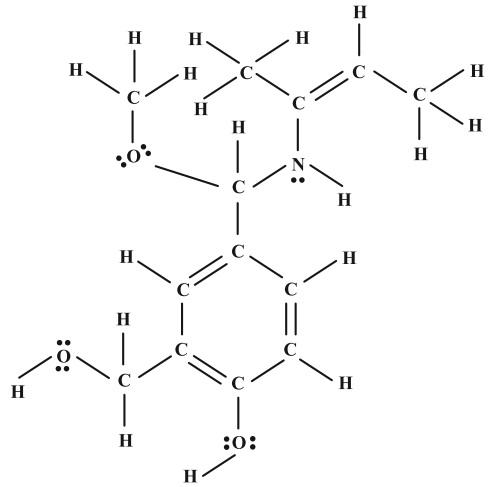
$$\times\frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}\times\frac{1\,kg\ H_2O}{1000\,g\ H_2O} = 288\,kg\ H_2O$$

$$\Rightarrow n = 4000\ \text{تعداد واحدهای تکرارشونده}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۳)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ساختار گستردهٔ مولکول داده شده عبارت است از:



این ساختار فاقد گروه عاملی آلدهیدی است و دارای یک گروه عاملی اتری، یک گروه عاملی آمینی و دو گروه عاملی هیدروکسیل می‌باشد.

این ترکیب دارای ۴۰ جفت الکترون پیوندی و ۷ جفت الکترون ناپیوندی (هر اکسیژن ۲ جفت و نیتروژن یک جفت) است.

فرمول مولکولی آن $C_{13}H_{19}NO_3$ بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن (۱۹ عدد) بیش از ۳ برابر تعداد کربن‌های سیکلوهگزان (C_6H_{12}) است.

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۰، ۷۱ و ۱۱۱)

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

مخلوط آب و الکل نوعی محلول است و ذرات سازندهٔ آن مولکول‌ها هستند و نور را پخش نمی‌کند. (انحلال الکل در آب به صورت مولکولی است.)

شیر مخلوطی پایدار (نوعی کلوئید) است. ذرات سازندهٔ کلوئیدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت می‌باشد و کلوئیدها جزء مواد ناهمگن هستند.

شربت خاکشیر یک نوع سوسپانسیون است و نور را پخش می‌کند و ذرات سازندهٔ آن ذرات ریز ماده است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(خورشید مرادی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست؛ زیرا اسید ضعیف و غلظت‌های اولیه برابر است:

$$\frac{M-M\alpha_{HB}}{M-M\alpha_{HA}} = \frac{1-\alpha_{HB}}{1-\alpha_{HA}} = 1/5$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\Rightarrow ۱/۵-۱/۵\alpha_{HA}=۱-\alpha_{HB} \xrightarrow{\alpha_{HA}=۳\alpha_{HB}} \alpha_{HB}=\frac{۱}{۷}$$

۲) شمار یون‌ها علاوه بر درجهٔ یونش، به غلظت اسید و ظرفیت آن نیز بستگی دارد.

مجموع غلظت یون‌ها در اسید ضعیف تک ظرفیتی: $۲M\alpha_{\text{اسید}}$

۳) $\underset{M-M\alpha_{HA}}{HA} \rightleftharpoons H^+ + A^-$

$\alpha_{HB} < \alpha_{HA}$

$\Rightarrow$ یون‌های حاصل از یونش HB < یون‌های حاصل از یونش HA

$\Rightarrow HB < HA$: رسانایی در دما و غلظت یکسان

از طرفی مشخص می‌شود که شمار مولکول‌های یونیده نشدهٔ HB بیشتر است.

۴) HBr یک اسید قوی است و درجهٔ یونش آن ۱ است. پس درجهٔ یونش HA برابر ۰/۶ و درجهٔ یونش HB برابر ۰/۲ است.

$$\underset{\underbrace{۱-۱\times ۰/۲}_{۰/۸}}{HB} \rightleftharpoons \underset{۰/۲}{H^+} + \underset{۰/۲}{B^-}$$

$$\Rightarrow [H^+]+[B^-]=۰/۴ mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(فرشید مرادی)*

ابتدا با توجه به pH و درصد یونش داده شده، مقدار اولیهٔ استیک اسید را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$pH=x \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-x}$$

$$\Rightarrow pH=۲/۳ \;,\; [H^+]=۱۰^{-۲/۳}=۱۰^{-۳}\times ۱۰^{۰/۷}$$

$$=۵\times ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$\alpha=۲۰٪=\frac{[H^+]}{M}\times ۱۰۰=\frac{۵\times ۱۰^{-۳}}{M}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{غلظت اولیهٔ } CH_۳COOH = ۰/۰۲۵ mol.L^{-۱}$$

حال می‌توان گفت در محلولی به حجم ۴ لیتر، $۴\times ۰/۰۲۵=۰/۱ mol$ استیک اسید وجود دارد. با توجه به اضافه شدن باز به محلول، از مقدار اسید داخل محلول کاسته می‌شود.

$$۵۰۰mL\ Ba(OH)_۲\times\frac{۱L\ Ba(OH)_۲}{۱۰۰۰mL\ Ba(OH)_۲}$$

$$\times\frac{۰/۰۳mol\ Ba(OH)_۲}{۱L\ Ba(OH)_۲}=۰/۰۱۵mol\ Ba(OH)_۲$$

با توجه به فرمول باریم هیدروکسید، هر مول از آن دو مول یون هیدروکسید تولید می‌کند:

$$۰/۰۱۵mol\ Ba(OH)_۲\times\frac{۲mol\ OH^-}{۱mol\ Ba(OH)_۲}$$

$$=۰/۰۳mol\ OH^-$$

با توجه به خنثی شدن اسید توسط باریم هیدروکسید، مقدار ۰/۰۷ مول اسید باقی می‌ماند:

مقدار اسید باقی‌مانده : $۰/۱ mol$ اسید $-۰/۰۳mol\ OH^-$

اسید باقی مانده $=۰/۰۷mol$

حال مقدار $Ca(OH)_۲$ لازم برای خنثی کردن این مقدار اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$۰/۰۷\ mol\ \text{اسید}\times\frac{۱mol\ OH^-}{۱mol\ \text{اسید}}\times\frac{۱mol\ Ca(OH)_۲}{۲mol\ OH^-}$$

$$\times\frac{۷۴g\ Ca(OH)_۲}{۱mol\ Ca(OH)_۲}\times\frac{۱۰^۶g\ (\text{محلول})}{۵۱۸g\ Ca(OH)_۲}\times\frac{۱kg\ (\text{محلول})}{۱۰^۳g\ (\text{محلول})}$$

$$=۵kg\ (\text{محلول})$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸، ۳۰ و ۳۱)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

بررسی موارد:

الف) با توجه به جدول ۱ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی، ثابت یونش فورمیک اسید بسیار بزرگ‌تر از ثابت یونش هیدروسیانیک اسید می‌باشد و لذا قدرت اسیدی بیشتری دارد. لازم به ذکر است که قدرت اسیدی تابع K_a اسید است.

ب) حاصل‌ضرب $[H_۳O^+][OH^-]$ در دمای $۲۵^\circ C$ برابر $۱۰^{-۱۴}$ می‌باشد. در مورد دماهای دیگر هم مقدار آن کمتر یا بیشتر می‌شود. اما شیب آن تغییر نمی‌کند و همواره به صورت یک خط افقی می‌باشد.

پ) محلول لوله‌بازکن محتوی NaOH است که یک باز قوی می‌باشد و محلول شیشه پاک‌کن محتوی $NH_۳$ است که یک باز ضعیف است. با توجه به این‌که خصلت بازی به غلظت OH^- مربوط می‌شود، اگر در یک محلول لوله‌بازکن مقدار بسیار اندکی از NaOH حل شده باشد و در یک محلول شیشه‌پاک‌کن مقدار بسیار زیادی از آمونیاک حل شده باشد. ممکن است غلظت OH^- در محلول لوله‌بازکن از غلظت OH^- در محلول $NH_۳$ کمتر شود و لذا خصلت بازی کمتری داشته باشد.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ت) هر ترکیب قطبی در آب لزوماً یونیده یا تفکیک نمی‌شود. برای مثال شکر در آب به صورت مولکولی حل می‌شود اما رسانایی الکتریکی آب را زیاد نمی‌کند.

مواد غیرالکترولیت قطبی مثل گلوکز و الکل‌ها، با انحلال در آب رسانایی ایجاد نمی‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۲)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرشید مرادی)*

۲ دقیقه و چهل ثانیه = ۱۶۰ ثانیه

$$2H_2O(g) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g) \sim 4e^-$$

قسمت اول:

$$\text{به ازای هر ۲ مول آب} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4g\ H_2 \\ 32g\ O_2 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} \text{گاز } 36g$$

$$?\ LH_2 = 90g\ (\text{گاز}) \times \frac{4g\ H_2}{36g\ (\text{گاز})} \times \frac{1mol\ H_2}{2g\ H_2} \times \frac{22/4L\ H_2}{1mol\ H_2}$$

$$= 112L\ H_2$$

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{\Delta V_{H_2}}{\Delta t} = \frac{112L}{160s} = 0/7\frac{L}{s}$$

قسمت دوم:

$$112L\ H_2 \times \frac{1mol\ H_2}{22/4L\ H_2} \times \frac{4mol\ e^-}{2mol\ H_2}$$

$$= 10mol\ e^- \quad \text{(مبادله شده)}$$

فرایند هال:

$$2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2 \sim 12e^-$$

$+3 \quad 0$

$2\times2\times3 = 12$

$$10mol\ e^- \times \frac{4mol\ Al}{12mol\ e^-} \times \frac{27g\ Al}{1mol\ Al} = 90g\ Al \quad \text{(تولید شده)}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۶۱ و ۶۲)

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمسعود حسینی)*

مادهٔ سمت چپ از نیم‌واکنش با E° بالاتر با مادهٔ سمت راست از نیم‌واکنش با E° پایین‌تر به‌طور خودبه‌خودی واکنش می‌دهد. بنابراین $Hg(l)$ را برخلاف $I_2(s)$ می‌توان در ظرفی از جنس $Pb(s)$ نگهداری کرد.

$$Hg^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Hg(l) \qquad E^\circ = 0/85V$$

$$I_2(s) + 2e^- \rightarrow 2I^-(aq) \qquad E^\circ = 0/54V$$

$$Pb^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Pb(s) \qquad E^\circ = -0/13V$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ابتدا نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش را می‌نویسیم. نیم‌واکنش اکسایش را در ۳ ضرب کرده تا ضریب الکترون در دو نیم‌واکنش برابر شود، پس از جمع دو نیم‌واکنش، واکنش کلی به دست می‌آید.

$$\text{نیم‌واکنش اکسایش}: 3Ce^{3+}(aq) \rightarrow 3Ce^{4+} + 3e^-$$

$$\text{نیم‌واکنش کاهش}: Cr^{3+}(aq) + 3e^- \rightarrow Cr(s)$$

$$\text{واکنش کلی}: Cr^{3+}(aq) + 3Ce^{3+}(aq) \rightarrow Cr(s) + 3Ce^{4+}(aq)$$

۲) $E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$ ؛ سلول «وانادیم- کروم»

$$= E^\circ_{(Cr^{3+}/Cr)} - E^\circ_{(V^{2+}/V)} = -0/74 - (-1/2) = 0/46V$$

$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$ ؛ سلول «کروم- سرب»

$$= E^\circ_{(Pb^{2+}/Pb)} - E^\circ_{(Cr^{2+}/Cr)} = -0/13 - (-0/74) = 0/61V$$

۴) E° مربوط به $Ce^{4+}(aq)$ نسبت به E° مربوط به $Pb^{2+}(aq)$ کوچک‌تر است. بنابراین قدرت اکسندگی $Ce^{4+}(aq)$ از $Pb^{2+}(aq)$ کمتر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

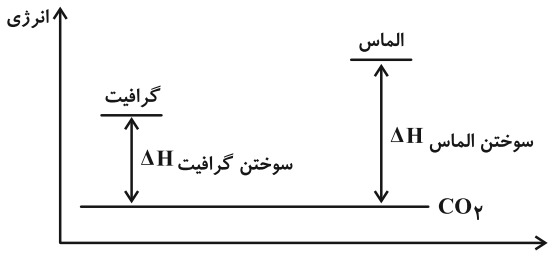
۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی مقایسه‌های نادرست:

مقایسهٔ اول: سیلیسیم به دلیل آنتالپی پیوند کم $Si-Si$ در طبیعت به صورت خالص یافت نمی‌شود. به عبارت دیگر، پیوند بین اتم‌های سیلیسیم به اندازهٔ کافی قوی نیست که بتواند در برابر عوامل محیطی پایدار بماند. به همین دلیل، سیلیسیم در طبیعت بیشتر به صورت ترکیباتی مانند SiO_2 (سیلیس) یافت می‌شود. در این ترکیب، اتم‌های سیلیسیم با اتم‌های اکسیژن پیوند قوی‌تری برقرار می‌کنند و ساختار پایدارتری ایجاد می‌کنند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

مقایسهٔ دوم: سطح انرژی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن یک مول الماس در مقایسه با سوخت یک مول گرافیت، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.



مقایسهٔ چهارم: چگالی الماس از گرافیت بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در مورد گزینه‌های «۲» و «۳» باید توجه داشت که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ LiF از $NaCl$ و KCl بیشتر است. چراکه هم شعاع کاتیون آن (Li^+) از شعاع کاتیون‌های Na^+ و K^+ کوچک‌تر است و هم آنیون آن (F^-) در مقایسه با آنیون Cl^- شعاع کمتری دارد.

در گزینهٔ «۴» نیز با توجه به این‌که مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در CaO ($۴ = ۲ + ۲$)، بیشتر از این مجموع در $NaCl$ و KF ($۲ = ۱ + ۱$) است، بنابراین آنتالپی فروپاشی شبکهٔ آن نیز باید بیشتر باشد.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

A، B و C، به ترتیب NO، NO_2 و O_3 هستند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) از جدول ساعت ۹ صبح به دلیل انجام واکنش:

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$$

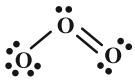
غلظت NO_2 کاهش و غلظت O_3 افزایش می‌یابد.

۲) هوای آلوده، به علت حضور گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.

۳) پیدایش گاز NO در موتور خودرو به دلیل واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن در دمای بالای داخل موتور است.

$$N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$$

۴) مادهٔ C گاز اوزون است که در تروپوسفر یک آلاینده و در استراتوسفر مفید و ضروری است و چون اتم مرکزی آن یک جفت الکترون ناپیوندی دارد، مولکولی قطبی محسوب می‌شود.



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال، اگر مقدار اولیهٔ گاز SO_3 را a مول در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$2SO_3 \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2$$

مول اولیه:	a	$-$	$-$
میزان تغییرات مول:	$-2x$	$+2x$	$+x$
مقدار مول تعادلی:	$a-2x$	$2x$	x

از آنجا که مقدار SO_2 تعادلی برابر با ۴ مول است، می‌توان مقدار x را به دست آورد:

$$\text{مقدار } SO_2 \text{ تعادلی} = 4\,mol \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2\,mol$$

به این ترتیب با توجه به رابطهٔ ثابت تعادل خواهیم داشت:

$$K = \frac{[SO_2]^2[O_2]}{[SO_3]^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{(\frac{2\times 2\,mol}{4\,L})^2(\frac{2\,mol}{4\,L})}{(\frac{(a-2\times 2)\,mol}{4\,L})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1\times\frac{1}{2}}{(\frac{a-4}{4})^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{4^2}{2(a-4)^2} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{4^2}{(a-4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{a-4} \Rightarrow 2(a-4) = 12 \Rightarrow a = 10\,mol$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir