



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۰۴

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



دفترچه شماره ۱

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۶

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استانداردهای دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود. به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- اگر $a-1, a, a+12$ به ترتیب جملات اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیر ثابت باشند، مجموع جواب‌های ممکن برای قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۱۲

۲- رأس سهمی $y = x^2 + 2ax - 3a^2$ بر خط $y = 4 - 10x$ قرار دارد. اگر a عددی صحیح باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار سهمی در آن بازه زیر محور x هاست، کدام می‌باشد؟

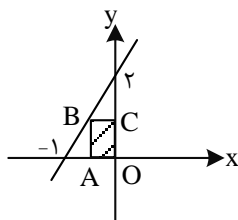
- (۱) $(-6, 2)$ (۲) $(-2, 6)$ (۳) $(-3, 4)$ (۴) $(-4, 3)$

۳- اگر $g(x)$ خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + a$ بر $x-1$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) صفر

۴- معادله $mx^2 + 2(2-m)x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ $[]$ نماد جزء صحیح است.

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) صفر



۵- در مستطیل طلایی هاشورزده شکل مقابل، اندازه عرض مستطیل (OA) چقدر است؟

- (۱) $1 - \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۲) $1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $1 - \frac{\sqrt{5}}{10}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2} - 1$

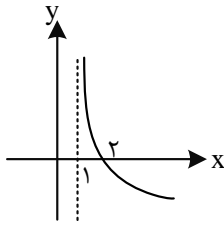
۶- اگر $A(2, 3)$ و $B(4, 7)$ دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشند، آن‌گاه در دستگاه مختصات، عرض نقطه C کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $4 \pm 2\sqrt{3}$ (۲) $6 \pm 2\sqrt{3}$ (۳) $3 \pm \sqrt{3}$ (۴) $5 \pm \sqrt{3}$

۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 1-2x & x < -1 \\ -x^2 + 2ax + 1 & x \geq -1 \end{cases}$ در \mathbb{R} وارون‌پذیر است. اگر a عددی صحیح باشد، مقدار $f^{-1}(-34)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۸- نمودار تابع $f(x) = a + b \log_7(ax+b)$ به صورت مقابل است. مقدار $f(33)$ کدام است؟

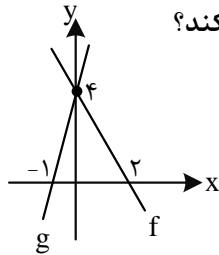
(۱) -۸

(۲) -۱۰

(۳) -۵

(۴) -۶

۹- نمودارهای توابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس ۳ واحد به راست انتقال می دهیم. نمودار جدید، نمودار تابع g را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟



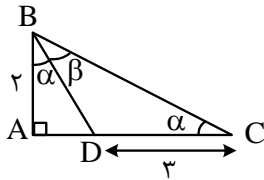
(۱) -۷

(۲) -۲

(۳) -۳

(۴) -۴

۱۰- در شکل زیر، مقدار $\sin \beta$ کدام است؟



(۱) ۰/۶

(۲) ۰/۸

(۳) ۰/۴۸

(۴) ۰/۶۴

۱۱- اگر $\cos 2x + 3 \sin 2x = 3$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام می تواند باشد؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) -۲

۱۲- اگر $\tan \alpha = 2 \tan \beta$ باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$ کدام است؟ $(\alpha, \beta \neq \frac{k\pi}{2})$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۳- مجموع جواب‌های معادله $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - bx - 2}{x^2 - x} = \frac{a}{b}$ باشد، کمترین مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) ۲۰

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 1}}{ax - 1} = 2$ باشد، کدام خط یک مجانب قائم تابع $y = \frac{ax + 3}{2x + a}$ است؟

- (۱) $x = 1$ (۲) $x = -1$ (۳) $x = \frac{1}{2}$ (۴) $x = -\frac{1}{2}$

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^2 + bx + c}}{|3x - 6|} & x \neq 2 \\ \frac{a}{x} & x = 2 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام می‌باشد؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۱۲ (۴) ۱۲

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\tan x - 4 \cot x}{1 + 2 \cot x}$ و $g(x) = \cot x$ باشد، حاصل $f(\frac{\pi}{4})g(\frac{\pi}{4}) + g'(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax^3 + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ دارای سه نقطه گوشه‌ای است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۹- تابع $f(x) = x + \sqrt{4 - x|x|}$ در بازه $(-\infty, a)$ اکیداً صعودی است. حداکثر a کدام است؟

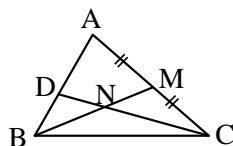
- (۱) ۱ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) -۱ (۴) $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۲۰- اگر $x = 4$ طول نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x) = (x+a)(x-2a)(x-6)$ باشد، طول نقطهٔ عطف آن کدام است؟

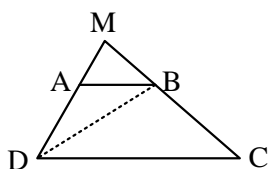
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۲۱- در شکل مقابل، M وسط ضلع AC و CD امتداد میانهٔ وارد بر BM در مثل BMC است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BDN است؟



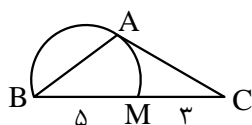
- (۱) ۹
(۲) ۱۵
(۳) ۱۲
(۴) ۱۸

۲۲- در دوزنقهٔ شکل مقابل، امتداد ساق‌ها در M متقاطع‌اند. اگر $S_{\triangle ABD} = 6$ و $S_{\triangle BCD} = 10$ باشد، آنگاه $S_{\triangle AMB}$ کدام است؟



- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۵
(۴) ۴

۲۳- نیم‌دایره شکل مقابل به قطر BM رسم شده است. اگر $BM = 5$ و $MC = 3$ باشد، مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC کدام است؟



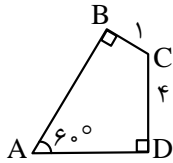
- (۱) $8\sqrt{2}$
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) $4\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۲۴- نقاط $A(4,1)$ ، $B(5,8)$ و $C(1,m)$ مفروض اند. در حالتی که محیط مثلث ABC کمترین مقدار ممکن باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل، طول قطر AC چقدر است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) $2\sqrt{7}$

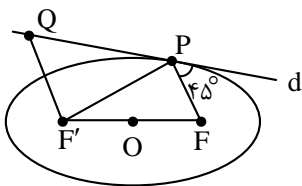
۲۶- اگر $4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases} |A|x - 3y = 2|A| \\ 6y - 16x = 20 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۲۷- خط $L: 4y = 3x + 3$ بر دایره C به مرکز $O(1,-1)$ مماس است. اگر خطی مانند $L': x - y = 4$ دایره را در ۲ نقطه A و B قطع کند، طول AB کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۲۸- در شکل زیر، خط d در نقطه P بر بیضی مماس است. اگر PF' و QF' موازی و $QF' = 8$ و فاصله نقطه P تا مرکز بیضی ۵ واحد باشد، اندازه PF کدام است؟



- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۲۹- اگر پرتویی به معادله $y = 2$ به سطح داخلی سهمی $y^2 + 8x = 2y + 39$ بتابد، معادله پرتو بازتابش کدام است؟

(۱) $3x - y = 12$

(۲) $x - 4y = 10$

(۳) $2y + 9x = 8$

(۴) $8x - 15y = 9$

۳۰- اگر $\vec{a} = (1, -2, m)$ و $\vec{b} = (m, 3, 1)$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند و اندازه بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ برابر باشند، حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای $\vec{a} - 2\vec{b}$ ، $2\vec{a} + \vec{b}$ و $3\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می شود، کدام است؟

(۱) ۲۸۶۰

(۲) ۳۹۹۰

(۳) ۱۹۹۵

(۴) ۱۴۵۰

۳۱- در ظرف اول، ۵ توپ سفید و ۳ توپ مشکی و در ظرف دوم، ۲ توپ سفید و ۲ توپ مشکی داریم. یکی از ظرف ها را به تصادف انتخاب کرده و دو توپ پی در پی و بدون جای گذاری خارج می کنیم. احتمال آن که فقط یک توپ مشکی خارج شود، کدام است؟

(۱) $\frac{91}{129}$

(۲) $\frac{97}{129}$

(۳) $\frac{97}{168}$

(۴) $\frac{101}{168}$

۳۲- به چند طریق می توان یک دسته گل شامل ۱۰ شاخه از بین ۴ نوع گل مریم، رز، نرگس و لیلیوم انتخاب کرد به طوری که هیچ دسته گلی تمام گلپایش از یک نوع نباشد؟

(۱) ۲۹۰

(۲) ۲۸۶

(۳) ۲۸۲

(۴) ۲۸۰

۳۳- از بین ۱۲۰ کارت موجود در یک کیسه که شماره های آن ها از ۱ تا ۱۲۰ است، حداقل چند کارت خارج کنیم تا مطمئن باشیم بین آن ها لااقل دو عدد وجود دارد که حاصل ضرب اعداد روی آن دو کارت در تقسیم بر ۲ دارای باقی مانده ۱ است؟

(۱) ۶۱

(۲) ۶۲

(۳) ۶۴

(۴) ۷۱

۳۴- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش آموز ابتدایی در یک سال بر حسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه ای، ضریب تغییرات داده های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{5} \approx 2.2)$

۵۰, ۵۹, ۵۷, ۳۹, ۴۶, ۴۲, ۳۷, ۳۲, ۵۶, ۵۴

(۱) ۰/۰۷

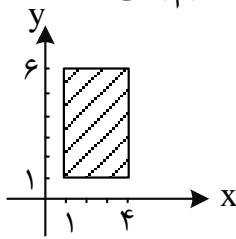
(۲) ۰/۰۹

(۳) ۰/۱۲

(۴) ۰/۱۵

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر نمودار $A \times B$ به شکل مقابل باشد، مساحت مربوط به مجموعه $(A \times A) - (B \times A)$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۳۶- اگر دوم خرداد در سالی جمعه باشد، سومین پنجشنبه آذر در این سال چندم آذر است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۲۰

(۲) ۱۹

(۱) ۱۸

۳۷- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۱۹ برابر ۵ و باقی مانده تقسیم سه برابر عدد N بر عدد ۱۱ مساوی ۷ شده

است. باقی مانده تقسیم کوچک ترین عدد سه رقمی N بر ۸ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۸- با رأس های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می توان ساخت به طوری که $|N_G(a)| = 2$ باشد؟

(۴) ۳۸۴

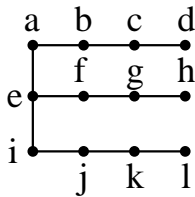
(۳) ۴۵۰

(۲) ۴۸۰

(۱) ۵۱۲

۳۹- گراف مقابل دارای γ -مجموعه و اختلاف حداقل و حداکثر تعداد اعضای مجموعه احاطه گر مینیمال آن

است. آزمون وی ای پی



(۱) یکتا- ۲

(۲) یکتا- ۳

(۳) غیر یکتا- ۲

(۴) غیر یکتا- ۳

۴۰- کیسه A شامل یک مهره سفید و یک مهره سیاه و کیسه B شامل دو مهره سفید و هفت مهره سیاه است. ابتدا یک

مهره به تصادف از کیسه A برداشته و به کیسه B منتقل می کنیم. سپس، یک مهره از کیسه B بیرون می آوریم و

مشاهده می کنیم که این مهره سفید است. احتمال اینکه مهره ای که از کیسه A به کیسه B منتقل شده سفید باشد،

کدام است؟

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{4}{7}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۱) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۰۴

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

کد کنترل

122

A



دفترچه شماره ۲

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۶

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

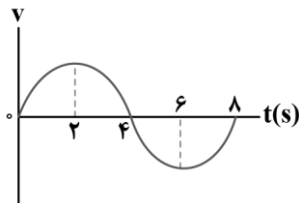
تعداد سؤال: ۶۵

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود. به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۴۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق نمودار سینوسی شکل زیر است. متحرک در لحظه $t=0$ از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. چه تعداد از موارد زیر در ۸ ثانیه اول حرکت، درست است؟



الف: در لحظات $t=2s$ و $t=6s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.

ب: در لحظه $t=4s$ متحرک، بیشترین فاصله تا مبدأ را دارد.

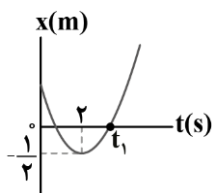
پ: بردار مکان متحرک به مدت ۴ ثانیه در جهت محور X است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴

۴۲- دو متحرک A و B با شتاب ثابت و به‌طور هم‌زمان از حال سکون در مسیری مستقیم با طول مشخص شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A دو برابر شتاب متحرک B و سرعت متحرک A در انتهای مسیر $10 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متحرک B در انتهای مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $10\sqrt{2}$ (۴) ۲۰

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی ۰ تا t_1 برابر با $4 \frac{m}{s^2}$ باشد، تندی متحرک در لحظه t_1 چند متر بر ثانیه است؟

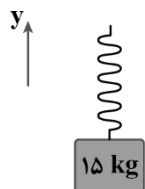


- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۴۴- جسم A از ارتفاع ۱۰۰ متری زمین رها می‌شود. یک ثانیه بعد، جسم B از ارتفاع ۸۰ متری زمین رها می‌شود. هنگامی که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، تندی B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۴۵- مطابق شکل، جسمی به جرم $15kg$ به فنری سبک با ثابت $3000 \frac{N}{m}$ متصل شده است. اگر مجموعه با شتاب ثابت $\vec{a} = (-2 \frac{m}{s^2})\vec{j}$ به سمت پایین حرکت کند، فنر سانتی‌متر نسبت به حالت عادی شده است.



($g = 10 \frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

- (۱) ۱، کشیده (۲) ۱، فشرده (۳) ۴، کشیده (۴) ۴، فشرده

محل انجام محاسبات

۴۶- چتربازی از ارتفاع بسیار زیاد، خود را رها کرده و بعد از مدتی به تندی حدی می‌رسد. پس از آن چتر خود را باز می‌کند و بعد از مدتی، مجدداً به تندی حدی می‌رسد و در نهایت به زمین برخورد می‌کند. چه تعداد از جملات زیر در مورد این حرکت صحیح است؟ آزمون وی ای پی

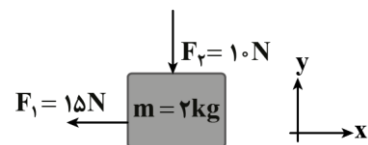
الف: در مرحله‌ای که جهت شتاب حرکت به سمت بالا می‌باشد، علامت کار کل انجام گرفته روی چتر باز، منفی است.
ب: در مرحله‌ای که جهت نیروی خالص وارد بر چتر باز به سمت پایین می‌باشد، انرژی جنبشی آن در حال افزایش است.

پ: پس از بازکردن چتر، هنگامی که تندی چتر باز با تندی حدی برابر شود، نیروی وزن با نیروی مقاومت شاره، هم‌اندازه است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) صفر

۴۷- مطابق شکل، جسمی با تکانه $(3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}) \hat{i}$ بر روی سطح افقی در حال حرکت است. اگر در لحظه $t=0$ ، دو نیروی F_1 و F_2 مطابق شکل به جسم وارد شود، بعد از چند ثانیه، جسم دوباره به مکان اولیه خود بازمی‌گردد؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \mu_k = 0/3, \mu_s = 0/4)$$



(۲) ۳/۷۵

(۱) ۲/۵

(۴) ۲/۲۵

(۳) ۱/۲۵

۴۸- یک دیسک افقی گردان را در نظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو جسم مشابه و هم‌وزن A و B به ترتیب در فاصله ۱ متری و ۲ متری از مرکز دوران، روی دیسک قرار دارند. دیسک را با دوره ثابت T به گونه‌ای می‌چرخانیم که یکی از جسم‌ها روی سطح بلغزد، ولی جسم دیگر بتواند همراه با دیسک حرکت دایره‌ای انجام دهد.

اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم و دیسک $0/64$ باشد، کدام مورد درست است؟ $(g = \pi^2 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$$2/5s \leq T < 5s \quad (2)$$

$$2/5s \leq T < 2/5\sqrt{2}s \quad (1)$$

$$2/5\sqrt{2}s \leq T < 5\sqrt{2}s \quad (4)$$

$$2/5\sqrt{2}s \leq T < 5s \quad (3)$$

۴۹- معادله حرکت هماهنگ ساده نوسانگری در SI به صورت $x = 0/04 \cos 3\pi t$ است. در یک بازه زمانی دلخواه به مدت ۱s، شتاب نوسانگر حداکثر چند ثانیه می‌تواند مثبت باشد؟

(۴) $\frac{3}{4}$

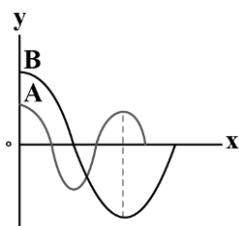
(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۵۰- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج عرضی، مطابق شکل است. اگر تندی انتشار موج A، پنجاه درصد بیش‌تر از تندی انتشار موج B باشد، در مدتی که چشمه موج A، ۳۰۰ نوسان انجام می‌دهد، چشمه موج B چند نوسان انجام می‌دهد؟



(۱) ۵۰

(۲) ۷۵

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۰۰

۵۱- در قسمت کم‌عمق یک تشت موج، یک موج دایره‌ای با طول موج λ_1 ایجاد می‌کنیم. بخشی از این موج وارد قسمت عمیق تشت می‌شود و با طول موج λ_2 در آن منتشر می‌شود. سپس، به دیواره قسمت عمیق برخورد کرده و برمی‌گردد. اگر موج بازتابیده با طول موج λ_3 در قسمت عمیق منتشر شود، کدام گزینه درست است؟

(۱) $\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$

(۲) $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$

(۳) $\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$

(۴) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$

۵۲- در یک آتش‌بازی، صوتی با شدت $\frac{W}{m^2} / 10$ به شنونده‌ای که در فاصله r_1 از محل انفجار قرار دارد، می‌رسد و با تراز شدت ۱۰۴dB به شنونده‌ای که در فاصله r_2 قرار دارد، می‌رسد. اگر $r_2 - r_1 = 150m$ باشد، r_2 چند متر است؟

(۳) $\log 2 = 0/3$ ، از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود و شدت صوت مبنا $\frac{W}{m^2} 10^{-12}$ است.

(۴) ۶۰۰

(۳) ۴۵۰

(۲) ۳۰۰

(۱) ۲۰۰

۵۳- طول موج نور نارنجی لیزر هلیوم - نئون در هوا حدود $600nm$ ، ولی در زجاجیه چشم $450nm$ است. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

الف: بسامد این نور $5 \times 10^{14} Hz$ است.

ب: ضریب شکست زجاجیه برای این نور $1/5$ است.

پ: تندی این نور در زجاجیه $2 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است.

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «ب»

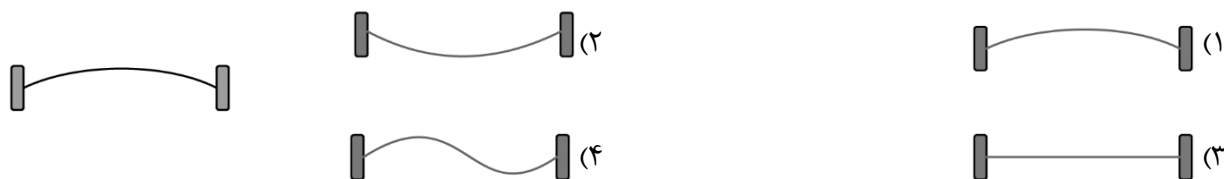
(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف»

محل انجام محاسبات

۵۴- تار که بین دو تکیه‌گاه، محکم شده است در هماهنگ اول خود با بسامد f به نوسان درمی‌آید. شکل زیر جابه‌جایی

تار در $t=0$ را نشان می‌دهد. جابه‌جایی تار در $t = \frac{1}{4f}$ مطابق کدام گزینه است؟



۵۵- هرگاه بر سطح فلزی نوری با طول موج 400nm بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده 0.50eV است. اگر طول موج نور را نصف کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون‌ولت می‌شود؟

($hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$)

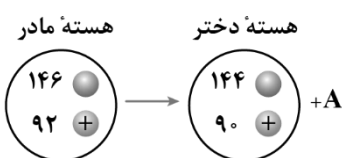
- (۱) 0.5 (۲) 1 (۳) $1/8$ (۴) $3/6$

۵۶- در اتم هیدروژن اختلاف انرژی مربوط به خط سوم رشته لیمان ($n'=1$) و خط دوم رشته بالمر ($n'=2$)، تقریباً چند

پیکوژول است؟ ($E_R = 13/6\text{eV}$, $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$) از مون وی ای پی

- (۱) $1/632 \times 10^{-18}$ (۲) $1/526 \times 10^{-6}$ (۳) $1/526 \times 10^{-18}$ (۴) $1/632 \times 10^{-6}$

۵۷- در شکل مقابل، معادله یک واپاشی، نشان داده شده است. ذره A چه نام دارد؟

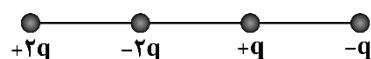


- (۱) پوزیترون (۲) الکترون (۳) آلفا (۴) نوترون

۵۸- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی در مکان‌های خود ثابت نگه داشته شده‌اند و فاصله بارهای مجاور از یکدیگر برابر است.

بر یکی از بارها بیش‌ترین نیروی الکتریکی خالص (F_{\max}) و بر یکی دیگر از بارها، کم‌ترین نیروی الکتریکی خالص

(F_{\min}) وارد می‌شود. اندازه نسبت این دو نیرو ($\frac{F_{\max}}{F_{\min}}$) کدام است؟



- (۱) $\frac{65}{6}$ (۲) $\frac{65}{9}$ (۳) $\frac{67}{5}$ (۴) $\frac{67}{9}$

۵۹- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = -3\mu\text{C}$ و $q_3 = q_4 = +4\mu\text{C}$ را طوری در ۴ رأس مربعی به ضلع 10cm قرار

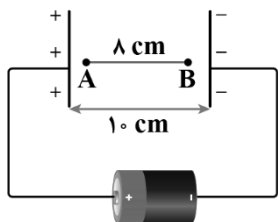
می‌دهیم که میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع صفر باشد. در این حالت، نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 چند

نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$, $\sqrt{3} = 1/7$, $\sqrt{2} = 1/4$)

- (۱) $7/92$ (۲) $22/32$ (۳) $3/6$ (۴) $25/92$

محل انجام محاسبات

۶۰- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5\text{mC}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به طرف نقطه B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن 100mJ تغییر می‌کند. نیروی محرکه باتری آرمانی چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف نظر شود).



باتری آرمانی

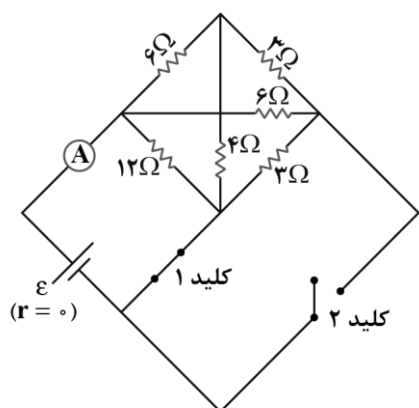
(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۴۰

(۴) ۵۰

۶۱- در مدار زیر، اگر کلید (۱) را باز کنیم و کلید (۲) را ببندیم، عدد آمپرسنج آرمانی چگونه تغییر می‌کند؟



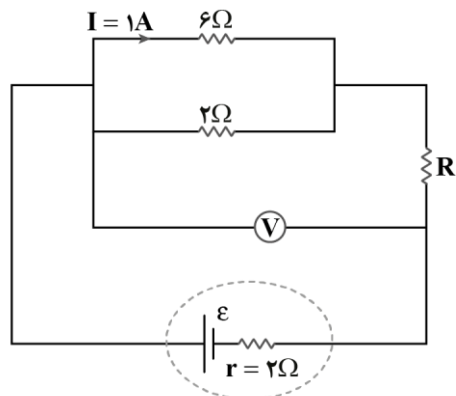
(۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

(۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۴) تغییر نمی‌کند.

۶۲- در مدار زیر، ولت‌سنج عدد ۱۰ ولت را نشان می‌دهد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



(۱) ۱۲

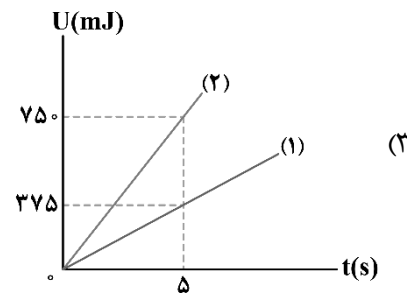
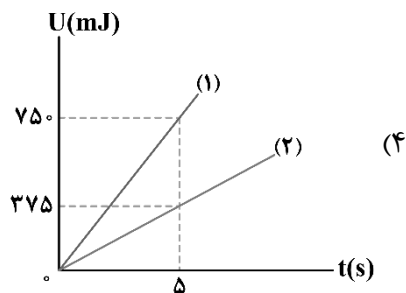
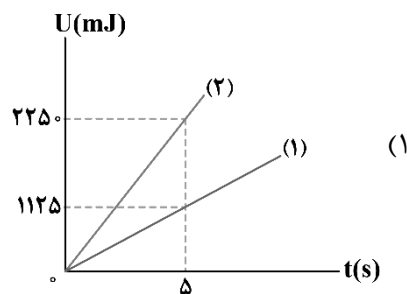
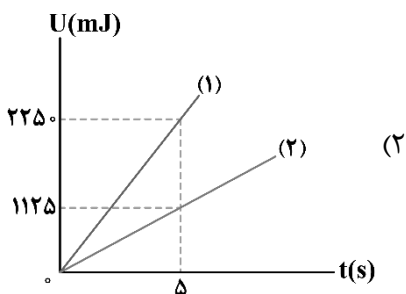
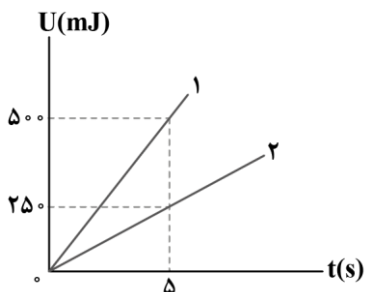
(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

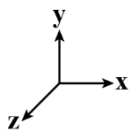
(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۶۳- دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی به یک باتری آرمانی متصل هستند. در هر دو مقاومت، انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی گرمایی بر حسب زمان را برای دو مقاومت نشان می‌دهد. اگر این دو مقاومت را به طور موازی به همان باتری وصل کنیم، نمودار تغییرات انرژی گرمایی بر حسب زمان برای آن‌ها چگونه خواهد بود؟



۶۴- ذره‌ای به جرم ۲ میلی‌گرم و بار $+3\mu\text{C}$ با سرعت $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت مثبت محور x وارد میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه 0.4 تسلا که در سوی مثبت محور y ها است، می‌شود. اندازه شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ (دستگاه مختصات، مطابق شکل زیر فرض شود.)



- (۱) 120 ، در جهت محور Z
- (۲) 0.12 ، در جهت محور Z
- (۳) 120 ، در خلاف جهت محور Z
- (۴) 0.12 ، در خلاف جهت محور Z

محل انجام محاسبات

۶۵- کدامیک از موارد زیر، نادرست است؟

- الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می‌شود.
 ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می‌شود. آزمون وی ای پی
 پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می‌شود.

- (۱) «الف» و «ب»
 (۲) «ب» و «پ»
 (۳) «الف» و «پ»
 (۴) «الف» و «ب» و «پ»

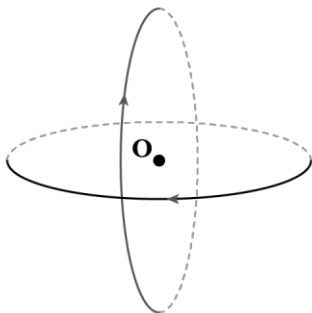
۶۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: در مقاومت‌های نوری با افزایش شدت نور، مقاومت آن‌ها زیاد می‌شود.
 ب: دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کند.
 پ: دیود نورگسیل (LED) توان الکتریکی و نور بیش‌تری نسبت به لامپ‌های معمولی دارد.

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۶۷- مطابق شکل زیر، دو حلقه با جریان یکسان $3A$ که شعاع هر یک از آن‌ها $6cm$ است، عمود برهم قرار دارند. بزرگی

میدان مغناطیسی خالص بر مرکز حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$



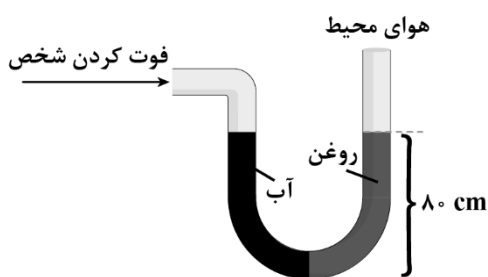
- (۱) 6×10^{-5} و ↖
 (۲) $3\sqrt{2} \times 10^{-5}$ و ↖
 (۳) 6×10^{-5} و ↙
 (۴) $3\sqrt{2} \times 10^{-5}$ و ↙

۶۸- کره‌ای توپر به شعاع R و مخروطی توپر به قطر قاعده $2R$ و ارتفاع R در اختیار داریم. اگر جرم کره، 2 برابر جرم مخروط باشد، چگالی کره چند برابر چگالی مخروط است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

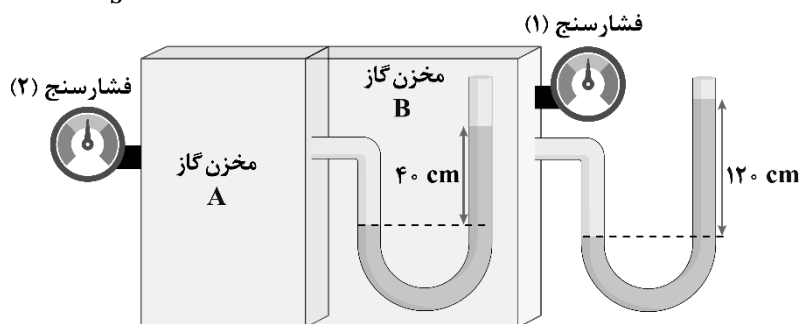
محل انجام محاسبات

۶۹- لوله U شکلی را در نظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. با توجه به شکل، فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخص که از شاخه سمت چپ لوله درون آن دمیده چند پاسکال است؟ $(\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و فشار هوای محیط 10^5 Pa می‌باشد).



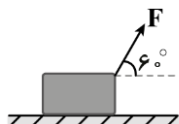
- (۱) +۱۶۰۰
- (۲) -۱۶۰۰
- (۳) +۹۸۴۰۰
- (۴) -۹۸۴۰۰

۷۰- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشارسنج (۲)، فشار 20 kPa را اندازه بگیرد، به ترتیب از راست به چپ، فشارسنج (۱) چند کیلوپاسکال را اندازه می‌گیرد و چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- (۱) ۱۲۵۰، ۱۵
- (۲) ۱۲۵۰، ۱۰
- (۳) ۱۵۰۰، ۱۵
- (۴) ۱۵۰۰، ۱۰

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ تحت تأثیر نیروی $F = 12 \text{ N}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از طی چه مسافتی بر حسب متر، تکانه جسم به 30 واحد SI می‌رسد؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۱۰۰

۷۲- دمای قطعه یخی به جرم m از -40° F به 14° F می‌رسد. حجم این قطعه یخ چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$(\alpha_{\text{یخ}} = 5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$$

- (۱) ۰/۰۴۵
- (۲) ۰/۰۱۵
- (۳) ۰/۴۵
- (۴) ۰/۱۵

محل انجام محاسبات

۷۳- قطعه یخی به جرم 2 kg و دمای اولیه -20°C را با آهنگ ثابت $\frac{J}{s}$ 1050 آن قدر گرم می‌کنیم تا تبدیل به آب 100°C

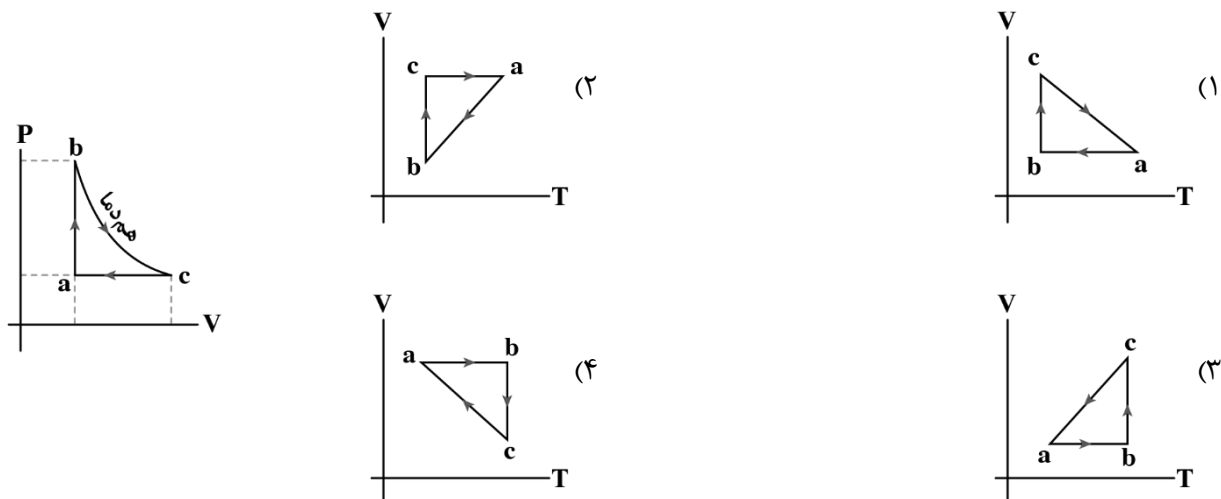
شود. برای این کار چند ثانیه زمان لازم است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{\text{kg}^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{\text{kg}^\circ\text{C}}, L_F = 336 \frac{J}{g})$

- (۱) ۱۵۲۰ (۲) ۱۵۸۹۶ (۳) ۱۲۴۸۴ (۴) ۱۳۶۰

۷۴- به یک گاز کامل در فشار ثابت، مقداری گرما می‌دهیم به طوری که حجم آن سه برابر شود. پس از این مرحله طی یک فرایند هم‌حجم، با گرم کردن مجدد، فشار گاز را دو برابر می‌کنیم. دمای مطلق گاز نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۶ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۷۵- نمودار $P-V$ سه فرایند متوالی ترمودینامیکی برای یک گاز کامل رسم شده است. نمودار $V-T$ آن کدام گزینه می‌تواند باشد؟



محل انجام محاسبات

۷۶- شمار الکترون مبادله شده در تشکیل هر واحد فرمولی از کدام ترکیب، برابر با نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در ساختار بلور آلومینیم فلئورید است؟

(۱) سدیم هیدروکسید (۲) لیتیم کربنات (۳) آمونیوم فسفات (۴) آهن (III) اکسید

۷۷- عنصر فرضی D_{15} دارای ۳ ایزوتوپ بوده که به ترتیب ۱۵، ۱۶ و ۱۸ نوترون در هسته خود دارند. اگر مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۷۰ درصد باشد، درصد فراوانی پایدارترین ایزوتوپ آن کدام است؟ (جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $31/1 amu$ است.)

(۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

الف: تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می شوند.

ب: در فراوان ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.

پ: اغلب ایزوتوپهایی که عدد جرمی آنها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آنها است، ناپایدار هستند.

ت: در یک مخلوط طبیعی از اورانیوم، نسبت شمار ایزوتوپ ^{235}U به شمار کل اتمهای اورانیوم حدوداً برابر ۰/۷ است.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۷۹- در کدام یک از دماهای زیر (با واحد کلوین)، یک نمونه از مولکولهای فراوان ترین گاز نجیب موجود در هواکره برخلاف یک نمونه از فراوان ترین گاز موجود در آن، حجم مشخصی دارد اما شکل مشخصی نداشته و به شکل ظرف محتوی خود درمی آید؟

(۱) ۸۰ (۲) ۷۰ (۳) ۱۱۲ (۴) ۹۵

۸۰- کدام مورد درست است؟

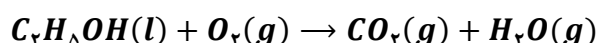
(۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می شوند.

(۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فروسرخ تبدیل می شوند.

(۳) در یک روز زمستانی، نسبت کمترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگتر است.

(۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

۸۱- با توجه به معادله موازنه نشده داده شده، کدام مورد درست است؟



(۱) همه اتمهای شرکت کننده در واکنش، به آرایش هشت تایی گازهای نجیب رسیده‌اند.

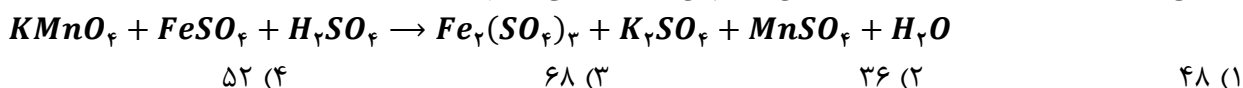
(۲) نسبت شمار جفت الکترون ناپیوندی، در واکنش دهنده ناقطبی به فراورده قطبی برابر ۲ است.

(۳) واکنش از نوع سوختن بوده و ماده سوختنی مورد نظر، از واکنش دومین آلکن و آب تولید خواهد شد.

(۴) انحلال پذیری واکنش دهنده قطبی در آب نسبت به حلال مورد استفاده برای انحلال چربی‌ها و انواع لاک‌ها، بیشتر است.

محل انجام محاسبات

۸۲- مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش زیر، پس از موازنه آن کدام است؟



۸۳- در ساختار کدام ترکیب، گونه‌ای قطبی حضور داشته و از انحلال آن در آب، می‌توان الکترولیت مناسب برای ساخت سلول گالوانی استاندارد را تهیه کرد؟

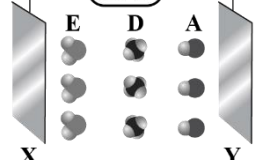


۸۴- مخلوطی از ترکیب‌های $AgNO_3$ و $NaNO_3$ ، ۶۸ گرم جرم دارد. اگر در این مخلوط شمار مول یون نیترات ۳ برابر شمار مول یون نقره باشد، با حل کردن این مخلوط در ۳۰ لیتر آب خالص با چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر، غلظت ppm یون نیترات به تقریب برابر چند واحد خواهد بود؟

(از تغییر حجم چشم‌پوشی کنید. $g \cdot mol^{-1}$: $N = 14, O = 16, Na = 23, Ag = 108$)



۸۵- با توجه به شکل داده شده، کدام مورد نادرست است؟



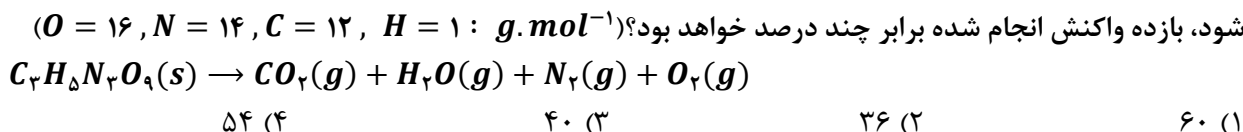
(۱) اگر A معادل مولکول هیدروژن فلئورید باشد، بار صفحه X منفی است.

(۲) یک نمونه از مولکول‌های A برخلاف D ، انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.

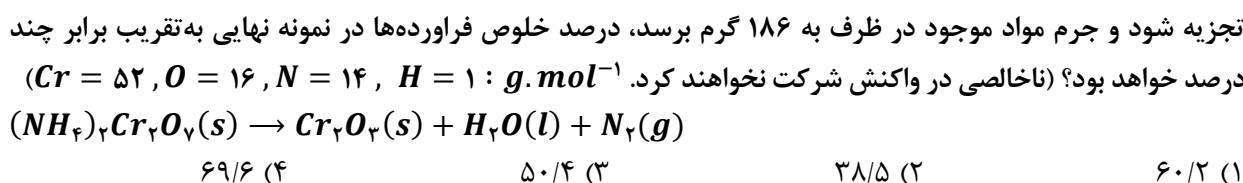
(۳) اگر E ، مولکول گوگرد دی‌اکسید باشد، بار جزئی اتم مرکزی با بار صفحه X یکسان است.

(۴) ذرات A ، D و E به ترتیب می‌توانند معادل کربن مونوکسید، کربن تتراکلرید و بخار آب باشند.

۸۶- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه $136/2$ گرم $C_3H_8N_2O_9$ ، مقدار 12 گرم مولکول دواتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16$)



۸۷- در یک ظرف، 200 گرم آمونیوم دی‌کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به 186 گرم برسد، درصد خلوص فرآورده‌ها در نمونه نهایی به تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $g \cdot mol^{-1}$: $H = 1, N = 14, O = 16, Cr = 52$)



۸۸- کدام مورد درست است؟ آزمون وی ای پی

(۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.

(۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.

(۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.

(۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

محل انجام محاسبات

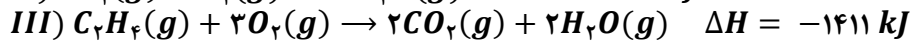
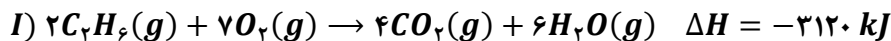
۸۹- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به صورت کامل انجام شده و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به تقریب کدام است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۵/۲ (۲) ۱۲/۷ (۳) ۱۰/۳ (۴) ۹/۶

۹۰- هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} ، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۱- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $C_2H_6(g) \rightarrow C_2H_4(g) + H_2(g)$ برابر چند kJ است؟



(۱) +۲۴۲ (۲) -۱۳۷ (۳) +۱۳۷ (۴) -۲۴۲

۹۲- کدام مورد درست است؟

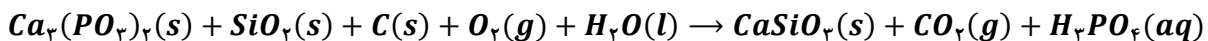
(۱) آلوتروپ پایدارتر کربن، نسبتاً نرم بوده و رسانای جریان برق است.

(۲) آب اکسیژنه از واکنش مستقیم گازهای اکسیژن و هیدروژن قابل تولید است.

(۳) اکسایش، واکنش کنترل شده مواد با اکسیژن بوده و همیشه با آزادسازی انرژی همراه است.

(۴) با استفاده از یک گرماسنج می‌توان آنتالپی تشکیل کربن مونوکسید از عناصر سازنده را به طور مستقیم محاسبه کرد.

۹۳- کدام یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟ ($Ca = 40, Si = 28, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)



(۱) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.

(۲) اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود.

(۳) سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده حاوی فسفر و تولید فراورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.

(۴) سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم CO_2 و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم O_2 برابر است.

۹۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: شمار اتم‌های H در واحد تکرار شونده پلی‌اتن، با شمار اتم‌های H در مونومر تشکیل دهنده آن برابر است.

ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.

پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

ت: سیب‌زمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار مارپیچ دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

- ۹۵- کدام مورد درست است؟
- (۱) کولار نوعی پلی‌آمید بوده و مقاومت آن با نمونه‌ای از فولاد هم جرم خود برابر است.
 (۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
 (۳) بوی ماهی به دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.
 (۴) ویتامین (ک)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.
- ۹۶- در دما و غلظت آغازی یکسان، از انحلال کدام ماده در آب، غلظت یون هیدروژن افزایش یافته و در محلول حاوی آن، نسبت غلظت یون هیدروژن به غلظت یون هیدروکسید کوچک‌تر است؟
- (۱) NH_3 (۲) CH_3OH (۳) HF (۴) $HCOOH$
- ۹۷- کدام مورد عبارت زیر را درباره محلول‌های فرمیک اسید و استیک اسید در دمای یکسان به درستی تکمیل می‌کند؟
 «اگر در محلول حاوی فرمیک نسبت به محلول حاوی استیک اسید باشد، قطعاً»
- (۱) غلظت یون هیدروژن - برابر - غلظت آغازی استیک اسید کمتر بوده است.
 (۲) شمار آنیون‌های حاصل از یونش - بیشتر - pH محلول فرمیک اسید کوچک‌تر است.
 (۳) غلظت آغازی - کمتر - pH محلول فرمیک اسید به pH آب مقطر نزدیک‌تر خواهد بود.
 (۴) غلظت آغازی اسید - بیشتر - غلظت یون هیدروژن در محلول فرمیک اسید بیشتر خواهد بود.
- ۹۸- مقدار ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول حاوی اسید قوی HA با $pH = 3/0$ در اختیار داریم. ابتدا a میلی‌لیتر آب به آن اضافه کرده و سپس $a/5$ میلی‌لیتر از محلول حاصل را برداشته و با اضافه کردن $2/5$ گرم سدیم هیدروکسید به آن، pH محلول را به ۷ می‌رسانیم. مقدار a کدام است؟ ($Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)
- (۱) ۲۵۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۱۰۰۰
- ۹۹- نسبت عدد اکسایش اتم کربن موجود در ساختار متانول، به اندازه اختلاف میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در بنزن و فراورده حاصل از سوختن کامل آن کدام است؟
- (۱) -۱ (۲) $-0/4$ (۳) ۱ (۴) $+0/4$
- ۱۰۰- تیغه‌ای به جرم ۶۵۰ گرم از آلیاژی از فلزهای مس و روی در اختیار داریم. اگر با قرار دادن تیغه در محلول حاوی آهن (II) نیترات و انجام کامل واکنش، جرم تیغه به ۵۹۶ گرم برسد، چند درصد جرم تیغه اولیه را فلز واکنش پذیرتر تشکیل داده است؟ (فرض کنید که تمام اتم‌های فلزی تشکیل شده، روی تیغه رسوب می‌کنند. $Zn = 65, Cu = 64, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)
- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

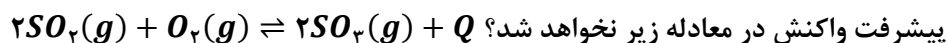
۱۰۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: در میان پرتوهای منعکس شده از جسم آبی، برخلاف جسم قرمز، پرتوهایی با طول موج حدود $700nm$ حضور ندارند.
 ب: پرتوهای هم‌رنگ با محلول حاوی وانادیم(V) نسبت به پرتوهای هم‌رنگ با محلول وانادیم(IV) طول موج بلندتری دارند.
 پ: اجسامی که سطح آنها توسط تیتانیم(IV) اکسید پوشانده شده باشد، همه پرتوهای مرئی را جذب می‌کنند.
 ت: رنگ‌های شیمیایی انواعی از مخلوط‌هایی هستند که ناپایدار و به ظاهر ناهمگن هستند. آزمون وی ای پی
- (۱) «ب» و «ت» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۱۰۲- کدام موارد از مقایسه‌های زیر درست است؟

- الف: نقطه جوش: $CH_3CH_2OH > CH_3OCH_3$ ب: گشتاور دوقطبی: $NH_3 > PH_3$
 پ: آنتالپی فروپاشی شبکه: $Li_2O > MgO$ ت: شمار الکترون ناپیوندی: $CO_3^{2-} > ClO_3^-$
- (۱) «پ» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ب»

۱۰۳- واکنش زیر در شرایط استاندارد در یک ظرف در حال انجام است. کدام یک از تغییرات زیر باعث افزایش درصد



- پیشرفت واکنش در معادله زیر نخواهد شد؟
 (۱) افزودن مقداری SO_2 به ظرف واکنش
 (۲) خارج کردن مدام فراورده از ظرف واکنش
 (۳) انتقال مواد شرکت‌کننده به ظرف کوچک‌تر
 (۴) انجام واکنش در دما و فشار انتهایی لایه استراتوسفر

۱۰۴- واکنش گازی $2A(g) + 4B(g) \rightleftharpoons C(g) + 2D(g)$ ، با تزریق ۶ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها به یک ظرف

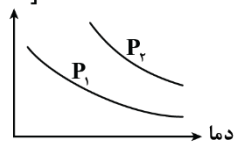
در بسته انجام می‌شود. اگر ثابت تعادل واکنش برابر با $8 L^3 \cdot mol^{-3}$ باشد و در لحظه تعادل مجموع مول گازهای درون ظرف ۹ مول باشد، حجم ظرف واکنش چند لیتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۰۵- نمودار مقابل غلظت تعادلی گاز AB را در واکنش $2A(g) + B_2(g) \rightleftharpoons 2AB(g)$ نمایش می‌دهد. با توجه به این

نمودار، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

[AB]



- (۱) $P_2 > P_1$ و با کاهش دما مقدار ثابت تعادل نیز کاهش پیدا می‌کند.
 (۲) $P_2 > P_1$ و با افزایش دما، تغییر مول فراورده‌ها با یکدیگر برابر است.
 (۳) $P_1 > P_2$ و با افزایش حجم، غلظت AB در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.
 (۴) $P_1 > P_2$ و با افزایش فشار غلظت فراورده‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

محل انجام محاسبات



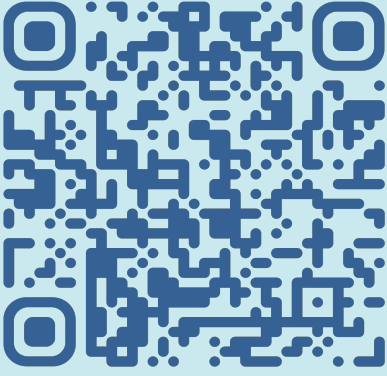
دفتر چه پاسخ

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۰۴



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۶

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان - سوگند روشنی علیرضا حسینی فرد - علیرضا شریف‌خطیبی کیوان دارابی	مهرداد اسپیدکار - محسن جواهری حمیدرضا ولی‌پور - علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده - مجید رجبی‌وندچالی - سارا قانع احسان ایرانی - محسن قندچلر - محمد قریب امیررضا خوینی‌ها - علیرضا محمدی‌سامان محمد باغبان - امیرمحمد زمانی - مجید میرزائی آروین صالحی - کامران ابراهیمی - محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی ایلیا فقیه‌میرزائی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد - فرهنگ امیری عالیه میرزایی - حسین ایروانی - علی ترابی محمد کهنه‌پوشی - مهسا بایمانی‌نژاد سعیده محبی - امیر بصراوی	فرهنگ امیری - عالیه میرزایی بنیامین بهرامی محمد داودآبادی فراهانی

مدیر آزمون: محدثه شیخعلی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آنها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لاقط سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماز ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش... - آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟
+ مباحثی که توی این آزمون از سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

تعداد سوال	مباحث	کتاب	بخش		
۵	جبر و معادله‌ها و نامعادله‌ها، مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا	حسابان ۲ حسابان ۱ ریاضی ۱	حسابان		
۳	تابع				
۱	توابع نمایی و لگاریتمی				
۴	مثلثات				
۳	حد و پیوستگی				
۲	مشتق				
۲	کاربردهای مشتق				
۰	ترسیم‌های هندسی و استدلال			هندسه ۱	
۲	قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن				
۱	چندضلعی‌ها				
۰	تجسم فضایی				
۰	دایره				
۱	تبدیل‌های هندسی و کاربردها	هندسه ۲	هندسه		
۱	روابط طولی در مثلث				
۱	ماتریس و کاربردها				
۳	آشنایی با مقاطع مخروطی	هندسه ۳			
۱	بردارها				
۱	آشنایی با مبانی ریاضیات	آمار و احتمال			
۲	احتمال				
۱	آمار توصیفی				
۰	آمار استنباطی				
۲	آشنایی با نظریه اعداد			ریاضیات گسسته	
۲	گراف و مدل‌سازی				
۲	ترکیبیات (شمارش)				

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیعی‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر $a+12, a, a-1$ به ترتیب جملات اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیر ثابت باشند، مجموع جواب‌های ممکن برای قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۱۲

(متوسط - مجموعه، الگو و دنباله - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر q قدرنسبت دنباله باشد:

$$\left. \begin{matrix} a_1 = a-1 \\ a_2 = a \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{a}{a-1} = q \Rightarrow a = \frac{q}{q-1} \quad (I)$$

$$\left. \begin{matrix} a_3 = a \\ a_4 = a+12 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{a+12}{a} = q^2 \Rightarrow 1 + \frac{12}{a} = q^2 \quad (II)$$

$$1 + 12\left(\frac{q-1}{q}\right) = q^2 \xrightarrow{\times q} q + 12(q-1) = q^3 \Rightarrow q^3 - 12q + 12 = 0$$

با جای گذاری (I) در (II) داریم:

چون در معادله $q^3 - 12q + 12 = 0$ مجموع ضرایب برابر صفر است، پس یکی از ریشه‌ها $q = 1$ بوده و برای به دست آوردن سایر ریشه‌ها عبارت $q^3 - 12q + 12$ را بر $q-1$ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$q^3 - 12q + 12 \Big| q-1$$

$$\underline{q^3 - q^2}$$

$$q^2 - 12q \Rightarrow q^3 - 12q + 12 = 0 \Rightarrow (q-1)(q^2 + q - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q-1=0 \Rightarrow q=1^* \\ q^2 + q - 12=0 \Rightarrow q_1 + q_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} q^2 - q \\ -12q + 12 \\ \hline -12q + 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

دنباله هندسی

دنباله‌ای است که هر جمله آن از ضرب یک مقدار ثابت (غیر صفر) در جمله قبلی ایجاد می‌شود. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنباله هندسی نامیده و آن را با q یا r نشان می‌دهیم. جمله عمومی در دنباله هندسی به صورت $a_n = a \times q^{n-1}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲- رأس سهمی $y = x^2 + 2ax - 3a^2$ بر خط $y = 4 - 10x$ قرار دارد. اگر a عددی صحیح باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار سهمی در آن بازه زیر محور x هاست، کدام می‌باشد؟

- (۱) $(-6, 2)$ (۲) $(-2, 6)$ (۳) $(-3, 4)$ (۴) $(-4, 3)$

(متوسط - معادله‌ها و نامعادله‌ها - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نقطه رأس سهمی $y = x^2 + 2ax - 3a^2$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید: $S(-a, -4a^2)$

از طرفی، چون نقطه رأس، روی خط $y = 4 - 10x$ قرار دارد، پس مختصات این نقطه در معادله خط صدق می‌کند.

$$y = 4 - 10x \xrightarrow{S(-a, -4a^2)} -4a^2 = 4 - 10(-a) \Rightarrow 4a^2 + 10a + 4 = 0 \Rightarrow (2a+4)(2a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 (a \in \mathbb{Z}) \text{ قق} \\ a = -\frac{1}{2} (a \notin \mathbb{Z}) \text{ غ قق} \end{cases}$$

پس معادله سهمی به صورت $y = x^2 - 4x - 12$ بوده و در بازه‌ای که زیر محور x هاست $y < 0$ است و داریم:

$$y = x^2 - 4x - 12 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 < 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 6$$

رأس سهمی

رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ برابر است با:

$$S \begin{cases} \frac{b}{2a} \\ \frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

$a > 0$ $a < 0$

نکته

اگر نمودار تابع $f(x)$ بالای محور x باشد، آن گاه نامعادله $f(x) > 0$ را حل می‌کنیم. اگر $f(x)$ زیر محور x باشد باید نامعادله $f(x) < 0$ را حل کنیم.

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $g(x)$ خارج قسمت تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + a$ بر $x-1$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟
 ۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - یکنوایی و بخش‌پذیری - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ برابر $f(1)$ می‌باشد، با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{array}{l} f(x) \\ \vdots \\ f(1) \end{array} \left| \begin{array}{l} x-1 \\ g(x) \end{array} \right. \Rightarrow f(x) = (x-1)g(x) + f(1) \xrightarrow{\text{از دو طرف مشتق می‌گیریم}} f'(x) = 1 \times g(x) + (x-1)g'(x)$$

جایگذاری $x=1$ در معادله $\rightarrow f'(1) = g(1)$

از طرفی $f'(x) = 3x^2 + 4x - 3$ می‌باشد، پس $g(1)$ برابر است با: $g(1) = f'(1) = 10 + 4 - 3 = 11$

قضیه تقسیم

در تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ داریم:

$$\begin{array}{l} \text{مقسوم} \\ \uparrow \\ f(x) \\ \vdots \\ R \\ \downarrow \\ \text{باقی‌مانده} \end{array} \left| \begin{array}{l} ax+b \\ q(x) \end{array} \right. \Rightarrow f(x) = (ax+b)q(x) + R \xrightarrow{x = -\frac{b}{a}} R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

گروه آموزشی ماز

۴- معادله $mx^2 + 2(2-m)x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ $[]$ [نماد جزء صحیح است].

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

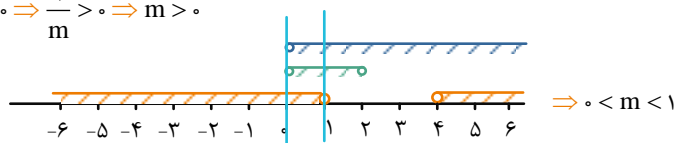
(متوسط - جبر و معادله - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

چون معادله دارای ۲ ریشه حقیقی منفی است، پس $\Delta > 0$ بوده و جمع ریشه‌ها منفی و ضرب ریشه‌ها مثبت است، ببینید:

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow 4(2-m)^2 - 4 \times 1 \times m > 0 \Rightarrow 4(m^2 - 4m + 4) - 4m > 0 \Rightarrow 4m^2 - 20m + 16 > 0 \Rightarrow m^2 - 5m + 4 > 0 \Rightarrow m < 1 \cup m > 4$

۲) $S < 0 \Rightarrow \frac{-2(2-m)}{m} < 0 \Rightarrow \frac{2(2-m)}{m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 2$

۳) $P > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} > 0 \Rightarrow m > 0$



از اشتراک سه شرط فوق داریم:

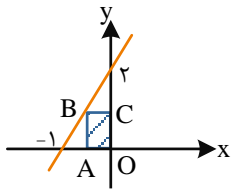
بنابراین $[m]$ برابر صفر می‌باشد.

وضعیت جواب‌های معادله درجه دوم

در مورد معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان گفت:

- ۱) معادله ریشه حقیقی ندارد. $\Delta < 0 \Rightarrow$
- ۲) معادله ۲ ریشه برابر (ریشه مضاعف) منفی دارد. $\Delta = 0, S < 0, P > 0$
- ۳) معادله ۲ ریشه برابر (ریشه مضاعف) مثبت دارد. $\Delta = 0 \Rightarrow S > 0, P > 0$
- ۴) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز مثبت دارد. $\Delta > 0, S > 0, P > 0$
- ۵) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز منفی دارد. $\Delta > 0, S < 0, P > 0$
- ۶) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری - است و قدرمطلق ریشه مثبت بیشتر از قدرمطلق ریشه منفی است. $\Delta > 0, S > 0, P < 0$
- ۷) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری - است و قدرمطلق ریشه منفی بیشتر از قدرمطلق ریشه مثبت است. $\Delta > 0, S < 0, P < 0$
- ۸) معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز قرینه هم دارد. $\Delta > 0, S = 0, P < 0$
- ۹) معادله ۲ ریشه متمایز حقیقی دارد که یکی از آن‌ها صفر است. $\Delta > 0, P = 0$

گروه آموزشی ماز



۵- در مستطیل طلایی هاشورزده شکل مقابل، اندازه عرض مستطیل (OA) چقدر است؟

$$1 - \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$1 - \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - 1 \quad (4)$$

$$1 - \frac{\sqrt{5}}{10} \quad (3)$$

(متوسط - جبر و معادله - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله خط داده شده به صورت $y = 2x + 2$ می‌باشد. اگر $OA = a$ فرض شود با توجه به این که نسبت طول به عرض در مستطیل طلایی برابر $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$OA = a \Rightarrow AB = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \times a$$

می‌باشد، داریم:

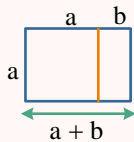
پس مختصات نقطه B به صورت $B(-a, \frac{\sqrt{5} + 1}{2}a)$ می‌باشد. مختصات نقطه B در معادله خط $y = 2x + 2$ صدق می‌کند و داریم:

$$y = 2x + 2 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)a = -2a + 2 \Rightarrow (\sqrt{5} + 1)a = -4a + 4 \Rightarrow (\sqrt{5} + 5)a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{5} + 5}$$

$$a = \frac{4}{5 + \sqrt{5}} = \frac{4(5 - \sqrt{5})}{5^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{4(5 - \sqrt{5})}{20} = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

پس عرض مستطیل برابر است با:

مستطیل طلایی



در مستطیل مقابل نسبت طول به عرض $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ می‌باشد.

اگر در این مستطیل، مربعی به طول ضلع a درآوریم، مستطیل باقی‌مانده با مستطیل اولیه متشابه می‌باشد:

$$\frac{a + b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

را عدد طلایی می‌نامند که جوابی برای معادله $x^2 - x - 1 = 0$ نیز می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $A(2, 3)$ و $B(4, 7)$ دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشند، آن‌گاه در دستگاه مختصات، عرض نقطه C کدام است؟

$$5 \pm \sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 \pm \sqrt{3} \quad (3)$$

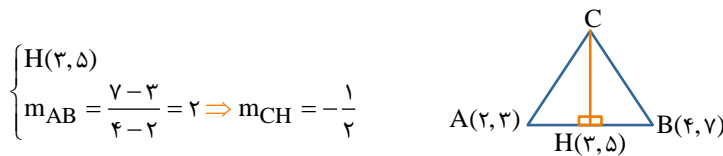
$$6 \pm 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$4 \pm 2\sqrt{3} \quad (1)$$

(سخت - قدرمطلق و هندسه تحلیلی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



$$\begin{cases} H(3, 5) \\ m_{AB} = \frac{7-3}{4-2} = 2 \Rightarrow m_{CH} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

حال معادله عمودمنصف پاره‌خط AB یعنی CH را می‌نویسیم:

$$CH \text{ معادله} \Rightarrow y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$$

پس مختصات نقطه C به صورت $C(\alpha, -\frac{1}{2}\alpha + \frac{13}{2})$ می‌باشد و داریم:

$$CH = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \left(-\frac{1}{2}\alpha + \frac{13}{2} - 5\right)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \left(-\frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \left(-\frac{1}{2}(\alpha - 3)\right)^2}$$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + \frac{1}{4}(\alpha - 3)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(\alpha - 3)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}|\alpha - 3|$$

$$CH = \frac{\sqrt{3}}{2}AB \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2}|\alpha - 3| = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(4-2)^2 + (7-3)^2} \Rightarrow \sqrt{5}|\alpha - 3| = \sqrt{3} \times 2\sqrt{5}$$

از طرفی:

$$|\alpha - 3| = 2\sqrt{3} \Rightarrow \alpha - 3 = \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 3 \pm 2\sqrt{3}$$

$$C \text{ نقطه} \text{ عرض} = -\frac{1}{2}\alpha + \frac{13}{2} \Rightarrow y_C = -\frac{1}{2}(3 \pm 2\sqrt{3}) + \frac{13}{2} = 5 \pm \sqrt{3}$$

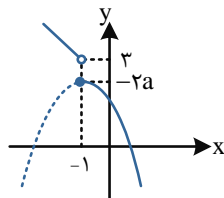
۷- تابع $f(x) = \begin{cases} 1-2x & x < -1 \\ -x^2 + 2ax + 1 & x \geq -1 \end{cases}$ در \mathbb{R} وارون پذیر است. اگر a عددی صحیح باشد، مقدار $f^{-1}(-34)$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

(متوسط - اعمال روی توابع - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

باید تابع $f(x)$ یک به یک باشد، چون ضابطه بالا نشان دهنده یک تابع خطی است پس یک به یک می باشد. همینطور در ضابطه پایین باید طول رأس سهمی کوچکتر یا مساوی -1 باشد، بنابراین: شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



$$a \geq -\frac{3}{2}$$

همچنین باید $-2a \leq 3$ باشد، یعنی:

از اشتراک دو شرط $a \leq -1$ و $a \geq -\frac{3}{2}$ با فرض $a \in \mathbb{Z}$ داریم:

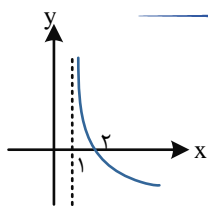
اگر $f^{-1}(-34) = \alpha$ باشد، آن گاه $f(\alpha) = -34$ است و داریم:

$$f(\alpha) = -\alpha^2 - 2\alpha + 1 = -34 \Rightarrow \alpha^2 + 2\alpha - 35 = 0 \Rightarrow (\alpha + 7)(\alpha - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -7 & \text{غ قق} \\ \alpha = 5 & \text{قق (زیرا باید } \alpha \geq -1 \text{)} \end{cases}$$

یک به یک بودن در توابع چندضابطه‌ای

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq a \\ h(x) & x < a \end{cases}$ یک به یک باشد حتماً توابع $g(x)$ و $h(x)$ یک به یک می باشند و همچنین در نقطه مرزی وضعیت یک به یک بودن تابع باید بررسی شود.

گروه آموزشی ماز



۸- نمودار تابع $f(x) = a + b \log_p(ax+b)$ به صورت مقابل است. مقدار $f(33)$ کدام است؟

- ۸ (۱)
۱۰ (۲)
۵ (۳)
۶ (۴)

(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به دامنه تابع از روی نمودار می توان گفت $x=1$ عبارت مقابل لگاریتم را صفر می کند، بنابراین:

$$ax + b = 0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a \Rightarrow f(x) = a - a \log_p(ax - a)$$

از طرفی با توجه به نمودار $f(2) = 0$ می باشد، پس:

$$f(2) = a - a \log_p(2a - a) = 0 \Rightarrow a = a \log_p^a \Rightarrow \log_p^a = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(x) = 2 - 2 \log_p^{2x-2}$$

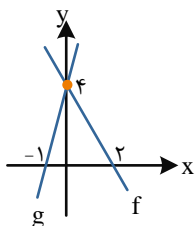
$$f(33) = 2 - 2 \log_p^{(2 \times 33 - 2)} = 2 - 2 \log_p^{64} = 2 - 2 \times 6 = -10$$

بنابراین مقدار $f(33)$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۹- نمودارهای توابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس 3 واحد به راست انتقال می دهیم. نمودار جدید، نمودار تابع g را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟

- ۷ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)



(متوسط - تبدیل نمودار توابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

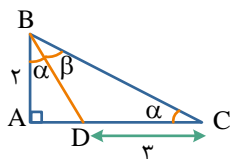
ضابطه توابع f و g به صورت $f(x) = -2x + 4$ و $g(x) = 4x + 4$ می باشد. بنابراین:

$$f(-x) = -2(-x) + 4 \xrightarrow[\text{واحد به راست}]{x \rightarrow x-3} f(-(x-3)) = 2(x-3) + 4 \Rightarrow f(3-x) = 2x - 2$$

حال تقاطع تابع جدید با تابع $g(x)$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$f(3-x) = g(x) \Rightarrow 2x - 2 = 4x + 4 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

گروه آموزشی ماز



۱۰- در شکل زیر، مقدار $\sin \beta$ کدام است؟

- ۱) $1/6$
- ۲) $1/8$
- ۳) $1/48$
- ۴) $1/64$

(متوسط - مثلثات - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با فرض $AD = x$ داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABD: \tan \alpha &= \frac{x}{2} \\ \triangle ABC: \tan \alpha &= \frac{2}{x+3} \end{aligned} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{2}{x+3} \Rightarrow x^2 + 3x = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \times \\ x = 1 \checkmark \end{cases}$$

$$\tan \beta = \tan((\alpha + \beta) - \alpha) = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha}{1 + \tan(\alpha + \beta) \times \tan \alpha} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

بنابراین:

$$1 + \cot^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow \frac{9}{25} = \sin^2 \beta \Rightarrow \sin \beta = +\frac{3}{5} = 0/6$$

با کمک رابطه $1 + \cot^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta}$ داریم:

زاویه حاده

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل ۲ زاویه

- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$
- $\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{1}{\tan(\alpha \pm \beta)}$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $\cos 2x + 3 \sin 2x = 3$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) -2
- ۲) 2
- ۳) $\frac{1}{2}$
- ۴) $-\frac{1}{2}$

(متوسط - مثلثات - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \sin^2 x \\ \cos 2x + 3 \sin 2x = 3 \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x + 6 \sin x \cos x = 3 \end{aligned} \xrightarrow{\text{دو طرف بر } \cos^2 x \text{ تقسیم}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{6 \sin x \cos x}{\cos^2 x} &= \frac{3}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 - \tan^2 x + 6 \tan x = 3(1 + \tan^2 x) \Rightarrow 4 \tan^2 x - 6 \tan x + 2 = 0 \\ \Rightarrow \tan x = 1 \text{ یا } \tan x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot x = 1 \text{ یا } \cot x = 2 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \sin 2x &= \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}, \quad \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \\ \cos 2x + 3 \sin 2x = 3 &\Rightarrow \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{3 \times 2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = 3 \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 x + 6 \tan x}{1 + \tan^2 x} = 3 \end{aligned}$$

$$3 \tan^2 x + 3 = 1 - \tan^2 x + 6 \tan x \Rightarrow 4 \tan^2 x - 6 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \text{ یا } \frac{1}{2} \Rightarrow \cot x = 1 \text{ یا } 2$$

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر زاویه

$$\begin{aligned} \bullet \sin 2x &= 2 \sin x \cos x & \bullet \sin 2x &= \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \\ \bullet \cos 2x &= \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 x \\ \cos^2 x - \sin^2 x \\ 2 \cos^2 x - 1 \end{cases} & \bullet \cos 2x &= \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\tan \alpha = 2 \tan \beta$ باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$ کدام است؟ $(\alpha, \beta \neq \frac{k\pi}{2})$

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

(متوسط - مثلثات - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\tan \alpha = 2 \tan \beta \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \sin \beta}{\cos \beta} \Rightarrow \sin \alpha \cos \beta = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta} = \frac{3 \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta} = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموع جواب‌های معادله $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

(متوسط - مثلثات - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

توجه کنید که $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\sin \alpha$ می‌باشد، پس:

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = -\sin(x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + x + \frac{\pi}{4} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - (x + \frac{\pi}{4}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \times \\ x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴
x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
	x	✓	✓	✓	x

$$\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 3\pi = \frac{7\pi}{2}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با:

معادله مثلثاتی معروف

حل معادلات مثلثاتی به فرم $\cos A = \cos B$

$$\cos A = \cos B \Rightarrow A = 2k\pi \pm B$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - bx - 2}{x^2 - x} = \frac{a}{b}$ باشد، کمترین مقدار $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) ۲۰

(متوسط - حد و پیوستگی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

چون در محاسبه حد، مخرج کسر صفر می‌شود، پس باید صورت کسر هم صفر شود، یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - bx - 2}{x^2 - x} = \frac{a - b - 2}{1 - 1} = \frac{a - b - 2}{0} \Rightarrow a - b - 2 = 0 \Rightarrow a = b + 2$$

حال با توجه به $\frac{0}{0}$ بودن حد، از روش هوییتال استفاده می‌کنیم. ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - bx - 2}{x^2 - x} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax - b}{2x^2 - 1} = \frac{2a - b}{4 - 1} = \frac{2a - b}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2(b+2) - b}{3} = \frac{b+4}{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b+4}{3} = \frac{b+2}{b} \Rightarrow b^2 + 4b = 3b + 6 \Rightarrow b^2 + b - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (b+3)(b-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 10 \Rightarrow \min(a^2 + b^2) = 10 \\ b = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 20 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 1}}{ax - 1} = 2$ باشد، کدام خط یک مجانب قائم تابع $y = \frac{ax+3}{2x+a}$ است؟

(۴) $x = -\frac{1}{2}$

(۳) $x = \frac{1}{2}$

(۲) $x = -1$

(۱) $x = 1$

(متوسط - حد در بی‌نهایت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 1}}{ax - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |2x|}{ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x}{ax} = \frac{a-2}{a} = 2 \Rightarrow a = -2$$

پس ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \frac{-2x+3}{2x-2}$ می‌باشد و مجانب قائم آن ریشهٔ مخرج یعنی $x=1$ می‌باشد.

مجانِب قائم

خط قائمی است که نمودار تابع به آن نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. اگر خط $x = a$ مجانب قائم تابع $f(x)$ باشد، آن‌گاه: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$. برای به دست آوردن مجانب قائم در توابع کسری ریشه‌های مخرج را به دست می‌آوریم به شرطی که ریشهٔ صورت نباشد و حداقل در یک همسایگی آن تابع تعریف شود.



$x = a$ مجانب قائم

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^2 + bx + c}}{|3x - 6|} & x \neq 2 \\ \frac{a}{x} & x = 2 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام می‌باشد؟

(۴) ۱۲

(۳) -۱۲

(۲) -۶

(۱) ۶

(سخت - حد و پیوستگی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

زمانی تابع در $x = 2$ پیوسته است که $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ باشد، بنابراین:

$$f(2) = \frac{a}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x^2 + bx + c}}{|3x - 6|}$$

باید عبارت زیر رادیکال به فرم $4(x-2)^2$ درآید تا $f(x)$ در $x = 2$ دارای حد باشد، پس:

$$4x^2 + bx + c = 4(x-2)^2 \Rightarrow 4x^2 + bx + c = 4x^2 - 16x + 16 \Rightarrow \begin{cases} b = -16 \\ c = 16 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4(x-2)^2}}{3|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2|x-2|}{3|x-2|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

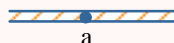
پس:

$$\frac{b}{a} = \frac{-16}{\frac{4}{3}} = -12$$

بنابراین حاصل $\frac{b}{a}$ برابر است با:

پیوستگی

وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می‌باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.



شرایط پیوستگی تابع در نقطه a

۱. تابع در نقطه a و همسایگی آن تعریف شده باشد.

۲. حد تابع در نقطه a موجود باشد. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \text{عدد مشخص}$

۳. مقدار تابع با حد تابع در نقطه a برابر باشد. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\tan x - 4 \cot x}{1 + 2 \cot x}$ و $g(x) = \cot x$ باشد، حاصل $f'(\frac{\pi}{4})g(\frac{\pi}{4}) + g'(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

صورت و مخرج کسر موجود در تابع $f(x)$ را در $\tan x$ ضرب می‌کنیم. ببینید:

$$f(x) = \frac{\tan x}{\tan x} \times \frac{\tan x - 4 \cot x}{1 + 2 \cot x} = \frac{\tan^2 x - 4}{\tan x + 2} = \frac{(\tan x - 2)(\tan x + 2)}{\tan x + 2} \Rightarrow f(x) = \tan x - 2$$

پس حاصل $f(x)g(x)$ برابر است با:

$$f(x)g(x) = (\tan x - 2) \times \cot x = 1 - 2 \cot x$$

عبارت $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ همان مشتق تابع $f(x)g(x)$ است. ببینید:

$$f'(\frac{\pi}{4})g(\frac{\pi}{4}) + g'(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4}) = (f \times g)'(\frac{\pi}{4}) = (1 - 2 \cot x)'(\frac{\pi}{4}) = 2(1 + \cot^2 \frac{\pi}{4}) = 2(1 + 1) = 4$$

مشتق ضرب دو تابع

اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه:

$$(f \times g)'(x) = f'(x) \times g(x) + g'(x) \times f(x)$$

گروه آموزشی ماز

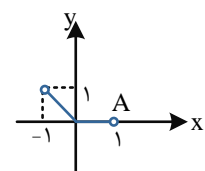
۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax^3 + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ دارای سه نقطه گوشه‌ای است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)



نمودار ضابطه اول به صورت مقابل است:

نقطه $x = 0$ با توجه به شکل مقابل گوشه است. کافی است ضابطه دوم از نقاط $A(1, 0)$ و $B(-1, 1)$ عبور کند تا ۳ نقطه گوشه داشته باشیم، پس:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \\ f(-1) = 1 \Rightarrow -a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 2a - b = 2(-\frac{1}{2}) - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

نقاط گوشه (زاویه دار)

نقطه‌ای که در آن تابع پیوسته بوده اما مشتق‌های راست و چپ یا دو عدد نابرابر بوده و یا یکی از آن‌ها عدد و دیگری ∞ است.



گروه آموزشی ماز

۱۹- تابع $f(x) = x + \sqrt{4-x|x|}$ در بازه $(-\infty, a)$ اکیداً صعودی است. حداکثر a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) -۱ (۴) $\sqrt{2}$

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{4+x^2} & x < 0 \\ x + \sqrt{4-x^2} & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{2\sqrt{4+x^2}} & x < 0 \\ 1 + \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} & x \geq 0 \end{cases}$$

اگر تابع f اکیداً صعودی باشد، آنگاه $f'(x) > 0$ می‌باشد. (در نقاط محدودی که روی یک خط راست نباشند $f'(x) = 0$ است)

$$1 + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} > 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} > -1 \Rightarrow -\sqrt{x^2+4} < x \Rightarrow \sqrt{x^2+4} > -x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2+4 > x^2 \Rightarrow 4 > 0 \text{ بدیهی}$$

همواره مثبت

پس ضابطه اول در بازه $(-\infty, 0)$ اکیداً صعودی است.

$$1 + \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} > 0 \Rightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} > -1 \Rightarrow \sqrt{4-x^2} > x \Rightarrow 4-x^2 > x^2 \Rightarrow x^2 < 2 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x < \sqrt{2}$$

بنابراین تابع $f(x)$ در بازه $(-\infty, \sqrt{2})$ اکیداً صعودی است و $a = \sqrt{2}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر $x=4$ طول نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x) = (x+a)(x-2a)(x-6)$ باشد، طول نقطهٔ عطف آن کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

در تابع درجهٔ سوم (چندجمله‌ای) در نقاط \max و \min مشتق صفر است، پس:

$$f'(x) = 1 \times (x-2a)(x-6) + 1 \times (x+a)(x-6) + 1 \times (x+a)(x-2a) \Rightarrow f'(4) = 0$$

$$\Rightarrow (4-2a)(4-6) + (4+a)(4-6) + (4+a)(4-2a) = 0 \Rightarrow -8+4a-8-2a-2a^2-4a+16 = 0 \Rightarrow -2a^2-2a = 0$$

$$\Rightarrow a(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \end{cases}$$

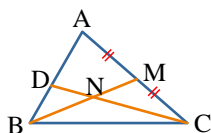
طول نقطهٔ عطف در تابع $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ برابر $x = \frac{a+b+c}{3}$ می‌باشد، پس:

$$f(x) = (x+a)(x-2a)(x-6) \Rightarrow x_{\text{عطف}} = \frac{-a+2a+6}{3} = \frac{a+6}{3}$$

به ازای $a=0$ طول نقطهٔ عطف برابر ۲ و به ازای $a=-1$ طول نقطهٔ عطف $\frac{5}{3}$ است که $\frac{5}{3}$ در گزینه‌ها دیده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل مقابل، M وسط ضلع AC و CD امتداد میانهٔ وارد بر BM در مثلث BMC است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BDN است؟



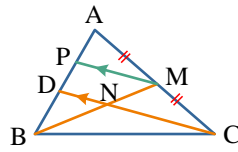
- (۱) ۹
(۲) ۱۵
(۳) ۱۲
(۴) ۱۸

(متوسط - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

اگر از M به موازات CD رسم کنیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} MP \parallel CD &\Rightarrow \frac{AP}{PD} = \frac{AM}{MC} \Rightarrow AP = PD, MP = \frac{1}{2}CD \\ ND \parallel MP &\Rightarrow \frac{BP}{PD} = \frac{BM}{MN} \Rightarrow BD = DP, ND = \frac{1}{2}MP \end{aligned} \right\} \Rightarrow ND = \frac{1}{4}CD$$



مثلث‌های BCD و BDN ارتفاع مشترک دارند، پس نسبت مساحت آن‌ها همان نسبت قاعده‌های آن‌هاست:

$$\frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{ND}{CD} = \frac{1}{4} \quad (I)$$

$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{3} \quad (II)$$

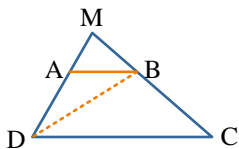
از طرفی دو مثلث BCD و ABC نیز دارای ارتفاع مشترک هستند، پس:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle BCD}} \times \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{12}$$

از (I) و (II) نتیجه می‌گیریم که:

گروه آموزشی ماز

۲۲- در دوزنقه شکل مقابل، امتداد ساق‌ها در M متقاطع‌اند. اگر $S_{\triangle ABD} = 6$ و $S_{\triangle BCD} = 10$ باشد، آنگاه $S_{\triangle AMB}$ کدام است؟

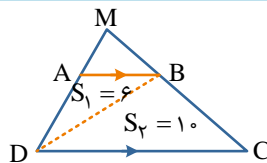


- ۹ (۱)
- ۸ (۲)
- ۵ (۳)
- ۴ (۴)

(متوسط - چندضلعی‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC}$$



طبق قضیه تالس داریم:

از طرفی:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABD}} &= \frac{MA}{AD} \\ \frac{S_{\triangle MBD}}{S_{\triangle BCD}} &= \frac{MB}{BC} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC}} \frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{S_{\triangle MBD}}{S_{\triangle BCD}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{6} = \frac{S_{\triangle MBD}}{10} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{6} = \frac{S_{\triangle MBD}}{10} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{10} = \frac{S_{\triangle MBD}}{6} \Rightarrow 4S_{\triangle AMB} = 36 \Rightarrow S_{\triangle AMB} = 9$$

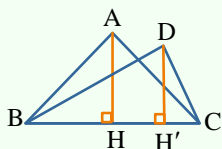
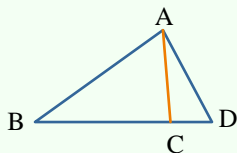
نکات طلایی

♦ اگر دو مثلث دارای ارتفاع یکسان باشند، نسبت مساحت آن‌ها با نسبت قاعده آن‌ها برابر است.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BC}{CD}$$

♦ اگر دو مثلث دارای قاعده یکسان باشند، نسبت مساحت آن‌ها با نسبت ارتفاع آن‌ها برابر است.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{AH}{DH'}$$



گروه آموزشی ماز

۲۳- نیم‌دایره شکل مقابل به قطر BM رسم شده است. اگر $BM = 5$ و $MC = 3$ باشد، مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC کدام است؟



- $8\sqrt{2}$ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۲ (۳)
- $4\sqrt{2}$ (۴)

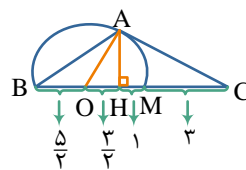
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۱۰۱)

در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) ارتفاع وارد بر BC را رسم می‌کنیم. H وسط BC است و داریم:

$$OA = \frac{BM}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow OH = \frac{3}{2} \Rightarrow AH = \sqrt{(OA)^2 - (OH)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$



گروه آموزشی ماز

۲۴- نقاط $A(4,1)$ ، $B(5,8)$ و $C(1,m)$ مفروض‌اند. در حالتی که محیط مثلث ABC کمترین مقدار ممکن باشد، مساحت آن کدام است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

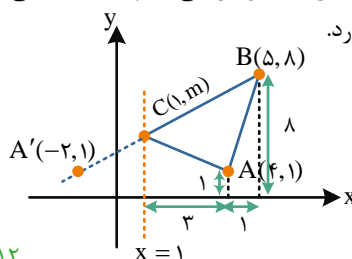
۱۶ (۱)

(متوسط - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $C(1,m)$ روی خط $x=1$ قرار دارد، پس مطابق مسئله هرون برای پیدا کردن کمترین مقدار $BC+AC$ باید نقطه $A(4,1)$ را نسبت به $x=1$ بازتاب دهیم که به $A'(-2,1)$ می‌رسیم. حال A' را به B وصل می‌کنیم، معادله خطی که از A' و B می‌گذرد به صورت $y=x+3$ است. پس می‌توان از تقاطع دو خط، مختصات نقطه C را به دست آورد.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=x+3 \end{cases} \Rightarrow C(1,4) \Rightarrow m=4$$



$$S_{\triangle ABC} = \frac{(4+8) \times 4}{2} - \frac{(4+1) \times 3}{2} - \frac{(1+8) \times 1}{2} = \frac{48 - 15 - 9}{2} = 12$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

گروه آموزشی ماز

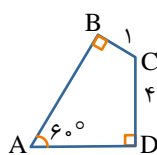
۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل، طول قطر AC چقدر است؟

$2\sqrt{5}$ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

$2\sqrt{7}$ (۴)



(سخت - روابط طولی در مثلث - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

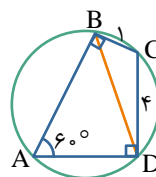
چهارضلعی $ABCD$ محاطی است (چرا؟) و AC قطر دایره است. ابتدا به کمک قضیه کسینوس‌ها طول BD را به دست می‌آوریم. ببینید:

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 120^\circ$$

$$BD^2 = CD^2 + CB^2 - 2CD \times CB \times \cos \hat{C} \Rightarrow BD^2 = 4^2 + 1^2 - 2 \times 4 \times 1 \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow BD^2 = 16 + 1 + 4 = 21 \Rightarrow BD = \sqrt{21}$$

$$\frac{BD}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{7}$$



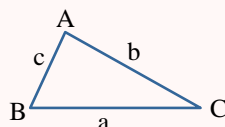
حال طبق قضیه \sin ‌ها در مثلث ABD داریم:

قطر دایره محیطی مثلث ABD همان قطر AC از دایره می‌باشد، پس $AC = 2\sqrt{7}$ می‌باشد.

چهارضلعی محاطی

در هر چهارضلعی محاطی، زوایای روبه‌رو مکمل هستند.

قضیه \sin ‌ها و \cos ‌ها در مثلث



$$\text{قضیه } \sin : \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

شعاع دایره محیطی

$$\text{قضیه } \cos : \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

۲۶- اگر $4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases} |A|x - 3y = 2|A| \\ 6y - 16x = 20 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(متوسط - وارون ماتریس و دترمینان - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |4A| = \begin{vmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 16|A| = |A|^2 + 64 \Rightarrow |A|^2 - 16|A| + 64 = 0 \Rightarrow (|A| - 8)^2 = 0$$

$$\Rightarrow |A| = 8 \Rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 16 \\ 6y - 16x = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 16 \\ -16x + 6y = 20 \end{cases} \Rightarrow \frac{8}{-16} = \frac{-3}{6} \neq \frac{16}{20}$$

دو خط موازی‌اند، پس دستگاه معادلات جواب ندارد.

ماتریس

$$|kA| = k^n |A| \quad (k \in \mathbb{R})$$

اگر A ماتریس مربعی و از مرتبه n باشد، آن‌گاه:

بحث در مورد تعداد جواب‌های دستگاه معادلات خطی

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

(۱) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد، دستگاه یک جواب منحصر به فرد به فرم (x_0, y_0) دارد.

(۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای بی‌شمار جواب می‌باشد.

(۳) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای جواب نمی‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- خط $L: 4y = 3x + 3$ بر دایره C به مرکز $O(1, -1)$ مماس است. اگر خطی مانند $L': x - y = 4$ دایره را در ۲ نقطه A و B قطع کند، طول AB کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

(متوسط - دایره و بیضی - محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

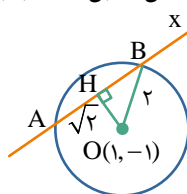
$$R = \frac{|-4 - 3 - 3|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

فاصله مرکز دایره تا خط مماس، شعاع دایره را نشان می‌دهد.

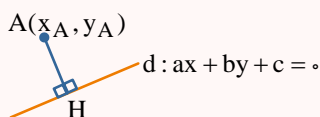
فاصله مرکز دایره $O(1, -1)$ از خط $x - y - 4 = 0$ همان OH در شکل مقابل است، بنابراین:

$$OH = \frac{|1 - (-1) - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$HB^2 + OH^2 = OB^2 \Rightarrow HB = \sqrt{2} \Rightarrow AB = 2HB = 2\sqrt{2}$$



فاصله نقطه از خط

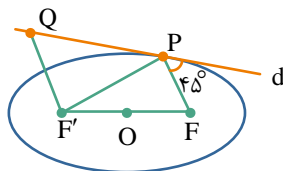


فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از خط $d: ax + by + c = 0$ طول پاره‌خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود.

$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در شکل زیر، خط d در نقطه P بر بیضی مماس است. اگر PF' و PF موازی و $QF' = 8$ و فاصله نقطه P تا مرکز بیضی ۵ واحد باشد، اندازه PF کدام است؟



(۱) $6\sqrt{2}$

(۲) $8\sqrt{2}$

(۳) ۶

(۴) ۱۰

طبق خاصیت بازتابندگی در بیضی، $\widehat{QPF'} = 45^\circ$ است و در نتیجه $\widehat{F'PF} = 90^\circ$ بوده و مثلث $F'PF$ قائم الزاویه می‌باشد.

$OP = 5 \Rightarrow FF' = 10$

از طرفی، در مثلث قائم الزاویه طول میانه وارد بر وتر، برابر نصف طول وتر است، پس:

حال طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم: $\widehat{PQF'} = 45^\circ$

$\Rightarrow QF' = PF' = 8 \Rightarrow PF'^2 + PF'^2 = FF'^2 \Rightarrow PF'^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow PF' = 6$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر پرتویی به معادله $y = 2$ به سطح داخلی سهمی $y^2 + 8x = 2y + 39$ بتابد، معادله پرتو بازتابش کدام است؟

$8x - 15y = 9$ (۴)

$2y + 9x = 8$ (۳)

$x - 4y = 10$ (۲)

$3x - y = 12$ (۱)

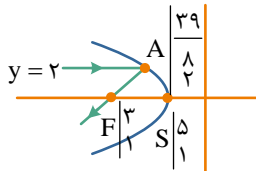
سهمی داده شده افقی است، مختصات کانون و رأس آن را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$y^2 - 2y = -8x + 39 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x + 40 \Rightarrow (y-1)^2 = -8(x-5) \Rightarrow S \left(\frac{5}{1}, \frac{3}{1} \right), \quad 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow F \left(\frac{3}{1}, \frac{1}{1} \right)$$

\downarrow $y=1$ \downarrow $x=5$
 دهانه سهمی به سمت چپ باز می‌شود

خط $y = 2$ سهمی را در نقطه $A \left(\frac{39}{8}, 2 \right)$ قطع می‌کند، مطابق شکل اگر پرتویی موازی محور تقارن سهمی به آن بتابد موقع بازتاب از کانون می‌گذرد، پس معادله خطی که از F و A می‌گذرد را می‌نویسیم. ببینید:

$$m_{AF} = \frac{y_F - y_A}{x_F - x_A} = \frac{1 - 2}{3 - \frac{39}{8}} = \frac{-1}{3 - \frac{39}{8}} = \frac{-1}{-\frac{15}{8}} = \frac{8}{15}$$



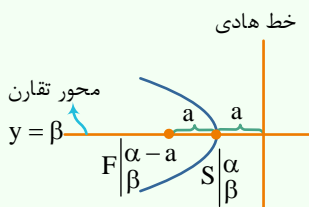
$$y - y_F = M(x - x_F) \Rightarrow y - 1 = \frac{8}{15}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{8}{15}x - \frac{9}{15} \Rightarrow 15y = 8x - 9 \Rightarrow 8x - 15y = 9$$

سهمی با جزئیات

سهمی را در ۲ حالت افقی و عمودی بررسی می‌کنیم:

۱) سهمی افقی و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است

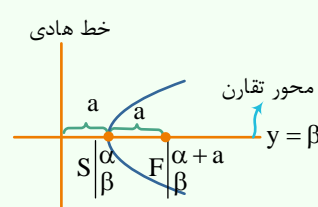
دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود.



معادله سهمی: $(y - \beta)^2 = -4a(x - \alpha)$

در معادله سهمی افقی، y دارای توان ۲ و x دارای توان ۱ است. در سهمی افقی، خط هادی یک خط قائم و محور تقارن یک خط افقی است.

دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود.



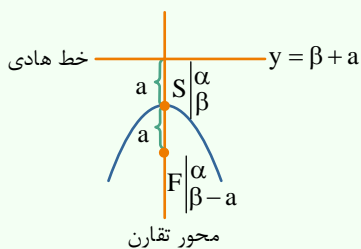
معادله سهمی: $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$

۲) سهمی قائم و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است

در معادله سهمی قائم، y دارای توان ۱ و x دارای توان ۲ است.

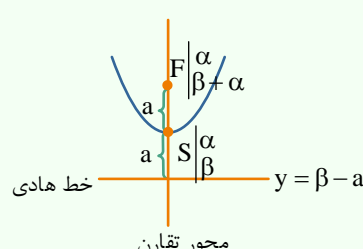
در سهمی قائم، خط هادی یک خط افقی و محور تقارن یک خط قائم است.

دهانه سهمی رو به پایین باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x - \alpha)^2 = -4a(y - \beta)$

دهانه سهمی رو به بالا باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$

۳۰- اگر $\vec{a} = (1, -2, m)$ و $\vec{b} = (m, 3, 1)$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند و اندازه بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ برابر باشند، حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای $\vec{a} - 2\vec{b}$ ، $2\vec{a} + \vec{b}$ و $3\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می شود، کدام است؟

۱۴۵۰ (۴)

۱۹۹۵ (۳)

۳۹۹۰ (۲)

۲۸۶۰ (۱)

(سخت - ضرب بردارها - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

اگر دو بردار \vec{a} و \vec{b} از یک نقطه رسم شده و بر هم عمود باشند، بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ هم اندازه می باشند، پس:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 1 \times m - 2 \times 3 + m \times 1 = 0 \Rightarrow 2m - 6 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$\vec{a} = (1, -2, 3), \vec{b} = (3, 3, 1)$$

پس بردارهای \vec{a} و \vec{b} به صورت زیر هستند:

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (1, -2, 3) - 2(3, 3, 1) = (-5, -8, 1)$$

بنابراین:

$$2\vec{a} + \vec{b} = 2(1, -2, 3) + (3, 3, 1) = (5, -1, 7)$$

$$3\vec{a} \times \vec{b} = 3(1, -2, 3) \times (3, 3, 1) = (-33, 24, 27)$$

پس حجم متوازی السطوح برابر است با:

$$V = \begin{vmatrix} -5 & -8 & 1 \\ 5 & -1 & 7 \\ -33 & 24 & 27 \end{vmatrix} = 3990$$

روش دوم:

برای محاسبه حجم متوازی السطوح می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-11, 8, 9) \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(-11)^2 + 8^2 + 9^2} = \sqrt{266}$$

$$V = (3\vec{a} \times \vec{b}) \cdot ((\vec{a} - 2\vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})) = |3(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \Delta(\vec{a} \times \vec{b})| = 15 |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 15 \times \sqrt{266}^2 = 3990$$

کاربردهای ضرب خارجی ۲ بردار

(۱) مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده روی ۲ بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است با:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

(۲) مساحت مثلث ساخته شده توسط ۲ بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است با:

$$S = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{2}$$

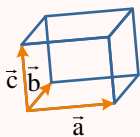
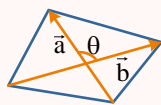
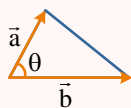
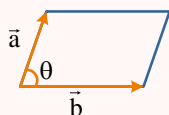
(۳) مساحت چهارضلعی محدب که ۲ بردار \vec{a} و \vec{b} قطرهای آن باشند، برابر است با:

$$S = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{2}$$

(۴) حجم متوازی السطوحی که توسط ۳ بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} بنا می شود، برابر است با:

$$\vec{V} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

قدر مطلق
دترمینان



گروه آموزشی ماز

۳۱- در ظرف اول، ۵ توپ سفید و ۳ توپ مشکی و در ظرف دوم، ۲ توپ سفید و ۲ توپ مشکی داریم. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو توپ بی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن که فقط یک توپ مشکی خارج شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{91}{129}$ (۲) $\frac{97}{129}$ (۳) $\frac{97}{168}$ (۴) $\frac{101}{168}$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - احتمال - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پیشامد خارج شدن فقط یک توپ مشکی

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

پیشامد انتخاب ظرف اول پیشامد انتخاب ظرف دوم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \right)$$

احتمال خارج شدن فقط یک توپ مشکی از ظرف اول
احتمال خارج شدن فقط یک توپ مشکی از ظرف دوم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{30}{56} + \frac{1}{2} \times \frac{8}{12} = \frac{15}{56} + \frac{1}{3} = \frac{45 + 56}{168} = \frac{101}{168}$$

قانون احتمال کل

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_n) \times P(A|B_n)$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- به چند طریق می‌توان یک دسته گل شامل ۱۰ شاخه از بین ۴ نوع گل مریم، رز، نرگس و لیلیوم انتخاب کرد به طوری که هیچ دسته گلی تمام گل‌هایش از یک نوع نباشد؟

- (۱) ۲۹۰ (۲) ۲۸۶ (۳) ۲۸۲ (۴) ۲۸۰

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مباحثی در ترکیبیات - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

تعداد انتخاب ۱۰ شاخه گل از بین ۴ نوع گل مختلف برابر جواب‌های معادله زیر است:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \Rightarrow \binom{10+4-1}{4-1} = \binom{13}{3} = 286$$

$$286 - 4 = 282$$

از این تعداد ۴ حالت داریم که همه گل‌ها از یک نوع باشند، پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

حواس تو جمع کن!

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- از بین ۱۲۰ کارت موجود در یک کیسه که شماره‌های آن‌ها از ۱ تا ۱۲۰ است، حداقل چند کارت خارج کنیم تا مطمئن باشیم بین آن‌ها لافل دو عدد وجود دارد که حاصل ضرب اعداد روی آن دو کارت در تقسیم بر ۲ دارای باقی‌مانده ۱ است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۶۲ (۳) ۶۴ (۴) ۷۱

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - روش‌هایی برای شمارش - مفهومی - ۱۲۰۳)

متابقی صورت سوال، اگر باقی‌مانده عددی بر ۲ مساوی یک باشد، آن عدد باید فرد باشد، پس مطمئن‌ترین حالت زمانی است که ۶۰ شماره زوج از ظرف خارج شود، سپس دو کارت بعدی قطعاً فرد هستند و ضرب آن‌ها عددی فرد می‌شود، پس باقی‌مانده بر ۲ مساوی یک خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۳۴- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ ($\sqrt{5} \approx 2/2$)

۵۰، ۵۹، ۵۷، ۳۹، ۴۶، ۴۲، ۳۷، ۳۲، ۵۶، ۵۴

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۰۹ (۲)

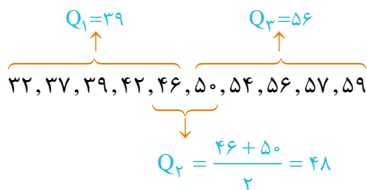
۰/۰۷ (۱)

(متوسط - آمار توصیفی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:



پس داده‌های ۵۴، ۵۰، ۴۶، ۴۲ داخل جعبه هستند برای محاسبه ضریب تغییرات، ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{42 + 46 + 50 + 54}{4} = 48$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{4} = \frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4} = \frac{36 + 4 + 4 + 36}{4} = \frac{80}{4} = 20 \Rightarrow \sigma = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx \frac{2/2}{24} = 0/09$$

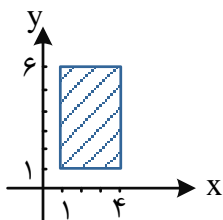
روش دوم:

برای محاسبه واریانس n عدد که تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، می‌توانیم از رابطه $d^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \times \sigma^2$ استفاده کنیم. پس:

$$42, 46, 50, 54 \Rightarrow \bar{x} = 48$$

$$\sigma^2 = \frac{4^2 - 1}{12} \times 4^2 = 20 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{5} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} \Rightarrow CV \approx 0/09$$

گروه آموزشی ماز



۳۵- اگر نمودار $A \times B$ به شکل مقابل باشد، مساحت مربوط به مجموعه $(B \times A) - (A \times A)$ کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

(آسان - جبر مجموعه‌ها - مفهومی - ۱۱۰۱)

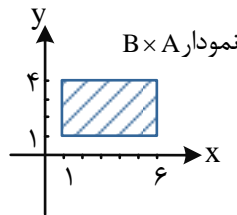
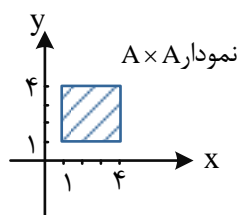
پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار $A \times B$ می‌توان محدوده x و y را به شکل مقابل نوشت:

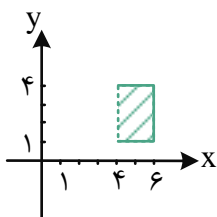
$$\begin{cases} A = \{x | 1 \leq x \leq 4\} \\ B = \{x | 1 \leq x \leq 6\} \end{cases}$$

$$A \times A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4\}, B \times A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 4\}$$

حال دو مجموعه $A \times A$ و $B \times A$ را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow (B \times A) - (A \times A) \\ S = 2 \times 2 = 6$$



گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر دوم خرداد در سالی جمعه باشد، سومین پنجشنبه آذر در این سال چندم آذر است؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

(متوسط - همنهشتی - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا محاسبه می‌کنیم اول آذر چندشنبه است.

جمعه - شنبه - ۱شنبه - ۲شنبه - ۳شنبه - ۴شنبه - ۵شنبه
روز صفر روز اول ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

ابتدا روز دوم خرداد را صفر فرض می‌کنیم و فاصله سوم خرداد تا اول آذر را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مهرآبان تیرمردادشهریور خرداد} \\ (31-3+1) + 31 \times 3 + 30 \times 2 + 1 \equiv 183 \equiv 1$$

اول آذرماه روز شنبه است، پس اولین ۵ شنبه، ۶ ام آذر است، و سومین ۵ شنبه آذر می‌شود:

$$6 + 7 + 7 = 20 \text{ آذرماه}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۱۹ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم سه برابر عدد N بر عدد ۱۱ مساوی ۷ شده است. باقی‌مانده تقسیم کوچک‌ترین عدد سه رقمی N بر ۸ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - همنهشتی - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$N \equiv 5 \pmod{19} \Rightarrow N = 19q + 5$$

$$3N \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 3N \equiv 7 + 11 \pmod{11} \xrightarrow{\div 3} N \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow 19q + 5 \equiv 6 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow -3q \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow -3q \equiv 12 \pmod{11} \xrightarrow{\div (-3)} q \equiv -4 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow N = (19 \times 7) + 5 = 138 \Rightarrow 138 \equiv 2 \pmod{8}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- با رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت به طوری که $|N_G(a)| = 2$ باشد؟

۳۸۴ (۴)

۴۵۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۵۱۲ (۱)

(متوسط - گراف و مدل‌سازی - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

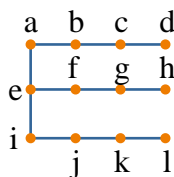
با رأس‌های $\{b, c, d, e\}$ حداکثر $\binom{4}{2} = 6$ یال می‌توان ساخت هر یال با رسم کردن یا رسم نکردن دو وضعیت دارد یعنی $\binom{4}{2}$ یا $\binom{4}{2}$ گراف می‌توانیم با ۴ رأس مشخص رسم کنیم.

تعداد اعضای همسایه باز رأس a همان معرف درجه رأس a است، پس $\deg(a) = 2$ است می‌توان به تعداد $\binom{4}{2} = 6$ حالت رأس a را به ۴ رأس دیگر وصل کرد تا درجه رأس a مساوی ۲ باشد، پس تعداد کل گراف‌های ساخته شده برابر است با:

$$\binom{4}{2} \times \binom{4}{2} = 6 \times 6 = 36$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- گراف مقابل دارای ۷- مجموعه و اختلاف حداقل و حداکثر تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال آن است.



۱) یکتا- ۲

۲) یکتا- ۳

۳) غیر یکتا- ۲

۴) غیر یکتا- ۳

گراف مورد نظر دارای ۲ مجموعه احاطه گر مینیمم است $\{e, c, g, k\}$ و $\{e, c, h, k\}$ ، پس ۷- مجموعه آن یکتا نیست. می دانیم کمترین تعداد اعضای مجموعه احاطه گر مینیمال همیشه با تعداد اعضای مجموعه احاطه گر مینیمم برابر است و در این گراف بیشترین عضو مجموعه احاطه گر مینیمال ۶ است و مجموعه آن به شکل $\{b, f, j, d, h, l\}$ است، پس اختلاف تعداد بیشترین و کمترین اعضای مجموعه احاطه گر مینیمال ۲ است.

گروه آموزشی ماز

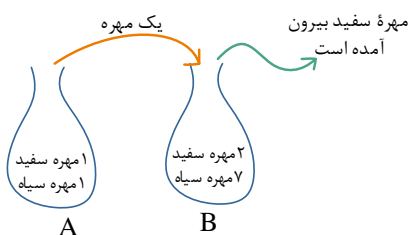
۴۰- کیسه A شامل یک مهره سفید و یک مهره سیاه و کیسه B شامل دو مهره سفید و هفت مهره سیاه است. ابتدا یک مهره به تصادف از کیسه A برداشته و به کیسه B منتقل می کنیم. سپس، یک مهره از کیسه B بیرون می آوریم و مشاهده می کنیم که این مهره سفید است. احتمال اینکه مهره ای که از کیسه A به کیسه B منتقل شده سفید باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

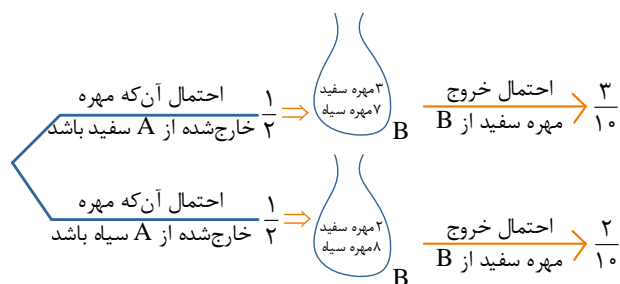
$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$



مهره ای که از کیسه A خارج می شود یا سفید است و یا سیاه. پس به کمک روش نمودار درختی داریم:



پس احتمال سفید بودن مهره خروجی از B برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{3}{20} + \frac{2}{20} = \frac{1}{4}$$

حال طبق قاعده بیز، احتمال آن که مهره ای که از A به B منتقل شده سفید باشد، برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$$

گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



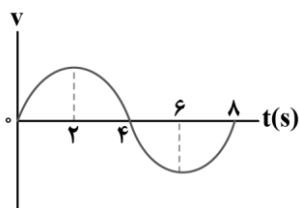
دانش‌آموزان عزیز ماز

به دومین **آزمون جامع** خوش اومدین.

در این آزمون سعی کردیم علاوه بر پوشش مهم‌ترین مطالب کتاب درسی، مباحثی که در آزمون جامع قبلی فرصت نشد زیاد بهشون بپردازیم رو هم براتون پوشش بدیم طوری که این آزمون جامع و آزمون جامع قبلی بتونن مکمل همدیگه باشن. در آزمون جامع قبلی سعی کردیم خیلی نزدیک خط کنکور حرکت کنیم و سطح سؤالات شبیه به کنکورای اخیر بود. در این آزمون یک مقدار کم آزمون رو سخت‌تر طرح کردیم که اگه کنکور امسال تغییر رویه داد، شما کامل آماده باشین. نکته آخر که تکراری هم هست، **تحلیل آزمون** از خود آزمون مهم‌تره، حتماً چه از روی پاسخ‌نامه و چه با کمک تحلیل‌های ویدیویی که براتون آماده می‌کنیم، آزمون رو تحلیل و سؤالات رو بررسی کنین تا بتونین در چند روزی که تا کنکور فرصت دارین یه پله دیگه پیشرفت داشته باشید.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق نمودار سینوسی شکل زیر است. متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. چه تعداد از موارد زیر در ۸ ثانیه اول حرکت، درست است؟



الف: در لحظات $t = 2s$ و $t = 6s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.

ب: در لحظه $t = 4s$ متحرک، بیش‌ترین فاصله تا مبدأ را دارد.

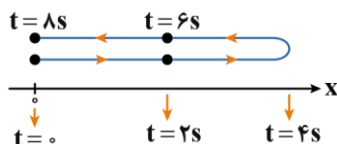
پ: بردار مکان متحرک به مدت ۴ ثانیه در جهت محور X است.

- ۱ (۲) صفر
۳ (۴) ۲ (۳)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این‌که سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است، متحرک در ۴ ثانیه اول در جهت محور X جابه‌جا می‌شود و در ۴ ثانیه بعد به همان اندازه در خلاف جهت محور X جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین مسیر حرکت متحرک به صورت مقابل است:



بررسی موارد:

الف

در $t = 4s$ جهت حرکت متحرک عوض شده است. دقت کنید در لحظات $t = 2s$ و $t = 6s$ ، علامت شیب نمودار سرعت - زمان عوض شده، یعنی جهت بردار شتاب تغییر کرده است. (*)

ب

در لحظه $t = 4s$ ، متحرک بیش‌ترین فاصله را تا مبدأ دارد. (✓)

پ

با توجه به این‌که همواره $x \geq 0$ است، بردار مکان هیچ‌گاه در خلاف جهت محور X نیست. دقت کنید بردار **سرعت** به مدت ۴s در جهت محور X قرار دارد. (*)

گروه آموزشی ماز

۴۲- دو متحرک A و B با شتاب ثابت و به‌طور هم‌زمان از حال سکون در مسیری مستقیم با طول مشخص شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A

دو برابر شتاب متحرک B و سرعت متحرک A در انتهای مسیر $10 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متحرک B در انتهای مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- ۱ (۵) ۲ (۵√۲) ۳ (۱۰√۲) ۴ (۲۰)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ و با توجه به صفر بودن سرعت اولیه دو متحرک داریم:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \Delta x$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{v_A^2}{2a_A} = \frac{v_B^2}{2a_B} \xrightarrow{a_A = 2a_B} \frac{v_A^2}{2} = v_B^2$$

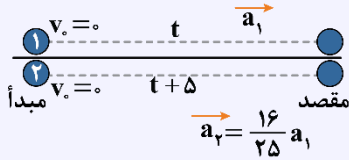
$$\Rightarrow \frac{10^2}{2} = v_B^2 \Rightarrow 50 = v_B^2 \Rightarrow v_B = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۵۰- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های a_1 و $a_2 = \frac{16}{25}a_1$ هم‌زمان از یک نقطه، روی خط راست به‌سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصله زمانی ۵ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر می‌رسد، چند ثانیه است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

پاسخ تشریحی:

شتاب متحرک (۱) بیش‌تر از شتاب متحرک (۲) است؛ بنابراین، متحرک (۱) زودتر به مقصد می‌رسد.



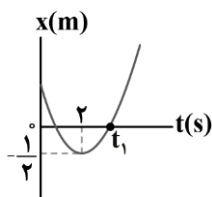
$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t^2 + \cancel{v_0} t = \frac{1}{2}a_2 (t+5)^2 + \cancel{v_0} (t+5)$$

$$\Rightarrow \cancel{a_1} t^2 = \frac{16}{25} \cancel{a_1} \times (t+5)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} t = \frac{4}{5}(t+5) \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی ۰ تا t_1 برابر با



$4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، تندی متحرک در لحظه t_1 چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

(سخت - نموداری - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر با همان شتاب لحظه‌ای است؛ بنابراین:

$$a = a_{av} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم:

با توجه به مختصات رأس سهمی، معادله سهمی به‌صورت زیر است:

$$x = k(t-2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow x = k(t^2 - 4t + 4) - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \underbrace{k}_{\frac{1}{2}a} t^2 - \underbrace{4k}_{v_0} t + \underbrace{4k - \frac{1}{2}}_{x_0} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \\ v_0 = -4k = -4 \times 2 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ x_0 = 4k - \frac{1}{2} = 4 \times 2 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ m} \end{cases}$$

گام آخر:

با نوشتن معادله مستقل از زمان در بازه ۰ تا t_1 داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 64 = 2 \times 4 \times (0 - \frac{15}{2})$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- جسم A از ارتفاع ۱۰۰ متری زمین رها می‌شود. یک ثانیه بعد، جسم B از ارتفاع ۸۰ متری زمین رها می‌شود. هنگامی که دو متحرک از کنار هم عبور

می‌کنند، تندی B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۵

(۱) ۱۰

فرض کنیم متحرک A در لحظه $t = 0$ و متحرک B در لحظه $t = 1s$ رها شده‌اند. معادله مکان - زمان آن‌ها را می‌نویسیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \Rightarrow \begin{cases} y_A = -5t^2 + 100 \\ y_B = -5(t-1)^2 + 80 = -5t^2 + 10t + 75 \end{cases}$$

بنابراین فاصله آن‌ها برابر است با:

$$\text{فاصله } d = |y_A - y_B| = |-5t^2 + 100 - (-5t^2 + 10t + 75)|$$

$$\Rightarrow d = |25 - 10t| \xrightarrow{d=0} t = 2/5s$$

سرعت B در این لحظه برابر است با:

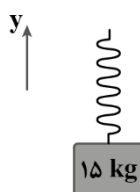
$$v_B = -g(t-1) + v_{0B} \Rightarrow v_B = -10 \times (2/5 - 1) + 0 = -15 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_B| = 15 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مطابق شکل، جسمی به جرم $15kg$ به فنری سبک با ثابت $3000 \frac{N}{m}$ متصل شده است. اگر مجموعه با شتاب ثابت $\vec{a} = (-2 \frac{m}{s^2})\vec{j}$ به سمت پایین

حرکت کند، فنر سانتی‌متر نسبت به حالت عادی شده است. ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



- (۱) کشیده
- (۲) فشرده
- (۳) کشیده
- (۴) فشرده

گام اول:

نیروی فنر برابر است با:

$$F_e = m(g+a) = 15 \times (10 + (-2)) = 15 \times 8 = 120N$$

گام آخر:

چون فنر به جسم، به سمت بالا نیرو وارد می‌کند، نسبت به حالت عادی کشیده شده است و تغییر طول آن برابر است با:

$$F_e = kx \Rightarrow 120 = 3000 \cdot x \Rightarrow x = 0.04m = 4cm$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- چتربازی از ارتفاع بسیار زیاد، خود را رها کرده و بعد از مدتی به تندی حدی می‌رسد. پس از آن چتر خود را باز می‌کند و بعد از مدتی، مجدداً به تندی

حدی می‌رسد و در نهایت به زمین برخورد می‌کند. چه تعداد از جملات زیر در مورد این حرکت صحیح است؟

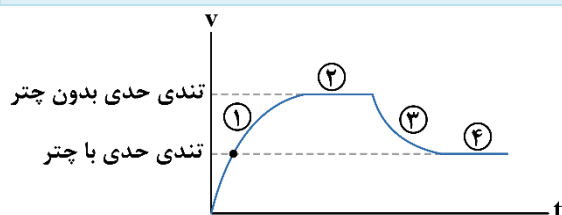
الف: در مرحله‌ای که جهت شتاب حرکت به سمت بالا می‌باشد، علامت کار کل انجام گرفته روی چتر باز، منفی است.

ب: در مرحله‌ای که جهت نیروی خالص وارد بر چتر باز به سمت پایین می‌باشد، انرژی جنبشی آن در حال افزایش است.

پ: پس از باز کردن چتر، هنگامی که تندی چتر باز با تندی حدی برابر شود، نیروی وزن با نیروی مقاومت شاره، هم‌اندازه است.

- (۱) یک
- (۲) دو
- (۳) سه
- (۴) صفر

نمودار تندی چتر باز بر حسب زمان برای وضعیتی که چتر باز دو بار به تندی حدی رسیده است، مطابق شکل است.



بررسی موارد:

الف

شتاب، رو به بالا و جهت حرکت، رو به پایین است. در نتیجه حرکت چتر باز، کندشونده است و در مرحله (۳) قرار دارد. چون در این مرحله تندی در حال کاهش است در نتیجه انرژی جنبشی نیز در حال کاهش است و طبق رابطه $W_T = K_2 - K_1$ ، کار کل انجام گرفته روی چتر باز، منفی است. (✓)

ب

نیروی خالص و شتاب، همواره هم جهت می‌باشند. در نتیجه در مورد «ب» شتاب حرکت به سمت پایین است که هم جهت با حرکت می‌باشد. پس حرکت تندشونده است و در مرحله (۱) قرار دارد. در این مرحله چون تندی در حال افزایش است، پس انرژی جنبشی نیز در حال افزایش است. (✓)

ب

هنگام رسیدن به تندی حدی، نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر می‌شود، یعنی نیروی وزن و مقاومت هوا هم‌اندازه هستند. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل، جسمی با تکانه $(30 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}$ بر روی سطح افقی در حال حرکت است. اگر در لحظه $t=0$ ، دو نیروی F_1 و F_2 مطابق شکل به جسم وارد شود، بعد از چند ثانیه، جسم دوباره به مکان اولیه خود بازمی‌گردد؟ $(g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \mu_k=0/3, \mu_s=0/4)$

	۳/۷۵ (۲)	۲/۵ (۱)
	۲/۲۵ (۴)	۱/۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

(خیلی سخت - محاسباتی - ۱۲۰۲)

تکانه جسم 2 kg برابر $(30 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{i}$ است، پس داریم:

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow 30 \vec{i} = 2\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$$

حالا شتاب جسم را از لحظه اعمال نیروها به دست می‌آوریم. نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N = F_2 + mg \Rightarrow F_N = 10 + 2 \times 10 = 30 \text{ N}$$

قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -F_1 - f_k = ma \Rightarrow -15 - 0/3 \times 30 = 2a \Rightarrow a = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین سرعت جسم با شتاب $a = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کاهش می‌یابد تا جسم متوقف شده و تغییر جهت دهد.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -12t + 15 \Rightarrow t = 1/25 \text{ s}$$

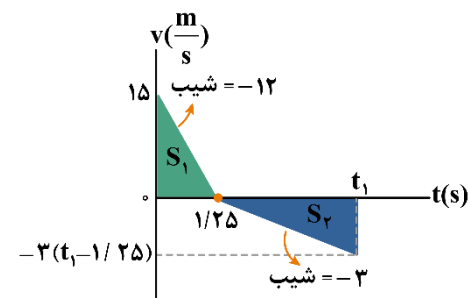
از این لحظه به بعد، جسم به سمت چپ شروع به حرکت می‌کند و شتاب آن برابر است با:

$$F_{\text{net}} = ma$$

$$\Rightarrow -F_1 + f_k = ma$$

$$\Rightarrow -15 + 9 = 2a \Rightarrow a = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به محاسبات فوق، نمودار سرعت - زمان از ابتدای حرکت به شکل زیر است. چون می‌خواهیم متحرک به مکان اولیه بازگردد، باید مساحت‌های S_1 و S_2 هم‌اندازه باشند.



$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{15 \times 1/25}{2} = \frac{3(t_1 - 1/25)^2}{2}$$

$$\Rightarrow (t_1 - 1/25)^2 = 6/25 \Rightarrow t_1 - 1/25 = 2/5 \Rightarrow t_1 = 3/75 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- یک دیسک افقی گردان را در نظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو جسم مشابه و هم‌وزن A و B به ترتیب در فاصله ۱ متری و ۲ متری از مرکز دوران، روی دیسک قرار دارند. دیسک را با دوره ثابت T به گونه‌ای می‌چرخانیم که یکی از جسم‌ها روی سطح بلغزد، ولی جسم دیگر بتواند همراه با دیسک حرکت دایره‌ای انجام دهد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم و دیسک ۰/۶۴ باشد، کدام مورد درست است؟ $(g = \pi^2 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) $2/5 \text{ s} \leq T < 2/5\sqrt{2} \text{ s}$ (۲) $2/5 \text{ s} \leq T < 5 \text{ s}$ (۳) $2/5\sqrt{2} \text{ s} \leq T < 5 \text{ s}$ (۴) $2/5\sqrt{2} \text{ s} \leq T < 5\sqrt{2} \text{ s}$

نیروی اصطکاک ایستایی در حرکت دایره‌ای دو جسم نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین در آستانه لغزیدن داریم:

$$\begin{cases} F_C = \frac{mv^2}{r} \\ F_C = f_{s,max} \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v^2 = \mu_s rg$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \mu_s rg$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r}{\mu_s g} = \frac{4r}{\mu_s}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{A جسم: } T_A^2 = \frac{4 \times 1}{0.64} \Rightarrow T_A^2 = \frac{100}{16} \Rightarrow T_A = 2.5 \text{ s} \\ \text{B جسم: } T_B^2 = \frac{4 \times 2}{0.64} \Rightarrow T_B^2 = \frac{200}{16} \Rightarrow T_B = 2.5\sqrt{2} \text{ s} \end{cases}$$

با توجه به محاسبات فوق، سه حالت زیر امکان پذیر است:

حالت اول:

$T < 2.5 \text{ s}$: در این حالت، دیسک آنقدر سریع می‌چرخد که هر دو جسم می‌لغزند.

حالت دوم:

$2.5 \text{ s} \leq T < 2.5\sqrt{2} \text{ s}$: در این حالت، جسم A همراه دیسک، حرکت دایره‌ای انجام می‌دهد ولی جسم B می‌لغزد.

حالت سوم:

$T \geq 2.5\sqrt{2} \text{ s}$: در این حالت، دیسک آنقدر آرام می‌چرخد که هر دو جسم می‌توانند همراه با دیسک حرکت دایره‌ای انجام دهند.

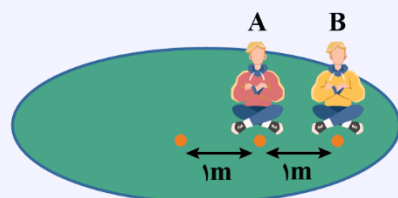
آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۴۹- یک دیسک افقی گردان را در نظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو شخص هم‌وزن A و B به ترتیب در فاصله یک متری و دو متری از مرکز دوران، روی دیسک نشسته‌اند. نیروی مرکزگرای کدام بزرگ‌تر است و اگر تندی دیسک به تدریج افزایش یابد، کدام زودتر می‌لغزد؟ (جنس سطوح تماس یکسان است.)

- (۱) A و A (۲) B و B (۳) A و B (۴) B و A

پاسخ تشریحی:

چون هر دو نفر روی یک دیسک نشسته‌اند پس سرعت زاویه‌ای هر دو باهم برابر است:



$$\omega_A = \omega_B$$

$$F = mr\omega^2 \xrightarrow{\frac{m_A = m_B}{\omega_A = \omega_B}} F \propto r \xrightarrow{r_B > r_A} F_B > F_A$$

حداقل ضریب اصطکاک ایستایی برای این‌که این افراد نلغزند برابر $\frac{r\omega^2}{g}$ است.

$$\text{مرکزگرا } F = f_{s,max} = mr\omega^2 \rightarrow mg\mu_s = mr\omega^2 \rightarrow \mu_s = \frac{r\omega^2}{g}$$

پس هرچه شعاع، بیشتر شود برای نلغزیدن باید μ_s افزایش یابد و چون μ_s هر دو برابر است با افزایش تندی دیسک، متحرک B که نیروی مرکزگرای بزرگ‌تری نیاز دارد زودتر می‌لغزد.

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۴۹- معادله حرکت هماهنگ ساده نوسانگری در SI به صورت $x = 0.04 \cos 3\pi t$ است. در یک بازه زمانی دلخواه به مدت ۱s، شتاب نوسانگر حداکثر چند ثابته می‌تواند مثبت باشد؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

با توجه به معادله حرکت نوسانگر، $\omega = 3\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$ است؛ بنابراین:

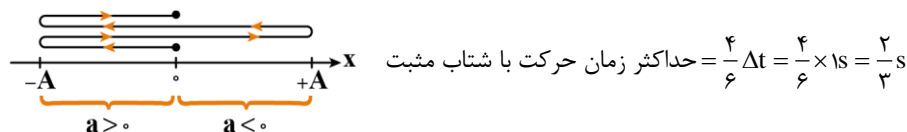
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \text{ s}$$

بازه زمانی داده شده بر حسب T برابر است با:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1 \text{ s}}{\frac{2}{3} \text{ s}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta t = 1.5T$$

به ازای هر دوره تناوب، نوسانگر مسافت ۴A را طی می کند؛ بنابراین، در مدت $\Delta t = 1.5T$ نوسانگر مسافت ۶A را طی می کند.

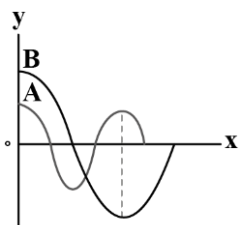
در مکان های منفی، شتاب نوسانگر مثبت است؛ بنابراین، برای آن که نوسانگر بیشترین زمان ممکن را در x های منفی باشد، باید بازه زمانی را به صورت شکل زیر در نظر بگیریم؛ بنابراین:



گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار جابه جایی - مکان دو موج عرضی، مطابق شکل است. اگر تندی انتشار موج A، پنجاه درصد بیش تر از تندی انتشار موج B باشد، در مدتی که

چشمه موج A، ۳۰۰ نوسان انجام می دهد، چشمه موج B چند نوسان انجام می دهد؟



۵۰ (۱)

۷۵ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

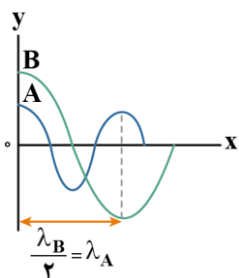
گام اول:

با توجه به رابطه $n = \frac{\Delta t}{T}$ ، برای دو موج A و B می توان نوشت:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{T_B}{\Delta t} = \frac{T_A}{T_B} \quad (1)$$

گام دوم:

با توجه به نمودار داده شده می توان رابطه بین طول موج A و B و سپس دوره تناوب دو موج را به دست آورد:



$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_B T_B}{v_A T_A} = \frac{v_B T_B}{v_A T_A} \xrightarrow{v_A = \frac{3}{2} v_B} \frac{v_B T_B}{\frac{3}{2} v_B T_A} = \frac{2}{3} \frac{T_B}{T_A}$$

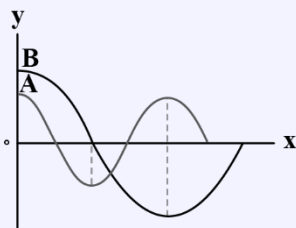
$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

گام آخر:

با ترکیب رابطه (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{T_A}{T_B} \quad (1), (2) \rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{1}{3} \xrightarrow{n_A = 300} \frac{n_B}{300} = \frac{1}{3} \Rightarrow n_B = 100$$

۵۷- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج عرضی که در یک محیط درحال انتشارند، مطابق شکل است. در مدتی که چشمه موج A، ۱۰۰ نوسان انجام می‌دهد، چشمه موج B چند نوسان انجام می‌دهد؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۲۰۰

پاسخ تشریحی:

هر دو موج در یک محیط انتشار می‌یابند؛ بنابراین تندی انتشار دو موج یکسان است. با توجه به نمودار داریم:

$$\lambda_A = \frac{1}{\nu} \lambda_B \xrightarrow{\lambda = vT} \nu_A T_A = \frac{1}{\nu} \nu_B T_B \Rightarrow T_A = \frac{1}{\nu} T_B$$

دوره چشمه موج A، نصف دوره چشمه موج B است؛ بنابراین، در مدتی که چشمه B یک نوسان انجام می‌دهد، چشمه A دو نوسان انجام می‌دهد. به عبارتی، در یک مدت معین، تعداد نوسان چشمه B، نصف تعداد نوسان چشمه A است. در نتیجه، به ازای ۱۰۰ نوسان چشمه A، چشمه B، ۵۰ نوسان انجام می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

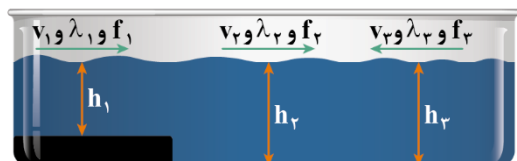
۵۱- در قسمت کم عمق یک تشت موج، یک موج دایره‌ای با طول موج λ_1 ایجاد می‌کنیم. بخشی از این موج وارد قسمت عمیق تشت می‌شود و با طول موج λ_2 در آن منتشر می‌شود. سپس، به دیواره قسمت عمیق برخورد کرده و برمی‌گردد. اگر موج بازتابیده با طول موج λ_3 در قسمت عمیق منتشر شود، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$
- (۲) $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$
- (۳) $\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$
- (۴) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$

(آسان - مفهومی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

تندی انتشار موج سطحی روی آب‌های کم عمق، به عمق آب که یکی از ویژگی‌های محیط انتشار موج است بستگی دارد و با افزایش عمق، افزایش می‌یابد. از طرفی، بسامد موج برابر با بسامد چشمه موج است که برای هر سه موج یکسان است؛ بنابراین:



$$\left. \begin{aligned} h_1 < h_2 = h_3 &\Rightarrow v_1 < v_2 = v_3 \\ f_1 = f_2 = f_3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{v = \lambda f} \lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- در یک آتش‌بازی، صوتی با شدت $\frac{W}{m^2}$ به شنونده‌ای که در فاصله r_1 از محل انفجار قرار دارد، می‌رسد و با تراز شدت ۱۰۴dB به شنونده‌ای که در فاصله r_2 قرار دارد، می‌رسد. اگر $r_2 - r_1 = 150m$ باشد، r_2 چند متر است؟ ($\log 2 = 0.3$)

مبنا $\frac{W}{m^2} \times 10^{-12}$ است.

- (۱) ۲۰۰
- (۲) ۳۰۰
- (۳) ۴۵۰
- (۴) ۶۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

ابتدا شدت صوت را در فاصله r_2 به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 104 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_0} = 10.4$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_0} = 11 - 2 \times 0.3 = \log 10^{11} - \log 2^2 = \log \frac{10^{11}}{4} \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{10^{11}}{4} \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}} I_2 = \frac{1}{4} \times 10^{-1} \frac{W}{m^2}$$

گام آخر:

با مقایسه شدت صوت در فاصله‌های r_1 و r_2 داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} \times 10^{-1}}{10^{-1}} = \left(\frac{r_1 - 150}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_1 - 150}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 300m$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۵۲- در یک آتش‌بازی، صوتی با شدت $\frac{W}{m^2}$ به شونده‌ای که در فاصله $r_1 = 640\text{m}$ از محل انفجار قرار دارد، می‌رسد. این صوت به شونده‌ای که در فاصله $r_2 = 160\text{m}$ قرار دارد، با شدت چند وات بر متر مربع می‌رسد؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود).

(۱) $0/4$ (۲) $1/6$ (۳) 4 (۴) 16

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{0/1} = \left(\frac{640}{160}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{0/1} = 4^2$$

$$\Rightarrow I_2 = 1/6 \frac{W}{m^2}$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۵۳- طول موج نور نارنجی لیزر هلیوم - نئون در هوا حدود 600nm ، ولی در زجاجیه چشم 450nm است. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

الف: بسامد این نور $5 \times 10^{14} \text{Hz}$ است.

ب: ضریب شکست زجاجیه برای این نور $1/5$ است.

پ: تندی این نور در زجاجیه $2 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است.

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «ب»

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف»

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی موارد:

الف

بسامد نور برابر است با:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{Hz} \quad (\checkmark)$$

ب

طول موج با ضریب شکست محیط رابطه عکس دارد؛ بنابراین:

$$\frac{\lambda_{\text{زجاجیه}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{زجاجیه}}} \Rightarrow \frac{450}{600} = \frac{1}{n_{\text{زجاجیه}}} \Rightarrow n_{\text{زجاجیه}} = \frac{4}{3} \quad (\times)$$

پ

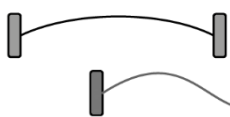
تندی نور در زجاجیه برابر است با:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{4/3} = 2/25 \times 10^8 \frac{m}{s} \quad (\times)$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- تاری که بین دو تکیه‌گاه، محکم شده است در هماهنگ اول خود با بسامد f به نوسان درمی‌آید. شکل زیر جابه‌جایی تار در $t = 0$ را نشان می‌دهد.

جابه‌جایی تار در $t = \frac{1}{4f}$ مطابق کدام گزینه است؟



(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

مدت‌زمان $\frac{1}{4f}$ در واقع $\frac{1}{4}$ دوره است؛ بنابراین همه نقاط طناب که در ابتدا در مکان مثبت دامنه $(+A)$ خود قرار دارند، به نقطه تعادل می‌رسند و گزینه (۳) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- هرگاه بر سطح فلزی نور با طول موج 400nm بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده 0.5eV است. اگر طول موج نور را نصف کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون‌ولت می‌شود؟ ($hc = 1240\text{eV}\cdot\text{nm}$)

- (۱) 0.5 (۲) 1 (۳) 1.8 (۴) $3/6$

پاسخ: گزینه ۴

در حالت اول می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 0.5 = \frac{1240}{400} - W_0 \Rightarrow W_0 = 2/6\text{eV}$$

در حالت دوم طول موج نور نصف شده و برابر 200nm است.

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{1240}{200} - 2/6 = 6/2 - 2/6 = 3/6\text{eV}$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- در اتم هیدروژن اختلاف انرژی مربوط به خط سوم رشته لیمان ($n=1$) و خط دوم رشته بالمر ($n=2$)، تقریباً چند پیکوژول است؟

($e = 1.6 \times 10^{-19}\text{C}$, $E_R = 13/6\text{eV}$)

- (۱) $1/632 \times 10^{-18}$ (۲) $1/526 \times 10^{-6}$ (۳) $1/526 \times 10^{-18}$ (۴) $1/632 \times 10^{-6}$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۵)

گام اول:

ابتدا انرژی هر کدام از فوتون‌های گفته شده را به دست می‌آوریم: ($E_n = -\frac{E_R}{n^2}$)

خط سوم رشته لیمان: $n = 4 \rightarrow n' = 1: \Delta E = E_4 - E_1 = -E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{1}\right) = \frac{15}{16} E_R$

خط دوم رشته بالمر: $n = 4 \rightarrow n' = 2: \Delta E' = E_4 - E_2 = -E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{16} E_R$

گام دوم:

اختلاف انرژی فوتون‌های گسیل شده برابر است با:

$$\Delta E - \Delta E' = \frac{15}{16} E_R - \frac{3}{16} E_R = \frac{12}{16} E = \frac{3}{4} E_R = \frac{3}{4} (13/6) = 10/2\text{eV}$$

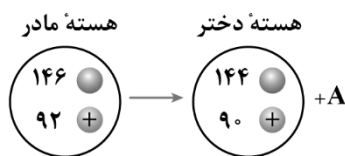
گام آخر:

خواسته سؤال بر حسب پیکوژول می‌باشد:

$$10/2\text{eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19}\text{J}}{1\text{eV}} = 16/32 \times 10^{-19}\text{J} = 16/32 \times 10^{-7}\text{pJ} = 1/632 \times 10^{-6}\text{pJ}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، معادله یک واپاشی، نشان داده شده است. ذره A چه نام دارد؟



- (۱) پوزیترون
(۲) الکترون
(۳) آلفا
(۴) نوترون

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۶)

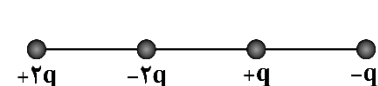
با توجه به این که در این واپاشی، ۲ پروتون و ۲ نوترون از هسته خارج شده‌اند، ذره نشان داده شده آلفا است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی در مکان‌های خود ثابت نگه داشته شده‌اند و فاصله بارهای مجاور از یکدیگر برابر است. بر یکی از بارها بیشترین نیروی

الکتریکی خالص (F_{\max}) و بر یکی دیگر از بارها، کمترین نیروی الکتریکی خالص (F_{\min}) وارد می‌شود. اندازه نسبت این دو نیرو ($\frac{F_{\max}}{F_{\min}}$) کدام

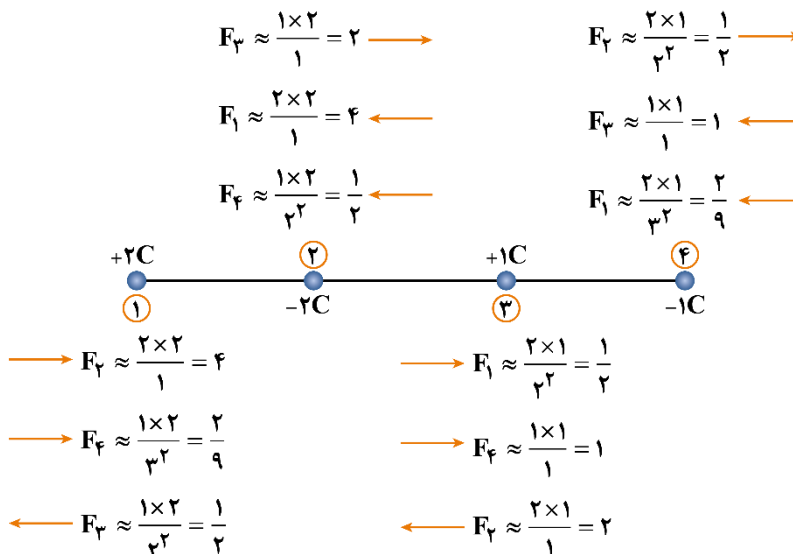
است؟



- (۲) $\frac{65}{9}$
(۴) $\frac{67}{9}$

- (۱) $\frac{65}{6}$
(۳) $\frac{67}{5}$

برای محاسبات راحت‌تر، از نوشتن ثابت کولن (k) صرف‌نظر می‌کنیم و همچنین اندازه q را یک کولن ($|q|=1C$) و فاصله بین هر دو بار مجاور را نیز یک متر در نظر می‌گیریم.



در نتیجه

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 \text{ نیروی وارد بر } q_1: 4 + \frac{2}{9} - \frac{1}{2} = \frac{67}{18} \\ q_2 \text{ نیروی وارد بر } q_2: 4 + \frac{1}{2} - 2 = \frac{5}{2} \\ q_3 \text{ نیروی وارد بر } q_3: 2 - 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ q_4 \text{ نیروی وارد بر } q_4: 1 + \frac{2}{9} - \frac{1}{2} = \frac{13}{18} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{18}{1} = \frac{67}{9}$$

گروه آموزشی ماز

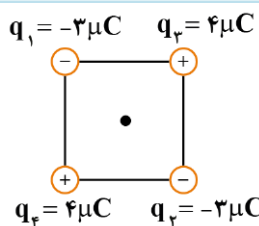
۵۹- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = -3\mu C$ و $q_3 = q_4 = +4\mu C$ را طوری در ۴ رأس مربعی به ضلع 10cm قرار می‌دهیم که میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع صفر باشد. در این حالت، نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$, $\sqrt{3} = 1/\sqrt{3}$, $\sqrt{2} = 1/\sqrt{2}$)

۲۵/۹۲ (۴)

۳/۶ (۳)

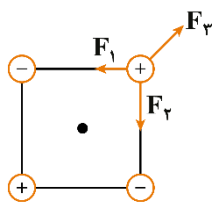
۲۲/۳۲ (۲)

۷/۹۲ (۱)



در مرکز مربع، زمانی میدان خالص صفر است که قرارگیری بارها به صورت مقابل باشد:

در مرحله بعد نیروهای وارد بر بار q_3 را برابندگیری می‌کنیم:



$$F_1 = F_2 = \frac{k|q_1q_3|}{r^2} = \frac{90 \times 3 \times 4}{100} = 10.8N \rightarrow \text{برایند} \rightarrow F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{2} \times 10.8N = 15.27N (\swarrow)$$

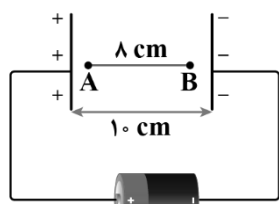
$$F_3 = \frac{k|q_4q_3|}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{90 \times 4 \times 4}{200} = 18N (\nearrow)$$

چون $\vec{F}_{1,2}$ و \vec{F}_3 در خلاف جهت هم هستند، آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

نیروی خالص $= F_{3,2} - F_1 = 15.27 - 18 = 2.73N$

گروه آموزشی ماز

۶۰- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -\Delta mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به طرف نقطه B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن 100 mJ تغییر می‌کند. نیروی محرکه باتری آرمانی چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف نظر شود).



باتری آرمانی

- ۲۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۵۰ (۴)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = |\Delta U| \Rightarrow 100 \times 10^{-3} = E|q|d_{AB}$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^{-3} = E \times 5 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-2} \Rightarrow E = 250 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

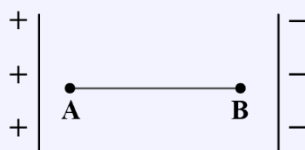
گام آخر:

بنابراین اختلاف پتانسیل دو صفحه که همان نیروی محرکه باتری آرمانی است، برابر است با:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow 250 = \frac{V}{10 \times 10^{-2}} \Rightarrow V = 25 \text{ V}$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۶۵- ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -\Delta mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به طرف نقطه B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن 100 mJ تغییر می‌کند. $V_B - V_A$ چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف نظر شود).



- ۲۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۵۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

از آنجا که بار q منفی است؛ بنابراین بر آن به سمت چپ (خلاف جهت حرکت آن) نیرو وارد می‌شود و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه:

$$\Delta K = -100 \text{ mJ}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = -100 \text{ mJ}$$

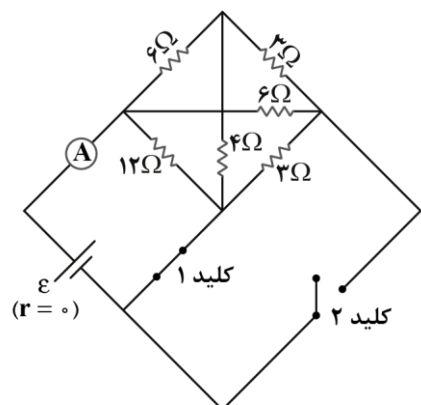
$$\Rightarrow \Delta U_E = -W_E = +100 \text{ mJ}$$

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{+100 \text{ mJ}}{-\Delta mC} = -20 \text{ (V)}$$

پاسخ: گزینه ۲

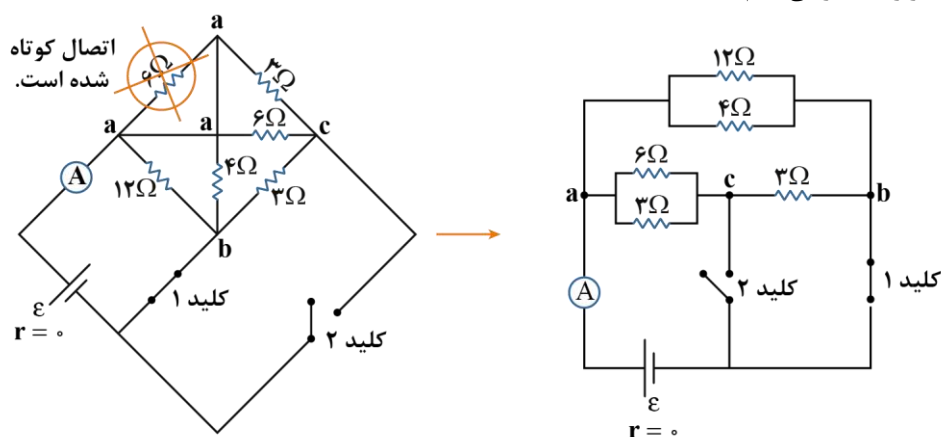
گروه آموزشی ماز

۶۱- در مدار زیر، اگر کلید (۱) را باز کنیم و کلید (۲) را ببندیم، عدد آمپرسنج آرمانی چگونه تغییر می‌کند؟



- ۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
- ۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
- ۳) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
- ۴) تغییر نمی‌کند.

ابتدا با روش نقاط هم‌پتانسیل و نام‌گذاری نقاط، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



حالت اول:

کلید (۱) بسته و کلید (۲) باز است.

$$(R_{eq})_1 = [(6 \parallel 3) + 3] \parallel (12 \parallel 4) = \left(\frac{6 \times 3}{6+3} + 3 \right) \parallel \left(\frac{12 \times 4}{12+4} \right) = \frac{5 \times 3}{5+3} = \frac{15}{8} \Omega$$

حالت دوم:

کلید (۲) بسته و کلید (۱) باز است.

$$(R_{eq})_2 = (6 \parallel 3) \parallel [3 + (12 \parallel 4)] = \left(\frac{6 \times 3}{6+3} \right) \parallel \left(3 + \frac{12 \times 4}{12+4} \right) = \frac{2 \times 6}{2+6} = \frac{12}{8} \Omega$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{(R_{eq})_1} = \frac{\varepsilon}{\frac{15}{8}} = \frac{8}{15} \varepsilon$$

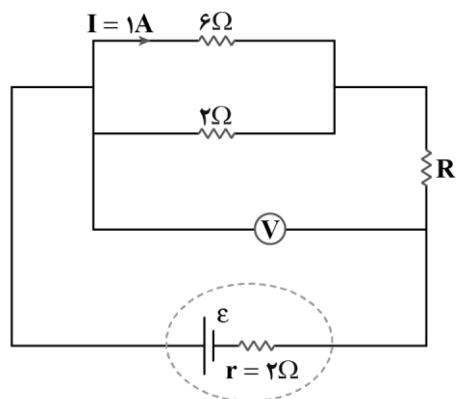
$$\Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{(R_{eq})_2} = \frac{\varepsilon}{\frac{12}{8}} = \frac{2}{3} \varepsilon$$

از تقسیم I_2 بر I_1 داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{2}{3} \varepsilon}{\frac{8}{15} \varepsilon} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1.25 \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار زیر، ولت‌سنج عدد ۱۰ ولت را نشان می‌دهد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



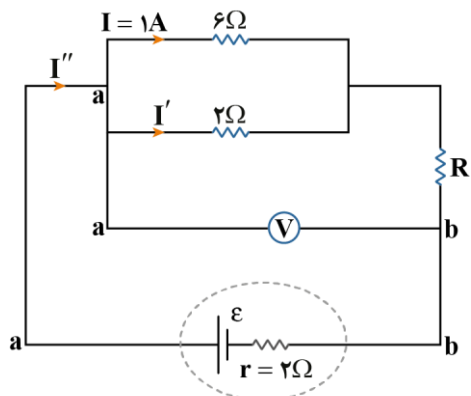
۱۲ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

ابتدا دو سر ولتسنج و جریان شاخه‌ها را مطابق شکل مقابل، نام‌گذاری می‌کنیم. با توجه به این‌که مقاومت‌های ۲Ω و ۶Ω موازی هستند، ولتاژ آن‌ها برابر است و داریم:



$$(2\Omega) \parallel (6\Omega) \Rightarrow V_{(2\Omega)} = V_{(6\Omega)}$$

$$\Rightarrow 2I' = 6I \Rightarrow I' = 3A$$

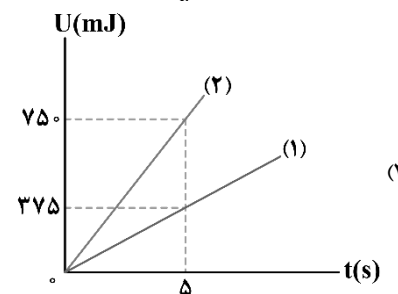
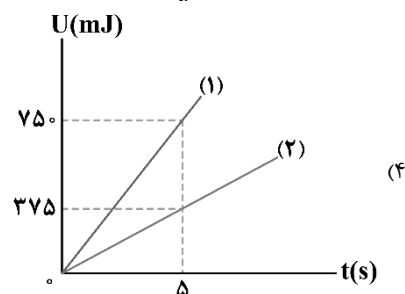
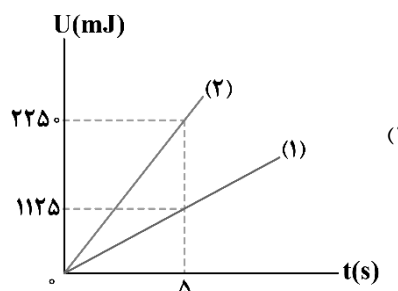
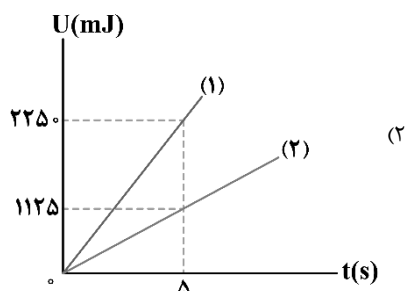
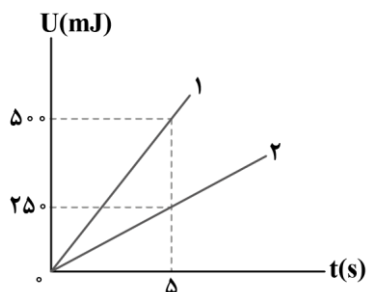
$$\text{گره } a: I'' = I + I' = 1 + 3 = 4A$$

$$\text{عدد ولتسنج} = V_{ab} = V_{\text{مولد}} = \varepsilon - rI$$

$$\Rightarrow 10 = \varepsilon - 2 \times 4 \Rightarrow \varepsilon = 18V$$

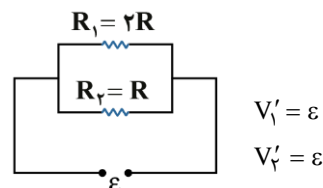
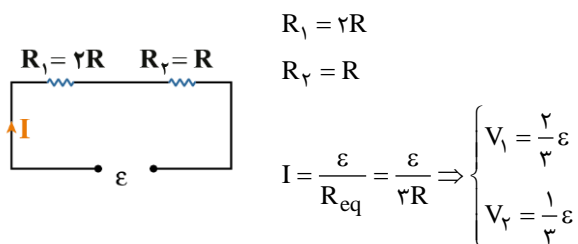
گروه آموزشی ماز

۶۳- دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی به یک باتری آرمانی متصل هستند. در هر دو مقاومت، انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی گرمایی بر حسب زمان را برای دو مقاومت نشان می‌دهد. اگر این دو مقاومت را به‌طور موازی به همان باتری وصل کنیم، نمودار تغییرات انرژی گرمایی بر حسب زمان برای آن‌ها چگونه خواهد بود؟



حالت اول:

مقاومت‌ها به صورت متوالی بسته شده‌اند و جریان یکسانی از آن‌ها می‌گذرد، چون در زمان یکسان انرژی مصرفی در مقاومت R_1 برابر انرژی مصرفی در مقاومت R_2 است، طبق رابطه $P = RI^2$ ، مقاومت الکتریکی R_1 برابر R_2 است.



حالت دوم:

اگر این مقاومت‌ها را موازی ببندیم، داریم:

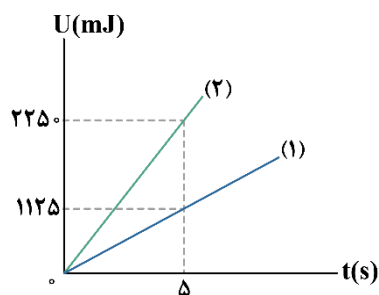
با مقایسه ولتاژ مقاومت‌ها در دو حالت، داریم:

$$U = \frac{V^2}{R} t \Rightarrow \frac{U'_1}{U_1} = \left(\frac{V'_1}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon}{\frac{2}{3}\varepsilon}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{U'_1}{500} = \frac{9}{4} \Rightarrow U'_1 = 1125 \text{ mJ}$$

$$\frac{U'_2}{U_2} = \left(\frac{V'_2}{V_2}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon}{\frac{1}{3}\varepsilon}\right)^2 = 9$$

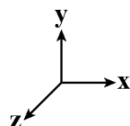
$$\Rightarrow \frac{U'_2}{250} = 9 \Rightarrow U'_2 = 2250 \text{ mJ}$$



بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۶۴- ذره‌ای به جرم ۲ میلی‌گرم و بار $+3\mu\text{C}$ با سرعت $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت مثبت محور x وارد میدان مغناطیسی یکنواخت به اندازه 0.4 تسلا که در سوی مثبت محور y است، می‌شود. اندازه شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ (دستگاه مختصات، مطابق شکل زیر فرض شود).



(۱) 120 ، در جهت محور Z

(۲) 0.12 ، در جهت محور Z

(۳) 120 ، در خلاف جهت محور Z

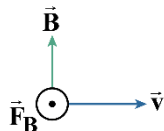
(۴) 0.12 ، در خلاف جهت محور Z

گام اول:

شتاب ذره برابر است با:

$$a = \frac{qvB}{m} = \frac{(3 \times 10^{-6} \text{ C})(200 \frac{\text{m}}{\text{s}})(e/4)}{2 \times 10^{-6} \text{ kg}} = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\vec{F} \propto \vec{a}$$



طبق قاعده دست راست، جهت نیرو در جهت مثبت محور Zها (برون سو) می باشد، پس جهت شتاب نیز در جهت مثبت محور Zهاست.

گام آخر:

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام یک از موارد زیر، نادرست است؟

الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می شود.

ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می شود.

پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می شود.

(۴) «الف» و «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «پ»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - حفظی - ۱۱۰۴)

الف

هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می شود؛ جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، این انرژی در مقاومت ذخیره نمی شود؛ بلکه به انرژی گرمایی تبدیل می شود. (*)

ب

در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر، ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می شود. هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی شود. (*)

پ

در جریان متناوب، مقدار جریان، مرتباً در حال افزایش و کاهش است؛ بنابراین، طبق توضیح ذکر شده در مورد «ب»، انرژی نیز مرتباً در حال ذخیره شدن و آزاد شدن است. در نتیجه، مورد «پ» همواره برقرار نیست. (*)

گروه آموزشی ماز

۶۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف: در مقاومت های نوری با افزایش شدت نور، مقاومت آنها زیاد می شود.

ب: دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی کند.

پ: دیود نورگسیل (LED) توان الکتریکی و نور بیش تری نسبت به لامپ های معمولی دارد.

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

الف

فقط مورد «ب» درست است.

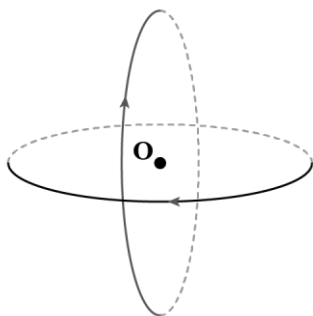
بررسی موارد نادرست:

الف: مقاومت های نوری با افزایش شدت نور مقاومت کمتری خواهند داشت. (*)

ب: دیودها توان الکتریکی کمتر و نور بیش تری در مقایسه با لامپ های معمولی دارند. (*)

گروه آموزشی ماز

۶۷- مطابق شکل زیر، دو حلقه با جریان یکسان ۳A که شعاع هر یک از آنها ۶cm است، عمود برهم قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص بر مرکز



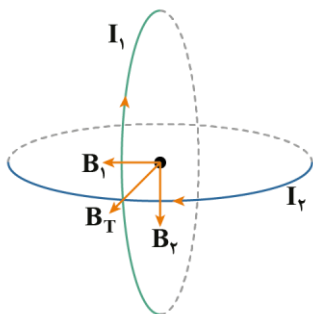
حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

- (۱) 6×10^{-5} و ↖
- (۲) $3\sqrt{2} \times 10^{-5}$ و ↖
- (۳) 6×10^{-5} و ↙
- (۴) $3\sqrt{2} \times 10^{-5}$ و ↙

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

به کمک قاعده دست راست، میدان حلقه‌ها به صورت زیر است:
دو میدان برابر و عمود برهم هستند، پس:



$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

$$B_2 = B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times 3}{2 \times 0.06} = 3 \times 10^{-5} T$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B_T = \sqrt{(3 \times 10^{-5})^2 + (3 \times 10^{-5})^2} = 3\sqrt{2} \times 10^{-5} T$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- کره‌ای توپر به شعاع R و مخروطی توپر به قطر قاعده ۲R و ارتفاع R در اختیار داریم. اگر جرم کره، ۲ برابر جرم مخروط باشد، چگالی کره چند برابر چگالی مخروط است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ فرمول مقایسه‌ای زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{مخروط}}} &= \frac{m_{\text{کره}}}{m_{\text{مخروط}}} \times \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{کره}}} \\ \Rightarrow \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{مخروط}}} &= 2 \times \frac{\frac{1}{3} \pi (R)^2 \times R}{\frac{4}{3} \pi R^3} \\ \Rightarrow \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{مخروط}}} &= \frac{\pi R^3}{2 \pi R^3} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

آزمون سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۳

۶۹- شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیش‌تر از چگالی کره B است؟

- (۱) ۱۲/۵
- (۲) ۱۸/۵
- (۳) ۳۴
- (۴) ۳۶

پاسخ تشریحی:

گام اول: مقایسه حجم دو کره:

$$\begin{aligned} r_A &= r_B - \frac{25}{100} r_B \Rightarrow r_A = \frac{3}{4} r_B \\ V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{64}{27} \end{aligned}$$

گام آخر: مقایسه چگالی دو کره:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{2} \times \frac{64}{27}$$

$$\Rightarrow \rho_A = \frac{32}{27} \rho_B \Rightarrow \rho_A = 1/185 \rho_B$$

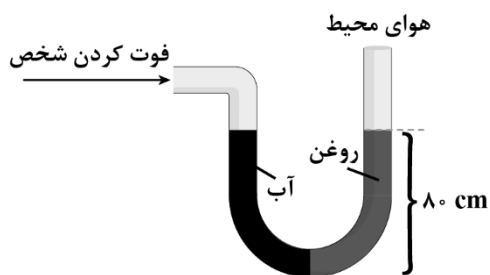
$$\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{1/185 \rho_B - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = 18/5 \% \Rightarrow \text{چگالی کره A، ۱۸/۵ درصد بیش‌تر از کره B است.}$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۶۹- لوله U شکلی را در نظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. با توجه به شکل، فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخص که از شاخه سمت

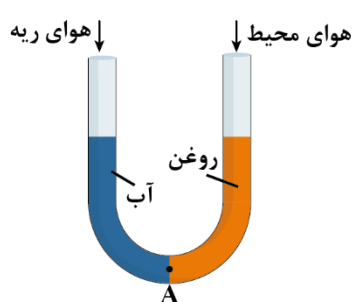
چپ لوله درون آن دمیده چند پاسکال است؟ ($\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و فشار هوای محیط 10^5 Pa می‌باشد).



- (۱) +۱۶۰۰
- (۲) -۱۶۰۰
- (۳) +۹۸۴۰۰
- (۴) -۹۸۴۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



با توجه به شکل چون حجم آب و روغن یکسان است و قطر مقطع لوله ثابت است، پس ارتفاع آب و روغن باهم برابر است.

$$(h_{\text{روغن}} = 0/8 \text{ m} , h_{\text{آب}} = 0/8 \text{ m})$$

نقطه A دقیقاً در مرکز دو طرف لوله U شکل قرار دارد. پس فشار سمت چپ و راست آن برابر است:

$$P_{\text{چپ}} = P_{\text{راست}}$$

$$P_{\text{هوای ریه}} + \rho_{\text{آب}} g h = P_{\text{هوای محیط}} + \rho_{\text{روغن}} g h$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر است با:

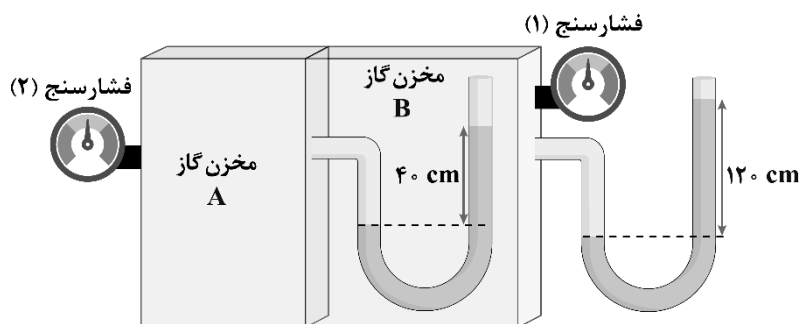
$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{هوای ریه}} - P_{\text{هوای محیط}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho_{\text{روغن}} g h - \rho_{\text{آب}} g h = (0/8 \times 1000 \times 10) - (0/8 \times 1000 \times 10) = 6400 - 8000 = -1600 \text{ Pa}$$

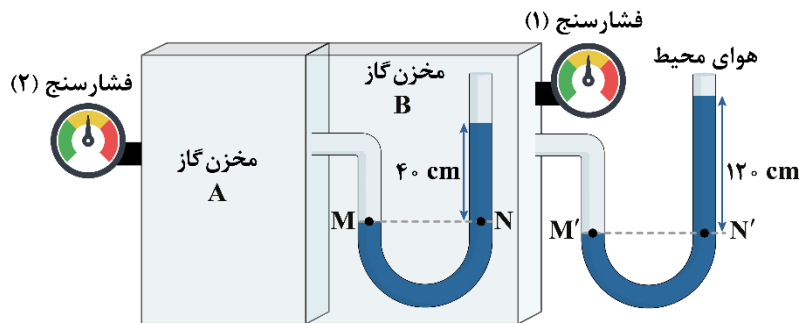
گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشارسنج (۲)، فشار ۲۰ kPa را اندازه بگیرد، به ترتیب از راست به چپ، فشارسنج (۱) چند

کیلوپاسکال را اندازه می‌گیرد و چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) ۱۲۵۰ ، ۱۵
- (۲) ۱۲۵۰ ، ۱۰
- (۳) ۱۵۰۰ ، ۱۵
- (۴) ۱۵۰۰ ، ۱۰



با توجه به این که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند، اگر فشارسنج‌های (۱) و (۲) به ترتیب P_1 و P_2 را نشان دهند، فشار مطلق در مخزن B برابر $P_1 + P_0$ و در مخزن A برابر $P_2 + P_0$ است.

رابطه (۱): $P_M = P_N \Rightarrow P_2 + P_0 = P_1 + P_0 + \rho g \times 0.4 \Rightarrow 20000 = P_1 + 0.4 \rho g$
 رابطه (۲): $P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_1 + P_0 = P_0 + \rho g \times 1.2 \Rightarrow P_1 = 1.2 \rho g$

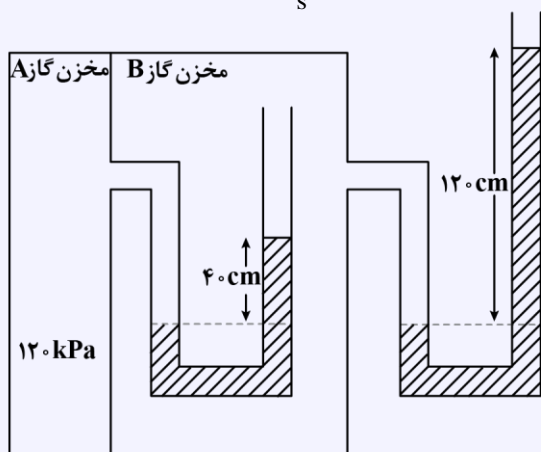
با جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\Rightarrow 1.2 \rho g = 20000 \xrightarrow{g=10 \frac{N}{kg}} \rho = 1250 \frac{kg}{m^3} = 1250 \frac{g}{L}$$

$$\Rightarrow P_1 = 1.2 \rho g = 1.2 \times 1250 \times 10 = 15000 Pa = 15 kPa$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۷- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ (فشار هوای محیط را $10^5 Pa$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ در نظر بگیرید.)



- (۱) ۱/۲۵
- (۲) ۱۲۵۰
- (۳) ۲/۵۰
- (۴) ۲۵۰۰

پاسخ تشریحی:

فشار در نقاط X و Y با هم برابر است، پس:

$$P_x = P_y \Rightarrow \rho g h_1 + P_B = P_A \Rightarrow \rho \times 10^3 \times 0.4 + P_B = 120 \times 10^3$$

$$\Rightarrow P_B = 120 \times 10^3 - 4\rho$$

فشار در نقاط M و N با هم برابر است، پس:

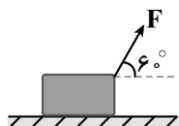
$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = \rho g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow 120 \times 10^3 - 4\rho = \rho \times 10^3 \times 1.2 + 10^5$$

$$\Rightarrow 16\rho = 20 \times 10^3 \Rightarrow \rho = 1/25 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} = 1250 \frac{g}{L}$$

پاسخ: گزینه ۲

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $1/5 \text{ kg}$ تحت تأثیر نیروی $F = 12 \text{ N}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از طی چه مسافتی بر حسب متر، تکانهٔ جسم به 30 واحد SI می‌رسد؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۱۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_f = \Delta K$$

$$Fd \cos \theta = K_f - K_i$$

$$12 \times d \times \cos 60^\circ = \frac{p_f^2}{2m} - 0 \Rightarrow 6d = \frac{30^2}{2(1/5)} \Rightarrow d = 50 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- دمای قطعه‌یخی به جرم m از -40°F به 14°F می‌رسد. حجم این قطعه‌یخ چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(\alpha_{\text{یخ}} = 5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$

- (۱) ۰/۰۴۵
- (۲) ۰/۰۱۵
- (۳) ۰/۴۵
- (۴) ۰/۱۵

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

درصد تغییرات حجم بر اثر انبساط برای جامدها از رابطهٔ $3\alpha\Delta\theta \times 100$ و برای مایعات از رابطهٔ $\beta\Delta\theta \times 100$ به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow (14 - (-40)) = \frac{9}{5} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow 54 = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5 \times 54}{9} = 30^\circ \text{C}$$

$$\text{حجم یخ} = 3\alpha\Delta\theta \times 100 = 3 \times 5 \times 10^{-5} \times 30 \times 100 = 45 \times 10^{-2} = 0/45\%$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- قطعه‌یخی به جرم 2 kg و دمای اولیهٔ -20°C را با آهنگ ثابت $105 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ آن قدر گرم می‌کنیم تا تبدیل به آب 100°C شود. برای این کار چند ثانیه

$$\text{زمان لازم است؟ } (L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}})$$

- (۱) ۱۵۲۰
- (۲) ۱۵۸۹۶
- (۳) ۱۲۴۸۴
- (۴) ۱۳۶۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گرمای مورد نیاز برابر است با:

$$Q = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q = 2 \times 2100 \times 20 + 2 \times 336000 + 2 \times 4200 \times 100 = 380 \times 4200 \text{ J}$$

بنابراین زمان مورد نیاز برابر است با:

$$Q = Pt \Rightarrow 380 \times 4200 = 1050t \Rightarrow t = 1520 \text{ s}$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۷۰- قطعه‌یخی به جرم 2 kg و دمای اولیه -20°C را آن قدر گرم می‌کنیم تا تبدیل به آب 100°C شود. چند کیلوژول گرما لازم است؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}})$$

- (۱) ۱۵۹۶
- (۲) ۱۵۱۲
- (۳) ۹۲۴
- (۴) ۸۴۶

پاسخ تشریحی:

برای راحتی کار در محاسبات مربوط به گرما می‌توان از 4200 در محاسبات فاکتور گرفت:

$$c_{\text{آب}} = 4200 \times 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

$$c_{\text{یخ}} = 4200 \times \frac{1}{2} \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

$$L_F = 4200 \times 80 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$-20^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1=mc\Delta T} 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2=mL_F} 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_3=mc\Delta T} 100^{\circ}\text{C}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\Rightarrow Q = 2 \times 4200 \left(\frac{1}{4} \times 20 + 80 + 100 \right)$$

$$Q = 8400 \times 190 = 1596000 \text{ J} = 1596 \text{ kJ}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۷۴- به یک گاز کامل در فشار ثابت، مقداری گرما می‌دهیم به طوری که حجم آن سه برابر شود. پس از این مرحله طی یک فرایند هم‌حجم، با گرم کردن مجدد، فشار گاز را دو برابر می‌کنیم. دمای مطلق گاز نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

گام اول:

قانون گازها را در فشار ثابت می‌نویسیم:

$$\text{فشار ثابت: } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{3V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 3T_1$$

گام آخر:

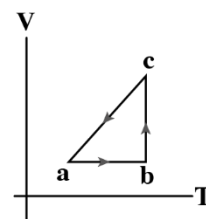
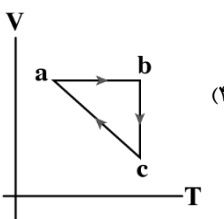
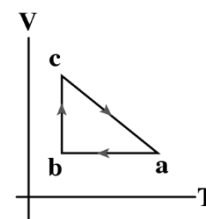
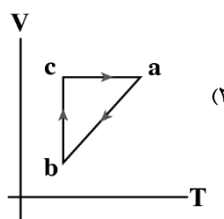
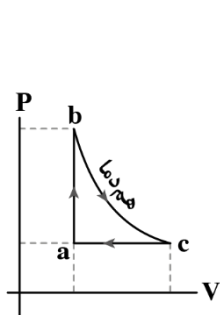
قانون گازها را در حجم ثابت می‌نویسیم:

$$\text{حجم ثابت: } \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{2P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$T_3 = 2(3T_1) = 6T_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = 6$$

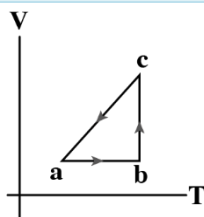
گروه آموزشی ماز

۷۵- نمودار P-V سه فرایند متوالی ترمودینامیکی برای یک گاز کامل رسم شده است. نمودار V-T آن کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(آسان - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳



فرایند ca یک فرایند هم‌فشار با کاهش حجم است. همچنین در فرایند ab چون در حجم ثابت، فشار، افزایش یافته پس دما هم زیاد می‌شود. فرایند bc نیز یک فرایند هم‌دماست و نمودار V-T آن به صورت خطی قائم است.

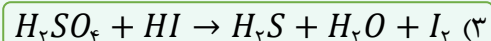
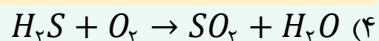
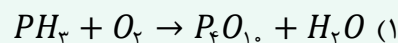
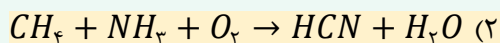
گروه آموزشی ماز

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

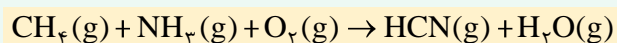
۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده

کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و تا به اینجای کار، با موفقیت آزمون‌ها رو پشت سر گذاشته باشید! بالاخره رسیدیم به آزمون‌های جامع و همین‌جا لازمه بهترتون یادآوری کنم که مهم‌تر از تراز و رتبه، این مهمه که به واسطه آزمون‌های جامع سعی کنید مهارت آزمون دادن رو در خودتون تقویت کنید و استراتژی نهایی آزمون دادن رو پیدا کنید و روی اون تمرین کنید. اینکه از بین درس‌های هر دفترچه، کدوم رو اول بزیند و چه سوالاتی رو کنار بذارید و ... مهارت‌های مهمی هستن که باید اون‌ها رو خیلی خوب یاد بگیرید. علاوه بر این، در آزمون‌های جامع باید سعی کنید نکاتی از مطالب رو که یادتون رفته پیدا کنید و سعی کنید اون‌ها رو مرور کنید. بچه‌ها بهترتون توصیه می‌کنم بیش از حد به تراز و رتبه آزمون‌های جامع اهمیت ندید و مدام شرایط خودتون رو با شرایط کنکور مقایسه نکنید. این آزمون‌ها، فرصت مهمی هستن تا شما بتونید شرایط خودتون رو بهبود بدین تا در کنکور نتیجه بهتری به دست بیارید. بازه باقیمانده تا کنکور، براتون زمان ارزشمندی رو فراهم می‌کنه تا متن کتاب درسی شیمی رو خیلی خوب بخونید. مراقب باشید که بیش از ۲۰٪ شیمی کنکور، از مباحث حفظی تشکیل شده و شما با مطالعه دقیق متن کتاب درسی، به راحتی می‌تونید به این سوالات پاسخ بدین!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- شمار الکترون مبادله شده در تشکیل هر واحد فرمولی از کدام ترکیب، برابر با نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در ساختار بلور آلومینیم فلئورید است؟

- (۱) سدیم هیدروکسید (۲) لیتیم کربنات (۳) آمونیوم فسفات (۴) آهن (III) اکسید

(آسان - حفظی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام اطراف یک یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون گفته می‌شود. نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون، برابر نسبت زیروند کاتیون به آنیون در فرمول شیمیایی است. همچنین نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون، برابر با نسبت زیروند آنیون به کاتیون در فرمول شیمیایی است. بر این اساس، می‌توان گفت نسبت خواسته شده برای آلومینیم فلئورید با فرمول شیمیایی AlF_3 ، برابر ۳ است. حال شمار الکترون مبادله شده در تشکیل ترکیب‌های مطرح شده را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که برای محاسبه این مقدار، می‌توانیم از آنیون یا کاتیون استفاده کنیم. کافی است زیروند هر یون را در بار الکتریکی آن ضرب کنیم. در این رابطه، داریم:

$$NaOH \Rightarrow \begin{cases} 1 \times 1 = 1 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : آنیون} \\ 1 \times 1 = 1 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : کاتیون} \end{cases}$$

$$Li_2CO_3 \Rightarrow \begin{cases} 1 \times 2 = 2 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : آنیون} \\ 2 \times 1 = 2 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : کاتیون} \end{cases}$$

$$(NH_4)_3PO_4 \text{ یا آمونیوم فسفات} \Rightarrow \begin{cases} 1 \times 3 = 3 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : آنیون} \\ 3 \times 1 = 3 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : کاتیون} \end{cases}$$

$$Fe_2O_3 \text{ یا آهن (III) اکسید} \Rightarrow \begin{cases} 3 \times 2 = 6 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : آنیون} \\ 2 \times 3 = 6 & \text{اندازه بار} \times \text{زیروند : کاتیون} \end{cases}$$

همانطور که مشخص است، نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در آلومینیم فلئورید، با شمار الکترون‌های مبادله شده برای تولید هر واحد فرمولی از ترکیب آمونیوم فسفات برابر است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- عنصر فرضی D دارای ۱۵ پروتون و ۱۶ نوترون در هسته خود دارند. اگر مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۷۰ درصد باشد، درصد فراوانی پایدارترین ایزوتوپ آن کدام است؟ (جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $31/1 amu$ است.)

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

(متوسط - مسئله - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

عدد جرمی (A) هر ایزوتوپ، حاصل جمع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هر اتم از آن ایزوتوپ است. توجه داریم که ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی شمار پروتون‌های برابری دارند. بنابراین عدد جرمی ایزوتوپ‌های این عنصر به ترتیب برابر ۳۰، ۳۱ و ۳۳ است. طبق گفته سؤال، مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۷۰ درصد است، بنابراین اگر فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ یعنی 30D را برابر x در نظر بگیریم، فراوانی ایزوتوپ ${}^{31}D$ برابر $70 - x$ درصد خواهد بود. از طرفی مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌های یک عنصر برابر ۱۰۰ است، پس می‌توان گفت درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ یعنی ${}^{33}D$ برابر ۳۰ درصد خواهد بود. در این رابطه، داریم:

ایزوتوپ	30D	${}^{31}D$	${}^{33}D$
درصد فراوانی	x	$70 - x$	30

حال با استفاده از میانگین جرم اتمی و درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{100} \Rightarrow 31/1 = \frac{(30 \times x) + (31 \times (70 - x)) + (33 \times 30)}{100} \Rightarrow x = 50 \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، فراوانی ایزوتوپ‌های 30D ، ${}^{31}D$ و ${}^{33}D$ به ترتیب برابر با ۵۰، ۲۰ و ۳۰ درصد است. ایزوتوپ ${}^{30}D$ بیشترین فراوانی را در بین ایزوتوپ‌های این عنصر داشته و پایدارترین ایزوتوپ آن به شمار می‌رود. همانطور که محاسبه کردیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ برابر با ۵۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می‌شوند.
 ب: در فراوان ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.
 پ: اغلب ایزوتوپهایی که عدد جرمی آن‌ها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آن‌ها است، ناپایدار هستند.
 ت: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، نسبت شمار ایزوتوپ ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم حدوداً برابر ۰/۷ است.
- (۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

(آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

عبارتهای (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۸ عنصر شناخته شده حضور دارند. از این ۱۱۸ عنصر، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر، فقط به صورت ساختگی وجود دارند. برای مثال، تکنسیم یک عنصر ساختگی است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{92}{118} \times 100 \approx 78 \text{ درصد}$$

رادیوایزوتوپها

رادیوایزوتوپها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آن‌ها کرده است؛ به طوری که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم (^{99}Tc) نخستین عنصری است که در واکنشگاه (راکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غده تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

«ب»: در یک نمونه طبیعی از منیزیم ایزوتوپ‌های ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg حضور دارند. در این بین، فراوان ترین ایزوتوپ منیزیم، معادل ^{24}Mg است که در آن شمار الکترون، پروتون و نوترون همگی برابر با ۱۲ است. از طرفی می‌دانیم منظور سؤال از ذرات باردار، الکترون‌ها و پروتون‌ها و منظور از ذرات خنثی یا بدون بار، نوترون‌ها هستند. نسبت خواسته شده در این ایزوتوپ برابر با $\frac{24}{24}$ یا ۱ است.

«پ»: اغلب ایزوتوپ‌هایی که شمار نوترون به پروتون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ است، ناپایدار هستند. حال نسبت عدد جرمی به عدد اتمی در این ایزوتوپ‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{A}{Z} = \frac{n+p}{p} = \frac{n}{p} + \frac{p}{p} = \frac{n}{p} + 1, \quad \frac{n}{p} \geq 1/5 \Rightarrow \frac{n}{p} + 1 \geq 2/5$$

«ت»: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، کمتر از ۰/۷ درصد اتم‌ها مربوط به ایزوتوپ ^{235}U است و سایر اتم‌ها، مربوط به ایزوتوپ‌های دیگر خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت نسبت شمار اتم‌های ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم در یک نمونه طبیعی از این عنصر، کمتر از ۰/۰۰۷ است.

اورانیم

اورانیم شناخته شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. ایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت هسته‌ای کاربرد دارد، با نماد ^{235}U نشان داده می‌شود. در یک مخلوط طبیعی از اتم‌های اورانیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ کمتر از ۰/۷٪ است. دانشمندان موفق شده‌اند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است که در ایران هم انجام می‌شود. با گسترش این صنعت، می‌توان بخشی از انرژی الکتریکی مورد نیاز کشور را تأمین نمود.

گروه آموزشی ماز

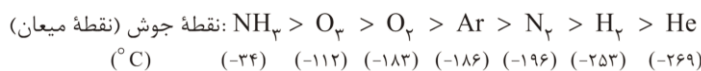
۷۹- در کدام یک از دماهای زیر (با واحد کلوین)، یک نمونه از مولکول‌های فراوان ترین گاز نجیب موجود در هوا کره برخلاف یک نمونه از فراوان ترین گاز موجود در آن، حجم مشخصی دارد اما شکل مشخصی نداشته و به شکل ظرف محتوی خود درمی‌آید؟

- ۸۰ (۱) ۷۰ (۲) ۱۱۲ (۳) ۹۵ (۴)

(آسان - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

فراوان ترین گاز موجود در هوا کره معادل با نیتروژن و فراوان ترین گاز نجیب موجود در آن، معادل با آرگون است. با توجه به اطلاعات صورت سؤال، باید به دنبال دمایی بگردیم که در آن، یک نمونه از آرگون در حالت مایع و یک نمونه از نیتروژن در حالت گاز قرار دارد. مقایسه نقطه جوش تعدادی از گازهای مهم مطرح شده در کتاب درسی، به شرح زیر است:



حالت مواد

ویژگی مواد در سه حالت جامد، مایع و گاز متفاوت است. مواد جامد شکل و حجم مشخصی دارند. در یک نمونه جامد، موقعیت ذرات نسبتاً ثابت بوده و این ذرات فقط در جای خود می‌لغزند. نمونه‌های مایع، حجم مشخصی داشته و همانند مواد جامد تراکم‌ناپذیر هستند، اما این مواد شکل مشخصی نداشته و به شکل ظرف حاوی خود در می‌آیند. از طرفی گازها حجم و شکل مشخصی ندارند. این مواد تراکم‌پذیر بوده و به شکل ظرف محتوی خود در می‌آیند. همچنین حجم مواد گازی معادل حجم ظرفی است که در آن قرار گرفته‌اند.

هر ماده در دمایی بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز و در دمایی بین نقطه جوش و نقطه ذوب خود به حالت مایع یافت می‌شود. در دمای مد نظر، نیتروژن باید به حالت گاز یافت شود. پس این دما بالاتر از 196°C باشد. از طرفی آرگون بایستی در این دما به حالت مایع یافت شود. پس این دما باید کمتر از 186°C باشد. برای تبدیل واحد دما از سانتی‌گراد به کلوین باید عدد دما در واحد سانتی‌گراد را با ۲۷۳ جمع کنیم. حال داریم:

$$-186^{\circ}\text{C} \Rightarrow -186 + 273 = 87\text{ K}$$

$$-196^{\circ}\text{C} \Rightarrow -196 + 273 = 77\text{ K}$$

بنابراین دمای مد نظر باید بین ۷۷ تا ۸۷ کلوین باشد. جدول زیر، ویژگی‌های چهار مورد از گازهای مهم موجود در هواکره را نشان می‌دهد:

نکته	دمای جوش	نوع ماده
با افزایش تدریجی دمای هوای مایع، اولین ماده‌ای است که از حالت مایع به حالت گاز در می‌آید و از مخلوط خارج می‌شود.	-۱۹۶	نیتروژن
یک گاز نجیب است که به کمک تقطیر جزء به جزء هوا، در پتروشیمی شیراز با خلوص بالا تهیه می‌شود. از آن برای ایجاد محیط بی‌اثر طی جوشکاری نیز استفاده می‌شود.	-۱۸۶	آرگون
تهیه اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد، به کمک تقطیر هوا فرایندی سخت است چراکه دمای جوش اکسیژن و آرگون نزدیک به هم است.	-۱۸۳	اکسیژن
در مخلوط هوای مایع با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد، هلیوم وجود ندارد چراکه دمای جوش آن کمتر از ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد است و در این دما به حالت گاز باقی می‌ماند.	-۲۶۹	هلیوم

گروه آموزشی ماز

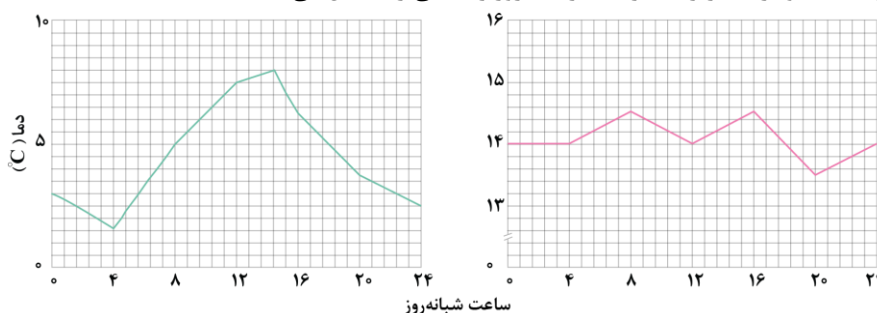
۸۰- کدام مورد درست است؟

- ۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می‌شوند.
- ۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فرورسرخ تبدیل می‌شوند.
- ۳) در یک روز زمستانی، نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگ‌تر است.
- ۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

گلخانه‌ها زمین‌های کشاورزی ویژه‌ای هستند که دور تا دور آن‌ها را تا ارتفاع معینی توسط لایه‌هایی از پلاستیک‌های شفاف می‌پوشانند و در آن‌ها گیاهان و میوه‌های گوناگونی پرورش می‌دهند. نمودارهای زیر، تغییر دما در یک روز زمستانی را نمایش می‌دهد:



نمودار سمت راست مربوط به فضای درون گلخانه و نمودار سمت چپ مربوط به فضای بیرون گلخانه است. همانطور که مشخص است تغییرات دما در گلخانه کمتر بوده و در نتیجه می‌توان گفت در محیط گلخانه، تفاوت کم‌ترین و بیشترین دما نسبت به محیط بیرون کمتر است. پس می‌توان گفت نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما در محیط درون گلخانه بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱ نزدیک‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

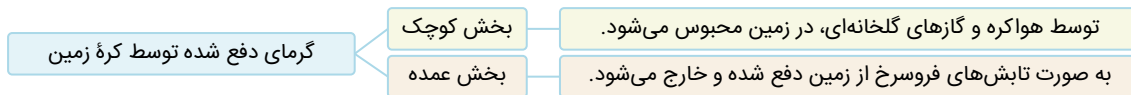
۱ تصویر زیر مبادله گرمایی کره زمین را نشان می‌دهد:



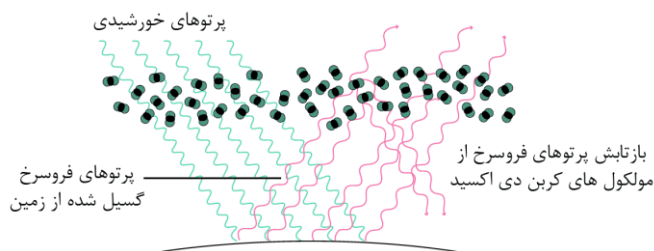
متطابق تصویر سرنوشت پرتوهای تابیده شده به زمین به صورت زیر است:

- توسط هواکره جذب می‌شوند. - بخش کوچک
 - توسط هواکره به سمت خارج بازتاب می‌شوند. - بخش کوچک
 - به وسیله زمین جذب می‌شوند. - بخش عمده
- پرتوهای خورشیدی تابیده شده به سمت زمین

بخش عمده پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شوند. سرنوشت این پرتوها به صورت زیر است:



تصویر زیر بازتاب پرتوهای گسیل شده از زمین توسط گازهای گلخانه‌ای را نمایش می‌دهد:

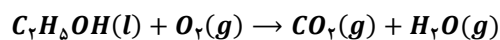


همانطور که مشخص است، پرتوهای گسیل شده از زمین همانند پرتوهای بازتابش شده توسط گازهای گلخانه‌ای، از جنس فروسرخ هستند.

بررسی دانشمندان برای هوای به دام افتاده در بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره و به دنبال آن، درصد حجمی هریک از این گازها تقریباً ثابت مانده است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- با توجه به معادله موازنه نشده داده شده، کدام مورد درست است؟

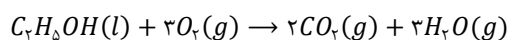


- ۱) همه اتم‌های شرکت‌کننده در واکنش، به آرایش هشت‌تایی گازهای نجیب رسیده‌اند.
- ۲) نسبت شمار جفت الکترون ناپیوندی، در واکنش‌دهنده ناقطبی به فرآورده قطبی برابر ۲ است.
- ۳) واکنش از نوع سوختن بوده و ماده سوختنی مورد نظر، از واکنش دومین آلکن و آب تولید خواهد شد.
- ۴) انحلال‌پذیری واکنش‌دهنده قطبی در آب نسبت به حلال مورد استفاده برای انحلال چربی‌ها و انواع لاک‌ها، بیشتر است.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش داده شده به صورت زیر است:



گاز اکسیژن، واکنش‌دهنده ناقطبی و بخار آب، فرآورده قطبی است. فرمول ساختاری این دو گونه به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است در ساختار کربن دی‌اکسید و بخار آب به ترتیب ۴ و ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در رابطه با گاز کربن دی‌اکسید، داریم:

کربن دی‌اکسید

- با کاهش دما تا ۷۸- درجه سانتی‌گراد، از حالت گاز به حالت جامد در می‌آید.
- مولکولی ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
- با حل شدن در آب، با آن واکنش داده و اسید ضعیف کربنیک اسید را تولید می‌کند.
- در طی واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها و مواد آلی تولید می‌شود.
- به دلیل نداشتن الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی، ساختاری خطی دارد.
- در باران عادی، همانند باران اسیدی، در آب حل شده و غلظت یون هیدروژن را کاهش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

کربن و اکسیژن با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های تک خود، به آرایش الکترونی هشت‌تایی گاز نجیب هم دوره خود یعنی نئون می‌رسند. اتم‌های هیدروژن نیز با به اشتراک گذاشتن تنها الکترون خود به آرایش الکترون گاز نجیب هم‌دوره خود یعنی هلیم می‌رسند. توجه داریم که لایه ظرفیت هلیم برخلاف سایر گازهای نجیب تنها شامل دو الکترون است. در رابطه با عنصر هیدروژن، داریم:

هیدروژن

- فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری و جهان است.
- در طبیعت به شکل مولکول‌های دواتمی حضور دارد.
- دو ایزوتوپ پایدار، یک ایزوتوپ طبیعی پرتوزا و چهار ایزوتوپ پرتوزا و ساختگی دارد.
- اولین عنصر تولیدشده پس از مهبانگ است.
- از نمک خوراکی برای تولید آن استفاده می‌شود.
- پتانسیل کاهشی استاندارد آن برابر صفر در نظر گرفته شده است.
- مبنای اندازه‌گیری پتانسیل کاهشی استاندارد سایر نیم‌سلول‌ها است.
- فراورده تولیدشده در کاتد سلول برقکافت آب است.
- بازده سوزاندن آن در موتور درون سوز ۲۰ و در سلول سوختی حدود ۶۰ درصد است.

۳ به واکنش سریع مواد با اکسیژن که در اغلب موارد با آزاد شدن انرژی همراه است، سوختن می‌گویند. ماده سوختنی واکنش ذکر شده اتانول است. اتانول از واکنش بخار آب و اتن (نخستین آلکن) تولید می‌شود.

۴ اتانول واکنش‌دهنده قطبی این واکنش است. از طرفی از استون در صنعت به‌عنوان حلال برخی چربی‌ها، لاک‌ها و انواع رنگ‌ها استفاده می‌کنند. نمونه‌هایی از متانول، اتانول، پروپانول و استون به هر مقدار دلخواه در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها در آب تشکیل داد. بنابراین نمی‌توان انحلال‌پذیری این مواد را با یکدیگر مقایسه کرد. در رابطه با استون، داریم:

- استون
- با مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.
 - به‌صورت نامحدود در آب حل شده و نمی‌توان از آن محلول سیرشده‌ای در آب تهیه کرد.
 - ساده‌ترین ترکیب آلی با گروه عاملی کتونی است.
 - در صنعت به‌عنوان حلال برخی چربی‌ها، لاک‌ها و رنگ‌ها کاربرد دارد.

گروه آموزشی ماز

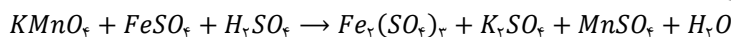
۸۲ - مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش زیر، پس از موازنه آن کدام است؟



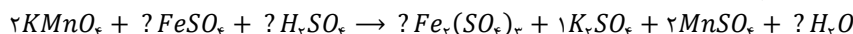
(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

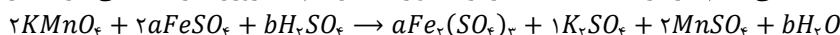
معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



برای موازنه این واکنش ابتدا به K_2SO_4 ضریب ۱ می‌دهیم. در مرحله بعد، به $KMnO_4$ برای موازنه پتاسیم ضریب ۲ و سپس به $MnSO_4$ برای موازنه منگنز ضریب ۲ می‌دهیم. تا به اینجای کار داریم:



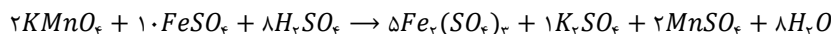
حال مجبور به استفاده از ضرایب مجهول هستیم. ابتدا به $Fe_2(SO_4)_3$ ضریب a می‌دهیم. ترکیب $FeSO_4$ نیز برای موازنه شدن آهن ضریب $2a$ می‌گیرد. سپس به H_2SO_4 ضریب مجهول b را نسبت می‌دهیم. در مرحله بعد H_2O نیز برای موازنه شدن اتم هیدروژن ضریب b می‌گیرد. حال داریم:



در پایان برای محاسبه ضرایب مجهول، تعداد اتم‌های اکسیژن و گوگرد را در دو سمت معادله برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} O: 8 + 8a + 4b &= 12a + 4 + 8 + b \Rightarrow 3b - 4a = 4 \\ S: 2a + b &= 2a + 1 + 2 \Rightarrow b = a + 3 \end{aligned}$$

حال داریم:



همانطور که مشخص است، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر با ۳۶ است.

گروه آموزشی ماز

۸۳ - در ساختار کدام ترکیب، گونه‌ای قطبی حضور داشته و از انحلال آن در آب، می‌توان الکترولیت مناسب برای ساخت سلول گالوانی استاندارد را تهیه کرد؟



(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

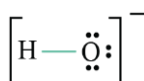
پاسخ: گزینه ۱

ترکیب‌های یونی دسته‌ای از مواد هستند که کنار هم قرار گرفتن یون‌هایی با بار ناهمنام (آنیون و کاتیون) تشکیل شده‌اند. این دسته از مواد، نقطه جوش بالایی نسبت به مواد مولکولی داشته و در حالت جامد شکننده‌اند. ترکیب‌های یونی در حالت مذاب و محلول در آب، برخلاف حالت جامد، رسانای جریان برق هستند.

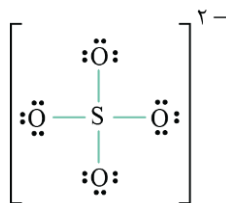
به دو تعریف زیر به دقت توجه کنید:

- یون چند اتمی: به یونی که از کنار هم قرار گرفتن چند اتم تشکیل شده باشد، یونی چند اتمی گفته می‌شود. توجه داریم که در این تعریف منظور از چند، تعداد اتم‌ها بوده و لزومی ندارد که یون چند اتمی از کنار هم قرار گرفتن چندین اتم از عناصر مختلف تشکیل شده باشد. یون‌های CO_3^{2-} ، NH_4^+ ، PO_4^{3-} و O_3^{2-} نمونه‌ای از این یون‌ها هستند.
- ترکیب یونی چندتایی: به ترکیب‌های یونی که در ساختار آن‌ها حداقل ۳ نوع عنصر حضور دارند، ترکیب یونی چندتایی گفته می‌شود. توجه داریم که برای تشکیل ترکیب یونی چندتایی، حداقل یکی از یون‌های موجود در آن ترکیب باید یون چند اتمی باشد. ترکیب‌های یونی $NaOH$ ، $MgCO_3$ و Li_3PO_4 از جمله ترکیب‌های یونی چندتایی هستند.

یون‌های تک اتمی ناقطبی بوده و صرفاً به سمتی از میدان که بار مخالف دارد جذب می‌شوند. برای تعیین قطبی بودن یا نبودن یون‌های چند اتمی از همان معیارهای ترکیبات مولکولی استفاده می‌کنیم. برای مثال یون هیدروکسید قطبی است، چراکه این یون از دو اتم مختلف تشکیل شده است (مشابه مولکول‌های دواتمی ناجور هسته). ساختار این یون به‌صورت زیر است:



از طرفی یون سولفات با فرمول شیمیایی SO_4^{2-} ناقطبی است. چراکه اتم‌های اطراف اتم مرکزی یکسان بوده و اتم مرکزی نیز فاقد الکترون ناپیوندی است. ساختار این یون به صورت زیر است:



همچنین برای تهیه نیم‌سلول استاندارد نیاز به یک ترکیب یونی داریم که بتواند به خوبی در آب حل شود. کلسیم سولفات انحلال پذیری ناچیزی در آب داشته و در دسته مواد کم‌محلول در آب طبقه‌بندی می‌شود. بنابراین این ماده نمی‌تواند پاسخ سؤال باشد. از طرفی هیدروکسید فلزهای قلیایی مثل سدیم هیدروکسید، انحلال پذیری مناسبی در آب دارند. پس می‌توان گفت جواب مناسب سؤال، $NaOH$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- مخلوطی از ترکیب‌های $AgNO_3$ و $NaNO_3$ ، ۶۸ گرم جرم دارد. اگر در این مخلوط شمار مول یون نیترات ۳ برابر شمار مول یون نقره باشد، با حل کردن این مخلوط در ۳۰ لیتر آب خالص با چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر، غلظت ppm یون نیترات به تقریب برابر چند واحد خواهد بود؟ (از تغییر حجم چشم‌پوشی کنید. $Ag = 108, Na = 23, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۳۱۰ (۲) ۹۳۰ (۳) ۶۲۰ (۴) ۱۲۴۰

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

در ابتدا فرض می‌کنیم که در مخلوط، x مول سدیم نیترات و y مول نقره نیترات داریم. بنابراین جرم نقره نیترات برابر با $170y$ گرم و جرم سدیم نیترات برابر با $85x$ گرم خواهد بود. با توجه به اطلاعات صورت سؤال، رابطه زیر برای جرم مخلوط برقرار است:

$$85x + 170y = 68 \Rightarrow \text{جرم مخلوط} = \text{جرم نقره نیترات} + \text{جرم سدیم نیترات}$$

هر مول سدیم نیترات حاوی ۱ مول یون نیترات است، بنابراین x مول از آن نیز x مول یون نیترات خواهد داشت. از طرفی هر مول نقره نیترات نیز ۱ مول یون نیترات و ۱ مول یون نقره دارد، بنابراین y مول از آن نیز y مول یون نیترات و نقره خواهد داشت. بر این اساس، داریم:

$$x + y = \text{مول یون نیترات موجود در نقره نیترات} + \text{مول یون نیترات موجود در سدیم نیترات}$$

حال داریم:

$$\frac{\text{مول یون نیترات}}{\text{مول یون نقره}} = \frac{x + y}{y} = 3 \Rightarrow x = 2y$$

حال با قرار دادن معادله دوم در معادله اول، شمار مول هر گونه را در مخلوط اولیه محاسبه می‌کنیم:

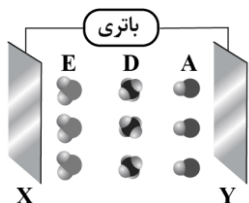
$$85x + 170y = 85(2y) + 170y = 340y = 68 \Rightarrow y = 0.2, x = 0.4$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت مخلوط اولیه شامل 0.4 مول سدیم نیترات و 0.2 مول نقره نیترات بوده است. هر واحد از این ترکیب‌های یونی در ساختار خود ۱ یون نیترات دارد، بنابراین می‌توان گفت در این نمونه مجموعاً 0.6 مول یون نیترات معادل $37/2$ گرم از آن وجود دارد. جرم محلول نهایی حاصل از این فرایند نیز برابر با $30000 + 68$ گرم است که آن را به تقریب برابر با 30000 گرم در نظر می‌گیریم. در پایان غلظت ppm یون نیترات را طبق فرمول به دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{37/2 \text{ g}}{(30 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}}) + 68} \times 10^6 \approx \frac{37/2 \text{ g}}{30000 \text{ g}} \times 10^6 = 1240$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- با توجه به شکل داده شده، کدام مورد نادرست است؟



(۱) اگر A معادل مولکول هیدروژن فلئوئورید باشد، بار صفحه X منفی است.

(۲) یک نمونه از مولکول‌های A برخلاف D ، انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.

(۳) اگر E ، مولکول گوگرد دی‌اکسید باشد، بار جزئی اتم مرکزی با بار صفحه X یکسان است.

(۴) ذرات A ، D و E به ترتیب می‌توانند معادل کربن مونوکسید، کربن تتراکلرید و بخار آب باشند.

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

گونه A نوعی مولکول دو اتمی ناجور هسته است که در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. در کربن مونوکسید، خاصیت نافلزانی اکسیژن بیشتر از کربن است؛ بنابراین در این گونه، کربن قطب مثبت و اکسیژن قطب منفی مولکول را تشکیل می‌دهد. از طرفی شعاع کربن نسبت به اکسیژن بیشتر است، پس می‌توان گفت مولکول کربن مونوکسید از سمت اتم بزرگ‌تر به سمت صفحه منفی و از سمت اتم کوچک‌تر به سمت صفحه مثبت جهت‌گیری پیدا می‌کند. با توجه به نحوه جهت‌گیری کربن مونوکسید، Y سمت منفی و X سمت مثبت باتری را نشان می‌دهد. حال وضعیت باقی گونه‌ها را بررسی می‌کنیم. گونه D در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده است. مولکول کربن تترا فلئوئورید نیز ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نخواهد کرد. بنابراین این گونه می‌تواند

معادل کربن تترا فلئورید باشد. طبق تصویر، گونه E از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت گیری پیدا کرده است. از طرفی در مولکول های H_2O ، اتم اکسیژن نسبت به اتم های هیدروژن خاصیت نافلزانی بیشتری داشته و بار جزئی آن منفی است. پس با قرار گرفتن یک نمونه از بخار آب در میدان الکتریکی، اتم های اکسیژن به سمت مثبت باتری جهت گیری پیدا می کنند، در حالی که در این تصویر، اتم مرکزی به سمت صفحه با بار الکتریکی منفی جهت گیری پیدا کرده است.

قطبی و ناقطبی

برای تعیین قطبی یا ناقطبی بودن گونه ها از یک سری قواعد کلی استفاده می کنیم. مولکول های دو اتمی با اتم هایی از عناصر مختلف (برای مثال CO و HF) قطبی و مولکول های دو اتمی با اتم هایی از عناصر یکسان (برای مثال Cl_2) ناقطبی هستند. در گونه های چند اتمی در صورت وجود الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی (برای مثال NO_2 و O_3) یا متفاوت بودن اتم های اطراف اتم مرکزی (برای مثال SCO و C_2H_3Cl)، آن گونه قطبی است. در غیر این صورت، آن را جزو گونه های ناقطبی (برای مثال SO_2 و CO_2) طبقه بندی می کنیم. توجه داریم که گونه های باردار اما ناقطبی (برای مثال یون های سولفات و کربنات)، در میدان الکتریکی جهت گیری نکرده بلکه صرفاً به سمت صفحه با بار مخالف جذب خواهند شد.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ در هیدروژن فلئورید، خاصیت نافلزانی فلئور بیشتر بوده و در نتیجه، این اتم سر منفی مولکول را تشکیل می دهد. از طرفی اتم های فلئور بزرگ تر از اتم های هیدروژن هستند. بنابراین گونه A بایستی از سر بزرگ تر خود یعنی اتم فلئور به سمت مثبت باتری و از سر کوچک تر خود یعنی اتم هیدروژن به سمت منفی باتری جهت گیری پیدا کند.

۲ گونه A برخلاف گونه D در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا کرده است. پس می توان گفت A برخلاف D قطبی است. می دانیم که شبیه، شبیه را در خود حل می کند. به این معنی که گونه های قطبی مانند A در حلال های قطبی مانند آب به خوبی حل می شوند. همچنین گونه های ناقطبی مانند D در حلال های ناقطبی مانند هگزان، انحلال پذیری مناسبی دارند.

۳ گوگرد دی اکسید با فرمول مولکولی SO_2 ، اکسید قطبی گوگرد است. در این گونه، اتم مرکزی یعنی گوگرد نسبت به اتم های کناری یعنی اتم های اکسیژن خاصیت نافلزانی کمتری داشته و از این رو بار جزئی آن مثبت است. پس می توان گفت اگر این گونه معادل گوگرد دی اکسید باشد، از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت گیری می کند. بنابراین صفحه Y دارای بار منفی و صفحه X دارای بار مثبت است.

گروه آموزشی ماز

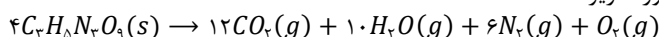
۸۶ - با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه $136/2$ گرم $C_7H_8N_2O_9$ ، مقدار 12 گرم مولکول دو اتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش تجزیه نیتروگلیسیرین ($C_7H_8N_2O_9$)، به ازای مصرف 4 مول نیتروگلیسیرین (معادل با 90.8 گرم از آن)، 6 مول گاز نیتروژن (معادل با 168 گرم از آن) و 1 مول گاز اکسیژن (معادل با 32 گرم از آن) تولید می شود. پس می توان گفت با مصرف 90.8 گرم نیتروگلیسیرین، 200 گرم مولکول دو اتمی تولید می شود. حال مقدار نظری مولکول دو اتمی تولید شده در این واکنش را محاسبه می کنیم:

$$? g X_2 = 136/2 g C_7H_8N_2O_9 \times \frac{200 g X_2}{90.8 g C_7H_8N_2O_9} = 30 g$$

در پایان با استفاده از فرمول، بازده واکنش انجام شده را به دست می آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 = \frac{12 g}{30 g} \times 100 = 40 \text{ درصد}$$

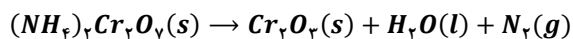
بازده

واکنش های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می رود پیش نمی روند؛ زیرا ممکن است واکنش دهنده ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز هم زمان با آن واکنش های ناخواسته دیگری انجام می شود. با این توصیف، مقدار واقعی فرآورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش های شیمیایی از 100 کمتر است. در مسائل مختلف از طریق فرمول زیر می توانیم بازده درصدی واکنش را محاسبه کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100$$

برای محاسبه سریع تر مقدار واکنش دهنده مصرف شده، ابتدا مول فرآورده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری واکنش دهنده}}{\text{ضریب استوکیومتری فرآورده}}$ ضرب می کنیم. در مرحله بعد مول به دست آمده را به بازده واکنش تقسیم می کنیم. همچنین برای به دست آوردن مقدار عملی فرآورده تولید شده، ابتدا مول واکنش دهنده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری فرآورده}}{\text{ضریب استوکیومتری واکنش دهنده}}$ ضرب می کنیم. در مرحله بعد مول به دست آمده را در بازده واکنش ضرب می کنیم. توجه داریم برای تبدیل مول یک فرآورده به فرآورده دیگر و همچنین یک واکنش دهنده به واکنش دهنده دیگر بازده تأثیری نخواهد داشت!

۸۷- در یک ظرف، ۲۰۰ گرم آمونیوم دی کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به ۱۸۶ گرم برسد، درصد خلوص فراورده‌ها در نمونه نهایی به تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $Cr = 52, O = 16, N = 14, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



۶۹/۶ (۴)

۵۰/۴ (۳)

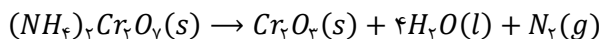
۳۸/۵ (۲)

۶۰/۲ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



کاهش جرم ایجاد شده در اثر انجام این واکنش، به دلیل تولید گاز نیتروژن است، چراکه گاز تولید شده از ظرف واکنش خارج شده و جرم محتویات آن کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت در اثر انجام این واکنش، ۱۴ گرم گاز نیتروژن تولید شده است. حال با استفاده از جرم گاز نیتروژن تولید شده در این واکنش، جرم آمونیوم دی کرومات مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g (NH_4)_2Cr_2O_7 = 14 g N_2 \times \frac{1 mol N_2}{28 g N_2} \times \frac{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol N_2} \times \frac{252 g (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7} = 126 g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه اولیه حاوی ۱۲۶ گرم آمونیوم دی کرومات و ۷۴ گرم ناخالصی بوده است. طبق اطلاعات صورت سؤال، ۱۴ گرم از فراورده‌های تشکیل شده را گاز نیتروژن تشکیل داده که از ظرف واکنش خارج می‌شود. پس بر اساس قانون پایستگی جرم می‌توان گفت جرم سایر فراورده‌های تولید شده در طی این واکنش برابر با ۱۱۲ (۱۲۶-۱۴) گرم خواهد بود. جرم کل مواد نیز پس از واکنش برابر با ۱۸۶ گرم است. در پایان درصد خلوص فراورده‌های نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{112}{186} \times 100 \approx 60/2 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام مورد درست است؟

- ۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.
- ۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.
- ۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.
- ۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاکت کاغذی پس از دفن شدن، تجزیه شده و متان تولید می‌کند. متان جزو گازهای گلخانه‌ای بوده و با افزایش غلظت آن در هواکره، دمای کره زمین افزایش پیدا می‌کند. این در حالی است که مواد پلاستیکی پس از دفن شدن، تجزیه نشده و باعث تولید گازهای گلخانه‌ای نمی‌شوند. در واقع، مواد پلاستیکی زیست‌تخریب‌ناپذیر هستند.

ارزیابی چرخه عمر

از ارزیابی چرخه عمر، برای ارزیابی میزان تأثیر یک فراورده بر روی محیط‌زیست در مدت طول عمر آن استفاده می‌شود. این ارزیابی شامل ارزیابی از چهار مرحله زیر تشکیل شده است:

۱. ارزیابی استخراج و تولید مواد خام برای تولید یک فراورده
 ۲. ارزیابی تولید و توزیع
 ۳. ارزیابی دفع فراورده
 ۴. ارزیابی مصرف
- در ارزیابی چرخه عمر، میزان آب و انرژی مصرفی، پایدار بودن فرایند تأمین مواد خام، میزان زباله و پسماند ایجاد شده و سهم حمل و نقل در همه مراحل بررسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مواد اولیه استفاده شده در تولید پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، به ترتیب نسبتاً پایدار و ناپایدار هستند. برای ساخت پاکت‌های کاغذی، باید حجم زیادی از درختان کاشته شوند.

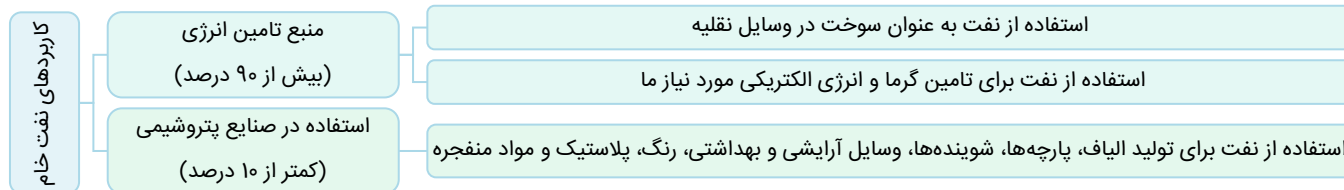
۲) با استفاده از ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از مواد دیگر، می‌توان حدود ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن را استخراج کرد. بنابراین می‌توان گفت در ۲۰۰۰ کیلوگرم از سنگ معدن آهن، حدوداً ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن حضور دارد. توجه داریم که آهن موجود در ساختار سنگ معدن آن، در قالب Fe_2O_3 قرار گرفته است. حال جرم آهن(III) اکسید موجود در سنگ معدن را محاسبه می‌کنیم:

$$? kg Fe_2O_3 = 1000 kg Fe \times \frac{1000 g}{1 kg} \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{2 mol Fe} \times \frac{160 g Fe_2O_3}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{1 kg}{1000 g} \approx 1428 kg$$

حال درصد جرمی آهن(III) اکسید را در یک نمونه سنگ معدن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } Fe_2O_3}{\text{جرم سنگ معدن}} \times 100 = \frac{1428 kg}{2000 kg} \times 100 = 71/4 \text{ درصد}$$

نمودار زیر کاربردهای نفت خام استخراج شده را نمایش می‌دهد:



توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام (هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. همانطور که مشخص است، بیشترین کاربرد نفت خام، برای مصرف در وسایل نقلیه به‌عنوان سوخت است.

نفت خام

در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند که در این مخلوط سیاه رنگ چه موادی وجود دارد، این مواد چه خواصی دارند و هنگام انجام آزمایش و بررسی آن، چه اتفاقاتی ممکن است رخ دهد. پس از آن، شیمی‌دان‌ها با بررسی بیشتر نفت خام، موفق به شناسایی برخی از مواد موجود در آن شده و با ساختار و رفتار این مواد آشنا شدند. ویژگی‌ها و رفتارهای این مواد چنان جذاب و غیرمنتظره بود که سبب افزایش پژوهش‌ها در مورد نفت خام شد. این پژوهش‌ها با یافتن کاربردهای جدید و مناسب برای مواد موجود در نفت خام، خبرهای خوشی از جمله حل مشکل حمل و نقل از شهری به شهر دیگر را نوید می‌داد. به‌خاطر همین ویژگی‌های جالب است که امروزه نفت خام را طلای سیاه می‌نامند. توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام (هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۹- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به‌صورت کامل انجام شده

و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به‌تقریب کدام است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) ۱۵/۲ ۲) ۱۲/۷ ۳) ۱۰/۳ ۴) ۹/۶

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اتن و پروپین طبق معادله‌های موازنه شده زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و به‌ترتیب به اتان و پروپان تبدیل می‌شوند.

$$C_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g) \quad C_3H_6(g) + 2H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$$

مول گازهای اتن و پروپین را به‌ترتیب برابر x و y فرض می‌کنیم. بر این اساس، x مول از گاز اتن، جرمی برابر $28x$ گرم و y مول از گاز پروپین، جرمی برابر $40y$ گرم خواهد داشت. پس می‌توان گفت:

$$28x + 40y = 44 \quad g$$

مقدار x مول از گاز اتن در واکنش با گاز هیدروژن کافی، x مول گاز اتان تولید می‌کند. جرم x مول از اتان برابر $30x$ گرم خواهد بود. مقدار y مول از پروپین نیز در واکنش با هیدروژن، y مول پروپان تولید می‌کند. جرم y مول پروپان نیز برابر $44y$ گرم خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$30x + 44y = 47/6 \quad g$$

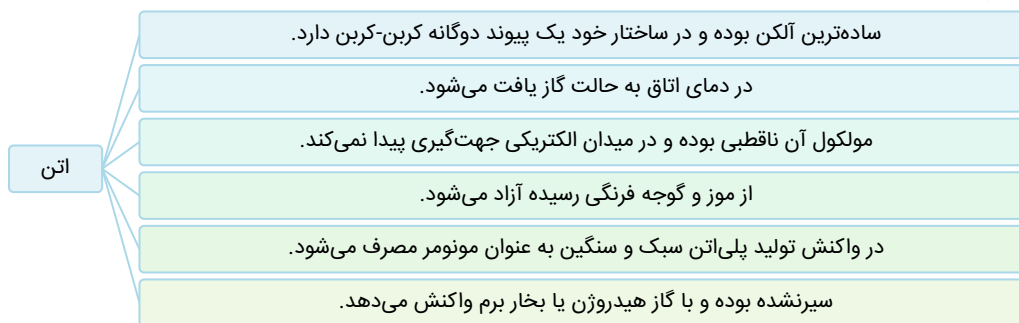
حال می‌توانیم مقدار x و y را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} 28x + 40y = 44 \\ 30x + 44y = 47/6 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \text{ mol}, y = 0/4 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در نمونه اولیه ۱ مول گاز اتن و ۰/۴ مول گاز پروپین حضور داشته است. هر واحد اتن، ۴ اتم هیدروژن دارد. بنابراین در ۱ مول آن نیز ۴ مول اتم هیدروژن داریم. از طرفی هر واحد پروپین نیز ۴ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت ۰/۴ مول از آن، ۱/۶ مول اتم هیدروژن دارد؛ بنابراین در نمونه اولیه ۵/۶ مول اتم هیدروژن حضور داشته است. در پایان درصد جرمی اتم هیدروژن را در نمونه اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{5/6 \text{ mol H} \times \frac{1 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}}}{44} \times 100 \approx 12/7 \text{ درصد}$$

در رابطه با گاز اتن، داریم:



گروه آموزشی ماز

۹۰- هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} ، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

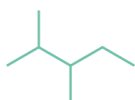
- ۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} که در آن شمار اتم‌های هیدروژن، از دو برابر شمار اتم‌های کربن دو تا بیشتر است، قطعاً متعلق به نوعی آلکان است. قاعده مشخصی برای حل سؤالات مربوط به مبحث ایزومری وجود ندارد و با تغییر یک کلمه در صورت سؤال، ممکن است روند حل سؤال کاملاً تغییر بکند. برای حل این سؤالات، باید حالت‌های مختلف از ساختار یک ماده آلی را رسم کنیم. به این منظور ابتدا باید زنجیر اصلی را پنج کربنه در نظر بگیریم. پس می‌توان گفت از کربن‌های این هیدروکربن، ۵ کربن در ساختار زنجیر اصلی قرار گرفته و دو تا از آن‌ها در ساختار شاخه‌های فرعی قرار خواهند گرفت. برای شاخه‌های فرعی می‌توان دو حالت کلی را در نظر گرفت:

«الف»: حالتی که در آن صرفاً یک شاخه فرعی اتیل داشته باشیم: شاخه فرعی اتیل در یک زنجیر هیدروکربنی ۵ کربنه، صرفاً می‌تواند روی کربن وسط یعنی کربن شماره ۳ قرار بگیرد؛ چراکه در باقی حالت‌ها، زنجیر اصلی تغییر پیدا کرده و دیگر ۵ کربنه نخواهد بود. نام این هیدروکربن ۳-اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. توجه داریم به دلیل اینکه شاخه فرعی اتیل در این هیدروکربن روی کربن دیگری نمی‌تواند قرار بگیرد، لزومی به اشاره به شماره کربن نیست. فرمول نقطه-خط این هیدروکربن به صورت زیر است:



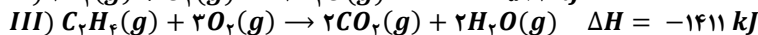
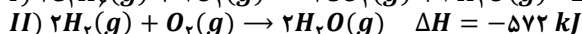
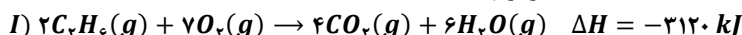
«ب»: حالتی که در آن دو شاخه فرعی متیل داریم: در این حالت، شاخه‌های فرعی می‌توانند روی کربن‌های ۲، ۲، ۳، ۳ و ۴ و همچنین ۳ و ۳ قرار گیرند. فرمول پیوند-خط این هیدروکربن‌ها به صورت زیر است:



پس می‌توان گفت نام ۵ مورد از ایزومرهای C_7H_{16} به پنتان ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۱- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $C_2H_6(g) \rightarrow C_2H_4(g) + H_2(g)$ برابر چند kJ است؟



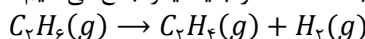
-242 (4)

+137 (3)

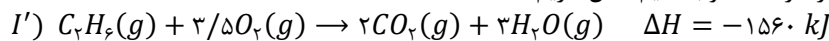
-137 (2)

+242 (1)

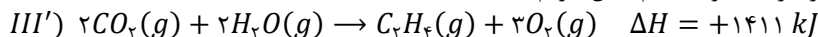
برای محاسبه آنتالپی واکنش خواسته شده باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله، از جمع معادله چند واکنش دیگر به دست آید، آنتالپی آن معادله نیز از جمع آنتالپی معادله‌های جمع شده محاسبه می‌شود. برای استفاده از قانون هس باید ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیر تکراری هستند را انتخاب کنیم و واکنش‌ها را به گونه‌ای تغییر دهیم که ضریب و جهت مواد غیر تکراری مشابه واکنش اصلی شود. سپس اگر واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش، به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده می‌شود. این واکنش را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب این ماده در واکنش باقی‌مانده برابر واکنش دیگر شود، اما جهت آن عکس شود تا این مواد تا این مواد که در واکنش اصلی حضور ندارند، با یکدیگر ساده شده و در واکنش نیایند. در نهایت آنتالپی واکنش‌های به دست آمده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. معادله واکنش خواسته شده به صورت زیر است:



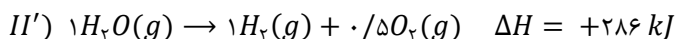
در معادله خواسته شده، C_2H_6 با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. در معادله (I) این ماده با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در ۰/۵ ضرب کنیم. حال داریم:



ترکیب C_2H_4 در معادله خواسته شده با ضریب ۱ در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در معادله (III) این ماده با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در -۱ ضرب کنیم. حال داریم:



گاز H_2 در معادله خواسته شده با ضریب ۱ در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در معادله (II) نیز این ماده با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در ۰/۵ ضرب کنیم. حال داریم:



حال با جمع آنتالپی معادله‌های تغییر یافته، آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

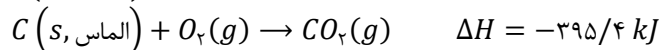
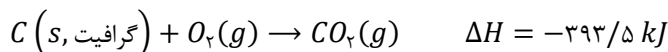
$$\Delta H_T = \Delta H_{I'} + \Delta H_{II'} + \Delta H_{III'} = -1560 + 286 + 1411 = 137 kJ$$

گروه آموزشی ماز

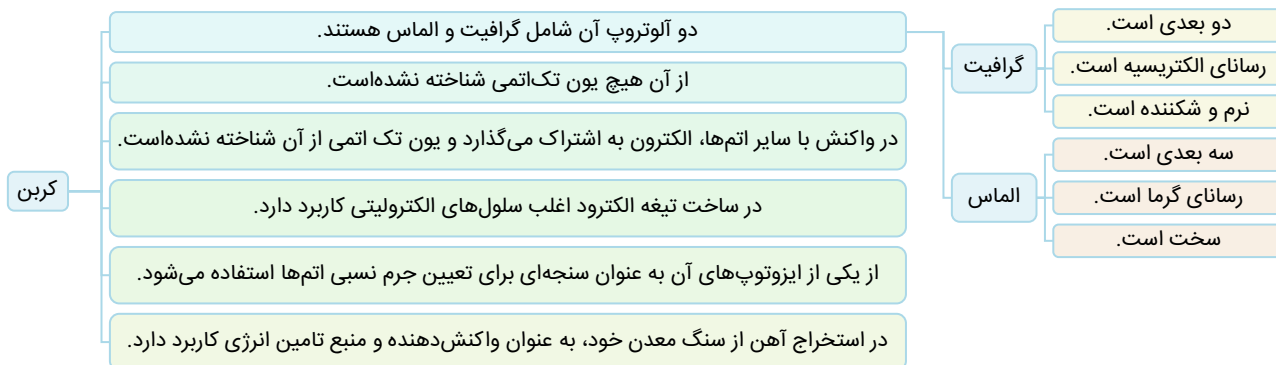
۹۲- کدام مورد درست است؟

- ۱) آلوتروپ پایدارتر کربن، نسبتاً نرم بوده و رسانای جریان برق است.
- ۲) آب اکسیژنه از واکنش مستقیم گازهای اکسیژن و هیدروژن قابل تولید است.
- ۳) اکسایش، واکنش کنترل‌شده مواد با اکسیژن بوده و همیشه با آزادسازی انرژی همراه است.
- ۴) با استفاده از یک گرماسنج می‌توان آنتالپی تشکیل کربن مونوکسید از عناصر سازنده را به‌طور مستقیم محاسبه کرد.

دو آلوتروپ کربن شامل گرافیت و الماس است. این دو آلوتروپ طبق معادله‌های زیر با گاز اکسیژن به سرعت واکنش داده و می‌سوزند:

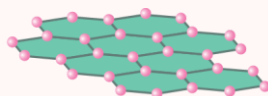


با توجه به معادله‌های گرمایشی بالا، هر دو آلوتروپ در طی واکنش با اکسیژن به فرآورده یکسانی می‌رسند. این در حالی است که الماس انرژی بیشتری در حین واکنش آزاد می‌کند. پس می‌توان گفت انرژی شیمیایی گرافیت نسبت به الماس پایین‌تر بوده و آلوتروپ پایدارتر کربن، معادل با گرافیت است. گرافیت نرم بوده و رسانای جریان برق است. در رابطه با عنصر کربن، داریم:



گرافن

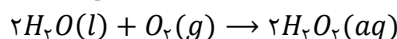
به هر یک از لایه‌های سازنده گرافیت، گرافن گفته می‌شود که در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند. گرافن با الگوی خاص در ساختار خود (الگویی مانند کندوی زنبور عسل)، استحکام ویژه‌ای دارد به طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. با توجه به این‌که ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است، این ماده را می‌توان یک گونه شیمیایی دوبعدی در نظر گرفت. ساختار گرافن به صورت زیر است:



گرافن، یک گونه شفاف و انعطاف‌پذیر است. این ماده، همانند گرافیت، رسانای جریان الکتریسیته است. چون رسانایی الکتریکی این ماده توسط الکترون‌های موجود در آن انجام می‌شود، گرافیت یک رسانای الکترونی به شمار می‌رود. یک روش ساده برای تهیه گرافن، استفاده از نوارچسب و گرافیت برای جداکردن لایه‌هایی از آن است. با این کار، لایه‌ای به ضخامت نانومتر از اتم‌های کربن در سطح نوارچسب ایجاد می‌شود که همان گرافن است.

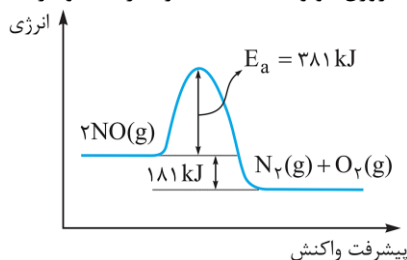
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ هیدروژن پراکسید با نام تجاری آب اکسیژنه از واکنش آب و گاز اکسیژن به دست می‌آید. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:

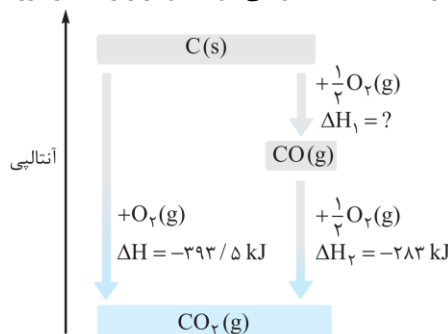


توجه داریم که چون آب پایدارتر از هیدروژن پراکسید است، از واکنش مستقیم گاز اکسیژن و هیدروژن، آب به دست می‌آید.

۳ به واکنش سریع مواد با اکسیژن که گرماده بوده و با آزاد شدن انرژی همراه است، سوختن می‌گویند. واکنش کنترل شده و کند مواد با اکسیژن، معادل با فرایند اکسایش است. توجه داریم که واکنش اکسایش بعضی مواد مانند نیتروژن مونوکسید با گاز اکسیژن گرماگیر بوده و با مصرف انرژی همراه است. تصویر زیر نمودار پیشرفت واکنش-انرژی تجزیه نیتروژن مونوکسید به عناصر سازنده خود را نشان می‌دهد که عکس فرایند اکسایش نیتروژن است:



۴ آنتالپی واکنش تولید کربن مونوکسید از عناصر سازنده آن به طور مستقیم قابل اندازه گیری نیست، چرا که این ماده بسیار ناپایدار بوده و به سرعت در واکنش با گاز اکسیژن، به اکسید پایدارتر کربن یعنی کربن دی اکسید تبدیل می شود. نمودار زیر، تغییر انرژی مواد در طی سوختن کربن را نمایش می دهد:



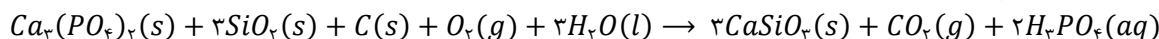
گروه آموزشی ماز

- ۹۳- کدام یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟ ($C = 12, O = 16, Si = 28, Ca = 40, g \cdot mol^{-1}$)
- $$Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) + O_2(g) + H_2O(l) \rightarrow CaSiO_3(s) + CO_2(g) + H_3PO_4(aq)$$
- مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.
 - اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی اکسید مصرف می شود.
 - سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده حاوی فسفر و تولید فرآورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.
 - سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم CO_2 و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم O_2 برابر است.

(سخت - مفهومی و مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ضریب استوکیومتری سیلیسیم دی اکسید ۳ برابر ضریب استوکیومتری کربن دی اکسید است. پس می توان گفت سرعت متوسط مصرف سیلیسیم دی اکسید ۳ برابر سرعت متوسط تولید کربن دی اکسید است. بنابراین اگر در یک بازه زمانی، ۴ مول کربن دی اکسید تولید شود، می توان گفت در آن بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی اکسید مصرف می شود. از طرفی توجه داریم که در گذر زمان، سرعت مصرف واکنش دهنده ها و در نتیجه سرعت تشکیل فرآورده ها کاهش پیدا می کند. پس نمی توان گفت اگر در یک بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی اکسید مصرف شود، در نصف آن بازه زمانی ۶ مول سیلیسیم دی اکسید مصرف شده است.

سرعت متوسط واکنش

شیب نمودار مول-زمان برا هر یک از مواد شرکت کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت کننده ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی دان ها برای درک آسان تر روند پیشرفت واکنش ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به دست می آید. به عنوان مثال در واکنش $3A(g) + 2B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{1 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t}$$

بررسی سایر گزینه ها:

- در معادله موازنه شده، ضریب استوکیومتری $CaSiO_3$ ، ۳ برابر ضریب استوکیومتری $Ca_3(PO_4)_2$ است. پس می توان گفت سرعت متوسط تولید نمک $CaSiO_3$ ، ۳ برابر سرعت متوسط مصرف نمک $Ca_3(PO_4)_2$ است. بنابراین در بازه ای که ۰/۴ مول از نمک $Ca_3(PO_4)_2$ مصرف می شود، ۱/۲ مول نمک $CaSiO_3$ ، تولید خواهد شد.
- ضریب استوکیومتری واکنش دهنده دارای فسفر یعنی $Ca_3(PO_4)_2$ و همچنین فرآورده دارای کربن یعنی کربن دی اکسید، هر دو برابر ۱ است. پس می توان گفت سرعت متوسط تولید کربن دی اکسید و همچنین سرعت متوسط مصرف $Ca_3(PO_4)_2$ با سرعت متوسط واکنش برابر است.
- مقدار ۸۸ گرم CO_2 معادل ۲ مول از آن، ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ معادل ۶ مول از آن و ۶۴ گرم O_2 معادل ۲ مول از آن است. نسبت مصرف و تولید مواد مختلف در واکنش به نسبت اندازه سرعت متوسط آن ها بوده و با ضریب استوکیومتری آن ها در ارتباط است. پس می توان گفت نسبت تولید و مصرف مواد ذکر شده کاملاً صحیح است، چراکه مول تولید شده از CO_2 با مول مصرف شده از O_2 برابر بوده و $\frac{1}{3}$ برابر مول تولید شده از $CaSiO_3$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۴ - چند مورد از موارد زیر درست است؟

- الف: شمار اتم‌های H در واحد تکرار شونده پلی اتن، با شمار اتم‌های H در مونومر تشکیل دهنده آن برابر است.
 ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.
 پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.
 ت: سیبزمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار مارپیچ دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

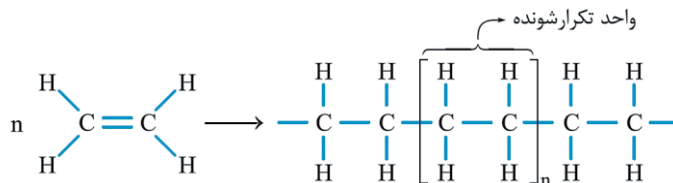
(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تهیه پلی اتن از مونومر آن یعنی اتن به صورت زیر است:

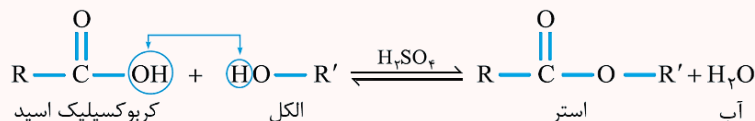


همانطور که مشخص است، در هر واحد تکرار شونده پلیمر، همانند هر واحد از مونومر واکنش دهنده، ۴ اتم هیدروژن حضور دارد.

«ب»: از سولفوریک اسید با فرمول شیمیایی H_2SO_4 می‌توان به‌عنوان کاتالیزگر در واکنش‌های تولید اتانول از اتن و همچنین آبکافت استرها به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود استفاده کرد. توجه داریم که سولفوریک اسید از جمله اسیدهای قوی بوده و درجه یونش آن به تقریب برابر ۱ است. این ماده از واکنش گاز گوگرد تری‌اکسید با آب به‌دست می‌آید.

استری شدن

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به‌دست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:

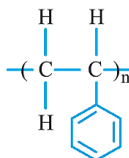


این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود.

«پ»: اطلاعات کلی مربوط به پلیمرهای افزایشی به صورت زیر است:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی - بطری پلاستیکی - لوله پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپین	پروپین	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوروواتن	نخ دندان - کفی اتو - تولید ظروف نجسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)	کیسه‌های خون

فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، پلی‌استیرن بوده که در تهیه ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. ساختار پلی‌استیرن را در تصویر زیر مشاهده می‌کنید:

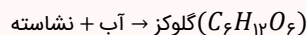


«ت»: سیبزمینی و نان حاوی نشاسته هستند. نشاسته و سلولز هر دو از جمله پلیمرهای گلوکز هستند. با این تفاوت که نشاسته ساختار مارپیچ و سلولز ساختار خطی دارد. ساختار نشاسته و سلولز به صورت زیر است:



نشاسته

هرچند که نشاسته از اتصال ماریپیچی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب‌زمینی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم‌های گوارشی قرار گرفته و براساس معادله زیر تجزیه می‌شوند:



در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می‌شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیه این ماده است که به کمک آنزیم‌های گوارشی تسریع می‌شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزه شیرین در دهان می‌شود.

گروه آموزشی ماز

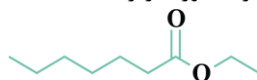
۹۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) کولار نوعی پلی‌آمید بوده و مقاومت آن با نمونه‌ای از فولاد هم جرم برابر است.
- (۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
- (۳) بوی ماهی به دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.
- (۴) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

استر موجود در انگور، اتیل هپتانوات است. این استر از واکنش اتانول و هپتانوئیک اسید حاصل می‌شود. توجه داریم که در طی این واکنش، علاوه بر اتیل هپتانوات، مقداری آب نیز تولید می‌شود. فرمول ساختاری این استر به صورت زیر است:

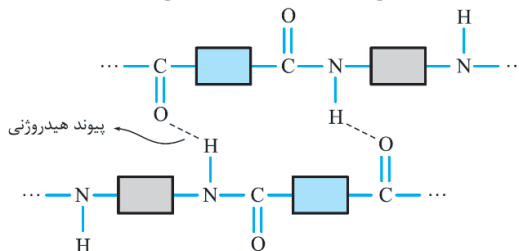


اتانول همانند متانول و پروپانول، از جمله الکل‌هایی است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. جدول زیر، ویژگی‌های برخی از انواع استرهای موجود در گیاهان را نشان می‌دهد:

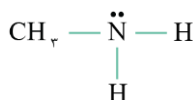
نام گل یا میوه	نام استر	ساختار استر سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده
موز	پنتیل اتانوات	 (C ₇ H ₁₄ O ₂)	CH ₃ — (CH ₂) ₄ — OH ۱- پنتانول	 اتانوئیک اسید
سیب	متیل بوتانوات	 (C ₅ H ₁₀ O ₂)	CH ₃ — OH متانول	 بوتانوئیک اسید
انگور	اتیل هپتانوات	 (C ₉ H ₁₈ O ₂)	CH ₃ CH ₂ — OH اتانول	 هپتانوئیک اسید

بررسی سایر گزینه‌ها:

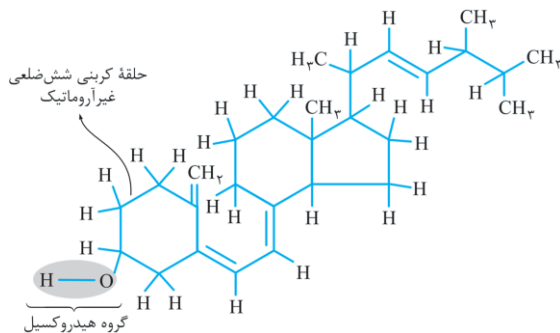
کولار نوعی پلی‌آمید ساختگی بوده که نسبت به فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر است. از کولار در تهیه تیر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقات موتورسواری، جلیقه‌های ضد گلوله و ... استفاده می‌شود. ساختار کولار را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



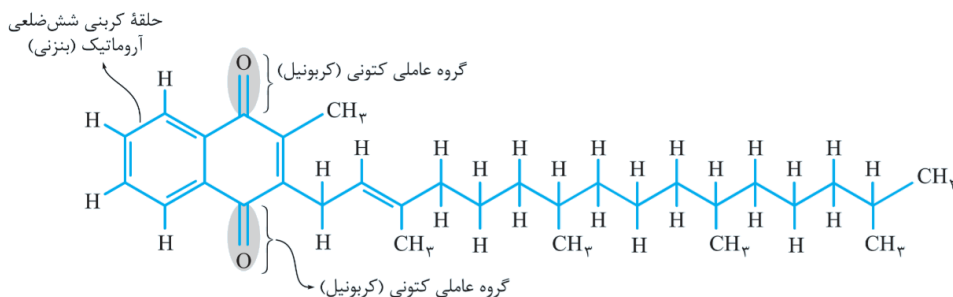
بوی ماهی به دلیل حضور متیل آمین و سایر ترکیبات آمینی است. ساختار مولکول متیل آمین به صورت زیر است:



فرمول ساختاری ویتامین (دی) به صورت زیر است:



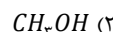
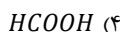
فرمول ساختاری ویتامین (کا) به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ویتامین (کا) برخلاف ویتامین (دی)، فاقد گروه عاملی هیدروکسیل (الکلی) است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- در دما و غلظت آغازی یکسان، از انحلال کدام ماده در آب، غلظت یون هیدروژن افزایش یافته و در محلول حاوی آن، نسبت غلظت یون هیدروژن به غلظت یون هیدروکسید کوچک تر است؟

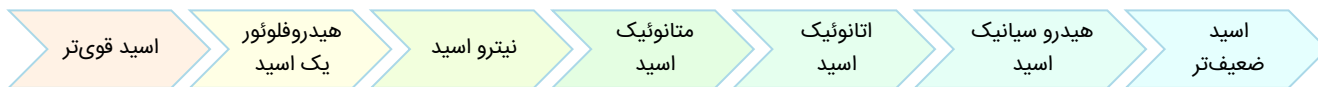


(آسان - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

با حل کردن یک اسید آرنیوس در آب، غلظت یون هیدروژن در محلول افزایش پیدا کرده و غلظت یون هیدروکسید در آن کاهش پیدا می کند. همچنین با حل کردن یک باز آرنیوس در آب، غلظت یون هیدروکسید در محلول افزایش پیدا کرده و غلظت یون هیدروژن در آن کاهش پیدا می کند. پس می توان گفت ماده مورد نظر صورت سؤال، نوعی اسید آرنیوس بوده و تا به اینجای کار آمونیاک نمی تواند گزینه مناسبی باشد. از طرفی الکل هایی مانند CH_3OH به صورت مولکولی در آب حل شده و غلظت یون ها را تغییر نمی دهند. پس متانول نیز نمی تواند گزینه مد نظر طراح سؤال باشد. در محلول حاوی اسید با غلظت آغازی یکسان، هرچه اسید ما قوی تر باشد (یعنی در دمای یکسان، درجه یونش و ثابت یونش بالاتری داشته باشد)، غلظت یون هیدروژن حاصل از انحلال آن بالاتر بوده و غلظت یون هیدروکسید حاصل از آن پایین تر خواهد بود.

مقایسه زیر را درباره قدرت اسیدهای مختلف در دمای یکسان به خاطر بسپارید.



همانطور که مشخص است، هیدروفلوئوریک اسید نسبت به متانوئیک اسید قوی تر بوده و در یک نمونه از محلول این دو اسید با غلظت آغازی یکسان، نسبت غلظت یون هیدروژن به یون هیدروکسید، در محلول حاوی متانوئیک اسید کوچک تر است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مورد عبارت زیر را درباره محلول های فرمیک اسید و استیک اسید در دمای یکسان به درستی تکمیل می کند؟

«اگر در محلول حاوی فرمیک نسبت به محلول حاوی استیک اسید باشد، قطعاً»

(۱) غلظت یون هیدروژن - برابر - غلظت آغازی استیک اسید کمتر بوده است.

(۲) شمار آنیون های حاصل از یونش - بیشتر - pH محلول فرمیک اسید کوچک تر است.

(۳) غلظت آغازی - کمتر - pH محلول فرمیک اسید به pH آب مقطر نزدیک تر خواهد بود.

(۴) غلظت آغازی اسید - بیشتر - غلظت یون هیدروژن در محلول فرمیک اسید بیشتر خواهد بود.

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

فرمیک اسید و استیک اسید هر دو جزو کربوکسیلیک اسیدها هستند. در دمای یکسان، فرمیک اسید ثابت یونش بالاتری داشته و نسبت به استیک اسید، اسید قوی تری محسوب می شود. در دما و غلظت یکسان، درجه یونش فرمیک اسید بیشتر بوده و غلظت تعادلی یون هیدروژن حاصل از آن نیز بالاتر خواهد بود. با افزایش

غلظت آغازی اسید، غلظت یون هیدروژن در محلول حاصل افزایش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت اگر غلظت آغازی فرمیک اسید در محلول حاوی آن، بالاتر از غلظت آغازی اتانویک اسید باشد، قطعاً غلظت یون هیدروژن حاصل از آن و غلظت ذرات اسیدی یونیده نشده موجود در محلول آن نیز قطعاً بالاتر خواهد بود.

کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار خود گروه کربوکسیل ($-COOH$) دارند. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند. به طوری که عامل مزه ترش میوه‌هایی مانند انگور، لیمو ترش، کیوی، گوجه سبز و ... ناشی از وجود چنین مولکول‌هایی در آن‌هاست. متانویک اسید (فرمیک اسید) اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده که در اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش محل گزیدگی می‌شود. اتانویک اسید (استیک اسید) یک اسید دو کربنی است که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرمیک اسید نسبت به استیک اسید، اسید قوی‌تری است و در محلولی از آن‌ها که غلظت اولیه اسیدها برابر باشد، غلظت یون هیدروژن در محلول حاوی فرمیک اسید بالاتر خواهد بود، پس می‌توان گفت اگر در محلول‌های جداگانه‌ای از این دو اسید، غلظت یون هیدروژن برابر باشد، غلظت اولیه فرمیک اسید در محلول خود کوچک‌تر بوده است.

۲ بر اثر یونش هر واحد فرمیک اسید، یک واحد یون هیدروژن و یک واحد فرمات ($HCOO^-$) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت شمار آنیون‌های تولید شده در محلول با شمار یون‌های هیدروژن تولید شده برابر است. در محلول حاوی استیک اسید نیز از یونش هر واحد از مولکول اسیدی، یک واحد یون هیدروژن و یک واحد استات (CH_3COO^-) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت در محلول حاوی استیک اسید نیز شمار آنیون‌های تولید شده، با شمار یون‌های هیدروژن تولید شده برابر است. ثابت یونش اسیدها، نسبت غلظت یون‌های حاصل از یونش به غلظت مولکول‌های اسید باقی‌مانده را نشان می‌دهد. اسیدی که ثابت یونش بالاتری داشته باشد، در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدروژن تولید شده حاصل از یونش آن نیز بالاتر خواهد بود. توجه داریم که ثابت یونش و pH محلول بر اساس غلظت یون هیدروژن تعریف شده و لزوماً با شمار این یون‌ها ارتباط مستقیم ندارد. این در حالی است که در عبارت داده شده، از مقدار مول ذرات صحبت شده و حرفی از غلظت نیامده است.

۳ برای مقایسه pH محلول‌های اسیدی، از مقایسه غلظت یون هیدروژن آن‌ها استفاده می‌کنیم. غلظت یون هیدروژن از حاصل ضرب غلظت آغازی اسید در درجه یونش حاصل می‌شود. طبق گفته صورت سؤال، غلظت فرمیک اسید پایین‌تر از استیک اسید است. از طرفی فرمیک اسید در این شرایط، درجه یونش بالاتری نسبت به استیک اسید دارد. بنابراین نمی‌توان مقایسه دقیقی در مورد غلظت یون هیدروژن حاصل از آن‌ها و در نتیجه pH محلول آن‌ها انجام داد.

گروه آموزشی ماز

۹۸- مقدار ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول حاوی اسید قوی HA با $pH = ۰/۳$ در اختیار داریم. ابتدا a میلی‌لیتر آب به آن اضافه کرده و سپس $۰/۵a$ میلی‌لیتر از محلول حاصل را برداشته و با اضافه کردن $۲/۵$ گرم سدیم هیدروکسید به آن، pH محلول را به ۷ می‌رسانیم. مقدار a کدام است؟

($N_a = ۲۳, O = ۱۶, H = ۱ : g \cdot mol^{-1}$)

۱۰۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

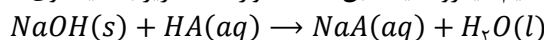
(سخت - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با توجه به pH محلول، غلظت یون هیدروژن موجود در محلول را محاسبه کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow ۰/۳ = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۰/۵ \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با افزودن a میلی‌لیتر آب مقطر به محلول، حجم آن $\frac{۵۰۰+a}{۵۰۰}$ برابر شده و در نتیجه غلظت آن $\frac{۵۰۰}{۵۰۰+a}$ برابر می‌شود. پس می‌توان گفت غلظت یون هیدروژن در این محلول به $\frac{۲۵۰}{۵۰۰+a} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۵۰۰}{۵۰۰+a}$ می‌رسد. سدیم هیدروکسید طبق معادله موازنه شده زیر با اسید قوی HA واکنش می‌دهد:



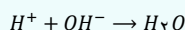
توجه داریم که واکنش خنثی شدن به صورت کامل انجام شده و pH محلول به pH خنثی یعنی ۷ می‌رسد. حال بر اساس مول سدیم هیدروکسید مصرف شده، مقدار عددی a را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که اسید مورد نظر قوی بوده و درجه یونش آن برابر ۱ است. پس می‌توان گفت غلظت یون هیدروژن آن با غلظت آغازی اسید برابر است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{۲}{۵} g NaOH = ۰/۵a mL \text{ محلول} \times \frac{۱ L \text{ محلول}}{۱۰۰۰ mL \text{ محلول}} \times \frac{\left(\frac{۲۵۰}{۵۰۰+a}\right) mol HA}{۱ L \text{ محلول}} \times \frac{۱ mol NaOH}{۱ mol HA} \times \frac{۴۰ g NaOH}{۱ mol NaOH} \Rightarrow$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۵۰۰ \cdot a}{۵۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰ \cdot a} \Rightarrow a = ۵۰۰ mL$$

در رابطه با واکنش خنثی شدن، داریم:

به صورت کلی این واکنش را می‌توان به صورت زیر نوشت:



خنثی شدن

واکنش خنثی شدن، مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌هاست.

این واکنش همچنین مبنای داروهای ضداسید است.

۹۹- نسبت عدد اکسایش اتم کربن موجود در ساختار متانول، به اندازه اختلاف میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در بنزن و فراورده حاصل از سوختن کامل آن کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۰/۴ (۳) ۱ (۴) +۰/۴

پاسخ: گزینه ۲

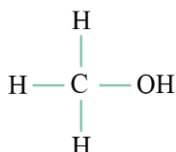
(آسان - مفهومی - ۱۳۰۲)

برای محاسبه عدد اکسایش عناصر مختلف از روش زیر استفاده می‌کنیم:

- ۱ الکترون‌های ناپیوندی هر اتم، متعلق به همان اتم است.
- ۲ اگر پیوند بین اتم‌های یکسان باشد، به هر اتم شرکت‌کننده در پیوند یک الکترون نسبت می‌دهیم.
- ۳ اگر پیوند بین اتم‌های غیریکسان باشد، هر دو الکترون پیوند متعلق به اتمی با خاصیت نافلزی بیشتر است.
- ۴ در پایان با استفاده از فرمول زیر عدد اکسایش اتم را محاسبه می‌کنیم:

تعداد الکترون نسبت داده شده - تعداد الکترون لایه ظرفیت = عدد اکسایش

فرمول ساختاری متانول به صورت زیر است:



در ساختار متانول، اتم کربن الکترون ناپیوندی بر روی خود ندارد. از طرفی خاصیت نافلزی کربن نسبت به اکسیژن کمتر است. بنابراین الکترونی از این پیوند به کربن نسبت داده نمی‌شود. از طرفی خاصیت نافلزی کربن نسبت به هیدروژن بیشتر است. پس می‌توان گفت تمام الکترون‌های پیوندی بین کربن و اتم‌های هیدروژن (۶ الکترون) به کربن نسبت داده می‌شود. طبق توضیحات داده شده، ۶ الکترون به کربن نسبت داده می‌شود. از طرفی کربن اولین عنصر گروه چهاردهم جدول تناوبی بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۴ است. در پایان عدد اکسایش کربن در این گونه را محاسبه می‌کنیم:

$$-۲ = ۴ - ۶ = \text{تعداد الکترون نسبت داده شده} - \text{تعداد الکترون لایه ظرفیت} = \text{عدد اکسایش}$$

از روش دیگری نیز می‌توانیم عدد اکسایش کربن را در گونه‌های آلی محاسبه کنیم. بنزن گونه‌ای خنثی با فرمول مولکولی C_6H_6 است. پس می‌توان گفت مجموع عدد اکسایش اتم‌های آن برابر صفر است. از طرفی عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در تمام ترکیبات آلی برابر +۱ است. بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در بنزن برابر +۶ است و مجموع عدد اکسایش ۶ اتم کربن حاضر در ساختار بنزن باید برابر -۶ باشد. در نتیجه میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در بنزن برابر -۱ است. فراورده کربن دار حاصل از سوختن کامل هیدروکربن‌ها، کربن دی‌اکسید با فرمول مولکولی CO_2 است. عدد اکسایش هر اتم اکسیژن در این ترکیب برابر با -۲ است. پس عدد اکسایش اتم کربن موجود در آن باید +۴ باشد. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{-۲}{|-۱ - (+۴)|} = -۰/۴$$

گروه آموزشی ماز

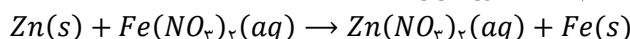
۱۰۰- تیغه‌ای به جرم ۶۵۰ گرم از آلیاژی از فلزهای مس و روی در اختیار داریم. اگر با قرار دادن تیغه در محلول حاوی آهن(II) نیترات و انجام کامل واکنش، جرم تیغه به ۵۹۶ گرم برسد، چند درصد جرم تیغه اولیه را فلز واکنش پذیرتر تشکیل داده است؟ (فرض کنید که تمام اتم‌های فلزی تشکیل شده، روی تیغه رسوب می‌کنند. $Zn = ۶۵, Cu = ۶۴, Fe = ۵۶ : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

(متوسط - مسئله - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مقایسه واکنش پذیری سه فلز آهن، روی و مس به صورت $Zn > Fe > Cu$ است. پس می‌توان گفت روی برخلاف مس، می‌تواند یون آهن را از ترکیبات خود جدا کرده و جایگزین آن شود. واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در طی این واکنش، به ازای مصرف هر مول فلز روی (معادل ۶۵ گرم از فلز روی)، ۱ مول آهن (معادل ۵۶ گرم از فلز آهن) تولید می‌شود. مصرف شدن فلز روی باعث کاهش جرم تیغه و تولید شدن آهن و رسوب آن روی تیغه، باعث افزایش جرم تیغه می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای مصرف ۱ مول روی، جرم تیغه به اندازه ۹ گرم ($۹ = ۵۶ - ۶۵$) کاهش پیدا می‌کند. با توجه به اطلاعات سؤال، با انجام این واکنش، جرم تیغه از ۶۵۰ گرم به ۵۹۶ گرم رسیده و به اندازه ۵۴ گرم کاهش پیدا کرده است. حال مقدار روی مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? g Zn = ۵۴ g \text{ کاهش} \times \frac{۱ \text{ mol Zn}}{۹ g \text{ کاهش}} \times \frac{۶۵ g Zn}{۱ \text{ mol Zn}} = ۳۹۰ g$$

حال درصد جرمی فلز واکنش پذیرتر یعنی روی را به دست می آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم روی}}{\text{جرم آلیاژ}} \times 100 = \frac{390 \text{ g}}{650 \text{ g}} \times 100 = 60 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: در میان پرتوهای منعکس شده از جسم آبی، برخلاف جسم قرمز، پرتوهایی با طول موج حدود 700 nm حضور ندارند.
 ب: پرتوهای هم‌رنگ با محلول حاوی وانادیم (V) نسبت به پرتوهای هم‌رنگ با محلول وانادیم (IV) طول موج بلندتری دارند.
 پ: اجسامی که سطح آن‌ها توسط تیتانیوم (IV) اکسید پوشانده شده باشد، همه پرتوهای مرئی را جذب می‌کنند.
 ت: رنگ‌های شیمیایی انواعی از مخلوط‌هایی هستند که ناپایدار و به ظاهر ناهمگن هستند.

(۱) «ب» و «ت» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

عبارتهای (الف) و (ب) درست هستند.

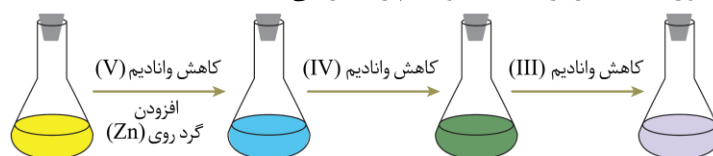
بررسی موارد:

«الف»: پرتوهایی با طول موج حدود 700 nm مربوط به پرتوهای قرمز رنگ هستند. اجسام آبی همه پرتوهای مرئی به جز پرتوهای آبی را جذب کرده و پرتوهای آبی را منعکس می‌کنند. اجسام قرمز همه پرتوهای مرئی به جز پرتوهای قرمز را جذب کرده و پرتوهای قرمز را منعکس می‌کنند.

رنگ

امروزه با پیشرفت و گسترش تولید فرآورده‌های صنعتی، این فرآورده‌ها افزون بر رقابت در جنبه‌های کمی و کیفی، باید از دیدگاه زیباشناختی نیز رنگ و رنگ‌آمیزی جذاب و مناسبی داشته باشند. بر این اساس، امروزه رنگ‌های ساختگی گوناگونی تولید می‌شوند که از آن‌ها در صنایع غذایی، نساجی و ساختمانی استفاده می‌شود. رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند (مثل رنگ‌های روغنی)، نوعی کلوئید هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، از نفوذ رطوبت و اکسیژن به لایه‌های زیرین جلوگیری کرده و مانع خوردگی اجسام در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی شوند.

«ب»: جدول زیر، اطلاعات مربوط به محلول‌های حاصل از نمک‌های وانادیم را نشان می‌دهد:



محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چندانمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چندانمی است.	$[18 \text{ Ar}] 3d^2$	$[18 \text{ Ar}] 3d^3$

رنگ این محلول‌ها را می‌توان با اسم رمز «بَساز» به‌خاطر سپرد که حروف آن به‌ترتیب نماد رنگ‌های بنفش، سبز، آبی و زرد هستند. پرتوهای حاصل از محلول حاوی نمک وانادیم (V) زرد رنگ و پرتوهای حاصل از محلول حاوی نمک وانادیم (IV) آبی رنگ است. طول موج پرتو زرد، بلندتر از طول موج پرتو آبی است. مقایسه طول موج پرتوهای مرئی به‌صورت زیر است:

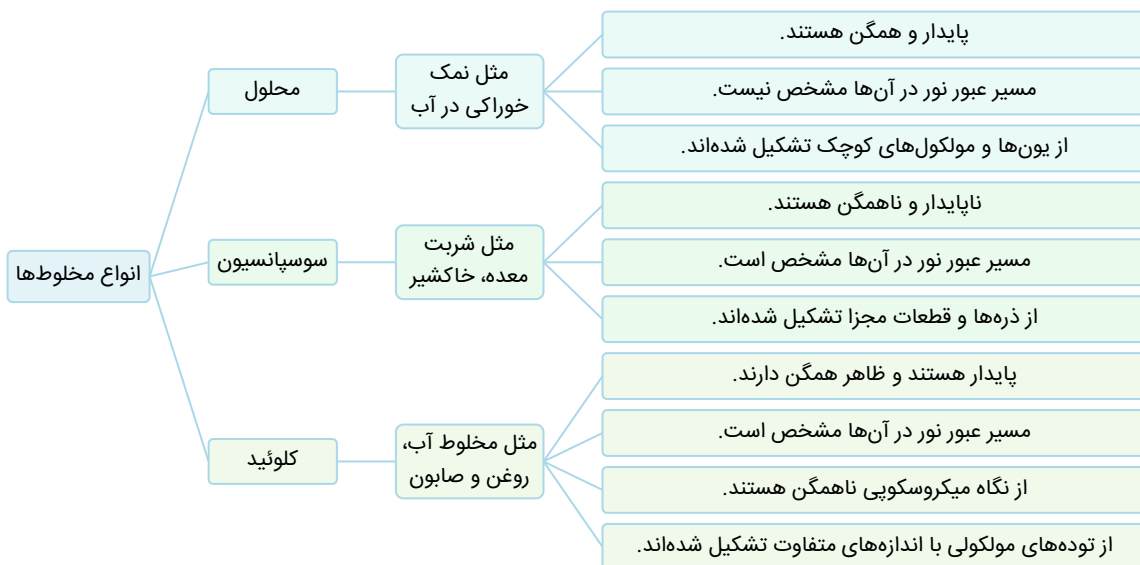


«پ»: از تیتانیوم (IV) اکسید با فرمول شیمیایی TiO_2 به‌عنوان رنگ‌دانه سفید استفاده می‌شود. اجسام سفید رنگ همه پرتوهای مرئی تابیده شده به خود را بازتابش می‌کنند. در رابطه با عنصر تیتانیوم، داریم:

- نقطه ذوب آن از فولاد بالاتر و چگالی آن کمتر است.
- همراه با نیکل، در ساخت نیتینول کاربرد دارد.
- با ذرات موجود در آب دریا به سختی واکنش می‌دهد.
- در برابر سایش و خوردگی مقاوم است.
- به صورت Ti^{2+} و Ti^{4+} در ترکیب‌های یونی دیده می‌شود.

تیتانیوم

«ت»: رنگ‌های شیمیایی نوعی کلونید هستند. کلونیدها ظاهر همگنی دارند اما از نگاه میکروسکوپی، ناهمگن هستند. نمودار زیر ویژگی‌های انواع مخلوطها را مقایسه می‌کند:



گروه آموزشی ماز

۱۰۲- کدام موارد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف: نقطه جوش: $CH_3CH_2OH > CH_3OCH_3$

پ: آنتالپی فروپاشی شبکه: $Li_2O > MgO$

ب: گشتاور دوقطبی: $NH_3 > PH_3$

ت: شمار الکترون ناپیوندی: $CO_3^{2-} > ClO_3^-$

(۳) «ب» و «ت» (۴) «الف» و «ب»

(۱) «پ» و «ت» (۲) «الف» و «پ»

(آسان - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: اتانول با فرمول مولکولی CH_3CH_2OH ، دومین عضو خانواده الکل‌های تک عاملی و دی‌متیل‌اتر با فرمول مولکولی CH_3OCH_3 ، نخستین عضو خانواده اترها است. الکل‌ها برخلاف اترها، در ساختار خود اکسیژن متصل به هیدروژن داشته و به همین دلیل بین مولکول‌های آن‌ها پیوند هیدروژنی حضور دارد. از طرفی جرم مولی این دو ترکیب برابر است. پس می‌توان گفت به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های اتانول، نیروی بین مولکولی آن نسبت به دی‌متیل‌اتر قوی‌تر بوده و نقطه جوش بالاتری نیز دارد.

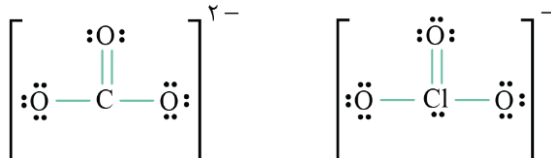
«ب»: خاصیت نافلزنی نیتروژن بیشتر از فسفر است و در یک نمونه از NH_3 ، بر خلاف PH_3 بین مولکول‌ها، پیوند هیدروژنی حضور دارد. پیوند هیدروژنی باعث افزایش گشتاور دوقطبی گونه و در نتیجه قوی‌تر شدن نیروی بین ذرات می‌شود.

«پ»: مجموع اندازه بار یون‌ها در منیزیم اکسید با فرمول شیمیایی MgO برابر ۴ و مجموع اندازه بار یون‌ها در لیتیم اکسید با فرمول شیمیایی Li_2O برابر ۳ است. پس می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی منیزیم اکسید از لیتیم اکسید بالاتر است.

چگالی بار

اگر هر یون را کره‌ای باردار در نظر بگیریم، چگالی بار هم‌ارز با نسبت اندازه بار به حجم آن است. کمیتی که برای مقایسه میزان برهمکنش میان یون‌ها به کار می‌رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به کار برد، نسبت مقدار بار به شعاع یون است. هرچه مجموع اندازه بار یون‌های یک ترکیب یونی بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب آن بالاتر است. از طرفی هرچه شعاع یون‌های سازنده آن کمتر باشد، طول پیوند کمتر بوده و آنتالپی فروپاشی آن بالاتر است. البته توجه داریم که تأثیر اندازه بار یون‌ها در آنتالپی فروپاشی یک ترکیب یونی، بیشتر از اندازه شعاع یون‌ها است.

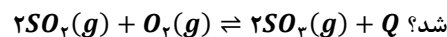
«ت»: فرمول ساختار یون‌های کلرات (ClO_3^-) و کربنات (CO_3^{2-}) به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در یون کلرات ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی و در یون کربنات، ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- واکنش زیر در شرایط استاندارد در یک ظرف در حال انجام است. کدام یک از تغییرات زیر باعث افزایش درصد پیشرفت واکنش در معادله زیر نخواهد



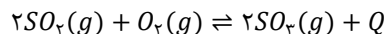
- (۲) خارج کردن مدام فراورده از ظرف واکنش
(۴) انجام واکنش در دما و فشار انتهایی لایه استراتوسفر

- (۱) افزودن مقداری SO_2 به ظرف واکنش
(۳) انتقال مواد شرکت کننده به ظرف کوچک تر

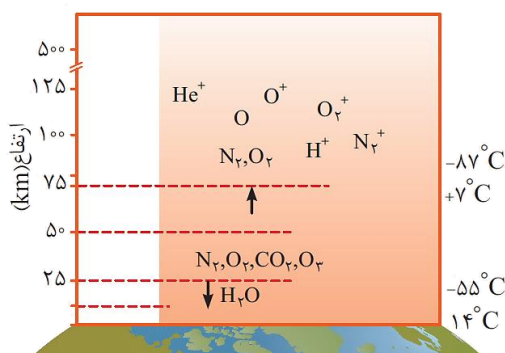
(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

اکسیدهای گوگرد شامل گوگرد دی اکسید (SO_2) و گوگرد تری اکسید (SO_3) هستند. از واکنش SO_2 با گاز اکسیژن، SO_3 تولید می شود. معادله موازنه شده انجام این واکنش به صورت زیر است:



با افزایش ارتفاع در هواکره، فشار هوا پیوسته کاهش پیدا می کند. با کاهش فشار، واکنش تعادلی به سمتی پیشرفت می کند که مول گازی بیشتری تولید شود. یعنی سمتی که در آن مجموع ضرایب مواد گازی موجود در واکنش بیشتر است. پس می توان گفت اثر کاهش فشار بر این واکنش، پیشرفت واکنش به سمت واکنش دهنده ها و کاهش بازده واکنش است. از طرفی دمای هوا در انتهای لایه استراتوسفر به تقریب برابر $7^\circ C$ است. این دما بالاتر از دمای شرایط استاندارد یعنی $0^\circ C$ است. با افزایش دما در واکنش گرماگیر، تعادل به سمت مصرف گرما یعنی سمت برگشت پیشرفت می کند. بنابراین می توان گفت با انتقال ظرف به انتهای لایه استراتوسفر، هر دو عامل فشار و دما باعث خواهند شد که واکنش به سمت برگشت پیش رود و مقدار فراورده و در نتیجه بازده کاهش پیدا کند. تصویر زیر دمای هواکره در لایه های مختلف را نمایش می دهد:



بررسی سایر گزینه ها:

۱ با افزودن مقداری گاز گوگرد دی اکسید به ظرف واکنش، تعادل به سمت مصرف آن یعنی به سمت رفت پیشروی کرده و مقدار فراورده بیشتری نیز طی این فرایند تولید می شود.

۲ با خارج کردن مدام فراورده از ظرف واکنش، تعادل به سمت تولید آن، یعنی سمت رفت پیشروی کرده و مقدار فراورده بیشتری نیز تولید خواهد شد.

۳ با انتقال مواد شرکت کننده در واکنش به ظرف کوچک تر، غلظت همه مواد ناگهان افزایش پیدا می کند. در این شرایط واکنش به سمتی پیش می رود که مجموع مول گازها کاهش پیدا کند. با توجه به اینکه مجموع ضرایب مواد گازی در سمت فراورده ها کوچک تر است، با انتقال مواد به ظرف کوچک تر، واکنش به سمت رفت پیش رفته و فراورده بیشتری نیز تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- واکنش گازی $2A(g) + 4B(g) \rightleftharpoons C(g) + 2D(g)$ ، با تزریق ۶ مول از هر کدام از واکنش دهنده ها به یک ظرف در بسته انجام می شود. اگر ثابت

تعادل واکنش برابر با $8 L^3 \cdot mol^{-3}$ باشد و در لحظه تعادل مجموع مول گازهای درون ظرف ۹ مول باشد، حجم ظرف واکنش چند لیتر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

(متوسط - مسئله - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

معادله تعادلی واکنش انجام شده به صورت زیر است:



طبق گفته صورت سؤال، در ابتدا ۶ مول از هر واکنش دهنده در ظرف واکنش حضور داشته است. حال فرض می کنیم تا لحظه برقراری تعادل، x مول C تولید شود. این اساس می توان گفت تا لحظه برقراری تعادل $2x$ مول از گاز A و $4x$ مول از گاز B مصرف شده و x مول از گاز C و $2x$ مول از گاز D تولید می شود. حال داریم:

ماده	A	B	C	D
مول اولیه	۶	۶	۰	۰
تغییر مول	-۲x	-۴x	+x	+۲x
مول تعادلی	۶ - ۲x	۶ - ۴x	x	۲x

حال با استفاده از مجموع مول گازها در لحظه تعادل، مقدار x را محاسبه می کنیم:

$$7 = (6 - 2x) + (6 - 4x) + x + 2x = 12 - 3x = 9 \Rightarrow x = 1$$

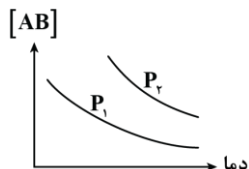
با توجه به محاسبات انجام شده، مول گازهای A ، B ، C و D به ترتیب برابر ۴، ۲، ۱ و ۲ خواهد بود. در پایان با استفاده از ثابت تعادل واکنش مورد نظر، حجم ظرف را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{n_C \times (n_D)^2}{(n_A)^2 \times (n_B)^4} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{\Delta n} \xrightarrow{\Delta n = -2} 8 = \frac{1 \times 4}{16 \times 16} \times V^3 \Rightarrow V^3 = 512 \Rightarrow V = 8 \text{ L}$$

توجه داریم که در فرمول بالا برای محاسبه مقدار Δn ، مجموع ضرایب مواد گازی واکنش‌دهنده‌ها را از مجموع ضرایب مواد گازی فراورده‌ها کم می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- نمودار مقابل غلظت تعادلی گاز AB را در واکنش $2AB(g) \rightleftharpoons 2A(g) + B_2(g)$ نمایش می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



۱) $P_2 > P_1$ و با کاهش دما مقدار ثابت تعادل نیز کاهش پیدا می‌کند.

۲) $P_2 > P_1$ و با افزایش دما، تغییر مول فراورده‌ها با یکدیگر برابر است.

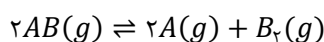
۳) $P_1 > P_2$ و با افزایش حجم، غلظت AB در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

۴) $P_1 > P_2$ و با افزایش فشار غلظت فراورده‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

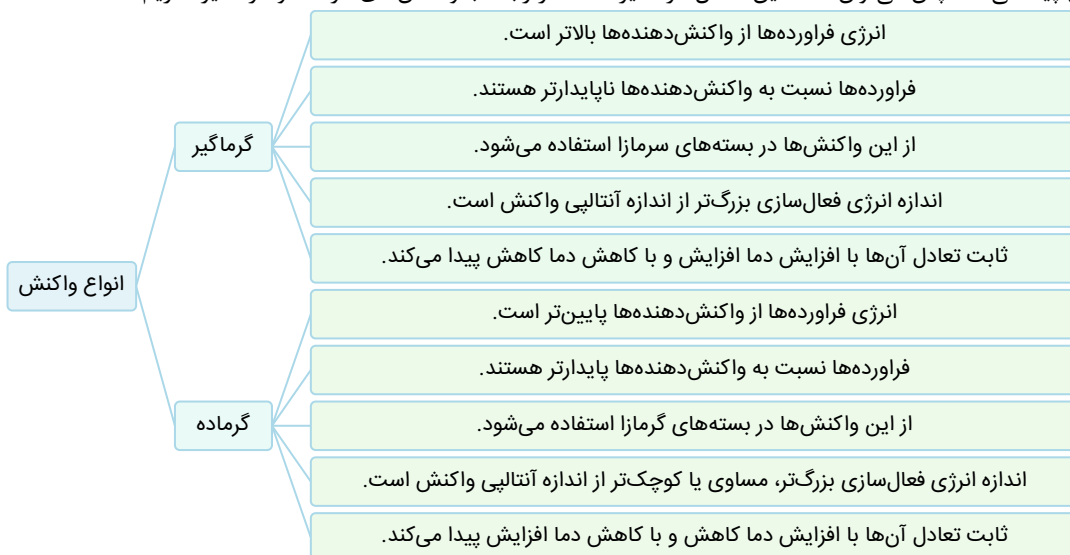
پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

معادله موازنه شده واکنش تعادلی انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به نمودار دما و غلظت واکنش‌دهنده در این تعادل، در یک دمای یکسان، غلظت گاز AB در فشار P_2 بالاتر است. از طرفی می‌دانیم در یک واکنش تعادلی، با افزایش فشار، تعادل به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی کوچک‌تر باشد. پس می‌توان گفت که در این تعادل با افزایش فشار، تعادل به سمت تولید بیشتر گاز AB پیش می‌رود. بنابراین می‌توان گفت P_1 از P_2 بزرگ‌تر است. از طرفی در این تعادل با کاهش دما، غلظت فراورده‌ها و در نتیجه ثابت تعادل کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت این تعادل گرماگیر است. در رابطه با واکنش‌های گرماده و گرماگیر، داریم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) این تعادل از نوع گرماگیر بوده و با افزایش دما در جهت مصرف گرما یعنی به سمت فراورده‌ها پیش می‌رود. با ایجاد تغییر ذکر شده، مول هر کدام از فراورده‌ها به نسبت ضریب استوکیومتری خود در معادله موازنه شده افزایش پیدا می‌کند. به این معنی که تغییر مول گاز A ، دو برابر تغییر مول گاز B_2 خواهد بود.

۳) با افزایش حجم ظرف، غلظت همه گازهای موجود در تعادل ناگهان کاهش پیدا می‌کند. واکنش برای مقابله با این تغییر، به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی بیشتر است. به این معنی که پس از افزایش حجم، واکنش‌دهنده مصرف شده و فراورده‌ها تولید می‌شوند. توجه داریم که در تعادل جدید، غلظت همه گازها نسبت به غلظت آن‌ها در تعادل اولیه کوچک‌تر است.

۴) با افزایش فشار، غلظت همه گازهای موجود در تعادل ناگهان افزایش پیدا می‌کند. واکنش برای مقابله با این تغییر، به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی کمتر است. به این معنی که پس از افزایش فشار، فراورده‌ها مصرف شده و واکنش‌دهنده تولید می‌شود. توجه داریم که در تعادل جدید، غلظت همه گازها نسبت به غلظت آن‌ها در تعادل اولیه بزرگ‌تر است.

گروه آموزشی ماز