

# آزمون آزمایشی ۲۹ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

## ریاضیات

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱- برای هر  $a$  از بازه  $(-1, 1)$ ، رابطه  $f(a) - f(\sqrt[3]{a}) \leq 0$  برقرار است. ضابطه تابع  $f$  کدام می تواند باشد؟

(۱)  $x^3$       (۲)  $-x^3$       (۳)  $|x^3|$       (۴)  $-|x^3|$

۲- معادله  $(2-a)x^2 - 2ax + 1 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی مثبت است. کدام معادله زیر دارای دو ریشه حقیقی مختلف علامه است؟

(۱)  $(a-1)x^2 - x + 2 - a = 0$

(۲)  $(a-2)x^2 + x + a - 3 = 0$

(۳)  $(a-1)x^2 + x + a - 2 = 0$

(۴)  $(a+2)x^2 - x + a + 3 = 0$

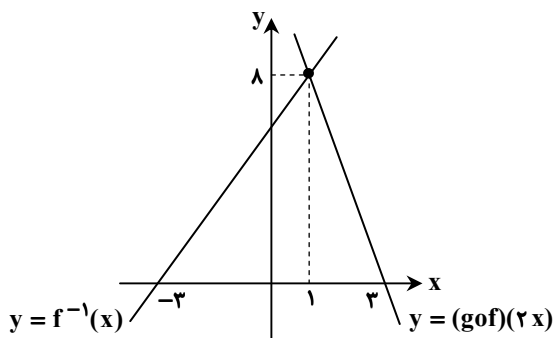
۳- مجموعه جواب نامعادله  $2 \leq \frac{[x]-3}{[x]-2} \leq 5$  برابر بازه  $[a, b]$  است. حاصل  $b-a$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح می باشد.)

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

۴- دو ضلع مربعی بر خطوط  $x-3y=1$  و  $\frac{x}{6} - \frac{y}{2} = 1$  قرار دارند. فاصله مرکز مربع تا یکی از رأس های آن چقدر است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $2\sqrt{5}$       (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۵- در شکل زیر، نمودار توابع  $y = f^{-1}(x)$  و  $y = (g \circ f)(2x)$  رسم شده اند. ضابطه تابع  $y = (f \circ g)(x)$  کدام است؟



(۱)  $-2x - 1$

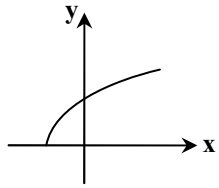
(۲)  $-2x - 3$

(۳)  $-4x + 3$

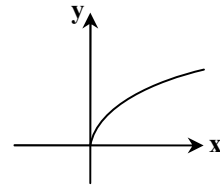
(۴)  $-4x + 1$

محل انجام محاسبات:

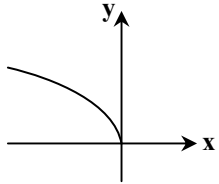
۶- تابع  $f(x) = (a^2 - 4)x^2 + (a + 1)x + a$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است. نمودار تابع  $y = \sqrt{(fof)(x)}$  به کدام صورت است؟



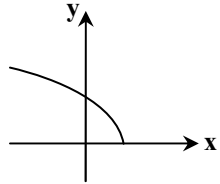
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۷- در مثلث  $ABC$ ، می‌دانیم:  $\tan \hat{C} = 2$ ،  $\tan \hat{B} = \frac{5}{12}$  و  $BC = 29$ . طول ضلع  $AC$  کدام است؟ آزمون وی ای پی

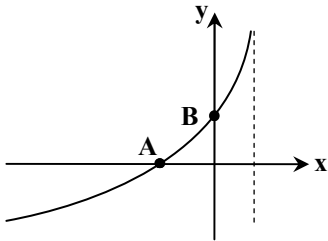
$6\sqrt{3}$  (۴)

$5\sqrt{5}$  (۳)

$5\sqrt{3}$  (۲)

$3\sqrt{6}$  (۱)

۸- نمودار تابع  $f(x) = 2 - \log_2(1 - ax)$  به صورت زیر است. اگر شیب خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $B$  برابر  $\frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



$\frac{1}{3}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۴)

۹- اگر نمودار وارون تابع  $f(x) = x + 4\sqrt{x} + 8$  را  $k$  واحد به سمت بالا انتقال دهیم، تابع  $g$  به دست می‌آید. حداقل مقدار  $k$  کدام باشد تا تابع  $g$  نمودار وارون خود را قطع کند؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

۱۰- اگر زاویه‌ای حاده باشد و  $2 + 3 \cot^2 \alpha = -6 \cos 2\alpha$ ، حاصل  $\tan(2\alpha - \frac{\pi}{2})$  کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

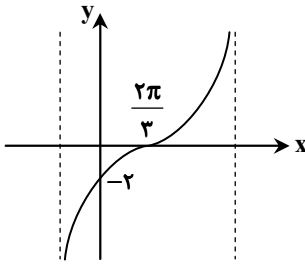
$\sqrt{3}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)

$-\sqrt{3}$  (۱)

محل انجام محاسبات:

۱۱- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a - \tan(bx + \frac{\pi}{4})$  به صورت زیر است. دوره تناوب این تابع کدام است؟



$$\frac{8\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5\pi}{3} \quad (4)$$

۱۲- معادله  $\frac{\tan 2x - \cot x}{\cos x} = 0$  در بازه  $(\alpha, \beta)$  جواب ندارد. حداکثر طول این بازه چقدر است؟

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

۱۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^x(1+bx)^x - 1}{x} = \frac{a^2}{b}$  باشد، مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

$$3 \text{ یا } -1 \quad (4)$$

$$-3 \text{ یا } 1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \text{ یا } -1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \text{ یا } 1 \quad (1)$$

۱۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a - \sqrt{x+2}}{bx - 2b} = \frac{1}{2}$  حاصل،  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + \sqrt{x[x]+1}}{bx - 1}$  کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{a + \cos x} & x \neq \pi \\ |\sin x| & x = \pi \end{cases}$  پیوسته است. حاصل  $ab$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (1)$$

۱۶- اگر  $f(x) = \left(\frac{x + \sqrt[3]{2x}}{x - \sqrt{x}}\right) \times \cos \frac{\pi}{\sqrt{x}}$  حاصل  $f'(4)$  کدام است؟

$$\frac{2\pi}{16} \quad (4)$$

$$-\frac{2\pi}{16} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{2\pi}{8} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات:

۱۷- تابع  $f$  مشتق پذیر از مرتبه دوم است و  $x^2 + xf(x^3) = g(x)$  اگر  $f'(1) = 2$  و  $f''(1) = -3$  باشد، مقدار  $g''(1)$  کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸- از به هم وصل کردن نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \sin^2 x - \sin x$  در بازه  $(0, \pi)$  یک مثلث به وجود می آید. مساحت این مثلث چقدر است؟

- $\frac{\pi}{6}$  (۱)  $\frac{\pi}{12}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{8}$  (۴)

## هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱۹-  $BC$  قاعده مثلث متساوی الساقین  $ABC$  است و طبق شکل، نقطه  $D$  خارج مثلث طوری قرار

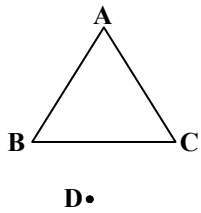
گرفته است که  $DC > DB$  است. کدام نامساوی همواره درست است؟

(۱)  $\hat{D}BC > \hat{B}CD$

(۲)  $\hat{A}BD > \hat{A}CD$

(۳)  $\hat{B}DC > \hat{B}AC$

(۴) گزینه های ۱ و ۲



۲۰- در مثلث  $ABC$ ، طول میانه های  $BM$  و  $CN$  به ترتیب ۹ و ۶ و طول ضلع  $AC$  برابر ۱۰ است. مساحت این مثلث کدام است؟

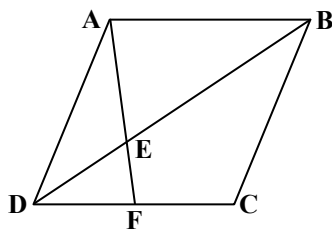
- ۱۸ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۲ (۴)

۲۱- صفحه  $P$ ، خط  $d$  خارج صفحه و نقطه  $A$  خارج خط و صفحه مفروض اند. چند صفحه از نقطه  $A$  می گذرد که با خط  $d$  موازی بوده و بر صفحه  $P$

عمود باشد؟

- (۱) ۱ (۲) حداکثر ۱ (۳) ۱ یا بی شمار (۴) همواره بی شمار

۲۲- در لوزی  $ABCD$  زیر، نسبت طول اقطار  $\frac{1}{3}$  است. اگر از  $A$  به وسط  $CD$  وصل کنیم، نسبت  $\frac{BC}{AE}$  کدام است؟



(۱) ۲

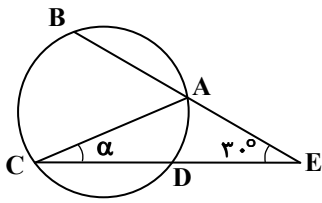
(۲)  $\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات:

۲۳- در شکل زیر، کمان‌های AB، BC و CD برابرند، زاویه  $\alpha$  کدام است؟ آزمون وی ای پی



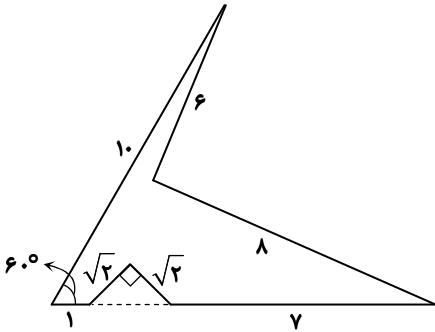
(۱) ۲۰°

(۲) ۲۲/۵°

(۳) ۲۵°

(۴) ۲۶/۵°

۲۴- مزرعه‌ای به شکل زیر داریم که می‌خواهیم بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، مساحت آن را افزایش دهیم. حداکثر میزان افزایش مساحت کدام است؟



(۱) ۴۰

(۲) ۴۸

(۳) ۵۰

(۴) ۵۲

۲۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $\frac{|A^4| + 2|A^{-1}| - 1}{||A|A|}$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۶- اگر  $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$  و  $A^5 = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) صفر

۲۷- نقاط ثابت A و B در صفحه مفروض‌اند. اگر از نقطه A برخط‌های گذرنده از B عمود رسم کنیم، مکان هندسی پای این عمودها کدام است؟

(۱) دایره

(۲) یک خط

(۳) یک نیم‌دایره

(۴) دو خط متقاطع

محل انجام محاسبات:

۲۸- خط هادی سهمی  $y^2 - 2y - 4x = 7$  از مرکز کدام دایره زیر می‌گذرد؟

$$(1) \quad x^2 + y^2 + 3x - 6y = 4 \quad (2) \quad x^2 + y^2 - 6x + 3y = 4 \quad (3) \quad x^2 + y^2 + 6x - 3y = 4 \quad (4) \quad x^2 + y^2 + 3x + 6y = 4$$

۲۹- بردار  $\vec{a} = (2, 4, -1)$  را در راستای دو بردار عمود بر هم  $\vec{b} = (1, 2, -2)$  و  $\vec{c}$  تجزیه کرده‌ایم. اگر  $\vec{d}$  بردار مربوط به تجزیه  $\vec{a}$  در راستای  $\vec{c}$  باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع بنا شده بر  $\vec{a}$  و  $3\vec{d}$  کدام است؟

$$(1) \quad 12 \quad (2) \quad 12\sqrt{5} \quad (3) \quad 6 \quad (4) \quad 6\sqrt{5}$$

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴ ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۳۰- در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز داریم، به تصادف ۳ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، یک مهره سیاه و حداقل یک مهره سفید خارج شده است؟

$$(1) \quad \frac{17}{243} \quad (2) \quad \frac{59}{243} \quad (3) \quad \frac{39}{143} \quad (4) \quad \frac{66}{143}$$

۳۱- از یک جامعه آماری شامل ۹۰۰ نفر، یک نمونه ۲۰ نفری به روش نمونه‌گیری سامانمند انتخاب می‌کنیم، چنانچه شماره نفر هفتم ۲۸۰ باشد، شماره نفر آخر در این نمونه‌گیری کدام است؟

$$(1) \quad 840 \quad (2) \quad 877 \quad (3) \quad 865 \quad (4) \quad 893$$

۳۲- هم‌ارز عکس نقیض گزاره  $[ \sim (q \Rightarrow p) \vee q ]$  کدام گزینه است؟

$$(1) \quad \sim q \Rightarrow p \quad (2) \quad \sim q \Rightarrow \sim p \quad (3) \quad \sim p \Rightarrow q \quad (4) \quad q \Rightarrow p$$

۳۳- اگر متمم مجموعه  $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$  دارای ۵ عضو و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۲ عضو باشد، آنگاه  $B - A$  دارای چند زیرمجموعه غیرتهی است؟

$$(1) \quad 8 \quad (2) \quad 16 \quad (3) \quad 7 \quad (4) \quad 15$$

۳۴- یک شرکت بیمه براساس تجربیات سال‌های قبل، بیمه‌گذاران موتورسیکلت را به دو گروه پرخطر و کم‌خطر تقسیم کرده است که به ترتیب با احتمال  $0/7$  و  $0/2$  تصادف می‌کنند. ۳۰ درصد از افرادی که بیمه هستند در دسته پرخطر قرار دارند. اگر یکی از بیمه‌گذاران تصادف کرده باشد، چقدر احتمال دارد در گروه پرخطر باشد؟

$$(1) \quad \frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{5} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4) \quad \frac{2}{3}$$

۳۵- در گرافی با مجموعه رئوس  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{11}\}$  و اندازه ۲۰، حداکثر چند رأس مانند  $v_i$  وجود دارد به طوری که  $N_G[v_i] = \{v_i\}$  باشد؟

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad 5$$

محل انجام محاسبات:

۳۶- در گرافی همبند از مرتبه ۱۴، یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۱۳ عضوی وجود دارد. در این گراف مقدار  $\gamma$  کدام است؟

۹ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

۳۷- برای بازدید از کاخ سعدآباد، ۱۲۸ نفر از دانش آموزان یک مدرسه ابتدایی را می خواهیم با تعدادی اتوبوس به بازدید ببریم. حداکثر تعداد اتوبوس ها چندتا باشد، تا مطمئن شویم حداقل ۱۵ نفر سوار یک اتوبوس شده اند؟

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۳۸- تعداد توابع یک به یک از مجموعه ۴ عضوی  $A = \{a, b, c, d\}$  به مجموعه ۵ عضوی  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  به طوری که  $f(a) \neq 1$  و  $f(b) \neq 2$  باشد، برابر کدام است؟

۶۵ (۱) ۷۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۰ (۴)

۳۹- چند عدد ۵ رقمی به صورت  $a746b$  وجود دارد که مضرب ۳۶ باشد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۰- در هم نهشتی به پیمانه  $m$ ، سه عدد  $a$ ، ۱۹ و ۱۱۰ در یک دسته هم نهشتی قرار دارند. مجموع ارقام کوچک ترین عدد سه رقمی  $a$  به طوری که  $(m, 13) = 1$  باشد، کدام است؟ ( $m > 1$ )

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴)

محل انجام محاسبات:

### اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کیبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
محمد کشانی	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم حاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

# آزمون آزمایشی ۲۹ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

## فیزیک

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۴۱- کدام گزینه زیر در مورد نیروی هسته‌ای درست است؟

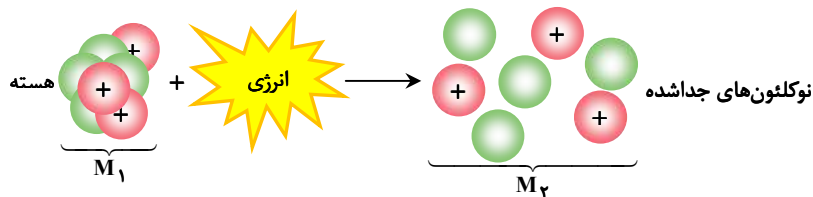
(۱) بلندبرد است.

(۲) مستقل از بار الکتریکی است.

(۳) بین پروتون‌ها از نوع دافعه و بین نوترون‌ها از نوع جاذبه است. (۴) باعث از هم پاشیدن هسته می‌شود.

۴۲- بر روی یک ترازوی فنری که درون آسانسور است، جعبه‌ای به جرم  $8 \text{ kg}$  قرار دارد. اگر کابل آسانسور پاره شود تا آسانسور آزادانه سقوط کند، در حین سقوط، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ 

(۱) ۱۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰ (۴) صفر

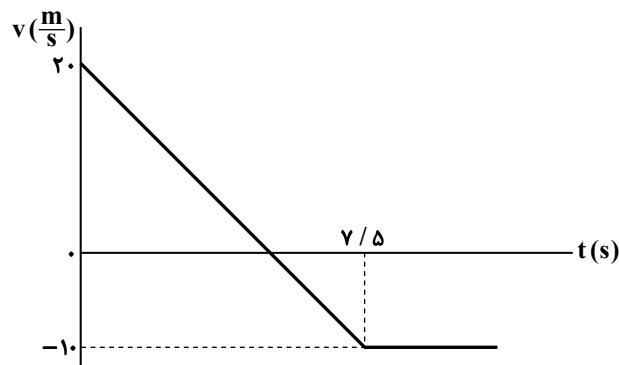
۴۳- حجم ۱۲ گرم از ماده A دو برابر حجم ۸ گرم از ماده B است. اگر  $m$  گرم از ماده A را با  $4m$  گرم از ماده B مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند برابر چگالی ماده A می‌شود؟(۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{16}{15}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{5}{4}$ ۴۴- یک سیم‌لوله آرمانی در هر ۱۰ سانتی‌متر از طول خود دارای ۵۰ دور سیم است و از آن جریان  $2/0$  آمپر می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$ (۱)  $1/2$  (۲)  $1/5$  (۳)  $2/5$  (۴)  $0/5$ ۴۵- شکل زیر، طرحواره هسته و نوکلئون‌های جدا شده را نشان می‌دهد. جرم هسته با  $M_1$  و مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته با  $M_2$  مشخص شده است. کدام گزینه در مورد انرژی بستگی هسته‌ای (E) و کاستی جرم هسته ( $\Delta m$ ) درست است؟

(۱)  $E = \Delta mc^2$  ،  $\Delta m = M_1 - M_2$

(۲)  $E = \Delta mc^2$  ،  $\Delta m = M_2 - M_1$

(۳)  $E = M_1 c^2$  ،  $\Delta m = M_1 - M_2$

(۴)  $E = M_2 c^2$  ،  $\Delta m = M_2 - M_1$

۴۶- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حرکت است و معادله مکان-زمان  $(x-t)$  آن در SI به صورت  $5x + 20t - 80 = 0$  است. متحرک در چه لحظه‌ای و با چه سرعتی از ۲۰ متری مبدأ مکان می‌گذرد؟(۱)  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ، ۹s (۲)  $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ، ۹s (۳)  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ، 1s (۴)  $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ، 1s۴۷- نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان  $x_0 = -30 \text{ m}$  عبور می‌کند، مطابق شکل است. در این حرکت، چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ مکان کمتر یا مساوی  $12 \text{ m}$  است؟

(۱) ۴

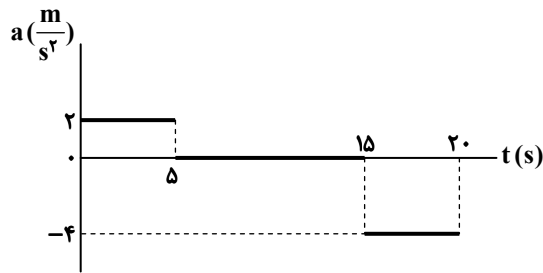
(۲) ۴/۴۵

(۳) ۸

(۴) ۸/۴۵

محل انجام محاسبات:

۴۸- نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند، مطابق شکل است. این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۲۰s، به مدت چند ثانیه به صورت کندشونده حرکت می کند؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) ۱۵

۴۹- گلوله ای را در شرایط خلأ از ارتفاع معینی رها می کنیم. گلوله پس از ۵s به سطح زمین می رسد. تندی گلوله در نیمه راه چند متر بر ثانیه است؟

$(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۱)  $25\sqrt{2}$

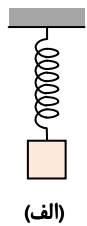
(۲) ۲۵

(۳)  $20\sqrt{2}$

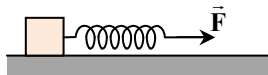
(۴) ۲۰

۵۰- در شکل «الف»، وزنه ای را به انتهای فنری آویزان می کنیم و در شکل «ب»، همان وزنه را توسط همان فنر با نیروی ثابت  $\vec{F}$  روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ۰/۴ حرکت می دهیم. اگر طول فنر کشیده شده در هر دو شکل یکسان باشد، بزرگی شتاب حرکت وزنه روی سطح افقی

چند متر بر مربع ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



(الف)



(ب)

(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۶

(۳) ۴

(۴) ۶

۵۱- جسمی به جرم ۵۰۰g با سرعت ثابت  $\vec{v} = (2 \frac{m}{s})\vec{i}$  روی محور x حرکت می کند. در همین حال نیروی خالص  $\vec{F} = (-3N)\vec{i}$  به جسم وارد می شود. معادله تکانه- زمان این جسم در SI کدام است؟

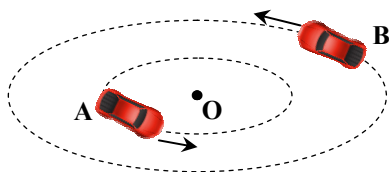
(۱)  $(t-1)\vec{i}$

(۲)  $(t-3)\vec{i}$

(۳)  $(-3t+4)\vec{i}$

(۴)  $(-3t+1)\vec{i}$

۵۲- دو اتومبیل مشابه A و B مطابق شکل روی مسیرهای دایره ای شکل و افقی با تندی برابر حول نقطه O دوران می کنند. به ترتیب از راست به چپ، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر کدام اتومبیل بزرگ تر است و اگر تندی دو اتومبیل با آهنگ برابر افزایش یابد، کدام اتومبیل زودتر از مسیر دایره ای شکل خود خارج می شود؟



(۱) A, A

(۲) B, A

(۳) A, B

(۴) B, B

۵۳- معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت  $x = 0.02 \cos \frac{\pi}{5} t$  است. مسافتی که نوسانگر در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 16s$  طی می کند،

چند سانتی متر است؟

(۱) ۱۲

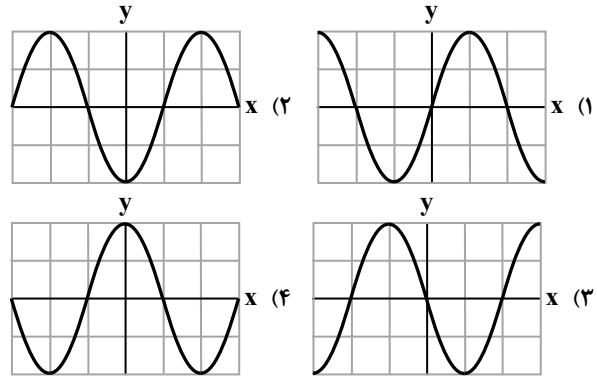
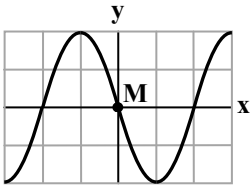
(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۲

محل انجام محاسبات:

۵۴- شکل روبه‌رو، تصویر لحظه‌ای از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده را نشان می‌دهد که در امتداد محور  $x$  پیش می‌رود. اگر بسامد حرکت ذرات محیط به صورت هماهنگ ساده برابر با  $10\text{ Hz}$  و نقطه  $M$  در آستانه حرکت رو به پایین باشد، شکل موج منتشرشده در ریسمان  $25\text{ ms}$  پس از این لحظه کدام است؟



۵۵- شدت صوتی  $\frac{W}{m^2} \times 10^{-6} \times \sqrt{9}$  است. تراز شدت این صوت چند دسی‌بل است؟  $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  و  $\log 3 = 0.47$ )

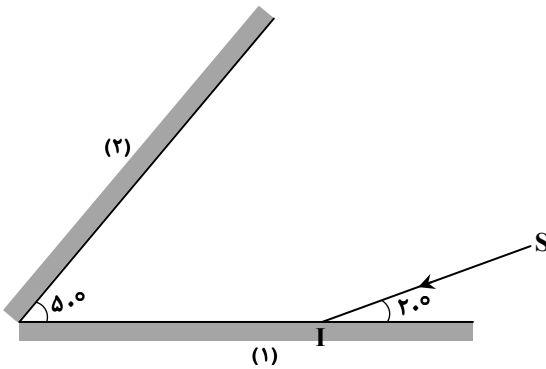
(۴) ۷۹/۱

(۳) ۷۴/۴

(۲) ۶۴/۴

(۱) ۶۱/۱

۵۶- در شکل روبه‌رو، پرتو بازتاب نهایی نسبت به پرتو تابش SI، چند درجه منحرف می‌شود؟ آزمون وی ای پی



(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۴۰

(۳) ۱۶۰

(۴) ۱۸۰

۵۷- تندی یک پرتو نور در هنگام عبور از محیط (۱) به محیط (۲)،  $5 \times 10^7 \frac{m}{s}$  تغییر می‌کند و طول موج آن ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. ضریب شکست محیط (۱) چقدر است؟  $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

(۴)  $\frac{5}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $\frac{5}{3}$

۵۸- مطابق شکل، در تار که دو انتهای آن بین دو نقطه به فاصله ۲۵ سانتی‌متری از یکدیگر محکم شده، موج ایستاده‌ای تشکیل شده است. اگر تندی موج عرضی در تار  $20 \frac{m}{s}$  باشد، هر ذره از تار در مدت ۱ دقیقه، چند



نوسان می‌کند؟

(۴) ۷۲۰۰

(۳) ۴۸۰۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۸۰

۵۹- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها  $4\text{ eV}$  است. اگر طول موج نور فرودی نصف شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها  $12\text{ eV}$  می‌شود. تابع کار فلز به کار رفته در آزمایش، چند الکترون‌ولت است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

محل انجام محاسبات:

۶۰- اختلاف بین کمترین و بیشترین بسامد یکی از رشته‌های طیف اتم هیدروژن  $12.0 \text{ THz}$  است. این رشته کدام است؟

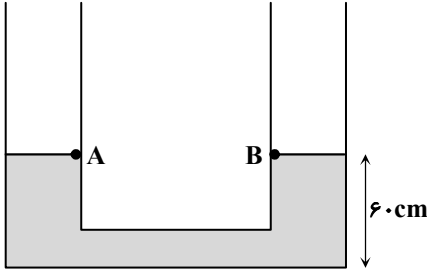
$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \text{ و } R = 0.01 \text{ nm}^{-1})$$

- (۱) بالمر ( $n' = 2$ )      (۲) پاشن ( $n' = 3$ )      (۳) براکت ( $n' = 4$ )      (۴) پفوند ( $n' = 5$ )

۶۱- در لوله U شکل مقابل، مایع با چگالی  $\rho = 2 \frac{g}{cm^3}$  در حال تعادل است و مساحت مقطع شاخه‌های لوله  $10 \text{ cm}^2$  است. اگر  $300$  سانتی‌متر

مکعب مایعی به چگالی  $1/2 \frac{g}{cm^3}$  به یکی از شاخه‌های لوله اضافه نماییم، پس از برقراری تعادل، اختلاف فشار میان نقاط A و B که در

مجاورت جداره داخلی لوله هستند، چند پاسکال می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



۲۴۰ (۱)

۴۸۰ (۲)

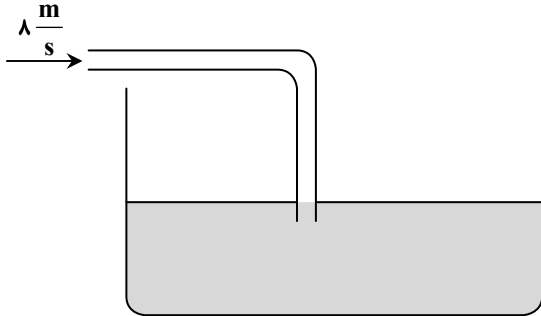
۳۶۰ (۳)

۷۲۰ (۴)

۶۲- در شکل زیر، لوله‌ای با مساحت مقطع  $20 \text{ cm}^2$  به یک مخزن استوانه‌ای شکل با سطح باز متصل شده است و مایعی به چگالی  $0.9 \frac{g}{cm^3}$  از

طریق این لوله وارد مخزن می‌شود. مساحت قاعده مخزن  $4$  مترمربع و تندی شارش مایع در لوله  $8 \frac{m}{s}$  است. در هر دقیقه، فشار در کف

مخزن چند کیلوپاسکال افزایش می‌یابد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



۱/۹۸ (۱)

۲/۱۶ (۲)

۲/۳۴ (۳)

۲/۴۸ (۴)

۶۳- یک موتور الکتریکی با بازده  $81$  درصد در مدت  $4$  ثانیه، باری به جرم  $300$  کیلوگرم را که روی سطح زمین ساکن بوده است تا ارتفاع  $10$  متری

سطح زمین بالا می‌برد و تندی آن را به  $4 \frac{m}{s}$  می‌رساند. توان الکتریکی متوسط موتور چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۰ (۱)

۶۴- در یک ظرف فلزی با ظرفیت گرمایی معین،  $3$  کیلوگرم آب  $30^\circ\text{C}$  داریم. اگر  $4/8$  کیلوگرم آب  $50^\circ\text{C}$  به ظرف اضافه کنیم، دمای تعادل

مجموعه  $42^\circ\text{C}$  می‌شود. اگر بعد از رسیدن به دمای  $42^\circ\text{C}$ ، به ظرف  $2$  کیلوگرم آب  $82^\circ\text{C}$  اضافه نماییم، دمای تعادل چند درجه

سلسیوس می‌شود؟ (تبادل گرما با محیط ناچیز است.)

۶۰ (۴)

۵۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

محل انجام محاسبات:

۶۵- به یک مکعب فلزی با ظرفیت گرمایی  $\frac{1}{5} \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$  چند کیلوژول گرما بدهیم تا چگالی آن تقریباً  $\frac{1}{2}$  درصد تغییر کند؟ (ضریب انبساط طولی

فلز  $\frac{1}{5} \times 10^{-5}$  است.)

۱۲۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۹۰ (۴)

۶۶- اگر مقداری گاز آرمانی در یک فرایند از حالت  $(P_1, V_1, T_1)$  بدون تبادل گرما به حالت  $(P_2, V_2, T_2)$  برود، کدام گزینه درست است؟ (دمای مطلق گاز:  $T$ ، حجم گاز:  $V$  و فشار گاز:  $P$ )

$$T_2 > T_1 \text{ و } V_2 < \frac{1}{3} V_1 \quad (1)$$

$$T_2 < T_1 \text{ و } V_2 < \frac{1}{3} V_1 \quad (3)$$

$$T_2 > T_1 \text{ و } V_2 < V_1 \quad (2)$$

$$T_2 < T_1 \text{ و } V_2 < V_1 \quad (4)$$

۶۷- در شکل روبه‌رو، مساحت قاعده استوانه  $450$  سانتی‌متر مربع و فشار گاز در حالت تعادل

$2 \times 10^5 \text{ Pa}$  و اصطکاک پیستون با دیواره استوانه ناچیز است. اگر به گاز  $2500$  ژول گرما

بدهیم، پیستون  $10 \text{ cm}$  حرکت می‌کند. انرژی درونی گاز چند ژول تغییر می‌کند؟

۲۸۰۰ (۱) ۳۴۰۰ (۲)

۱۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)

۶۸- نمودار تغییرات انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در یک خازن بر حسب بار ذخیره‌شده در آن

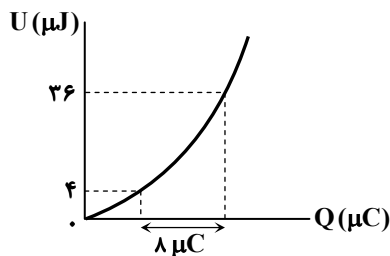
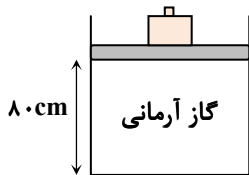
مطابق شکل زیر است. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



۶۹- اگر میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه A صفر باشد، در نقطه B بار چند نانوکولن قرار دهیم تا نیروی الکتریکی

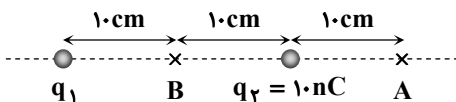
خالص وارد بر  $q_2$  صفر شود؟

۲۲/۵ (۱)

-۲۲/۵ (۲)

۴۵ (۳)

-۴۵ (۴)



۷۰- در شکل مقابل  $AB = 6 \text{ m}$ ،  $AC = 10 \text{ m}$  و  $CD = 12 \text{ m}$  و خطوط میدان الکتریکی

یکنواخت در راستای قائم و به طرف بالا هستند و اختلاف پتانسیل الکتریکی میان نقاط

A و C برابر  $400$  کیلوولت است. اگر گلوله‌ای با بار  $-10$  میکروکولن و جرم  $100$  گرم از

نقطه D با تندی  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف بالا پرتاب شود، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی

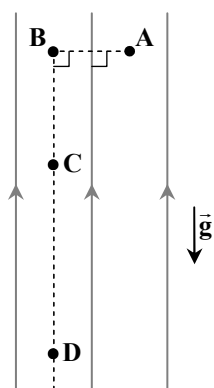
گلوله هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه می‌شود؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۲۰ (۱)

$10\sqrt{5}$  (۲)

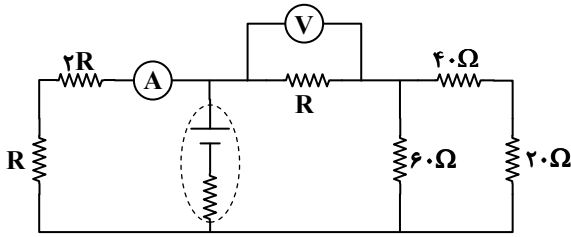
$10\sqrt{10}$  (۳)

۱۰ (۴)



محل انجام محاسبات:

۷۱- در مدار روبه‌رو، اگر آمپرسنج آرمانی  $0.2$  آمپر و ولت‌سنج آرمانی  $9$  ولت را نشان دهند، توان مصرفی در مقاومت  $40$  اهمی چند وات است؟



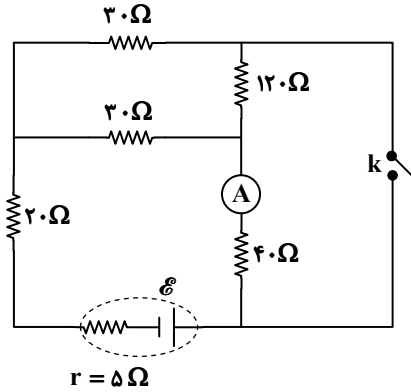
(1)  $1/8$

(2)  $1/35$

(3)  $0.45$

(4)  $0.9$

۷۲- با بستن کلید در مدار مقابل، جریانی که از آمپرسنج آرمانی می‌گذرد، چند برابر می‌شود؟



(1)  $1/5$

(2)  $1/2$

(3)  $1/3$

(4)  $1/4$

۷۳- در محلی که میدان مغناطیسی  $\vec{B} = (0.5 \text{ T})\vec{k}$  برقرار است، ذره‌ای باردار با سرعت

$\vec{v} = (2000 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{k} - (5000 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{j}$  پرتاب می‌شود. در این محل یک میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  هم برقرار است که

برایند نیروهای وارد بر ذره صفر می‌شود. با چشم‌پوشی از وزن ذره و مقاومت هوا، میدان الکتریکی با یکه‌های SI

کدام گزینه باید باشد؟ ( $\vec{i}$ ،  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به ترتیب بردارهای یکه محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند).

(1)  $1000\vec{i}$

(2)  $-2500\vec{i}$

(3)  $1000\vec{i}$

(4)  $-1000\vec{i}$

۷۴- در شکل مقابل، میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  عمود بر صفحه قاب فلزی برقرار

است. اگر میله فلزی  $AB$  با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در جهت نشان داده شده حرکت کند،

جریان  $10$  میلی‌آمپر در جهت نشان داده شده از مقاومت  $10$  اهمی عبور می‌کند. با

چشم‌پوشی از مقاومت الکتریکی میله فلزی و قاب، بزرگی میدان مغناطیسی چند

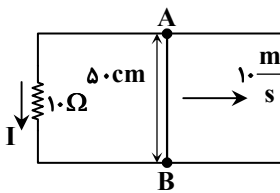
گاوس و جهت آن کدام است؟

(1)  $100, \odot$

(2)  $200, \odot$

(3)  $100, \otimes$

(4)  $200, \otimes$



۷۵- نمودار تغییرات شار مغناطیسی بر حسب زمان که از یک حلقه فلزی به مقاومت

الکتریکی  $8 \Omega$  می‌گذرد، به شکل زیر است. جریان الکتریکی متوسط القاشده در

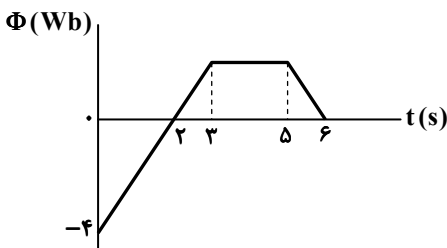
حلقه در بازه زمانی  $t = 4 \text{ s}$  تا  $t = 6 \text{ s}$  چند میلی‌آمپر است؟ آزمون وی ای پی

(1)  $125$

(2)  $250$

(3)  $375$

(4)  $500$



محل انجام محاسبات:



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

## شیمی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۷۶- کدام مطلب در مورد ایزوتوپی درست است؟

(الف) شمار ذره‌های باردار در ایزوتوپ‌های یک عنصر معین برابر است.

(ب) تمام عناصرها دست‌کم یک ایزوتوپ پایدار طبیعی دارند.

(پ) تکنسیم تنها عنصری است که هیچ ایزوتوپی از آن در طبیعت یافت نمی‌شود.

(ت) اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در ناپایدارترین ایزوتوپ‌های طبیعی دو عنصر هیدروژن و منیزیم برابر است.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۷۷- شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصری با سه لایه الکترونی برابر ۵ است. کدام مطلب بیان شده در مورد این عنصر نادرست است؟(۱) مجموع  $n+l$  الکترون‌های ظرفیتی آن برابر عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره با این عنصر است.

(۲) نماد شیمیایی آن همانند نماد شیمیایی عنصر بعد از آن در جدول تناوبی تک حرفی است.

(۳) با گرفتن سه الکترون و یا تشکیل ۵ پیوند اشتراکی به آرایش پایدار هشت‌تایی می‌رسد.

(۴) عنصری از دسته  $p$  است که عدد اتمی آن با شماره گروه آن در جدول تناوبی یکسان است.۷۸- در کدام یک از ردیف‌های جدول هر سه داده گزارش شده برای ترکیب موردنظر نادرست هستند؟

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آنیون	نسبت شمار کاتیون به آنیون
(الف)	پتاسیم اکسید	$KO_2$	۶	$\frac{1}{2}$
(ب)	کلسیم سیانید	$CaCN_2$	۲	$\frac{2}{1}$
(پ)	روی سولفیت	$ZnSO_3$	۱۰	$\frac{1}{1}$
(ت)	کروم (III) فسفات	$Cr_3(PO_4)_2$	۱۲	$\frac{3}{2}$

(۱) «الف» (۲) «ب» (۳) «پ» (۴) «ت»

۷۹- با توجه به معادله موازنه نشده زیر از مصرف هر مول واکنش‌دهنده یونی چند لیتر گاز کلر آزاد می‌شود؟ (در شرایط آزمایش چگالی گاز کلر

 $Cl = 35.5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  است و  $1/42 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ )

(۱) ۲۲/۴ (۲) ۱۵۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۷/۲

۸۰- کدام مطلب در مورد غلظت ppm درست است؟

(۱) اگر غلظت دو یون متفاوت در یک محلول معین برحسب ppm برابر باشد، آنگاه غلظت مولی آن‌ها نیز به یقین با هم برابر است.

(۲) اگر چگالی محلول آبی بسیار رقیق برابر  $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$  باشد، آنگاه غلظت ppm هم‌ارز با گرم حل‌شونده در یک مترمکعب آب است.

(۳) اگر درصد جرمی محلولی از سدیم کلرید برابر ۰/۹ درصد باشد، آنگاه غلظت هر یک از یون‌های سدیم و کلرید برحسب ppm با یکدیگر برابر است.

(۴) اگر غلظت مولی محلول برابر یک مولار باشد، آنگاه عبارت « $\frac{\text{چگالی محلول} \times \text{ppm}}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$ » هم‌ارز با غلظت مولی حل‌شونده برحسب مول بر لیتر است.

۸۱- با توجه به معادله موازنه نشده زیر برای تهیه ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار آرسنیک اسید به چند میلی‌لیتر محلول ۶۳ درصد جرمی

نیتریک اسید با چگالی  $1/6 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$  نیاز است؟ ( $HNO_3 = 63 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۱۲/۵ (۲) ۶۲۵ (۳) ۱۲۵ (۴) ۶۲/۵

محل انجام محاسبات:

۸۲- نمودار انحلال پذیری نمکی از رابطه خطی  $S = -0.15\theta + 40$  پیروی می‌کند. اگر ۱۰۰ گرم محلول سیر شده این نمک را از دمای  $28^{\circ}\text{C}$  تا  $55^{\circ}\text{C}$  گرم کنیم، به تقریب چند گرم آب در دمای  $55^{\circ}\text{C}$  باید به محلول بیفزاییم تا دوباره محلولی سیر شده به دست آید؟

۱/۸ (۱)      ۴/۹ (۲)      ۹/۴ (۳)      ۸/۱ (۴)

۸۳- کدام یک از مطالب بیان شده در مورد گاز هیدروژن سولفید از نظر درستی یا نادرستی مشابه عبارت زیر است؟

«گشتاور دوقطبی گازهای دو اتمی کمتر از گشتاور دوقطبی گازهای سه اتمی است.»

(۱) نقطه جوش آن بالاتر از نقطه جوش گاز هیدروژن کلرید است.

(۲) نیروی بین مولکولی در آن از نوع وان دروالسی است.

(۳) گشتاور دوقطبی آن به تقریب نصف گشتاور دوقطبی مولکول آب است.

(۴) در ساختار لوویس آن همانند ساختار لوویس مولکول هیدروژن سیانید، دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۸۴- با توجه به جدول داده شده که نشان دهنده بخشی از جدول دوره‌ای عناصر است، کدام یک از عبارات زیر نادرست هستند؟

(الف) عنصر C دارای سطحی صاف و صیقلی بوده و نسبت به عنصر A رسانایی

الکتریکی کمتری دارد.

(ب) عنصر E دارای ۱۲ الکترون با عدد کوانتومی  $l = 2$  است و در مقایسه با F

خاصیت فلزی بیشتری دارد.

(پ) عنصر B از عنصرهای قبل و بعد از خودش در جدول دوره‌ای دارای

الکترون‌های ظرفیتی کمتری است.

(ت) بیشترین خصلت فلزی میان عنصرهای نشان داده شده مربوط به D است.

(۱) «الف» و «ت»      (۲) «الف» و «ب»      (۳) «ب» و «پ»      (۴) «پ» و «ت»

۸۵- جدول داده شده نشان دهنده امکان یا عدم امکان انجام واکنش بین فلزها و برخی محلول‌های آبی است. کدام مقایسه در مورد واکنش پذیری فلزها درست است؟

(۱)  $\text{Pt} > \text{Cd} > \text{Sn} > \text{Cu}$

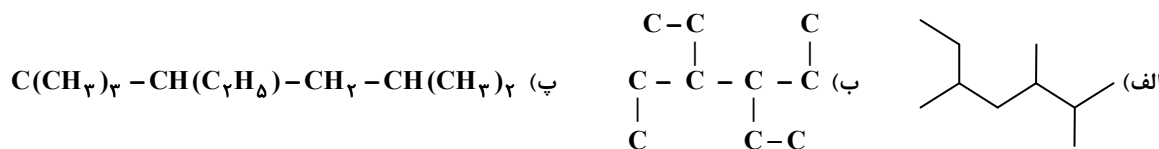
(۲)  $\text{Ca} > \text{Cd} > \text{Sn} > \text{Pt}$

(۳)  $\text{Pt} > \text{Sn} > \text{Cd} > \text{Ca}$

(۴)  $\text{Ca} > \text{Sn} > \text{Cd} > \text{Pt}$

فلز \ محلول	Cd	Sn	Pt	Ca
$\text{Pt}(\text{NO}_3)_2$	✓	✓		✓
$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	✗	✗	✗	
$\text{Cd}(\text{NO}_3)_2$		✗	✗	✓
$\text{Sn}(\text{NO}_3)_2$	✓		✗	✓

۸۶- کدام عبارت زیر در رابطه با ساختارهای داده شده درست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )



(۱) درصد جرمی هیدروژن در آلکان «ب» کمتر از درصد جرمی هیدروژن در آلکان «پ» است.

(۲) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در آلکان‌های «الف» و «ب» با یکدیگر برابر است.

(۳) برای سوختن کامل یک مول آلکان «پ» به ۱۶ مول گاز اکسیژن نیاز است.

(۴) نام آیوپاک آلکان «الف» را می‌توان به صورت ۲-اتیل، ۴ و ۵-دی متیل هگزان نوشت.

۸۷- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) از واکنش ۱- بوتن با برم مایع در شرایط مناسب فرآورده‌ای به دست می‌آید که می‌توان برای نام گذاری، آن را از هر دو سمت شماره گذاری کرد.

(۲) نخستین عضو از خانواده آلکن‌ها در ساختار خود دارای یک پیوند دوگانه و چهار پیوند یگانه است.

(۳) سیکلو پنتان سومین عضو از خانواده سیکلو آلکان‌ها بوده و فرمول مولکولی آن مشابه چهارمین عضو خانواده آلکن‌ها است.

(۴) تفاوت جرم مولی نخستین عضو از خانواده آلکن و آلکین برابر با ۲ گرم است.

محل انجام محاسبات:

۸۸- ظرفیت گرمایی ویژه مایع A پنج برابر ظرفیت گرمایی ویژه جامد B است. اگر ۴۰۰ گرم از مایع A با دمای ۳۰°C را در ظرفی ۲۰۰ گرمی از جنس جامد B با دمای ۱۳۰°C قرار دهیم و با گذشت زمان دمای آن‌ها با هم برابر شود، دمای نهایی آن‌ها به تقریب چند درجه سلسیوس خواهد بود؟ (از تبادل گرما با محیط اطراف صرف نظر کنید.)

۱۰۱ (۴)

۷۰ (۳)

۵۴ (۲)

۳۹ (۱)

۸۹- کدام یک از عبارات‌های زیر در رابطه با مولکولی با ساختار داده شده درست هستند؟

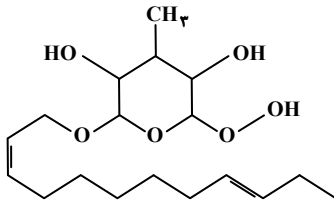
(الف) امکان برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.

(ب) در ساختار آن ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(پ) مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی آن با عدد اتمی یکی از گازهای

نجیب برابر است.

(ت) در ساختار آن سه گروه عاملی متفاوت اسیدی، الکلی و اتری وجود دارد.



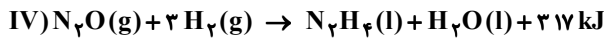
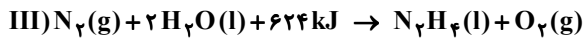
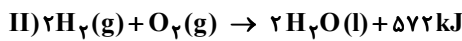
«ب» و «ت» (۴)

«الف» و «ت» (۳)

«الف» و «ب» (۲)

«الف» و «پ» (۱)

۹۰- با توجه به اطلاعات داده شده، آنتالپی واکنش  $4N_2(g) + 3H_2O(l) \rightarrow 2NH_3(g) + 3N_2O(g)$  چند کیلوژول خواهد بود؟



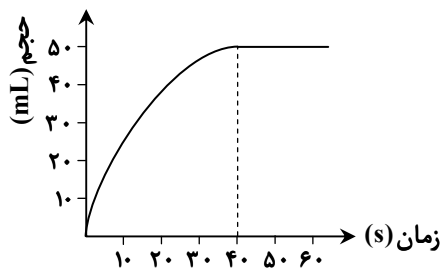
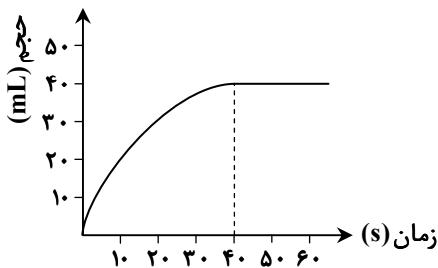
۵۱۴۸ (۴)

۱۱۴۷ (۳)

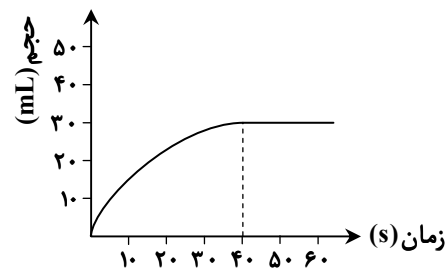
۱۰۱۰ (۲)

۳۷۶ (۱)

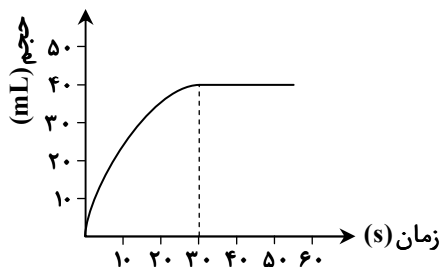
۹۱- اگر نمودار زیر، مربوط به حجم گاز حاصل از واکنش مقدار کافی گاز اتن با گاز هیدروژن باشد، در صورت استفاده از کاتالیزگر نیکل در انجام این واکنش، نمودار به چه شکلی در می آید؟



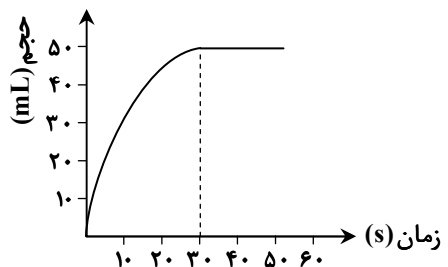
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

محل انجام محاسبات:

۹۲- اگر نسبت جرم گاز تولیدشده در واکنش  $Al_2(SO_4)_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 3SO_2(g)$  به جرم گاز تولیدشده در واکنش  $Bi(s) + 4HNO_3(aq) \rightarrow Bi(NO_3)_3(aq) + NO(g) + 2H_2O(l)$  باشد، نسبت سرعت متوسط واکنش تجزیه آلومینیم سولفات به سرعت متوسط واکنش فلز بیسموت با نیتریک اسید بر حسب مول بر زمان، چقدر خواهد بود؟  
( $N = 14, O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{6} \quad (4)$$

۹۳- اگر ۵۱ گرم پنتانویک اسید در حضور سولفوریک اسید با یک الکل یک عاملی سیر شده واکنش داده و ۶۵ گرم استر تولید کند، به تقریب چند درصد از جرم الکل مصرف شده را اکسیژن تشکیل می‌دهد؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$21/6 \quad (1) \quad 26/1 \quad (2) \quad 34/7 \quad (3) \quad 37/4 \quad (4)$$

۹۴- چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- ماده اولیه تولید الیاف ساختگی، نفت خام است که کمتر از ده درصد آن برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، رنگ، پلاستیک و... به کار می‌رود.
- تمام هیدروکربن‌ها برعکس نشاسته یا تفلون، مولکول‌هایی کوچک به شمار می‌روند.
- در واکنش پلیمری شدن، نیروی بین مولکولی در فرآورده واکنش قوی‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است.
- از پلی پروپن و پلی وینیل کلرید به ترتیب برای تولید کیسه خون و سرنگ استفاده می‌شود.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۹۵- کدام عبارت درست است؟ ( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Na = 23, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$ )

- (۱) برای از بین بردن لکه‌های عسل از سطح پارچه، از مخلوط آب و صابون استفاده می‌شود.
- (۲) اوره مانند ضدیخ هم در آب و هم در روغن حل می‌شود.
- (۳) صابون مایع برخلاف صابون جامد در آب سخت رسوب نمی‌کند و خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.
- (۴) اگر صابون مایع دارای کاتیون غیرفلزی یا پاک‌کننده‌ای غیرصابونی تعداد کربن برابری داشته باشد و زنجیر هیدروکربنی در هر دو از نوع سیر شده باشد، آنگاه اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر ۴۷ گرم است.

۹۶- غلظت  $H^+$  در محلولی از HA با  $K_a = 0.1$  برابر غلظت  $OH^-$  در محلول  $0.2$  مولار  $Ba(OH)_2$  است. غلظت اولیه HA چند مولار بوده است؟

$$0.4 \quad (1) \quad 0.04 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 0.2 \quad (4)$$

۹۷- pH محلول سیر شده‌ای از  $Mg(OH)_2$  برابر  $9/3$  است. انحلال پذیری این ترکیب در  $100$  گرم آب به تقریب چند گرم است؟

( $H = 1, O = 16, Mg = 24 : g \cdot mol^{-1}$  و  $1g \cdot mL^{-1} \approx$  چگالی آب)



$$10^{-5} \quad (1) \quad 10^{-4} \quad (2) \quad 5/8 \times 10^{-5} \quad (3) \quad 5/8 \times 10^{-4} \quad (4)$$

۹۸- کدام گزینه پیشنهادی عبارت زیر را به شکل درستی کامل می‌کند؟

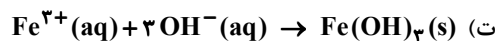
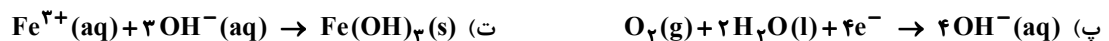
«عدد اکسایش هر سه اتم ..... در ..... یکسان است.»

- (۱) کربن - استون
- (۲) اکسیژن - اوزون
- (۳) کربن - پروپانویک اسید
- (۴) اکسیژن - پاک‌کننده غیرصابونی

۹۹- شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی  $Al - Cu$  به‌ازای مصرف  $5/6$  لیتر گاز در شرایط استاندارد است؟ ( $Al = 27, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$1/3 \quad (1) \quad 0/6 \quad (2) \quad 1/5 \quad (3) \quad 1/2 \quad (4)$$

۱۰۰- چند مورد از فرایندهای زیر در مجموعه واکنش‌های مربوط به خوردگی آهن در هوای مرطوب مشاهده می‌شود؟ آزمون وی ای پی



$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات:

۱۰۱- در نوعی خاک رس درصد جرمی  $\text{SiO}_2$ ،  $\text{Al}_2\text{O}_3$  و  $\text{H}_2\text{O}$  به ترتیب ۴۰، ۲۵ و ۱۰ درصد است. چنانچه با جذب رطوبت درصد جرمی  $\text{H}_2\text{O}$  به ۲۸ درصد برسد اختلاف درصد جرمی  $\text{SiO}_2$  و  $\text{Al}_2\text{O}_3$  به کدام عدد می‌رسد؟

۸ (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۱۴ (۴)

۱۰۲- کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) آنتالپی فروپاشی:  $\text{MgO} < \text{AlF}_3$  (۲) چگالی بار:  $\text{Al}^{3+} > \text{N}^{3-}$

(۳) شعاع یونی:  $\text{Na}^+ > \text{S}^{2-}$  (۴) نقطه ذوب:  $\text{N}_2 < \text{HF}$

۱۰۳- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) کربن مونوکسید بیشترین آلاینده تولیدی خارج شده از آگزوز خودروهای بنزینی است.

(۲) پیدایش NO در موتور خودروها ناشی از واکنش ناخواسته نیتروژن و اکسیژن در دمای بالای موتور است.

(۳) با استفاده از کاتالیزگر اختلاف سطح انرژی قله واکنش با واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به یک نسبت کم می‌شود.

(۴) در گاز خروجی آگزوز موتورهای بنزینی مجهز به مبدل کاتالیستی گازهای  $\text{N}_2$ ،  $\text{SO}_2$ ،  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  مشاهده می‌شود.

۱۰۴- در ظرفی به حجم یک لیتر، ۲ مول  $\text{SO}_2(\text{g})$  و ۱ مول  $\text{O}_2(\text{g})$  مخلوط می‌شوند تا تعادل گازی:  $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{SO}_3$  برقرار شود.

اگر درصد مولی  $\text{SO}_3$  در مخلوط تعادلی برابر ۴۰ درصد باشد، مجموع مول‌های گازی درون سامانه پس از برقراری تعادل کدام است؟

۰/۵ (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴)

۱۰۵- کدام مطلب درست است؟

(۱) در تبدیل ترفتالیک اسید به پارازایلن در صنعت از اکسیژن به‌عنوان کاتالیزگری مناسب برای این فرایند بهره می‌برند.

(۲) در تبدیل غیرمستقیم و دو مرحله‌ای متان به متانول، به‌ازای تولید هر مول متانول، یک مول گاز هیدروژن اضافی باقی می‌ماند.

(۳) گاز مشعل همان گاز اتان خارج شده از چاه نفت است.

(۴) PET نوعی استر است که از واکنش سبک‌ترین دی‌اسید آروماتیک و سبک‌ترین دی‌الکل به‌دست می‌آید.

محل انجام محاسبات:

### اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستأول درس	طراحان	دستیار مستأول درس
سید امیرمحمد سیدشاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سیدمحسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
محمدحسین کشانی	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

# دفترچه پاسخ تشریحی

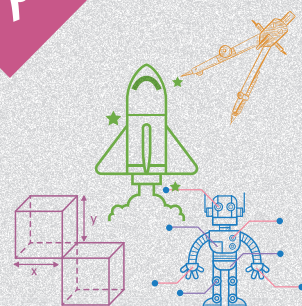
## گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۹ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه  
دوازدهم

مرحله  
۲۲



۱۴۰۳-۱۴۰۴

# ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)



- تابع  $f$  را در مجموعه  $A$  ( $A \subseteq D_f$ ) صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  در این مجموعه که  $a < b$ ، آنگاه  $f(a) \leq f(b)$  در فاصله‌های که یک تابع صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، روبه پایین نخواهیم رفت.  
 - تابع  $f$  را در مجموعه  $A$  ( $A \subseteq D_f$ ) نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  از این مجموعه که  $a < b$ ، آنگاه  $f(a) \geq f(b)$  در فاصله‌های که یک تابع نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، روبه بالا نخواهیم رفت.

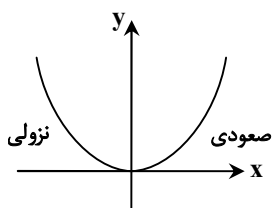


می‌دانیم اگر  $a$  عددی بین صفر و یک باشد، مقدار  $a$  از ریشه سوم آن کمتر است و اگر  $a$  عددی بین صفر و منفی یک باشد، مقدار  $a$  از ریشه سوم آن بیشتر است. پس برای  $a$  دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

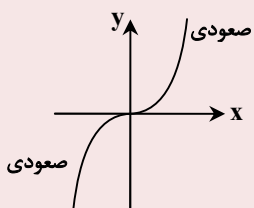
$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت اول: } -1 < a \leq 0 \Rightarrow a \geq \sqrt[3]{a} \\ \text{فرض: } f(a) \leq f(\sqrt[3]{a}) \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ باید در این بازه نزولی باشد.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت دوم: } 0 \leq a < 1 \Rightarrow a \leq \sqrt[3]{a} \\ \text{فرض: } f(a) \leq f(\sqrt[3]{a}) \end{array} \right\} \Rightarrow f \text{ باید در این بازه صعودی باشد.}$$

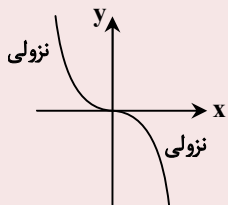
در بین گزینه‌های داده شده، نمودار تابع  $y = |x^3|$  به صورت مقابل است و شرایط خواسته شده را دارد:



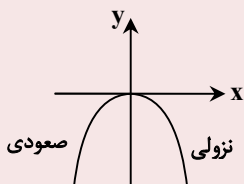
نمودار سایر گزینه‌ها و وضعیت یکنوایی آن‌ها به صورت زیر است:  
گزینه ۱:



گزینه ۲:



گزینه ۴:



۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)



- به طور کلی در هر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}$$



برای آنکه معادله درجه ۲، دو جواب مثبت داشته باشد، باید دلتا مثبت بوده و جمع (S) و ضرب (P) ریشه‌ها نیز مثبت باشد:

$$۱) \Delta > 0 \Rightarrow 4a^2 - 4(2-a) > 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 1$$

$$۲) S > 0 \Rightarrow \frac{2a}{2-a} > 0 \Rightarrow 0 < a < 2$$

$$۳) P > 0 \Rightarrow \frac{1}{2-a} > 0 \Rightarrow a < 2$$

پس  $1 < a < 2$  محدوده قابل قبول برای a است. معادله‌ای دارای دو ریشه مختلف‌العلامه است که در آن  $P = \frac{c}{a}$  عددی منفی باشد. در گزینه

۳ دو عبارت  $a-1$  و  $a-2$  حتماً مختلف‌العلامه هستند.



گزینه ۱: با توجه به محدوده a، مقادیر  $a-1$  و  $2-a$  هر دو مثبت بوده و P بزرگ‌تر از صفر است.

گزینه ۲: با توجه به محدوده a، مقادیر  $a-2$  و  $a-3$  هر دو منفی بوده و P بزرگ‌تر از صفر است.

گزینه ۴: با توجه به محدوده a، مقادیر  $a+2$  و  $a+3$  هر دو مثبت بوده و P بزرگ‌تر از صفر است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۱



از تغییر متغیر  $[x] = t$  استفاده می‌کنیم:

$$2 \leq \frac{t-3}{t-2} \leq 5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{t-3}{t-2} \geq 2 \\ \frac{t-3}{t-2} \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{t-3}{t-2} - 2 \geq 0 \\ \frac{t-3}{t-2} - 5 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-t}{t-2} \geq 0 \\ \frac{7-4t}{t-2} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq t < 2 \\ t \leq \frac{7}{4} \text{ یا } t \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک دو محدوده}} 1 \leq t \leq \frac{7}{4}$$

با توجه به اینکه  $t = [x]$ ، عددی صحیح است، پس  $t = 1$  تنها جواب قابل قبول است، یعنی  $[x] = 1$  و در نتیجه  $1 \leq x < 2$ ؛ بنابراین بازه  $(1, 2)$  جواب این نامعادله بوده و  $b-a$  برابر یک است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۴- پاسخ: گزینه ۱



- اگر خطوط  $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب با شیب‌های  $m_1$  و  $m_2$  با هم موازی باشند، آنگاه  $m_1 = m_2$  و برعکس.

- فاصله دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  برابر  $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$  می‌باشد.



با دقت در دو معادله خط داده شده، متوجه می شویم که موازی یکدیگر هستند:

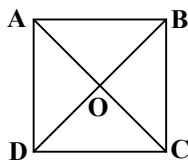
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \rightarrow x - 3y - 1 = 0 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{2} = 1 \xrightarrow{\times 6} x - 3y = 6 \rightarrow x - 3y - 6 = 0 \end{cases}$$

فاصله بین دو خط موازی برابر طول ضلع مربع است، پس طول ضلع مربع برابر است با:

$$AB = \frac{|-1 - (-6)|}{\sqrt{1+9}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

در هر مربع، قطر مربع  $\sqrt{2}$  برابر طول ضلع آن است؛ بنابراین مقدار خواسته شده که برابر نصف قطر مربع است، برابر است با:

$$OA = \frac{1}{2} \times \frac{AC}{\sqrt{2}AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



۵- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)**



- برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند  $f$ ، در معادله  $y = f(x)$  در صورت امکان  $x$  را بر حسب  $y$  محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به دست می آوریم.

- اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، ترکیب  $g$  با  $f$  با  $g \circ f$  نمایش می دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم: به شرط آن که مقادیر  $f$  در دامنه  $g$  قرار داشته باشند:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$



ابتدا ضابطه دو تابع خطی  $y = f^{-1}(x)$  و  $y = (g \circ f)(2x)$  را با استفاده از نمودار آن ها پیدا می کنیم:

$$\text{نقاط } (1, 8) \text{ و } (-3, 0) \text{ روی نمودار } y = f^{-1}(x) \text{ است.} \Rightarrow m = \frac{8-0}{1-(-3)} = 2 \Rightarrow y-0 = 2(x+3) \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+6$$

$$\text{نقاط } (1, 8) \text{ و } (3, 0) \text{ روی نمودار } y = g \circ f(2x) \text{ است.} \Rightarrow m = \frac{8-0}{1-3} = -4 \Rightarrow y-0 = -4(x-3) \Rightarrow (g \circ f)(2x) = -4x+12$$

با استفاده از ضابطه این دو تابع، ضابطه تابع  $f$  و  $g \circ f$  را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = 2x+6 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x-3 \\ (g \circ f)(2x) = -4(2x)+12 \Rightarrow g \circ f(x) = -2x+12 \end{cases}$$

در تساوی دوم، به جای  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را قرار می دهیم تا ضابطه تابع  $g$  به دست آید:

$$g(x) = g(f(f^{-1}(x))) = (g \circ f)(f^{-1}(x)) = -2(2x+6)+12 \Rightarrow g(x) = -4x$$

بنابراین ضابطه تابع خواسته شده به صورت زیر است:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{2}g(x)-3 = \frac{1}{2}(-4x)-3 = -2x-3$$

۶- پاسخ: گزینه ۱ **▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)**



- تابع  $f$  را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می گوئیم، اگر برای هر دو مقدار  $a$  و  $b$  در این مجموعه که  $a < b$ ، آنگاه  $f(a) > f(b)$  در فاصله ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت.

- اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، ترکیب  $g$  با  $f$  با  $g \circ f$  نمایش می دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم:

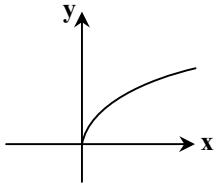
$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$



تابع درجه دوم نمی‌تواند اکیداً یکنوا باشد. پس تابع  $f$  باید تابعی درجه یک باشد، پس  $a^2 - 4 = 0$  یعنی  $a = \pm 2$  و ضابطه  $f$  به صورت زیر است.  
 $f(x) = (a+1)x + a \xrightarrow{\text{نزولی}} a+1 < 0 \Rightarrow a < -1 \xrightarrow{a=\pm 2} a = -2 \Rightarrow f(x) = -x - 2$   
 پس ضابطه تابع خواسته شده، این چنین است:

$$y = \sqrt{(f \circ f)(x)} = \sqrt{-f(x) - 2} = \sqrt{-(-x-2) - 2} = \sqrt{x}$$

نمودار این تابع به صورت زیر است:

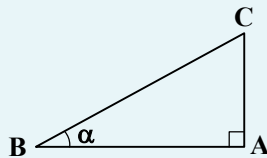


▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۷- پاسخ: گزینه ۳



- مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن  $\alpha$  باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی تانژانت زاویه  $\alpha$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

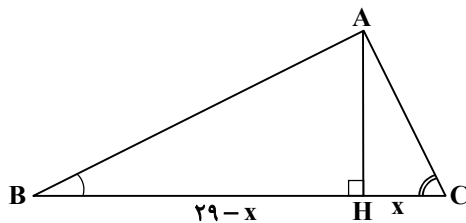


$$\text{تانژانت } \alpha: \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$



در مثلث  $\triangle ABC$  ارتفاع  $AH$  را رسم می‌کنیم:

فرض می‌کنیم  $HC = x$ ؛ بنابراین  $BH = 29 - x$ ، پس:



$$\begin{cases} \triangle ABH: \tan \hat{B} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{AH}{29-x} = \frac{5}{12} \\ \Rightarrow AH = \frac{5}{12}(29-x) \\ \triangle ACH: \tan \hat{C} = 2 \Rightarrow \frac{AH}{CH} = 2 \Rightarrow \frac{AH}{x} = 2 \Rightarrow AH = 2x \end{cases}$$

$$\frac{5}{12}(29-x) = 2x \Rightarrow x = 5$$

با مساوی قرار دادن دو مقدار به دست آمده برای  $AH$ ، مقدار  $x$  را به دست می‌آوریم:

برای پیدا کردن مقدار  $AC$ ، از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle AHC$  استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} AH = 2x = 10 \\ CH = x = 5 \end{cases} \Rightarrow AC = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$



در این مثلث مقدار  $\tan \hat{B}$  برابر  $\frac{5}{12}$  است، پس می‌توانیم  $AH$  و  $BH$  را

به ترتیب برابر  $5a$  و  $12a$  در نظر بگیریم. همچنین داریم:

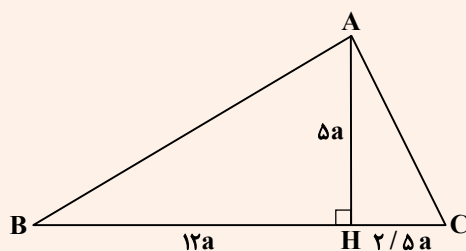
$$\tan \hat{C} = 2 \Rightarrow \frac{AH}{HC} = 2 \Rightarrow \frac{5a}{HC} = 2 \Rightarrow HC = \frac{5a}{2}$$

طول ضلع  $BC$  برابر ۲۹ است، پس:

$$BC = 29 \Rightarrow 12a + \frac{5a}{2} = 29 \Rightarrow \frac{24a + 5a}{2} = 29 \Rightarrow \frac{29a}{2} = 29 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین طول ضلع  $AC$  برابر است با:

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$



۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)



برای یافتن طول نقطه A، معادله  $y = 0$  را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 0 &= 2 - \log_7(1 - ax) \Rightarrow \log_7(1 - ax) = 2 \\ \Rightarrow 1 - ax &= 49 \Rightarrow x = -\frac{48}{a} \Rightarrow A\left(-\frac{48}{a}, 0\right) \end{aligned}$$

برای یافتن عرض نقطه B، در ضابطه تابع، x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f(0) = 2 - \log_7(1 - 0) = 2 - 0 = 2$$

بنابراین مختصات B به صورت  $B(0, 2)$  است. طبق فرض سؤال، شیب خط گذرنده از AB برابر  $\frac{1}{3}$  است، پس:

$$m_{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2 - 0}{0 - (-\frac{48}{a})} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{-\frac{48}{a}} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

۹- پاسخ: گزینه ۱



- برای رسم نمودار  $y = f(x) + k$ ، اگر  $k > 0$  باشد، کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای  $k < 0$  این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.



حرکت دادن  $f^{-1}$  به بالا معادل حرکت دادن f به سمت راست است. اگر f را k واحد به راست انتقال دهیم، ضابطه آن به صورت زیر می‌شود:

$$g(x) = f(x - k) = x - k + 4\sqrt{x - k} + 8$$

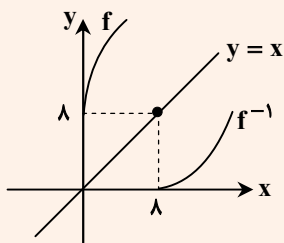
اگر تابع اکیداً صعودی g، وارون خود را در نقطه‌ای قطع کند، تابع  $g$  خط  $y = x$  را نیز در آن نقطه قطع می‌کند، پس برای آنکه g و  $g^{-1}$  یکدیگر را قطع کنند باید معادله زیر جواب داشته باشد:

$$x - k + 4\sqrt{x - k} + 8 = x \Rightarrow 4\sqrt{x - k} = k - 8$$

واضح است برای آنکه این معادله جواب داشته باشد، می‌بایست  $k - 8$  نامنفی باشد، پس  $k \geq 8$ ، یعنی حداقل مقدار k برابر ۸ است.



تابع f اکیداً صعودی با دامنه  $x \geq 0$  است. اگر نمودار f را حداقل ۸ واحد به سمت راست انتقال دهیم، نیمساز ناحیه اول و سوم خط  $(y = x)$  و در نتیجه  $f^{-1}$  را قطع می‌کند؛ پس کافی است  $f^{-1}$  را ۸ واحد به سمت بالا انتقال دهیم.



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱۰- پاسخ: گزینه ۲



$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$



ابتدا سعی می‌کنیم رابطه داده شده را بر حسب  $\sin \alpha$  بازنویسی کنیم:

$$2 + 3 \cot^2 \alpha = -6 \cos 2\alpha \Rightarrow 2 + 3 \left( \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) = -6(1 - 2 \sin^2 \alpha)$$

اکنون از تغییر متغیر  $t = \sin^2 \alpha$  استفاده می‌کنیم:

$$2 + 3 \left( \frac{1}{t} - 1 \right) = -6(1 - 2t) \Rightarrow \frac{3}{t} - 1 = -6 + 12t \Rightarrow 12t^2 - 5t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{24} \Rightarrow t = \frac{3}{4}, -\frac{1}{3}$$

می‌دانیم  $t = \sin^2 \alpha$  مقداری نامنفی است، پس  $t = -\frac{1}{3}$  غیر قابل قبول است، یعنی  $\sin^2 \alpha = \frac{3}{4}$  تنها جواب قابل قبول است. بنابراین

$\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$  و با توجه به حاده بودن  $\alpha$ ، مقدار  $\sin \alpha$  برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  بوده؛ در نتیجه  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  و مقدار خواسته شده برابر است با:

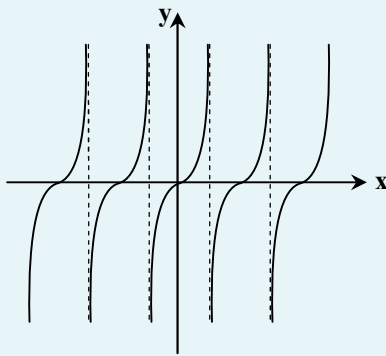
$$\tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cot 2\alpha = -\cot \frac{2\pi}{3} = -\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)**

آزمون وی ای پی



- نمودار تابع  $y = \tan x$  به صورت زیر است:



- دوره تناوب تابع  $y = a \tan bx + c$  به صورت  $T = \frac{\pi}{|b|}$  است.



عرض از مبدأ تابع  $f$  برابر  $-2$  است، پس:

$$f(0) = -2 \Rightarrow -2 = a - \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = -1$$

تابع  $f$  در بازه رسم شده اکیداً صعودی است، پس  $b$  عددی منفی است:

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 0 = -1 - \tan\left(\frac{2\pi}{3}b + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}b + \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$b$  عددی منفی است و اولین صفر مثبت این تابع است، پس:

$$\frac{2\pi}{3}b + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{3}b = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow b = -\frac{3}{4}$$

بنابراین دوره تناوب این تابع برابر است با:

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۴ **▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)**



$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

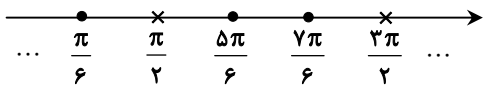
- جواب‌های کلی معادله  $\tan x = \tan \alpha$  به صورت  $x = k\pi + \alpha$  می‌باشد که در آن  $k \in \mathbb{Z}$ .



زمانی حاصل کسر برابر صفر است که صورت آن کسر صفر باشد، ولی مخرج کسر صفر نباشد:

$$\tan 2x - \cot x = 0 \Rightarrow \tan 2x = \cot x \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

جوابها را روی محور نمایش می دهیم:



جواب  $x = \frac{\pi}{2}$ ،  $x = \frac{3\pi}{2}$  و... قابل قبول نیست  $(x \neq k\pi + \frac{\pi}{2})$ : زیرا مخرج کسر یعنی  $\cos x$  برابر صفر است. پس مثلاً در بازه  $(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6})$

معادله جواب ندارد؛ طول این بازه برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)



قاعده کم توان: در چندجمله‌ای ساده، اگر  $x \rightarrow 0$  آنگاه از توان‌های بزرگ‌تر در مقابل توان‌های کوچک‌تر، صرف نظر می کنیم. می خواهیم صورت کسر را ساده کنیم. از آنجاکه  $x \rightarrow 0$ ، از قاعده کم توان استفاده می کنیم:

$$(1+ax)^2(1+bx)^3 - 1 = (1+2ax+a^2x^2)(1+3bx+3b^2x^2+b^3x^3) - 1 \xrightarrow{\text{قاعده کم توان}} (1+2ax)(1+3bx) - 1$$

$$= 1+2ax+3bx+6abx^2 - 1 = (2a+3b)x$$

اکنون حد را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2a+3b)x}{x} = \frac{a^2}{b} \Rightarrow 2a+3b = \frac{a^2}{b} \Rightarrow 2 + \frac{3b}{a} = \frac{a}{b}$$

اگر از تغییر متغیر  $\frac{a}{b} = t$  استفاده کنیم، داریم:

$$2 + \frac{3b}{a} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2 + \frac{3}{t} = t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1 \text{ یا } 3$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)



برای رفع ابهام حالت  $\frac{0}{0}$  رادیکالی، ابتدا مزدوج رادیکال را در آن ضرب می کنیم، سپس با تبدیل به چندجمله‌ای، آن را تجزیه می کنیم. - به طور کلی حد هر چندجمله‌ای به صورت  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  در  $\pm\infty$  برابر حد جمله‌ای از آن است که دارای بزرگ‌ترین درجه است یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$



در حد اول، حد مخرج کسر برابر صفر است، پس حاصل حد زمانی وجود دارد که وقتی  $x \rightarrow 2$ ، صورت کسر نیز برابر صفر باشد:

$$a - \sqrt{2+2} = 0 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

اکنون با توجه به مقدار حد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{bx - 2b} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - \sqrt{x+2})(2 + \sqrt{x+2})}{b(x-2)(2 + \sqrt{x+2})} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x - 2}{4b(x-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{4b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

با توجه به مقدار  $a$  و  $b$  به دست آمده، حد مورد نظر را محاسبه می کنیم؛ می دانیم وقتی  $x$  به بی نهایت میل می کند، مقدار  $[x]$  تقریباً برابر  $x$  است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x[x] + 1}}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + 1}}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{bx} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{bx} = \frac{a-1}{b} = \frac{2-1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

۱۵- پاسخ: گزینه ۱



- (پیوستگی در نقطه): تابع  $f$  در نقطه  $x = a$  پیوسته است، هرگاه  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .



برای آنکه تابع  $f$  در  $x = \pi$  پیوسته باشد، ابتدا باید در  $x = \pi$  حد داشته باشد. وقتی  $x \rightarrow \pi$ ، حد مخرج کسر یعنی  $|\sin x|$  برابر صفر است، پس باید حد صورت کسر نیز وقتی  $x \rightarrow \pi$  برابر صفر باشد، یعنی:

$$a + \cos x = 0 \xrightarrow{x=\pi} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین مقدار حد تابع در  $x = \pi$  برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{a + \cos x}}{|\sin x|} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{|\sin x|} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2}}}{\left| \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \right|} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{2} \right|}{\left| \sin \frac{x}{2} \right| \left| \cos \frac{x}{2} \right|} = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin \left( \frac{\pi}{2} \right)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

با توجه به اینکه  $a = 1$ ، مقدار  $f(\pi)$  برابر است با:

$$f(\pi) = b \left[ -\frac{\pi}{a} \right] = b[-\pi] = -\pi b$$

برای آنکه  $f$  در  $x = \pi$  پیوسته باشد، باید مقدار حد و مقدار تابع در این نقطه با هم برابر باشند، پس:

$$-\pi b = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b = -\frac{\sqrt{2}}{2\pi}$$

در نتیجه، مقدار  $ab$  برابر است با:

$$ab = 1 \times \left( -\frac{\sqrt{2}}{2\pi} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2\pi}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۴



- اگر  $f(x) = \sqrt{ax+b}$  و  $ax+b > 0$ ، آنگاه:  $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$

- توابع  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \cos x$  مشتق پذیر هستند و داریم:  $f'(x) = \cos x$ ،  $g'(x) = -\sin x$

- اگر توابع  $f$  و  $g$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع  $fg$  و  $\frac{f}{g}$  ( $g(a) \neq 0$ ) نیز در  $x = a$  مشتق پذیرند و داریم:

الف)  $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$       ب)  $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$

- اگر  $f$  تابعی بر حسب  $u$  و  $u$  تابعی از  $x$  باشد:  $y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$



فرض کنید  $g(x) = \frac{x + \sqrt{2x}}{x - \sqrt{x}}$ ؛ بنابراین  $f(x) = g(x) \times \cos \frac{\pi}{\sqrt{x}}$ ، با توجه به قاعده مشتق ضرب توابع داریم:

$$f'(x) = g'(x) \times \cos \frac{\pi}{\sqrt{x}} + g(x) \times \left( -\sin \left( \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right) \right) \times \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = g'(x) \times \cos \frac{\pi}{\sqrt{x}} + g(x) \times \sin \left( \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right) \times \frac{\pi}{2\sqrt{x}}$$

در  $x = 4$  مقدار  $\cos \frac{\pi}{\sqrt{x}}$  برابر صفر است، پس مقدار  $f'(4)$  برابر است با:

$$f'(4) = 0 + \frac{4 + \sqrt{2 \times 4}}{4 - \sqrt{4}} \times \sin \frac{\pi}{\sqrt{4}} \times \frac{\pi}{2 \times 4 \sqrt{4}} = \frac{4 + 2}{4 - 2} \times 1 \times \frac{\pi}{16} = \frac{3\pi}{16}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)



- اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد و  $f(x) = x^n$ ، آنگاه:  $f'(x) = nx^{n-1}$

- اگر توابع  $f$  و  $g$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع  $f \pm g$  و  $fg$  نیز در  $x = a$  مشتق پذیرند و داریم:

الف)  $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

ب)  $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$

- اگر  $f$  تابعی بر حسب  $u$  و  $u$  تابعی از  $x$  باشد:  $y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$



از دو طرف تساوی داده شده، دو بار مشتق می گیریم:

$$g'(x) + f(x^3) + 3x^2 f'(x^3) = 2x$$

$$g''(x) + 3x^2 f''(x^3) + 9x f'(x^3) + 9x^5 f''(x^3) = 2$$

با جای گذاری  $x = 1$  در عبارت به دست آمده، داریم:

$$g''(1) + 3f'(1) + 9f''(1) = 2 \Rightarrow g''(1) + 3 \times 2 + 9 \times 2 + 9 \times (-3) = 2 \Rightarrow g''(1) + 6 + 18 - 27 = 2 \Rightarrow g''(1) = 5$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)



- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع  $f$  بر بازه‌ای باز مانند  $I$  ( $I \subseteq D_f$ ) پیوسته باشد و  $c \in I$  یک نقطه بحرانی تابع  $f$  باشد، هرگاه  $f$  بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه  $c$ ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) > 0$ ، و به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) < 0$ ، در این صورت  $f(c)$  یک مقدار ماکزیمم نسبی  $f$  است.

ب) اگر به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) < 0$ ، و به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) > 0$ ، آنگاه  $f(c)$  یک مقدار مینیمم نسبی  $f$  است.

پ) اگر  $f'$  در نقطه  $c$  تغییر علامت ندهد، به طوری که  $f'$  در هر دو طرف  $c$  مثبت یا هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه  $f(c)$  نه مینیمم نسبی و نه ماکزیمم نسبی است.



نقاط بحرانی تابع  $f$  را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - \cos x = \cos x (2 \sin x - 1)$$

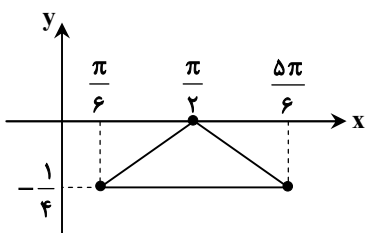
$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \xrightarrow{\text{در بازه}} (0, \pi) \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ 2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{در بازه}} (0, \pi) \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

هر سه عدد به دست آمده، ریشه‌های ساده  $f'$  هستند، پس نقاط زیر اکسترمم‌های تابع  $f$  هستند:

$$A\left(\frac{\pi}{6}, -\frac{1}{4}\right), B\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), C\left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{1}{4}\right)$$

مساحت مثلث ABC برابر است با:

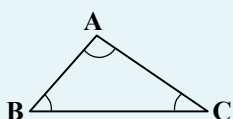
$$S = \frac{1}{2} \times \left| -\frac{1}{4} \right| \times \left( \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{4\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$$



۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)



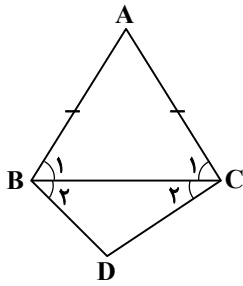
- اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.



$$AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$$



در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، داریم:



$$\hat{ABC} : AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\hat{BDC} : DC > DB \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{DBC} > \hat{BCD}$$

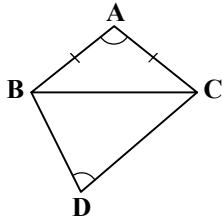
اگر دو رابطه بالا را با هم جمع کنیم، داریم:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 > \hat{C}_1 + \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{ABD} > \hat{ACD}$$

بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ درست می‌باشند و لذا پاسخ درست، گزینه ۴ است.

توجه کنید که در مورد گزینه ۳، ممکن است مثلث متساوی الساقین  $ABC$  طوری رسم شود که زاویه

$\hat{BDC}$  کوچک‌تر از زاویه  $\hat{BAC}$  باشد.

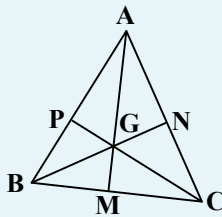


▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



سه میانه هر مثلث در یک نقطه درون آن مثلث هم‌رس‌اند، به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر  $\frac{1}{3}$  اندازه میانه نظیر این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس،  $\frac{2}{3}$  اندازه میانه نظیر آن رأس است.

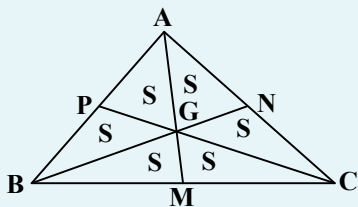


$$AG = 2GM = \frac{2}{3}AM$$

$$GM = \frac{1}{3}AG = \frac{1}{3}AM$$

مشابه روابط فوق برای میانه‌های دیگر نیز برقرار است.

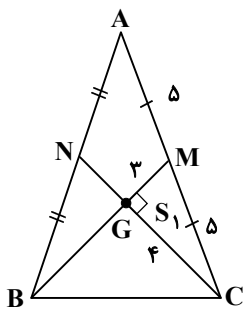
سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.



$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = S = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC}$$



با توجه به شکل مقابل و نکته بالا، داریم:



$$\begin{cases} BM = 9 \Rightarrow GM = \frac{1}{3}BM = \frac{1}{3} \times 9 = 3 \\ CN = 6 \Rightarrow GC = \frac{2}{3}CN = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \\ MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \end{cases}$$

می‌دانیم  $5^2 = 3^2 + 4^2$ ، پس مثلث  $GMC$  با اضلاع ۳، ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است و داریم:

$$S_1 = \frac{1}{2}GM \times GC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

بر طبق ویژگی‌های میانه‌ها، مساحت مثلث  $GMC$ ،  $\frac{1}{6}$  مساحت مثلث  $ABC$  است، پس:

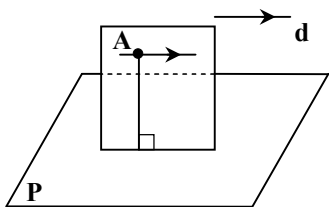
$$S_{\triangle ABC} = 6S_1 = 6 \times 6 = 36$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

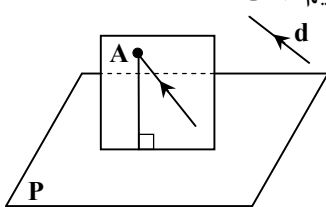
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۱)



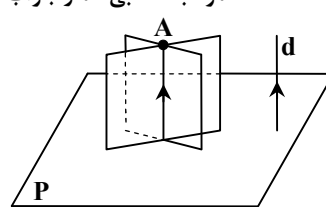
شرط توازی خط و صفحه آن است که خط با یکی از خطوط صفحه موازی باشد و بر آن صفحه واقع نباشد. شرط عمود بودن دو صفحه، آن است که خطی در یکی از صفحات وجود داشته باشد که بر صفحه دیگر عمود باشد. باید از نقطه A یک خط عمود بر صفحه P و یک خط موازی d رسم کنیم. صفحه‌ای که از این دو خط می‌گذرد، صفحه جواب است. مطابق شکل اگر d بر صفحه P عمود نباشد، یک جواب داریم و اگر d بر صفحه P عمود باشد، بی‌شمار جواب خواهیم داشت:



$d \not\perp P$   
(یک جواب)



$d \not\perp P$   
(یک جواب)



$d \perp P$   
(بی‌شمار جواب)

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳) و (فصل ۳، درس ۱)

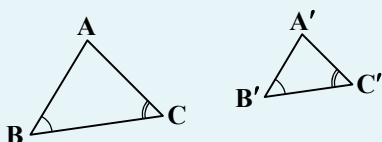
۲۲- پاسخ: گزینه ۴



- هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$

- در هر لوزی قطرهای عمود بر یکدیگرند و قطرهای روی نیمساز زاویه‌ها می‌باشند.



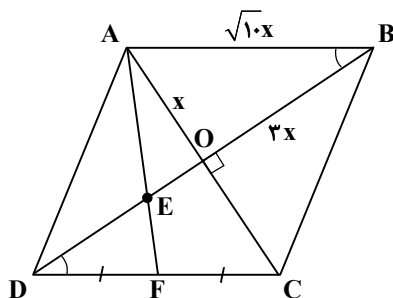
با توجه به شکل مقابل و فرض سؤال، داریم:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2AO}{2OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AO}{OB} = \frac{1}{3}$$

AO را برابر x و OB را برابر 3x فرض می‌کنیم:

$$\text{ضلع لوزی: } AB = \sqrt{AO^2 + OB^2} = \sqrt{x^2 + 9x^2} = \sqrt{10}x$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow \hat{ABO} = \hat{ODC}, \hat{BAE} = \hat{EDF}$$



پس دو مثلث ABE و DEF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و با توجه به اینکه در لوزی چهار ضلع برابرند، داریم:

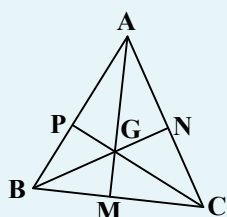
$$\frac{BE}{ED} = \frac{AB}{DF} = \frac{AB}{CD} = 2 \Rightarrow \frac{BE}{ED} = 2 \Rightarrow \frac{BE}{BE+ED} = \frac{2}{1+2} \Rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow BE = \frac{2}{3}BD$$

$$\Rightarrow BE = \frac{2}{3} \times 2 \times 3x = 4x, \quad OE = BE - OB = 4x - 3x = x$$

$$AE = \sqrt{AO^2 + OE^2} = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2}x \Rightarrow \frac{BC}{AE} = \frac{\sqrt{10}x}{\sqrt{2}x} = \sqrt{5}$$



- سه میانه هر مثلث در یک نقطه درون آن مثلث هم‌رس‌اند، به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر  $\frac{1}{3}$  اندازه میانه نظیر این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس،  $\frac{2}{3}$  اندازه میانه نظیر آن رأس است.



$$AG = 2GM = \frac{2}{3}AM$$

$$GM = \frac{1}{3}AG = \frac{1}{3}AM$$

مشابه روابط فوق برای میانه‌های دیگر نیز برقرار است.

اینجوری هم میشه



در لوزی (و همه متوازی‌الاضلاع‌ها) قطر‌ها منصف‌اند، پس OD میانه وارد بر AC است. ضمناً AF، میانه وارد بر CD است. پس E محل هم‌رسی میانه‌های مثلث ACD است. مشابه روش قبل  $OB = 3x$  و  $OA = x$ . در نتیجه داریم:

$$OE = \frac{1}{3}OD = \frac{1}{3} \times 3x = x \Rightarrow \frac{BC}{AE} = \frac{\sqrt{OB^2 + OC^2}}{\sqrt{OA^2 + OE^2}} = \frac{\sqrt{9x^2 + x^2}}{\sqrt{x^2 + x^2}} = \frac{x\sqrt{10}}{x\sqrt{2}} = \sqrt{5}$$

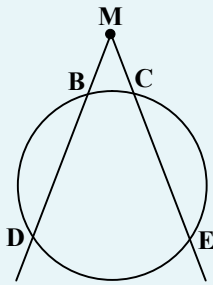
۲۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

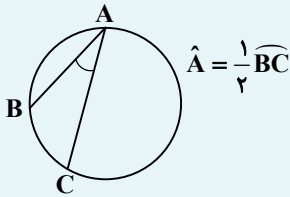


- زاویه‌ای که از برخورد امتداد‌های دو وتر در خارج دایره تشکیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{M} = \frac{1}{2}(\widehat{DE} - \widehat{BC})$$



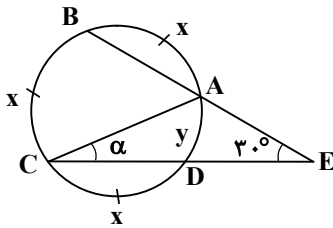
- اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.



جوابش اینه



با توجه به اینکه کمان‌های AB، BC و CD برابرند، فرض می‌کنیم: آزمون وی ای پی



$$\begin{cases} \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = x \\ \widehat{AD} = y \end{cases}$$

طبق نکته بالا، داریم:

$$\hat{E} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2}$$

$$30^\circ = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 60^\circ \Rightarrow y = x-60^\circ$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DA} = 360^\circ \Rightarrow 3x + y = 360^\circ \Rightarrow 3x + x - 60^\circ = 360^\circ$$

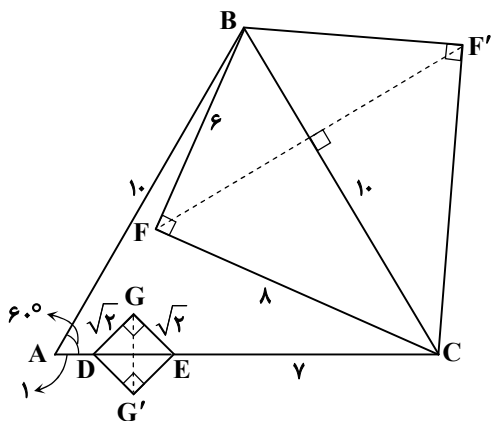
$$4x = 420^\circ \Rightarrow \hat{x} = 105^\circ \Rightarrow \hat{y} = 45^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{y}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی



- یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی معروف است. در این‌گونه مسائل، هدف این است که بدون این‌که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.



با توجه به شکل، بازتاب F را نسبت به BC یافته و F' می‌نامیم و آن را به B و C وصل می‌کنیم. همچنین بازتاب G را نسبت به DE یافته و G' نامیده و آن را به D و E وصل می‌کنیم. داریم:

$$DE = \sqrt{2+2} = 2$$

$$AC = AD + DE + EC = 1 + 2 + 7 = 10$$

در مثلث ABC،  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $AB = AC = 10$ ، پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و لذا:  $BC = 10$ ، حال در مثلث BFC، داریم:

$$BF = 6, FC = 8, BC = 10$$

$$\Rightarrow 10^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = BF^2 + FC^2$$

پس مثلث BFC قائم‌الزاویه است و میزان افزایش مساحت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$2S_{\triangle BFC} + 2S_{\triangle DGE} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 48 + 2 = 50$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۱



- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه n باشد، ( $1 \leq n \leq 3$ ) در این صورت دترمینان ماتریس A را با نماد  $|A| = \det(A)$  نمایش می‌دهیم و داریم:

$$I) A = [k]_{1 \times 1} \Rightarrow |A| = k$$

$$II) A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc$$

$$III) A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{برحسب سطر اول: } |A| = a_{11} \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\text{برحسب سطر دوم: } |A| = a_{21} \times (-1)^{2+1} \times \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22} \times (-1)^{2+2} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{23} \times (-1)^{2+3} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(برای هر ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه می‌توان دترمینان A را برحسب هر سطر یا ستونی به دست آورد که حاصل در همه حالات یکسان خواهد بود.)

- اگر A ماتریس مربعی مرتبه n باشد، داریم:

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}| \text{ و } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}, |A^n| = |A|^n$$



ابتدا دترمینان A را با بسط برحسب سطر دوم به دست می‌آوریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \end{vmatrix} = (-1)(-1) \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 27 - 25 = 2$$

حال طبق نکته بالا، داریم:

$$|A^4| = |A|^4 = 2^4 = 16, |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{2}$$

$$||A|A| = |2A| = 2^3 |A| = 2^3 \times 2 = 16$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{|A^4| + 2|A^{-1}| - 1}{||A|A|} = \frac{16 + 2 \times \frac{1}{2} - 1}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)



- عدد  $(ad - bc)$  را دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  می‌نامیم و با نماد  $|A|$  (می‌خوانیم، دترمینان  $A$ ) نشان می‌دهیم بنابراین می‌توان گفت:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس  $A$  یعنی  $A^{-1}$  از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$



می‌دانیم  $A^4 \times A = A^5$ ، پس برای به دست آوردن ماتریس  $A$  کافی است وارون  $A^4$  را در  $A^5$  ضرب کنیم:

$$(A^4)^{-1} \times A^4 \times A = (A^4)^{-1} \times A^5 \Rightarrow A = (A^4)^{-1} \times A^5$$

حال وارون ماتریس  $A^4$  را طبق نکته بالا به دست می‌آوریم:

$$A^4 = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^4| = 10 - 9 = 1 \Rightarrow (A^4)^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

ماتریس  $A$  به صورت زیر به دست می‌آید.

$$A = (A^4)^{-1} \times A^5 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  برابر  $1 = 1 - 1 + 1 + 0$  می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)

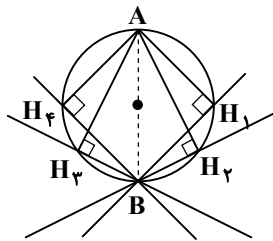
۲۷- پاسخ: گزینه ۱



طبق شکل مقابل و فرض سؤال، داریم:

$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = \hat{H}_3 = \hat{H}_4 = \dots = 90^\circ$$

اگر تمام پای عمودها به  $A$  و  $B$  وصل شوند، زاویه  $90^\circ$  می‌سازند، پس تمامی این نقاط بر روی دایره‌ای به قطر  $AB$  قرار دارند.



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

۲۸- پاسخ: گزینه ۳



- در معادله گسترده (ضمنی) دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ :

(الف) همواره ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  با هم برابر و مساوی ۱ است.

(ب) مرکز دایره به مختصات  $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$  است.

(پ) شعاع دایره  $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$  است.

- معادله سهمی افقی یا قائم با رأس  $S(h, k)$  به صورت زیر است.

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y - k)^2 = 4a(x - h)$	$(a + h, k)$	$x = -a + h$	خط $y = k$	روبه راست
$(y - k)^2 = -4a(x - h)$	$(-a + h, k)$	$x = a + h$	خط $y = k$	روبه چپ
$(x - h)^2 = 4a(y - k)$	$(h, a + k)$	$y = -a + k$	خط $x = h$	روبه بالا
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$	$(h, -a + k)$	$y = a + k$	خط $x = h$	روبه پایین



ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$y^2 - 2y - 4x - 7 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 - 1 - 4x - 7 = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = 4x + 8$$

$$(y-1)^2 = 4(x+2) \Rightarrow S(-2, 1), 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

سهمی افقی رو به راست است: در نتیجه:

$$SH = a = 1 \Rightarrow H(-3, 1)$$

پس معادله خط هادی سهمی،  $x = -3$  است.

باید دایره‌ای از گزینه‌ها را بیابیم که طول مرکز آن  $-3$  باشد که جواب آن گزینه ۳ است.

$$x^2 + y^2 + 6x - 3y - 4 = 0 \Rightarrow \text{مرکز دایره } O(-\frac{6}{2}, -\frac{-3}{2}) \Rightarrow O(-3, \frac{3}{2})$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۲



- بردار تصویر قائم  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{a}' = r\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

- مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده بر روی دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر است با:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$



طبق شکل، ابتدا بردار تصویر قائم  $\vec{a}$  بر روی امتداد بردار  $\vec{b}$  را می یابیم.

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{2+8+2}{(\sqrt{1+4+4})^2} \vec{b} = \frac{12}{9} (1, 2, -2) = (\frac{4}{3}, \frac{8}{3}, -\frac{8}{3})$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{d} \Rightarrow \vec{d} = \vec{a} - \vec{a}'$$

$$\vec{d} = (2, 4, -1) - (\frac{4}{3}, \frac{8}{3}, -\frac{8}{3}) = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}) \Rightarrow 3\vec{d} = (2, 4, 5)$$

مساحت متوازی‌الاضلاع بنا شده بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $3\vec{d}$  برابر است با:

$$\vec{a} \times 3\vec{d} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}(20+4) - \vec{j}(10+2) + \vec{k}(8-8) = 24\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow S = \sqrt{24^2 + 12^2} = 12\sqrt{5}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴



- احتمال پیشامد A از فضای نمونه‌ای S به صورت مقابل محاسبه می شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$



ابتدا یک مهره سیاه انتخاب می کنیم و سپس به سراغ حداقل یک مهره سفید می رویم:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1} \times (\binom{6}{1} \binom{3}{1} + \binom{6}{2})}{\binom{13}{3}} = \frac{4 \times (18 + 15)}{286} = \frac{4 \times 33}{286} = \frac{66}{143}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳



- نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک)، نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است. فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.



تعداد افراد هر طبقه برابر است با:

$$\frac{900}{20} = 45$$

شماره افراد نمونه، یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d = 45$  است که در آن جمله هفتم برابر ۲۸۰ است، پس داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_7 = a_1 + 6d \xrightarrow[d=45]{a_7=280} 280 = a_1 + 6 \times 45 \Rightarrow 280 = a_1 + 270 \Rightarrow a_1 = 10$$

شماره نفر آخر یعنی شماره نفر بیستم که برابر است با:

$$a_{20} = a_1 + 19d = 10 + 19 \times 45 = 10 + 855 = 865$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲



- برای دو گزاره  $p$  و  $q$  داریم:

$$\text{قوانین دموگان: } \begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

- گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  است.

- برای دو گزاره  $p$  و  $q$  همواره داریم:  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

- برای دو گزاره دلخواه  $p$  و  $q$  داریم:

$$\text{قوانین جذب: } \begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$



ابتدا گزاره « $\sim(q \Rightarrow p) \vee q$ » را ساده می‌کنیم:

$$p \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \Rightarrow [\sim(\sim q \vee p) \vee q] \equiv p \Rightarrow [(q \wedge \sim p) \vee q] \equiv p \Rightarrow q$$

جذب

عکس نقیض گزاره « $p \Rightarrow q$ » به صورت « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳



- تساوی‌های زیر را که به قوانین دموگان معروف‌اند برای هر دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  از مجموعه مرجع  $U$  برقرارند:

الف)  $(A \cup B)' = (A' \cap B')$

ب)  $(A \cap B)' = (A' \cup B')$

- (قوانین جذب یا همپوشانی): اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع  $U$  باشند، داریم:

الف)  $A \cup (A \cap B) = A$

ب)  $A \cap (A \cup B) = A$

- برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:

$$A - B = A \cap B'$$



ابتدا مجموعه  $(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)$  را ساده می‌کنیم:

$$(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B) = (B \cap C)' \cap \underbrace{((B' \cup A) \cap B')}_{\text{جذب}} = \underbrace{(B' \cup C')}_{\text{جذب}} \cap B' = B'$$

بنابراین مجموعه داده شده در صورت سؤال به فرم زیر است:

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) = (A - B) \cup B' = \underbrace{(A \cap B')}_{\text{جذب}} \cup B' = B'$$

متمم مجموعه  $B'$  مجموعه  $B$  است، پس داریم:

$$n(B) = 5, n(A \cap B) = 2 \Rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه  $B - A$  برابر است با:  $2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)



- فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه  $A$ ، داریم:

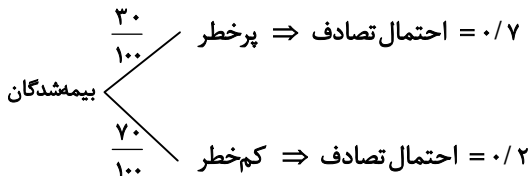
$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

- فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه  $A$  و هر  $i \leq n$  داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$



با توجه به اطلاعات سؤال، افراد بیمه شده طبق نمودار درختی زیر تقسیم می‌شوند.



احتمال آنکه یکی از بیمه‌شدگان تصادف کند، طبق قانون احتمال کل برابر است با:

$$P(\text{تصادف}) = \frac{30}{100} \times \frac{7}{10} + \frac{70}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{210 + 140}{1000} = \frac{35}{100}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$P(\text{تصادف} | \text{پرخطر}) = \frac{P(\text{پرخطر}) \times P(\text{تصادف} | \text{پرخطر})}{P(\text{تصادف})} = \frac{\frac{30}{100} \times \frac{7}{10}}{\frac{35}{100}} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



- مجموعه همسایه‌های یک رأس: فرض کنیم  $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس‌هایی از گراف  $G$  که به رأس  $v$  متصل هستند، «همسایگی باز رأس  $v$ » می‌گوییم و با  $N_G(v)$  نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس  $v$  به  $N_G(v)$  «همسایگی بسته رأس  $v$ » را به دست می‌دهد که آن را با  $N_G[v]$  نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$

- در گراف  $G$  از مرتبه  $p$ ، حداکثر اندازه گراف یعنی بیشترین تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q_{\max} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$



اگر همسایگی بسته یک رأس خود همان رأس باشد یعنی درجه آن رأس صفر است. پس حداکثر رأس‌های درجه صفر را می‌خواهیم. برای حداکثر شدن تعداد رأس‌های با درجه صفر، باید ۲۰ یال را با حداقل رأس رسم کنیم، پس:

$$q \leq \binom{p}{2} \Rightarrow 20 \leq \binom{p}{2} \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} \geq 20 \Rightarrow p(p-1) \geq 40 \Rightarrow p \geq 7 \Rightarrow p_{\min} = 7$$

در این تست  $p = 11$  است، پس حداکثر  $11 - 7 = 4$  رأس درجه صفر می‌توانیم داشته باشیم.

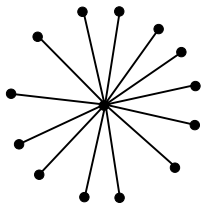
۳۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)



- یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌های دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.  
- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف  $G$  می‌نامیم و آن را با  $\gamma(G)$  نمایش می‌دهیم.



گراف همبند از مرتبه ۱۴ حداقل ۱۳ یال دارد و از آنجایی که این گراف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۱۳ عضوی دارد، پس شکل آن به صورت زیر است:



واضح است که در این گراف  $\gamma = 1$  است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

آزمون وی ای پی



- تعمیم اصل لانه‌کبوتری: هرگاه  $(kn + 1)$  کبوتر یا بیشتر در  $n$  لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل  $(k + 1)$  کبوتر در آن قرار گرفته است.



هر اتوبوس را یک لانه در نظر می‌گیریم، چون می‌خواهیم حداقل یکی از لانه‌ها شامل دست‌کم ۱۵ کبوتر باشد، داریم:

$$k + 1 = 15 \Rightarrow k = 14 \Rightarrow \begin{array}{r} 128 \\ 14 \\ \hline 126 \\ 2 \end{array}$$

اگر تعداد اتوبوس‌ها را ۹ عدد در نظر بگیریم، با فرض اینکه ۱۲۸ نفر، کبوترها هستند، داریم:

$$\begin{array}{r} 128 \\ 14 \\ \hline 126 \\ 2 \end{array}$$

طبق اصل لانه‌کبوتری، حداقل یک اتوبوس شامل دست‌کم  $15 = 14 + 1$  دانش‌آموز وجود دارد.

توجه کنید که اگر تعداد اتوبوس‌ها برابر ۱۰ باشد، داریم:

$$\begin{array}{r} 128 \\ 12 \\ \hline 120 \\ 8 \end{array}$$

در این حالت، حداقل یکی از اتوبوس‌ها شامل دست‌کم  $13 = 12 + 1$  دانش‌آموز خواهد بود و این خواسته سؤال نمی‌باشد، پس حداکثر تعداد

اتوبوس‌ها برابر ۹ می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳



- برای دو مجموعه A و B از مجموعه مرجع S داریم:

$$۱) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad ۲) |A - B| = |A| - |A \cap B| \quad ۳) |\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$



ابتدا تعداد کل توابع یک‌به‌یک از مجموعه A = {a, b, c, d} به مجموعه B = {1, 2, 3, 4, 5} را می‌یابیم.

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ |S| = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \end{array}$$

تعداد توابع یک‌به‌یک از A به B به طوری که f(a) = 1 باشد را با |A<sub>۱</sub>| نشان داده و داریم:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ |A_1| = 1 \times 4 \times 3 \times 2 = 24 \end{array}$$

همچنین تعداد توابع یک‌به‌یک از A به B به طوری که f(b) = 2 باشد را با |A<sub>۲</sub>| نشان داده و داریم:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ |A_2| = 4 \times 1 \times 3 \times 2 = 24 \end{array}$$

|A<sub>۱</sub> ∩ A<sub>۲</sub>| تعداد توابع یک‌به‌یک از A به B با شرایط f(b) = 2 و f(a) = 1 است، پس:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ |A_1 \cap A_2| = 1 \times 1 \times 3 \times 2 = 6 \end{array}$$

خواسته سؤال برابر |A<sub>۱</sub> ∩ A<sub>۲</sub>| است و داریم:

$$|\overline{A_1 \cap A_2}| = |\overline{A_1 \cup A_2}| = |S| - |A_1 \cup A_2| = |S| - |A_1| - |A_2| + |A_1 \cap A_2| = 120 - 24 - 24 + 6 = 78$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۳



- باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۳ یا ۹ برابر است با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۳ یا ۹؛ یعنی:

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv_{3 \text{ یا } 9} a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0$$

- باقی‌مانده تقسیم عدد  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$  بر ۴ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv_4 a_1 a_0$$



عدد  $a_7 4 6 b$  مضرب ۳۶ است، پس هم بر ۴ و هم بر ۹ بخش پذیر است.

طبق نکات بالا، داریم:

$$\overline{a_7 4 6 b} \equiv_4 0 \Rightarrow \overline{6 b} \equiv_4 0 \Rightarrow 6 + b \equiv_4 0 \Rightarrow b \equiv_4 -6 \Rightarrow b \equiv_4 -6 + 4 \times 15 \equiv_4 0 \Rightarrow b \equiv_4 0$$

$$\Rightarrow b = 4k \Rightarrow b \in \{0, 1, \dots, 9\} \Rightarrow b = 0, 4, 8$$

$$\overline{a_7 4 6 b} \equiv_9 0 \Rightarrow a + 7 + 4 + 6 + b \equiv_9 0 \Rightarrow a + b \equiv_9 -17 \Rightarrow a + b \equiv_9 -17 + 9 \times 2 \Rightarrow a + b \equiv_9 1$$

با در نظر گرفتن مقادیر ممکن برای b، داریم:

$$b = 0 \Rightarrow a \equiv_9 1 \Rightarrow a = 9k + 1 \xrightarrow{a \in \{1, 2, \dots, 9\}} a = 1 \Rightarrow \text{عدد مورد نظر} = 17460$$

$$b = 4 \Rightarrow a + 4 \equiv_9 1 \Rightarrow a \equiv_9 -3 \Rightarrow a = 9k - 3 \xrightarrow{a \in \{1, 2, \dots, 9\}} a = 6 \Rightarrow \text{عدد مورد نظر} = 67464$$

$$b = 8 \Rightarrow a + 8 \equiv_9 1 \Rightarrow a \equiv_9 -7 \Rightarrow a = 9k - 7 \xrightarrow{a \in \{1, 2, \dots, 9\}} a = 2 \Rightarrow \text{عدد مورد نظر} = 27468$$

بنابراین ۳ عدد ۵ رقمی با شرایط گفته شده وجود دارد.

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)



- برای هر عدد طبیعی مانند  $m$  و هر دو عدد صحیح مانند  $a$  و  $b$ ، اگر  $m \mid a - b$ ، می‌گوییم « $a$  هم‌نهشت با  $b$  است به‌سنج یا پیمانه  $m$ »؛ و می‌نویسیم  $a \equiv b \pmod{m}$ . تعریف رابطه هم‌نهشتی به پیمانه  $m$ ، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$



با توجه به تعریف هم‌نهشتی، داریم:

$$110 \equiv 19 \pmod{m} \Rightarrow m \mid 110 - 19 \Rightarrow m \mid 91 \Rightarrow m \mid 7 \times 13 \Rightarrow m = 7, 13, 91$$

چون  $(m, 13) = 1$  یعنی ب.م.م  $m$  و  $13$  برابر ۱ است، پس فقط  $m = 7$  قابل قبول است و داریم:

$$a \equiv 19 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv 19 - 2 \times 7 \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow a = 7k + 5$$

چون کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی  $a$  را می‌خواهیم، پس:

$$a \geq 100 \Rightarrow 7k + 5 \geq 100 \Rightarrow 7k \geq 95 \Rightarrow k \geq \frac{95}{7} \Rightarrow k \geq 14$$

$$k = 14 \Rightarrow a = 7 \times 14 + 5 = 103 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 0 + 3 = 4$$

## فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۶)



نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است، به این معنی که نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون یا یک پروتون و یک نوترون (در فاصله برابر) وجود دارد.

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۲)



در سقوط آزاد شتاب رو به پایین و برابر  $g$  ( $a = g$ ) است. از طرفی می‌دانیم ترازو همواره عددی برابر با  $F_N$  را نشان می‌دهد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = mg \Rightarrow F_N = 0$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۱)



$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{12}{\rho_A} = 2 \times \frac{8}{\rho_B} \Rightarrow 12\rho_B = 16\rho_A \Rightarrow \rho_B = \frac{4}{3}\rho_A$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + 4m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{4m}{\rho_B}} = \frac{5}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{4}{\frac{4}{3}\rho_A}} = \frac{5\rho_A}{1+3} = \frac{5}{4}\rho_A$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۳)



$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times \frac{50}{0.1} \times 0.2 = 12 \times 10^{-5} T \xrightarrow{1T=10^4 G} B = 1/2 G$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۶)



مجموع جرم نوکلئون‌ها از جرم هسته بیشتر است؛ یعنی  $M_2 > M_1$  و به اختلاف آن‌ها کاستی جرم هسته ( $\Delta m$ ) می‌گویند و حاصل ضرب  $\Delta m$  در مربع تندی نور ( $c^2$ )، یعنی  $E = \Delta mc^2$  برابر انرژی بستگی هسته‌ای است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

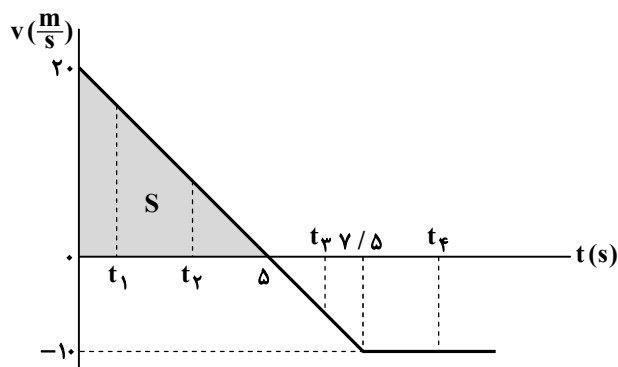


$$5x + 20t - 80 = 0 \Rightarrow x = -4t + 16 \Rightarrow \begin{cases} 20 = -4t + 16 \Rightarrow t = -1s \\ -20 = -4t + 16 \Rightarrow t = 9s \end{cases}$$

سرعت متحرک در هر لحظه ثابت و برابر  $v = -4 \frac{m}{s}$  است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

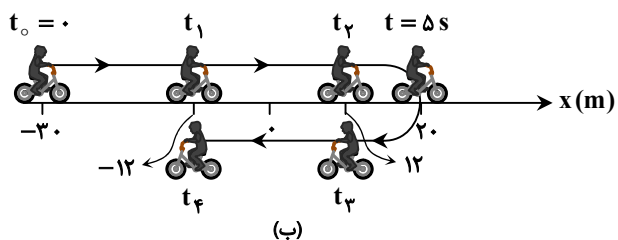


(الف)

با توجه به شکل «الف»، متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت در جهت محور x حرکت می‌کند و در این مدت ۵۰m جابه‌جا می‌شود و از مکان  $x_0 = -30m$  به مکان  $x = 20m$  می‌رود.

$$\begin{aligned} \Delta x_{(0,5s)} = S &= \frac{20 \times 5}{2} = 50 \\ \Rightarrow x_5 - x_0 &= 50 \\ \Rightarrow x_5 - (-30) &= 50 \\ \Rightarrow x_5 &= 20m \end{aligned}$$

مسیر حرکت متحرک مطابق شکل «ب» رسم می‌شود. متحرک در ۷/۵ ثانیه اول با شتاب ثابت حرکت می‌کند. معادله مکان-زمان متحرک را در این مدت تعیین می‌کنیم.



(ب)

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{5} = -4 \frac{m}{s^2} \\ x &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \\ \Rightarrow x &= \frac{1}{2} (-4)t^2 + 20t - 30 = -2t^2 + 20t - 30 \end{aligned}$$

لحظه عبور متحرک از مکان  $x = -12m$  را به دست می‌آوریم:

$$-12 = -2t^2 + 20t - 30 \Rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1s \checkmark \\ t = 9s \times \end{cases}$$

$t = 9s$  را از این بابت نمی‌پذیریم که خارج از بازه‌ای است که متحرک با شتاب ثابت حرکت می‌کند. در ضمن  $t = 1s$  همان  $t_1$  در شکل «الف» است.

لحظه‌های عبور متحرک از مکان  $x = 12m$  را با  $t_2$  و  $t_3$  نشان می‌دهیم.

$$-2t^2 + 20t - 30 = 12 \Rightarrow t^2 - 10t + 21 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_2 = 3s \\ t_3 = 7s \end{cases}$$

مکان متحرک را در لحظه  $t = 7/5$  s تعیین می‌کنیم:

$$x = -2t^2 + 20t - 30 = -2 \times (7/5)^2 + 20 \times 7/5 - 30 = 15(-7/5 + 10 - 2) = 15 \times (0/5) = 7/5 \text{ m}$$

جالب شد! متحرک در لحظه  $t = 7/5$  s در مکان  $x = 7/5$  m است؛ از این لحظه به بعد متحرک با سرعت ثابت  $-10 \frac{m}{s}$  حرکت می‌کند.

فرض کنید متحرک در لحظه  $t_f$  برای بار دوم از مکان  $x = -12$  m عبور می‌کند. در این صورت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow -12 - 7/5 = -10(t_f - 7/5) \Rightarrow t_f - 7/5 = 1/95 \Rightarrow t_f = 9/45 \text{ s}$$

با توجه به محاسبات فوق و شکل «ب»، بازه زمانی که فاصله متحرک از مبدأ کمتر از ۱۲ m است، برابر است با:

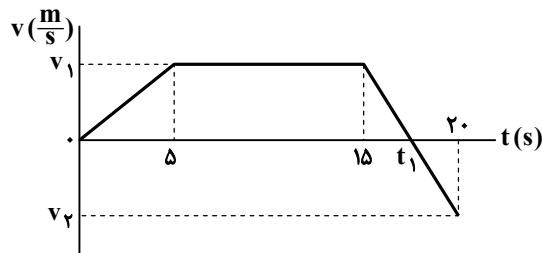
$$\Delta t = (t_f - t_1) + (t_f - t_3) \Rightarrow \Delta t = (3 - 1) + (9/45 - 7) = 2 + 2/45 = 4/45 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۱



نمودار سرعت- زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌شود.



$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{v_1 - 0}{\delta} \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -4 = \frac{v_{t_1} - v_1}{t_1 - 15}$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{0 - 10}{t_1 - 15} \Rightarrow t_1 - 15 = 2/5 \Rightarrow t_1 = 17/5 \text{ s}$$

تندی متحرک در بازه زمانی ۱۵ s تا  $t_1 = 17/5$  s کند می‌شود؛ بنابراین متحرک  $2/5$  s به‌طور کندشونده حرکت می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۴



ابتدا ارتفاع گلوله (h) را حساب می‌کنیم:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = 125 \text{ m}$$

حالا تندی گلوله را در نیمه راه به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 = 2g \left(\frac{h}{2}\right) \Rightarrow v^2 = gh \Rightarrow v = \sqrt{gh} = \sqrt{10 \times 125} = 25\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴



در شکل «الف»، وزن و نیروی کشسانی فنر موازنه می‌شود:

$$mg = F_e$$

در شکل «ب»، داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

چون طول فنر در هر دو شکل یکسان است، نیروی کشسانی فنر در دو حالت یکسان است.

$$F_e = F \xrightarrow{(F_e = mg)} mg - 0.4mg = ma \Rightarrow a = 0.6g = 0.6 \times 10 = 6 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۱



$$p_o = m\vec{v}_o = 0.5 \times (2\vec{i}) = \vec{i}$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow -3\vec{i} = \frac{\vec{p} - \vec{i}}{t} \Rightarrow \vec{p} = (-3t + 1)\vec{i}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)



طبق رابطه  $F_c = \frac{mv^2}{r}$ ، چون  $r_A < r_B$  است،  $F_A > F_B$  است. شرط دوران خودرو آن است که  $f_{s,max} \geq F_c$  باشد:

$$\mu_s F_N \geq \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg \geq \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu_s rg} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_s rg}$$

چون  $r_B > r_A$  است، اتومبیل B با تندی بزرگ تری می تواند به حرکت خود ادامه بدهد:

$$r_B > r_A \Rightarrow v_{max,B} > v_{max,A}$$

البته می شد این طور هم تحلیل کرد. زمانی اتومبیل می لغزد که حاصل  $\frac{mv^2}{r}$  از  $f_{s,max}$  بزرگ تر شود. برای دو اتومبیل

یکسان است ولی در تندی یکسان، حاصل  $\frac{mv^2}{r}$  برای اتومبیل A بزرگ تر از همین عبارت برای اتومبیل B است. پس نیروی مرکزگرای وارد

بر اتومبیل A زودتر به بیشینه مقدار خود می رسد و اتومبیل A زودتر از اتومبیل B از مسیر خود خارج می شود.

۵۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{\delta} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 10s$$

ابتدا دوره حرکت نوسانگر را حساب می کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{16-1}{10} \Rightarrow \Delta t = 3 \frac{T}{2}$$

بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  بر حسب دوره برابر است با:

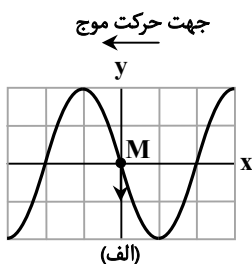
$$\text{نوسانگر در مدت } \Delta t = n \frac{T}{2} \text{ مسافت } \ell = n(2A) \text{ را طی می کند؛ بنابراین داریم:}$$

$$\ell = 3 \times 2A = 6A = 6 \times 0.02 = 0.12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

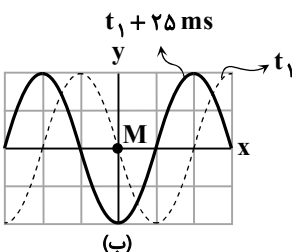
۵۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)



نقطه M به طرف پایین حرکت می کند؛ پس نقاطی که در همسایگی M هستند و موج را زودتر دریافت می کنند، پایین تر از نقطه M قرار دارند؛ با این حساب، موج از راست به چپ در طول ریسمان پیش می رود. (شکل «الف»). حالا باید ببینیم بازه  $t = 25 \text{ ms}$  چه کسری از دوره است:



$$f = 10 \text{ Hz} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$



$$\frac{t}{T} = \frac{25 \times 10^{-3}}{0.1} = 0.25 = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{T}{4}$$

در مدت  $\frac{T}{4}$  موج به اندازه  $\frac{\lambda}{4}$  پیشروی می کند و در موقعیت نشان داده شده در شکل «ب» قرار می گیرد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{9\sqrt{10} \times 10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log 9 \times 10^{6/5} = 10(\log 9 + \log 10^{6/5}) = 10(\log 3^2 + 6/5) = 10(2 \log 3 + 6/5)$$

$$= 10(2 \times 0.47 + 6/5) = 10(0.94 + 1.2) = 21.4 \text{ dB}$$

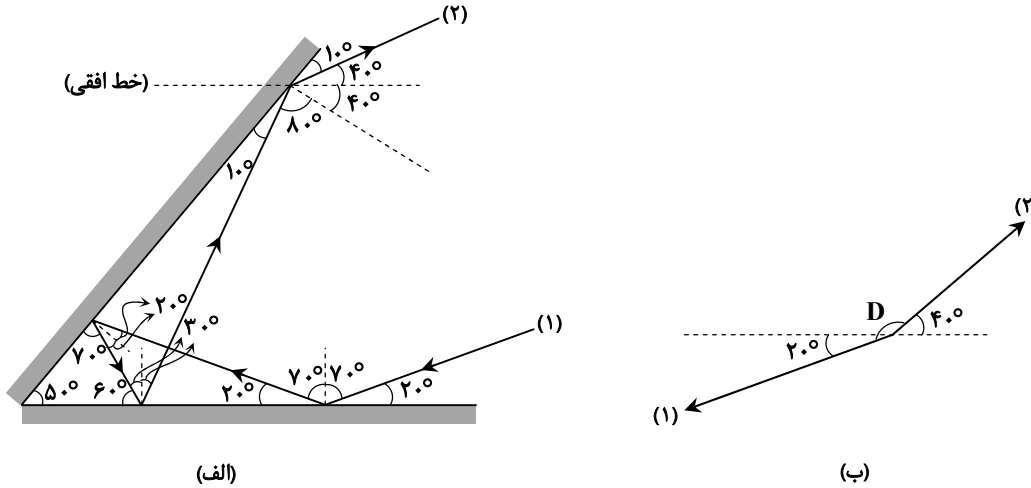
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳



در شکل «الف»، مسیر پرتو نور را کامل کرده‌ایم و در شکل «ب» پرتو ورودی به دستگاه (۱) و پرتو خروجی از دستگاه (۲) را از یک نقطه رسم کرده‌ایم. براساس این شکل، زاویه انحراف برابر است با:

$$D = 180^\circ + 20^\circ - 40^\circ = 160^\circ$$



▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲



با تغییر محیط انتشار نور، بسامد آن ثابت می‌ماند و تندی و طول موج آن به یک نسبت تغییر می‌کند.

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{(f_2=f_1)} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_1 - 0.25\lambda_1}{\lambda_1} = \frac{v_1 - 5 \times 10^7}{v_1} \Rightarrow v_1 - 5 \times 10^7 = \frac{3}{4}v_1 \Rightarrow \frac{1}{4}v_1 = 5 \times 10^7$$

$$\Rightarrow v_1 = 2 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1} \Rightarrow 2 \times 10^8 = \frac{3 \times 10^8}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۸- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به شکل، تار هماهنگ دوم خود را اجرا می‌کند ( $n = 2$ ):



$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \times 20}{2 \times 0.25} = 80 \text{ Hz}$$

$$n = \frac{t}{T} = tf = 60 \times 80 = 4800$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲



به کمک معادله فوتوالکتریک اینشتین، داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطه (۱)}: 4 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \xrightarrow{(\times 2)} \lambda = \frac{2hc}{4 - 2W_0} \\ \text{رابطه (۲)}: 12 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{2hc}{\lambda} - W_0 \end{cases}$$

$$(2) \text{ رابطه (۱)} - (1) \text{ رابطه} = 12 - 4 = -W_0 + 2W_0 \Rightarrow W_0 = 4 \text{ eV}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۵)



اگر الکترون از تراز  $n = \infty$  به تراز  $n'$  سقوط کند، بیشترین بسامد و اگر الکترون از تراز  $n = n' + 1$  به تراز  $n'$  سقوط کند، کمترین بسامد تابش می‌شود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = Rc \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$Rc = \left( \frac{1}{1.0 \text{ nm}} \right) \times (3 \times 10^8 \times 10^9 \frac{\text{nm}}{\text{s}}) = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\begin{cases} f_{\min} = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right) \\ f_{\max} = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \end{cases} \Rightarrow f_{\max} - f_{\min} = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

$$\Rightarrow 120 \times 10^{12} = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{(n'+1)^2} \right) \Rightarrow (n'+1)^2 = 25 \Rightarrow n'+1 = 5 \Rightarrow n' = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۶۱- پاسخ: گزینه ۴



طول ستون مایع جدید برابر است با:  $h_1 = \frac{300}{10} = 30 \text{ cm}$

اگر سطح مایع اولی در شاخه سمت چپ به اندازه  $x$  پایین برود، در شاخه سمت راست به اندازه  $x$  بالا می‌رود.

$$P_M = P_N \Rightarrow 1/2 \times 30 = 2 \times (2x) \Rightarrow x = \frac{36}{4} = 9 \text{ cm}$$

$$P_A + (\text{فشار ۹ cm مایع جدید}) = P_M = P_N$$

$$= P_B + (\text{فشار ۹ cm مایع اولیه})$$

$$\Rightarrow P_A + 1200 \times 10 \times \frac{9}{100} - 2000 \times 10 \times \frac{9}{100} = P_B$$

$$\Rightarrow P_A - 800 \times \frac{9}{10} = P_B \Rightarrow P_A - P_B = 720 \text{ Pa}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲



آهنگ شارش حجمی مایع در لوله

$$\Delta h = \frac{\text{مدت زمان} \times \text{مساحت مقطع لوله} \times \text{تندی مایع در لوله}}{\text{حجم مایع اضافه شده}} = \frac{\text{مساحت کف مخزن}}{\text{مساحت کف مخزن}} \Rightarrow \Delta h = \frac{8 \times 20 \times 10^{-4} \times 60}{4} = 24 \times 10^{-2} \text{ m}$$

افزایش ارتفاع سطح مایع در مخزن در مدت یک دقیقه برابر با  $0.24 \text{ m}$  شده است؛ بنابراین افزایش فشار در کف مخزن برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 900 \times 10 \times 0.24 = 2/16 \times 10^3 \text{ Pa} = 2/16 \text{ kPa}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱



موتور روی وزنه کار انجام می‌دهد و انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن را زیاد می‌کند.

$$W_{\text{موتور}} = (\Delta K + \Delta U)_{\text{وزنه}} = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) + mg \Delta h = \frac{1}{2} \times 300 \times 16 + 300 \times 10 \times 10 = 300 \times 108 \text{ J} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$W_{\text{موتور}} = \frac{81}{100} \times \text{موتور} \text{ به ورودی} = \frac{81}{100} \times P_{av} \cdot \Delta t = \frac{81}{100} \times P_{av} \times 4 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 300 \times 108 = \frac{81}{100} \times P_{av} \times 4$$

$$\Rightarrow P_{av} = \frac{300 \times 108 \times 100}{4 \times 81} = 10^4 \text{ W} = 10 \text{ kW}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۱ (فصل ۴)



آزمایش اول:

$$\begin{cases} 30^\circ\text{C آب } 3 \text{ kg} \Rightarrow 42^\circ\text{C آب} \\ \text{ظرف فلزی } 30^\circ\text{C} \Rightarrow 42^\circ\text{C} \\ 50^\circ\text{C آب } 4/8 \text{ kg} \Rightarrow 42^\circ\text{C آب} \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 3 \times c_{\text{آب}} \times (42 - 30) + 4/8 \times c_{\text{آب}} \times (42 - 50) + C_{\text{ظرف}} (42 - 30) = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{ظرف}} = \frac{(4/8 \times 8 - 12 \times 3) c_{\text{آب}}}{12} = (3/2 - 3) c_{\text{آب}} = 0/2 c_{\text{آب}}$$

ظرفیت گرمایی ظرف برابر است با (گرمای ویژه آب  $\times 0/2$ ) پس ظرف درست مثل ۲۰۰ گرم آب است؛ بنابراین می توانیم ظرف را همراه با آب داخل آن مثل ۸ کیلوگرم آب در نظر بگیریم:

$$m = 3 + 4/8 + 0/2 = 8 \text{ kg}$$

حالا در آزمایش دوم به این مجموعه ۲ کیلوگرم آب  $82^\circ\text{C}$  اضافه شده است:

$$m c_{\text{آب}} \Delta\theta + m' c_{\text{آب}} \Delta\theta' = 0 \Rightarrow 8 \times c_{\text{آب}} \times (\theta - 42) + 2 \times c_{\text{آب}} \times (\theta - 82) = 0 \Rightarrow 8(\theta - 42) + 2(\theta - 82) = 0$$

$$\Rightarrow 10\theta = 8 \times 42 + 2 \times 82 \Rightarrow \theta = \frac{336 + 164}{10} = 50^\circ\text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱



$$\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta T) \Rightarrow \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = -\beta \Delta T = -3\alpha \Delta T \Rightarrow -\frac{1/2}{100} = -15 \times 10^{-5} \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{1200}{15} \text{ K} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$Q = C \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C} \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} \frac{1200}{15} = \frac{Q}{1/5} \Rightarrow Q = 120 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲



$$\Rightarrow Q = 0, \Delta U = W \text{ فرایند بی دررو است.}$$

در فرایند بی دررو اگر فشار زیاد شود، حجم کم می شود. ( $V_2 < V_1$ )

$$(T_2 > T_1) \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow W > 0 \Rightarrow \text{حجم گاز کم شده (انقباض)}$$

انرژی درونی گاز زیاد شده، پس دما هم زیاد شده است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3} \times \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{V_2}{V_1}$$

↓  
بیشتر از ۱ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} V_1 < V_2 < V_1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳



وقتی بیستون می تواند آزادانه حرکت کند و وزنه روی بیستون هم تغییر نمی کند، فشار گاز ثابت است. ( $P = P_0 + \frac{\text{وزن بیستون}}{\text{مساحت قاعده استوانه}}$ )

$$W = -P \cdot \Delta V = -P \cdot A \cdot \Delta h = -2 \times 10^5 \times 450 \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-2} = -900 \text{ J}$$

در فرایند هم فشار وقتی به گاز گرما بدهیم، منبسط می شود و W منفی است.

$$\Delta U = Q + W = 2500 - 900 = 1600 \text{ J}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



با توجه به نمودار، انرژی خازن را در دو حالت با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{36}{4} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2$$

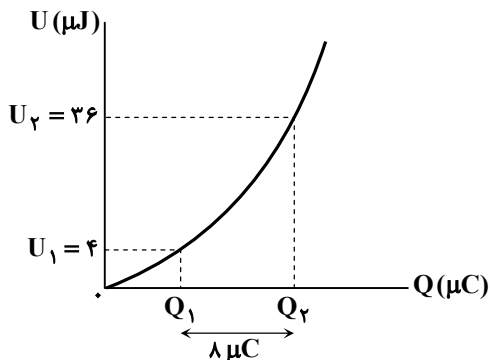
$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 3 \Rightarrow Q_2 = 3Q_1 \quad (1) \text{ رابطه}$$

از طرفی با توجه به نمودار، داریم:

$$Q_2 - Q_1 = 8 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 3Q_1 - Q_1 = 8 \Rightarrow 2Q_1 = 8$$

$$\Rightarrow Q_1 = 4 \mu\text{C}$$

$$U_1 = 4 \mu\text{J} \Rightarrow \frac{Q_1^2}{2C} = 4 \Rightarrow \frac{(4)^2}{2C} = 4 \Rightarrow C = \frac{4}{2} = 2 \mu\text{F}$$



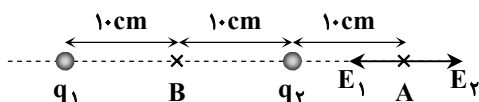
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱



حالت اول:

میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در نقطه A صفر است؛ پس اولاً  $q_1$  منفی است.

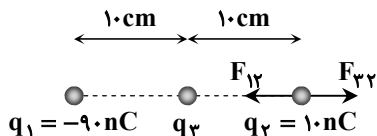


و ثانیاً:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(3 \cdot 10 \text{ cm})^2} = \frac{k|q_2|}{(10 \text{ cm})^2} \Rightarrow |q_1| = 9|q_2| = 9 \cdot 10 \text{ nC} \Rightarrow q_1 = -90 \text{ nC}$$

حالت دوم:

چون نیروی الکتریکی خالص وارد بر  $q_2$  صفر است، باید  $q_3$  مثبت باشد.



$$\frac{k|q_1||q_3|}{(20 \text{ cm})^2} = \frac{k|q_3||q_2|}{(10 \text{ cm})^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{1}{4}|q_1| \Rightarrow q_3 = \frac{90}{4} = 22.5 \text{ nC}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + BC^2 \Rightarrow BC = 8 \text{ m}$$

در محاسبه اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت فقط جابه‌جایی در امتداد میدان مهم است و اگر عمود بر خط‌های میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند.

$$|\Delta V| = |E \cdot \Delta x| \xrightarrow{\Delta x \text{ جابه‌جایی در امتداد میدان است.}} \frac{400}{|V_D - V_B|} = \frac{BC}{BD} = \frac{8}{20} \Rightarrow |V_D - V_B| = 1000 \text{ kV}$$

توجه کنید جهت خط‌های میدان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به کمتر است، پس  $V_D - V_B = +1000 \text{ kV}$  است. برای ذره‌ای که از D تا B حرکت می‌کند، داریم:

$$W_t = K_B - K_D \Rightarrow W_{\text{میدان}} + W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_D^2) \Rightarrow \underbrace{(-10 \times 10^{-6} \times 10^6)}_{q \cdot \Delta V} + \underbrace{(-0.1 \times 10 \times 20)}_{-mg \Delta h} = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (v_B^2 - 1600)$$

جسم به طرف بالا حرکت می‌کند پس کار وزن منفی است.  
بار منفی در جهت میدان حرکت کرده پس کار میدان منفی است.

$$\Rightarrow -10 - 20 = \frac{1}{2} (v_B^2 - 1600) \Rightarrow v_B^2 - 1600 = -600 \Rightarrow v_B^2 = 1000 \Rightarrow v_B = 10 \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)



در مقاومت‌های موازی  $\rightarrow 0.2 \times 3R = I_1(R + 30)$  ولتاژ برابر است. مجموعه (۲R سری با R) با مجموعه (R سری با  $30\Omega$ ) موازی است.

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر R است، یعنی  $I_1 = \frac{9}{R}$  است.

$$0.2 \times 3R = \frac{9}{R}(R + 30) \Rightarrow 6R = 9 + \frac{2700}{R}$$

$$\Rightarrow R = 15 + \frac{450}{R}$$

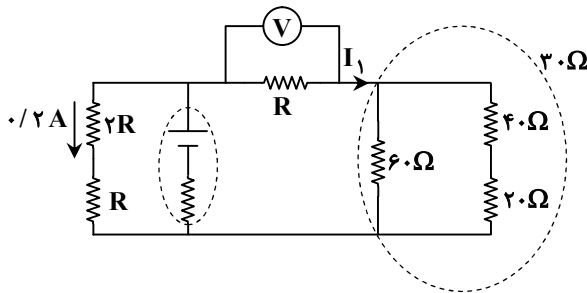
$$\Rightarrow R^2 - 15R - 450 = 0$$

$$\Rightarrow R = 30\Omega$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{9}{30} = 0.3 \text{ A}$$

نصف  $I_1$  از مقاومت  $\rightarrow P = R \cdot I^2 = 40 \times \left(\frac{0.3}{2}\right)^2$   
۴۰ اهم می‌گذرد.

$$= 10 \times 0.09 = 0.9 \text{ W}$$



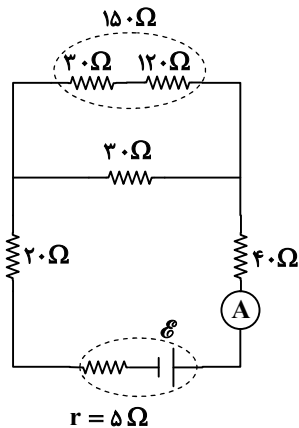
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۷۲- پاسخ: گزینه ۲



حالت اول:

مقاومت‌های  $150\Omega$  و  $30\Omega$  اهمی موازی‌اند:

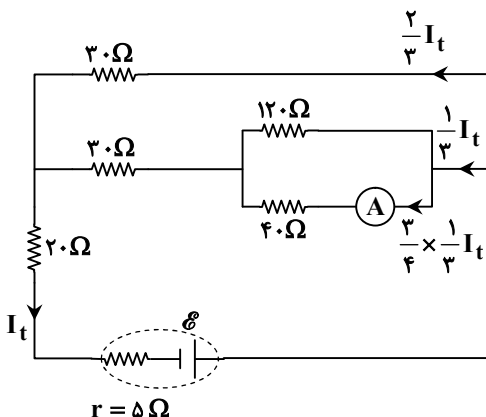


$$R = \frac{30 \times 150}{180} = \frac{150}{6} = 25\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{20 + 25 + 40 + 5} = \frac{\mathcal{E}}{90} \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم:

مقاومت  $120\Omega$  و  $40\Omega$  اهمی موازی‌اند:



$$R_{40,120} = \frac{40 \times 120}{160} = 30\Omega$$

مقاومت معادل  $120\Omega$  و  $40\Omega$  اهمی با مقاومت  $30\Omega$  اهمی سری است:

$$R_{\text{شاخه وسط}} = 30 + 30 = 60\Omega$$

$$I_t = \frac{\mathcal{E}}{5 + 20 + \frac{60 \times 30}{90}} = \frac{\mathcal{E}}{45}$$

$$I = \frac{3}{4} \times \frac{I_t}{3} = \frac{I_t}{4} = \frac{\mathcal{E}}{180} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت جریان آمپرسنج نصف شده است.

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۳)



علامت و اندازه بار ذره در جواب، نقشی ندارد. اگر بار ذره را مثبت فرض کنیم: نیرویی که میدان مغناطیسی بر ذره وارد می کند، مطابق شکل فوق است، پس نیروی میدان الکتریکی باید  $\otimes$  باشد. میدان الکتریکی بر ذره باردار هم سو با  $\vec{E}$  نیرو وارد می کند که می شود هم سو با محور x.



$$Eq = qvB \sin \theta \Rightarrow E = B v \sin \theta \Rightarrow E = 0.5 \times 5000 = 2500 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E} = 2500 \vec{i}$$

مؤلفه سرعت در راستای عمود بر B

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۴- پاسخ: گزینه ۴



$$\begin{cases} \mathcal{E} = BvL \\ I = \frac{\mathcal{E}}{R} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{BvL}{R} \Rightarrow 10 \times 10^{-3} = \frac{B \times 10 \times 0.5}{10} \Rightarrow B = 2 \times 10^{-2} T = 200 G$$

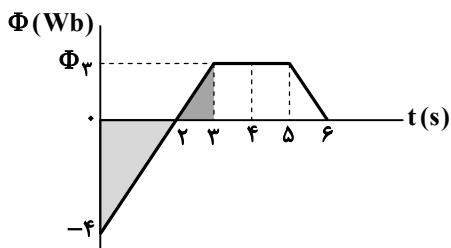
با توجه به قانون دست راست، جریان القایی پادساعتگرد میدان مغناطیسی برون سو ( $\odot$ ) ایجاد می کند. با توجه به اینکه مساحت قاب در حال افزایش است، شار مغناطیسی عبوری از درون قاب افزایش می یابد. بنابراین طبق قانون لنز می بایست این میدان با میدان  $\vec{B}$  مخالف باشد؛ پس میدان  $\vec{B}$  درون سو ( $\otimes$ ) بوده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱



در ابتدا با استفاده از تشابه دو مثلث رنگی در نمودار مقابل، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه را در لحظه  $t = 3s$  به دست می آوریم:



$$\frac{\Phi_3}{4} = \frac{3-2}{2-0} \Rightarrow \frac{\Phi_3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Phi_3 = 2 \text{ Wb}$$

از طرفی با توجه به نمودار، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در لحظه  $t = 4s$  با  $\Phi_3$  برابر است؛ بنابراین:

$$\Phi_4 = \Phi_3 = 2 \text{ Wb}$$

اکنون می توان جریان الکتریکی متوسط القا شده در حلقه در بازه زمانی  $t = 4s$  تا  $t = 6s$  را به دست آورد:

$$I_{av} = \frac{\mathcal{E}_{av}}{R} = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \Rightarrow I_{av} = \frac{-1 \times (0 - 2)}{8 \times (6 - 4)} = \frac{2}{8 \times 2} = \frac{1}{8} A = 0.125 A = 125 \text{ mA}$$

## شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۱)



الف) درست؛ شمار الکترون ها و پروتون ها در ایزوتوپ های یک عنصر معین برابر است.

ب) درست؛ ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی دو عنصر هیدروژن و منیزیم به ترتیب  ${}^3_1\text{H}$  و  ${}^{25}_{12}\text{Mg}$  است که اختلاف شمار نوترون ها و الکترون ها در هر دو ایزوتوپ برابر یک است.



ب) نادرست؛ برای مثال تکنسیم در طبیعت یافت نمی شود و یک عنصر ساختگی است.

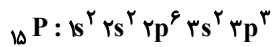
پ) نادرست؛ تکنسیم نخستین عنصر ساخت بشر است ولی در جدول تناوبی عنصرهای ساختگی دیگری نیز وجود دارند که هیچ ایزوتوپ پایداری از آن ها در طبیعت یافت نمی شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۳



عنصر مورد نظر P ۱۵ است.



گزینه ۳: نادرست؛ اتم فسفر با گرفتن سه الکترون و تشکیل آنیون یا با برقراری سه پیوند اشتراکی به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسد.



گزینه ۱: درست

$$3s^2 3p^3 \Rightarrow 2(3+0) + 3(3+1) = 18$$

مجموع  $n+1$  الکترون‌های ظرفیتی با عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره با فسفر یعنی  $[Ar]_{18}$  برابر است.

گزینه ۲: درست؛ نماد شیمیایی فسفر و عنصر بعد از آن در جدول یعنی گوگرد (S) تک حرفی است.

گزینه ۴: درست؛ عدد اتمی عنصر فسفر برابر ۱۵ و شماره گروه آن نیز ۱۵ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۱



الف) فرمول شیمیایی پتاسیم اکسید،  $K_2O$  است. شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنیون اکسید ( $:O^{2-}$ ) برابر ۴ است. نسبت شمار

کاتیون به آنیون در پتاسیم اکسید برابر ۲ به ۱ است. پس هر سه داده در ردیف «الف» نادرست هستند.



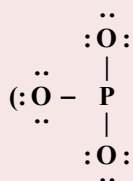
آزمون وی ای پی

ب) فرمول شیمیایی کلسیم سیانید به صورت  $Ca(CN)_2$  است. شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنیون سیانید ( $C \equiv N$ ) برابر ۲ است. نسبت شمار کاتیون به آنیون در کلسیم سیانید برابر ۱ به ۲ است. پس دو داده در ردیف «ب» نادرست هستند.

پ) فرمول شیمیایی روی سولفیت در جدول درست است. شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنیون سولفیت ( $:O - \overset{\cdot\cdot}{S} - \overset{\cdot\cdot}{O}$ ) برابر



۱۰ است. نسبت کاتیون به آنیون در این ترکیب برابر ۱ به ۱ است. پس هر سه داده درست هستند.



ت) فرمول شیمیایی کروم (III) فسفات به صورت  $CrPO_4$  است. شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنیون فسفات

برابر ۱۲ است. نسبت کاتیون به آنیون در این ترکیب برابر ۱ به ۱ است. پس دو داده در ردیف «ت» نادرست هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۲



معادله موازنه شده واکنش چنین است:



واکنش دهنده یونی،  $K_2Cr_2O_7$  است.



$$1 \text{ mol } K_2Cr_2O_7 \times \frac{3 \text{ mol } Cl_2}{1 \text{ mol } K_2Cr_2O_7} \times \frac{71 \text{ g } Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} \times \frac{1 \text{ L } Cl_2}{1/42 \text{ g } Cl_2} = 150 \text{ L } Cl_2$$



$$\frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} = \frac{? \text{ L} \times 1 / 42 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}}{3 \times (2 \times 35 / 5 \text{ g})} \Rightarrow ? = 150 \text{ L}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۰- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲: درست

$$\text{ppm} = \frac{\text{mg}}{\text{L}} = \frac{\text{g}}{1000 \text{ L}} = \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$



گزینه ۱: نادرست؛ ppm برحسب جرم مولی غلظت مولی برحسب مول است که برای تبدیل این دو غلظت به یکدیگر، جرم مولی حل‌شونده تأثیرگذار است که جرم مولی دو یون لزوماً با هم برابر نیستند.

گزینه ۳: نادرست؛ با توجه به توضیحات در گزینه ۱ جرم مولی یون‌های  $\text{Na}^+$  و  $\text{Cl}^-$  برابر نیست، پس غلظت آن‌ها برحسب ppm نمی‌تواند برابر باشد.

گزینه ۴: نادرست

$$\text{چگالی} \times \text{ppm} = \frac{\text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی} \times 1000}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

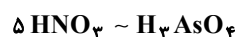


معادله موازنه شده واکنش چنین است:



ابتدا غلظت مولی محلول  $\text{HNO}_3$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \text{ ad}}{\text{M}} = \frac{10 \times 63 \times 1 / 6}{63} = 16$$



$$\frac{? \text{ L} \times 16 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{5 \text{ mol}} = \frac{10 / 400 \text{ L} \times 10 / 5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{1 \text{ mol}} \Rightarrow ? = 10 / 0.625 \text{ L} = 16 / 5 \text{ mL}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۲- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا مقدار انحلال پذیری نمک را در دو دمای داده شده به دست می‌آوریم:

$$S = -0.15\theta + 40 \begin{cases} \theta=55^\circ\text{C} \rightarrow S = (-0.15 \times 55) + 40 = 31 / 75 \\ \theta=28^\circ\text{C} \rightarrow S = (-0.15 \times 28) + 40 = 35 / 8 \end{cases}$$

ابتدا باید بررسی کنیم که چند گرم نمک در این فرایند رسوب می‌کند.

$$\frac{100 \text{ g محلول}}{135 / 8 \text{ g محلول}} = \frac{? \text{ g رسوب}}{(35 / 8 - 31 / 75) \text{ g رسوب}} \Rightarrow ? = 3 \text{ g رسوب}$$

اکنون با مقدار S در دمای  $55^\circ\text{C}$  می‌توان به دست آورد که چند گرم آب در این دما برای حل کردن ۳ گرم نمک رسوب کرده نیاز است.

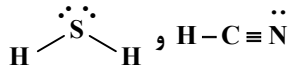
$$\frac{31 / 75 \text{ g نمک}}{100 \text{ g آب}} = \frac{3 \text{ g نمک}}{? \text{ g آب}} \Rightarrow ? = 9 / 4 \text{ g آب}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۳)



مطلب بیان شده نادرست است؛ زیرا برخی گازهای سه اتمی مانند CO<sub>۲</sub> ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها به تقریب برابر صفر است؛ در حالی که برخی از گازهای دواتمی مانند CO قطبی هستند.  
گزینه ۴: نادرست؛ در ساختار هیدروژن سیانید (HCN) یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



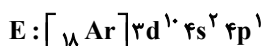
گزینه ۱: درست؛ در کتاب درسی اشاره شده است که نقطه جوش H<sub>۲</sub>S(g) و HCl(g) به ترتیب برابر ۶۰°C- و ۸۵°C- است.  
گزینه ۲: درست  
گزینه ۳: درست

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۱)

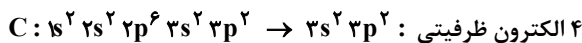
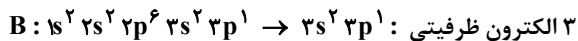
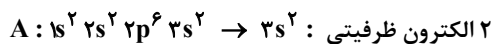
۸۴- پاسخ: گزینه ۳



(ب) نادرست؛ آرایش الکترونی عنصر E به صورت زیر است که در آن ۱۰ الکترون با I = ۲ در زیرلایه d وجود دارند و در مقایسه با F که یک شبه فلز است، خاصیت فلزی بیشتری دارد.



(پ) نادرست؛ تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای A، B و C عبارتند از:



(الف) درست؛ عنصر C در واقع Si است که شبه فلزی با سطح صاف و صیقلی است و نسبت به A که فلز Mg است، رسانایی الکتریکی کمتری دارد.  
(ت) درست؛ هرچه فلزی در جدول تناوبی پایین تر و چپ تر باشد، خصلت فلزی بیشتری دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲



مطابق با ردیف اول جدول، هر سه فلز Sn، Cd و Ca توانسته‌اند با محلول Pt<sup>۲+</sup> واکنش دهند؛ بنابراین واکنش پذیری فلز Pt از هر سه عنصر گفته شده کمتر است. پس گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند. در ردیف دوم جدول شرایط کاملاً برعکس است، از آنجاکه هیچ یک از فلزات Sn، Cd و Pt امکان واکنش با محلول Ca<sup>۲+</sup> را ندارند، پس واکنش پذیری فلز Ca از هر سه عنصر دیگر بیشتر است.  
در ردیف سوم و چهارم جدول مشاهده می‌کنید که فلز Sn نمی‌تواند با محلول Cd<sup>۲+</sup> واکنش دهد در حالی که فلز Cd امکان واکنش با محلول Sn<sup>۲+</sup> را دارد. به این ترتیب واکنش پذیری Cd از Sn بیشتر خواهد بود و گزینه ۲ پاسخ نهایی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲: درست؛ آلکان «الف» دارای فرمول مولکولی C<sub>۱۰</sub>H<sub>۲۲</sub> بوده و در نتیجه شمار پیوندهای اشتراکی آن با آلکان «ب» که فرمول شیمیایی یکسانی با هم دارند، برابر خواهد بود.

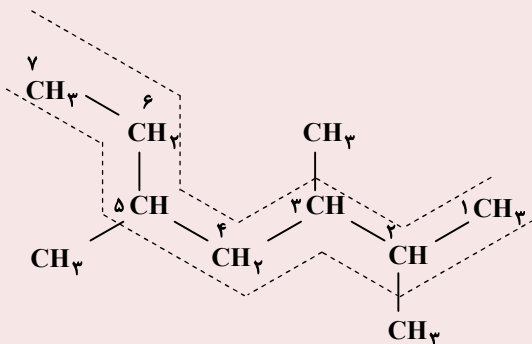
**نباید سراغ اینا بری**

گزینه ۱: نادرست؛ آلکان «ب» دارای فرمول مولکولی  $C_{11}H_{24}$  بوده و فرمول مولکولی آلکان «پ» به صورت  $C_{11}H_{24}$  است. در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی کربن افزایش و درصد جرمی هیدروژن کاهش می‌یابد.

گزینه ۳: نادرست؛ برای سوختن کامل یک مول آلکان «پ» به ۱۷ مول  $O_2$  نیاز است.



گزینه ۴: نادرست؛ نام‌گذاری ۲-اتیل‌همواره در آلکان‌ها نادرست است. نام درست آلکان «الف» نیز چنین است:



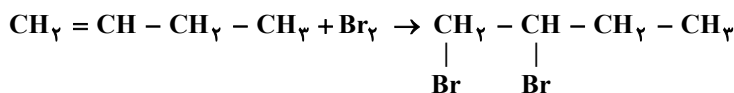
۲، ۳، ۵-تری‌متیل‌هپتان

▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

**جوبش اینه**

واکنش ۱- بوتن با برم مایع در شرایط مناسب منجر به تولید ۱، ۲-دی‌برمو بوتان خواهد شد که با توجه به ساختار زیر نمی‌توان آن را از هر دو سمت شماره‌گذاری کرد؛ زیرا ساختار آن متقارن نیست.



**نباید سراغ اینا بری**

گزینه ۲: درست؛ نخستین عضو خانواده آلکن‌ها، گاز اتن است که در ساختار خود یک پیوند دوگانه  $C=C$  و چهار پیوند یگانه  $C-H$  دارد.

گزینه ۳: درست؛ سیکلو پنتان سومین عضو خانواده سیکلو آلکان‌ها است (اولین و دومین عضو از آن‌ها به ترتیب سیکلو پروپان و سیکلو بوتان هستند) که فرمول مولکولی آن  $C_5H_{10}$  بوده و مشابه فرمول چهارمین عضو خانواده آلکن‌ها (یعنی پنتن) است.

گزینه ۴: درست؛ نخستین عضو خانواده آلکن‌ها و آلکین‌ها به ترتیب  $C_2H_2$  و  $C_2H_2$  هستند که اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر ۲ گرم است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

**جوبش اینه**

از آنجاکه مقدار گرمای از دست داده شده توسط ظرف ( $Q < 0$ ) با گرمای جذب شده توسط مایع ( $Q > 0$ ) برابر است، می‌توان گفت:

$$\begin{aligned} |Q_A| &= |Q_B| \Rightarrow |m_A c_A \Delta\theta_A| = |m_B c_B \Delta\theta_B| \\ \Rightarrow |400 \times c_A \times (\theta_f - 30)| &= |200 \times c_B \times (130 - \theta_f)| \\ \Rightarrow 2c_A (\theta_f - 30) &= c_B (130 - \theta_f) \end{aligned}$$

از آنجاکه طبق اطلاعات داده شده در سؤال  $c_A = 5c_B$ ، خواهیم داشت:

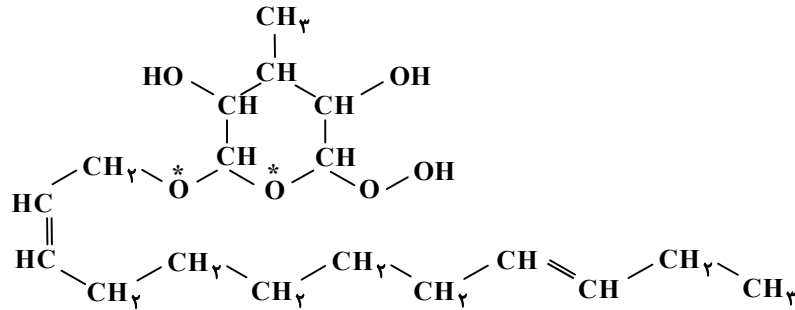
$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \times 5c_B (\theta_f - 30) &= c_B (130 - \theta_f) \\ \Rightarrow 10\theta_f - 300 &= 130 - \theta_f \\ \Rightarrow 11\theta_f &= 430 \Rightarrow \theta_f \approx 39/1^\circ C \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲



فرمول ساختاری این مولکول به صورت زیر است:



الف) درست؛ با توجه به وجود پیوندهای O-H در ساختار این مولکول، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی برای آن وجود دارد.  
ب) درست؛ در مولکول‌های آلی همواره هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد.



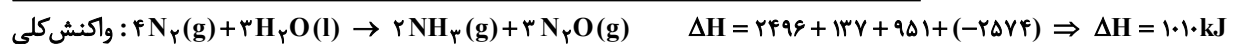
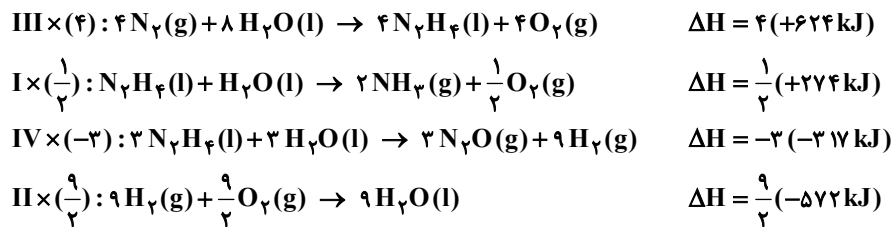
پ) نادرست؛ فرمول مولکولی آن  $C_{18}H_{34}O_6$  و مجموع شماره اتم‌های سازنده برابر ۵۶ است که عدد اتمی هیچ گاز نجیبی برابر با ۵۶ نیست.  
ت) نادرست؛ فرمول مولکولی این ترکیب  $C_{18}H_{34}O_6$  بوده و دارای ۳ گروه عاملی الکلی و ۲ گروه عاملی اتری است. توجه داشته باشید که گروه  $O-OH$  موجود در سمت راست این ساختار، گروه عاملی اسیدی به شمار نمی‌آید.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۲



برای تعیین  $\Delta H$  واکنش داده شده به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:



▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۴



استفاده از کاتالیزگر فقط سرعت واکنش را افزایش داده و زمان رسیدن به پایان واکنش را کوتاه‌تر می‌کند؛ اما هیچ تأثیری بر میزان فراورده تولید شده ندارد؛ بنابراین حجم گاز تولیدشده (۴۰ mL) تفاوتی نمی‌کند اما زمان به دست آوردن این محصول کمتر از ۴۰ ثانیه خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۲- پاسخ: گزینه ۴



فرض می‌کنیم جرم گازهای  $SO_۳$  و  $NO$  تولیدشده در دو واکنش به ترتیب برابر با ۴ گرم و ۳ گرم باشد. در این صورت برای تعیین سرعت تولید هریک از این گازها می‌توان گفت:

$$\begin{aligned} SO_۳ : ۴ \text{ g } SO_۳ \times \frac{۱ \text{ mol } SO_۳}{۸۰ \text{ g } SO_۳} &= ۰/۰۵ \text{ mol } SO_۳ \Rightarrow \bar{R}_{SO_۳} = \frac{۰/۰۵ \text{ mol}}{\Delta t} \\ NO : ۳ \text{ g } NO \times \frac{۱ \text{ mol } NO}{۳۰ \text{ g } NO} &= ۰/۱ \text{ mol } NO \Rightarrow \bar{R}_{NO} = \frac{۰/۱ \text{ mol}}{\Delta t} \end{aligned}$$

حال می توان سرعت هریک از این واکنش ها را به دست آورد:

$$\bar{R}_{\text{واکنش اول}} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_3}}{3} = \frac{0.05}{3\Delta t}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش دوم}} = \frac{\bar{R}_{\text{NO}}}{1} = \frac{0.1}{\Delta t}$$

با توجه به یکسان بودن  $\Delta t$  نسبت این دو سرعت برابر است با:

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش اول}}}{\bar{R}_{\text{واکنش دوم}}} = \frac{0.05}{3\Delta t} \div \frac{0.1}{\Delta t} = \frac{0.05}{0.3} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۳- پاسخ: گزینه ۳



واکنش کلی استری شدن عبارت است از:



با توجه به اینکه استر تولید شده از واکنش کربوکسیلیک اسید سیر شده و الکل سیر شده می باشد، دارای فرمول عمومی  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  است، برای تعیین  $n$  می توان گفت:

$$51 \text{ g C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2}{102 \text{ g C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2} \times \frac{(14n + 22) \text{ g C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2} = 65 \text{ g C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$$

$$\Rightarrow 0.5(14n + 22) = 65 \Rightarrow 14n + 22 = 130 \Rightarrow n = 7$$

به این ترتیب استر تولید شده ۷ کربنی است. از آنجاکه اسید اولیه نیز ۵ کربن دارد؛ بنابراین می توان فهمید الکل مورد استفاده دو کربنی بوده و فرمول آن  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$  خواهد بود که درصد جرمی اکسیژن در آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{1 \times 16}{(2 \times 12) + (6 \times 1) + (1 \times 16)} \times 100 = 34.7\%$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۴- پاسخ: گزینه ۱



عبارت های «اول» و «سوم» درست هستند.



عبارت «دوم»: نادرست؛ برخی از هیدروکربن ها نظیر پلی اتن یا پلی پروپن درشت مولکول هستند؛ بنابراین نمی توان تمام آن ها را مولکول هایی کوچک در نظر گرفت.  
عبارت «چهارم»: نادرست؛ پلی پروپن در ساخت سرنگ مورد استفاده قرار می گیرد و پلی وینیل کلرید نیز در ساخت کیسه خون مصرف می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۴



گزینه ۴: درست

$\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{O}_2\text{NH}_4$ : فرمول کلی صابون مایع با کاتیون آمونیوم و زنجیر هیدروکربنی سیر شده

$\text{C}_n\text{H}_{2n-7}\text{SO}_3\text{Na}$ : فرمول کلی پاک کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده

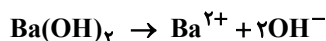
$$\text{تفاوت جرم} = (14n + 96) - (14n + 49) = 47$$



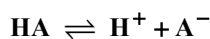
گزینه ۱: نادرست؛ برای از بین بردن لکهٔ عسل فقط از آب استفاده می شود و نیاز به استفاده از صابون نیست.  
گزینه ۲: نادرست؛ اوره و ضدیخ در روغن حل نمی شوند؛ زیرا بخش ناقطبی بزرگی ندارند.  
گزینه ۳: نادرست؛ در صابون های مایع و جامد، آنیون  $\text{RCOO}^-$  با یون های  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  رسوب تشکیل می دهند.

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۱)



$$[\text{OH}^-] = 2 \times 0.2 = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]}$$

$$\Rightarrow 0.1 = \frac{0.4 \times 0.4}{M - 0.4}$$

$$\Rightarrow M - 0.4 = 1.6$$

$$\Rightarrow M = 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۱)

آزمون وی ای پی



$$\text{pH} = 9/3 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 9/3 = 4/3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-5}$$

پس غلظت  $\text{Mg(OH)}_2$  حل شده برابر  $10^{-5} \text{ M}$  است.

$$\frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} = 10^{-5} = \frac{10 \times a \times 1}{58} \Rightarrow a = 58 \times 10^{-6}$$

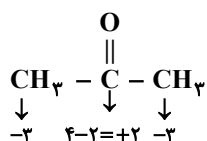
با توجه به مقدار بسیار کم  $a$  می توان از مقدار حل شونده در برابر حلال چشم پوشی کرد و جرم محلول را همان جرم حلال در نظر گرفت. پس  $S$  با  $a$  به تقریب برابر است.

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

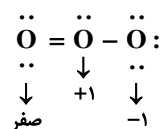
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۲)



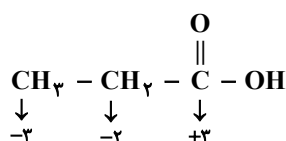
گزینه ۱:



گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴: عدد اکسایش هر سه اتم اکسیژن در بخش آنیونی  $(\text{SO}_3)^-$  یکسان و برابر  $-2$  است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

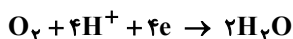
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۲)



نیم واکنش آندی در سلول گالوانی Al-Cu:



$$\frac{5/6}{27} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 0.6 \text{ mole}^{-}$$



$$\frac{5/6}{22/4} = \frac{y}{4} \Rightarrow y = 1 \text{ mole}^{-}$$

نیم واکنش کاتدی در سلول سوختی H<sub>2</sub>-O<sub>2</sub>:

در نتیجه نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{x}{y} = 0.6$$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۲)



هر چهار فرایند در بخش‌های مختلف خوردگی قابل مشاهده است.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۳)

درصد جرمی سایر اجزا به جز آب ~ درصد جرمی SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> اخ تلاف درصد جرمی

$$\frac{90}{72} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 12$$



اگر جرم آب جذب شده را a گرم در نظر بگیریم، پس جرم آب در مخلوط جدید برابر ۱۰+a گرم و جرم مخلوط برابر ۱۰۰+a گرم می‌شود.

$$\frac{28}{100} = \frac{10+a}{100+a} \Rightarrow a = 25$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{درصد جرمی SiO}_2 \text{ در مخلوط جدید} = \frac{40}{125} \times 100 \\ \text{درصد جرمی Al}_2\text{O}_3 \text{ در مخلوط جدید} = \frac{25}{125} \times 100 \end{array} \right\} \Rightarrow \left( \frac{40-25}{125} \right) \times 100 = \frac{15}{125} \times 100 = \%12$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۳)



۳ در یون‌های هم‌دوره شعاع کاتیون‌ها از شعاع آنیون‌ها کوچک‌تر است.

(۱) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور متناسب است با حاصل ضرب بار یون‌ها (q<sub>۱</sub> × q<sub>۲</sub>) در مجموع شمار یون‌ها در فرمول شیمیایی (i):

$$\Delta H_{\alpha} \propto q_1 \times q_2$$

$$\Delta H(\text{AlF}_3) \propto (1+3) \times 3 \times 1 = 12$$

$$\Delta H(\text{MgO}) \propto (1+1) \times 2 \times 2 = 8$$

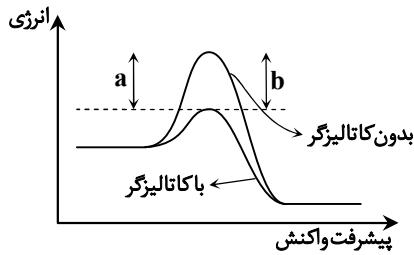
(۲) براساس شعاع یونی چگالی بار Al<sup>3+</sup> از N<sup>3-</sup> بزرگ‌تر خواهد بود.(۴) نیروی بین مولکولی در HF از نوع هیدروژنی و قوی‌تر ولی در N<sub>2</sub> از نوع واندروالسی و ضعیف‌تر است.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۴)

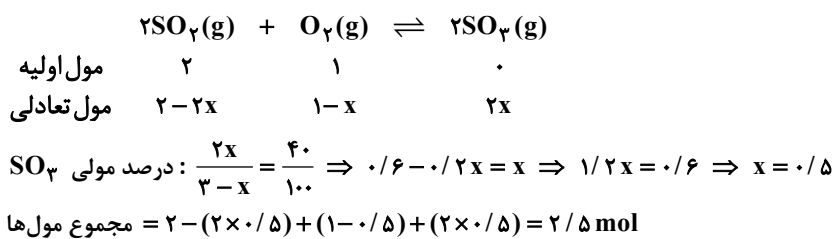


با استفاده از کاتالیزگر اختلاف سطح انرژی قله واکنش با واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها به یک اندازه کم می‌شود.



۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۴)

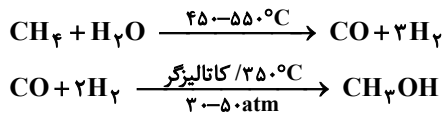


۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۴)



گزینه ۲: درست



گزینه ۱: نادرست؛ در صنعت پارازایلن را با استفاده از محلول پتاسیم پرمنگنات غلیظ به‌عنوان اکسنده و در مجاورت کاتالیزگرهای مناسب به ترفتالیک اسید تبدیل می‌کنند.

گزینه ۳: نادرست؛ گاز مشعل گاز متان است.

گزینه ۴: نادرست؛ PET نوعی پلی‌استر است نه استر!