



آزمون ۱۲ از ۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۱/۲۲

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت اول

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

۱- اگر $2\sqrt{2} = 2^a \times \sqrt[4]{\frac{2^2 \sqrt{16}}{8\sqrt{2}}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) $\frac{37}{12}$

(۳) $\frac{37}{24}$

(۲) $\frac{17}{12}$

(۱) $\frac{17}{24}$

۲- اگر α, β ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + 5 = 0$ باشند، آنگاه مقدار $\frac{\alpha^3 + \frac{125}{\alpha^3}}{\beta^2 + \frac{25}{\beta^2}}$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{85}{9}$

(۳) $\frac{17}{5}$

(۲) $\frac{91}{9}$

(۱) $\frac{19}{5}$

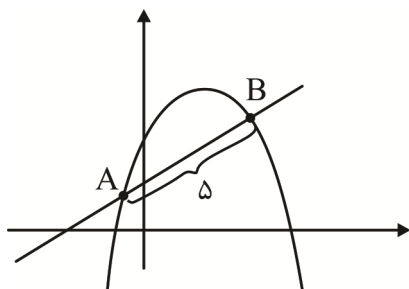
۳- اگر سهمی $y = 4x + a - x^2$ و خط $y = 2x + 1$ در دو نقطه به فاصله ۵ تلاقی کنند، آنگاه مقدار a کدام است؟

(۱) $4\sqrt{5}$

(۲) $3\sqrt{5}$

(۳) ۲۵

(۴) $1/25$



۴- اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & x \geq 2 \\ ax^2+bx & 1 \leq x \leq 2 \\ 5-x^2 & x \leq 1 \end{cases}$ یک تابع باشد، آنگاه مقدار $f(b)$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) ۱۴

(۱) ۱۱

۵- فرض کنید $f(2x+1) = x + \sqrt{x} + 9$ باشد، آنگاه مقدار $f \circ f(1)$ کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

(۲) ۱۵

(۱) ۸

۶- اگر $f(\sin x) = \sin 2x \cos x$ باشد، آنگاه مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟ $(D_f = [-1, 1])$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۷- با فرض $f(x) = \frac{1+x+x^2+\dots+x^{26}}{1+x^3+x^6+\dots+x^{24}}$ ، حاصل $f\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$ کدام است؟

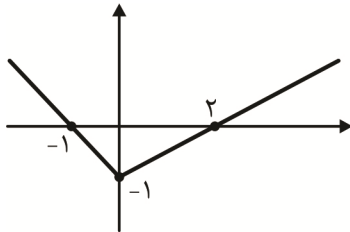
(۴) $1/25$

(۳) $1/5$

(۲) $2/25$

(۱) $2/5$

۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. اگر $g(x) = \frac{2x+a}{x+3}$ و $g(f(2)) + f(g(-2)) = 1$ باشد، آنگاه مقدار a کدام است؟

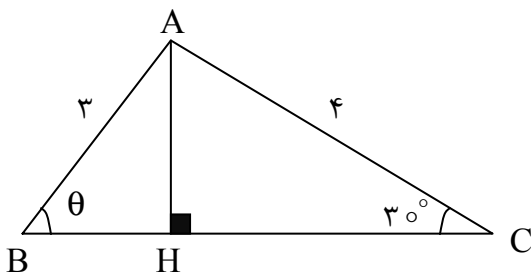


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۹- دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{30+7x-x^2}}{\left[\frac{x}{a}\right]-1}$ بازه $[-3, 10]$ است. عدد مثبت a در کدام بازه زیر نمی تواند قرار بگیرد؟

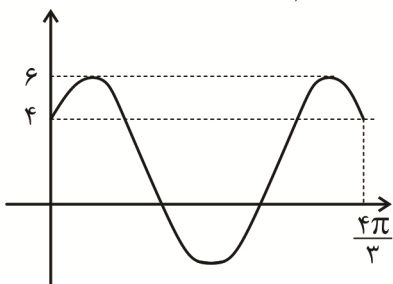
- (۱) $(1, 12)$
- (۲) $(2, 15)$
- (۳) $(6, 10)$
- (۴) $(17, \infty)$

۱۰- در شکل زیر $\hat{C} = 30^\circ$ است. مقدار $\cos \theta$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

۱۱- قسمتی از نمودار $f(x) = c + a \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right)$ به صورت زیر است. حاصل $c + ab$ کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۶
- (۳) ۱۰
- (۴) ۲

۱۲- تعداد جوابهای معادله $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = 2 \cos^2 3x - 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۵

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x \sin(x-1)}{ax+b} = 3$ باشد، مقدار $2b-a$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۴- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{bx} & x > 0 \\ b+1 & x = 0 \\ [ax]+2 & x < 0 \end{cases}$ باشد. اگر این تابع در $x=0$ پیوسته باشد، آنگاه مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۳ یا -۴ (۲) ۲ یا -۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۵- اگر تابع $f(x) = \frac{x+2}{x^2-(a+3)x+3a} + \frac{2}{x^2-7x+6}$ دارای ۳ مجانب قائم باشد، آنگاه مجموع مقادیر a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \log|x| + \log(x+k) - 1$ در نقطه $x = \alpha$ محور x ها را قطع می‌کند و در نقطه $x = \beta$ بر

محور x ها مماس است. حاصل $\frac{2\alpha}{k}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}+1$ (۲) $\sqrt{2}-1$ (۳) $\sqrt{10}-3$ (۴) $\sqrt{10}+3$

۱۷- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+3}$ باشد، آنگاه مقدار $2f(1) + 5f'(1)$ برابر کدام است؟ آزمون وی ای پی

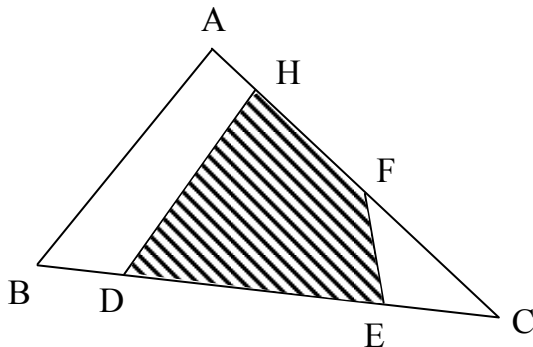
- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) ۴

۱۸- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار $y = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x}$ در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{3}$ واقع بر آن، برابر با $a\sqrt{3} - b\pi$ است.

مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟ (a و b دو عدد گویا هستند).

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

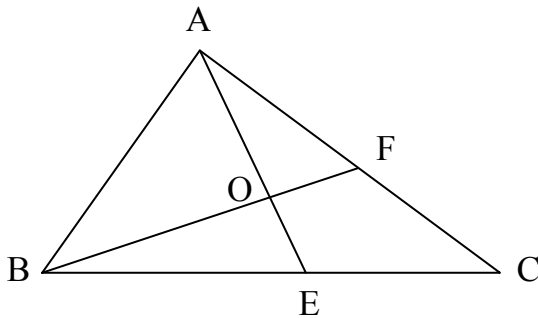
۱۹- در شکل زیر، $\frac{DE}{EC} = \frac{HF}{AH} = 3$ و $BD = EC$ است. اگر مساحت چهارضلعی HFED برابر ۱۲ واحد باشد



مساحت ABC کدام است؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۴۰ (۴)

۲۰- در شکل زیر $\frac{FC}{AF} = \frac{1}{3}$ و $\frac{EC}{BE} = \frac{2}{3}$ است. در این صورت OA چند برابر OE است؟ آزمون وی ای پی



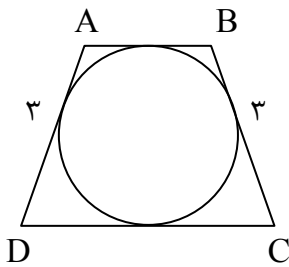
- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲/۵ (۴)

۲۱- مثلث قائم الزاویه با اضلاع قائم ۵ و ۱۲ را حول بزرگ‌ترین ضلع دوران می‌دهیم. حجم جسم فضایی حاصل چند

برابر $\frac{\pi}{13}$ است؟

- ۱۰۰۰ (۱)
- ۸۰۰ (۲)
- ۹۰۰ (۳)
- ۱۲۰۰ (۴)

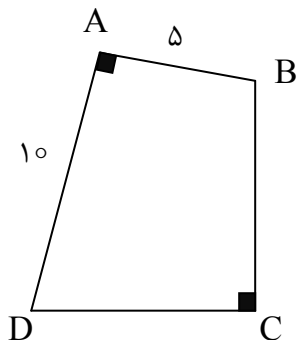
۲۲- در شکل زیر دوزنقه متساوی الساقین ABCD با طول ساق ۳ بر دایره‌ای به مساحت 2π محیط شده است.



مساحت دوزنقه کدام است؟

- $3\sqrt{3}$ (۱)
- $6\sqrt{3}$ (۲)
- $12\sqrt{2}$ (۳)
- $6\sqrt{2}$ (۴)

۲۳- اگر در شکل زیر امتداد اضلاع DA و CB در نقطه M متقاطع باشند و فاصله نقطه M از رأس B برابر ۱۳ باشد



آنگاه اندازه ضلع BC چقدر است؟ ($\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$)

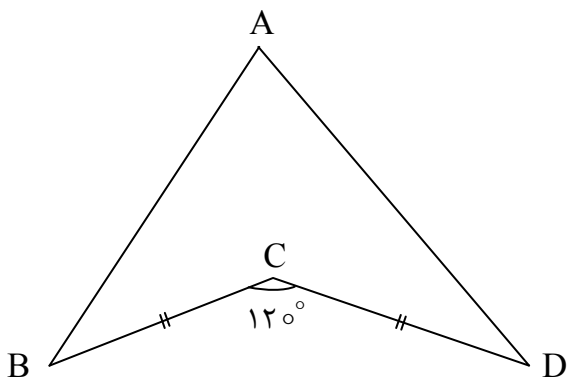
(۱) $\frac{97}{13}$

(۲) $\frac{93}{13}$

(۳) $\frac{95}{13}$

(۴) ۷

۲۴- اگر در شکل زیر $AB = 4$ ، $AD = 6$ و $BC = CD = \frac{2}{3}\sqrt{21}$ باشد، آنگاه مساحت چهارضلعی ABCD چند



برابر $\sqrt{3}$ است؟

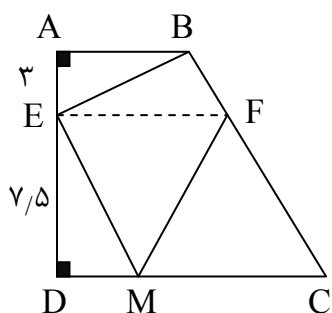
(۱) $\frac{11}{3}$

(۲) $\frac{11}{2}$

(۳) $\frac{13}{3}$

(۴) $\frac{13}{2}$

۲۵- در چهارضلعی $AB = 4$ ، $CD = 18$ و نقطه M نقطه‌ای دلخواه روی ضلع CD است. اگر EF موازی AB باشد



کمترین مقدار برای محیط چهارضلعی BEMF کدام است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۷

(۳) ۲۹

(۴) ۳۱

۲۶- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$ و B ماتریس وارون پذیر هم مرتبه با A باشد، مجموع درآیه‌های ماتریس

$(BAB^{-1})^{1402}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۳) -۲

(۲) صفر

(۴) ۲

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، از معادله $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ جمع درآیه‌های قطر فرعی ماتریس $X_{2 \times 2}$

کدام است؟ آزمون وی ای پی

- ۱ (۴) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{13}{8}$ (۲) ۲ (۱)

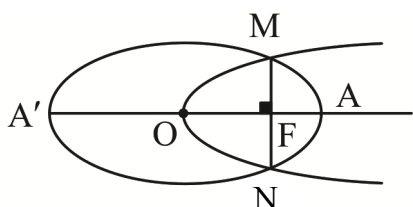
۲۸- دایره‌ای از نقاط $A(1,0)$ و $B(7,0)$ گذشته و برخط به معادله $y=1$ مماس است. این دایره محور عرض‌ها را در

نقاط M و N قطع می‌کند، اندازه MN کدام است؟

- ۷ (۴) ۹ (۳) ۶ (۲) ۸ (۱)

۲۹- مطابق شکل نقطه F یکی از کانون‌های بیضی منطبق بر کانون سهمی و نقطه O مرکز بیضی و رأس سهمی است.

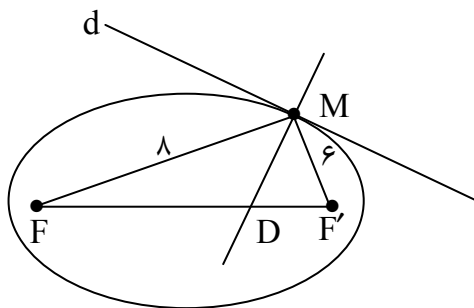
خروج از مرکز بیضی کدام است؟ $(OF \perp MN)$



- $\sqrt{3}-1$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)
 $\sqrt{2}-1$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۳۰- خط d در نقطه M بر بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ مماس است. اگر MD بر خط d عمود باشد.

طول پاره‌خط MD کدام است؟ $(MF=6, MF'=8)$



- ۴ (۱)
 ۶ (۲)
 ۵ (۳)
 ۷ (۴)

۳۱- نقیض گزاره $[(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p] \Rightarrow \sim p \vee \sim q$ هم‌ارز با کدام گزاره است؟

- $\sim p \Rightarrow \sim q$ (۴) $p \wedge q$ (۳) $p \Rightarrow q$ (۲) $p \vee q$ (۱)

۳۲- از مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این عدد مضرب ۴

باشد و مضرب ۶ نباشد، چقدر است؟ آزمون وی ای پی

- ۰/۱۶۸ (۴) ۰/۱۶۶ (۳) ۰/۱۶۴ (۲) ۰/۱۷۰ (۱)

۳۳- در یک جمع ادبی ۲۵ نفر حضور دارند که ۱۲ نفر از آنان شاهنامه فردوسی، ۱۷ نفر گلستان سعدی و ۷ نفر هر دو کتاب را خوانده‌اند. اگر فردی به تصادف از این جمع انتخاب کنیم و متوجه شویم که شاهنامه را نخوانده است احتمال آنکه گلستان را خوانده باشد، چقدر است؟

$$(1) \frac{13}{17} \quad (2) \frac{11}{13} \quad (3) \frac{9}{13} \quad (4) \frac{10}{13}$$

۳۴- اگر جامعه آماری قابل فهرست کردن نباشد، جامعه را به دسته‌ها یا زیرمجموعه‌هایی افراز می‌کنیم. برای نمونه‌گیری، ابتدا به روش نمونه‌گیری تصادفی ساده چند دسته را انتخاب می‌کنیم و سپس در هر دسته سرشماری انجام می‌دهیم. این روش نمونه‌گیری را می‌نامند. آزمون وی ای پی

(۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده
(۲) نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند)
(۳) نمونه‌گیری خوشه‌ای
(۴) نمونه‌گیری طبقه‌ای

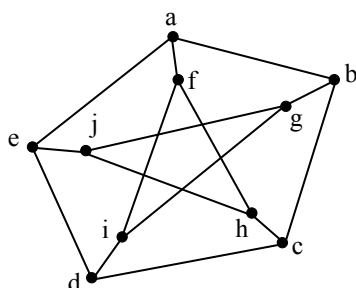
۳۵- اگر a کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که به‌ازای آن معادلهٔ همنهشتی $(5a+1)x \equiv 18 \pmod{9a-2}$ فاقد جواب باشد، آنگاه رقم یکان $a^{17} + 17^a$ کدام است؟

$$(1) 8 \quad (2) 9 \quad (3) 4 \quad (4) 5$$

۳۶- در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b باقی‌مانده ۱۳ و خارج قسمت ۲۹ است. اگر a مضرب ۱۱ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی مانند a بر ۷ کدام است؟ آزمون وی ای پی

$$(1) 5 \quad (2) 4 \quad (3) 3 \quad (4) 2$$

۳۷- گراف زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم شامل رأس a دارد؟



$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۳۸- با ارقام عدد ۲۴۰۹۵۵۶ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت که ارقام زوج از چپ به راست به ترتیب صعودی باشند؟

$$(1) 30 \quad (2) 45 \quad (3) 105 \quad (4) 90$$

۳۹- ۹ اسکناس هزار تومانی را به چند طریق می‌توانیم بین ۵ نفر تقسیم کنیم به شرط آنکه تعداد اسکناس‌های هر نفر عددی فرد باشد؟ آزمون وی ای پی

$$(1) 15 \quad (2) 16 \quad (3) 21 \quad (4) 22$$

۴۰- از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$ حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب اعداد انتخاب‌شده مضرب ۹ است؟

$$(1) 13 \quad (2) 14 \quad (3) 15 \quad (4) 16$$

@sanjsheducationgroup

@sanjshserv

کانال‌های ارتباطی:



آزمون ۱۲ از ۱۵

دفترچه شماره ۲ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۴/۰۱/۲۲

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت اول

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

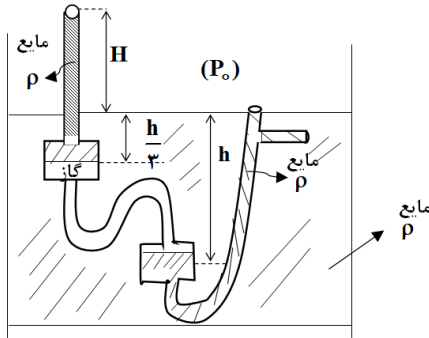
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۴۱- حجم‌های یکسان از دو مایع A و B به چگالی ρ و 6ρ را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. اگر پس از مخلوط کردن دو مایع A و B و با ثابت ماندن جرم، چگالی مخلوط $\frac{9}{4}\rho$ شود، حجم مخلوط تقریباً چند درصد نسبت به مجموع حجم اولیه مایعات کاهش داشته است؟

- ۲۲ (۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۶۲ (۴)

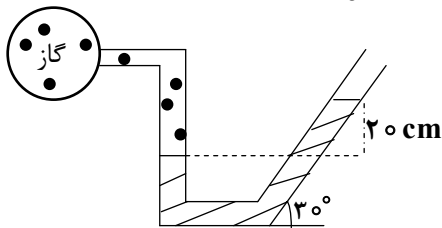
۴۲- فردی ادعا کرده وسیله‌ای مطابق شکل ساخته است که تمام شاره‌های موجود در آن در حال تعادل هستند. در چه صورت ادعای شخص می‌تواند درست باشد؟



- (۱) باید $H = 0$ باشد.
 (۲) باید $H = \frac{2}{3}h$ باشد.
 (۳) باید $H > \frac{2}{3}h$ باشد.
 (۴) تعادل شاره‌ها میسر نمی‌باشد.

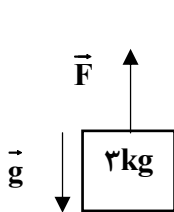
۴۳- در شکل زیر اگر فشار پیمانه‌ای گاز $13600 Pa$ باشد و آزمایش توریچلی (بارومتر) را با مایع حاوی همین مانومتر انجام دهیم به طوری که مایع داخل لوله را کاملاً پر کرده و $75 cm$ بالاتر از سطح مایع قرار گرفته باشد، فشار

پیمانه‌ای وارد بر انتهای لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$ $(\rho_{Hg} = 13.6 \frac{g}{cm^3})$



- (۱) 18.75
 (۲) -18.75
 (۳) 37.5
 (۴) -37.5

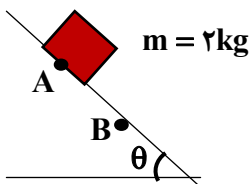
۴۴- در شرایط خلأ و مطابق شکل داده‌شده، نیروی ثابت \vec{F} به بزرگی 36 نیوتن در راستای قائم به یک جسم 3 کیلوگرمی وارد می‌شود. اندازه کار نیروی وزن این جسم در ثانیه‌های متوالی یک بازه زمانی دلخواه



($g = 10 \frac{N}{kg}$) آزمون وی ای پی

- (۱) کاهش می‌یابد.
 (۲) افزایش می‌یابد.
 (۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.
 (۴) بسته به شرایط، هر کدام از گزینه‌های ۱ تا ۳ می‌توانند درست باشند.

۴۵- جسمی به جرم $2 kg$ روی سطح شیب‌داری مطابق شکل در حال حرکت است. محور x را در امتداد موازی سطح شیب‌دار و جهت مثبت آن را به طرف پائین سطح شیب‌دار فرض کنیم و



نیروی وارده از طرف سطح شیب‌دار به جسم در $\vec{R} = -12\vec{i} + 16\vec{j}$: SI (در SI) باشد، از A تا B ($AB = 150 cm$) چند ژول به مقاومت درونی جسم و سطح شیب‌دار افزوده می‌شود؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \frac{N}{kg}$ فرض می‌شود).

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴)

۴۶- ظرف عایقی محتوی ۲۰ کیلوگرم آب صفر درجه سلسیوس است. بر اثر تبخیر سطحی، مقداری از آب بخار و

مابقی تبدیل به یخ صفر درجه سلسیوس می‌شود. اگر گرمای نهان ویژه تبخیر آب را $2400 \frac{kJ}{kg}$ و گرمای نهان

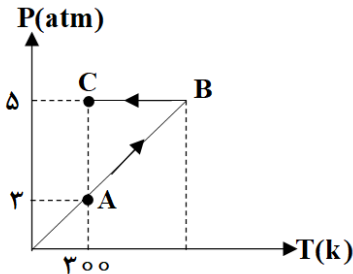
ویژه ذوب یخ را $300 \frac{kJ}{kg}$ فرض کنیم، جرم یخ باقی‌مانده برابر m_1 و جرم آب بخار شده m_2 خواهد شد. نسبت

$\frac{m_1}{m_2}$ کدام است؟ (آب با محیط اطراف مبادله گرما نمی‌کند).

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۴۷- نمودار فشار برحسب دما برای یک مول گاز کامل به صورت زیر است. چنانچه گرمای مبادله شده در فرآیند AB از

مایعی با ظرفیت گرمایی $2400 \frac{J}{C}$ گرم‌تر شود و دمای مایع یک درجه سلسیوس کاهش یابد، گرمای مبادله شده

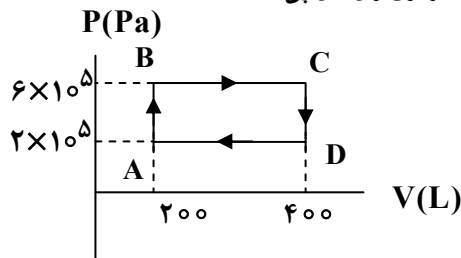


در کل فرآیند A → C چند ژول است؟

- (۱) ۱۶۰۰ (۲) -۱۶۰۰ (۳) ۶۴۰۰ (۴) -۶۴۰۰

۴۸- یک گاز کامل، چرخه نشان داده شده شکل زیر را می‌پیماید. به ترتیب از راست به چپ کل گرمای مبادله شده در

این چرخه و کار انجام شده بر روی گاز در فرآیند DA چند ژول است؟ (آزمون وی ای پی)



- (۱) $4 \times 10^4, -8 \times 10^4$
 (۲) $8 \times 10^4, 12 \times 10^4$
 (۳) $-4 \times 10^4, 8 \times 10^4$
 (۴) $-8 \times 10^4, -12 \times 10^4$

۴۹- دو نقطه ثابت B و A در صفحه، با مختصات $B(20\text{cm}, 0\text{cm})$ و $A(-30\text{cm}, 0\text{cm})$ در نظر می‌گیریم. بار q_1

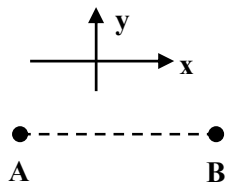
را در نقطه B قرار می‌دهیم. به بار $q_0 > 0$ در مکان $C(0\text{cm}, 15\text{cm})$ از طرف بار q_1 نیروی

وارد می‌شود. اکنون بار q_2 را در مکان A و بار q_0 را این بار در مکان

$D(-20\text{cm}, 25\text{cm})$ قرار می‌دهیم. اگر در این حالت نیروی الکتریکی برآیند وارد بر q_0 از طرف q_1 و q_2 در

به صورت: $\vec{F} = -15\vec{i}$ باشد، در این صورت در کدام یک از نقاط زیر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_0 از طرف

دو بار q_1 و q_2 صفر می‌شود؟



- (۱) $x = -20\text{cm}$
 (۲) $x = -35\text{cm}$
 (۳) $x = 0$
 (۴) $x = +30\text{cm}$

۵۰- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله $2a$ در مکان‌های $x_1 = -a$ و $x_2 = a$ روی محور x ، از یکدیگر ثابت نگاه

داشته شده‌اند. اگر میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در $x = -2a$ برابر: $\vec{E}_T = 500 \frac{N}{C} \vec{i}$ و در

$x = -4a$ برابر $\vec{E}_T = -200 \vec{i}$ باشد، در این صورت اندازه q_1 از اندازه q_2 و دو بار $(q_1 \times q_2)$

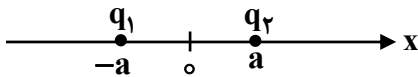
.....

(۱) کوچک‌تر - منفی است.

(۲) بزرگ‌تر - منفی است.

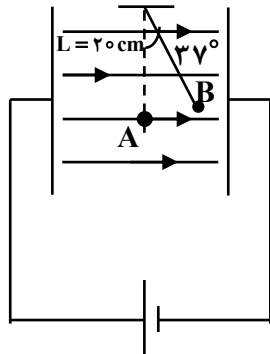
(۳) کوچک‌تر - مثبت است.

(۴) بزرگ‌تر - مثبت است.



۵۱- مطابق شکل زیر بین صفحات خازن تختی ذره‌ای با بار $2\mu C$ و جرم $40g$ در حال تعادل قرار گرفته است. اختلاف

پتانسیل بین دو نقطه A و B $(V_B - V_A)$ چند کیلوولت است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) -۱۸

(۲) +۱۸

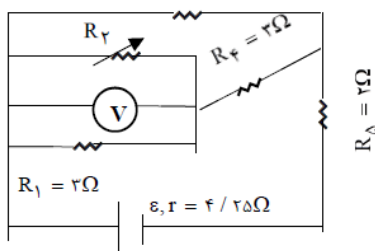
(۳) -۲۴

(۴) +۲۴

۵۲- در مدار شکل داده شده اگر به تدریج مقدار مقاومت R_2 از صفر تا مقادیر بسیار بزرگ افزایش یابد، توان مصرفی

مقاومت معادل مدار و عدد ولت‌سنج ایده آل به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

$$R_2 = 6\Omega$$



(۱) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد. - افزایش می‌یابد.

(۲) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد. - افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد. - کاهش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد. - کاهش می‌یابد.

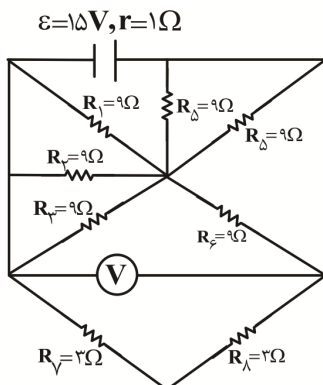
۵۳- با توجه به مدار شکل زیر عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، چند ولت است؟

(۱) ۶

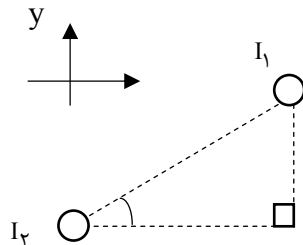
(۲) ۱۱/۲۵

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰



۵۴- دو سیم رسانای مستقیم موازی هم را که حامل جریان‌های هم‌اندازه بوده و عمود بر صفحه کاغذ و نیز عمود بر محورهای مختصات XOY هستند را در نظر می‌گیریم. اگر نیروی الکترومغناطیسی را سیم حامل جریان I_2 بر سیم حامل جریان I_1 وارد می‌کند، به صورت: $\vec{F}_{21} = -0.6N\vec{i} - 0.4N\vec{j}$ باشد، در این صورت کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده میدان مغناطیسی برآیند حاصل از دو سیم در نقطه M باشد؟ (همه اعداد در SI هستند).



- (۱) $0.5\vec{i} + 0.3\vec{j}$ یا $0.5\vec{i} - 0.3\vec{j}$
- (۲) $0.5\vec{i} + 0.3\vec{j}$
- (۳) $0.3\vec{i} - 0.5\vec{j}$
- (۴) $-0.3\vec{i} - 0.5\vec{j}$ یا $0.3\vec{i} + 0.5\vec{j}$

۵۵- از سیمی به طول 30 m و قطر مقطع 2 mm ، سیم‌لوله‌ای آرمانی ساخته شده است که در آن سیم‌ها کاملاً به هم فشرده می‌باشند و از آن جریان 30 A عبور می‌دهیم. حال اگر بخواهیم با همین سیم، پیچ‌های به شعاع 10 cm بسازیم که میدان در مرکز آن هم‌اندازه، میدان داخل سیم‌لوله باشد، جریان چند آمپری باید از پیچ عبور کند؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{I}}{\text{m.A}}$, $\pi = 3$)

- (۱) ۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۶
- (۴) ۶۰

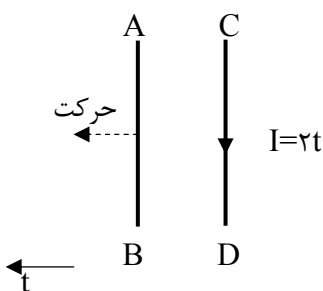
۵۶- در شکل داده‌شده دو سیم رسانای AB و CD را که در $t = 0$ در فاصله d از یکدیگر هستند را در نظر می‌گیریم. دو سیم فاقد جریانی الکتریکی اولیه (در $t = 0$) هستند. جریان الکتریکی متغیر $I = 2t$ را از C تا D ایجاد نموده و همزمان سیم رسانای AB را با سرعت $(V = -2t + 8)$ در امتداد موازات AB در صفحه کاغذ حرکت می‌دهیم. در طول حرکت در بازه زمانی مورد نظر دو سیم به هم نمی‌رسند. جریانی الکتریکی القایی در سیم AB

(۱) همواره صفر است.

(۲) ابتدا از A به B، سپس از B به A است.

(۳) ابتدا از B به A، سپس از A به B است.

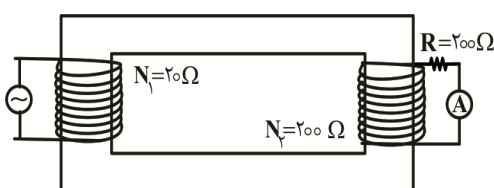
(۴) مخالف صفر است، اما در مورد جهت آن به طور دقیق نمی‌توان اظهار نظر نمود.



۵۷- از سیم‌لوله‌ای که شامل 400 دور حلقه است، جریان متغیری از صفر تا 2 A عبور می‌کند و طی این تغییر جریان انرژی مغناطیسی ذخیره‌شده در آن به اندازه 0.8 J تغییر می‌کند. ضریب خودالقایی این سیم‌لوله چند میلی‌هائری است؟

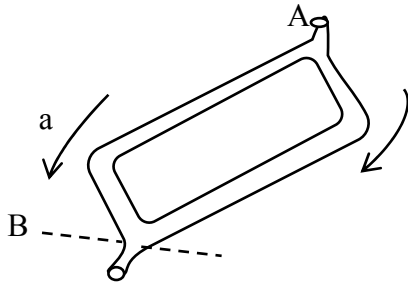
- (۱) ۴۰۰
- (۲) ۰.۴
- (۳) ۸۰۰
- (۴) ۰.۸

۵۸- بیشینه توان مصرفی در مقاومت R ، 2 kW است. بیشینه نیروی محرکه در سیم پیچ اولیه چند ولت و جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر است؟ (به ترتیب از راست به چپ)



- (۱) ۲۰۰ و ۰.۱
- (۲) ۲۰۰ و ۱
- (۳) ۲۰۰ و ۰.۱
- (۴) ۲۰۰ و ۱

۵۹- دو گلوله کوچک صیقلی را همزمان از قسمت ورودی A رها می‌کنیم. مجموع قطر گلوله‌ها کوچک‌تر از قطر لوله در طول مسیر حرکت آن‌ها است. یکی از گلوله‌ها مسیر (a) و دیگری مسیر (b) را انتخاب می‌کند. سطوح داخلی لوله‌ها در شکل صیقلی هستند. در مورد مدت زمان خروج گلوله از دهانه B چه می‌توان گفت؟



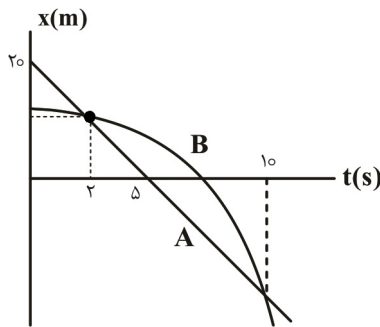
(۱) $\Delta t_a = \Delta t_b$

(۲) $\Delta t_a > \Delta t_b$

(۳) $\Delta t_a < \Delta t_b$

(۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

۶۰- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل است. نمودار B یک سهمی است. از لحظه ای که سرعت دو متحرک با هم برابر می‌شود تا لحظه ای که دومین بار دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، اندازه جابه‌جایی



متحرک A چند متر است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۱۶

(۴) ۲۰

۶۱- خودرویی از یک مکان، روی خط راست، از حال سکون با شتاب ثابت $6 \frac{m}{s^2}$ به راه می‌افتد. ۲ ثانیه پس از آن

خودروی دیگری با سرعت $20 \frac{m}{s}$ از همان نقطه در همان جهت می‌گذرد. کدام گزینه در مورد فاصله دو متحرک از

یکدیگر درست است؟

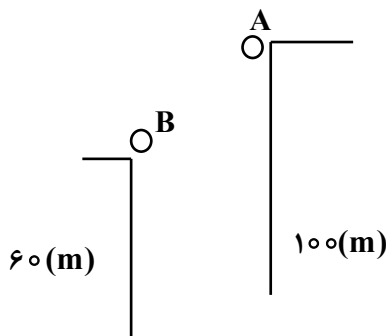
(۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

(۲) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش - سپس افزایش - بعد کاهش - در نهایت افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

۶۲- مطابق شکل زیر گلوله‌های A و B به ترتیب از ارتفاع‌های ۱۰۰ و ۶۰ متری رها می‌شوند. گلوله B دو ثانیه بعد از گلوله A رها می‌شود. در هنگامی که این دو گلوله به هم می‌رسند، اندازه سرعت جسم A و B به ترتیب از راست به



چپ در SI، کدامند؟ ($g = 10 \frac{m}{s}$)

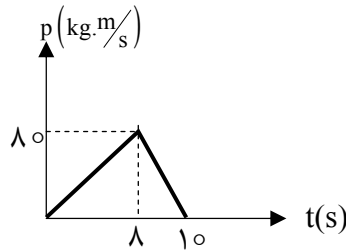
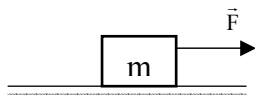
(۱) ۱۰ و ۳۰

(۲) ۳۰ و ۱۰

(۳) ۲۰ و ۴۰

(۴) ۴۰ و ۲۰

۶۳- نیروی ثابت و افقی \vec{F} به جسم ساکن $m = 4\text{ kg}$ مانند شکل روبه‌رو اثر می‌کند و جسم را روی سطح افقی حرکت می‌دهد. ۸ ثانیه پس از حرکت جسم، نیروی \vec{F} قطع می‌شود. با توجه به نمودار تکانه - زمان جسم، F چند نیوتن و نیروی وارده از طرف سطح به جسم در $t = 5\text{ s}$ به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



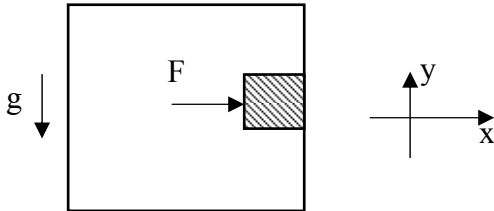
(۱) $10\sqrt{17}, 30$

(۲) $40\sqrt{2}, 30$

(۳) $40\sqrt{2}, 50$

(۴) $10\sqrt{17}, 50$

۶۴- معادله سرعت - زمان آسانسوری در SI: $V_y = 2t - 6$ است. شخصی درون این آسانسور، جسمی به جرم 3 kg را با نیروی افقی $F = 40\text{ N}$ به دیواره قائم آسانسور می‌فشارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی دیواره آسانسور با جسم برابر 0.4 باشد و در لحظه $t = 2\text{ s}$ روی دیواره نلغزد، در این لحظه نیروی برآیندی که جسم به دیواره آسانسور وارد می‌کند در SI کدام است؟ آزمون وی ای پی



(۱) $-40\vec{i} + 24\vec{j}$

(۲) $40\vec{i} - 24\vec{j}$

(۳) $40\vec{i} - 36\vec{j}$

(۴) $-40\vec{i} + 36\vec{j}$

۶۵- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع 40 متری از یک زمین شنی با سرعت $10\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود و پس از فرو رفتن در راستای قائم در شن در مدت 0.2 s متوقف می‌شود. اگر اندازه نیروی متوسطی که از طرف شن به گلوله وارد می‌شود، 64 N باشد، جرم گلوله چند کیلوگرم است؟ ($g = 10\frac{m}{s}$)

- (۱) 0.2 (۲) 0.4 (۳) 0.5 (۴) 0.8

۶۶- معادله سرعت - زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $v = -\frac{\pi}{10} \sin 20\pi t$ می‌باشد. کمترین تندی متوسط این

نوسانگر در بازه زمانی $\frac{1}{30}$ ثانیه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($\sqrt{2} = 1.4, \sqrt{3} = 1.7$)

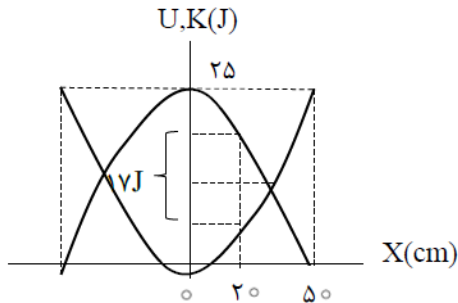
- (۱) $25/5$ (۲) 15 (۳) 9 (۴) $4/5$

۶۷- به فنری به طول 1 متر و ثابت $200\frac{N}{m}$ که از نقطه‌ای از سقف آویخته شده است، جسمی به جرم 500 g آویخته و فنر را به آرامی آنقدر می‌کشیم که طولش 10.4 cm شود، سپس آن را رها می‌کنیم. تندی جسم هنگامی که طول

فنر $10.2/5\text{ cm}$ است، چند $\frac{cm}{s}$ است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}, \pi \approx 3$)

- (۱) صفر (۲) 15 (۳) 25 (۴) 40

۶۸- نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر ساده‌ای که روی محور x و حول $X = 0$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. در $x = 20 \text{ cm}$ انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول است؟

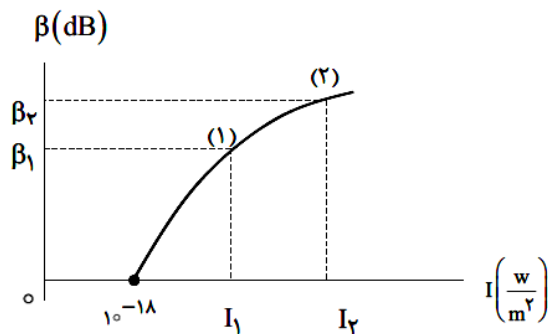


- (۱) ۴
- (۲) ۵/۸
- (۳) ۴/۲۵
- (۴) ۱۲/۵

۶۹- سیمی به طول L و جرم m مفروض است و با نیروی کشیده F کشیده می‌شود و در آن امواج عرضی ایجاد می‌کنیم. اگر این سیم را از وسیله‌ای عبور دهیم تا بدون تغییر جرم، طولش دو برابر و تحت همان نیرو باشد، سرعت انتشار موج و طول موج به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{2}$ و ۱
- (۳) ۱ و $\sqrt{2}$
- (۴) ۱ و ۱

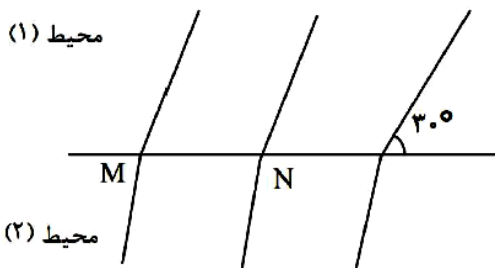
۷۰- شکل زیر نمودار تراز شدت صوت را بر حسب شدت آن برای یک چشمه صوت که امواج صوتی را با توان $48 \mu W$ ارسال می‌کنند، نشان می‌دهد. دو شنونده (۱) و (۲) که در فاصله‌های 20 m و 10 m از چشمه صوت قرار دارند، صوت‌های با تراز شدت صوت‌های β_1 و β_2 دریافت می‌کنند. $(\beta_2 - \beta_1)$ از راست به چپ چند دسی‌بل است؟ ($\log 2 = 0.3, \pi = 3$)



- (۱) ۶ و ۷۶
- (۲) ۳ و ۷۶
- (۳) ۳ و ۷۰
- (۴) ۶ و ۷۰

۷۱- با توجه به شکل زیر، جبهه‌های موج تختی که مرز جدا کننده دو محیط عبور می‌کند را نشان می‌دهد. اگر طول موج در محیط‌های (۱) و (۲) به ترتیب 9 cm و $3/6 \text{ cm}$ کمتر از MN باشند و تندی موج در محیط (۱) برابر

$50 \frac{m}{s}$ باشد، تندی موج در محیط (۲) چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۵۲
- (۲) ۵۸
- (۳) ۶۰
- (۴) ۸۰

۷۲- سیمی به چگالی $8 \frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع $8 mm^2$ بین دو نقطه با نیروی $2560 N$ کشیده شده است. اگر بسامد

موج 800 هرتز باشد، کدام یک از اندازه‌های داده شده بر حسب سانتی‌متر، نمی‌تواند طول این تار باشد؟

- (۱) 140 (۲) 200 (۳) 150 (۴) 125

۷۳- در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر به سطح فلزی با تابع کار $4 eV$ ، نوری با بسامد $2 \times 10^{15} Hz$ بتابانیم، بیشینه

تندی فوتوالکترن‌های گسیلی v_{max} می‌شود. اگر بخواهیم بیشینه تندی فوتوالکترن‌های گسیلی $2v_{max}$

گردد نور فرودی را چند هرتز افزایش دهیم؟ ($h = 4 \times 10^{-15} eV \cdot s$)

- (۱) 10^{15} (۲) 2×10^{15} (۳) 3×10^{15} (۴) 5×10^{15}

۷۴- اختلاف بیشترین بسامد رشته پاشن ($n = 3$) و کمترین بسامد رشته بالمر ($n = 2$)، چند THZ است؟

$$(R_H = \frac{1}{100} nm^{-1}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

- (۱) 180 (۲) -180 (۳) $\frac{250}{3}$ (۴) $-\frac{250}{3}$

۷۵- در شکل زیر نمودار جرم هسته‌های فعال مقداری ماده رادیواکتیو بر حسب زمان داده شده است. اگر نیمه عمر این

عنصر رادیواکتیو 12 روز باشد، جرم هسته‌های فعال در زمان $t + 60$ روز، چند گرم است؟ آزمون وی ای پی

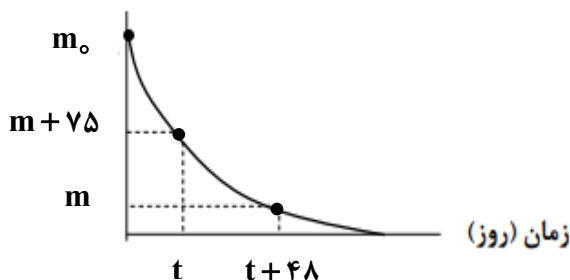
- (۱) $7/5$

- (۲) 5

- (۳) $2/5$

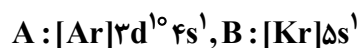
- (۴) $1/25$

جرم هسته‌های فعال (گرم)



شیمی

۷۶- با توجه به آرایش الکترونی اتم‌های داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- تعداد الکترون‌های با $l = 2$ در هر دو اتم برابر است.
- هر دو اتم، کاتیونی با بار مشابه می‌توانند تشکیل دهند.
- واکنش پذیری A از B بیشتر است.
- در جدول تناوبی، بین این دو عنصر تعداد عناصر فلزی با تعداد عناصر شبه‌فلزی برابر است.

- (۱) چهار (۲) دو (۳) یک (۴) سه

۷۷- در کدام گزینه، هر سه عنصر در یک گروه از جدول تناوبی قرار گرفته و رفتار شیمیایی مشابهی دارند؟

- (۱) $52Z, 16Y, 7X$ (۲) $73Z, 51Y, 33X$

- (۳) $79Z, 47Y, 29X$ (۴) $50Z, 14Y, 6X$

۷۸- هموگلوبین پروتئینی در داخل سلول‌های قرمز خون است که گاز اکسیژن را از شش‌ها به سلول‌ها منتقل می‌کند. آهن (به صورت Fe^{2+})، ۰/۳۳ درصد جرمی آن را تشکیل می‌دهد. اگر جرم مولی هموگلوبین برابر $6/8 \times 10^4 \text{ g mol}^{-1}$ باشد، در یک مولکول هموگلوبین، مجموع الکترون‌های با $2 = I$ همه یون‌های آهن چقدر است؟ ($Fe = 56 \text{ g mol}^{-1}$)

(۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۳۶ (۴) ۶

۷۹- یک ترکیب آلی که فقط شامل اتم‌های کربن، هیدروژن و نیتروژن است به حالت گاز در اکسیژن سوزانده شده و حجم واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها در شرایط یکسان دما و فشار اندازه گیری می‌شود. اگر چهار حجم از این ترکیب آلی، بر اثر سوختن، ۴ حجم کربن دی‌اکسید، دو حجم N_2 و ۱۰ حجم بخار آب تولید کند، فرمول مولکولی این ترکیب کدام است و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه‌شده واکنش آن کدام است؟

(۱) C_2H_7N ، ۲۹ (۲) CH_5N ، ۲۹
(۳) C_2H_7N ، ۲۴ (۴) CH_5N ، ۲۴

۸۰- با توجه به جدول زیر که درصد حجمی گازهای سازنده هوای پاک و خشک را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟ (نام گازها با حروف فرضی نشان داده شده است).

نام گاز	درصد گاز در هوا
A	۷۸/۰۷۹
X	۲۰/۹۵۲
G	۰/۹۲۸
D	۰/۰۳۸۵
E	۰/۰۰۱۸
J	۰/۰۰۰۵
Z	۰/۰۰۰۱

- در بین این گازها، پایین‌ترین نقطه جوش، مربوط به گاز A است.
- عنصر G در جدول تناوبی در گروه خود از بالا به پایین، سومین عنصر هشتایی محسوب می‌شود.
- در تقطیر جزء به جزء هوای مایع، گاز X سومین گازی است که به صورت کاملاً خالص از مخلوط جدا می‌شود.
- D یک گاز گلخانه‌ای بوده و باعث تشکیل باران اسیدی نیز می‌شود.
- گاز X می‌تواند کاتالیزگر تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید نیز باشد.

(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) پنج

۸۱- نام و یا فرمول شیمیایی کدام ترکیب نادرست است؟

(۱) $MgC_2H_3O_2$: منیزیم استات (۲) Fe_2SiO_4 : آهن (II) سیلیکات
(۳) V_2O_3 : وانادیم (III) اکسید (۴) $NaC_6H_5CO_2$: سدیم بنزوات

۸۲- در یک تصفیه خانه آب از ترکیب $Na_{12}[(AlO_2)_2(SiO_2)_2] \cdot 27H_2O$ (2190 g mol^{-1}) برای نرم کردن آب سخت استفاده می‌شود که یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} در آب را با یون‌های Na^+ جابه‌جا می‌کند. در این آب سخت، غلظت یون‌های کلسیم و منیزیم به ترتیب $1/2 \times 10^{-4}$ و $1/8 \times 10^{-4}$ مولار از مقدار مجاز آن بیشتر است که به وسیله این سیستم باید گرفته شود. اگر روزانه ۲۵۰۰۰ لیتر آب در این مجموعه تصفیه شود، در یک هفته به تقریب به چند کیلوگرم از ترکیب مورد نظر، نیاز است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۵ (۳) ۹/۵ (۴) ۱۹

۸۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) نیروی بین مولکولی در HF به علت تشکیل پیوند هیدروژنی، قوی‌تر از استون است.
- (۲) در شرایط یکسان، گاز O_2 نسبت به گاز F_2 آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.
- (۳) نیروی بین مولکولی در HCl قوی‌تر از NH_3 است، چون جرم مولی HCl بیشتر است.
- (۴) نقطه جوش H_2S از پروپان بالاتر است، چون H_2S قطبی است.

۸۴- با توجه به جدول انحلال پذیری KCl در دماهای گوناگون $\theta(^{\circ}\text{C})$ ، چند مورد از موارد زیر درست است؟ (معادله انحلال پذیری خطی در نظر گرفته شود، تغییر حجم آب هنگام انحلال حل شونده ناچیز بوده و صرف نظر کنید).
 $(\text{Cl} = ۳۵/۵, \text{K} = ۳۹, \text{Ag} = ۱۰۸ : \text{g mol}^{-1})$

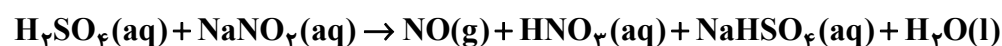
$\theta(^{\circ}\text{C})$	۰	۲۰	۴۰	۵۰
$S\left(\frac{\text{g KCl}}{۱۰۰\text{g H}_2\text{O}}\right)$	۲۷	۳۳	۳۹	۴۲

- در دمای ۱۰°C ، غلظت مولار محلول سیرشده‌ای از KCl، تقریباً برابر ۴ است.
- اگر ۲۷۸ گرم محلول سیرشده‌ای از این نمک با درصد جرمی $۲۸/۰۵$ را تا دمای ۲۰°C سرد کنیم، ۶ گرم رسوب تشکیل می‌شود.
- از واکنش ۲۹۰ گرم محلول سیرشده از KCl در دمای ۶۰°C با مقدار کافی از محلول نقره نیترات، به تقریب ۱۷۳ گرم رسوب تشکیل می‌شود.
- نسبت غلظت ppm در محلول‌های سیرشده در دمای ۳۰°C به دمای ۱۰°C بزرگ‌تر از یک است.

(۱) سه (۲) یک (۳) چهار (۴) دو

- ۸۵- درباره دوازدهمین نافلز جدول تناوبی، کدام مطلب درست است؟
 الف) عدد اتمی آن از شبه‌فلزهای هم‌دوره و هم‌گروه خود، بزرگ‌تر است.
 ب) در جدول تناوبی، بین این عنصر و عنصری که عدد اتمی آن با مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیت این عنصر برابر است، دو فلز واسطه وجود دارد.
 پ) هالوژن هم‌دوره با این عنصر، در دمای ۴۰۰K نمی‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.
 ت) در عناصر هم‌دوره و هم‌گروه این عنصر در جدول تناوبی، در مجموع ۳ عنصر با نماد تک‌حرفی وجود دارد.
 (۱) «ب» - «ت» (۲) «الف» - «پ» (۳) «الف» - «ت» (۴) «ب» - «پ»

۸۶- در معادله واکنش موازنه‌شده زیر، مجموع ضرایب فرآورده‌ها کدام است و اگر با مصرف $۱/۳۸$ گرم NaNO_2 ، ۲۲۴ میلی‌لیتر گاز NO تشکیل شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ $(\text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶, \text{Na} = ۲۳ : \text{g mol}^{-1})$



(۱) ۷۵، ۷ (۲) ۷۵، ۸

(۳) ۸۰، ۷ (۴) ۸۰، ۸

۸۷- درباره کوچک‌ترین آلکانی که مجموع اعداد در نام آن براساس قواعد آیوپاک، برابر ۴ است، همه گزینه‌ها درست‌اند؛ بجز... $(\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲ : \text{g mol}^{-1})$

- در ساختار آن دو گروه متیل وجود دارد.
- هیچ همپاری از آن نمی‌تواند شاخه جانبی اتیل داشته باشد.
- اگر یکی از اتم‌های هیدروژن آن با اتم کلر جایگزین شود، فقط یک همپار تشکیل می‌شود.
- درصد جرمی هیدروژن در آن از درصد جرمی هیدروژن در آلکن هم‌کربن با آن، بیشتر است.

۸۸- به مخلوطی از اتن و اتین با مول‌های برابر (مخلوط اولیه)، ۳۲۰ گرم برم اضافه می‌شود. بعد از انجام واکنش، همه پیوندهای دوگانه و سه‌گانه به یگانه تبدیل می‌شوند ولی رنگ مخلوط نارنجی می‌ماند. با اضافه کردن ۲۱ گرم پروپین به این مخلوط، رنگ نارنجی به‌طور کامل از بین می‌رود. اختلاف جرم اتن و اتین در مخلوط اولیه چند گرم است و درصد جرمی ۱، ۲- دی برموپروپان در مخلوط نهایی به تقریب کدام است؟

($H = 1, C = 12, Br = 80 : g mol^{-1}$)

۴۰ ، ۲ (۲)

۴۰ ، ۱ (۱)

۲۷ ، ۱ (۴)

۲۷ ، ۲ (۳)

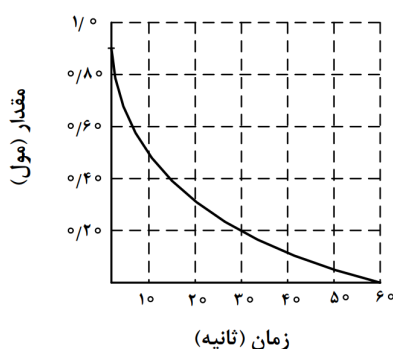
۸۹- کدام گزینه درست است؟

- (۱) ظرفیت گرمایی ویژه فلز آهن، از آلومینیم کمتر است.
 (۲) اگر جرم و دمای دو نمونه آب متفاوت باشد، در هیچ شرایطی نمی‌توان انرژی گرمایی آن‌ها را مقایسه کرد.
 (۳) از آمونیوم نیترات در بسته‌های گرمازا استفاده می‌شود.
 (۴) «استفاده از غذاهای بومی و فصلی» به «طراحی مواد و فرآورده‌های شیمیایی سالم‌تر» منجر می‌شود که بیانی از اصل شیمی سبز است.

۹۰- نمودار زیر تغییر شمار مول‌های یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش $CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g)$

در یک ظرف ۲ لیتری را نشان می‌دهد. اگر سرعت متوسط واکنش تا ثانیه ۲۰، برابر $0.45 mol.L^{-1}.min^{-1}$ باشد، چند

ثانیه طول می‌کشد تا ۴/۴۸L کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شود؟



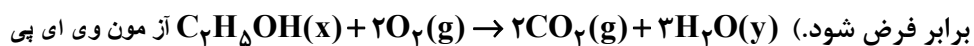
۳۰ (۱)

۲۰ (۲)

۱۰ (۳)

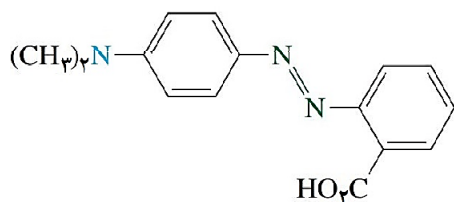
۴۰ (۴)

۹۱- با توجه به معادله واکنش نشان داده‌شده، کدام گزینه نادرست است؟ (آنتالپی تبخیر مولی آب و اتانول به تقریب



- (۱) ارزش سوختی اتانول در حالت مایع و گاز متفاوت است.
 (۲) در این واکنش، مجموع آنتالپی‌های پیوند در فرآورده‌ها، بزرگ‌تر از مجموع آنتالپی‌های پیوند در واکنش‌دهنده‌ها است و حالت فیزیکی اتانول و آب تأثیری در این مقایسه ندارد.
 (۳) اگر به جای یک مول اتانول، یک مول اتان وارد واکنش شود، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.
 (۴) بیشترین مقدار گرمای آزاد شده موقعی است که X و Y هر دو g باشند.

۹۲- با توجه به ساختار مولکول نشان داده شده، کدام مطالب در مورد آن درست است؟



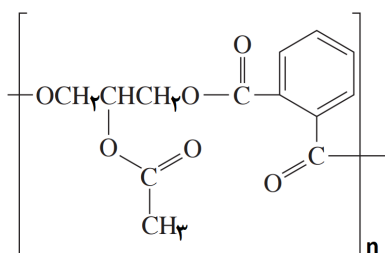
- الف) می تواند فقط با یک نقش در تشکیل آمید و استر، شرکت کند.
 ب) اختلاف جرم مولی این مولکول با مجموع جرم مولی اتم‌های کربن آن، برابر با جرم مولی هگزان است.
 پ) تعداد پیوندهای C-H، دو برابر مجموع جفت الکترون‌های ناپیوندی در این مولکول است.
 ت) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن، با مجموع این اعداد در اتم‌های نیتروژن برابر است.

- (۱) «الف» - «ب»
 (۲) «پ» - «ت»
 (۳) «الف» - «پ»
 (۴) «ب» - «ت»

۹۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) مونومر سازنده پلی استیرن و مولکول سازنده ترفتالیک اسید، همپار هستند.
 (۲) چگالی پلی اتن سنگین بیشتر از پلی اتن سبک بوده و روی آب شناور می ماند.
 (۳) آنتالپی واکنش پلیمری شدن یک مول اتن با یک مول وینیل کلرید برابر نیست.
 (۴) ماندگاری پلی لاکتیک اسید از کولار بیشتر است.

۹۴- با توجه به ساختار پلیمر نشان داده شده، چند مورد از موارد زیر درست است؟



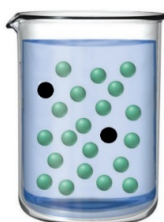
- دی اسید تشکیل دهنده آن با دی اسید تشکیل دهنده پلی اتیلن ترفتالات یکسان است.
- جرم پلیمر با مجموع جرم مونومرهای تشکیل دهنده آن برابر است.
- اختلاف جرم مولی الکل دو عاملی تشکیل دهنده آن با الکل دو عاملی تشکیل دهنده پلی اتیلن ترفتالات برابر ۷۲ است.
- واکنش تشکیل این استر، یک واکنش اکسایش-کاهش محسوب می شود.

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۹۵- کدام مطلب درباره پاک کننده‌ها نادرست است؟

- (۱) صابون‌ها نمک اسیدهای چرب بلند زنجیر بوده و فقط از اسیدهای چرب می توان تهیه کرد.
 (۲) بخش آنیونی در صابون‌ها سبک تر از این بخش در غیرصابون‌ها است.
 (۳) قدرت صابون در پاک کردن لکه چربی از روی لباس نخی، بهتر از لباس پلی استری است.
 (۴) با توجه به مطالب کتاب درسی، اختلاف جرم مولی پاک کننده صابونی و غیرصابونی ۱۸ کربنه که با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، برابر ۴۲ گرم است.

۹۶- شکل زیر غلظت نسبی یون‌های هیدرونیوم (گوهی‌های مشکلی) و هیدروکسید (گوهی‌های خاکستری رنگ) را در دمای ۲۵ درجه سلسیوس نشان می‌دهد. pH این محلول چقدر است و اگر بخواهیم در این شکل محلولی با $\text{pH} = 6$ نشان دهیم، به‌ازای ۲ گوهی خاکستری، چند گوهی مشکلی رنگ باید باشد؟ (بقیه یون‌ها و مولکول‌های آب نشان داده نشده‌اند، $\log 3 = 0.5$)



(۱) ۱۰۰, ۷/۵

(۲) ۲۰۰, ۸/۵

(۳) ۲۰۰, ۷/۵

(۴) ۱۰۰, ۸/۵

۹۷- به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول اسید ضعیف HA با $\text{pH} = 3$ ($K_a = 10^{-5}$)، ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $\text{pH} = 13.3$ اضافه می‌کنیم. pH محلول حاصل کدام است؟ (فرض کنید نمک تشکیل شده خاصیت اسیدی و بازی ندارد و دمای آزمایش ۲۵ درجه سلسیوس است.)

(۴) ۱۲/۷

(۳) ۱۱/۷

(۲) ۱۰/۷

(۱) ۹/۷

۹۸- درباره سلول‌های الکتروشیمیایی، کدام مطالب همواره درست‌اند؟

(الف) با فرآیند آبکاری نمی‌توان هر فلزی را روی قاشق نقره‌ای نشانده.

(ب) در سلول‌های گالوانی جرم کاتد و غلظت کاتیون در خانه آندی به مرور افزایش می‌یابد.

(پ) در سلول‌های سوختی، هیدروژن در آند اکسایش یافته و الکترون‌ها به سمت کاتد جریان می‌یابند.

(ت) فلزهای واکنش‌پذیر مثل سدیم و آلومینیم را نمی‌توان از برق‌کافت محلول آبی آن‌ها در یک سلول الکترولیتی استخراج کرد.

(۱) «الف» - «ب» (۲) «الف» - «ت»

(۳) «ب» - «پ» (۴) «پ» - «ت»

۹۹- آلیاژی شامل فلزهای مس، روی و نقره بوده و از کاهش همزمان یون‌های Cu^{2+} ، Zn^{2+} و Ag^+ از محلول آبی آن‌ها به‌دست می‌آید. اگر درصد الکتروسیسته مصرفی برای کاهش یون‌های Cu^{2+} ، Zn^{2+} و Ag^+ به ترتیب برابر با ۶۰، ۲۰ و ۲۰ باشد، درصد جرمی مس و درصد مولی نقره در این آلیاژ به تقریب (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟ ($\text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65, \text{Ag} = 108 \text{ g mol}^{-1}$)

(۴) ۲۳ - ۴۰

(۳) ۳۳ - ۵۵

(۲) ۳۳ - ۴۰

(۱) ۲۳ - ۵۵

۱۰۰- با توجه به گزارشی که از نتایج چند آزمایش در پایین آورده شده است، کدام گزینه درست است؟

«اگر تیغه فلز A در داخل محلولی از نمک فلز B قرار بگیرد، رنگ سطح تیغه فلز A تغییر می‌کند. اگر فلز B داخل محلول اسیدی قرار داده شود، حباب گاز در سطح تیغه فلزی آزاد می‌شود. اگر تیغه فلز A در داخل محلولی از نمک فلز C قرار گیرد، هیچ تغییری در محلول و سطح تیغه فلزی مشاهده نمی‌شود.»

(الف) در سلول گالوانی تشکیل شده از دو نیم‌سلول A و C، آنیون‌ها از نیم‌سلول A وارد نیم‌سلول C می‌شوند.

(ب) emf سلول گالوانی A - B، بزرگ‌تر از C - B است.

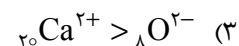
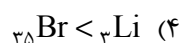
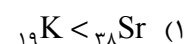
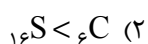
(پ) اگر SHE را به نیم‌سلول B متصل کنیم، الکتروود B در نقش آند بوده و با انجام واکنش جرم تیغه کاتدی تغییر نمی‌کند.

(ت) برای محافظت از خوردگی آهن، فلز C مناسب‌تر از فلز منیزیم خواهد بود.

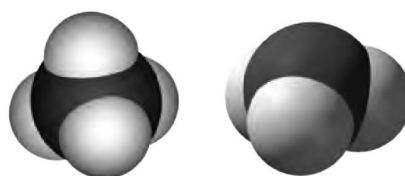
(۱) «الف» - «پ» (۲) «الف» - «ت»

(۳) «ب» - «پ» (۴) «ب» - «ت»

۱۰۱- در کدام گزینه، مقایسه شعاع به درستی انجام گرفته است؟



۱۰۲- با توجه به مدل‌های فضا پرکن دو مولکول نشان داده شده، کدام مطلب درست است؟



ب

الف

(۱) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول «الف»، اگر اتم مرکزی رنگ قرمز داشته باشد، می‌تواند باز آرنیوس باشد که یونش

کامل در آب دارد. آزمون وی ای پی

(۲) گشتاور دوقطبی مولکول «ب» برابر صفر بوده و اتم مرکزی می‌تواند یون تشکیل دهد.

(۳) گشتاور دو قطبی مولکول «الف» بزرگ‌تر از صفر بوده و نسبت تعداد جفت الکترون‌های پیوندی به الکترون‌های ناپیوندی برابر ۳ است.

(۴) اگر در مولکول «ب»، یکی از اتم‌های کناری را با اتم متفاوتی جایگزین کنیم، گشتاور دوقطبی مولکول، افزایش ولی نقطه جوش آن کاهش می‌یابد.

۱۰۳- مطابق مطالب کتاب درسی درباره آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیبات یونی، کدام گزینه، جمله زیر را همواره به

درستی کامل می‌کند؟ (A, X, B و C از عناصر اصلی جدول تا عدد اتمی ۳۶ هستند.)

«اگر آنتالپی فروپاشی شبکه از بزرگ‌تر باشد،»

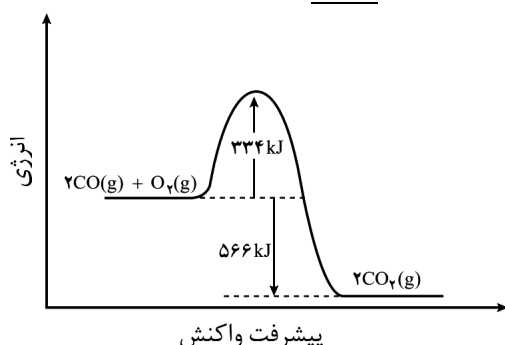
(۱) AX_2 ، BC_2 ، آنتالپی فروپاشی شبکه AX کمتر از 2000 کیلوژول بر مول است.

(۲) AX_2 ، BC_2 ، خصلت فلزی A از B بیشتر است (کاتیون‌ها از دوره سوم و آنیون‌ها از دوره دوم جدول تناوبی هستند).

(۳) BC از AX_3 ، چگالی بار کاتیون A از کاتیون B بیشتر است.

(۴) AX ، BC ، چگالی بار آنیون X از آنیون C بیشتر است.

۱۰۴- با توجه به نمودار انرژی - پیشرفت واکنش نشان داده شده، کدام گزینه درست نیست؟



الف) این واکنش، یک گاز سمی را به گاز گلخانه‌ای پایدارتر تبدیل می‌کند.

ب) یکی از واکنش‌های انجام گرفته در مبدل‌های کاتالیستی خودروهاست و آنتالپی آن را نمی‌توان با روش تجربی اندازه گرفت.

پ) مجموع آنتالپی‌های پیوند در فرآورده‌ها بزرگ‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است و اگر واکنش را معکوس کنیم، انرژی فعالسازی آن قرینه می‌شود.

ت) برای انجام این واکنش به صورت مطلوب، به کاتالیزگر و دمای بالا نیاز است که از بین آن‌ها فقط کاتالیزگر انرژی فعالسازی واکنش را کاهش می‌دهد.

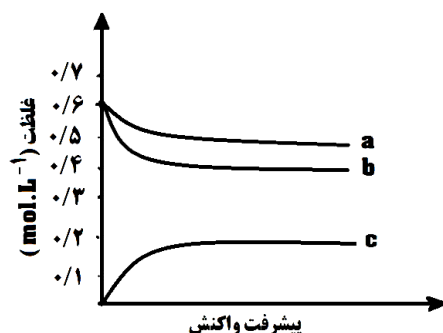
۲) «پ» - «ت»

۱) «الف» - «ب»

۴) «ب» - «پ»

۳) «الف» - «ت»

۱۰۵- با توجه به نمودار زیر که غلظت گونه‌های شرکت‌کننده در یک واکنش تا رسیدن به تعادل را نشان می‌دهد، ثابت تعادل واکنش کدام است و با افزایش حجم ظرف در دمای ثابت، تعادل در کدام جهت جابه‌جا می‌شود تا به تعادل جدید برسد؟ (همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، گازی شکل فرض شود). آزمون وی ای پی



۱) ۱۰، رفت

۲) ۰/۵، رفت

۳) ۰/۵، برگشت

۴) ۱۰، برگشت

@sanjsheducationgroup

@sanjshserv

کانال‌های ارتباطی:



آزمون ۱۲ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت اول (۱۴۰۴/۰۱/۲۲)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{16^6} \times \frac{a}{2^2}}{\frac{1}{8^8} \times \frac{1}{2^{16}}} = \frac{\frac{1}{2^2} + \frac{2}{3} + \frac{a}{2}}{\frac{2}{2^8} + \frac{1}{16}}$$

$$= \frac{\frac{2+3a}{6} - \frac{2}{16}}{\frac{2}{16}} = 2\sqrt{2} = 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{2+3a}{6} - \frac{2}{16} = \frac{2}{16}$$

$$\Rightarrow 8(2+3a) - 21 = 12 \Rightarrow a = \frac{37}{24}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲. گزینه ۴ درست است.

از $\alpha\beta = 5$ می‌فهمیم که $\alpha = \frac{5}{\beta}$ و $\beta = \frac{5}{\alpha}$ است؛ پس:

$$\begin{cases} \alpha^3 + \frac{125}{\alpha^3} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3ps = 1000 - 150 = 850 \\ \beta^3 + \frac{25}{\beta^3} = \beta^3 + \alpha^3 = S^3 - 2p = 1000 - 10 = 990 \end{cases}$$

پاسخ مسئله $\frac{850}{90} = \frac{85}{9}$ است.

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۴ درست است.

تلاقی خط و نمودار در نقاط $A(x_1, 2x_1 + 1)$ و $B(x_2, 2x_2 + 1)$ است؛ پس $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2} = |x_1 - x_2| \sqrt{5}$ است؛ اما داریم:

$$4x + a - x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - a = 0 \Rightarrow$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{4 - 4(1-a)}}{1} = 2\sqrt{a}$$

حال داریم:

$$2\sqrt{a} \times \sqrt{5} = 5 \Rightarrow \sqrt{5a} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 1,25$$

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۴. گزینه ۲ درست است.

باید $f(1)$ و $f(2)$ مقادیرهای یکتا داشته باشند:

$$f(2) = 3(2) + 2 = 4a + 2b \Rightarrow \boxed{4a + 2b = 8} \quad (1)$$

$$f(1) = 5 - 1^2 = a + b \Rightarrow \boxed{a + b = 4} \quad (2)$$

دستگاه تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} 4a + 2b = 8 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = 4$$

پس: $f(b) = f(4) = 14$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۲ درست است.

با قرار دادن $x = 0$ در رابطه داده شده به $f(1) = 9$ می‌رسیم؛ پس:

$$f(f(1)) = f(9)$$

اما برای محاسبه $f(9)$ باید در $f(2x+1)$ عدد $x = 4$ را قرار دهیم:

$$f(9) = 4 + \sqrt{4} + 9 = 15$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۶. گزینه ۴ درست است.

اگر $\sin x = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ است؛ اما داریم:

$$f(\sin x) = (2 \sin x \cos x) \cos x = 2 \sin x \cos^2 x = 2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۴ درست است.

با توجه به فرمول مجموع جملات دنباله هندسی داریم:

$$f(x) = \frac{1 \times (x^{27} - 1)}{x - 1} = \frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) &= \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} + 1 \\ &= \frac{3-2\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}-1}{2} + 1 = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

(حسابان (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x - 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(f(2)) = g(0) = \frac{a}{3}$$

$$f(g(-2)) = f(a-4) = \begin{cases} -a+3 & a < 4 \\ \frac{a}{2}-3 & a \geq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + (-a+3) = 1 \Rightarrow a = 3 \quad \checkmark \\ a \geq 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + \left(\frac{a}{2}-3\right) = 1 \Rightarrow a = \frac{24}{5} \end{cases}$$

(حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۳ درست است.

اولاً باید $0 \leq x^2 + 7x - 30$ باشد که جواب آن می‌شود:

$$x^2 - 7x - 30 \leq 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-3 \leq x \leq 10} \quad (1)$$

از طرفی باید جواب‌های $\left[\frac{x}{a}\right] = 1$ را از بازه بالا حذف کنیم:

$$1 \leq \frac{x}{a} < 2 \Rightarrow \boxed{a \leq x < 2a} \quad (2)$$

شرط مسئله می‌گوید (۱) و (۲) اشتراکی ندارند. چون $a > 0$ است، پس عملاً باید $a > 10$ باشد. تنها بازه‌ای که هیچ کدام از مقادیر a در آن قرار ندارند $(6, 10)$ است. (حسابان (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۲ درست است.

طبق فرض مسئله $\hat{C} = 30^\circ$, $BH = x$, $AH = 2$ و بنابراین:

$$x^2 + 4 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(ریاضی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow c + \frac{a}{2} = 4 \\ \max = 6 \Rightarrow c + |a| = 6 \end{cases}$$

اگر $a < 0$ باشد، آنگاه $a = \frac{-4}{3}$ و $c = \frac{14}{3}$ است که در این صورت $\min = \frac{14}{3} - \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$ و این تناقض است.

پس $a > 0$ و در نتیجه $a = 4$ و $c = 2$ است.

$$f(x) = 2 + 4 \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 4 \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi b}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi b}{3} + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow b = -2$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به اتحادها $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos 2x$ و $\cos 3x - 1 = \cos 6x$ داریم:

$$\cos 2x = \cos 6x \Rightarrow \begin{cases} 6x = 2x + 2k\pi \\ 6x = -2x + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} \xrightarrow{U} x = \frac{k\pi}{4}$$

جواب‌های قابل قبول عبارتند از:

$$\frac{\pi}{4} \text{ و } \frac{3\pi}{4} \text{ و } \pi \text{ و } \frac{5\pi}{4} \text{ و } \frac{7\pi}{4}$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۳. گزینه ۱ درست است.

اولاً $a + b = 0$ است و ثانیاً:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x \sin(x-1)}{ax+b} &= 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{ax+b} \stackrel{H}{=} 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(x-1)}{a} \\ &= 2 \Rightarrow \frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{2} \end{aligned}$$

بنابراین $b = -\frac{2}{3}$ و نتیجه می‌گیریم که:

$$2b - a = -\frac{4}{3} - \frac{2}{2} = -\frac{10}{3}$$

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: آسان)

۱۴. گزینه ۴ درست است.

اگر $a > 0$ باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &\Rightarrow \frac{a}{b} = b + 1 = [0^-] + 2 \\ &\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -1 + 2 = 1 \\ b + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow b = 0 \text{ (غیرممکن)} \end{aligned}$$

اگر $a = 0$ باشد، خیلی سریع به تساوی بی‌معنی $a = 2$ می‌رسیم.
اما اگر $a < 0$ باشد:

$$\frac{a}{b} = b + 1 = [0^+] + 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ b + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1$$

بنابراین $ab = 2$ است.

(حسابان (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: آسان)

۱۵. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = \frac{(x+2)}{(x-3)(x-a)} + \frac{2}{(x-6)(x-1)}$$

ریشه‌های ساده نشده و غیرتکراری مخرج باید ۳ تا باشند. پس چهار حالت داریم:

$$a = 3 \text{ یا } 6 \text{ یا } -2 \text{ یا } 1 \Rightarrow \text{مجموع} = 8$$

(حسابان (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۲ درست است.

$$x > 0 \xrightarrow{y=0} \log x(x+k) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + kx - 10 = 0 \quad (1)$$

فقط یک ریشه مثبت دارد. پس $X = \alpha$ ریشه مثبت این معادله است.

$$x < 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \log(-x(x+k)) = 1$$

$$\Rightarrow -x^2 - kx - 10 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow k^2 - 40 = 0 \Rightarrow k = \sqrt{40}$$

حال α را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha^2 + k\alpha - 10 = \alpha^2 + 2\sqrt{10}\alpha - 10 = 0 \Rightarrow \alpha = \sqrt{20} - \sqrt{10} \Rightarrow \frac{2\alpha}{k} = \sqrt{2} - 1$$

(حسابان (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

گزینه ۲ درست است.

فرض کنید $g(x) = (x^2 + x + 3)f(x)$ آنگاه:

$$g'(1) = (2x+1)f(x) + (x^2 + x + 3)f'(x) = 3f(1) + 5f'(1)$$

اما $g(x) = 2x + 1$ و مشتق آن برابر ۲ است.

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

گزینه ۳ درست است.

ابتدا نقطهٔ تماس را پیدا می‌کنیم: $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

حال شیب را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = \frac{2 \cos x (1 + \cos x) - (-\sin x)(2 \sin x)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{2 \cos x + 2(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(1 + \cos x)^2}$$

$$= \frac{2(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{2}{1 + \cos x} \Rightarrow y'(\frac{\pi}{3}) = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

بنابراین:

$$y - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}(x - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{4\pi}{9}$$

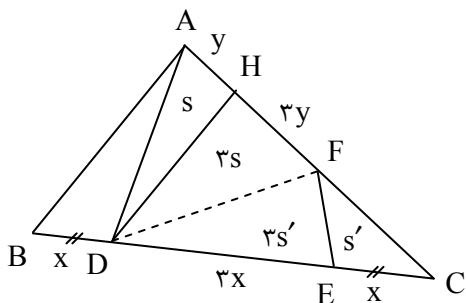
$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{2} \text{ لذا } b = \frac{4}{9} \text{ و } a = \frac{2}{3}$$

(حسابان (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

گزینه ۳ درست است.

مساحت چهارضلعی HFED برابر $3(S + S') = 12$ در نتیجه

$S + S' = 4$ و از F به D و از A به D وصل می‌کنیم:

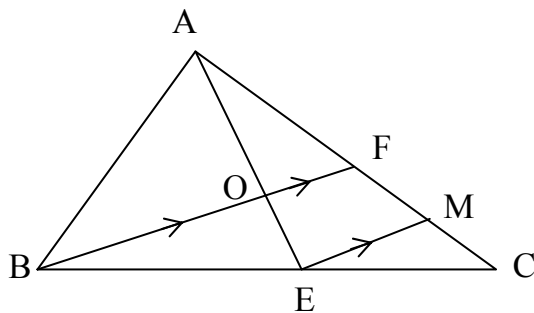


$$\frac{S_{DFE}}{S_{FEC}} = \frac{DE}{EC} = 3, \quad \frac{S_{HDF}}{S_{AHD}} = \frac{HF}{AH} = 3$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{DC} = \frac{5x}{4x} = \frac{5}{4} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{5}{4}(4(S + S')) = 20$$

(هندسه (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۲ درست است.



از E خطی به موازات BF رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه M قطع کند.

$$\text{BCF در مثلث } EM \parallel BF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EC}{BE} = \frac{CM}{FM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} CM = 2t \\ FM = 3t \end{cases}$$

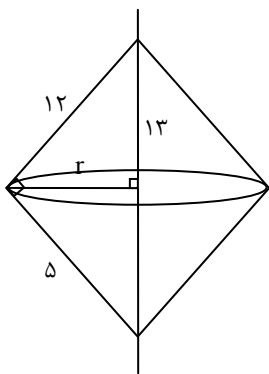
$$\frac{FC}{AF} = \frac{1}{3} \Rightarrow FC = z, AF = 3z, CM + FM = FC = 5t$$

$$\Rightarrow 5t = z, \frac{AO}{OE} = \frac{AF}{FM} = \frac{3z}{3t} = \frac{z}{t} = 5$$

(هندسه (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۱. گزینه ۴ درست است.

وتر مثلث قائم‌الزاویه به کمک رابطه فیثاغورث برابر ۱۳ است. از طرفی شعاع قاعده دو مخروط برابر ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه است.



$$r = \frac{12 \times 5}{13}$$

$$\text{حجم دو مخروط} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12 \times 5}{13} \right)^2 (13) = \frac{1200\pi}{13}$$

(هندسه (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

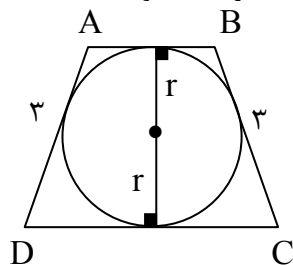
۲۲. گزینه ۴ درست است.

این دوزنقه، متساوی‌الساقین و محیطی است؛ بنابراین:

$$AD = BC = 3$$

$$AB + CD = BC + AD = 3 + 3 = 6$$

از طرف دیگر می‌دانیم که در دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی اندازه ارتفاع، واسطه هندسی بین اندازه‌های دو قاعده است. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو خواهیم داشت:



$$h^2 = AB \times CD, h = 2r$$

$$\pi r^2 = 2\pi \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AB \times CD = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB + CD = 6 \\ AB \times CD = 8 \end{cases} \Rightarrow AB = 2, CD = 4$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دوزنقه} = \frac{1}{2} \times h \times (AB + CD) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (2 + 4) = 6\sqrt{2}$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ است، می توان نتیجه گرفت که $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ است؛ و بنابراین چهارضلعی ABCD، یک چهارضلعی محاطی است و با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$MA^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow MA = 12$$

$$MA \times MD = MB \times MC \Rightarrow 12 \times (12 + 10) = 13(13 + BC)$$

$$\Rightarrow BC + 13 = \frac{12 \times 22}{13} \Rightarrow BC = \frac{264}{13} - 13 = \frac{264 - 169}{13} \Rightarrow BC = \frac{95}{13}$$

(هندسه (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۴. گزینه ۱ درست است.

با استفاده از قضیه کسینوس ها خواهیم داشت:

$$\Delta BCD: BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \times CD \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow BD^2 = \left(\frac{4}{9} \times 21\right) + \left(\frac{4}{9} \times 21\right) - 2\left(\frac{2}{3} \sqrt{21}\right)\left(\frac{2}{3} \sqrt{21}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} = 28$$

$$\Rightarrow BD = 2\sqrt{7}$$

$$\Delta ABD: BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 28 = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times \cos \hat{A} \Rightarrow \cos A = \frac{28 - 16 - 36}{-2 \times 4 \times 6} = \frac{-24}{-48} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

(مساحت مثلث ABCD) = (مساحت مثلث ABD) - (مساحت مثلث BCD)

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{21}\right) \left(\frac{2}{3} \sqrt{21}\right) \sin 120^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{14}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} - \frac{7}{3}\sqrt{3} = \frac{11}{3}\sqrt{3}$$

(هندسه (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

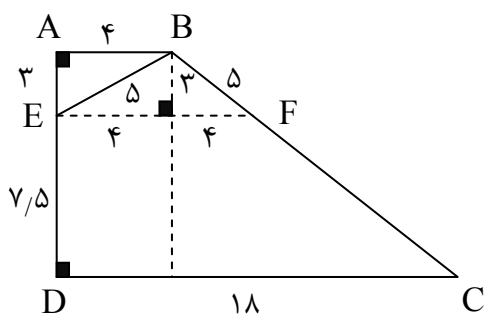
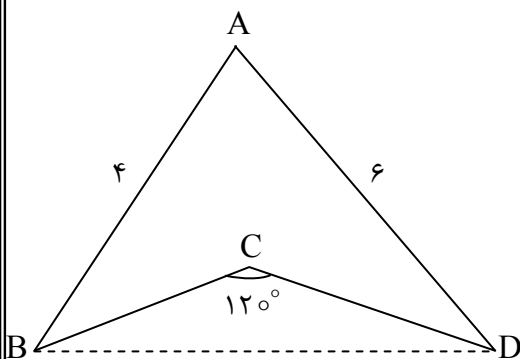
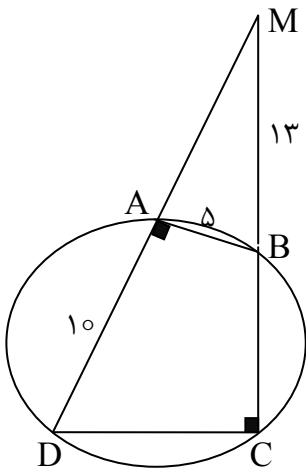
۲۵. گزینه ۲ درست است.

با توجه به قضیه تالس در دوزنقه خواهیم داشت:

$$EF = \frac{(3 \times 18) + (7/5 \times 4)}{3 + 7/5} = \frac{54 + 30}{10/5} = \frac{84}{2} = \frac{168}{21} = 8$$

بنابراین:

$$BF^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BF = 5$$



حالا برای یافتن نقطه M به طوری که حاصل جمع EM و MF کمترین مقدار ممکن باشد، به صورت زیر عمل می کنیم:

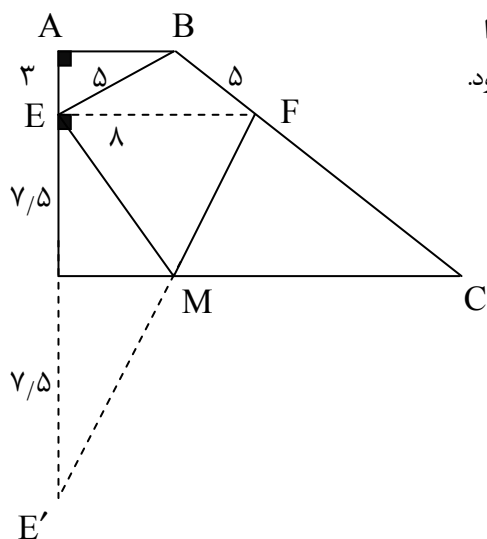
(۱) قرینه نقطه E نسبت به امتداد ضلع CD را می یابیم و آن را E' می نامیم.

(۲) از نقطه E' به نقطه F وصل می کنیم. اگر پاره خط E'F، ضلع CD را

در نقطه M قطع کند، آنگاه حاصل EM + MF کمترین مقدار ممکن خواهد بود.

از آنجا که EM = E'M است، پس حاصل EM + MF با حاصل

E'M + MF یعنی اندازه پاره خط E'F برابر است:



$$\Delta EFE': E'F^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \Rightarrow EF' = 17$$

بنابراین کمترین مقدار برای محیط چهارضلعی BEFM برابر است با:

$$BE + (EM + MF) + BF = 5 + 17 + 5 = 27$$

(هندسه (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۱ درست است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$(BAB^{-1})^n = BAB^{n-1} \text{ مطابق}$$

$$(BAB^{-1})^{1402} = BA^{1402}B^{-1} = B(A^2)^{701}B^{-1} = BIB^{-1} = I$$

مجموع درآیه های ماتریس همانی برابر ۲ است.

(هندسه (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۲ درست است.

حل:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| (2-3) - (4-3)(2) + (2-1)(4) = 1$$

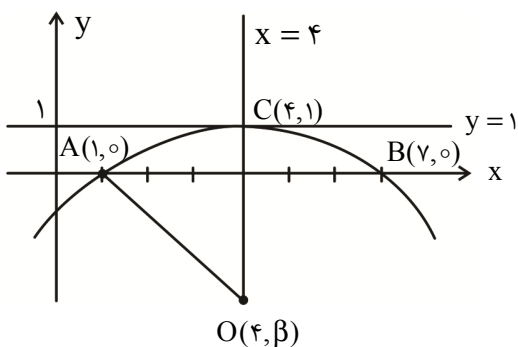
$$|2A| = 2^3 |A| = 8, |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{1} = 1, |A^2| - 1 = |A|^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_B X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}}_C \Rightarrow X = B^{-1}C = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درآیه های قطر فرعی} = \frac{13}{8}$$

(هندسه (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۸. گزینه ۲ درست است.



مرکز دایره روی عمودمنصف پاره خط AB است؛ یعنی روی خط $x = 4$ واقع است، پس مختصات مرکز دایره به صورت $O(4, \beta)$ است؛ در نتیجه:

$$OA = OC = R$$

$$\sqrt{9 + \beta^2} = \sqrt{(\beta - 1)^2}$$

$$\Rightarrow 9 + \beta^2 = \beta^2 - 2\beta + 1 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow O(4, -4) \text{ مرکز دایره}$$

$$R = OA = \sqrt{9 + 16} = 5 \Rightarrow (x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 25 \text{ معادله دایره}$$

$$x = 0 \Rightarrow (y + 4)^2 = 9 \Rightarrow y + 4 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN = 6$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۴ درست است.

مطابق شکل:

$$OF = c = p$$

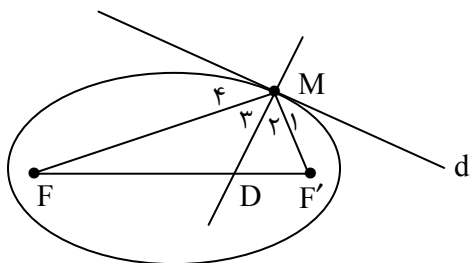
$$\left. \begin{aligned} MF &= \frac{b^2}{a} \\ MF &= 2p \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{b^2}{a} = 2p = 2c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 = 2ac \Rightarrow a^2 - c^2 = 2ac \Rightarrow 1 - e^2 = 2e$$

$$\Rightarrow e^2 + 2e - 1 = 0 \Rightarrow e = \sqrt{2} - 1$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۲ درست است.



پاره خط MD در نقطه M بر خط d مماس است. بنا به خاصیت بازتابندگی یعنی $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_4$ از طرفی $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 90$ و $\widehat{M}_2 + \widehat{M}_4 = 90$ در نتیجه $\widehat{M}_2 = \widehat{M}_3$ و MD نیمساز زاویه \widehat{FMF}' است.

بنا به قضیه نیمساز در مثلث $\Delta MFF'$ داریم:

$$\frac{MF}{MF'} = \frac{DF}{DF'} \Rightarrow \frac{MF}{MF + MF'} = \frac{DF}{DF + DF'}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2a} = \frac{DF}{2c} \xrightarrow{e=\frac{1}{2}} DF = 6 \frac{c}{a} = 6e = 3$$

$$\frac{DF}{DF'} = \frac{MF}{MF'} \Rightarrow \frac{3}{DF'} = \frac{6}{8} \Rightarrow DF' = 4$$

بنا به قضیه نیمساز در مثلث $\Delta MFF'$ داریم:

$$MD^2 = MF \times MF' - DF \times DF'$$

$$MD^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 36 \Rightarrow MD = 6$$

(هندسه (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به هم‌ارزی‌های $p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p$ و $p \Rightarrow p \equiv p$ نتیجه می‌گیریم که:

$$(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p \equiv \sim p \Rightarrow p \equiv p$$

$$((p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p \equiv p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p$$

$$(((p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p) \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$$

هدف نقیض این گزاره است و براساس قانون دمورگان خواهیم داشت:

$$\sim (\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$$

(آمار و احتمال - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ و مضرب ۴ را با A و مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ و مضرب ۶ را با B نمایش دهیم؛ آنگاه:

$$P(A \cap B') = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$$

تعداد اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰۰ برابر ۵۰۰ است. تعداد عضوهای مجموعه‌های A و $A \cap B$ را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$n(A) = \left[\frac{500}{4} \right] = 125 \quad n(A \cap B) = \left[\frac{500}{12} \right] = 41$$

$$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{125}{500} - \frac{41}{500} = \frac{84}{500} = 0,168$$

(آمار و احتمال - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه تمام افراد را با S، مجموعه افرادی که شاهنامه را خوانده‌اند با A و مجموعه افرادی که گلستان را خوانده‌اند با B نمایش دهیم؛ آنگاه:

$$n(S) = 25 \quad n(A) = 12 \quad n(B) = 17 \quad n(A \cap B) = 7$$

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{17}{25} - \frac{7}{25}}{1 - \frac{12}{25}} = \frac{\frac{10}{25}}{\frac{13}{25}} = \frac{10}{13}$$

(آمار و احتمال - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

(آمار و احتمال - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۳۵. گزینه ۱ درست است.

شرط آنکه معادله همشینی $ax \equiv b \pmod{m}$ جواب داشته باشد آن است که $(a, m) | b$ بنابراین ابتدا باید ب.م.م $5a + 1$ و $9a - 2$ را بیابیم:

$$(5a + 1, 9a - 2) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 5a + 1 \times 9 \\ d | 9a - 2 \times 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 45a + 9 \\ d | 45a - 10 \end{cases} \Rightarrow d | 19$$

$$\Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 19$$

اگر $d = 1$ باشد، این معادله جواب دارد زیرا $18 | 18$ اما اگر $d = 19$ باشد، این معادله جواب ندارد؛ زیرا $19 \nmid 18$ ؛ بنابراین $d = 19$ است و خواهیم داشت:

$$19 | 5a + 1 \Rightarrow 5a + 1 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 5a \equiv -1 \equiv -20 \pmod{19} \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 15 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow a = 19k + 15 \Rightarrow 15 = \text{کوچکترین عدد طبیعی}$$

حالا باید رقم یکان عدد $15^{17} + 17^{15}$ را حساب کنیم:

$$\begin{cases} 15^{17} \equiv 5^{17} \equiv 5 \pmod{10} \\ 17^{15} \equiv 7^{15} \equiv 7^3 \equiv (-3)^3 \equiv -27 \equiv 3 \pmod{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15^{17} + 17^{15} \equiv 5 + 3 \equiv 8 \pmod{10}$$

(ریاضات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

$$a = (b \times 29) + 13 \Rightarrow b > 13$$

$$a \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 29b + 13 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 7b + 2 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 7b \equiv -2 \equiv 9 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow b \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow b = 11k + 6$$

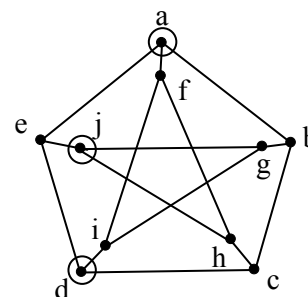
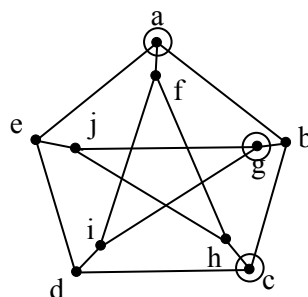
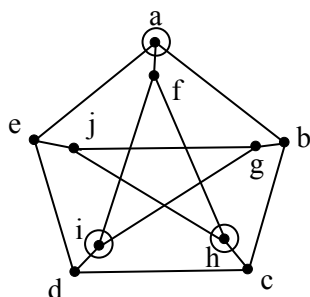
با توجه به اینکه $b > 13$ است، کوچکترین عدد طبیعی مانند b برابر با ۱۷ خواهد بود و در نتیجه:

$$a = (17 \times 29) + 13 = 506 \Rightarrow 506 \equiv 2 \pmod{7}$$

(ریاضات گسسته - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

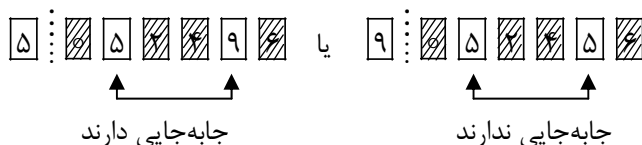
مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم شامل رأس a در شکل‌های زیر نشان داده شده است:



(ریاضات گسسته - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۲ درست است.

ارقام زوج عبارتند از: ۰, ۲, ۴, ۶ اگر این ارقام بخواهند از چپ به راست صعودی باشند، باید به صورت ۰۲۴۶ مرتب شوند. در این شرایط امکان ندارد که رقم اول سمت چپ رقم صفر باشد؛ بنابراین اولین رقم سمت چپ یکی از ارقام فرد ۵ یا ۹ است:



$$\binom{6}{4} \times 2!$$

$$\binom{6}{4}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد مطلوب} = \binom{6}{4} \times 2! + \binom{6}{4} = (15 \times 2) + 15 = 45$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9 \\ x_i = 2y_i + 1, y_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y_1 + 1 + 2y_2 + 1 + 2y_3 + 1 + 2y_4 + 1 + 2y_5 + 1 = 9 \\ y_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = \frac{9-5}{2} = 2 \\ y_i \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{2+5-1}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۴ درست است.

باید ابتدا همه اعدادی را انتخاب کنیم که مضرب ۳ نباشند. این اعداد عبارتند از: ۰, ۲, ۴, ۵, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۰. حالا اگر یکی از اعداد ۳ یا ۶ را انتخاب کنیم، باز هم حاصل ضرب اعداد انتخاب شده مضرب ۹ نیست. اما با انتخاب یک عدد دیگر که مضرب ۳ باشد، به هدف مسئله می‌رسیم؛ بنابراین تعداد مطلوب برابر است با:

$$14 + 1 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

اگر حجم اولیه برای هر مایع A و B را V در نظر بگیریم، مجموع حجم آن‌ها قبل از مخلوط شدن ۲V می‌شود و چون تغییرات حجم نداریم، مجموع جرم اولیه با جرم مخلوط برابر است.

$$m_T = m_A + m_B \Rightarrow m_T = \rho_A V_A + \rho_B V_B = \gamma \rho V$$

حال حجم جدید را به دست می‌آوریم:

$$\rho_T = \frac{m_T}{V_T} \Rightarrow V_T = \frac{m_T}{\rho_T} = \frac{\gamma \rho V}{\frac{9}{2} \rho} = \frac{14}{9} V$$

حال میزان کاهش حجم را به دست می آوریم:

$$2V - \frac{14}{9}V = \frac{4}{9}V$$

میزان کاهش حجم

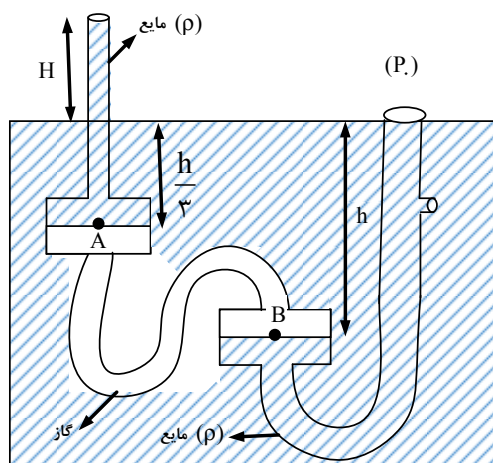
در نهایت درصد کاهش را به دست می آوریم:

$$\frac{\frac{4}{9}V}{2V} \times 100 = \frac{4}{18} \times 100 \approx 22\%$$

درصد کاهش حجم

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری : دشوار)

۴۲. گزینه ۲ درست است.



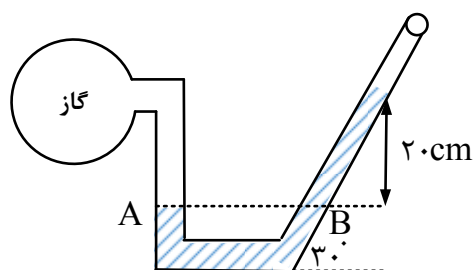
(چون درون یک گاز با حجم محدود هستند) $P_A = P_B$

(بنابر اصل هم فشاری) $P_B = P_C \Rightarrow P_A = P_C$

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho g \left(\frac{h}{3} + H \right) \\ P_C = P_0 + \rho gh \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{3} + H = h \rightarrow H = \frac{2}{3}h$$

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری : متوسط)

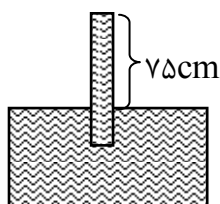
۴۳. گزینه ۴ درست است.



$$P - P_0 = 13600$$

$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = Pgh - P_0 \rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho gh$$

$$13600 = \rho \times 10 \times 0.2 \rightarrow \rho_{\text{مایع}} = 6800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



$$P_M = P_N \rightarrow P_o = \rho gh + P'$$

$$P' - P_o = -\rho gh = -6800 \times 10 \times \frac{75}{100} = -51000 P_a = -5.1 \text{ kPa}$$

$$\text{cmHg} \quad \text{تبدیل به} \quad -51000 \div 1360 = -37.5 \text{ cmHg}$$

با داشتن چگالی مایع که مضرب چگالی جیوه است \rightarrow راه دوم

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6800 \times 75 = 13600 \times h$$

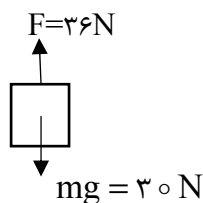
$$\rightarrow h = 37.5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P' - P_o = -37.5 \text{ cmHg}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۲ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که جسم الزاماً در جهت \vec{F}_{net} حرکت نمی‌کند، بلکه به جهت \vec{v}_o یا مقدار آن (اگر $\vec{v}_o = 0$ باشد) دارد. در شکل داده شده اگر جهت \vec{F}_{net} رو به بالا باشد:

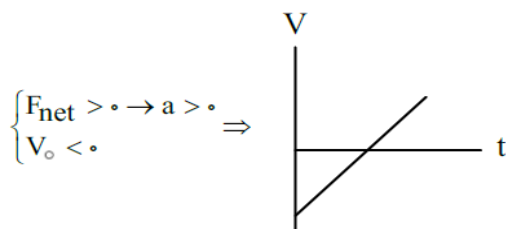


اما چون \vec{v}_o مشخص نشده است ممکن است:

۱) if $v_o = 0 \Rightarrow$ حرکت رو به بالا پیوسته تندشونده باشد

۲) if \vec{v}_o : حرکت رو به بالا و پیوسته تندشونده است \Rightarrow رو به بالا باشد

۳) if \vec{v}_o : حرکت ابتدا رو به پایین کندشونده سپس رو به بالا تندشونده باشد \Rightarrow رو به پایین باشد



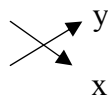
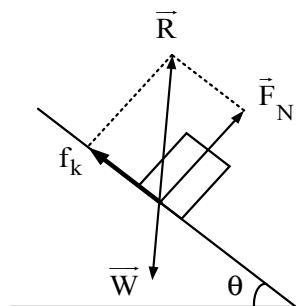
مانند:

پس در ثانیه‌های متوالی بسته به ۳ حالت بیان شده، چون مقدار جابه‌جایی‌های جسم به‌طور متفاوتی تغییر می‌کند، اندازه کار نیروی وزن هم که بسته به جهت حرکت جسم برابر $W_{\text{mg}} = \pm mgh$ است و به h وابسته.

(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

(۱) جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید؛ بنابراین:



$$\begin{cases} \vec{R} = -12\vec{i} + 16\vec{j} \\ \vec{R} = -f_k\vec{i} + F_N\vec{j} \end{cases} \Rightarrow f_k = 12\text{N}$$

(۲) چون مقاومت هوا ناچیز فرض شده، این کار نیروی اصطکاک است که سبب افزایش انرژی درونی جسم و سطح می‌شود:

$$W_{\text{fk}} = f_k \cos 180^\circ = 12 \times 1.5 \times (-1) = -18 \text{ J}$$

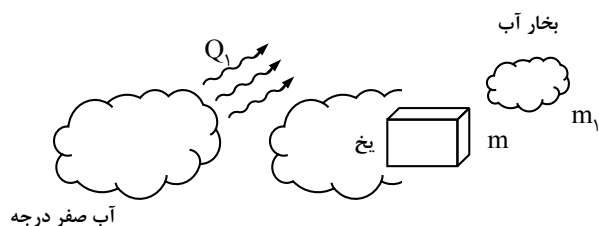
(فیزیک (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

(۱) می‌دانیم دمای صفر درجه برای آب و یخ بحرانی است. آب صفر درجه کوچک‌ترین گرمای Q_1 از دست دهد متناسب با گرمای Q_1 ، مقدار جرمی از آب که یخ نمی‌زند برابر $m_x (Q_1 = -m_x L_F)$ است. و اگر گرمای Q_2 به مقداری یخ صفر درجه بدهیم، متناسب با گرمای داده‌شده Q_2 به یخ صفر درجه مقدار m'_x از آن ذوب می‌شود.

$$(Q_2 = m'_x L_F)$$

(۲) تبخیر سطحی در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. حتی در دمایی صفر درجه. آب صفر درجه تبخیر می‌شود. برای تبخیر شدن باید گرما از دست بدهد. طبق (۱) باید تمام یا مقداری از آب صفر درجه به یخ صفر درجه تبدیل شود.



$$Q_1 = -m_1 L_F \quad (m_1 \text{ جرم یخ صفر درجه حاصله})$$

$$Q_2 = m_2 L_V \quad (m_2 \text{ جرم بخار آب حاصله})$$

چون آب به محیط گرما نداده یا نگرفته:

$$|Q| = Q_2 \rightarrow m_1 L_F = m_2 L_V \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{L_V}{L_F} = \frac{2400}{300} = 8$$

(فیزیک (۱) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۲ درست است.

چون ΔT هر دو برابر و قرینه‌اند. $\Delta U_{AB} = -\Delta U_{BC}$ هم‌حجم $AB \rightarrow$ با توجه به نمودار هم‌فشار $BC \rightarrow$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{300}{T_B}$$

$$T_B = 500 \text{ K}$$

$$Q_V + W_V = -(Q_P + W_P)$$

$$2400 = -Q_P - 1600$$

$$Q_P = 4000 \text{ J}$$

$$Q_P + Q_V = -4000 + 2400 = -1600 \text{ J}$$

$$Q_T = \text{گرمای گرفته شده از مایع} = -2400 \text{ J}$$

$$W_P = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times -200 = 1600$$

هم‌دما CA و هم‌فشار BC و هم‌حجم AB یک چرخه در نظر بگیریم: راه دوم

$$\Delta U = 0 \text{ هم‌دما} \rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$Q_V + Q_P + W_P = 0$$

$$Q_V + Q_P = -W_P = -1600 \text{ J}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

در نمودار $P-V$ ، کل کار انجام‌شده روی دستگاه برابر مساحت داخل چرخه است و چون چرخه ساعتگرد است، پس کار روی گاز منفی است.

$$W = -(6-2) \times 10^5 \times (400-200) \times 10^{-3} = -8 \times 10^4 \text{ J}$$

در هر چرخه کامل داریم:

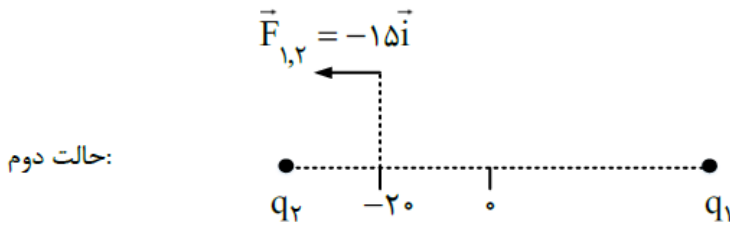
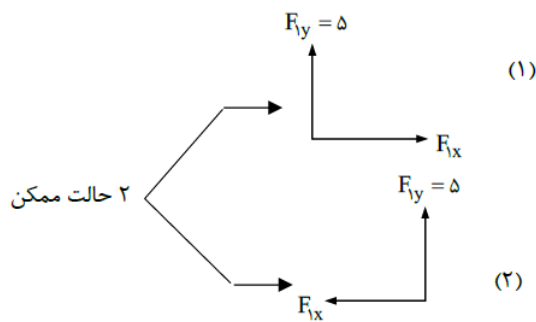
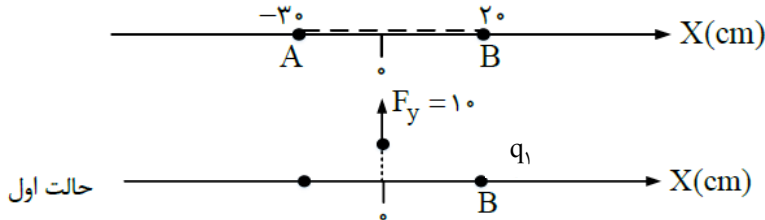
$$Q = -W = 8 \times 10^4 \text{ J}$$

فرآیند DA یک فرآیند هم‌فشار است. کار انجام‌شده در آن روی گاز برابر است با:

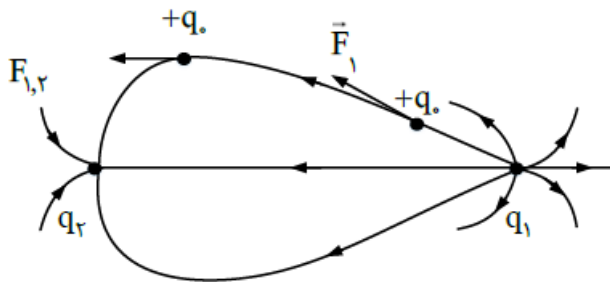
$$W = -P\Delta V = -2 \times 10^5 \times (400 - 200) \times 10^{-3} = -4 \times 10^4 \text{ J}$$

(فیزیک (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

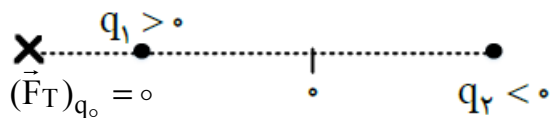
۴۹. گزینه ۲ درست است.



با قرار دادن (۱) در کنار (۳) یا (۲) در کنار (۳) می‌فهمیم:



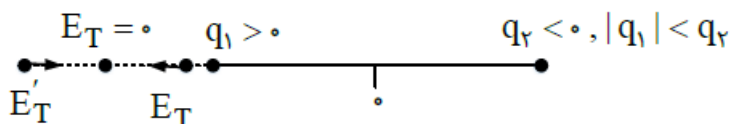
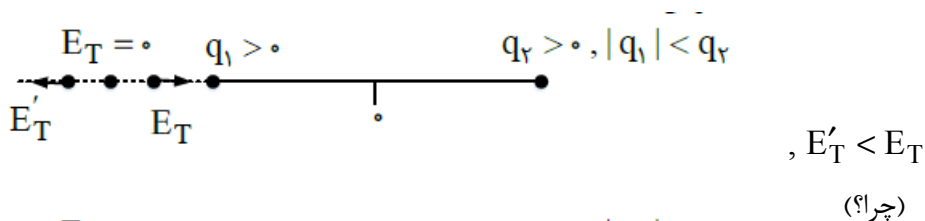
پس:



۵۰. گزینه ۱ درست است.

۱ فرض کنید دوباره q_1, q_2 داشته باشیم. می‌دانیم اگر بخواهیم نقطه‌ای در صفحه دو بار q_1, q_2 را بیابیم که در آن نقطه $\vec{E}_T = \vec{0}$ باشد:

الف) اگر $q_1 q_2 > 0$ باشد، نقطه مورد نظر بین دو بار و نزدیک به باری است که اندازه اش کوچک است.
 ب) اگر $q_1 q_2 < 0$ باشد، نقطه مورد نظر خارج فاصله دو بار و نزدیک به باری است که اندازه اش کوچک باشد.
 II) در نقطه ای (در فضای پیرامون دو بار q_1, q_2) که $\vec{E}_T = \vec{0}$ جهت های مخالفی دارند. به فرض:



باتوجه به اطلاعات داده شده درست مشخص است که:
 شکل بالایی اتفاق افتاده است:

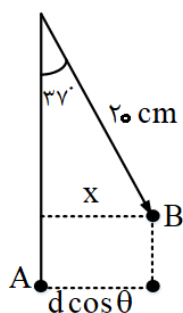
$$\begin{cases} q_1 < 0 \\ q_2 > 0 \\ |q_1| < |q_2| \end{cases}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)
 ۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta V = Ed \cos \theta = 1,5 \times 10^5 \times 0,12 = 0,18 \times 10^5 = 1,8 \times 10^4 \text{ (V)} = 18 \text{ KV}$$

چون در جهت میدان جابه جا شده منفی است $\Delta V = V_B - V_A = -18 \text{ KV}$

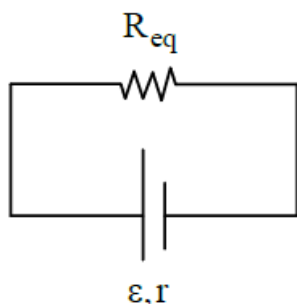
$$\tan \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow \frac{6}{8} = \frac{2 \times 10^{-6} E}{40 \times 10^{-3} \times 10} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2 \times 10^{-6} E}{4 \times 10^{-1}} \rightarrow E = 1,5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



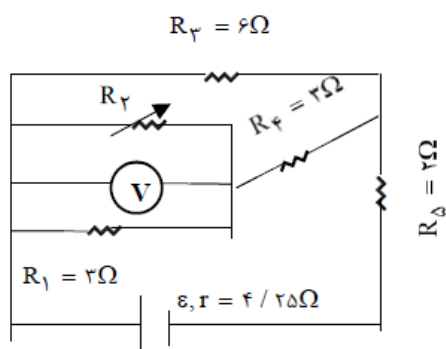
$$x = 20 \sin 37 = 20 \times 0,6 = 12 \text{ cm} = d \cos \theta$$

(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)
 ۵۲. گزینه ۱ درست است.

I می دانیم در مدار:



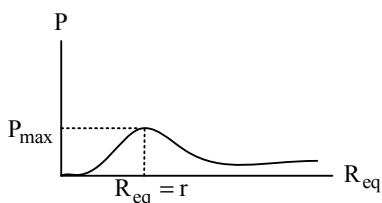
توان مصرفی R_{eq} با توان خروجی (مفید) باتری برابر است.



$$R_1 = R_4 = 3\Omega, R_3 = 6\Omega, R_5 = 2\Omega$$

(II) می‌دانیم مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد بوده و آن را مانند کلید قطع در نظر می‌گیریم.
 (III) هر تغییری در یکی از مقاومت‌های مدار (افزایش یا کاهش آن مقاومت) به شرط اینکه اتصال کوتاه نبوده یا از مدار حذف شده باشد، نحوه تغییرات آن مشابه نحوه تغییرات R_{eq} در کل مدار است. (به سادگی قابل اثبات است).
 (IV) نمودار تغییرات توان خروجی باتری بر حسب مقاومت معادل (تک باتری)

$$(P = \varepsilon I - rI^2 \rightarrow P = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right)^2 \Rightarrow \dots)$$



گام اول: $R_3 = 0 \rightarrow R_1$ اتصال کوتاه و حذف شده $\rightarrow V_1 = 0$ عدد ولت سنج
 $R_{eq} = R_{3,4} + R_5 = 2 + 2 = 4\Omega < r$
 $P < P_{max}$
 خروجی باتری

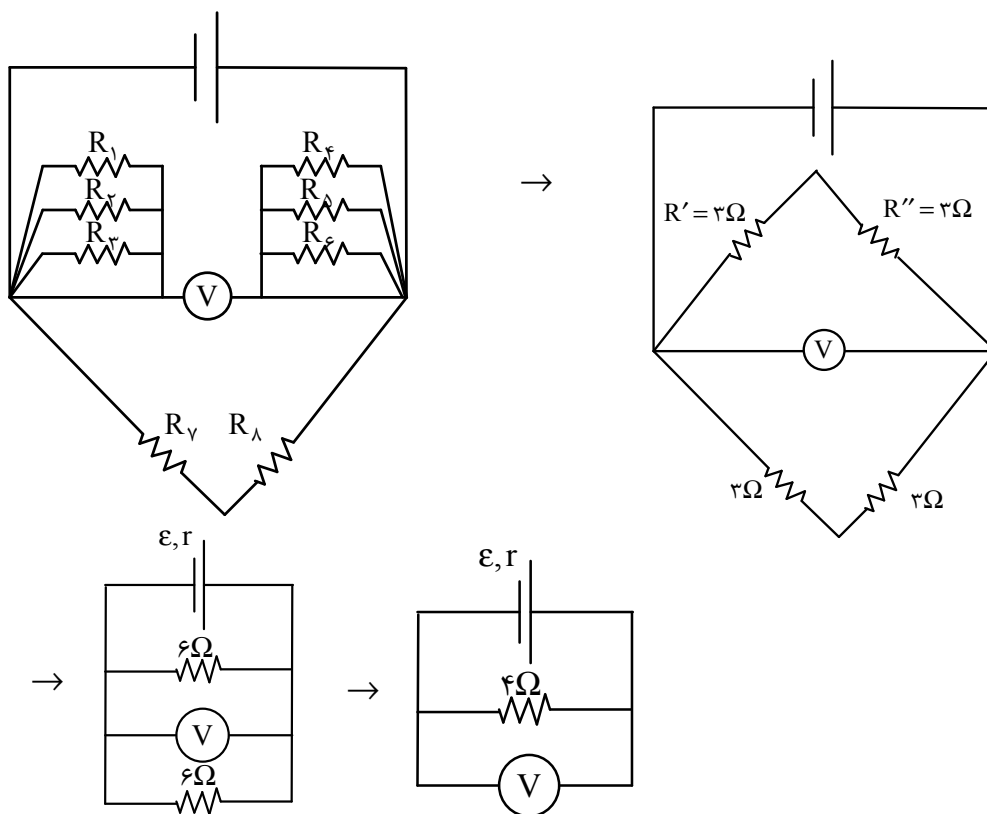
گام دوم: $\left(R_3 \text{ به تدریج تا بی نهایت زیاد می شود.} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{l} \left[\text{با توجه به (IV)} \right] \rightarrow \left[P \text{ ابتدا افزایش یافته سپس کاهش می یابد.} \right] \\ \left[\text{عدد ولت سنج} \right] \quad V_3 = V_{R_1} \neq 0 > V_1 = 0 \end{array} \right)$

بنابراین: عدد ولت‌سنج افزایش یافته و توان مصرفی R_{eq} که همان توان خروجی باتری است، ابتدا افزایش یافته سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

مقاومت‌های بالای ولت‌سنج را ساده‌سازی می‌کنیم.



مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 با هم موازی و به همین ترتیب مقاومت‌های R_4, R_5, R_6 موازی هستند؛ پس:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R' = 3\Omega$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \Rightarrow R'' = 3\Omega$$

همچنین مقاومت R_7, R_8 سری هستند؛ پس:

$$R''' = R_7 + R_8 = 3 + 3 = 6\Omega$$

و مقاومت‌های R', R'' سری هستند؛ پس:

$$R'''' = R' + R'' = 3 + 3 = 6\Omega$$

و در نهایت R''', R'''' موازی هستند؛ پس:

$$R_T = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{15}{3 + 1} = 3,75A$$

عددی که ولت‌سنج نمایش می‌دهد:

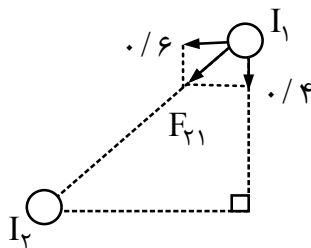
$$V = RI \Rightarrow V = 3 \times 3,75 = 11,25V$$

(فیزیک (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

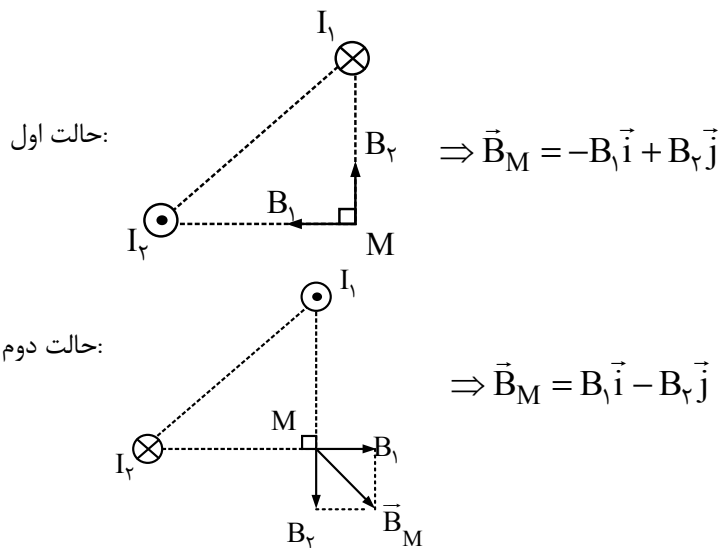
۵۴. گزینه ۱ درست است.

\vec{I} می‌دانیم دو سیم حامل جریان‌های همسو یکدیگر را دفع کرده و دو سیم حامل جریان‌های غیرهمسو یکدیگر را جذب می‌کنند. باتوجه به بردار \vec{F} داده‌شده و علامت مؤلفه‌های مثبت و منفی در می‌یابیم:

که دو سیم حامل جریان‌های مخالف جهت یکدیگرند:



(II) چون سیم‌ها عمود بر صفحه کاغذ هستند و می‌دانیم بردار میدان مغناطیسی مماس بر دایره‌ای است که عمود بر امتداد سیم و مرکز آن روی سیم است. با توجه به قاعده دست راست در یافتن جهت \vec{B} حاصل از هر سیم حامل جریان در نقطه مشخصی در فاصله معین از یک سیم مستقیم داریم:



و یک نقطه این که چون $I_2 = I_1$ ولی تا نقطه M : $r_1 < r_2$ است، بنابراین بایستی در نقطه M : $(B_1 > B_2)$ باشد:

(فیزیک ۲ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

طول سیملوله

$$L = ND$$

قطر مقطع سیملوله

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

پیچه $B = B$ سیملوله

$$B = \mu_0 \frac{NI'}{2R}$$

شعاع پیچه

$$\frac{\mu_0 I}{D} = \mu_0 \frac{NI'}{2R}$$

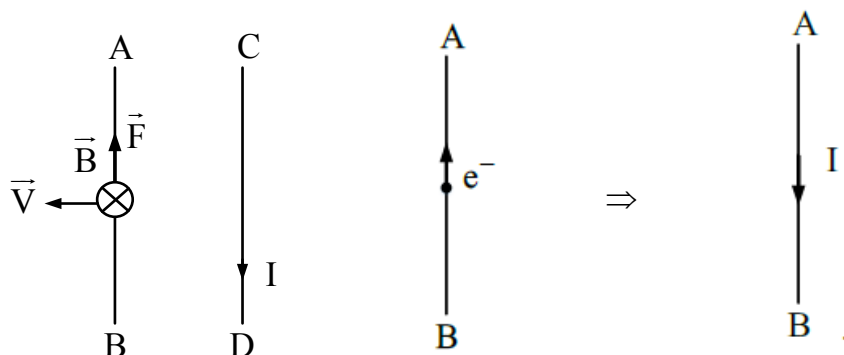
$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{30}{2 \times 3 \times 10 \times 10^{-2}} = 50 \text{ دور}$$

$$\frac{30}{2 \times 10^{-3}} = \frac{50 I'}{2 \times 10 \times 10^{-2}} \rightarrow I' = 60 \text{ (A)}$$

(فیزیک ۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

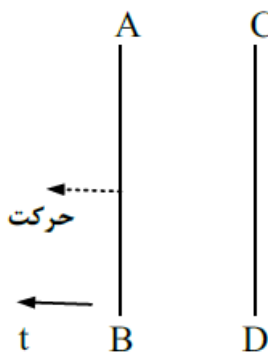
۵۶. گزینه ۲ درست است.

(I) برای یافتن جهت جریان القایی در سیم AB کافی است میدان مغناطیسی حاصل از سیم رسانای CD را در محل سیم AB یافته سپس نیروی الکتریکی وارد بر الکترون‌های سیم CD را در نظر بگیریم (توجه داریم که جهت I خلاف جهت حرکت الکترون‌ها قرار داده شده است).



(II) تا ثانیه چهارم سیم AB از سیم CD در حال دور شدن است؛ چون:

$$\begin{cases} V = -2t + 8 \\ t < 4s \end{cases} \Rightarrow V > 0 \Rightarrow$$



(III) تا $t = 4s$:

- (۱) دو سیم از هم در حال دور شدن هستند.
- (۲) جهت I در سیم CD از C به سمت D است.
- (۳) فاصله زیاد می‌شود که باعث کاهش میدان سیم CD در محل سیم AB است. از طرفی طبق $I = 2t$ جریان پیوسته در حال افزایش است و این باعث افزایش اندازه میدان حاصل از سیم CD در محل سیم AB است. در هر صورت تأثیری در جهت I از $t = 0$ تا $t = 4s$ ندارد.

(۴) از $t = 4s$ به بعد چون جهت ∇ (علامت آن) تغییر می‌کند طبق قانون دست راست جهت I عوض می‌شود. و از B به A خواهد بود؛ پس ابتدا جهت جریان القایی از A به B سپس از B به A خواهد بود. (فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۱ درست است.

$$N = 400, U = \frac{1}{2} LI^2 \begin{cases} I_1 = 0A \rightarrow U_1 = 0 \\ I_2 = 2A \rightarrow U_2 = \frac{1}{2} L \times 2^2 = 2L \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 = 2L - 0 = 2L \\ \Delta U = 0,8J \end{cases} \Rightarrow 2L = 0,8 \rightarrow L = 0,4H$$

$$L = 0,4 \times 10^3 \text{ mH} = 400 \text{ mH}$$

(توجه: تعداد حلقه‌ها در این تست کاربردی نداشت)

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۴ درست است.

$$P = \frac{V_r^2}{R} \rightarrow 2000 = \frac{V_r^2}{2000} \rightarrow V_r = 2000 \text{ (V)}$$

$$\frac{V_r}{V_1} = \frac{N_r}{N_1} \rightarrow \frac{2000}{V_1} = \frac{200}{20} \rightarrow V_1 = 200 \text{ (V)}$$

$$I = \frac{V_r}{R} = \frac{2000}{2000} \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

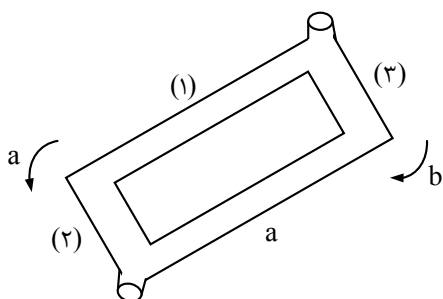
(I) به دلیل تقارن در شکل مشخص است که:

$$a_{(1)} = a_{(4)}$$

$$a_{(3)} = a_{(2)}$$

(II) با توجه به شیب قسمت‌های مختلف شکل که هر کدام مانند یک سطح شیب‌دار عمل می‌کنند:

$$a_{(3)} = a_{(2)} > a_{(1)} = a_{(4)}$$



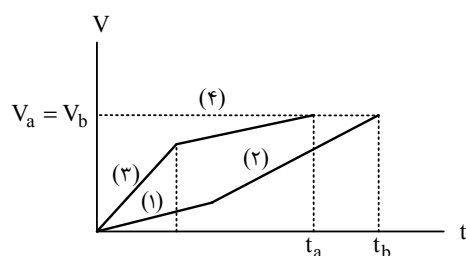
و می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب حرکت جسم

(III) می‌دانیم سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر جابه‌جایی است و نیز مشخص است که مسافت طی شده در مسیر (a) با مسافت طی شده در مسیر (b) برابر است.

کافی است نمودار سرعت زمان حرکت دو گلوله را رسم کنیم. دقت شود برای سادگی می‌توان در ذهن خود تجسم کرد که مسیرهای (۱) و (۲) در یک خط مستقیم هستند، ولی با شتاب‌های متفاوت (که هر قسمت شتاب ثابت است) و مشابه این مطلب برای مسیرهای (۳) و (۴)

دقت کنید طبق قانون پایستگی انرژی تندی خروج گلوله‌ها یکسان است:

$$S_{3,4} = S_{1,2} \Rightarrow t_b > t_a$$



(فیزیک (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: بسیار دشوار)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

(I) در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v(t_1) + v(t_2)}{2} = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

(II) می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر سرعت لحظه‌ای است. در نمودار B در شکل داده شده مشخص است لحظه‌ای که $v(B) = v(A)$ بین لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ است. بنابراین در این بازه زمانی ابتدا بحث کنیم.

$$(v_A = \frac{0-20}{5-0} = -4 \frac{m}{s}) \text{ ثابت است و برابر است با}$$

$$B: (v_B)_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{B\left(\frac{2s+10s}{2}\right)} = v_{B(6s)} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{B(6s)} \quad (1) \text{ (III)}$$

$$A: v_A = \text{ثابت} \Rightarrow v_A = (v_{av})_{(2s-10s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow t = 6s \rightarrow v_B = v_A$$

(IV) از $t = 10s$ تا $t = 6s$ جابه‌جایی متحرک A را می‌یابیم:

$$x_A = -4t + 20 \begin{cases} x_{(6s)} = x_{1A} = -4m \\ x_{(10s)} = x_{2A} = -20m \end{cases}$$

$$\Delta x_A = -20 - (-4) = -16m$$

$$|\Delta x_A| = 16m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

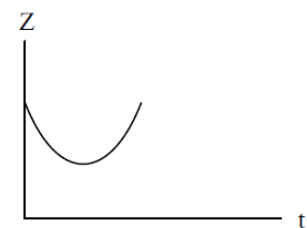
۶۱. گزینه ۲ درست است.

برای سهولت در پاسخ فرض می‌کنیم متحرک بر روی محور X حرکت می‌کند. مکان اولیه را $x = 0$ در نظر می‌گیریم. خودرو اول را با A و خودرو دوم را با B نشان می‌دهیم

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} = \frac{1}{2} (6) t^2 = 3t^2 \\ x_B = v_B (t-2) = 20(t-2) = 20t - 40 \end{cases}$$

فاصله دو متحرک را با Z نشان می‌دهیم:

$$\begin{cases} Z = x_A - x_B = 3t^2 - (20t - 40) = 3t^2 - 20t + 40 \\ Z = 0 \rightarrow 3t^2 - 20t + 40 = 0 \rightarrow \Delta = (-20)^2 - 4(3)(40) = 400 - 480 \end{cases}$$



$$t = 0 \rightarrow Z = 40m$$

$$t^2 \text{ ضریب} = 3 > 0 \Rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta = -80 < 0 \Rightarrow (Z \text{ محور } t \text{ را قطع نمی‌کند})$$

Z یعنی فاصله دو متحرک ابتدا کاهش پس افزایش می یابد.

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta y_A - \Delta y_B = -40$$

$$-\Delta t_A^2 + \Delta t_B^2 = -40$$

با توجه به اینکه گلوله B، ۲ ثانیه دیرتر رها شده است:

$$t_B = t_A - 2$$

$$-\Delta t_A^2 + \Delta (t_A - 2)^2 = -40$$

$$-\cancel{\Delta t_A^2} + \cancel{\Delta t_A^2} + 20 - 2 \cdot t_A = -40$$

$$\rightarrow -2 \cdot t_A = -60 \rightarrow t_A = 3(s) \rightarrow v_A = -gt_A = -30 \frac{m}{s}$$

$$t_B = 1(s) \rightarrow v_B = -gt_B = -10 \frac{m}{s}$$

نکته: در سقوط آزاد که جسم رها می شود جابه جایی در ثانیه های متوالی به صورت زیر است (به صورت دنباله است).

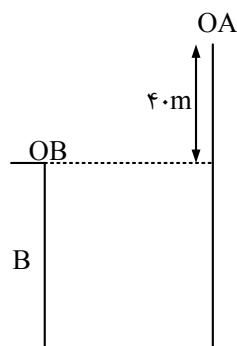
Δt	Δy
ثانیه اول	۵
ثانیه دوم	۱۵
ثانیه سوم	۲۵
ثانیه چهارم	۴۵

جابجایی A	جابجایی B
۵	
۱۵	
۲۵ در ثانیه سوم	۵
۴۵ (m)	۴۵

سرعت هم با توجه به رابطه $v = -gt$ به صورت تصاعدی در هر ثانیه $10 \frac{m}{s}$ افزایش می یابد.

یعنی گلوله A، سه ثانیه حرکت کند مسیر ۴۵ متر را طی می کند و گلوله B بعد از یک ثانیه ۵ متر را می پیماید و به هم

می رسند؛ پس سرعت A بعد از ۳ ثانیه $30 \frac{m}{s}$ و گلوله B، بعد از یک ثانیه $10 \frac{m}{s}$ می شود.



(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم نیروی خالص متوسط وارده بر جسم و تکانه جسم \vec{P} به شکل: $(\vec{F}_{net})_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ با هم رابطه دارند. در حرکت بر خط

راست رابطه به صورت ساده‌تر: $(F_{net})_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ خواهد بود. $(F_{net})_{av}$ و P_1 P_2 با علامت جبری خود در این فرمول قرار داده

خواهند شد. اگر F_{net} ثابت باشد: $F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$

گام اول: در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8s$ داریم:

$$(F_{net})_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

ثابت $F_{net} = \Rightarrow$ چون نیروها ثابت هستند

$$\Rightarrow (F_{net})_{av} = F_{net} \Rightarrow F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

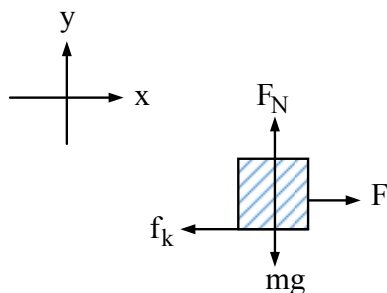
$$\rightarrow (F_{net})_{(0s-8s)} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{80-0}{8} = 10 N$$

اکنون سؤالی مطرح است: آیا نیروی اصطکاک لغزش داریم؟

پاسخ مثبت است، چون از $t = 8s$ تا $t = 10s$ پس از قطع نیروی \vec{F} جسم متوقف شده است.

($P = 0 \rightarrow m v = 0 \rightarrow v = 0$) در نتیجه:

$$\Rightarrow x : F - f_k = F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = 10 N \rightarrow F - f_k = 10 N \quad (1)$$

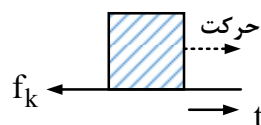


گام دوم: از $t = 8s$ تا $t = 10s$ داریم:

$$(F_{net}) = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{0-80}{10-8} = \frac{-80}{2} = -40 N$$

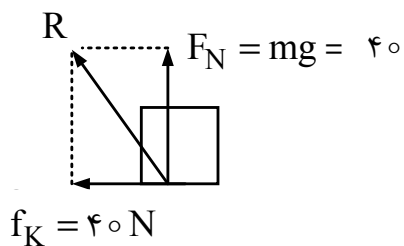
$$\Rightarrow 0 - f_k = F_{net} = -40 N \Rightarrow f_k = 40 N \quad (1) \quad F - 40 = 10$$

$$\rightarrow F = 50 N$$



گام سوم: و در $f = 5s$ هنوز نیروی F قطع نشده است:

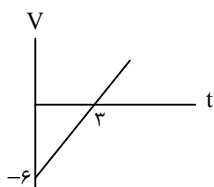
$$R = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2} N$$



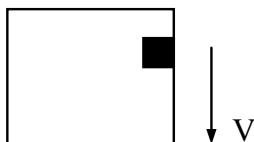
(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

(I) نمودار v-t:

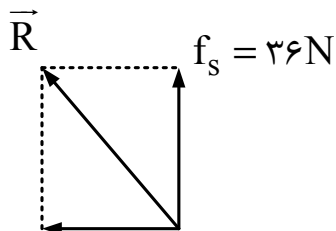


جهت مثبت رو به بالا فرض شده و در $t = 2s$ ، سرعت منفی است، یعنی آسانسور رو به پایین در حال حرکت بوده است.



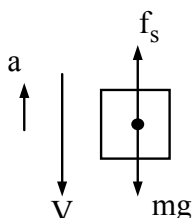
(II) بیان شده در $t = 2s$ جسم نمی لغزد، مشخص نشده که در آستانه لغزش است. پس نیروی اصطکاک برابر f_s خواهد بود و رو به بالا

$$\begin{cases} v = 2t - 6 \\ t = 2s \rightarrow v = -2 \left(\frac{m}{s}\right) \\ a = 2 \frac{m}{s} \end{cases}$$



$$F_N = F = 40 \text{ N}$$

$$mg - f_s = ma \rightarrow 30 - f_s = 2(-2) = -6$$



$$f_s = 36 \text{ N}$$

$$\vec{R} = -40 \vec{i} + 36 \vec{j}$$

$$\vec{R}' = 40 \vec{i} - 36 \vec{j}$$

نیروی دیواره به جسم:

و نیروی جسم به دیواره:

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

گام اول) ابتدا سرعت گلوله را در لحظه برخورد به شن به دست می آوریم. فرض می شود جهت مثبت رو به پایین است؛ پس داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 10^2 = 2 \times 10 \times 40 \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

هنگام حرکت گلوله در شن، دو نیروی وزن و نیرویی که از طرف شن به گلوله وارد می شود اثر می کند:



با توجه به این که جهت رو به پایین مثبت فرض شده است و با توجه به قانون دوم نیوتن و تکانه داریم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow mg - f = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow m \times 10 - 64 = \frac{m(0 - 30)}{0.2} \Rightarrow m = 0.4 \text{ kg}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$V_m = A\omega = \frac{\pi}{10} \rightarrow \frac{\pi}{10} = A(20\pi) \rightarrow A = \frac{1}{200} \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

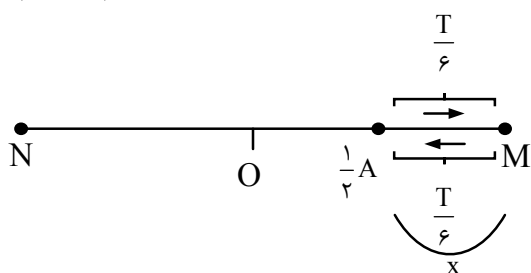
$$V = - \underbrace{\frac{n}{A\omega}}_{10} \sin \underbrace{20\pi t}_{\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{1}{30} = \frac{T}{3}$$

نکته: کمترین مسافت در بازه زمانی معین: هنگامی است که نوسانگر کمترین تندی متوسط را داشته باشد، در واقع در انتهای پاره خط نوسان ایجاد می شود.

$$\frac{T}{3} = 2\left(\frac{T}{6}\right)$$



$$L_{\min} = 2(A - x)$$

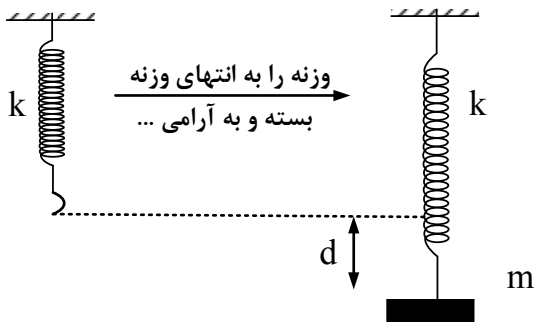
$$\rightarrow L_{\min} = 2 \times 0.5 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 0.5 \text{ cm}$$

$$\bar{S}_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{0.5}{\frac{1}{30}} = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

گام اول: می‌دانیم اگر به متر قائمی به ثابت K جسمی به جرم m بیاویزیم و کمک نمائیم به آرامی به تعادل برسد و در این لحظه متر به مقدار d نسبت به طول اولیه‌اش افزایش طول داشته باشد:

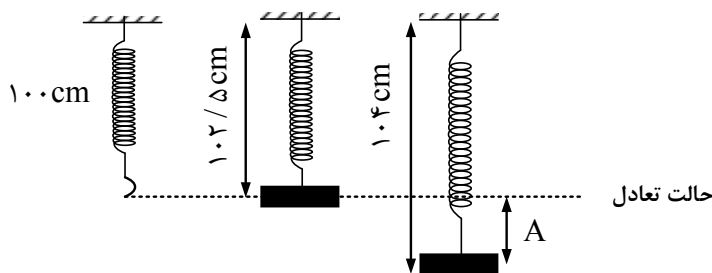


$$\Rightarrow mg = kd \rightarrow d = \frac{mg}{k}$$

$$d = \frac{mg}{k} = \frac{\frac{1}{2} \times 10}{200} = \frac{5}{200} m = \frac{2.5}{100} m = 2.5 \text{ cm} \Rightarrow L = 100 + 2.5$$

$$\Rightarrow L = 102.5 \text{ cm}$$

اینجا نقطه تعادل (مرکز نوسان) است. هر مقدار متر را اکنون از این وضعیت بیشتر بکشیم، آن اضافه طول دامنه نوسان خواهد بود.
گام دوم:



$$A = 104 \text{ cm} - 102.5 = 1.5 \text{ cm} \Rightarrow A = 1.5 \text{ cm}$$

گام سوم: تندی جسم را در هنگامی که $L = 102.5 \text{ cm}$ است خواسته در این لحظه چون جسم از مرکز نوسان عبور می‌کند: $v = \pm v_m = \pm A\omega$

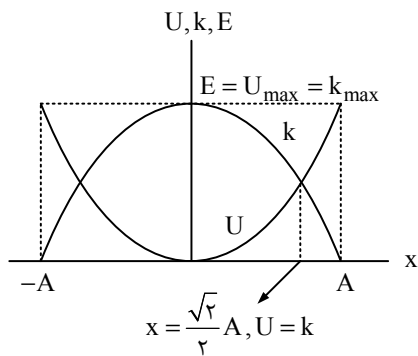
$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{100} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ mg = kd \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{d} = \frac{10}{\left(\frac{1}{10}\right)} = 100 \end{array} \right. \Rightarrow |v| = A\omega = 1.5 \times 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v| = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبش یک نوسانگر ساده بر حسب مکان نوسانگر مطابق شکل زیر است:



با توجه به مطلب بیان شده می توان نوشت:

$$A = 50 \text{ (cm)} = \frac{1}{2} \text{ (m)}$$

$$\begin{cases} U = ? \\ K > U, K - U = 17 \text{ J} \end{cases} \quad (1) \quad x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\text{در شکل: } E = 25 \text{ J} \rightarrow U + K = 25 \text{ J} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} K - U = 17 \text{ J} \\ K + U = 25 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow 2K = 42 \text{ J} \rightarrow \begin{cases} K = 21 \text{ J} \\ U = 4 \text{ J} \end{cases}$$

$$\text{راه سریع تر: } \left(\frac{U}{E}\right) = \left(\frac{x}{A}\right)^2 \rightarrow \frac{U}{25} = \left(\frac{20 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\rightarrow U = 4 \text{ J}, K = 21 \text{ J}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۹. گزینه ۱ درست است.

$$\text{رابطه درست در سیستم های یا تارهای مرتعش در امواج عرضی} \rightarrow V = \sqrt{\frac{F}{m}} = \sqrt{\frac{F_1}{m}} \quad \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \times L_2 \times m_1}{F_1 \times L_1 \times m_2}}$$

$$\left. \begin{matrix} F_1 = F_2 \\ m_1 = m_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2}$$

$$L_1 = 2L_2$$

با توجه به ثابت بودن بسامد

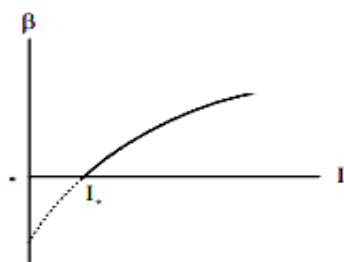
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \rightarrow \lambda_2 = \sqrt{2}\lambda_1$$

(فیزیک ۳ - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

می دانیم که طبق رابطه تراز شدت صوت بر حسب شدت صوت، نمودار مربوطه به صورت:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ (dB)} \text{ می باشد.}$$



می‌دانیم اگر توان چشمه صوت P و فاصله شنونده تا چشمه برابر r باشد، شدت صوت دریافتی توسط شنونده برابر:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \text{ خواهد بود.}$$

گام اول: با توجه به شکل $I_0 = 10^{-18} \frac{W}{m^2}$ است.

می‌دانیم طبق رابطه: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ چون توان چشمه ثابت است:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 4 \rightarrow I_2 = 4I_1$$

توجه داشتیم که در شکل $\beta_1 < \beta_2$ بنابراین $I_1 < I_2$ و طبق: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ ، بایستی: $r_1 > r_2$.

بنابراین: $r_1 = 20 \text{ m}, r_2 = 10 \text{ m}$

گام دوم: با توجه به شکل داده‌شده:

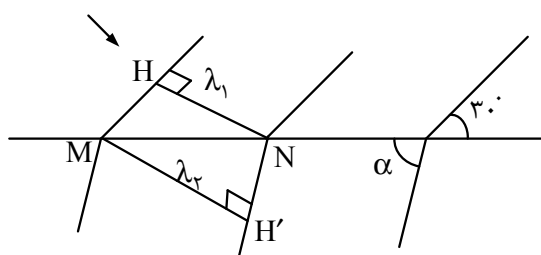
$$\begin{cases} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \log 2^2 = 20 \log 2 = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \text{ dB}$$

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{48 \times 10^{-9}}{4\pi \times 20^2} = 10^{-11} \frac{W}{m^2}, \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \left(\frac{10^{-11}}{10^{-18}}\right) = 70 \text{ (dB)}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۱. گزینه ۱ درست است.

طول موج، فاصله عمودی بین جبهه‌های موج است، پس با توجه به شکل زیر و با فرض زاویه حاده‌ای که جبهه‌های موج‌های شکست با مرز مشترک دو محیط دارند و برابر α است؛ پس:



در مثلث $\triangle MNH$ داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{\lambda_1}{MN} = \frac{MN - 9}{MN} \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{MN - 9}{MN} \rightarrow MN = 18 \text{ cm}$$

در مثلث $\triangle MNH'$ داریم:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda_2}{MN} = \frac{MN - 3/6}{MN} \rightarrow \sin \alpha = 0/8$$

زاویه تابش و شکست به ترتیب زاویه‌هایی هستند که جبهه موج تابش و جبهه موج شکست با سطح جداکننده دو محیط می‌سازند.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \alpha} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0.5}{0.8} = \frac{50}{v_2}$$

$$\rightarrow v_2 = 80 \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۲. گزینه ۱ درست است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{2560}{8000 \times 8 \times (10-3)^2}} = \sqrt{40000} = 200 \text{ m/s}$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho v}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A$$

$$f_n = \frac{nV}{2L} \Rightarrow n = \frac{2Lf_n}{V} = \frac{2L \times 800}{200} = 8L$$

چون n باید عددی شمارشی باشد، با $L = 140 \text{ cm}$ چنین تساوی برقرار نمی‌شود.

درستی سایر گزینه‌ها:

$$L = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 16$$

$$L = 150 \text{ cm} = 1.5 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 8 \times 1.5 = 12$$

$$L = 125 \text{ cm} = 1.25 \text{ m} \rightarrow n = 8L = 8 \times 1.25 = 10$$

$$L = 140 \text{ cm} = 1.4 \text{ m} = 11/2 \text{ m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۳ درست است.

$$W_0 = \epsilon eV$$

$$f_1 = 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

V_{\max} : تندی‌های الکترون جدا شده

$$\begin{cases} v_{1\max} = v_{\max} \rightarrow \frac{v_{2\max}}{v_{1\max}} = 2 \\ v_{2\max} = 2v_{\max} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{hf_2 - W_0}{hf_1 - W_0} = \frac{\frac{1}{2}mv_{2\max}^2}{\frac{1}{2}mv_{1\max}^2} = \left(\frac{v_{2\max}}{v_{1\max}}\right)^2 = 4 \quad (1) \end{cases}$$

$$hf_1 - W_0 = 4 \times 10^{-15} \times 2 \times 10^{15} - 4 \text{ eV} = 4 \text{ eV} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{hf_2 - 4}{4 \text{ eV}} = 4 \rightarrow hf_2 - 4 = 16 \text{ eV} \rightarrow hf_2 = 20 \text{ eV}$$

$$\rightarrow (4 \times 10^{-15})f_2 = 20 \rightarrow f_2 = 5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 5 \times 10^{15} - 2 \times 10^{15} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۴. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\text{رشته پاشن } n = 3 \longrightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\longrightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R_H} = 900 \text{ nm} = 9 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{رشته پاشن } f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{3 \times 10^8}{9 \times 10^{-7}} = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ HZ}$$

نکته: کمترین طول موج برای هر رشته مربوط به $n' \rightarrow \infty$ و بیشینه طول موج هر رشته مربوط به $n' = n + 1$ است.

با توجه به رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ ، بسامد بیشینه مربوط به λ_{\min} و f_{\min} مربوط به λ_{\max} هر رشته است.

$$\text{رشته بالمر } n = 2 \quad \frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow$$

$$n' = 3 \quad \longrightarrow \lambda_{\min} = \frac{36}{\Delta R_H} = 720 \text{ nm} = 7/2 \times 10^{-7}$$

$$\text{رشته بالمر } f_{\min} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3 \times 10^8}{7/2 \times 10^{-7}} = \frac{1}{2/4} \times 10^{15} \text{ HZ}$$

$$\text{پاشن } f = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2/4} \right) \times 10^{15} = \left(\frac{4-10}{24} \right) \times 10^{15}$$

$$\Delta f = -\frac{1}{12} \times 10^{15} \text{ HZ} \xrightarrow{\times 10^{-12} \text{ THz}} \Delta f = -\frac{1000}{12} = -\frac{250}{3} \text{ THz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: ابتدا از t تا $(t + 48)$ را در نظر می‌گیریم. جرم هسته‌ها در لحظه t برابر $m + 75$ و در $(t + 48)$ برابر m است:

$$T = 12 \text{ (روز)}$$

$$t \xrightarrow{T} (t+12) \xrightarrow{T} (t+24) \xrightarrow{T} (t+36) \xrightarrow{T} (t+48)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 4T \rightarrow \frac{t}{T} = 4 \\ \Rightarrow m = \frac{m+75}{2^4} = \frac{m+75}{16} \\ m+75 : \text{جرم اولیه} \\ m : \text{جرم باقی مانده} \end{array} \right.$$

$$16m = m + 75 \rightarrow 15m = 75 \rightarrow m = 5g$$

گام دوم:

$$(t+48) \xrightarrow{T} (t+60)$$

از لحظه t تا $t + 60$ ، ۵ نیمه عمر گذشته $\frac{\Delta t}{T} = 5$ و جرم از $(m + 75g = 80g)$ به M' می‌رسد؛ بنابراین:

$$m' = \frac{80}{2^5} = \frac{80}{32} = 2.5g$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ درست است.

موارد ۱، ۲ و ۴ درست هستند.

A عنصر Cu ۲۹ و B عنصر Rb ۳۷ است.

مورد اول: هر دو در زیرلایه $3d$ ، 10 الکترون دارند.

مورد دوم: هر دو کاتیونی با بار $+1$ تشکیل می‌دهند.

مورد سوم: روبیدیم از فلزات قلیایی بوده و واکنش‌پذیری بیشتری از مس دارد.

مورد چهارم: در بین این عناصر در جدول تناوبی، فلزات روی و گالیم و شبه‌فلزات ژرمانیم و آرسنیک قرار گرفته است.

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

در گزینه ۳، هر سه فلز بوده و در یک گروه (گروه ۱۱) قرار دارند.

در گزینه ۱، نیتروژن ($7N$) با بقیه هم‌گروه نیست.

در گزینه ۲، عدد اتمی ۷۳ با بقیه هم‌گروه نیست.

در گزینه ۴، هر سه در یک گروه هستند، ولی قلع با عدد اتمی 50 ، فلز بوده و رفتار شیمیایی مشابهی با کربن و سیلیسیم ندارد.

(شیمی (۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۷۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا تعداد یون‌های آهن(II) در هر مولکول هموگلوبین را محاسبه می‌کنیم:

$$0.33 = \frac{m_{Fe^{2+}}}{6.8 \times 10^4} \times 100 \rightarrow m_{Fe^{2+}} = 224/4 \rightarrow n_{Fe^{2+}} = \frac{224/4}{56} = 4$$

با توجه به اینکه هر یون آهن(II)، ۶ الکترون در زیرلایه d دارد، مجموع کل الکترون‌های زیرلایه d یون‌های آهن(II) در

هموگلوبین برابر ۲۴ است. (شیمی (۱) - فصل ۱ و ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

حجم کربن دی‌اکسید تولیدشده با حجم ترکیب آلی برابر است که نشان می‌دهد در این ترکیب یک اتم کربن وجود دارد.

حجم گاز نیتروژن تولیدی نشان‌دهنده وجود یک اتم نیتروژن و حجم آب تولیدشده، نشان‌دهنده ۵ اتم هیدروژن در این

ترکیب می‌باشد. مجموع ضرایب استوکیومتری در معادله واکنش موازنه‌شده آن برابر ۲۹ است.



(شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۴ درست است.

همه موارد نادرست‌اند.

مورد اول: هلیوم نقطه جوش پایین‌تری از نیتروژن دارد.

مورد دوم: در گروه ۱۸، هلیوم هشتمی نیست و آرگون از بالا دومین عنصر هشتمی محسوب می‌شود.

مورد سوم: اکسیژن نقطه جوش نزدیکی به آرگون دارد و تهیه اکسیژن صددرصد خالص دشوار است.

مورد چهارم: گاز کربن دی‌اکسید آب باران را اندکی اسیدی کرده ولی باعث تشکیل باران اسیدی نمی‌شود.

مورد پنجم: در تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید، اکسیژن می‌تواند به عنوان واکنش‌دهنده (اکسنده) به همراه کاتالیزگر استفاده شود ولی خودش کاتالیزگر نیست. (شیمی (۱) و (۳) - فصل ۲ و ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۱. گزینه ۱ درست است.

فرمول منیزیم استات به صورت $Mg(C_2H_3O_2)_2$ است. چون استات بار ۱- ولی منیزیم بار ۲+ دارد. (شیمی (۱) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۲. گزینه ۴ درست است.

مجموع مول‌های یون‌های کلسیم و منیزیم که در یک هفته باید از آب گرفته شده:

$$(1,8 \times 10^{-4} + 1,2 \times 10^{-4}) \times 25000 \times 7 = 52,5$$

با توجه به بار یون‌ها، به‌ازای هر یون کلسیم و منیزیم، باید دو برابر آن، یون سدیم به آب وارد شود، پس کل مول‌های یون سدیم که به آب وارد می‌شود برابر ۱۰۵ است و چون ترکیب مورد نظر در ساختار خود ۱۲ یون سدیم دارد که وارد آب

می‌کند، به $\frac{105}{12} = 8,75$ مول از این ترکیب نیاز است. جرم مورد نیاز از ترکیب فوق:

$$8,75 \times 2190 = 19162,5 \approx 19 \text{ kg}$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۳. گزینه ۲ درست است.

نقطه جوش اکسیژن ۱۸۶- درجه سلسیوس ولی نقطه جوش گاز فلئور برابر ۱۸۸- درجه سلسیوس است. نقطه جوش بالاتر یعنی آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

گزینه ۱: نقطه جوش استون بالاتر از HF است که نشان‌دهنده نیروی بین مولکولی قوی‌تر در استون است.

گزینه ۳: نقطه جوش و نیروی بین مولکولی آمونیاک بالاتر از HCl است.

گزینه ۴: نقطه جوش پروپان (شیمی ۱۱، صفحه ۲۶) بالاتر از نقطه جوش هیدروژن سولفید (شیمی ۱ صفحه ۱۰۶) است.

(شیمی (۱) و (۲) - فصل ۳ و ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۸۴. گزینه ۱ درست است.

(فقط مورد ۲ نادرست است). با توجه به اینکه نمودار انحلال‌پذیری خطی است، بدون نوشتن معادله انحلال‌پذیری نیز می‌توان در دماهای ۱۰، ۳۰ و ۶۰ درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری را به‌دست آورد.

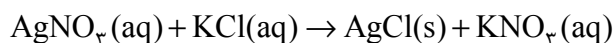
مورد اول: در دمای ۱۰ درجه، انحلال‌پذیری برابر ۳۰ گرم است. $n = \frac{30}{74,5} \approx 0,4 \rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{0,4}{0,1} = 4 \text{ mol.L}^{-1}$

مورد دوم: ابتدا دمای که در آن درصد جرمی محلول سیرشده برابر ۲۸/۰۵ است را پیدا می‌کنیم:

$$\%W/W = \frac{S}{100+S} \times 100 \rightarrow 28,05 = \frac{S}{100+S} \times 100 \rightarrow S = 39 \rightarrow \theta = 40$$

اختلاف انحلال‌پذیری در دمای ۴۰ و ۲۰، برابر ۶ گرم است. یعنی اگر ۱۳۹ گرم محلول سیرشده از دمای ۴۰ تا ۲۰ سرد شود، ۶ گرم رسوب تشکیل می‌شود ولی در سؤال ۲۷۸ گرم محلول داده که مقدار رسوب تشکیل شده، ۱۲ گرم خواهد بود.

مورد سوم: انحلال‌پذیری در دمای ۶۰ درجه سلسیوس برابر ۴۵ گرم است. یعنی در ۱۴۵ گرم محلول، ۴۵ گرم حل‌شونده و در ۲۹۰ گرم محلول، ۹۰ گرم حل‌شونده وجود دارد.



$$\frac{90}{74,5} = \frac{m_{AgCl}}{143,5} \rightarrow m_{AgCl} = 173 \text{ g}$$

مورد چهارم: انحلال‌پذیری در دمای ۱۰، برابر ۳۰ گرم و در دمای ۳۰، برابر ۳۶ گرم می‌باشد.

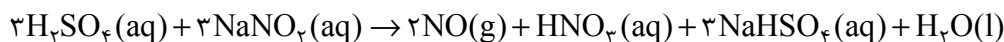
$$\frac{ppm_1}{ppm_2} = \frac{S_1}{S_2} \times \frac{100+S_2}{100+S_1} \rightarrow \frac{ppm_{30}}{ppm_{10}} = \frac{36}{30} \times \frac{100+30}{100+36} = 1,14$$

(شیمی (۱) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۵. گزینه ۴ درست است.

دوازدهمین نافلز جدول، Se در دوره ۴ و گروه ۱۶ است.
الف: عدد اتمی آن از شبه فلزهای هم گروه خود کوچک تر است.
ب: مجموع $n+l$ الکترون های ظرفیت این عنصر برابر ۲۸ است. عنصری که عدد اتمی ۲۸ دارد نیکل، در گروه ۱۰ و دوره ۴ است. بین سلنیم و نیکل در جدول تناوبی، دو فلز واسطه روی و مس قرار دارد.
پ: هالوژن دوره چهار، برم است که دمای بالاتر از 200° درجه سلسیوس (473° کلوین) با گاز هیدروژن واکنش می دهد.
ت: در دوره چهار عناصر K و V ، و در گروه ۱۶ عناصر O و S نماد تک حرفی دارند.
(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۶. گزینه ۱ درست است.



$$\frac{1,38 \times X}{3 \times 69} = \frac{0,224}{2 \times 22,4} \rightarrow X = 0,75$$

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۷. گزینه ۱ درست است.

آلکان مورد نظر، $2,2$ -دی متیل پروپان است.
گزینه ۱ نادرست است؛ در ساختار آن ۴ گروه متیل وجود دارد. (شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۸. گزینه ۴ درست است.

کل مول برم (Br_2) برابر ۲ است ($\frac{320}{160}$). مقداری از برم با اتن و اتین واکنش داده و باقی مانده با پروپن واکنش داده است.

$$molC_3H_6 = molBr_2 = \frac{21}{42} = 0,5$$

$0,5$ مول از برم با پروپن و $1/5$ مول، با اتن و اتین واکنش داده است. هر مول اتن با یک مول برم ولی هر مول اتین با دو مول برم واکنش می دهد، پس می توان گفت از $1/5$ مول برم، $0,5$ مول با اتن و ۱ مول با اتین واکنش داده است و مول اتن و اتین برابر $0,5$ مول است. جرم اتن برابر ۱۴ و جرم اتین برابر ۱۳ گرم بوده است.
مول پروپن اضافه شده $0,5$ مول بود، پس مول 2 و 1 دی برم پروپن هم $0,5$ مول و جرم آن 101 گرم خواهد بود.
جرم کل مخلوط بعد از واکنش برابر است با: $368 = 320 + 21 + 14 + 13$
درصد جرمی 2 و 1 -دی برم پروپن:

$$\frac{101}{368} \times 100 = 27\%$$

(شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

هر چقدر جرم مولی یک فلز بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آن کمتر است.
گزینه ۲: اگر جرم و دمای یک نمونه بیشتر از نمونه دیگر باشد، انرژی گرمایی بیشتری خواهد داشت.
گزینه ۳: از آمونیوم نترات در بسته های سرمازا استفاده می شود.
گزینه ۴: استفاده از غذاهای بومی و فصلی، به کاهش مصرف انرژی منجر می شود.
(شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۰. گزینه ۳ درست است.

ابتدا باید مشخص شود نمودار، مربوط به کدام واکنش دهنده است. پس سرعت آن را از آغاز تا 20 ثانیه از نمودار محاسبه کرده و با سرعت واکنش مقایسه می کنیم.

$$R = \frac{0,6}{2 \times \frac{60}{60}} = 0,9 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

سرعت به دست آمده، دو برابر سرعت واکنش است که نشان می دهد ضریب استوکیومتری ماده مورد نظر در معادله موازنه شده واکنش برابر ۲ است. نمودار مربوط به HCl می باشد.

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{4/48}{22/4} = 0/2 \text{ mol}$$

HCl دو برابر مول کربن دی‌اکسید است، یعنی ۰/۴ مول در ثانیه ۱۰، ۰/۴ مول

HCl مصرف شده است. (شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۱. گزینه ۴ درست است.

بیشترین مقدار گرمای آزاد شده موقعی است که X، گاز ولی Y، مایع باشد.

گزینه ۱: ارزش سوختی اتانول در حالت گاز بیشتر از مایع است.

گزینه ۲: واکنش سوختن اتانول گرماده است و حالت فیزیکی آب و اتانول روی مقدار گرمای آزاد شده تأثیرگذار است ولی گرماده را به گرماگیر تغییر نمی‌دهند.

گزینه ۳: اندازه آنتالپی سوختن مولی اتانول بیشتر از اتانول است. (شیمی (۲) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۲. گزینه ۳ درست است.

الف: فقط از طریق گروه کربوکسیل می‌تواند در تشکیل استر و آمید شرکت کند.

ب: فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{15}\text{H}_{15}\text{N}_3\text{O}_2$ است و اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی اتم‌های کربن سازنده برابر ۸۹ گرم می‌باشد. جرم مولی هگزان برابر ۸۶ گرم برمول است.

پ: تعداد پیوندهای C-H برابر ۱۴ و مجموع جفت الکترون ناپیوندی برابر ۷ است.

ت: مجموع عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن برابر ۵- و اتم‌های کربن برابر ۶- است.

(شیمی (۲) و (۳) - فصل ۳ و ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۳. گزینه ۲ درست است.

چگالی هر دو پلی اتن سبک و سنگین، کمتر از ۱ بوده و روی آب شناور می‌مانند.

گزینه ۱: مونومر پلی استیرن، استیرن با فرمول C_8H_8 ولی مولکول سازنده ترفتالیک اسید، پارازایلن با فرمول C_8H_{10} می‌باشد.

گزینه ۳: آنتالپی پلیمری شدن هر دو برابر می‌باشد چون پیوندهای شکسته و تشکیل شده یکسان است.

گزینه ۴: پلی لاکتیک اسید، زیست تخریب‌پذیر بوده و ماندگاری کمتری از کولار دارد.

(شیمی (۲) و (۳) - فصل ۳ و ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۴. گزینه ۲ درست است.

موارد ۲ و ۳ درست هستند.

مورد اول: دی اسید تشکیل‌دهنده پلی اتیلن ترفتالات، ترفتالیک اسید است که گروه‌های کربوکسیل در حلقه بنزن روبه‌روی هم قرار گرفته‌اند ولی اینجا فتالیک اسید است که گروه‌های کربوکسیل در کنار هم قرار گرفته‌اند.

مورد چهارم: واکنش اکسایش - کاهش محسوب نمی‌شود چون عدد اکسایش اتم‌ها بر اثر انجام واکنش تغییر نمی‌کند.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۵. گزینه ۱ درست است.

صابون‌ها را علاوه بر اسیدهای چرب می‌توان از استرهای بلندزنجیر نیز تهیه کرد چون استرها آبکافت شده و اسید چرب تولید می‌کنند.

گزینه ۲: بخش آنیونی صابون‌ها کربوکسیلات ($-\text{COO}^-$) ولی غیرصابون‌ها سولفونات ($-\text{SO}_3^-$) است.

گزینه ۳: چسبندگی چربی‌ها به لباس‌های پلی استری قوی‌تر است.

گزینه ۴: صابون ۱۸ کربنه: $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{O}_2\text{Na}$ ، غیرصابون ۱۸ کربنه: $\text{C}_{12}\text{H}_{25}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$

(شیمی (۳۱) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۹۶. گزینه ۳ درست است.

قسمت اول: $\text{pH} = 7/5 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7/5} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-6/5} \rightarrow [\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-6}$

قسمت دوم: $\text{pH} = 6 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-8} \rightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = 100 \rightarrow \frac{x}{2} = 100 \rightarrow x = 200$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا غلظت اسید ضعیف را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 3 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3} \rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HA}] - [\text{H}^+]} \rightarrow 10^{-5} = \frac{10^{-6}}{[\text{HA}]} \rightarrow [\text{HA}] = 0.1 \rightarrow n_{\text{HA}} = 0.1 \times 0.2 = 0.02$$

به علت کوچک بودن ثابت یونش، از مقدار اسید یونش یافته در مخرج صرف نظر کردیم.

در مرحله دوم غلظت هیدروکسید در محلول باریم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 13.3 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13.3} = 10^{-14} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 0.2 \rightarrow n_{\text{OH}^-} = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

هر مول اسید HA یک مول یون هیدروکسید را خنثی می‌کند. پس ۰/۰۲ مول از یون هیدروکسید با اسید خنثی شده و ۰/۰۲ مول باقی مانده و محلول را بازی می‌کند.

$$[\text{OH}^-] = \frac{0.02}{0.4} = 0.05 \rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-13} \rightarrow \text{pH} = -\log(2 \times 10^{-13}) = 12.7$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۹۸. گزینه ۲ درست است.

الف: فلزهای واکنش‌پذیر مثل فلزهای دسته S را نمی‌توان روی فلزات دیگر آبرکاری کرد.

ب: در بعضی از نیم‌سلول‌ها مثل SHE، تغییر جرمی در الکتروود حاصل نمی‌شود.

پ: در سلول‌های سوختی هیدروژن-اکسیژن، هیدروژن در آند اکسید می‌شود. در بعضی از سلول‌های سوختی به‌جای هیدروژن از گاز دیگری مثل متان هم استفاده می‌شود.

ت: فلزهایی که پتانسیل کاهش منفی‌تری از آب داشته باشند، در رقابت کاتدی بازنده بوده و آب کاهش می‌یابد و نمی‌توان آن فلزات را از محلول آبی با روش برقکافت تهیه کرد. (شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

الکتریسیته مصرفی هم‌ارز با الکترون مصرفی است. اگر الکترون مصرفی را ۱۰۰ مول در نظر بگیریم و با در نظر گرفتن این نکته که یون‌های مس و روی به‌صورت دو الکترونی ولی یون نقره تک الکترونی کاهش می‌یابد، مول‌های فلزات به این صورت خواهد بود:

$$n_{\text{Cu}} = \frac{60}{2} = 30 \rightarrow m_{\text{Cu}} = 30 \times 64 = 1920 \text{ g}$$

$$n_{\text{Zn}} = \frac{20}{2} = 10 \rightarrow m_{\text{Zn}} = 10 \times 65 = 650$$

$$n_{\text{Ag}} = \frac{20}{1} = 20 \rightarrow m_{\text{Ag}} = 20 \times 108 = 2160$$

$$\%w/w_{\text{Cu}} = \frac{1920}{1920 + 650 + 2160} \times 100 \approx 40$$

$$\%n_{\text{Ag}} = \frac{20}{60} \times 100 \approx 33$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

از گزارش آزمایش‌ها به‌ترتیب می‌توان به این صورت نتیجه‌گیری کرد:

واکنش‌پذیری A از B بیشتر است. پتانسیل کاهش A منفی‌تر از B است.

پتانسیل کاهش فلز B منفی است.

واکنش‌پذیری C از A بیشتر است. پتانسیل کاهش C منفی‌تر از A است.

مقایسه پتانسیل کاهش هر سه فلز: $E^\circ(\text{C}) < E^\circ(\text{A}) < E^\circ(\text{B}) < E^\circ(\text{H}^+ / \text{H}_2)$

الف) در سلول تشکیل شده از A و C، آند C بوده و آنیون‌ها به سمت خانه آندی حرکت می‌کنند.

ب) اختلاف پتانسیل B-C بیشتر بوده و emf بیشتری دارد.

پ) جرم تیغه پلاتین در الکتروود SHE تغییر نمی‌کند.

ت) از مقدار دقیق پتانسیل کاهش فلز C اطلاع نداریم. (شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

شعاع اتمی لیتیم، ۱۵۲ پیکومتر و شعاع اتمی برم، ۱۱۴ پیکومتر است. (شیمی (۲) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

اتم مرکزی می‌تواند کربن یا سیلیسیم باشد که می‌توانند یون‌های چند اتمی تشکیل دهند. توجه کنید کربن و سیلیسیم، یون‌های تک اتمی ندارند ولی یون‌های چند اتمی می‌توانند تشکیل دهند.

گزینه ۱: مشخصات مولکول آمونیاک است که باز ضعیف بوده و در آب یونش ناقص دارد.

گزینه ۳: در این مولکول ۳ جفت الکترون پیوندی و ۲ الکترون ناپیوندی (یک جفت) وجود دارد که نسبت آن‌ها ۱/۵ است.

گزینه ۴: مولکول مورد نظر متقارن و ناقطبی است، و اگر یکی از اتم‌های کناری را با اتم دیگری جایگزین کنیم، مولکول قطبی شده و گشتاور دو قطبی آن افزایش خواهد یافت، نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش آن افزایش می‌یابد.

(شیمی (۱) و (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

آنتالپی فروپاشی MgF_2 از Na_2O بیشتر بوده و خصلت فلزی سدیم از منیزیم بیشتر است.

گزینه ۱: در AX بار آنیون و کاتیون برابر بوده و می‌تواند ۳ یا ۲ باشد که در هر دو صورت آنتالپی فروپاشی از ۲۰۰۰ بیشتر خواهد بود.

گزینه ۳: در BC بار آنیون و کاتیون برابر ۳ بوده و می‌تواند چگالی بار بیشتری نسبت به کاتیون A داشته باشد. مثلاً B می‌تواند آلومینیم و A، گالیم باشد.

گزینه ۴: AX می‌تواند LiCl و BC، KF باشد که در این صورت چگالی بار آنیون C از X بیشتر است.

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: آسان)

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

الف: کربن دی‌اکسید گازی گلخانه‌ای و پایدارتر از کربن مونوکسید است.

ب: آنتالپی این واکنش را می‌توان با روش تجربی اندازه گرفت.

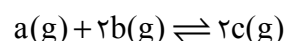
پ: انرژی فعالسازی واکنش عددی مثبت است. با معکوس کردن واکنش، انرژی فعالسازی عددی متفاوت و بزرگ‌تر از این عدد خواهد بود.

ت: کاتالیزگر انرژی فعالسازی واکنش را کاهش می‌دهد و دما انرژی فعالسازی را تأمین می‌کند. در دماهای پایین این واکنش در مبدل‌های کاتالیستی به سرعت خوبی انجام نمی‌گیرد. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

نمودارهای a و b نزولی و c صعودی می‌باشد که نشان می‌دهد a و b واکنش‌دهنده و c فرآورده است.

تغییرات غلظت گونه‌ها از شروع تا لحظه تعادل را به دست آورده و به کوچک‌ترین عدد به دست آمده تقسیم می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری به دست آیند. تغییرات غلظت a برابر ۰/۱، b برابر ۰/۲ و c برابر ۰/۲ می‌باشد که اگر هر سه عدد را به ۰/۱ تقسیم کنیم ضرایب استوکیومتری به دست می‌آیند.



$$K = \frac{[c]^2}{[a][b]^2} = \frac{(0.2)^2}{(0.5)(0.4)^2} = 0.5$$

با افزایش حجم (کاهش فشار) تعادل در جهت مول گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود تا کاهش فشار را جبران کند. (شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)