

۱- تعداد اعضای $A \cap B$ ، هشت برابر تعداد اعضای $A - B$ و شش برابر تعداد اعضای $B - A$ است. اگر تعداد اعضای A برابر ۲۷ باشد، تعداد اعضای $A \cup B$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۱ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

۲- اگر $a, 2a - 6, 2a + 3, \dots$ یک دنباله هندسی با جملات مثبت باشد واسطه حسابی جملات اول و دوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۳- کمترین مقدار سهمی $y = ax^2 - 16x + 14a + 7$ برابر ۳ است. محور تقارن این سهمی خط $y = 2x - 3$ را در نقطه با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۴

۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x = 4 - \frac{4}{x}$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۵- اگر α و β جواب‌های معادله $x + \sqrt{2x^2 - 4x} = 8$ و $\alpha < \beta$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $\alpha + 2\beta = 0$ (۲) $\alpha + \beta^2 = 0$ (۳) $\alpha^2 - \beta = 0$ (۴) $2\alpha + \beta = 0$

۶- نمودار تابع $y = \frac{12x+6}{x^2+2}$ بین دو خط $y = 6$ و $y = 3$ قرار دارد. برای x چند جواب صحیح یافت می‌شود؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۷- اگر $A = \frac{\sqrt[5]{9\sqrt{3}} \times 3^a}{\sqrt[3]{3\sqrt{27}} \times 3^{-2}}$ و ریشه سوم A برابر $\sqrt[3]{9}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۸- یک قطر مستطیلی بر خط $y = 2x - 7$ واقع است. اگر نقاط $(5, 0)$ و $(1, -2)$ دو رأس این مستطیل باشند، مساحت

مستطیل چقدر است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۹- اگر $10 = \log_2^{(1-2x)} + 3 \log_2^{(4x^2-4x+1)}$ باشد، حاصل آزمون وی ای پی $\log_9^{(-6x)}$ کدام است؟

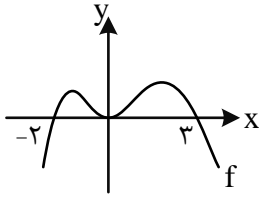
- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۰- اگر $f = \{(1, 3), (2, -1), (3, 4), (4, 1)\}$ و $g = \{(4, 2), (3, 4), (2, 3), (1, -1)\}$ باشد، برد تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند

عضو است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱- نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{-f(x)}{f(1-x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۲- ضابطه وارون تابع $y = mx + 2m\sqrt{x+1}$ به صورت $y = \frac{x+4}{2} - \sqrt{2x+8}$ مقدار m کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) -۴

۱۳- نمودار تابع $y = -x(x+2)+3$ را ۲ واحد به سمت x های مثبت و ۳ واحد به سمت y های منفی انتقال می دهیم و

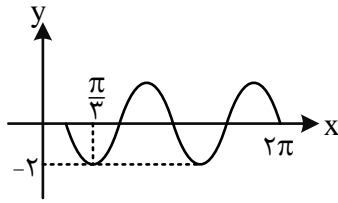
سپس نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. نمودار جدید از کدام ناحیه محورها مختصات عبور نمی کند؟

- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

۱۴- اگر $\frac{3 \sin^2(x - \frac{3\pi}{2}) - \cos^2(x - \pi)}{\cos(2\pi - x) - 2 \sin(\frac{\pi}{2} + x)} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $-\frac{7}{9}$
- (۳) $-\frac{1}{9}$
- (۴) -۱

۱۵- قسمتی از نمودار تابع $y = b \sin ax$ به صورت مقابل است. دوره تناوب تابع $y = \cos \frac{b}{a} x$ کدام است؟



- | | |
|------------------------|------------------------|
| $\frac{21\pi}{20}$ (۲) | $\frac{21\pi}{10}$ (۱) |
| $\frac{7\pi}{20}$ (۴) | $\frac{7\pi}{10}$ (۳) |

۱۶- مجموع جواب‌های معادله $2 \sin^2 x + 3 \cos 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند برابر کوچک‌ترین جواب آن در همین بازه است؟

- | | | | |
|-------|-------|-------|--------|
| ۶ (۴) | ۸ (۳) | ۹ (۲) | ۱۲ (۱) |
|-------|-------|-------|--------|

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{3 + 3\sqrt{x}}$ کدام است؟

- | | | | |
|-------------------|--------|-------|-------|
| $\frac{1}{2}$ (۴) | -۱ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------------------|--------|-------|-------|

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} ax[x] - b & [x] = 0 \\ x^2 - ax^2 + b & [x] \neq 0 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار ab کدام است؟

- | | | | |
|--------|-------|-------|--------|
| -۲ (۴) | ۲ (۳) | ۳ (۲) | -۳ (۱) |
|--------|-------|-------|--------|

۱۹- اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + 2x - 2}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x)}{x} = -2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{2}{x} \right] f(x)$ کدام است؟

- | | | | |
|-----------------|----------------|-------|-------|
| $2\sqrt{2}$ (۴) | $\sqrt{2}$ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-----------------|----------------|-------|-------|

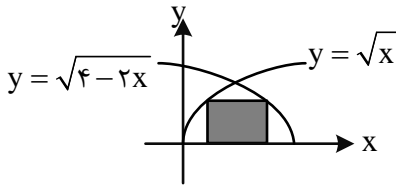
۲۰- خط $y = b - 3x$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2a}{ax+2}$ مماس است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) -۵ (۴) ۵

۲۱- با فرض $f(x) = \sqrt{3+x^2} - 3x$ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x = 1$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{35}{4}$ (۲) $\frac{25}{4}$ (۳) $\frac{35}{8}$ (۴) $\frac{25}{8}$

۲۲- بیشترین مساحت مستطیل محاط مطابق شکل مقابل، چقدر است؟

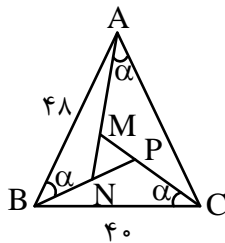


- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{9}{10}$

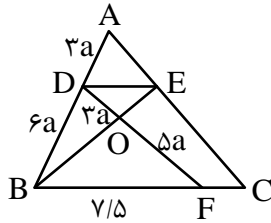
۲۳- نقطه $A(-2, 2)$ اکسترمم نسبی تابع $y = x^2(a - |x|) + b$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) -۲

۲۴- در شکل مقابل، $NP = 15$ است. طول MP کدام است؟



- (۱) $12/5$ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) $10/5$



۲۵- در شکل زیر، DE موازی با BC است. اگر $BF = 7/5$ باشد طول FC کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۶- دایره C به مرکز $O(7, 8)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج است. شعاع دایره C کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۷- ۴ زوج به چند طریق می‌توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه‌روی هم بنشینند به طوری که هر زوج روبه‌روی هم قرار بگیرند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۲۸- دو ورزشکار هر کدام یک تیر به سمت هدف پرتاب می‌کنند. اگر احتمال به هدف زدن برای آن‌ها، $0/8$ و $0/3$ باشد با چه احتمالی دقیقاً یکی از آن‌ها به هدف می‌زند؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $0/56$ (۲) $0/48$ (۳) $0/62$ (۴) $0/68$

۲۹- علی به همراه پنج نفر دیگر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال تعداد افرادی که جلوتر از علی هستند بیشتر از تعداد افرادی است که در پشت علی ایستاده‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۰- میانگین و واریانس ۸ داده آماری به ترتیب برابر ۱۲ و ۴ است. دو داده ۸ و ۱۶ به این داده‌ها، اضافه می‌کنیم. واریانس ده داده جدید کدام است؟

- (۱) $3/2$ (۲) $6/4$ (۳) $4/8$ (۴) $5/6$

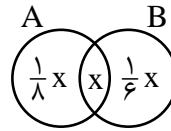
پاسخنامه

۱- پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید $n(A \cap B) = x$ ، پس:

$$n(A) = \frac{9}{8}x = 27 \Rightarrow x = 24$$

$$n(A \cup B) = \frac{1}{8}x + x + \frac{1}{6}x = 3 + 24 + 4 = 31$$



۲- پاسخ: گزینه ۱

$$(2a - 6)^2 = a(2a + 3) \Rightarrow 4a^2 - 24a + 36 = 2a^2 + 3a$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 27a + 36 = 0 \Rightarrow (2a - 3)(a - 12) = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ یا } 12$$

چون جملات دنباله مثبت است، پس $a = 12$ است.

دنباله: ۱۲, ۱۸, ۲۷, ...

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{12 + 18}{2} = 15$$

۳- پاسخ: گزینه ۲

تابع دارای min است، پس $a > 0$ است.

$$\min = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{256 - 4a(14a + 7)}{4a} = \frac{-64 + 14a^2 + 7a}{a} = 3$$

$$\Rightarrow 14a^2 + 4a - 64 = 0 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{-16}{2a} = 4$$

$$y = 2x - 3 \xrightarrow{x=4} y = 5$$

۴- پاسخ: گزینه ۱

$$x = \frac{4x - 4}{x} \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 4 = S \\ \alpha\beta = 4 = P \end{cases}$$

$$A = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} + \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} \Rightarrow A^2 = \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} + \frac{2\alpha\beta}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\frac{S^3 - 3PS}{P} + \frac{2P}{\sqrt{P}} = \lambda \Rightarrow A = 2\sqrt{2}$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{2x^2 - 4x} = \lambda - x \Rightarrow 2x^2 - 4x = (\lambda - x)^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x = x^2 - 16x + 64 \Rightarrow x^2 - 12x - 64 = 0 \Rightarrow x = -16, 4$$

پس $\alpha = -16$ و $\beta = 4$ و $\beta^2 + \alpha = 0$

۶- پاسخ: گزینه ۱

$$3 < \frac{12x+6}{x^2+2} < 6 \Rightarrow 1 < \frac{4x+2}{x^2+2} < 2 \Rightarrow x^2+2 < 4x+2 < 2x^2+4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \Rightarrow x \neq 1 \\ x^2 - 4x < 0 \Rightarrow 0 < x < 4 \end{cases}$$

پس x برابر ۲ یا ۳ است.

۷- پاسخ: گزینه ۴

$$= \sqrt[5]{\sqrt{81 \times 3}} = \sqrt[5]{3^5} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{3\sqrt{27}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 \times 27}} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt{3^5}$$

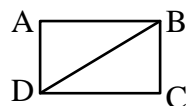
$$A = \frac{3^{\frac{1}{2}} \times 3^a}{3^{\frac{5}{6}} \times 3^{-2}} = 3^{\frac{1}{2} + a - \frac{5}{6} + 2} = 3^{a + \frac{5}{3}}$$

$$\sqrt[3]{A} = 3^{\frac{a + \frac{5}{3}}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{a}{3} + \frac{5}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a + 5 = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

۸- پاسخ: گزینه ۲

اگر B و D را بر خط $y = 2x - 7$ فرض کنی، آن گاه نقاط $A(5, 0)$ و $C(1, -2)$ همان رأس‌های A و C هستند.



فرض کنید $x_B = b$ باشد، پس $x_B = 2x_B - 7$. آزمون وی ای پی

$B(b, 2b - 7)$

$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{2b-7}{b-5} \times \frac{2b-5}{b-1} = -1 \Rightarrow 4b^2 - 24b + 35 = -b^2 + 6b - 5$$

$$\Rightarrow 5b^2 - 30b + 40 = 0 \Rightarrow b^2 - 6b + 8 = 0 \Rightarrow b = 2, 4$$

$$\text{فرض } b = 2 \Rightarrow B(2, -3) \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{18} \\ BC = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow S = 6$$

۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به دامنه، $1 - 2x > 0$ است.

$$\log_2^{(4x^2 - 4x + 1)} = \log_2^{(2x-1)^2} = 2 \log_2^{|2x-1|} = 2 \log_2^{(1-2x)}$$

$$\Rightarrow 2 \log_2^{(1-2x)} + 3 \log_2^{(1-2x)} = 10 \Rightarrow \log_2^{(1-2x)} = 2 \Rightarrow 1 - 2x = 4 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\log_9^{(-9^x)} = \log_9^9 = 1$$

۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$f^{-1} = \{(3, 1), (-1, 2), (4, 3), (1, 4)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(3, -1), (-1, 3), (4, 4), (1, 2)\}$$

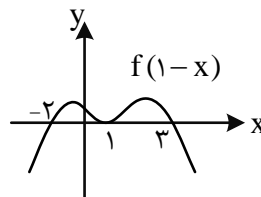
$$f \circ g \circ f^{-1} = \{(3, 5), (4, -3), (1, 1)\}$$

برد این تابع، دارای سه عضو است.

۱۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

نمودار تابع $f(2-x)$ را رسم می‌کنیم و سپس زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم:

x	-۲	۰	۱	۳
-f(x)	+	-	-	+
f(1-x)	-	+	+	-
	-	-	-	-



دامنه تابع فقط شامل $x = 0$ است.

۱۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$y = m(x + 2\sqrt{x+1}) = m((\sqrt{x+1} + 1)^2 - 2)$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+1} + 1)^2 = 2 + \frac{y}{m} \Rightarrow \sqrt{x+1} + 1 = \sqrt{2 + \frac{y}{m}}$$

$$\Rightarrow x + 1 = \left(\sqrt{2 + \frac{y}{m}} - 1\right)^2 \Rightarrow x = 2 + \frac{y}{m} - 2\sqrt{2 + \frac{y}{m}}$$

$$\text{وارون: } f^{-1}(x) = 2 + \frac{x}{m} - 2\sqrt{2 + \frac{x}{m}} \Rightarrow m = 2$$

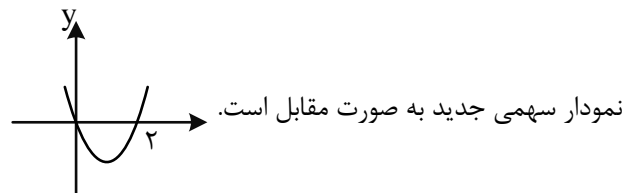
۱۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

$$\text{واحد راست } 2: y = -(x-2)^2 - 2(x-2) + 3 = -x^2 + 2x + 3$$

$$\text{واحد پایین } 3: y = -x^2 + 2x + 3 - 3 = -x^2 + 2x$$

$$\text{محور } x \text{ ها } y = -(-x^2 + 2x) = x^2 - 2x$$



نمودار سهمی جدید به صورت مقابل است.

۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\frac{3 \cos^2 x - \cos^2 x}{\cos x - 2 \cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2 \cos^2 x}{-\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$$

۱۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

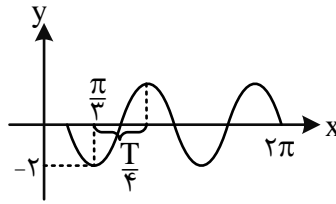
$$|b| = 2$$

$$2\pi - \frac{\pi}{3} = v \times \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{20\pi}{21}$$

$$\frac{20\pi}{21} = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow |a| = \frac{21}{10}$$

$$y = \cos \frac{b}{a} x = \cos \frac{20}{21} x$$

$$T' = \frac{2\pi}{\frac{20}{21}} = \frac{21\pi}{10}$$



۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow 2\sin^2 x + 3(1 - 2\sin^2 x) = 0$$

نکته:

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{x_1} = \frac{12\pi}{\frac{\pi}{3}} = 12$$

۱۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

روش اول: هوپیتال

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+3}{3 \times \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{3(1+\sqrt[3]{x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)(x+2)}{3(1+\sqrt[3]{x})}$$

روش دوم:

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)(x+2)}{3} = \frac{3 \times 1}{3} = 1$$

۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$f(x) = \begin{cases} ax[x] - b & -1 < x < 1 \\ x^r - ax^r + b & x \leq -1, x \geq 1 \end{cases}$$

پیوستگی f را در نقاط ۱ و -۱ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow -b = 1 - a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Rightarrow a - b = -1 - a + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b - a = -1 \\ 2b - 2a = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = -\frac{3}{2} \Rightarrow ab = 3$$

۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4ax^2 + 4x - 2}}{x} = \frac{2\sqrt{a}|x|}{x} = -2\sqrt{a} = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{2}{x} \right] f(x) = 1 \times \sqrt{a + 2 - 2} = 1$$

۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

توابع f و g به شرطی بر هم مماس‌اند که: $\begin{cases} f = g \\ f' = g' \end{cases}$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x + 2a}{ax + 2} = b - 3x \\ f'(x) = \frac{2 - 2a^2}{(ax + 2)^2} = -3 \end{cases}$$

$$x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2 + 2a}{2a + 2} = b - 6 \Rightarrow 1 = b - 6 \Rightarrow b = 7 \\ \frac{2 - 2a^2}{(2a + 2)^2} = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 - 2a^2 = -3(4a^2 + 4 + 4a) \Rightarrow \Delta a^2 + 12a + 7 = 0$$

$$\xrightarrow{a \neq -1} a = -\frac{\gamma}{\Delta} \Rightarrow \frac{b}{a} = -\Delta$$

۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

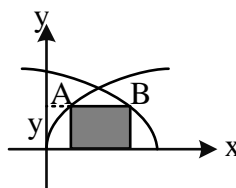
$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{3 + x^2}} - 3$$

$$(f \circ f)'(1) = f'(1) \cdot f'(f(1)) = \left(\frac{1}{2} - 3\right) \left(-\frac{1}{2} - 3\right) = \frac{35}{4}$$

۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2, y = \sqrt{4 - 2x} \Rightarrow x = \frac{4 - y^2}{2}$$

$$A(y^2, y) \quad B\left(\frac{4 - y^2}{2}, y\right)$$



$$S = y \times AB = y \times \left(\frac{4-y^2}{2} - y^2 \right) = \frac{1}{2} (-3y^2 + 4y)$$

$$S' = \frac{1}{2} (-6y + 4) = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \frac{2}{3} \left(\frac{4 - \frac{4}{9}}{2} \right) = \frac{8}{9}$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

طول نقطه اکسترم منفی است.

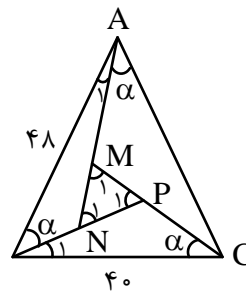
$$y = x^2(a+x) + b = x^2 + ax^2 + b$$

$$y' = 2x + 2ax$$

$$\begin{cases} y(-2) = 2 \Rightarrow -4 + 4a + b = 2 \Rightarrow 4a + b = 10 \\ y'(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{N}_1 = \alpha + \hat{A}_1 = \hat{A} \\ \hat{P}_1 = \alpha + \hat{B}_1 = \hat{B} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle MNP \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{NP}{AB} = \frac{MP}{BC} \Rightarrow \frac{15}{48} = \frac{MP}{40} \Rightarrow MP = 12.5$$



۲۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\triangle DOE \sim \triangle OBF \Rightarrow \frac{DE}{BF} = \frac{OD}{OF} \Rightarrow \frac{DE}{7/5} = \frac{3a}{5a} \Rightarrow DE = 4/5$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{4/5}{9a} = \frac{7/5 + FC}{9a} \Rightarrow 12/5 = 7/5 + FC \Rightarrow FC = 6$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} O'(-1, 2) \\ R' = 3 \end{cases}$$

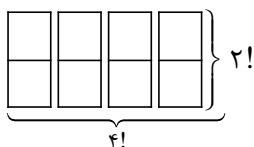
$$OO' = \sqrt{1^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow 10 = R + R' \Rightarrow R = 7$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

هر زوج به ۲! حالت روبه‌روی هم می‌نشینند. هر ستون به ۴! حالت به یک زوج متعلق می‌گیرد.

$$4! \times 2! = 48$$



۲۸- پاسخ: گزینه ۳ آزمون وی ای پی

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

روش اول:

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0/8 + 0/3 - 2 \times 0/8 \times 0/3 = 1/1 - 0/48 = 0/62$$

$$P(A - B) + P(B - A) = 0/8 \times 0/7 + 0/2 \times 0/3 = 0/56 + 0/06 = 62$$

روش دوم:

۲۹- پاسخ: گزینه ۱

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \Rightarrow 5!$$

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \Rightarrow 5!$$

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \Rightarrow 5!$$

$$P(A) = \frac{3 \times 5!}{6!} = \frac{1}{2}$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

میانین داده‌های جدید برابر ۱۲ است، پس میانگین کل تغییر نمی‌کند.

$$۱) \bar{x} = \frac{(x_1 - 12)^2 + \dots + (x_n - 12)^2}{n}$$

$$۲) \sigma^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + \dots + (x_n - 12)^2 + (8 - 12)^2 + (16 - 12)^2}{10} = \frac{32 + 16 + 16}{10} = 6/4$$