

۱- ۷۲ درصد دانش‌آموزان یک کلاس عضو حداقل یکی از دو گروه فوتبال و والیبال هستند و ۷۶ درصد آن‌ها عضو

حداکثر یکی از این دو گروه هستند. چند درصد دانش‌آموزان، عضو فقط یکی از دو گروه هستند؟

۳۵ (۴)

۳۶ (۳)

۴۲ (۲)

۴۸ (۱)

۲- فرض کنید a_n یک دنباله خطی باشد به طوری که $\frac{a_1 a_4}{a_2 a_3} = 10$ و $a_1 + a_4 = 2$ است. جمله دوم الگوی کدام می‌تواند

باشد؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۳- رأس سهمی $y = ax^2 - 4ax + 3$ بر روی سهمی $y = -bx^2 + 2bx - 5$ قرار دارد و برعکس. حاصل $2a + b$ کدام

است؟ آزمون وی‌ای پی

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۴- نمودار سهمی $y = x^2 + ax + b$ محور x ها را در نقاطی به طول α و β و خط $y = 6$ را در نقاطی به طول $\alpha - 1$ و $\beta + 1$

قطع می‌کند. حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

۳ (۴)

-۵ (۳)

-۶ (۲)

۴ (۱)

۵- نمودار تابع $y = mx^2 + 11x + 5m - 3$ همواره زیر نیمساز ناحیه دوم و چهارم است. حدود m کدام است؟

- (۱) $m < -3/6$ (۲) $m < -2/4$ (۳) $m < -1/8$ (۴) $m < -4/8$

۶- اگر $a = \sqrt{2} + 1$ باشد، حاصل $P = \frac{a+1+\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-1} - \frac{a+1-\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}-1$ (۴) $2\sqrt{2}-1$

۷- فاصله نقطه $A(-3, a)$ از نقطه $B(3, -2)$ ، دو برابر فاصله آن از نقطه $C(0, 1)$ است. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- اگر $(1/5)^{2x+a} = (\frac{1}{27})^{x^2}$ و $\log_{\lambda}^{(9x-a)} = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۹- فرض کنید A نقطه برخورد نمودار تابع $y = \sqrt{2x+4} - 1$ با تابع وارون خود باشد. فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات

چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{6}$

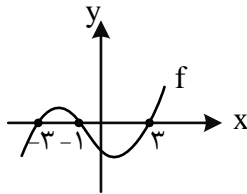
۱۰- اگر $f(x) = 2x - \left[\frac{x}{2}\right]$ و $f(mf(3)) = 4$ باشد، مقدار $f(m)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۱۱- تابع f اکیداً نزولی و دامنه آن بازه $(-\infty, 1]$ است. مجموعه جواب نامعادله $f(x^2 - 3x - 3) \leq f(x^2 - 6x + 6)$ شامل چند عدد صحیح است؟

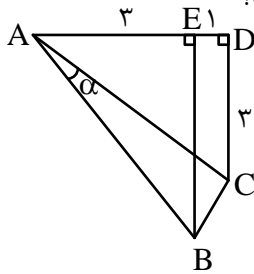
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. به ازای کدام مقدار k ، مجموع ریشه‌های معادله $f(2 - \frac{x}{k}) = 0$ برابر ۲۸ است؟



- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۳- در شکل مقابل، مثلث ABC در رأس A متساوی‌الساقین است. مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

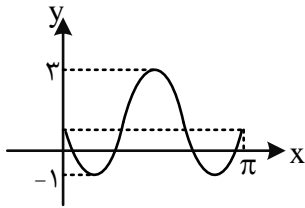


- (۱) ۰/۶
(۲) ۰/۹۶
(۳) ۰/۸۴
(۴) ۰/۸

۱۴- اگر $\frac{3\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{4}$ و $\tan x + \cot x = -3$ باشد، مقدار $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-4\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{-4\sqrt{3}}{9}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

۱۵- قسمتی از نمودار $y = c + a \sin(bx)$ به صورت مقابل است. مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



- (۱) ۶
- (۲) -۶
- (۳) ۴
- (۴) -۴

۱۶- حداقل اختلاف بین دو ریشه متمایز معادله $\tan^2 x - 1 = \cos x$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{6}$
- (۲) $\frac{2\pi}{3}$
- (۳) π
- (۴) $\frac{4\pi}{3}$

۱۷- حد راست تابع $f(x) = \frac{ax + \left[\frac{1}{x}\right]}{3x - \left[\frac{-1}{x^2}\right]}$ در $x = -1$ از حد چپ آن در همین نقطه، ۳ واحد بیشتر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} (a^2 - 3a)[x] - (4-a)[1-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $2a - b$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) -۱

۱۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{ax^2 + bx - 2} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{a^2 x^2 + 1}}{1 - bx}$ کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۱)

۲۰- اگر $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x^2 + 1}$ و $g(x) = \sqrt[3]{3x - [x]}$ باشد، حال مشتق راست تابع $f \circ g(x)$ در نقطه $x = 1$ چقدر است؟

- $-\frac{1}{36}$ (۴) $-\frac{1}{12}$ (۳) $-\frac{1}{24}$ (۲) $-\frac{1}{48}$ (۱)

۲۱- فرض کنید $g(x) = xf(2x+1) + f(3x)$ باشد. اگر $f'(3) = 2$ و $f''(3) = -1$ باشد، مقدار $g''(1)$ کدام است؟

- 3 (۴) -5 (۳) -6 (۲) 4 (۱)

۲۲- به ازای کدام مقدار a ، بیشترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x}$ برابر $\sqrt{3}$ است؟ آزمون وی ای پی

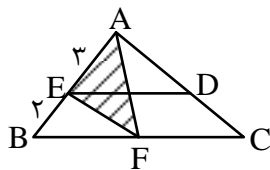
- 6 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 4 (۱)

۲۳- نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ بر روی محورهای مختصات واقع اند. مقدار a کدام است؟

- 4 (۴) 3 (۳) -3 (۲) -2 (۱)

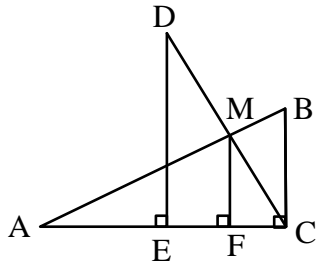
۲۴- در شکل زیر چهارضلعی CDEF متوازی الاضلاع است. مساحت مثلث هاشور خورده چه کسری از مساحت مثلث ABC

است؟



- $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{4}{25}$ (۱)
 $\frac{6}{25}$ (۴) $\frac{8}{25}$ (۳)

۲۵- در شکل مقابل، دو مثلث ABC و CDE هم‌نهشت‌اند. اگر فاصله M از AC برابر ۴ و AC برابر ۱۰ باشد، طول BC چقدر



است؟

۵ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۳ (۴)

۲۶- نقاط $(2, 1)$ و $(2, 3)$ کانون‌های یک بیضی و $(-1, 2)$ یک نقطه واقع بر محیط آن است. خروج از مرکز بیضی کدام

است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)

۲۷- در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد a و b ظاهر شده‌اند. در چند حالت معادله $x^2 - ax + b = 0$ دارای دو ریشه حقیقی

متمايز است؟

۳۶ (۴)

۳۴ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

۲۸- ۲۰۰ نفر دانش‌آموز مدرسه «الف» و ۳۰۰ نفر دانش‌آموز مدرسه «ب» در مرحله اول المپیاد و شیمی شرکت کردند به

طوری که ۱۲۰ نفر از مدرسه «الف» و ۲۱۰ نفر از مدرسه «ب» در آزمون قبول شدند. اگر فردی به تصادف از قبول‌شدگان

انتخاب شود با کدام احتمال این فرد از مدرسه «الف» است؟

$\frac{7}{11}$ (۴)

$\frac{7}{16}$ (۳)

$\frac{4}{11}$ (۲)

$\frac{9}{16}$ (۱)

۲۹- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد زوج بیاید یک تاس دیگر پرتاب می‌کنیم و اگر عدد فرد بیاید دو تاس دیگر پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، همهٔ اعداد ظاهر شده یکسان هستند؟ آزمون وی ای پی

$$\frac{7}{36} \text{ (۴)} \quad \frac{7}{72} \text{ (۳)} \quad \frac{5}{36} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{72} \text{ (۱)}$$

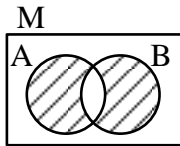
۳۰- ده داده آماری با میانگین و انحراف معیار $2\sqrt{3}$ و 6 را با بیست داده آماری با میانگین و انحراف معیار برابر 3 ترکیب نموده‌ایم. واریانس 30 داده حاصل کدام است؟

$$18 \text{ (۴)} \quad 15 \text{ (۳)} \quad 12 \text{ (۲)} \quad 9 \text{ (۱)}$$

پاسخنامه

۱- پاسخ: گزینه ۱

فرض کنید کل دانش‌آموزان ۱۰۰ نفر باشند.



$$n(A \cup B) = 72$$

$$n(A \cap B) = 100 - 76 = 24$$

$$n(A - B) + n(B - A) \Rightarrow n(A \cup B) - n(A \cap B) = 72 - 24 = 48$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

فرض کنید $a_n = an + b$ باشد:

$$\frac{a_1 a_4}{a_2 a_3} = 10 \Rightarrow \frac{(a+b)(4a+b)}{(2a+b)(3a+b)} = 10$$

$$\Rightarrow 4a^2 + b^2 + 5ab = 10(6a^2 + b^2 + 5ab) \Rightarrow 56a^2 + 9b^2 + 45ab = 0$$

$$a_1 + a_4 = 2 \Rightarrow a + b + 4a + b = 2 \Rightarrow b = 1 - \frac{\Delta a}{2}$$

از طرفی:

$$\Rightarrow 56a^2 + 9\left(1 - \frac{\Delta a}{2}\right)^2 + 45\Delta a\left(1 - \frac{\Delta a}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 224a^2 + 9(4 + 2\Delta a^2 - 20a) + 90a(2 - \Delta a) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \Rightarrow b = -14 \Rightarrow a_2 = -2 \\ a = -6 \Rightarrow b = 16 \Rightarrow a_2 = 4 \end{cases}$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

باید $a = b$ باشد تا سهمی‌ها به یک اندازه از انبساط یا انقباض x^2 به دست آمده باشند.

$$y = ax^2 - 4ax + 3 \Rightarrow \text{رأس: } S(2, 3 - 4a)$$

$$y = -bx^2 + 2bx - 5 \Rightarrow 3 - 4a = -4b + 2b - 5 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2a + b = 6$$

۴- پاسخ: گزینه ۳

$$1) x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -a \\ \alpha\beta = b \end{cases}$$

$$2) x^2 + ax + b = 6 \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 + \beta + 1 = -a \\ (\alpha - 1)(\beta + 1) = b - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha\beta + \alpha - \beta - 1 = b - 6 \Rightarrow b + \alpha - \beta - 1 = b - 6 \Rightarrow \alpha - \beta = -5$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

$$mx^2 + 11x + \Delta m - 3 < -x \Rightarrow mx^2 + 12x + \Delta m - 3 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta < 0 \Rightarrow 144 - 4m(\Delta m - 3) < 0 \Rightarrow \Delta m^2 - 3m - 36 > 0 \Rightarrow m < -\frac{12}{5} \text{ یا } m > 3 \end{cases}$$

پس $m < -\frac{12}{5}$ است.

۶- پاسخ: گزینه ۲

$$P = \frac{a+1+\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^r - 1} - \frac{a+1-\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^r + 1} = \frac{a+1+\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-1)(a+1-\sqrt{a})} - \frac{a+1-\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)(a+1-\sqrt{a})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} = \frac{2}{a-1} \Rightarrow a = \sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow P = \frac{2}{\sqrt{2}+1-1} = \sqrt{2}$$

۷- پاسخ: گزینه ۴

$$AB = 2AC \Rightarrow AB^2 = 4AC^2 \Rightarrow 36 + (a+2)^2 = 4(9 + (a-1)^2)$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a + 40 = 4a^2 - 8a + 40 \Rightarrow 3a^2 - 12a = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } 4$$

۸- پاسخ: گزینه ۲

$$\left(\frac{\lambda}{27}\right)^{x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+a} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2x-a}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = -2x - a \Rightarrow 2x^2 + 2x + a = 0 \quad (1)$$

از طرفی:

$$\log_{\lambda}(\lambda^{9x-a}) = \frac{2}{3} \Rightarrow 9x - a = \lambda^{\frac{2}{3}} = 4 \Rightarrow x = \frac{a+4}{9}$$

$$\xrightarrow{(1)} 2\left(\frac{a+4}{9}\right)^2 + 2\left(\frac{a+4}{9}\right) + a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 16 + 6a + 24 + 27a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 41a + 40 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ یا } -40$$

۹- پاسخ: گزینه ۴

تابع را با $y = x$ تقاطع ی دهیم:

$$\sqrt{2x+4} - 1 = x \Rightarrow \sqrt{2x+4} = x+1 \xrightarrow{x \geq -1} 2x+4 = x^2 + 2x+1$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

$$A(\sqrt{3}, \sqrt{3}) \Rightarrow OA = \sqrt{3+3} = \sqrt{6}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

$$f(3) = 6 - \left[\frac{3}{2} \right] = 5$$

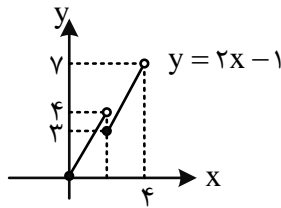
$$f(\Delta m) = 4$$

با آزمایش اعداد، $\Delta m = \frac{5}{2}$ می شود و یا از نمودار f کمک بگیریم.

$$y = 2x - 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{5}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(m) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$



۱۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

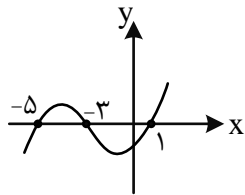
$$f(x^2 - 3x - 3) \leq f(x^2 - 6x + 6) \Rightarrow x^2 - 3x - 3 \geq x^2 - 6x + 6 \Rightarrow x \geq 3$$

از طرفی طبق شرط دامنه داریم:

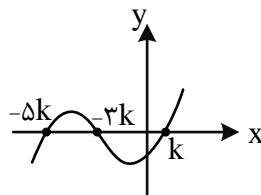
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 3 \leq 1 \\ x^2 - 6x + 6 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

از اشتراک تمام شرایط بالا به جواب $3 \leq x \leq 4$ می‌رسیم که شامل دو عدد صحیح است.

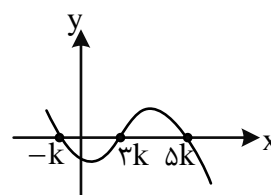
۱۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱



$f(x+2)$



$f\left(x + \frac{x}{k}\right)$



$f\left(2 - \frac{x}{k}\right)$

$$-k + 3k + \Delta k = 28 \Rightarrow k = 4$$

۱۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$AC = AB = 5 \Rightarrow BE = 4$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CDE} - S_{\triangle ADC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \sin \alpha = 6 + \frac{7}{2} - 6 = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{7}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{24}{25} = 0.96$$

۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} = -3 \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$A = \sin x + \cos x \Rightarrow A^2 = 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{3}$$

$$A < 0 \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{-4\sqrt{3}}{9}$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

$$ab < 0 \Rightarrow \text{فرض: } a < 0, b > 0$$

$$\begin{cases} \max = c - a = 3 \\ \min = c + a = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 1, a = -2$$

$$1/\Delta T = \pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = 3$$

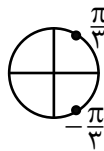
$$\Rightarrow \frac{ab}{c} = -6$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

$$\Delta \cos x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \Delta \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{5\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots$$



$$\min(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{ax - 2}{3x + 2} = a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{ax - 1}{3x + 1} = \frac{a + 1}{2}$$

$$a + 2 = \frac{a + 1}{2} + 3 \Rightarrow 2a + 4 = a + 1 + 6 \Rightarrow a = 3$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

روش اول: پیوستگی تابع f را در نقطه‌ای مانند X = 1 بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$a^2 - 3a + 4 - a = 0 = b \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 2a + b \Rightarrow (2 \times 2) + 0 = 4 \end{cases}$$

روش دوم: باید $a^2 - 3a = -4 + a$ باشد، چون تابع $y = k([x] + [-x])$ در تمام نقاط حد دارد، پس $a = 2$ است و بقیه راه‌حل مانند قبل است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

مخرج کسر باید در $X = 1$ ریشه مضاعف داشته باشد.

$$ax^2 + bx - 2 = -2(x - 1)^2 = -2x^2 + 4x - 2$$

پس $a = -2$ و $b = 4$ است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{a^2 x^2 + 1}}{1 - bx} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + |ax|}{-bx} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x}{-4x} = \frac{1}{4}$$

۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در یک همسایگی راست $x = 1$ داریم:

$$g(x) = \sqrt[3]{3x-1}$$

$$\Rightarrow fog(x) = \frac{(\sqrt[3]{3x-1})^2 + 2}{2(\sqrt[3]{3x-1})^2 + 1} = \frac{3x+1}{6x-1}$$

$$\Rightarrow (fog)'(x) = \frac{-9}{(6x-1)^2}$$

$$\Rightarrow (fog)'(1) = \frac{-9}{25} = -\frac{9}{25}$$

۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$g'(x) = f(2x+1) + 2xf'(2x+1) + 3f'(3x)$$

$$g''(x) = 2f'(2x+1) + 2f''(2x+1) + 4xf''(2x+1) + 9f''(3x)$$

$$g''(1) = 2f'(3) + 2f''(3) + 4f''(3) + 9f''(3)$$

$$= 4f'(3) + 13f''(3) = 8 - 13 = -5$$

۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{a-2x}}$$

$$f' = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{a-2x} \Rightarrow 4x = a - 2x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$$

مقادیر تابع را در نقاط بحرانی محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f\left(\frac{a}{6}\right) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{4a}{6}} = 3\sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{\frac{3a}{2}} \text{ max} \\ f(0) = \sqrt{a} \\ f\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{a}{2}} \text{ min} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

طول یکی از نقاط اکسترمم نسبی و عرض نقطه اکسترمم دیگر برابر صفر است.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2a}{6} \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{2a}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{-\lambda a^2}{27} + \frac{fa^2}{9} + f = 0 \Rightarrow \frac{fa^2}{27} = -f \Rightarrow a = -3$$

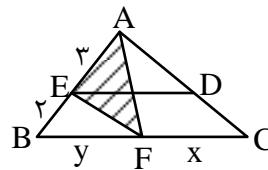
۲۴- پاسخ: گزینه ی ۴

$$ED = FC = x$$

$$\frac{ED}{BC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{x}{y+x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = 3y + 3x \Rightarrow 2x = 3y$$

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{y}{y+x} = \frac{y}{y+\frac{2}{3}y} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ضرب}} \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{6}{25}$$



۲۵- پاسخ: گزینه ی ۱

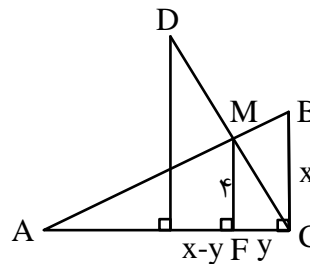
$$BC = EC = x$$

$$MF \parallel BC \Rightarrow \frac{MF}{BC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{10-y}{10}$$

$$MF \parallel DE \Rightarrow \frac{MF}{DE} = \frac{CF}{CE} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{y}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5}x \\ \frac{4}{x} = 10 - y \Rightarrow \frac{4}{x} = 10 - \frac{2}{5}x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x + 100 = 0 \Rightarrow x = 5$$



۲۶- پاسخ: گزینه ی ۲

$$F(2, 3), F'(2, 1), M(-1, 2)$$

$$FF' = 2 = 2C \Rightarrow C = 1$$

$$2a = MF + MF' = \sqrt{10} + \sqrt{10} = 2\sqrt{10} \Rightarrow a = \sqrt{10}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ی ۳

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4b > 0 \Rightarrow a^2 > 4b$$

a	۱	۲	۳	۴	۵	۶
b	x	x	۱, ۲	۱, ۲, ۳	۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶	۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

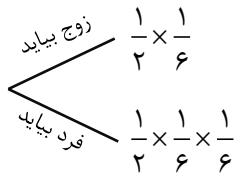
$$\text{تعداد حالات} = 2(2 + 3 + 6 + 6) = 34$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

$$P(\text{قبول شده و مدرسه الف}) = \frac{P(\text{قبول شده و مدرسه الف})}{P(\text{قبول شده از ب}) + P(\text{قبول شده از الف})}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{12}{20}}{\frac{2}{5} \times \frac{12}{20} + \frac{3}{5} \times \frac{21}{30}} = \frac{\frac{6}{25}}{\frac{6}{25} + \frac{21}{50}} = \frac{12}{12+21} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۳



$$P(A) = \frac{1}{12} + \frac{1}{72} = \frac{7}{72}$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{میانگین کل} = \frac{10 \times 6 + 20 \times 3}{30} = 4$$

$$\sigma_1^2 = 12 = \frac{x_1^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - 36 \Rightarrow x_1^2 + \dots + x_{10}^2 = 480$$

$$\sigma_2^2 = 9 = \frac{y_1^2 + \dots + y_{20}^2}{20} - 9 \Rightarrow y_1^2 + \dots + y_{20}^2 = 360$$

$$\text{واریانس کل} = \frac{x_1^2 + \dots + x_{10}^2 + y_1^2 + \dots + y_{20}^2}{30} - 4^2 = \frac{480 + 360}{30} - 16 = 28 - 16 = 12$$