حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک‌ها، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و ...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.

در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- جملات اول، سوم و نهم یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت، به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند. مجموع یازده جملهٔ ابتدایی دنبالهٔ حسابی چند برابر جملهٔ اول این دنباله است؟

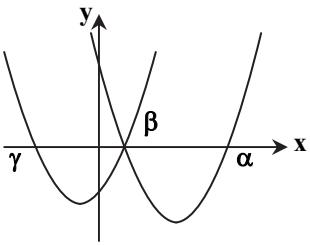
۱) ۵۵ ۲) ۶۶ ۳) ۱۲۱ ۴) ۴۴

۲- «در یک مستطیل با اضلاع a و b، اگر اندازهٔ ضلع a، ۷ برابر شود، اندازهٔ قطر ۵ برابر می‌شود.» برای درستی این گزاره باید کدام رابطه بین a و b برقرار باشد؟

۱) $a = b$ ۲) $a = ۲b$

۳) $a = \frac{۷}{۵}d$ ۴) برای هر مستطیلی این گزاره برقرار است.

۳- مطابق شکل روبه‌رو، دو تابع $f(x) = x^۲ + x - m$ و $g(x) = ۲x^۲ - ۱۶x + ۴m$ یکدیگر را روی محور طول‌ها قطع کرده‌اند. مقدار $\alpha + \beta + \gamma$ کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۲}$

۲) ۵

۳) ۷

۴) $\frac{۷}{۲}$

۴- نمودار تابع $y = |x^۲ + ۳x + ۲|$ در چند نقطه با طول صحیح زیر خط $y = x + ۵$ قرار دارد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵- نقاط $A(-۶,۵)$، $B(۳,۳)$ و $C(۲,۱)$، سه رأس یک مستطیل هستند. مجموع مختصات رأس چهارم این مستطیل کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲ ۳) ۱- ۴) ۴-

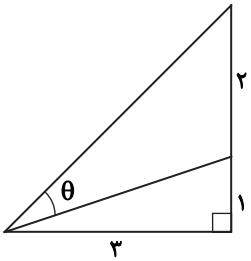
۶- اگر $f(x) = \log_{۶۴}(۳x - ۱)$، آنگاه حاصل $(f^{-۱}of^{-۱})(-\frac{۱}{۶})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $-\frac{۱}{۶}$

۷- فاصلهٔ نقطهٔ تلاقی دو منحنی به معادلهٔ $y = ۳^x$ و $y = (\sqrt{۳})^{x+۱} + ۱۸$ از نقطهٔ $(۰,۲۴)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) ۴

۸- در شکل روبه‌رو، مقدار $\sin\theta$ کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

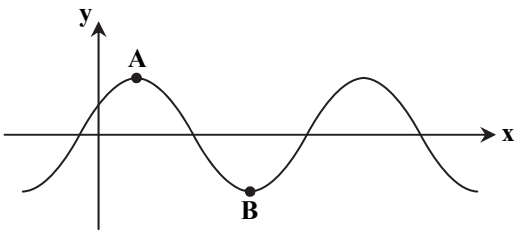
۳) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹- شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=a\,Cos(bx-d)+c$ را نشان می‌دهد. اگر $A(\frac{۴}{۹},۲)$ و $B(\frac{۲۲}{۹},-۴)$ با فرض $a,b>۰$ و $۰<d<۲\pi$ مقدار $\frac{ab}{cd}$ کدام است؟



۱) $-۷/۲۵$

۲) $-۶/۷۵$

۳) $-۱۳/۵$

۴) $-۱۴/۵$

۱۰- کمترین فاصلهٔ بین دو جواب از جواب‌های معادلهٔ $\frac{Sin\,۳x}{۱-Cos\,۳x}=\frac{۱-Cos\,۳x}{Sin\,۳x}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{\pi}{۱۲}$

۱۱- چندجمله‌ای $p(x)=x^{۲n+۲}-۲۵x^{۲n}+x^۲+x+a$ به‌ازای هر عدد طبیعی n بر $x+۵$ بخش‌پذیر است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x^۲-۱$ کدام است؟

۱) $-x+۵۳$ ۲) $-x+۴۳$ ۳) $x-۵۳$ ۴) $x-۴۳$

۱۲- اگر $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۶}^+}\frac{۲ax+b}{a\tan x+Cot\,x}=-\infty$ باشد، کمترین مقدار صحیح $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۶ ۴) ۷

۱۳- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}ax+b & x^۲\geq x\\ \frac{Sin\,\pi x}{x-[x+۱]} & x^۲<x\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $-\pi+۱$ ۲) $\pi+۱$ ۳) $-\pi$ ۴) π

۱۴- اگر f تابعی با برد $(-\infty,۰)$ به‌گونه‌ای باشد که $\lim\limits_{x\to۵}\frac{f^۲(x)-۵}{x-۵}=۱۶$ و $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{f(x)}$، آنگاه $g'(۵)$ کدام است؟

۱) $۱/۵$ ۲) $-۱/۵$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۱۵- تابع $f(x)=|Sin\,x-Cos\,۲x|$ در $x=\alpha$ مشتق‌ناپذیر است. اختلاف مشتق راست و چپ تابع f در این نقطه کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}\sqrt{۳}$

۱۶- مجموعهٔ طول نقاط بحرانی تابع $f(x)=\frac{۱-x}{۱-x|x|}$ کدام است؟

۱) $\{۰,۱\pm\sqrt{۲},۱\}$ ۲) $\{۰,۱-\sqrt{۲}\}$ ۳) $\{۱\pm\sqrt{۲}\}$ ۴) $\{۱-\sqrt{۲}\}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

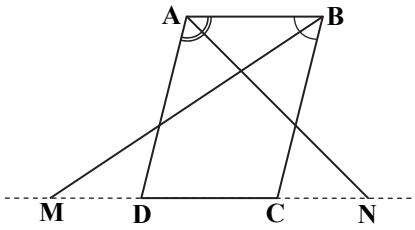
۱۷- برد تابع $f(x)=\sqrt{2x-a}+\sqrt{a-x}$ برابر $[b,c]$ است. اگر $b\times c=\sqrt{3}$، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{6}$

هندسه

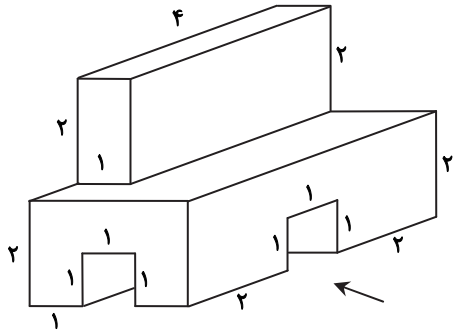
جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

۱۸- در متوازی‌الاضلاع ABCD، $AB=6$ و $BC=10$؛ نیمسازهای زوایای A و B را مطابق شکل رسم کرده‌ایم. طول MN کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

۱۹- اگر تصاویر سه نمای شکل زیر را رسم کنیم، مجموع مساحت شکل‌ها کدام است؟ (قسمت پایین شکل را به صورت متقارن در نظر بگیرید.)

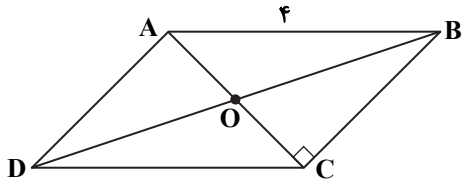


۱) ۳۲
۲) ۳۶
۳) ۳۹
۴) ۴۰

۲۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH و AD به‌ترتیب ارتفاع و نیمساز وارد بر وتر هستند. اگر $AB=15$ و $AC=20$ باشد، اندازهٔ DH کدام است؟

۱) $\frac{12}{7}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{13}{7}$ ۴) ۳

۲۱- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر $AC=BC$ است و M نقطه‌ای روی DC یا امتداد آن است به‌طوری که $OM+MB$ مینیمم مقدار را دارد. این مقدار کدام است؟

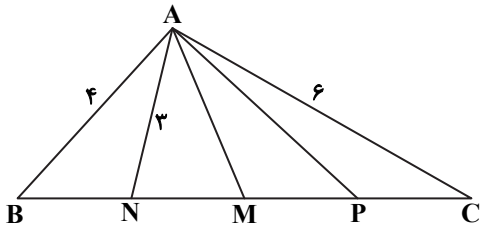


۱) $4\sqrt{2}$
۲) $6\sqrt{2}$
۳) $2\sqrt{2}$
۴) $8\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲- در مثلث ABC، ضلع BC به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است. با توجه به اندازه‌های روی شکل طول AM کدام است؟



۱) ۴

۲) $\sqrt{۱۰}$

۳) ۵

۴) $\sqrt{۷}$

۲۳- در مثلث ABC، $BC = ۲AB$ است. در این مثلث کدام جزء رسم‌شده از رأس A، توسط دایرهٔ محاطی داخلی به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود؟

۱) ارتفاع ۲) نیمساز ۳) میانه ۴) هر سه گزینه

۲۴- اگر در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by=-۱ \\ cx+dy=۲ \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، $x+y$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۶ ۳) -۱ ۴) ۷

۲۵- تصویر نقطهٔ $A(۴, ۳, ۲)$ بر صفحهٔ $z=-۵$ نقطهٔ $A'(x_۰, y_۰, z_۰)$ است. $x_۰+y_۰+z_۰$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۷

۲۶- در بیضی با خروج از مرکز ۰/۸ دایره‌ای به قطر فاصلهٔ کانونی، بیضی را در نقطهٔ M قطع کرده است. اگر طول بزرگ‌ترین وتر بیضی ۱۰ باشد، فاصلهٔ M تا نزدیک‌تر کانون کدام است؟

۱) ۴ ۲) $۵-\sqrt{۷}$ ۳) ۶ ۴) $۵+\sqrt{۷}$

۲۷- اگر $\begin{vmatrix} ۱ & x & x^۲ \\ ۱ & y & y^۲ \\ ۱ & z & z^۲ \end{vmatrix} = a$ و $\begin{vmatrix} yz & ۱ & x \\ xz & ۱ & y \\ xy & ۱ & z \end{vmatrix} = b$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) x ۲) xyz ۳) $x+y+z$ ۴) ۱

۲۸- خط هادی دو سهمی $y=۱۰$ و عرض رأس آن‌ها ۷ است. اگر این دو سهمی از نقطهٔ $(۱, ۴)$ بگذرند و محل تلاقی سهمی‌ها با محور yها نقاط A و B باشد، طول AB کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

۲۹- گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \wedge \sim q)$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) $\sim p$ ۲) $\sim q$ ۳) F ۴) T

۳۰- مجموعهٔ $[(A \cup B)-A']' \cap [(A \cup B)-(A-B)]$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $A-B$ ۲) $B-A$ ۳) $\varnothing$ ۴) $A \cap B$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱- در ظرفی ۸ مهره با شماره‌های ۱ تا ۸ موجود است. ۴ مهره به تصادف از ظرف خارج می‌کنیم. اگر بدانیم مهرهٔ شمارهٔ ۷ خارج شده ولی مهرهٔ شمارهٔ ۸ خارج نشده، احتمال اینکه مهرهٔ شمارهٔ ۱ خارج نشده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۱۰}$ ۳) $\frac{۹}{۱۴}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

۳۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو بیاید دو تاس و اگر پشت بیاید سه تاس پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع برآمدهای تاس‌ها برابر ۵ شده است، با کدام احتمال، سکه پشت ظاهر شده است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۳۳- داده‌های $۸,۶,۵,۴,۲$ را دو برابر کرده و از هریک دو واحد کم می‌کنیم. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه است؟

۱) ۱/۱۵ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۱

۳۴- باقی‌ماندهٔ تقسیم $۸\times(۱۵+۱۰۷^{۴۳})$ بر ۲۱ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۵

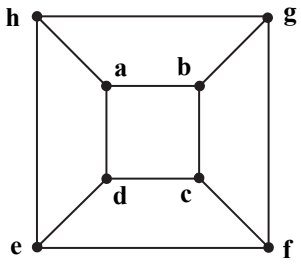
۳۵- معادله سیالهٔ $۱۹x+۱۵y=۱۰۵۰$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۶- در گراف ۴-منتظم از مرتبهٔ p و اندازهٔ q رابطهٔ $۳p-q=۸$ برقرار است. مجموع تعداد یال‌ها و درجهٔ یک رأس در مکمل گراف G کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۴

۳۷- کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو یک مجموعه احاطه‌گر است ولی احاطه‌گر مینیمال نیست؟



۱) $\{b,e\}$

۲) $\{a,c,e,g\}$

۳) $\{g,h,e\}$

۴) $\{b,d,g\}$

۳۸- چند عدد ۹ رقمی با ارقام غیرصفر و متمایز می‌توان نوشت که در آن‌ها هیچ دو رقم زوجی کنار هم نباشند؟

۱) $۵!\times۴!$ ۲) $۵\times(۳!)^{۲}$ ۳) $۳\times(۵!)^{۲}$ ۴) $۵!\times۴!\times۳!$

۳۹- با ارقام $۵,۵,۵,۴,۴,۳,۲,۱$ چند عدد هشت‌رقمی می‌توان نوشت به‌طوری که نه ۴ ها و نه ۵ ها کنار هم باشند؟

۱) ۳۳۶۰ ۲) ۱۰۸۰ ۳) ۲۱۶۰ ۴) ۲۲۸۰

۴۰- در کیسه‌ای ۶ گوی قرمز، ۴ گوی آبی، ۱۲ گوی زرد و k گوی سبز موجود است. حداقل ۲۸ گوی باید خارج کنیم تا یقین داشته باشیم که در بین گوی‌های خارج‌شده، از هر چهار رنگ وجود دارد. عدد k چگونه عددی است؟

۱) زوج ۲) مضرب ۵ ۳) مربع کامل ۴) اول

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کلاس مشاوره

گزینه دو
موسسه آموزشی فرهنگی
www.gozine2.ir

بعد از آزمون سریع بیا سر کلاس

با حضور مشاوران با تجربه

بعد از آزمون قراره کلی نکته مشاوره ای یاد بگیری

- تا روند تحصیلت صعودی باشه
- تا به مرحله بعدی بهتر فکر کنی
- تا روز به روز برای رسیدن به هدفت با انگیزه بیشتر تلاش کنی
- تا با نکات فنی که توسط مشاوره ارائه می شود دقیق تر در مسیر خودت حرکت کنی

ما در موسسه گزینه دو در کنار سنجش و ارزشیابی با کلاس مشاوره کنار شما هستیم.

- تحلیل نتایج آزمون
- ارائه نکات مشاوره ای برای آزمون مرحله بعد تا روز کنکور سراسری
- حضور دبیران متناسب با مباحث مهم و پرچالش هر درس
- حضور نفرات برتر آزمون های سراسری و انتقال تجربه ها
- بررسی تمام مسائل مشاوره ای مربوط به شما داوطلبان

گزینه دو، راهی نو

تا آخش باهاتیم...

آپارات
اشتراک ویدیو
aparat.com/gozine2/live

پس بعد از اعلام نتایج هر آزمون
(حدودا ساعت ۱۹) سریع بیا سر کلاس

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

- انتخاب رشته بر اساس علاقه مندی های شما
- امکان اولویت بندی رشته ها و شهرهای مورد نظر
- دریافت لیست اولویت بندی شده رشته محل بر اساس نتایج پذیرش کنکور ۱۴۰۱
- ارائه حدود رتبه آخرین قبولی های کنکور ۱۴۰۱
- ارائه کارنامه های کنکور ۱۴۰۱ با امکان جستجو بر اساس رتبه و رشته
- معرفی کامل رشته ها و دانشگاه ها
- دسترسی به مقالات و فیلم های مشاوره انتخاب رشته

gozine2.ir

انتخاب رشته، آخرین گام موفقیت در آزمون سراسری است.

در این مسیر همراه شما خواهیم بود

جهت کسب اطلاعات بیشتر کد بالا را اسکن نمایید

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری تیرماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		

مرحلهٔ ۲۰
دفترچهٔ شمارهٔ ۲

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک‌ها، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و ...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.
در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

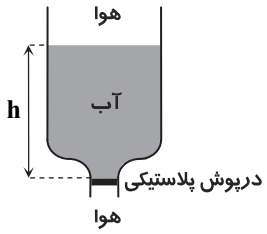
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- چه تعداد از کمیت‌های زیر نرده‌ای و چه تعداد برداری هستند؟

«وزن»، «جرم»، «جابه‌جایی»، «شتاب»، «نیرو» و «زمان»

۱) کمیت نرده‌ای: ۱، کمیت برداری: ۵
۲) کمیت نرده‌ای: ۲، کمیت برداری: ۴
۳) کمیت نرده‌ای: ۳، کمیت برداری: ۳
۴) کمیت نرده‌ای: ۴، کمیت برداری: ۲

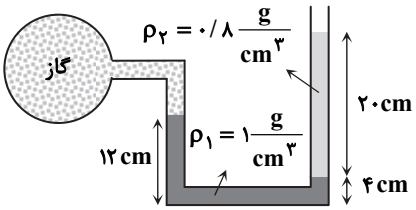
۴۲- در شکل روبه‌رو، درپوش پلاستیکی با مساحت $۴\,cm^۲$، بخش باریک مخزن را مسدود نموده است؛ به‌طوری که اگر به درپوش نیروی خالص بیشتر از $۱۲۰\,N$ وارد شود، از دهانهٔ مخزن جدا می‌گردد. ارتفاع آب درون ظرف (h) حداکثر چند متر باشد تا درپوش جدا نشود؟



$(P_{\circ} = ۱۰^۵\,Pa \text{ و } \rho_{آب} = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳} \text{ و } g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۴۳- مطابق شکل، درون لولهٔ U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز متصل شده است، دو مایع مخلوط‌نشدنی وجود دارد. در این‌صورت، فشار گاز درون مخزن ..... پاسکال ..... از فشار هوای محیط است. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

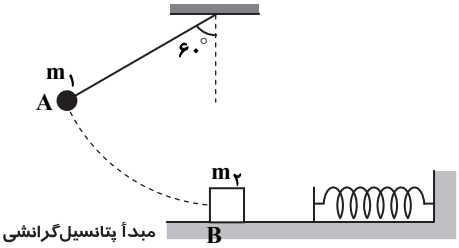


۱) ۴۰۰، بیشتر
۲) ۴۰۰، کمتر
۳) ۸۰۰، بیشتر
۴) ۸۰۰، کمتر

۴۴- پسربچه‌ای توپی ساکن به جرم $۰/۵\,kg$ را از زمین بلند کرده، تا ارتفاع $۱m$ از سطح زمین بالا برده و سپس آن را با تندی $۴\frac{m}{s}$ پرتاب می‌کند. او در این دو مرحله مجموعاً چند ژول کار روی توپ انجام داده است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۹
۴) ۱۲

۴۵- مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم $۲۰۰\,g$ که به کمک نخ سبکی به طول $۲m$ از سقف آویزان است را از نقطهٔ A رها می‌کنیم. گلوله در نقطهٔ B به جسم دیگری برخورد می‌کند و $\frac{۱}{۴}$ انرژی مکانیکی خود را به آن می‌دهد. بیشترین انرژی پتانسیل ذخیره‌شده در فنری که در انتهای مسیر حرکت جسم قرار دارد، چند ژول خواهد بود؟ (از اتلاف انرژی در مسیر حرکت جسم‌ها صرف‌نظر می‌کنیم و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۰/۵
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

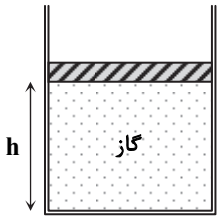
۴۶- جسمی به جرم m با گرمای ویژهٔ c و دمای $80^\circ C$ را درون مایعی با دمای صفر درجهٔ سلسیوس قرار می‌دهیم و پس از گذشت زمان زیادی دمای مجموعه به $20^\circ C$ می‌رسد. سپس جسم دیگری به جرم $2m$، گرمای ویژهٔ $2c$ و دمای $80^\circ C$ را به مجموعه اضافه می‌کنیم. اگر تغییر حالت در جسم‌ها رخ ندهد، دمای تعادل نهایی چند درجهٔ سلسیوس است؟ (از تبادل انرژی با محیط صرف‌نظر می‌شود.)

۱) ۷۰ ۲) ۶۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۰

۴۷- حداقل چند گرم آب $20^\circ C$ را باید بر روی ۱۰۰۰ گرم یخ $-10^\circ C$ بریزیم تا دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس شود؟ ($c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{kJ}{kg \cdot K}$، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ و $L_F = 336 \frac{kJ}{kg}$ و از تبادل گرما با محیط صرف‌نظر شود.)

۱) ۵۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۴۲۵۰

۴۸- مطابق شکل، درون استوانه‌ای، $2L$ گاز با دمای $27^\circ C$ قرار دارد. دمای گاز را در فشار ثابت تا $57^\circ C$ افزایش می‌دهیم و در این صورت پیستون به‌اندازهٔ Δh بالا می‌رود. نسبت $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟



۱) ۰/۱

۲) ۰/۲

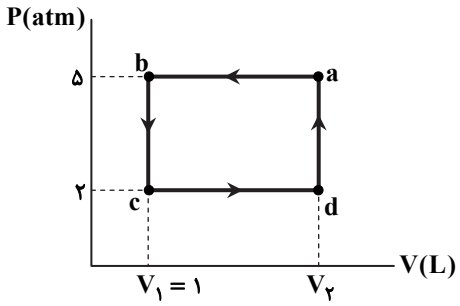
۳) ۰/۳

۴) ۰/۴

۴۹- یک گاز آرمانی به حجم $2L$ در فشار ثابت $1/5 atm$، مقدار $14J$ گرما به محیط می‌دهد و حجم آن ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. در این فرایند، انرژی درونی گاز چند ژول تغییر می‌کند؟ ($1atm = 10^5 Pa$)

۱) ۷۴ ۲) ۶۰ ۳) ۴۶ ۴) ۱۶

۵۰- نمودار $P-V$ رسم‌شده، چرخهٔ یک گاز کامل (آرمانی) را نشان می‌دهد. اگر گاز در فرایند abc، $4200J$ گرما از دست داده باشد و در فرایند cda، $3300J$ گرما دریافت کرده باشد، V_2 چند لیتر است؟ ($1atm = 10^5 Pa$)



۱) $\frac{3}{2}$

۲) ۲

۳) $\frac{7}{2}$

۴) ۴

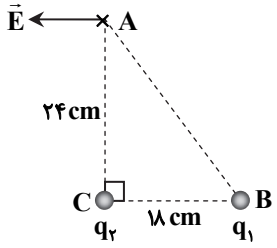
۵۱- به دو انتهای فنری که دارای طول عادی L و ضریب سختی $100 \frac{N}{m}$ می‌باشد، دو ذرهٔ باردار با بارهای ۵ و ۶ میکروکولن را می‌بندیم و روی سطح افقی قرار می‌دهیم. طول فنر ۳ سانتی‌متر اضافه می‌شود. طول اولیهٔ فنر (L) کدام است؟

۱) $27\sqrt{2}$ ۲) ۲۷ ۳) $13/5\sqrt{2}$ ۴) ۳۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۲- در شکل روبه‌رو اگر میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در رأس A، مثلث قائم‌الزاویه به موازات ضلع BC باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

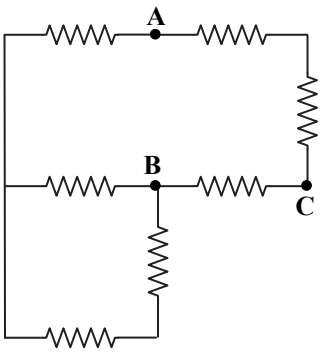


۱) $\frac{۱۶}{۲۵}$
۲) $-\frac{۱۶}{۲۵}$
۳) $-\frac{۶۴}{۱۲۵}$
۴) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$

۵۳- ظرفیت خازنی ۴۰ میکروفاراد و بار الکتریکی آن q است. ۱ ژول انرژی باید مصرف کنیم تا $+۴\,mC$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم. q چند میلی‌کولن است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۲

۵۴- در مدار شکل زیر تمام مقاومت‌ها مشابه هستند. مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند برابر مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و C است؟

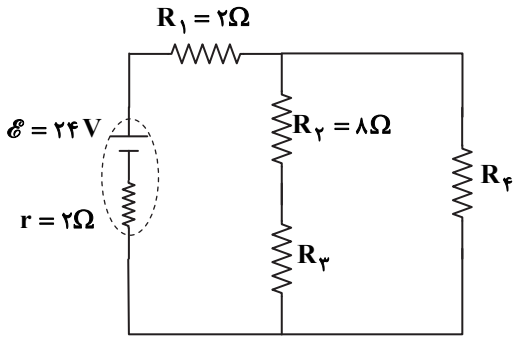


۱) $\frac{۱۵}{۱۶}$
۲) $\frac{۱۶}{۱۵}$
۳) $\frac{۷}{۸}$
۴) $\frac{۸}{۷}$

۵۵- چهار عدد لامپ مشابه را یک بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به هم می‌بندیم و آن‌ها را هر بار به ولتاژ V متصل می‌نماییم. توان مصرفی مجموعهٔ لامپ‌ها در حالت موازی چند برابر حالت متوالی است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۱۶}$
۴) ۱۶

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی R_1، R_2 و R_3 یکسان باشد، توان مفید باتری چند وات است؟

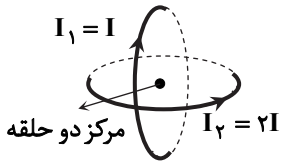


۱) ۳۰
۲) ۳۶
۳) ۴۰
۴) ۴۸

محل انجام محاسبات

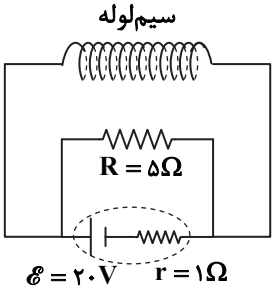
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷- مطابق شکل، دو حلقهٔ مشابه به شعاع $10cm$ را به‌صورت عمود بر هم قرار داده و از یکی جریان I و از دیگری جریان $2I$ عبور می‌دهیم. اگر بزرگی میدان مغناطیسی برایند حاصل از دو حلقه در مرکز آن‌ها $6\sqrt{5}\times10^{-6}\,T$ باشد، I چند آمپر است؟ $(\mu_\circ = 12\times10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A})$



۱) ۰/۵ ۲) ۱/۰ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۰

۵۸- در مدار شکل روبه‌رو از یک سیم‌لوله با مقاومت 20Ω، تعداد دور ۵۰۰۰ و طول $40cm$ استفاده کرده‌ایم. اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند میلی‌تسلا است؟ $(\mu_\circ = 12\times10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A})$

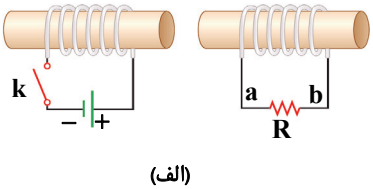


۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۴۸
۴) ۶۰

۵۹- پیچهٔ مسطحی با ۲۰۰ حلقه عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد و اندازهٔ میدان مغناطیسی با آهنگ $0/4\,\frac{T}{s}$ افزایش می‌یابد. اگر اندازهٔ نیروی محرکهٔ متوسط القاشده در پیچه $20mV$ باشد، مساحت هر حلقهٔ آن چند سانتی‌متر مربع است؟

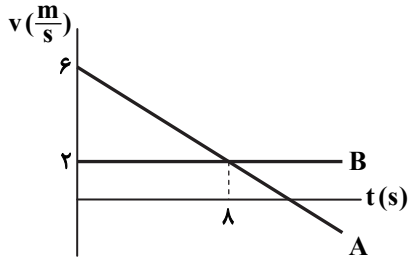
۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴/۵

۶۰- در شکل (الف) جهت جریان القایی در مقاومت R هنگام وصل کلید و در شکل (ب) جهت جریان القایی در حلقه هنگام کاهش مقاومت رئوستا به‌ترتیب کدام است؟



۱) a به b- ساعت‌گرد
۲) b به a- ساعت‌گرد
۳) a به b- پادساعت‌گرد
۴) b به a- پادساعت‌گرد

۶۱- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که در ابتدا در یک محل قرار دارند، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که متحرک A متوقف می‌شود، دو متحرک در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند؟



۱) ۶m
۲) ۱۲m
۳) ۲۴m
۴) ۳۶m

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۲- دو متحرک A و B از فاصلهٔ ۱۲۵ متری یکدیگر و از حال سکون با شتاب‌های ثابت به‌اندازهٔ $a_A = ۲\frac{m}{s^۲}$ و a_B به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و ۵ ثانیه پس از شروع حرکت، از کنار هم عبور می‌کنند. در لحظه‌ای که متحرک B از نقطهٔ شروع متحرک A می‌گذرد، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟

۱) $\frac{۱۲۵}{۳}$ ۲) $\frac{۱۲۵}{۲}$ ۳) ۲۵ ۴) $\frac{۱۲۵}{۴}$

۶۳- گلوله‌ای در شرایط خلاء از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به ۵۰ متری سطح زمین می‌رسد سرعتش $۱۵\frac{m}{s}$ می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن به زمین می‌رسد؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲ ۲) ۳/۵ ۳) ۵ ۴) ۶/۵

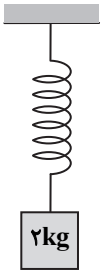
۶۴- به‌وسیلهٔ یک طناب با جرم ناچیز، وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم از بالای بام یک ساختمان در راستای قائم به‌طرف پایین فرستاده می‌شود. در یک بخش از مسیر، تندی وزنه در هر ثانیه $۳\frac{m}{s}$ زیاد و در یک بخش دیگر از مسیر، تندی وزنه در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ کم می‌شود. بزرگی نیروی کشش طناب در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۶۵- یک جعبهٔ چوبی به جرم m را روی سطح افقی زمین با سرعت $۲\frac{m}{s}$ به طرف جلو هل می‌دهیم و رها می‌کنیم. از لحظه‌ای که جعبه را رها می‌کنیم، ۸۰ سانتی‌متر روی سطح حرکت می‌کند و متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جعبه و سطح تکیه‌گاه (زمین) کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۶۶- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم ۲kg به انتهای فنری با جرم ناچیز آویخته شده و در راستای قائم بالا و پایین می‌رود (نوسان می‌کند). اگر در یک لحظه تندی وزنه $۴\frac{m}{s}$ و جهت حرکت آن به‌طرف بالا باشد و ۰/۴ ثانیه بعد از آن، تندی وزنه $۲\frac{m}{s}$ و جهت حرکت آن به‌طرف پایین باشد، اندازهٔ نیروی متوسطی که فنر در این مدت بر وزنه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۰

۲) ۲۰

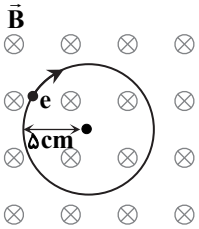
۳) ۴۰

۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷- مطابق شکل، الکترونی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به‌بزرگی B حرکت می‌کند و از طرف میدان، به آن نیروی $F = ۲\times۱۰^{-۱۵}\ N$ وارد می‌شود تا الکترون به‌طور یکنواخت در مسیر دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر بچرخد. انرژی جنبشی الکترون چند الکترون‌ولت است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی الکترون $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$ و جرم آن $m_e = ۹\times۱۰^{-۳۱}\ kg$ است.)



۱) ۶/۲۵

۲) ۱۲/۵

۳) ۳۱۲/۵

۴) ۵۰۰

۶۸- فنری با جرم ناچیز از سقف آویزان بوده و طول عادی خود را دارد. جسمی به جرم m به فنر آویزان می‌کنیم و اجازه می‌دهیم تا به‌آرامی ۱۰ سانتی‌متر پایین رفته و به حالت تعادل درآید. اگر با ضربه‌ای، جسم را در راستای قائم به نوسان درآوریم و بیشینهٔ تندی جسمِ در حال نوسان، ۰/۲ متر بر ثانیه باشد، دامنهٔ نوسان چند سانتی‌متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۵

۶۹- در یک حرکت هماهنگ سادهٔ وزنه- فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک، جرم وزنهٔ آن ۲۰۰ گرم و فاصلهٔ دو انتهای مسیر از یکدیگر ۱۲ میلی‌متر است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ وزنه از وضع تعادل ۶ میلی‌متر می‌شود، انرژی پتانسیل کشسانی برابر $\frac{۵}{۲}$ ژول است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $U_۱$ است، تندی حرکت آن $v_۱$ می‌شود. کدام گزینه می‌تواند مقدار درستی از $U_۱$ و $v_۱$ باشد؟

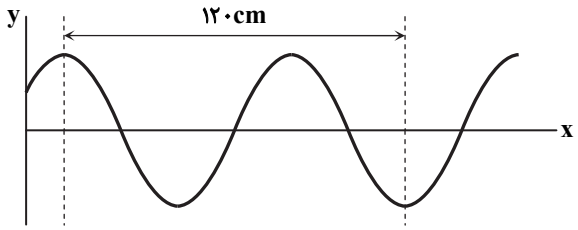
۱) $U_۱ = ۰$ ، $v_۱ = \frac{۵\sqrt{۳}}{۴}\frac{m}{s}$

۲) $U_۱ = \frac{۵}{۲}J$ ، $v_۱ = ۵\frac{m}{s}$

۳) $U_۱ = \frac{۵}{۶}J$ ، $v_۱ = \frac{۵\sqrt{۶}}{۳}\frac{m}{s}$

۴) $U_۱ = \frac{۵}{۳}J$ ، $v_۱ = \frac{۵\sqrt{۳}}{۴}\frac{m}{s}$

۷۰- شکل روبه‌رو مربوط به انتشار موجی با بسامد $۱۰۰Hz$ در یک تار است. اگر جرم هر ۵۰ سانتی‌متر از تار ۵ گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟



۱) ۶۴۰

۲) ۳۲۰

۳) ۶۴

۴) ۳۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۱- یک موج الکترومغناطیسی با طول موج ۴۸۰ نانومتر در خلأ در خلاف جهت محور x در حال انتشار بوده و در لحظهٔ t_1 جهت میدان مغناطیسی در یک نقطه رو به بالا و بیشینه است. ۴×۱۰^{-۱۶} ثانیه پس از این لحظه جهت میدان الکتریکی و مقدار آن در این نقطه چگونه است؟

$(c=۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$

۱) برون‌سو و بیشینه ۲) درون‌سو و بیشینه ۳) صفر ۴) رو به پایین و بیشینه

۷۲- در محلی که تراز شدت صوت دریافتی ۵۰ دسی‌بل است، سطح گیرنده به‌شکل قرصی با شعاع ۲۰cm، بر راستای انتشار موج عمود است. این گیرنده در هر ساعت تقریباً چند میکروژول انرژی دریافت می‌کند؟ $(I_{\circ}=۱۰^{-۱۲}\ \frac{W}{m^۲})$

۱) ۴۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۴۵۰ ۴) ۱۳۵۰

۷۳- در یک آزمایش فوتوالکتریک، هنگامی که بسامد فوتون‌های تابشی ۱/۵ برابر می‌شود، انرژی جنبشی بیشینهٔ الکترون‌های جداشده از فلز، ۲ برابر می‌شود. بسامد فوتون‌های تابشی اولیه چند برابر بسامد آستانه است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

۷۴- گسترهٔ طول‌موج‌های رشتهٔ پاشن $(n'=۳)$ در طیف هیدروژن اتمی چند نانومتر است؟ $(\frac{۱}{R}\simeq ۹۲nm)$ و اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول‌موج در هر رشته را گسترهٔ طول‌موج‌های آن رشته می‌نامند.)

۱) ۵۴۰ ۲) ۱۰۶۰ ۳) ۲۲۳۰ ۴) ۳۱۸۰

۷۵- هستهٔ اورانیم $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ با جذب یک نوترون دچار شکافت شده و به دو هستهٔ $^{۱۴۱}_{۵۶}X$ و Y و ۴ نوترون تبدیل شده و طی آن ۲۰۰ میلیون الکترون‌ولت انرژی آزاد می‌شود. تعداد نوترون‌های هستهٔ Y کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۵۷ ۳) ۶۱ ۴) ۶۲

شیمی

۳۰ دقیقه
زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

۷۶- در کدام انتقال الکترونی در اتم هیدروژن، طول موج پرتوی حاصل کوتاه‌تر است؟

۱) $n=۲$ به $n=۱$ ۲) $n=۶$ به $n=۵$ ۳) $n=۴$ به $n=۳$ ۴) $n=۳$ به $n=۲$

۷۷- اگر فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های $^{A}_{Z}X$، $^{A+۲}_{Z}X$ و $^{A+۳}_{Z}X$ در طبیعت به‌ترتیب برابر ۱، ۳ و ۴ باشد، جرم اتمی میانگین عنصر X چند واحد با جرم اتمی سبک‌ترین ایزوتوپ آن اختلاف دارد؟

۱) ۱/۷۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۵

۷۸- اگر جرم ۰/۵ مول از عنصر A با جرم $\frac{۱}{۳}$ مول عنصر B برابر باشد، شمار اتم‌ها در ۱۰ گرم عنصر A چند برابر شمار اتم‌ها در ۳ گرم عنصر B است؟

۱) ۱ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۱۰

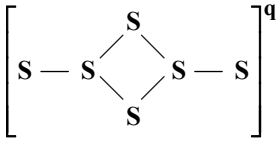
۷۹- مخلوطی گازی شامل ۲۰ درصد حجمی اتان، ۴۰ درصد حجمی متان و ۴۰ درصد حجمی پروپان را به نسبت استوکیومتری با گاز اکسیژن خالص می‌سوزانیم. به شرط کامل بودن واکنش‌ها، چند درصد مولی مخلوط حاصل را کربن دی‌اکسید تشکیل می‌دهد؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- اختلاف بار گونهٔ داده‌شده (q) با مقدار بار الکتریکی یون سیلیکات کدام است؟ (همهٔ اتم‌ها آرایش هشت‌تایی پایدار دارند.)



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۸۱- به $100mL$ محلول ۲۰ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی $1/2g\cdot mL^{-1}$، $300mL$ محلول ۲ مولار آن اضافه می‌کنیم. $50mL$ از این محلول توسط چند گرم سولفوریک اسید ۹۸ درصد خالص خنثی می‌شود؟ $(NaOH=40g\cdot mol^{-1}, H_2SO_4=98g\cdot mol^{-1})$

۱) ۷/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

۸۲- برای حذف Fe^{3+} از ۴۰ تن فاضلاب شهری با غلظت $70ppm$، چند کیلوگرم سدیم هیدروکسید با خلوص ۸۰ درصد لازم است؟

$(NaOH=40, Fe=56: g\cdot mol^{-1})$

۱) ۷۵۰۰ ۲) ۷/۵ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۳۰

۸۳- انحلال‌پذیری نمک A در دمای $70^\circ C$، ۳ برابر انحلال‌پذیری آن در دمای $20^\circ C$ است. اگر ۱۱۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک را از دمای $70^\circ C$ تا دمای $20^\circ C$ سرد کنیم، ۴۰۰ گرم بلور نمک A حاصل می‌شود. انحلال‌پذیری نمک A در دمای $20^\circ C$ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۸۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نیروی بین مولکولی در ید قوی‌تر از آب است.
- انحلال‌پذیری متانول نسبت به اتانول (در آب) بیشتر است.
- هالیدهای هیدروژن، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.
- در روش تصفیهٔ آب به روش اسمز معکوس، ترکیب‌های آلی فرّار در آب باقی می‌مانند.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۵- بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی عناصر اصلی A، B، C، D و E به‌ترتیب $3p^1$، $3p^2$، $3p^5$، $4s^1$ و $4s^2$ است. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در میان این عنصرها، عنصر C کوچک‌ترین و عنصر D بزرگ‌ترین شعاع اتمی را دارد.
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری عنصر D از E بیشتر است.
- یون‌های پایدار C و D هم الکترون هستند.
- نخستین عنصر واسطهٔ جدول دوره‌ای، پس از عنصر E قرار دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۳

۸۶- کدام نام برای یک آلکان درست است؟

۱) ۳- اتیل- ۴ ، ۴- دی‌متیل هگزان
۲) ۴- اتیل- ۳ ، ۴- دی‌متیل هگزان
۳) ۳- اتیل- ۳ ، ۴- دی‌متیل هگزان
۴) ۴- اتیل- ۲ ، ۵- دی‌متیل هگزان

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۷- ۴kg کلوخه‌ای از گوگرد را طی مراحل زیر به H_2SO_4 تبدیل می‌کنیم. اگر بازده درصدی واکنش‌ها به‌ترتیب ۱۰۰، ۴۰ و ۸۰ باشد و با اضافه کردن آب و رساندن حجم محلول به ۲۰۰ لیتر، محلول ۰/۱ مولار سولفوریک اسید حاصل شود، درصد خلوص گوگرد در کلوخهٔ اولیه کدام است؟

$(S = 32\ g \cdot mol^{-1})$

$S(s) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g)$

$2SO_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2SO_3(g)$

$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq)$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۸۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در واکنش $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$، تعداد پیوندهای کووالانسی افزایش می‌یابد.
- در واکنش $2NO_2Cl \rightarrow 2NO_2 + Cl_2$، تعداد پیوندهای کووالانسی کاهش می‌یابد.
- تعداد پیوندهای کووالانسی در ساختار سومین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها و دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، برابر است.
- تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار نفتالن با تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار ویتامین C (ث) برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی زیر، با گرمای آزاد شده از سوختن چند گرم متان، می‌توان یک کیلوگرم جیوه تولید کرد؟ (بازده درصدی واکنش تولید جیوه ۸۰ درصد است، $H = 1, C = 12, Hg = 200 : g \cdot mol^{-1}$)

$CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g) + 900kJ$

$2HgO(s) + 180kJ \rightarrow 2Hg(l) + O_2(g)$

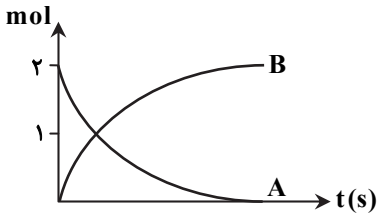
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۸

۹۰- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- ماده‌ای که انرژی گرمایی بیشتر دارد، نسبت به ماده با انرژی گرمایی کمتر، به یقین دمای بالاتری دارد.
- گرم کردن یک ماده با گرمای ویژهٔ بالاتر به میزان معین، از ماده‌ای با گرمای ویژهٔ کمتر، دشوارتر است.
- گرمای مبادله‌شده در یک واکنش شیمیایی در دمای ثابت، ناشی از تغییر انرژی پتانسیل مواد است.
- مقایسهٔ آنتالپی پیوندها در گازهای نیتروژن، اکسیژن و هیدروژن به صورت $N_2 > O_2 > H_2$ است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۱- دانشجویی در آزمایشگاه، واکنش $A \rightarrow 2B + C$ را به منظور تولید مادهٔ B انجام می‌دهد، اما در ظرف، واکنش ناخواستهٔ دیگری نیز انجام می‌شود. بر اساس نمودار زیر، بازده درصدی واکنش هدف کدام است؟



۱) ۲۰

۲) ۵۰

۳) ۸۰

۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲- سرعت متوسط واکنش $2A \rightarrow 2B + 3C$، ثابت و برابر $0/04\,mol \cdot s^{-1}$ است. اگر پس از ۲ دقیقه، مجموع شمار مول‌های فراورده‌ها، ۵ برابر واکنش‌دهنده باشد، مقدار اولیهٔ A چند مول است و پس از چند ثانیهٔ دیگر، A به طور کامل مصرف می‌شود؟

۱) ۷/۲ ، ۳۰
۲) ۷/۲ ، ۶۰
۳) ۱۴/۴ ، ۳۰
۴) ۱۴/۴ ، ۶۰

۹۳- کدام عبارت نادرست است؟

۱) سلولز یک درشت مولکول طبیعی و یک پلی‌استر حلقوی محسوب می‌شود.
۲) شمار پیوندهای دوگانهٔ بنزوئیک اسید، یک واحد کمتر از نفتالن است.
۳) گروه عاملی ترکیب آلی موجود در بادام، از ۳ نوع عنصر تشکیل شده است.
۴) مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی ۲- هپتانون، دو برابر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی متیل استات است.

۹۴- اختلاف جرم اتانول و متانول حاصل از آبکافت ۲/۳ گرم اتیل بوتانوات و ۱۲ گرم متیل متانوات، چند گرم است؟

$(H = 1 , C = 12 , O = 16 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱/۴
۲) ۲/۸
۳) ۵/۶
۴) ۱۱/۲

۹۵- تعداد پیوندهای اشتراکی در $+CH_2 - CH_2+_{200}$، چند برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در پلی‌استر حاصل از $HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ و $\overset{OH}{\overset{|}{CH_2}}-\overset{OH}{\overset{|}{CH_2}}$ با ۲۰۰ واحد تکرارشونده در هر زنجیر است؟

۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

۹۶- زنجیر هیدروکربنی در دو نوع پاک‌کنندهٔ صابونی و غیرصابونی، سیرشده و هم‌کربن هستند. اگر کاتیون موجود در هر دو Na^+ باشد، اختلاف جرم مولی آن‌ها برحسب گرم کدام است؟ $(H = 1 , C = 12 , O = 16 , S = 32 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۳۶
۲) ۷۲
۳) ۱۱۲
۴) ۱۴۴

۹۷- pH محلول ۰/۲ مولار اسید HA با pH محلول ۰/۱ مولار نیتریک اسید برابر است. ثابت یونش اسید HA کدام است؟

۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۲
۴) ۰/۴

۹۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در محلول اتانوئیک اسید، تعداد زیادی مولکول اسید با تعداد اندکی یون‌های استات و هیدرونیوم، در تعادل هستند.
- محلول اتانول در آب، خاصیت بازی و محلول ویتامین C در آب، خاصیت اسیدی دارد.
- قدرت اسیدی فورمیک اسید نسبت به HF کمتر ولی نسبت به اتانوئیک اسید بیشتر است.
- از محلول غلیظ سود به عنوان لوله بازکن و از محلول آمونیاک به عنوان شیشه پاک‌کن استفاده می‌شود.
- جهت افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون، علاوه بر سدیم فسفات، می‌توان از سدیم هیدروژن کربنات نیز استفاده کرد.

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۹- در ارتباط با سلول گالوانی $Al - Ag$، چند مطلب درست است؟ $(Al = ۲۷ , Ag = ۱۰۸ : g \cdot mol^{-۱})$

- جهت حرکت الکترون‌ها در دیوارهٔ متخلخل، از نیم‌سلول آلومینیم به سمت نیم‌سلول نقره است.
- اگر جرم هر دو تیغهٔ آندی و کاتدی در آغاز یکسان باشد، با مبادلهٔ ۰/۳ مول الکترون، اختلاف جرم آن‌ها به ۲۹/۷ گرم می‌رسد.
- مجموع ضرایب مواد در معادلهٔ واکنش کلی سلول برابر ۸ است.
- در صورتی که به جای Ag از Cu استفاده شود، میزان افزایش دمای ناشی از کارکرد سلول کمتر می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۰- کدام مطلب نادرست است؟

۱) در بخش آندی برقکافت آب، کاغذ pH به رنگ سرخ مشاهده می‌شود.

۲) سرعت خوردگی آهن در محیط اسیدی به دلیل بیشتر بودن پتانسیل کاهشی $O_۲$ در این محیط، بیشتر است.

۳) در سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب، فلز مذاب حاصل در سطح الکترولیت جمع‌آوری می‌شود.

۴) اگر در سطح حلبی خراش عمیقی ایجاد شود، فلز آهن اکسایش و کاتیون قلع کاهش می‌یابد.

۱۰۱- قطعه‌ای از الماس به جرم ۰/۱۲ گرم و قطعه‌ای از گرافیت به جرم ۰/۱۶ گرم موجود است. نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار الماس به گرافیت کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۰۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور $AlF_۳$ نسبت به $MgF_۲$ بیشتر است.
- آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور $NaCl$ نسبت به KBr بیشتر است.
- چگالی بار آنیون فسفید نسبت به آنیون اکسید، بیشتر است.
- مقاومت تیتانیم در برابر خوردگی نسبت به آهن، بیشتر است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، گازهای CO، NO، $NO_۲$ و C_xH_y حذف می‌شوند.

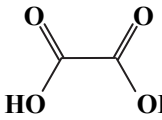
۲) در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، جهت حذف اکسیدهای نیتروژن از آمونیاک استفاده می‌شود.

۳) کاتالیزگر واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید، پتاسیم یدید و کاتالیزگر واکنش سوختن هیدروژن، می‌تواند پلاتین یا روی باشد.

۴) فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن، در دمای اتاق، واکنش شدیدی با گاز اکسیژن می‌دهد.

۱۰۴- ۵ مول $NO_۲$ را در سامانه‌ای ۲ لیتری وارد می‌کنیم تا تعادل گازی $۲NO_۲(g) \rightleftharpoons N_۲O_۴(g)$ برقرار شود. اگر غلظت $N_۲O_۴$ در لحظهٔ تعادل، ۱ مولار باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۰۵- مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، چند برابر مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در تبدیل اتیلن گلیکول به اگزالیک اسید () است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

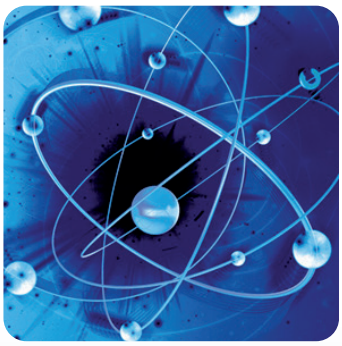
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

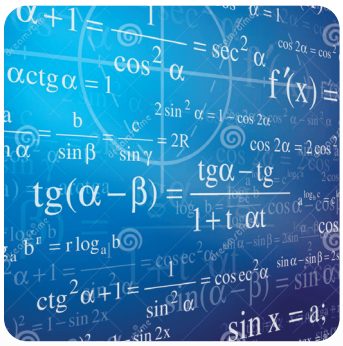
دفترچهٔ پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۲ (مرحلهٔ ۲۰)

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی





سال تحصیلی
۰۱-۰۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بنا مرز

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۰۲-۰۱

پاسخ تشریحی آزمون ۹ تیر ۱۴۰۲

تذکرهای مهم

- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**

- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۲۰ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.

gozine2.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون ۹ تیر ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)

نکته: اگر اعداد a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه: $ac = b^2$

نکته: جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: $a_n = a_1 + (n-1)d$

نکته: مجموع n جملهٔ ابتدایی یک دنبالهٔ حسابی از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

اگر جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی را a_1 و قدرنسبت آن را d بنامیم جملات اول، سوم و نهم این دنباله به‌ترتیب برابر a_1، $a_1 + 2d$ و $a_1 + 8d$ هستند. این سه جمله، جملات متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند، پس:

$$a_1(a_1 + 8d) = (a_1 + 2d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d = a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 \Rightarrow 4a_1d = 4d^2 \Rightarrow d = 0 \text{ یا } a_1 = d$$

دنبالهٔ حسابی ثابت نیست، پس جواب $d = 0$ غیرقابل‌قبول است و $a_1 = d$، پس مجموع یازده جملهٔ ابتدایی این دنباله برابر است با:

$$S_{11} = \frac{11}{2}(2a_1 + (11-1)d) = \frac{11}{2}(2a_1 + 10d) = \frac{11}{2}(2a_1 + 10a_1) = \frac{11}{2} \times 12a_1 = 66a_1$$

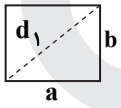
مجموع به‌دست آمده، ۶۶ برابر جملهٔ اول است.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۱، فصل ۴)

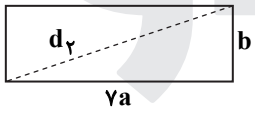
نکته: طول قطر هر مستطیل برابر رادیکال مجموع مجذور اضلاع آن است.

مستطیل را در دو حالت روبه‌رو در نظر بگیرید.

حالت اول:



حالت دوم:



در حالت اول طول قطر طبق رابطهٔ فیثاغورس برابر $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ و در حالت دوم برابر $d_2 = \sqrt{(7a)^2 + b^2}$ است.

از آنجا که $d_2 = 5d_1$ داریم:

$$d_2 = 5d_1 \Rightarrow \sqrt{49a^2 + b^2} = 5\sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow 49a^2 + b^2 = 25(a^2 + b^2) \Rightarrow 49a^2 + b^2 = 25a^2 + 25b^2$$

$$\Rightarrow 24a^2 = 24b^2 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$$

با توجه به مثبت بودن اندازه‌های a و b قطعاً رابطهٔ $a = b$ برقرار است.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

در $x = \beta$ عرض هر دو تابع برابر صفر است، پس:

$$\left.\begin{array}{l} f(\beta) = 0 \Rightarrow \beta^2 + \beta - m = 0 \xrightarrow{\times 2} 2\beta^2 + 2\beta - 2m = 0 \\ g(\beta) = 0 \Rightarrow 2\beta^2 - 16\beta + 4m = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow{-} (2\beta^2 + 2\beta - 2m) - (2\beta^2 - 16\beta + 4m) = 0$$

$$\Rightarrow 18\beta - 6m = 0 \Rightarrow \beta = \frac{m}{3}$$

با جای‌گذاری $\beta = \frac{m}{3}$ در معادلهٔ تابع f داریم:

$$f(\beta) = 0 \Rightarrow f(\frac{m}{3}) = 0 \Rightarrow \frac{m^2}{9} + \frac{m}{3} - m = 0 \xrightarrow{\times 9} m^2 + 3m - 9m = 0 \Rightarrow m(m-6) = 0$$

$$\Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 6$$

با توجه به نمودار داده‌شده می‌دانیم β عددی مثبت است، پس $m = 0$ غیرقابل‌قبول بوده و $m = 6$. بنابراین برای یافتن α و γ، دو ریشهٔ دیگر این توابع داریم:

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -3, 2 \\ g(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 16x + 24 = 0 \Rightarrow 2(x-2)(x-6) = 0 \Rightarrow x = 2, 6 \end{cases} \Rightarrow \gamma = -3 \ , \ \beta = 2 \ , \ \alpha = 6 \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 5$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: به‌ازای هر مقدار حقیقی a داریم: $|a|^۲ = a^۲$

نکته: $a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b)$

برای آنکه خواستهٔ مسئله را بیابیم باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$|x^۲+۳x+۲| < x+۵$$

توجه کنید برای آنکه این نامساوی برقرار باشد، حتماً $x+۵$ مثبت است (زیرا از عبارت نامنفی قدرمطلقی بیشتر است) یعنی $x > -۵$، اکنون دو طرف نامعادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$|x^۲+۳x+۲| < x+۵ \Rightarrow |x^۲+۳x+۲|^۲ < (x+۵)^۲ \Rightarrow (x^۲+۳x+۲)^۲ - (x+۵)^۲ < ۰$$

$$\Rightarrow ((x^۲+۳x+۲)+(x+۵))((x^۲+۳x+۲)-(x+۵)) < ۰ \Rightarrow (x^۲+۴x+۷)(x^۲+۲x-۳) < ۰$$

با توجه به اینکه عبارت $x^۲+۴x+۷$ همواره مثبت است ($\Delta < ۰$ و $a > ۰$)، پس باید نامعادلهٔ $x^۲+۲x-۳ < ۰$ را حل کنیم یعنی $(x-۱)(x+۳) < ۰$، پس $-۳ < x < ۱$ که در شرط $x > -۵$ نیز صدق می‌کند. این جواب شامل سه مقدار صحیح ۰، ۱- و ۲- است.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

نکته: شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ A و B برابر است با: $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

نکته: اگر دو خط با شیب‌های m و m' بر یکدیگر عمود باشند داریم: $m \times m' = -۱$

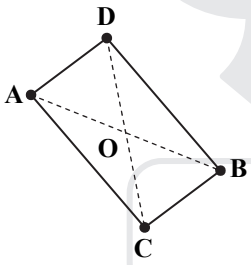
نکته: مختصات نقطهٔ O وسط دو نقطهٔ A و B برابر است با: $O(\frac{x_A+x_B}{۲}, \frac{y_A+y_B}{۲})$

شیب سه خط AB، AC و BC را پیدا می‌کنیم تا مشخص شود کدام رأس مثلث ABC قائمه است:

$$m_{AB} = \frac{۵-۳}{-۶-۳} = -\frac{۲}{۹} \qquad m_{BC} = \frac{۳-۱}{۳-۲} = ۲ \qquad m_{AC} = \frac{۵-۱}{-۶-۲} = -\frac{۱}{۲}$$

از آنجا که $m_{AC} \times m_{BC} = -۱$، پس AC عمود بر BC است و $\hat{C}$ برابر ۹۰° است.

یعنی اگر رأس چهارم مستطیل را D بنامیم شکل مستطیل به این صورت است:



قطرهای مستطیل (مانند هر متوازی‌الاضلاع دیگری) منصف یکدیگر هستند. پس اگر محل تلاقی اقطار مستطیل را O بنامیم، مختصات نقطهٔ O وسط دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$O(\frac{-۶+۳}{۲}, \frac{۵+۳}{۲}) \Rightarrow O(-\frac{۳}{۲}, ۴)$$

از طرفی O وسط دو رأس C و D نیز هست. پس:

$$\begin{cases} -\frac{۳}{۲} = \frac{x_D+۲}{۲} \Rightarrow x_D = -۵ \\ ۴ = \frac{y_D+۱}{۲} \Rightarrow y_D = ۷ \end{cases} \Rightarrow x_D + y_D = ۲$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۳)

نکته: اگر $f(a) = b$، آنگاه: $f^{-۱}(b) = a$

نکته: اگر $\log_b a = c$، آنگاه: $b^c = a$

نکته: $(fog)(x) = f(g(x))$

می‌دانیم $(f^{-۱}of^{-۱})(-\frac{۱}{۶}) = f^{-۱}(f^{-۱}(-\frac{۱}{۶}))$، پس ابتدا $f^{-۱}(-\frac{۱}{۶})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-۱}(-\frac{۱}{۶}) = a \Rightarrow f(a) = -\frac{۱}{۶} \Rightarrow \log_{۶۴}(۳a-۱) = -\frac{۱}{۶} \Rightarrow ۳a-۱ = ۶۴^{-\frac{۱}{۶}} \Rightarrow ۳a-۱ = \frac{۱}{\sqrt[۶]{۶۴}} \Rightarrow ۳a-۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

اکنون به محاسبهٔ $f^{-۱}(f^{-۱}(-\frac{۱}{۶})) = f^{-۱}(a) = f^{-۱}(\frac{۱}{۲})$ می‌پردازیم:

$$f^{-۱}(\frac{۱}{۲}) = b \Rightarrow f(b) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log_{۶۴}(۳b-۱) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۳b-۱ = ۶۴^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۳b-۱ = ۸ \Rightarrow ۳b = ۹ \Rightarrow b = ۳$$

بنابراین $(f^{-۱}of^{-۱})(-\frac{۱}{۶})$ برابر ۳ است.

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۱، فصل ۳)

نکته: فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

برای یافتن نقطهٔ تلاقی این دو منحنی، معادلهٔ ناشی از مساوی قرار دادن این دو را حل می‌کنیم:

$$3^x=(\sqrt{3})^{x+1}+18 \Rightarrow 3^x=\sqrt{3}^x\times\sqrt{3}+18$$

اکنون از تغییر متغیر $\sqrt{3}^x=t$ استفاده می‌کنیم. اگر $t=\sqrt{3}^x$، آنگاه $3^x=t^2$، پس:

$$3^x=\sqrt{3}^x\times\sqrt{3}+18 \Rightarrow t^2=\sqrt{3}t+18 \Rightarrow t^2-\sqrt{3}t-18=0 \Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}\pm\sqrt{3+72}}{2}$$

$$\Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}\pm5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t=3\sqrt{3} \text{ یا } t=-2\sqrt{3}$$

با توجه به مثبت بودن عبارت $\sqrt{3}^x$، جواب $t=-2\sqrt{3}$ غیرقابل‌قبول است، پس:

$$t=3\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}^x=3\sqrt{3} \Rightarrow 3^x=9\times3 \Rightarrow x=3$$

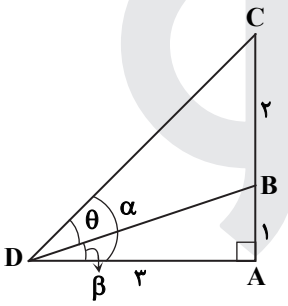
بنابراین نقطهٔ تقاطع نقطهٔ $A(3,27)$ است. فاصلهٔ این نقطه از نقطهٔ $B(0,24)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(3-0)^2+(27-24)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۴)

نکته: $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

مطابق شکل روبه‌رو، $\theta=\alpha-\beta$ و در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD طول وتر از رابطهٔ فیثاغورس برابر است با:



$$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$$

همچنین در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACD طول وتر برابر است با:

$$CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$$

بنابراین نسبت‌های مثلثاتی دو زاویهٔ α و β برابر است با:

$$\overset{\triangle}{ADC}:\sin\alpha=\frac{AC}{CD}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad \cos\alpha=\frac{AD}{CD}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\overset{\triangle}{ABD}:\sin\beta=\frac{AB}{BD}=\frac{1}{\sqrt{10}} \quad , \quad \cos\beta=\frac{AD}{BD}=\frac{3}{\sqrt{10}}$$

بنابراین مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$\sin\theta=\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{10}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{3-1}{\sqrt{20}}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

نکته: در تابع $y=a\cos(bx)+c$، ماکزیمم برابر $c+|a|$، مینیمم برابر $c-|a|$ و دورهٔ تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

عرض نقطهٔ A برابر ماکزیمم تابع و عرض نقطهٔ B برابر مینیمم تابع است، پس:

$$\begin{cases} c+|a|=2 \\ c-|a|=-4 \end{cases} \Rightarrow c=-1 \ , \ |a|=3 \xrightarrow{a>0} c=-1 \ , \ a=3$$

همچنین دو نقطهٔ A و B ماکزیمم و مینیمم متوالی تابع هستند، پس فاصلهٔ طولی آن‌ها برابر نصف دورهٔ تناوب است:

$$\frac{T}{2}=\frac{22}{9}-\frac{4}{9} \Rightarrow \frac{T}{2}=\frac{18}{9} \Rightarrow T=4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|}=4 \Rightarrow |b|=\frac{2\pi}{4} \xrightarrow{b>0} b=\frac{\pi}{2}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع f به‌صورت $f(x)=3\cos(\frac{\pi}{2}x-d)-1$ است. این تابع از نقطهٔ $A(\frac{4}{9},2)$ می‌گذرد. پس:

$$2=3\cos(\frac{\pi}{2}\times\frac{4}{9}-d)-1 \Rightarrow 3\cos(\frac{2\pi}{9}-d)=3 \Rightarrow \cos(\frac{2\pi}{9}-d)=1 \Rightarrow \frac{2\pi}{9}-d=2k\pi \Rightarrow d=-2k\pi+\frac{2\pi}{9} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

با توجه به اینکه $0<d<2\pi$، پس $d=\frac{2\pi}{9}$ و داریم:

$$\frac{ab}{cd}=\frac{3\times\frac{\pi}{2}}{-1\times\frac{2\pi}{9}}=\frac{-27\pi}{4\pi}=-6/75$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: جواب‌های معادلهٔ $\cos x = 0$ به‌صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ می‌باشد. $(k \in \mathbb{Z})$

نکته: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

به حل معادله می‌پردازیم:

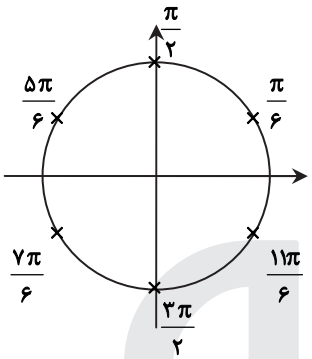
$$\frac{\sin 3x}{1-\cos 3x} = \frac{1-\cos 3x}{\sin 3x} \Rightarrow \sin^2 3x = (1-\cos 3x)^2 \Rightarrow 1-\cos^2 3x = 1+\cos^2 3x - 2\cos 3x$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 3x - 2\cos 3x = 0 \Rightarrow 2\cos 3x(\cos 3x - 1) = 0 \Rightarrow \cos 3x = 0 \text{ یا } \cos 3x = 1$$

توجه کنید جواب‌های معادلهٔ $\cos 3x = 1$ غیرقابل‌قبول هستند، زیرا به‌ازای آن‌ها مخرج کسر اول برابر صفر می‌شود.

$$\cos 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{6}$$

تمام جواب‌های به‌دست آمده در دایرهٔ مثلثاتی روبه‌رو علامت زده شده است که فاصلهٔ هر دو جواب متوالی آن‌ها برابر $\frac{2\pi}{6}$ یا $\frac{\pi}{3}$ است.



۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-\alpha$ برابر $p(\alpha)$ است.

با توجه به اینکه باقی‌ماندهٔ عبارت $p(x)$ بر $x+5$ برابر صفر است، مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$p(-5) = 0 \Rightarrow (-5)^{2n+2} - 25(-5)^{2n} + (-5)^2 + (-5) + a = 0$$

$$\Rightarrow 5^{2n+2} - 5^2 \times 5^{2n} + 25 - 5 + a = 0$$

$$\Rightarrow 5^{2n+2} - 5^{2n+2} + 20 + a = 0 \Rightarrow a = -20$$

برای یافتن باقی‌ماندهٔ $p(x)$ بر x^2-1 با توجه به تساوی $x^2 - 1 = 0$ باید در عبارت $p(x)$ به‌جای x^2، عدد یک را قرار دهیم.

$$P(x) = (x^2)^{n+1} - 25(x^2)^n + x^2 + x - 20 \Rightarrow P(x) = 1^{n+1} - 25 \times 1^n + 1 + x - 20 = 1 - 25 + 1 + x - 20 = x - 43$$

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۳)

نکته: حد تابع $\frac{f(x)}{g(x)}$ وقتی $x \to a$ به شرطی که $f(a)$ عددی مثبت و $g(x) \to 0^-$ باشد، برابر $-\infty$ است.

برای آنکه حاصل حد، نامتناهی شود، می‌بایست حد مخرج کسر وقتی $x \to \frac{\pi}{6}^+$ برابر صفر باشد.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}^+} (a\tan x + \cot x) = 0 \Rightarrow a\tan\frac{\pi}{6} + \cot\frac{\pi}{6} = 0 \Rightarrow a \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow a = -3$$

بنابراین مخرج کسر به‌صورت $-3\tan x + \cot x$ است. توجه کنید وقتی $x \to \frac{\pi}{6}^+$، آنگاه $\tan x > \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\cot x < \sqrt{3}$،

پس $-3\tan x + \cot x < 0$ بنابراین برای آنکه حاصل حد برابر $-\infty$ شود می‌بایست حد صورت کسر برابر عددی مثبت باشد. داریم:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}^+} (2ax + b) > 0 \Rightarrow -6 \times \frac{\pi}{6} + b > 0 \Rightarrow b > \pi$$

بنابراین:

$$a + b > \pi - 3$$

پس اگر $a+b$ عددی صحیح باشد، کمترین مقدار آن برابر ۱ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

نکته: اگر تابع f در $x=c$ پیوسته باشد، آنگاه: $\lim\limits_{x\to c^+} f(x) = \lim\limits_{x\to c^-} f(x) = f(c)$

ابتدا توجه کنید که $x^۲ < x$ یعنی $۰ < x < ۱$ و $x^۲ \geq x$ یعنی $x \geq ۱$ یا $x \leq ۰$، ضمناً می‌دانیم وقتی $۰ < x < ۱$، بنابراین $۱ < x+۱ < ۲$، پس $[x+۱] = ۱$ برای پیوسته بودن این تابع روی $\mathbb{R}$، کافی است پیوستگی این تابع در نقاط تغییر ضابطه یعنی صفر و یک بررسی شود. داریم:

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} (ax+b) = a+b$$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{\sin \pi x}{x-۱} = \frac{۰}{۰} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{-\sin(\pi x - \pi)}{x-۱} = \lim_{x\to ۱^-} \frac{-\sin(\pi(x-۱))}{\pi(x-۱)} \times \pi = -\pi$$

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x) = \lim_{x\to ۰^+} \frac{\sin \pi x}{x-۱} = \frac{۰}{-۱} = ۰$$

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x) = \lim_{x\to ۰^-} (ax+b) = ۰+b = b$$

بنابراین $a+b = -\pi$ و $b = ۰$ و در نتیجه $a = -\pi$ پس: $b-a = \pi$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: تعریف مشتق تابع f در $x=a$ به‌صورت $f'(a) = \lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ است.

نکته: $(\frac{f}{g})'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^۲(x)}$

در حد داده‌شده، حد مخرج کسر وقتی $x\to ۵$ برابر صفر است. برای آنکه حاصل حد موجود باشد می‌بایست حد صورت نیز صفر شود.

$$\lim_{x\to ۵} (f^۲(x)-۵) = ۰ \Rightarrow f^۲(۵)-۵ = ۰ \Rightarrow f(۵) = \pm\sqrt{۵}$$

با توجه به اینکه برد تابع تنها شامل اعداد منفی است، پس: $f(۵) = -\sqrt{۵}$

اکنون در حد داده‌شده تعریف مشتق در $x=۵$ را ایجاد می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۵} \frac{f^۲(x)-۵}{x-۵} = ۱۶ \Rightarrow \lim_{x\to ۵} \frac{(f(x)-\sqrt{۵})(f(x)+\sqrt{۵})}{x-۵} = ۱۶ \Rightarrow \lim_{x\to ۵}(f(x)-\sqrt{۵}) \times \lim_{x\to ۵} \frac{f(x)+\sqrt{۵}}{x-۵} = ۱۶$$

$$\Rightarrow (f(۵)-\sqrt{۵})f'(۵) = ۱۶ \Rightarrow (-۲\sqrt{۵}) \times f'(۵) = ۱۶ \Rightarrow f'(۵) = \frac{-۸}{\sqrt{۵}}$$

اکنون به محاسبهٔ مشتق تابع g می‌پردازیم:

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{f(x)} \Rightarrow g'(x) = \frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}} \times f(x) - f'(x) \times \sqrt{x}}{(f(x))^۲} \Rightarrow g'(۵) = \frac{\frac{۱}{۲\sqrt{۵}} \times (-\sqrt{۵}) - (\frac{-۸}{\sqrt{۵}}) \times \sqrt{۵}}{(-\sqrt{۵})^۲} \Rightarrow g'(۵) = \frac{-\frac{۱}{۲}+۸}{۵}$$

$$\Rightarrow g'(۵) = \frac{\frac{۱۵}{۲}}{۵} \Rightarrow g'(۵) = ۱/۵$$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۴)

نکته: $y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$

نکته: $y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$

تابع f را در یک دورهٔ تناوب ($۰ \leq x < ۲\pi$) در نظر می‌گیریم. نقطهٔ مشتق‌ناپذیری تابع f ریشهٔ معادلهٔ $\sin x - \cos ۲x = ۰$ است. داریم:

$$\sin x - \cos ۲x = ۰ \Rightarrow \sin x - (۱-۲\sin^۲ x) = ۰ \Rightarrow ۲\sin^۲ x + \sin x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow \sin x = -۱ \text{ یا } \sin x = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{۰\leq x<۲\pi} x = \frac{۳\pi}{۲} \text{ یا } x = \frac{\pi}{۶} \text{ یا } x = \frac{۵\pi}{۶}$$

فرض کنید $g(x) = \sin x - \cos ۲x$، مشتق تابع g برابر است با: $g'(x) = \cos x - ۲(-\sin ۲x) = \cos x + ۲\sin ۲x$

مشتق تابع f در هر سه نقطه یا با مشتق تابع g برابر است یا قرینهٔ آن است و در نقاطی که $g(x) = ۰$ مشتق راست و چپ تابع f برابر $\pm g'(x)$ است.

از آنجا که $g'(\frac{۳\pi}{۲}) = ۰$، پس تابع f در $x = \frac{۳\pi}{۲}$ مشتق‌پذیر است ($f'(\frac{۳\pi}{۲}) = ۰$) ولی تابع g در نقاط $x = \frac{\pi}{۶}$ و $x = \frac{۵\pi}{۶}$ مشتق‌ناپذیر است.

اختلاف مشتق راست و چپ تابع f در این دو نقطه، دو برابر مشتق تابع g در آن نقطه است؛ پس خواستهٔ مسئله برابر است با:

$$۲g'(\frac{\pi}{۶}) = ۲(\cos\frac{\pi}{۶} + ۲\sin\frac{\pi}{۳}) = ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲} + \sqrt{۳}) = ۳\sqrt{۳} \quad , \quad \left|۲g'(\frac{۵\pi}{۶})\right| = \left|۲(\cos\frac{۵\pi}{۶} + ۲\sin\frac{۵\pi}{۳})\right| = \left|۲(-\frac{\sqrt{۳}}{۲} - \sqrt{۳})\right| = \left|-۳\sqrt{۳}\right| = ۳\sqrt{۲}$$

در حالت $x = \frac{۵\pi}{۶}$ نیز اختلاف مشتق راست و چپ تابع f برابر $۳\sqrt{۳}$ است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

نکته: فرض کنیم $c \in D_f$ و f در یک همسایگی از c تعریف شده باشد، نقطهٔ به طول c را یک نقطهٔ بحرانی برای تابع f می‌نامیم هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد یا موجود نباشد.

تابع را بدون قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{1-x}{1-x|x|} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{1-x}{1-x^2} & x\geq 0\\ \frac{1-x}{1+x^2} & x<0\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1+x} & x\geq 0\\ \frac{1-x}{1+x^2} & x<0\end{cases}$$

توجه کنید $x=1$ در دامنهٔ تابع f قرار ندارد و نمی‌تواند طول نقطهٔ بحرانی باشد. اکنون به محاسبهٔ مشتق تابع f می‌پردازیم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{0\times(1+x)-1\times 1}{(1+x)^2} & x\geq 0\\ \frac{-1(1+x^2)-2x(1-x)}{(1+x^2)^2} & x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}\frac{-1}{(1+x)^2} & x\geq 0\\ \frac{x^2-2x-1}{(1+x^2)^2} & x<0\end{cases}$$

با توجه به مشتق تابع به‌دست آمده مشتق راست و چپ تابع f در $x=0$ برابر است با:

$$f'_+(0)=\frac{-1}{(1+0)^2}=-1\ ,\ f'_-(0)=\frac{0-0-1}{(1+0)^2}=-1$$

بنابراین مشتق راست و چپ تابع f در $x=0$ برابر است و با توجه به پیوسته بودن تابع f در $x=0$، $f'(0)$ موجود بوده و برابر -1 است. یعنی $x=0$ نیز برای f نقطهٔ بحرانی محسوب می‌شود.

اکنون به حل معادلهٔ $f'(x)=0$، می‌پردازیم. وقتی $x\geq 0$، $f'(x)$ همواره منفی است. برای $x<0$ داریم:

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{x^2-2x-1}{(1+x^2)^2}=0 \Rightarrow x^2-2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{8}}{2} \Rightarrow x=1\pm\sqrt{2}$$

مقدار $x=1+\sqrt{2}$ مثبت بوده و غیرقابل‌قبول است، پس $x=1-\sqrt{2}$ تنها نقطهٔ بحرانی این تابع است.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۴)

نکته: برای یافتن ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f، عرض نقاط ابتدا و انتهای دامنه و نقاط بحرانی تابع را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. بیشترین مقدار به‌دست آمده، ماکزیمم مطلق و کمترین مقدار به‌دست آمده مینیمم مطلق است.

ابتدا دامنهٔ تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$2x-a\geq 0 \Rightarrow x\geq\frac{a}{2}\ ,\ a-x\geq 0 \Rightarrow x\leq a$$

بنابراین دامنهٔ تابع f به‌صورت $\left[\frac{a}{2},a\right]$ است. برای یافتن نقاط بحرانی تابع f مشتق تابع را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{2}{2\sqrt{2x-a}}+\frac{-1}{2\sqrt{a-x}}=0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x-a}}=\frac{1}{2\sqrt{a-x}}$$
$$\Rightarrow \sqrt{2x-a}=2\sqrt{a-x}=0 \Rightarrow 2x-a=4(a-x)$$
$$\Rightarrow 6x=5a \Rightarrow x=\frac{5a}{6}$$

سه مقدار a، $\frac{a}{2}$ و $\frac{5a}{6}$ را درون تابع قرار می‌دهیم، داریم:

$$f(a)=\sqrt{2a-a}+\sqrt{a-a}=\sqrt{a}$$
$$f(\frac{5a}{6})=\sqrt{\frac{5a}{3}-a}+\sqrt{a-\frac{5a}{6}}=\sqrt{\frac{2a}{3}}+\sqrt{\frac{a}{6}}=\frac{\sqrt{6a}}{3}+\frac{\sqrt{6a}}{6}=\frac{3\sqrt{6a}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{a}$$
$$f(\frac{a}{2})=\sqrt{a-a}+\sqrt{a-\frac{a}{2}}=\sqrt{\frac{a}{2}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{a}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a}$$

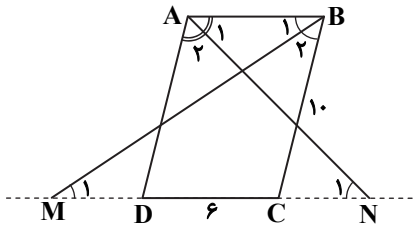
با توجه به اینکه $\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a}<\sqrt{a}<\frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{a}$، پس $\frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{a}$ برابر ماکزیمم مطلق تابع (انتهای برد) و $\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a}$ برابر مینیمم مطلق تابع (ابتدای برد) است. پس:

$$b\times c=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{2}\sqrt{a}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a}=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{12}}{4}a=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}a=\sqrt{3} \Rightarrow a=2$$

مؤسسه آموزش فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۱

نکته: در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های مقابل موازی‌اند.



AN مورب

$$AB \parallel ND \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{N}_1$$

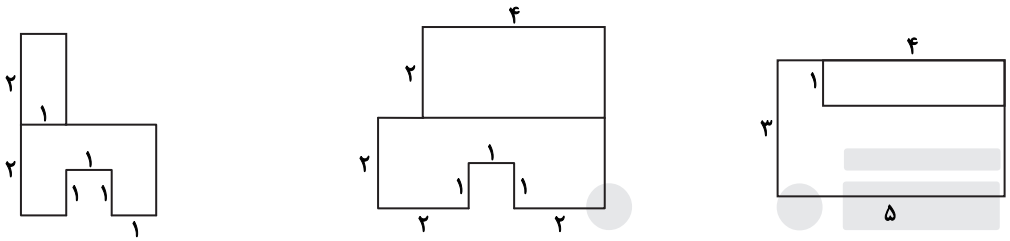
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{N}_1$$

پس مثلث ADN متساوی‌الساقین است.

به همین ترتیب ثابت می‌شود که مثلث BMC هم متساوی‌الساقین است:

$$\begin{cases} DN = AD = ۱۰ \Rightarrow CN = ۱۰ - ۶ = ۴ \\ \Rightarrow MN = ۴ + ۶ + ۴ = ۱۴ \\ MC = BC = ۱۰ \Rightarrow MD = ۱۰ - ۶ = ۴ \end{cases}$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۴، درس ۲ هندسه ۱

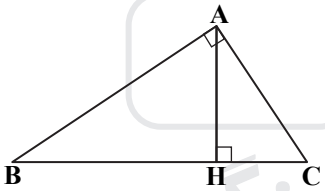


نمای بالا (۳) نمای روبه‌رو (۲) نمای چپ (۱)

$$\begin{cases} S_1 = ۱\times۲ + ۱\times۲ + ۱\times۱ + ۱\times۲ = ۷ \\ S_2 = ۲\times۴ + ۲\times۲ + ۱\times۱ + ۲\times۲ = ۱۷ \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = ۷ + ۱۷ + ۱۵ = ۳۹ \\ S_3 = ۳\times۵ = ۱۵ \end{cases}$$

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۱ و فصل ۳، درس ۳ هندسه ۲

نکته (روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه): در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم:



$$AB^2 = BH \cdot BC$$

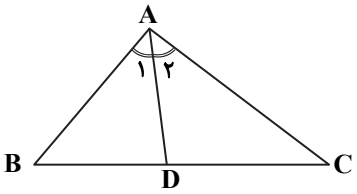
$$AC^2 = CH \cdot BC$$

$$AB \times AC = AH \times BC$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH^2 = CH \cdot BH$$

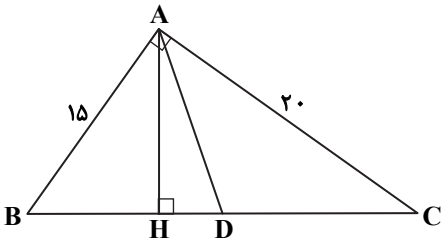
نکته (قضیهٔ نیمساز): در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{۱۵^2 + ۲۰^2} = ۲۵$$

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۳}{۴}$$

$$\frac{BD}{BD + DC} = \frac{۳}{۳ + ۴} \Rightarrow \frac{BD}{۲۵} = \frac{۳}{۷} \Rightarrow BD = \frac{۳ \times ۲۵}{۷} \quad (I)$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow ۱۵^2 = BH \times ۲۵ \Rightarrow BH = ۹ \quad (II)$$

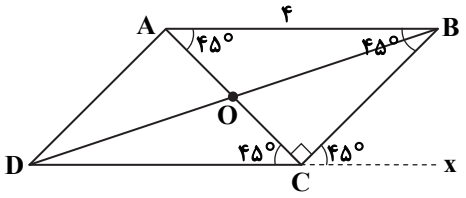
بنابراین داریم:

$$DH = BD - BH = \frac{۳ \times ۲۵}{۷} - ۹ = \frac{۱۲}{۷}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۲ هندسه ۲

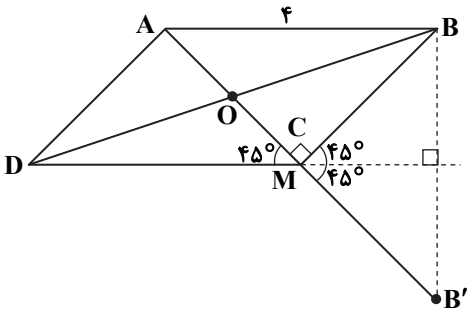
ابتدا با توجه به شکل و اطلاعات مسئله داریم:



$$A\hat{C}B = 90^\circ$$

$$AC = BC \Rightarrow \begin{cases} A\hat{B}C = 45^\circ \\ B\hat{A}C = 45^\circ \\ AC = BC = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

اکنون نتیجه می‌شود:



$$A\hat{B}C = 45^\circ \Rightarrow B\hat{C}x = 45^\circ$$

$$B\hat{A}C = 45^\circ \Rightarrow A\hat{C}D = 45^\circ$$

حال چون M روی DC یا امتداد آن است و برای کمینه شدن $OM + MB$ بازتاب B را نسبت به امتداد DC یافته و B' می‌نامیم. با توجه به شکل چون $B\hat{C}B' = 90^\circ$ پس اگر B' را به O وصل کنیم. نقطهٔ برخورد آن با DC همان رأس C است. یعنی نقطهٔ M همان رأس C است و داریم:

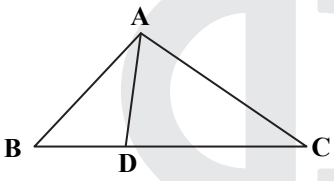
$$OM + MB = \frac{1}{2}MA + MB = \frac{1}{2}CA + CB = \frac{4\sqrt{2}}{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

تذکر: در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

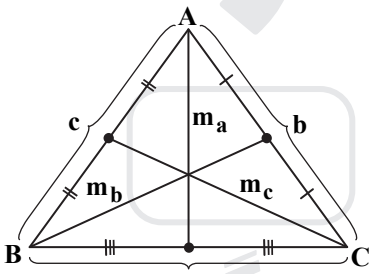
۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۲

نکته (قضیهٔ استوارت): در مثلث دلخواه ABC، اگر D نقطه‌ای دلخواه روی BC باشد، آنگاه:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$

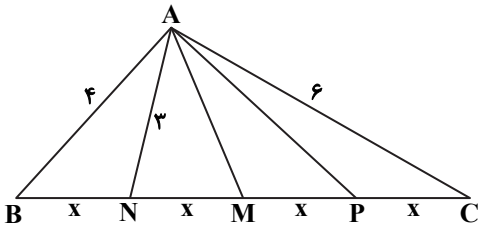


نکته (قضیهٔ میانه‌ها): در مثلث ABC با طول اضلاع a، b و c و طول میانه‌های m_a، m_b و m_c داریم:



$$\begin{cases} b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \\ c^2 + a^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \\ a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \end{cases}$$

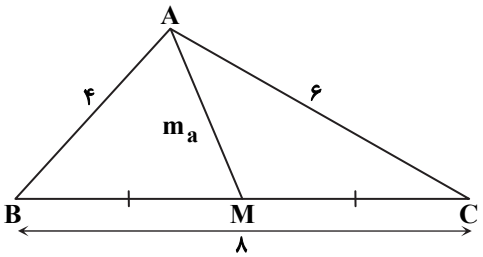
قضیهٔ استوارت را در مثلث ABC با پاره‌خط AN می‌نویسیم:



$$6^2 \times x + 4^2(3x) = 4x(3^2 + x \times 3x) \Rightarrow 36 + 48 = 4(9 + 3x^2)$$

$$\Rightarrow 12x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

اکنون با نوشتن قضیهٔ میانه‌ها در این مثلث داریم:



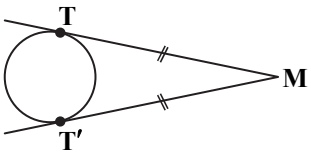
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 4^2 = 2AM^2 + \frac{8^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36 + 16 = 2AM^2 + 32 \Rightarrow AM^2 = 10 \Rightarrow AM = \sqrt{10}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

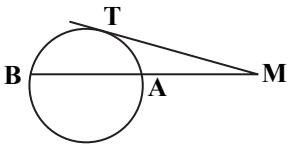
۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۲

نکته: طول مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره، با هم برابر است.



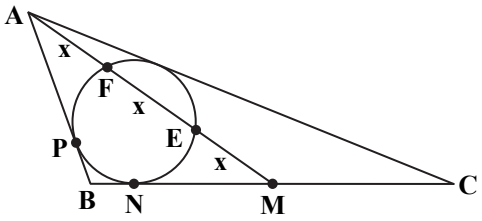
$$MT = MT'$$

نکته (روابط طولی در دایره): اگر از نقطه‌ای خارج دایره یک مماس و یک قاطع بـر دایـره رسم کنیم، داریم:



$$MT^2 = MA \cdot MB$$

ابتدا شکل مناسبی برای مسئله رسم می‌کنیم و فرض می‌کنیم AM توسـط دایرهٔ محاطی داخلی به سه قسمت یکسان تقسیم شده باشد، داریم:



$$BC = 2AB \Rightarrow AB = \frac{BC}{2}$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} MN^2 = ME \times MF = 2x^2 \\ AP^2 = AF \times AE = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow MN = AP \quad (I)$$

طول مماس‌های رسم شده از نقطهٔ B بر دایره برابر است، پس:

$$BP = BN \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow AP + PB = MN + BN \Rightarrow AB = BM$$

چون $AB = \frac{BC}{2}$ پس $BM = \frac{BC}{2}$ و لذا AM میانهٔ وارد بر BC است.

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۳

نکته: در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ مـاتریس مجهـولات دسـتگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = e_1 \\ cx + dy = e_2 \end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به‌شکل معادلهٔ ماتریسی $AX = B$ نوشته شده و در صورتی کـه ماتریس A وارون‌پذیر باشد یعنی $|A| \neq 0$، با ضرب A^{-1} از چپ در معادلهٔ فوق می‌توان مجهولات را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow (A^{-1}A)X = A^{-1}B$$

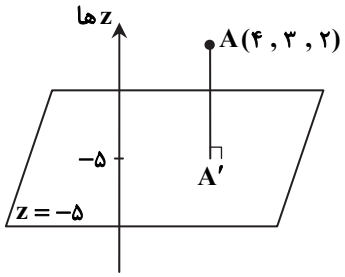
$$\Rightarrow IX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

ماتریس‌های B و A^{-1} را داریم، پس:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow x + y = -5$$

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۳

$z = -5$ صفحه‌ای عمود بر محور zها در نقطهٔ -5 است. پس طبق شکل روبه‌رو تصویر نقطهٔ $A(4, 3, 2)$ بر روی این صـفحه یعنـی A' به‌صورت $A'(4, 3, -5)$ خواهد بود و داریم:



$$x_0 + y_0 + z_0 = 4 + 3 - 5 = 2$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

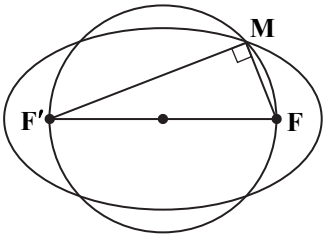
۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۳

نکته: مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن برابر قطر بزرگ بیضی است.

نکته: در بیضی با قطر بزرگ $2a$ و فاصلهٔ کانونی $2c$ داریم:

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a}$$

طبق اطلاعات مسئله و با استفاده از نکات داریم:



$$\begin{cases} \frac{c}{a} = ۰/۸ = \frac{۴}{۵} \\ ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \end{cases} \Rightarrow c = ۴ \Rightarrow ۲c = ۸$$

فرض می‌کنیم $MF = x$ و $MF' = y$، چون M روی بیضی و دایره قرار دارد و در دایره چون زاویهٔ $F\hat{M}F'$ رو به قطر است، داریم:

$$F\hat{M}F' = ۹۰^\circ$$

اکنون طبق تعریف بیضی و رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$\begin{cases} MF + MF' = ۲a \\ MF^۲ + MF'^۲ = FF'^۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = ۱۰ \\ x^۲ + y^۲ = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow x^۲ + (۱۰ - x)^۲ = ۶۴ \Rightarrow ۲x^۲ - ۲۰x + ۳۶ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۱۰x + ۱۸ = ۰$$

$$\Delta = ۱۰۰ - ۴ \times ۱۸ = ۲۸ \Rightarrow x = \frac{۱۰ \pm ۲\sqrt{۷}}{۲} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} x = ۵ - \sqrt{۷}$$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۳

نکته: اگر هر سطر یا هر ستون از یک ماتریس را در عددی ضرب کنیم، دترمینان نیز در آن عدد ضرب می‌شود.

در دترمینانی که برابر b است، سطر اول را در x، سطر دوم را در y و سطر سوم را در z ضرب می‌کنیم و برای آنکه حاصل آن تغییر نکند، بیرون دترمینان $\frac{۱}{xyz}$ را قرار می‌دهیم، سپس در دترمینان حاصل، از ستون اول، xyz را فاکتور می‌گیریم.

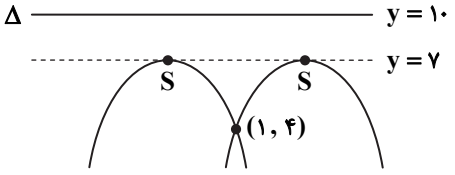
$$b = \frac{۱}{xyz}\begin{vmatrix} xyz & x & x^۲ \\ xyz & y & y^۲ \\ xyz & z & z^۲ \end{vmatrix} = \frac{xyz}{xyz}\begin{vmatrix} ۱ & x & x^۲ \\ ۱ & y & y^۲ \\ ۱ & z & z^۲ \end{vmatrix} = ۱ \times a \Rightarrow a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = ۱$$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۳

نکته: در هر سهمی با پارامتر a $(a > ۰)$ اجزای سهمی به شرح زیر است:

شکل	دهانهٔ سهمی	محور سهمی (تقارن)	خط هادی	کانون	رأس	معادلهٔ سهمی
	رو به راست	خط $y = k$	$x = h - a$	$(h + a , k)$	(h , k)	$(y - k)^۲ = ۴a(x - h)$
	رو به چپ	خط $y = k$	$x = h + a$	$(h - a , k)$	(h , k)	$(y - k)^۲ = -۴a(x - h)$
	رو به بالا	خط $x = h$	$y = k - a$	$(h , k + a)$	(h , k)	$(x - h)^۲ = ۴a(y - k)$
	رو به پایین	خط $x = h$	$y = k + a$	$(h , k - a)$	(h , k)	$(x - h)^۲ = -۴a(y - k)$

با توجه به اطلاعات سؤال، دهانهٔ سهمی‌ها رو به پایین است، پس:



رأس سهمی: $S(\alpha , ۷)$

$a = ۳$

معادلهٔ سهمی: $(x - \alpha)^۲ = -۱۲(y - ۷)$

نقطهٔ $(۱ , ۴)$ باید در این سهمی صدق کند:

$$(۱ - \alpha)^۲ = -۱۲(۴ - ۷) = ۳۶ \Rightarrow \begin{cases} ۱ - \alpha = ۶ \Rightarrow \alpha = -۵ \\ ۱ - \alpha = -۶ \Rightarrow \alpha = ۷ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + ۵)^۲ = -۱۲(y - ۷) \xrightarrow{x=۰} ۲۵ = -۱۲y + ۸۴ \Rightarrow y = \frac{۵۹}{۱۲} \Rightarrow A(۰ , \frac{۵۹}{۱۲}) \\ (x - ۷)^۲ = -۱۲(y - ۷) \xrightarrow{x=۰} ۴۹ = -۱۲y + ۸۴ \Rightarrow y = \frac{۳۵}{۱۲} \Rightarrow B(۰ , \frac{۳۵}{۱۲}) \end{cases}$$

$$AB = \frac{۵۹}{۱۲} - \frac{۳۵}{۱۲} = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته: برای سه گزارهٔ دلخواه p، q و r، داریم:

۱) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۲) $\sim(\sim p) \equiv p$

۳) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

۴) $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv (p \vee r) \vee q$

۵) $p \vee \sim p \equiv T$

۶) $p \vee T \equiv T$

با توجه به نکتهٔ فوق و به کمک قوانین هم‌ارزی گزاره‌ها، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim(p \wedge q) \vee (\sim p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim q) \equiv \sim p \vee T \equiv T$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برای سه مجموعهٔ دلخواه A، B و C داریم:

۱) $A - B = A \cap B'$ تفاضل

۲) $\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$ دمورگان

۳) $(A')' = A$ متمم متمم

۴) $\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{cases}$ شرکت‌پذیری

۵) $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$ توزیع‌پذیری

۶) $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$ جذب

۷) $A \cup A' = U$

۸) $A \cap U = A$

با توجه به نکتهٔ فوق و به‌کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\big[(A \cup B) - (A - B)\big]' \cap \big[(A \cup B) - A'\big] = \big[(A \cup B) \cap (A \cap B')'\big]' \cap \big[\underbrace{(A \cup B) \cap A}_{\text{جذب } A}\big]$$

$$= \big[(A \cup B)' \cup (A \cap B')\big] \cap A = \big[(A' \cap B') \cup (A \cap B')\big] \cap A = \big[(A' \cup A) \cap B'\big] \cap A$$

$$= \big[U \cap B'\big] \cap A = B' \cap A = A \cap B' = A - B$$

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکتهٔ ۱: احتمال A به شرط وقوع B را با $P(A \mid B)$ نمایش می‌دهیم و برابر است با:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکتهٔ ۲: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، داریم:

$$P(A' \mid B) = ۱ - P(A \mid B)$$

پیشامدهای A و B را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

در میان ۴ مهرهٔ خارج‌شده ۷ وجود دارد ولی ۸ موجود نیست: B

در میان ۴ مهرهٔ خارج‌شده ۱ وجود دارد: A

حال با توجه به رابطهٔ $P(A' \mid B) = ۱ - P(A \mid B)$، داریم:

$$P(A' \mid B) = ۱ - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ۱ - \frac{P(\text{۴ مهرهٔ خارج‌شده شامل ۱ و ۷ و فاقد ۸ است})}{P(\text{۴ مهرهٔ خارج‌شده شامل ۷ و فاقد ۸ است})} = ۱ - \frac{\binom{۸-۲-۱}{۴-۲}}{\binom{۸-۱-۱}{۴-۱}} = ۱ - \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۶}{۳}} = ۱ - \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکتهٔ ۱: فرض کنید $B_1, B_2, ..., B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2) + \cdots + P(B_n)P(A \mid B_n) = \sum_{k=1}^{n} P(B_k) \times P(A \mid B_k)$$

نکتهٔ ۲: فرض کنید $B_1, B_2, ..., B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \le n$ داریم:

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(B_i) \times P(A \mid B_i)}{P(A)}$$

ابتدا تعداد حالاتی که در پرتاب دو تاس و سه تاس مجموع برآمدها ۵ می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مجموع دو تاس ۵} = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\text{مجموع سه تاس ۵} = \{(1,1,3),(1,3,1),(3,1,1),(1,2,2),(2,1,2),(2,2,1)\} \Rightarrow \text{احتمال} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

اینک به کمک قانون احتمال کل، احتمال اینکه مجموع تاس‌ها برابر ۵ شود (A) را محاسبه می‌کنیم:

سکه: پشت $\frac{1}{2}$ ← مجموع ۳ تاس ۵ ← $\frac{1}{36}$ ؛ رو $\frac{1}{2}$ ← مجموع ۲ تاس ۵ ← $\frac{1}{9}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{36} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{72} + \frac{1}{18} = \frac{5}{72}$$

و در نهایت به کمک قانون بیز احتمال اینکه سکه پشت آمده باشد (B) را به‌دست می‌آوریم:

$$P(B \mid A) = \frac{P(B) \cdot P(A \mid B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{36}}{\frac{5}{72}} = \frac{1}{5}$$

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

نکتهٔ ۱: اگر همهٔ داده‌ها را a برابر کنیم، میانگین a برابر می‌شود و انحراف معیار $|a|$ برابر می‌شود.

نکتهٔ ۲: اگر از همهٔ داده‌ها b واحد کم کنیم، از میانگین نیز b واحد کم می‌شود اما انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

نکتهٔ ۳: ضریب تغییرات داده‌ها را با CV نمایش داده و عبارت است از خارج‌قسمت انحراف معیار داده‌ها بر میانگین داده‌ها.

نکتهٔ ۴: میانگین و انحراف معیار n دادهٔ x_1 تا x_n به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{میانگین: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad ، \quad \text{انحراف معیار: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

ابتدا با محاسبهٔ میانگین و انحراف معیار داده‌ها، ضریب تغییرات داده‌های اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = \frac{2+4+5+6+8}{5} = \frac{25}{5} = 5 \\ \sigma_1 = \sqrt{\frac{9+1+0+1+9}{5}} = 2 \end{cases} \Rightarrow CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{2}{5}$$

اگر همهٔ داده‌ها را دو برابر کرده و از هریک دو واحد کم کنیم، داریم:

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 - 2 = 2(5) - 2 = 8 \\ \sigma_2 = 2 \times 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{4} = 1/25$$

مؤسسه آموزشی گزینه
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکتهٔ ۱: اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر b برابر r باشد، داریم: $a \overset{b}{\equiv} r$

نکتهٔ ۲: به طرفین هم‌نهشتی می‌توان:

۱) مضاربی از پیمانه را کم یا زیاد کرد. ۲) یک عدد صحیح را کم یا زیاد کرد. ۳) در یک عدد صحیح ضرب کرد.

باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۰۷ بر ۲۱ برابر ۲ است؛ زیرا $۱۰۷ = ۵ \times ۲۱ + ۲$، پس داریم:

$$۱۰۷ \overset{۲۱}{\equiv} ۲ \xrightarrow{\text{توان ۶}} ۱۰۷^{۶} \overset{۲۱}{\equiv} ۶۴ \overset{۲۱}{\equiv} ۶۴ - ۳ \times ۲۱ \overset{۲۱}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\text{توان ۷}} ۱۰۷^{۴۲} \overset{۲۱}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۱۰۷} ۱۰۷^{۴۳} \overset{۲۱}{\equiv} ۱۰۷ \overset{۲۱}{\equiv} ۲$$

$$\xrightarrow{+۱۵} ۱۰۷^{۴۳} + ۱۵ \overset{۲۱}{\equiv} ۱۷ \xrightarrow{\times ۸} (۱۰۷^{۴۳} + ۱۵) \times ۸ \overset{۲۱}{\equiv} ۱۳۶ \overset{۲۱}{\equiv} ۱۳۶ - ۶ \times ۲۱ \overset{۲۱}{\equiv} ۱۰ \Rightarrow (۱۰۷^{۴۳} + ۱۵) \times ۸ \overset{۲۱}{\equiv} ۱۰$$

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکتهٔ ۱: برای حل معادله سیالهٔ $ax + by = c$ با شرط $(a,b) \mid c$ معادلهٔ هم‌نهشتی $ax \overset{b}{\equiv} c$ را حل کرده تا جواب‌های عمومی x به‌دست آیند. آنگاه با جای‌گذاری x در معادلهٔ سیاله، جواب‌های عمومی y نیز به‌دست می‌آیند.

نکتهٔ ۲ (روش تستی): اگر $(x_۰, y_۰)$ یک جواب معادله سیالهٔ $ax + by = c$ با شرط $(a,b) = d \mid c$ باشد، جواب‌های عمومی معادله عبارتند از:

$$\begin{cases} x = x_۰ + \frac{b}{d}k \\ y = y_۰ - \frac{a}{d}k \end{cases}$$

روش اول: معادلهٔ هم‌نهشتی $۱۹x \overset{۱۵}{\equiv} ۱۰۵۰$ را حل می‌کنیم:

$$۱۹x - ۱۵x \overset{۱۵}{\equiv} ۱۰۵۰ - ۱۵ \times ۷۰ \Rightarrow ۴x \overset{۱۵}{\equiv} ۰ \xrightarrow[(۴,۱۵)=۱]{\div ۴} x \overset{۱۵}{\equiv} ۰ \Rightarrow x = ۱۵k$$

با جای‌گذاری در معادله، داریم:

$$۱۹(۱۵k) + ۱۵y = ۱۰۵۰ \Rightarrow ۱۵y = ۱۰۵۰ - ۱۹(۱۵k) \Rightarrow ۱۵y = ۱۵ \times ۷۰ - ۱۹ \times ۱۵k \xrightarrow{\div ۱۵} y = ۷۰ - ۱۹k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۱۵k \\ y = ۷۰ - ۱۹k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = ۱ \Rightarrow (x,y) = (۱۵,۵۱) \ \checkmark \\ k = ۲ \Rightarrow (x,y) = (۳۰,۳۲) \ \checkmark \\ k = ۳ \Rightarrow (x,y) = (۴۵,۱۳) \ \checkmark \end{cases}$$

بنابراین معادله، ۳ دسته جواب طبیعی دارد.

روش دوم (روش تستی):

$$۱۹x + ۱۵y = ۱۰۵۰$$

$$\begin{cases} (۱۹,۱۵) = ۱ = d \\ (x_۰, y_۰) = (۰,۷۰) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۵k \\ y = ۷۰ - ۱۹k \end{cases}$$

ادامهٔ حل سؤال همانند روش اول است.

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکتهٔ ۱: گراف k- منتظم گرافی است که درجهٔ همهٔ رئوس آن، عدد صحابی k باشد.

در هر گراف k- منتظم از مرتبهٔ p و اندازهٔ q داریم:

$$\begin{cases} ۲q = pk \\ \delta = \Delta = k \end{cases}$$

نکتهٔ ۲: برای هر گراف G و مکمل آن یعنی $\bar{G}$ داریم:

$$\begin{cases} q_{(G)} + q_{(\bar{G})} = \frac{p(p-۱)}{۲} \\ \deg_G^{(a)} + \deg_{\bar{G}}^{(a)} = p - ۱ \end{cases}$$

با توجه به رابطهٔ $۲q = pk$ در گراف k- منتظم، داریم:

$$\begin{cases} ۲q = ۴p \\ ۳p - q = ۸ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = ۲p \\ ۳p - q = ۸ \Rightarrow ۳p - ۲p = ۸ \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} p = ۸ \\ q = ۱۶ \end{cases}$$

و به کمک روابط گراف مکمل، داریم:

$$\begin{cases} ۱۶ + q_{(\bar{G})} = \frac{۸ \times ۷}{۲} \Rightarrow q_{(\bar{G})} = ۱۲ \\ ۴ + \deg_{\bar{G}}^{(a)} = ۸ - ۱ \Rightarrow \deg_{\bar{G}}^{(a)} = ۳ \end{cases} \Rightarrow ۱۲ + ۳ = ۱۵$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

نکته: مجموعهٔ احاطه‌گری که با حذف هر عضوش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر مینیمال می‌گوییم.

به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ ۱ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است، پس مینیمال نیز می‌باشد.

گزینهٔ ۲ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؛ زیرا با حذف هریک از رئوسش دیگر احاطه‌گر نیست.

گزینهٔ ۳ اصلاً احاطه‌گر نیست؛ زیرا رأس c را احاطه نمی‌کند.

گزینهٔ ۴ با حذف رأس b، مجموعهٔ باقی‌مانده احاطه‌گر است، پس مینیمال نیست و پاسخ سؤال است.

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس‌های ۱ و ۲) و ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شیء متمایز را یک جایگشت nتایی می‌گوییم که تعداد حالات آن برابر است با $n!$:

$$n! = n(n-1)(n-2)\times\cdots\times 3\times 2\times 1$$

نکتهٔ ۲: تعداد انتخاب‌های r شیء از میان n شیء متمایز را ترکیب r از n می‌گوییم و با نماد $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم که برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

می‌خواهیم با ارقام $\{1,2,3,\cdots,9\}$ اعداد ۹ رقمی با ارقام متمایز بنویسیم به‌طوری که هیچ دو رقم زوجی کنار هم نباشند.

بدین منظور ابتدا ۵ رقم فرد $\{1,3,5,7,9\}$ را می‌چینیم و بین هر دو عدد فرد و همچنین در ابتدا و انتها یک جایگاه احتمالی برای قرار گرفتن یک رقم زوج به‌صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم: ○ فرد ○ فرد ○ فرد ○ فرد ○ فرد ○

برای اینکه هیچ دو رقم زوجی کنار هم قرار نگیرد، بایستی ارقام زوج $\{2,4,6,8\}$ در جایگاه‌های دایره‌ای‌شکل قرار گیرند.

پس خواهیم داشت:

$$\underbrace{\binom{6}{4}}_{\substack{\text{انتخاب ۴ جایگاه از}\\ \text{۶ جایگاه دایره‌ای برای}\\ \text{قرارگرفتن ۴ رقم زوج}}} \times \underbrace{4!}_{\substack{\downarrow\\ \text{جایگشت زوج‌ها}}} \times \underbrace{5!}_{\substack{\downarrow\\ \text{جایگشت فردها}}} = 15\times 4!\times 5! = 3\times 5\times 4!\times 5! = 3\times 5!\times 5! = 3\times (5!)^2$$

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

نکتهٔ ۱ (قضیهٔ جایگشت با تکرار): اگر n شیء مفروض باشند، به‌طوری که n_1 تای آن‌ها از نوع اول و یکسان و n_2 تای آن‌ها از نوع دوم و یکسان و... و n_k تای آن‌ها از نوع kاُم و یکسان باشند، در این صورت تعداد کل جایگشت‌های این اشیا برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1!\times n_2!\times\cdots\times n_k!}$$

نکتهٔ ۲: برای هر دو مجموعهٔ A و B در مجموعهٔ مرجع S داریم:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}| = |S| - |A\cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A\cap B|)$$

تعداد کل اعداد ۸ رقمی برابر است با: $\frac{8!}{2!\times 3!} = 3360$

حال اگر مجموعهٔ اعداد ۸ رقمی که در آن‌ها تمام ۴ ها کنار هم هستند را با A و مجموعهٔ اعداد ۸ رقمی که در آن‌ها تمام ۵ ها کنار هم هستند را با B نمایش دهیم، آنگاه تعداد اعداد ۸ رقمی که در آن‌ها نه ۴ ها و نه ۵ ها کنار هم باشند برابر است با:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}| = |S| - (|A| + |B| - |A\cap B|) = 3360 - (\underbrace{\frac{7!}{3!}}_{\substack{\downarrow\\ 1,2,3,\boxed{4,4},5,5,5}} + \underbrace{\frac{6!}{2!}}_{\substack{\downarrow\\ 1,2,3,4,4,\boxed{5,5,5}}} - \underbrace{5!}_{\substack{\downarrow\\ 1,2,3,\boxed{4,4},\boxed{5,5,5}}}) = 3360 - (840 + 360 - 120)$$

$$= 3360 - 1080 = 2280$$

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

نکتهٔ ۱: اگر m کبوتر بخواهند n لانه را اشغال کنند به‌طوری که $m > n$، طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که در آن حداقل دو کبوتر جای می‌گیرد.

نکتهٔ ۲: اگر $kn+1$ کبوتر یا بیشتر بخواهند حداکثر در n لانه جای گیرند، در این صورت طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $k+1$ کبوتر جای می‌گیرد.

با توجه به اصل لانه کبوتری در بدترین حالت می‌تواند ۶ گوی قرمز، ۱۲ گوی زرد و k گوی سبز خارج شده باشد و هنوز از هر چهار رنگ نداشته باشیم. در حقیقت با خروج ۲۷ گوی کماکان در بین گوی‌های خارج‌شده، از هر ۴ رنگ موجود نیست و این یعنی:

$$6+12+k = 27 \Rightarrow k = 9$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

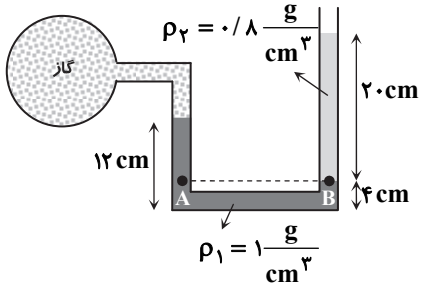
کمیت‌های «جرم» و «زمان»، نرده‌ای و کمیت‌های «وزن»، «جابه‌جایی»، «شتاب» و «نیرو» برداری هستند.

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

چون هم بالای آب و هم زیر درپوش، فشار هوا وجود دارد، نیروی خالص وارد بر درپوش، فقط حاصل از فشار پیمانه‌ای خواهد بود.

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow \rho gh=\frac{F}{A} \Rightarrow ۱۰۰۰\times ۱۰\times h=\frac{۱۲۰}{۴\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow h=۳۰m$$

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)



$$P_A=P_B \Rightarrow P_{گاز}+(\rho gh)_۱=P_۰+(\rho gh)_۲$$

$$\Rightarrow P_{گاز}+۱\times ۱۰^۳\times ۱۰\times(۱۲-۴)\times ۱۰^{-۲}=P_۰+۰/۸\times ۱۰^۳\times ۱۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۲}$$

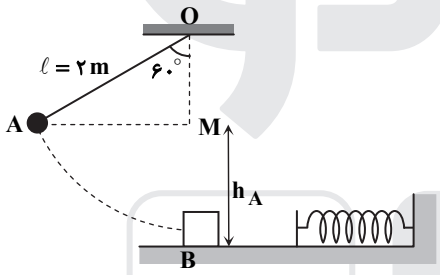
$$\Rightarrow P_{گاز}-P_۰=۱۶۰۰-۸۰۰=۸۰۰Pa$$

فشار گاز درون مخزن ۸۰۰ پاسکال بیشتر از فشار هوای محیط است.

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_{\text{پسربچه}}=E_۲-E_۱=mgh+\frac{۱}{۲}mv^۲=۰/۵\times ۱۰\times ۱+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times ۱۶=۵+۴=۹J$$

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)



$$Cos۶۰^\circ=\frac{OM}{\ell} \Rightarrow OM=\ell\times Cos۶۰^\circ=۲\times\frac{۱}{۲}=۱m$$

$$\Rightarrow h_A=۲-۱=۱m$$

انرژی مکانیکی گلوله تا قبل از برخورد به جسم پایسته بوده (چرا؟) و برابر است با:

$$E_{۱,\text{گلوله}}=m_۱gh_A+۰=۰/۲\times ۱۰\times ۱=۲J$$

در برخورد گلوله با جسم، $\frac{۱}{۴}$ این انرژی به جسم منتقل شده و سپس تمام این انرژی در سامانهٔ جسم- فنر ذخیره می‌شود؛ پس:

$$U_{max}=\frac{۱}{۴}\times ۲=۰/۵J$$

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

برای حالت اول، داریم:

$$Q_۱+Q_۲=۰ \Rightarrow mc(۲۰-۸۰)+m_{\text{مایع}}c_{\text{مایع}}(۲۰-۰)=۰ \Rightarrow m_{\text{مایع}}c_{\text{مایع}}=۳mc$$

برای حالت دوم، اگر دمای تعادل را با θ_e نمایش دهیم، داریم:

$$Q_۱+Q_۲+Q_۳=۰ \Rightarrow mc(\theta_e-۲۰)+m_{\text{مایع}}c_{\text{مایع}}(\theta_e-۲۰)+(۲m)(۲c)(\theta_e-۸۰)$$

$$\xrightarrow{m_{\text{مایع}}c_{\text{مایع}}=۳mc} ۴mc(\theta_e-۲۰)+۴mc(\theta_e-۸۰)=۰ \Rightarrow \theta_e=۵۰^\circ C$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

حداقل آب لازم مربوط به حالتی است که تمام آب به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود و یخ نیز از دمای $-۱۰^\circ C$ به صفر درجهٔ سلسیوس برسد. (چرا؟)

$$Q_{(۲۰^\circ C\text{آب}\rightarrow ۰^\circ C\text{آب})}+Q_{(۰^\circ C\text{آب}\rightarrow ۰^\circ C\text{یخ})}+Q_{(-۱۰^\circ C\text{یخ}\rightarrow ۰^\circ C\text{یخ})}=۰ \Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}}-m_{\text{آب}}L_F+m_{\text{یخ}}c_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}}=۰$$

$$\Rightarrow m\times ۴/۲\times(۰-۲۰)-m\times ۳۳۶+۱\times ۲/۱\times(۰-(-۱۰))=۰ \Rightarrow -۸۴m-۳۳۶m+۲۱=۰ \Rightarrow m=\frac{۲۱}{۴۲۰}=۰/۰۵kg=۵۰g$$

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$T=۲۷۳+\theta \Rightarrow T_۱=۳۰۰K \quad و \quad T_۲=۳۳۰K$$

$$P=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_۱}{T_۱}=\frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳۰۰}=\frac{V_۲}{۳۳۰} \Rightarrow V_۲=۲/۲L$$

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{A\times h_۲}{A\times h_۱} \Rightarrow \frac{۲/۲}{۲}=\frac{h_۲}{h_۱} \Rightarrow h_۲=۱/۱h_۱ \Rightarrow \Delta h=۱/۱h_۱-h_۱=۰/۱h_۱ \Rightarrow \frac{\Delta h}{h_۱}=۰/۱$$

موسسه آموزش فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

کار محیط روی گاز در فرایند هم‌فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -۱/۵\times ۱۰^{۵}\times(-۰/۲\times ۲)\times ۱۰^{-۳} = +۶۰J$$
$$\Delta U = Q + W = -۱۴ + ۶۰ = ۴۶J$$

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$Q_{\text{چرخه}} = Q_{abc} + Q_{cda} = -۴۲۰۰ + ۳۳۰۰ = -۹۰۰J$$
$$\Delta U_{\text{چرخه}} = Q_{\text{چرخه}} + W_{\text{چرخه}} = ۰ \Rightarrow W_{\text{چرخه}} = -Q_{\text{چرخه}} = ۹۰۰J$$
$$W_{\text{چرخه}} = S_{\text{چرخه}} \Rightarrow ۹۰۰ = (۵-۲)\times ۱۰^{۵}\times(V_۲ - ۱)\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow V_۲ - ۱ = ۳ \Rightarrow V_۲ = ۴L$$

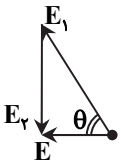
۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

در نقطهٔ تعادل، نیروی الکتریکی بین دو بار با نیروی فنر برابر است.

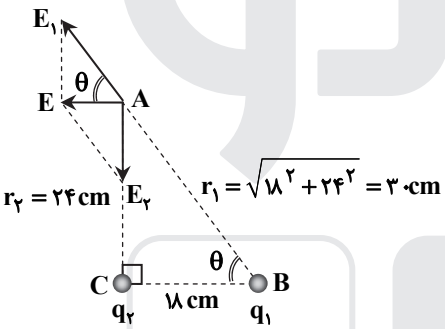
$$F_e = F_k \Rightarrow ۹\times ۱۰^{۹}\times\frac{|q_۱q_۲|}{(L+۳)^۲\times ۱۰^{-۴}} = ۱۰۰\times\frac{۳}{۱۰۰} \Rightarrow ۹\times ۱۰^{۹}\times\frac{۳۰\times ۱۰^{-۱۲}}{(L+۳)^۲\times ۱۰^{-۴}} = ۱۰۰\times\frac{۳}{۱۰۰}$$
$$\Rightarrow (L+۳)^۲ = ۹۰۰ \Rightarrow L = ۲۷cm$$

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به شکل $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ است.



در مثلث شکل روبه‌رو:



$$\text{Sin}\,\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۲۴}{۳۰} = \frac{۴}{۵}$$
$$\Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|\left(\frac{۱۰}{۸}\right)^۲ = \frac{۴}{۵}$$
$$\Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q}\right| = \frac{۴}{۵}\times\frac{۶۴}{۱۰۰} = \frac{۶۴}{۱۲۵} \xrightarrow[\text{علامت بارها}]{\text{با در نظرگرفتن}} \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۶۴}{۱۲۵}$$

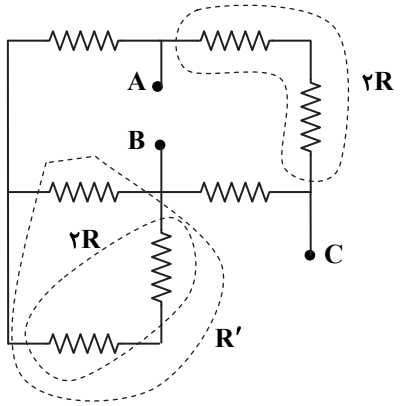
۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

این خازن قبلاً شارژ شده بوده و بار Q داشته و چون می‌خواهیم بار خازن را افزایش دهیم، بنابراین باید ولتاژ خازن و در نتیجه انرژی خازن افزایش یابد، انرژی که ما مصرف می‌کنیم صرف انتقال بار و بنابراین صرف افزایش انرژی خازن می‌شود.

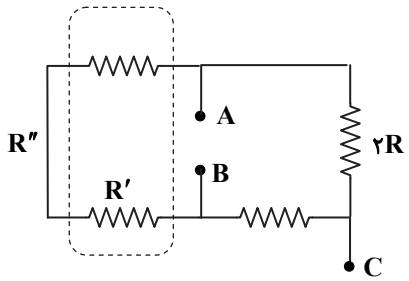
$$U = \frac{Q^۲}{۲C} \Rightarrow \Delta U = \frac{Q'^۲ - Q^۲}{۲C} \Rightarrow ۱ = \frac{(Q+۴)^۲ - Q^۲}{۲\times ۴۰} \Rightarrow Q^۲ + ۸Q + ۱۶ - Q^۲ = ۸۰ \Rightarrow Q = \frac{۸۰-۱۶}{۸} = ۸mC$$

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

راحت‌تر است که ابتدا قسمت‌هایی از مدار که تفاوتی در معادل بین A و B با A و C ایجاد نمی‌کنند را ساده کنیم.



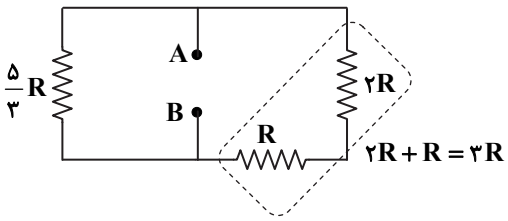
$$R' = \frac{۲R\times R}{۲R+R} = \frac{۲}{۳}R$$



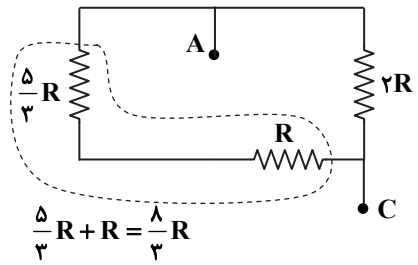
$$R'' = R' + R = \frac{۲}{۳}R + R = \frac{۵}{۳}R$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حالا یک بار مقاومت معادل بین A و B و بار دیگر بین A و C را حساب می‌کنیم:



$$R_{eq(A,B)} = \frac{\frac{۵}{۳}R \times ۳R}{\frac{۵}{۳}R + ۳R} = \frac{۱۵}{۱۴}R$$



$$R_{eq(A,C)} = \frac{\frac{۸}{۳}R \times ۲R}{\frac{۸}{۳}R + ۲R} = \frac{۱۶}{۱۴}R$$

$$\frac{R_{eq(A,B)}}{R_{eq(A,C)}} = \frac{\frac{۱۵}{۱۴}R}{\frac{۱۶}{۱۴}R} = \frac{۱۵}{۱۶}$$

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

متوالی : $R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴ = ۴R$

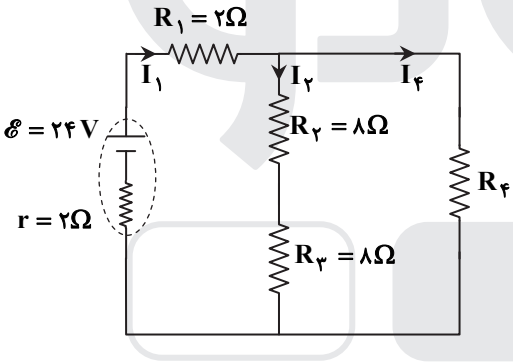
موازی : $\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} + \frac{۱}{R_۴} = \frac{۴}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{۴}$

$$\Rightarrow \frac{P_{موازی}}{P_{متوالی}} = \frac{\frac{V^۲}{\frac{R}{۴}}}{\frac{V^۲}{۴R}} = \frac{۴R}{\frac{R}{۴}} = ۱۶$$

$P = \frac{V^۲}{R}$

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

دو مقاومت $R_۲ = ۸\Omega$ و $R_۳$ متوالی‌اند و جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند. چون توان مقاومت‌ها با هم برابر است، با توجه به رابطهٔ $P = RI^۲$ معلوم می‌شود $R_۳ = R_۲ = ۸\Omega$.



جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ را $I_۱$ در نظر می‌گیریم. چون توان مصرفی $R_۱$ و $R_۲$ یکسان است، می‌توان نوشت:

$$R_۱I_۱^۲ = R_۲I_۲^۲ \Rightarrow ۲I_۱^۲ = ۸I_۲^۲ \Rightarrow I_۱ = ۲I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{I_۱}{۲}$$

$$I_۴ = I_۱ - I_۲ = I_۱ - \frac{I_۱}{۲} = \frac{I_۱}{۲}$$

جریان عبوری از دو شاخهٔ موازی، برابر شده، پس مقاومت آن‌ها نیز برابر است. (چرا؟)

$R_۴ = R_۲ + R_۳ = ۸ + ۸ = ۱۶\Omega$

اکنون مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$R_{۲,۳} = ۸ + ۸ = ۱۶\Omega \quad , \quad R_{۲,۳,۴} = \frac{۱۶ \times ۱۶}{۱۶ + ۱۶} = ۸\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} = ۲ + ۸ = ۱۰\Omega$$

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq} + r} = \frac{۲۴}{۱۰ + ۲} = ۲A$$

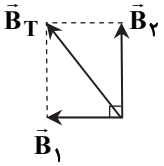
توان مفید (خروجی) باتری را می‌توان از دو روش به‌دست آورد:

$$P = \mathscr{E}I - rI^۲ = ۲۴ \times ۲ - ۲ \times ۲^۲ = ۴۸ - ۸ = ۴۰W$$

$$P = R_{eq}I^۲ = ۱۰ \times ۲^۲ = ۴۰W$$

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

چون حلقه‌ها بر هم عمودند، میدان حاصل از دو حلقه نیز بر هم عمود می‌شوند و درنتیجه میدان خالص در مرکز آن‌ها از رابطهٔ $B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲}$ به‌دست می‌آید. از طرفی با توجه به اینکه $I_۲ = ۲I_۱$ و $B = \frac{\mu_۰ I}{۲R}$ است، بزرگی میدان حلقهٔ (۲)، ۲ برابر میدان حلقهٔ (۱) خواهد بود.

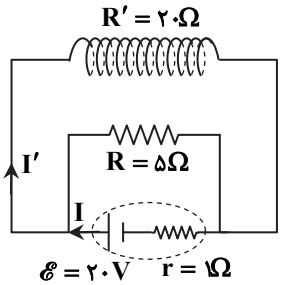


$$B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۵} \times ۱۰^{-۶} = \sqrt{B_۱^۲ + (۲B_۱)^۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۵} \times ۱۰^{-۶} = \sqrt{۵}B_۱ \Rightarrow B_۱ = ۶ \times ۱۰^{-۶} T$$

$$B_۱ = \frac{\mu_۰ I}{۲R} \Rightarrow ۶ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times I}{۲ \times ۰/۱} \Rightarrow I = ۱A$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل‌های ۲ و ۳)



سیم‌لوله موازی مقاومت R : $R_{eq}=\frac{۲۰\times۵}{۲۰+۵}=۴\Omega$

$I=\frac{\mathscr{E}}{R_{eq}+r}=\frac{۲۰}{۴+۱}=۴A$

$I'=\frac{R}{R+R'}\times I=\frac{۵}{۵+۲۰}\times۴=۰/۸A$

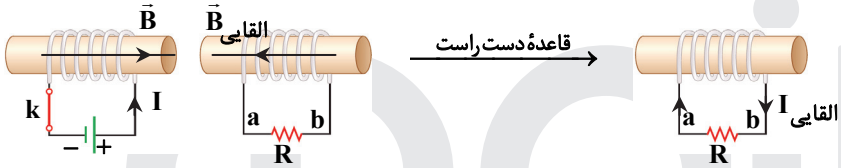
$B=\frac{\mu_{۰}NI}{\ell}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۵\times۱۰^{۳}\times۰/۸}{۰/۴}=۱۲\times۱۰^{-۳}T=۱۲mT$

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

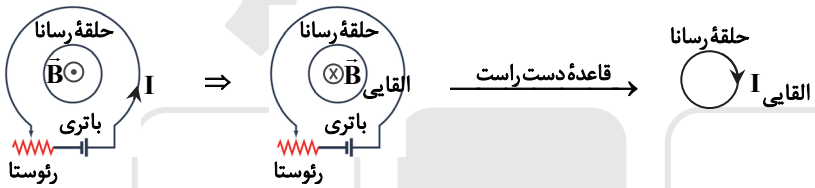
$|\bar{\mathscr{E}}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta\right| \Rightarrow ۰/۰۲=|-۲۰۰\times۰/۴\times A\times۱| \Rightarrow A=۲/۵\times۱۰^{-۴}m^{۲}=۲/۵cm^{۲}$

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

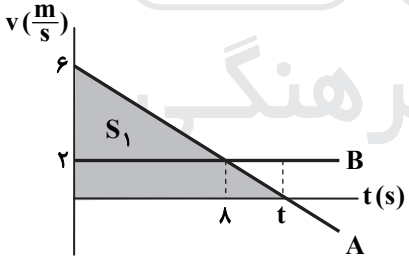
با وصل کلید در شکل (الف) جریان عبوری از سیم‌لولهٔ وصل به مولد و در نتیجه میدان مغناطیسی آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین شار مغناطیسی تولیدی این سیم‌لوله نیز افزایش خواهد یافت. چون شار مغناطیسی این سیم‌لوله از سیم‌لولهٔ مجاور عبور می‌کند، طبق قانون لنز، جهت میدان القایی در سیم‌لولهٔ مجاور در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله دارای مولد است که با توجه به قاعدهٔ دست راست جهت جریان القایی از b به a خواهد بود.



با کاهش مقاومت رئوستا در شکل (ب)، جریان عبوری از مدار و در نتیجه میدان مغناطیسی در محل حلقه افزایش می‌یابد؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز افزایش خواهد یافت. طبق قانون لنز در حلقه جریان القایی در جهتی القا می‌شود که با این افزایش شار مخالفت کند، پس جریان القایی طبق قاعدهٔ دست راست به‌صورت ساعت‌گرد در حلقه ایجاد می‌شود.



۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



لحظهٔ توقف A : $\frac{۲}{۶}=\frac{t-۸}{t} \Rightarrow t=۳(t-۸) \Rightarrow t=۳t-۲۴ \Rightarrow t=۱۲s$

$\Delta x_B=۲\times۱۲=۲۴m$

$\Delta x_A=S_۱=\frac{۱۲\times۶}{۲}=۳۶m$

فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ توقف A : $d=۳۶-۲۴=۱۲m$

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

با توجه به جهت مثبت انتخاب‌شده، شتاب B مثبت و شتاب A منفی است. به هم رسیدن دو متحرک یعنی $x_A=x_B$.

$x_A=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}=\frac{۱}{۲}\times-۲t^{۲}+۰+۱۲۵=-t^{۲}+۱۲۵$

$x_B=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}=\frac{۱}{۲}a_Bt^{۲}+۰+۰=\frac{۱}{۲}a_Bt^{۲}$

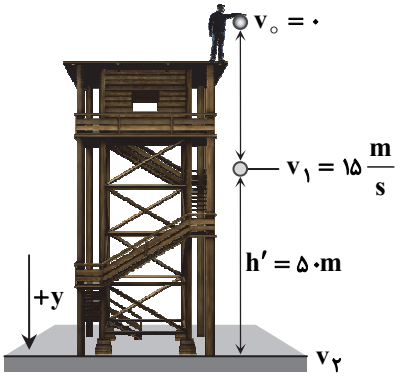
$x_A=x_B \Rightarrow -t^{۲}+۱۲۵=\frac{۱}{۲}a_Bt^{۲} \xrightarrow{t=۵s} -۲۵+۱۲۵=\frac{۲۵}{۲}a_B \Rightarrow a_B=\frac{۲۰۰}{۲۵}=۸\frac{m}{s^{۲}} \Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}\times۸\times t^{۲}=۴t^{۲}$

رسیدن متحرک B به نقطهٔ شروع متحرک A : $x_B=۱۲۵ \Rightarrow ۴t^{۲}=۱۲۵ \Rightarrow t^{۲}=\frac{۱۲۵}{۴}$

فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر $=x_B-x_A=۴t^{۲}-(-t^{۲}+۱۲۵)=۵t^{۲}-۱۲۵=۵\times\frac{۱۲۵}{۴}-۱۲۵=\frac{۱۲۵}{۴}m$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 15^2 = 2\times 10\times 50 \Rightarrow v^2 = 1225 \Rightarrow v = 35\frac{m}{s}$$

$$v = gt \Rightarrow 35 = 10\times t \Rightarrow t = 3/5\,s$$

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالت اول، وزنه به‌صورت تندشونده با شتاب $3\frac{m}{s^2}$ پایین می‌آید:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow mg - T_1 = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g - a_1) = m(10-3) = 7\times m$$

در حالت دوم، وزنه به‌صورت کندشونده با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ پایین می‌آید:

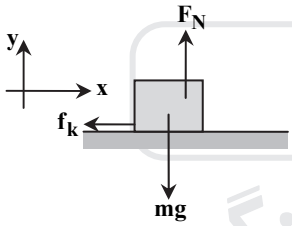
$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow T_2 - mg = ma_2 \Rightarrow T_2 = m(g + a_2) = m(10+4) = 14\times m$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{14\times m}{7\times m} = 2$$

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2\times a\times 0/8 \Rightarrow a = -2/5\frac{m}{s^2}$$

از لحظه‌ای که جعبه را رها می‌کنیم نیروهای وارد بر آن، مطابق شکل است.



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0$$

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow -\frac{5}{2} = -10\mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{4}$$

توجه کنید که جرم جعبه در محاسبهٔ فوق نقشی ندارد.

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$\vec{F}_{av}\Delta t = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

اگر جهت مثبت محور y را رو به بالا در نظر بگیریم، $\vec{v}_1 = (4\frac{m}{s})\vec{j}$ و $\vec{v}_2 = (-2\frac{m}{s})\vec{j}$ می‌شود و داریم:

$$\vec{F}_{av}\times 0/4 = 2(-2\vec{j} - 4\vec{j}) = -12\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{av} = -\frac{12}{0/4}\vec{j} = (-30N)\vec{j}$$

نیرویی که تا اینجا به‌دست آمده، کل نیروی متوسطی است که در مدت $0/4\,s$ بر وزنه وارد می‌شود. این نیرو برابر با برایند نیروی متوسط فنر بر وزنه و نیروی وزن آن است.

$$-30\vec{j} = \vec{W} + \vec{F}_{av\,فنر} = -20\vec{j} + \vec{F}_{av\,فنر} \Rightarrow \vec{F}_{av\,فنر} = (-10N)\vec{j} \Rightarrow \left|\vec{F}_{av\,فنر}\right| = 10N$$

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی، عمود بر مسیر حرکت الکترون است و الکترون در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، نیروی F یک نیروی مرکزگرا است:

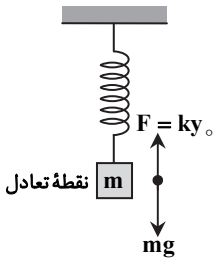
$$F = |q|vB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 2\times 10^{-15} = \frac{mv^2}{5\times 10^{-2}} \Rightarrow mv^2 = 10^{-16} \quad (1)\ \text{رابطهٔ}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{(1)\ \text{رابطهٔ}} K = \frac{1}{2}\times 10^{-16} = 5\times 10^{-17}\,J \times \frac{1eV}{1/6\times 10^{-19}\,J} = 312/5\,eV$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

در حالت تعادل نیروی وزن و نیروی فنر دارای بزرگی یکسان هستند. بنابراین:



$$kx = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{y_0} = \frac{10}{0/1} = 100$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{100} = 10\frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 0/2 = A \times 10 \Rightarrow A = 0/02m = 2cm$$

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$2A = 12mm \Rightarrow A = 6mm$$

در لحظه‌ای که فاصلهٔ نوسانگر از وضع تعادل برابر ۶ میلی‌متر است، متحرک در نقاط بازگشت قرار دارد و انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ وزنه- فنر، بیشینه است.

گزینهٔ ۱: $U_1 = 0 \Rightarrow K_1 = E \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{0/2v_1^2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow v_1 = 5\frac{m}{s}$

گزینهٔ ۲: $U_1 = \frac{5}{2}J = E \Rightarrow$ متحرک در انتهای مسیر است. $\Rightarrow v_1 = 0$

گزینهٔ ۳: $U_1 = \frac{5}{6}J \Rightarrow K_1 = E - U_1 = \frac{5}{2} - \frac{5}{6} = \frac{5}{3}J \Rightarrow K_1 = \frac{5}{3} = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \times 0/2 \times v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = \frac{50}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{5\sqrt{6}}{3}\frac{m}{s}$

گزینهٔ ۴: $U_1 = \frac{5}{3}J \Rightarrow K_1 = E - U_1 = \frac{5}{2} - \frac{5}{3} = \frac{5}{6}J \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0/2 \times v_1^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow v_1^2 = \frac{25}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{5\sqrt{3}}{3}\frac{m}{s}$

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\frac{3}{2}\lambda = 120 \Rightarrow \lambda = 80cm = 0/8m$$

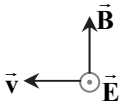
$$\lambda = vT \Rightarrow 0/8 = v \times \frac{1}{100} \Rightarrow v = 80\frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} \Rightarrow 80 = \sqrt{\frac{F}{\frac{5 \times 10^{-3}}{0/5}}} \Rightarrow F = 80 \times 80 \times 10^{-2} = 64N$$

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\lambda = vT \Rightarrow 480 \times 10^{-9} = 3 \times 10^8 T \Rightarrow T = 16 \times 10^{-16}s \qquad \Delta t = 4 \times 10^{-16} = \frac{T}{4}$$

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، در لحظهٔ t_1 جهت میدان الکتریکی در این نقطه برون‌سو است.



از طرفی در موج الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند، پس E بیشینه است؛ در نتیجه پس از ربع دوره $(\Delta t = \frac{T}{4})$ صفر می‌شود.

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 5 = 12 + \log I \Rightarrow \log I = -7 \Rightarrow I = 10^{-7}\frac{W}{m^2}$$

$$E = P_{av}\Delta t \Rightarrow E = IA\Delta t = 10^{-7} \times \pi \times (0/2)^2 \times 3600 = 36\pi \times 4 \times 10^{-7}J = 14/4\pi\mu J \simeq 45\mu J$$

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$K_{max} = hf - W_0 = hf - hf_0 \Rightarrow \frac{K_{max_1}}{K_{max_2}} = \frac{h(f_1 - f_0)}{h(f_2 - f_0)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{f_1 - f_0}{1/5f_1 - f_0} \Rightarrow 2f_1 - 2f_0 = 1/5f_1 - f_0 \Rightarrow 0/5f_1 = f_0 \Rightarrow f_1 = 2f_0$$

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل‌های ۴ و ۵)

بلندترین طول موج: $n = n' + 1 = 4 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{max}} = R(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}) = \frac{7}{144}R \Rightarrow \lambda = \frac{144}{7R}$

کوتاه‌ترین طول موج: $n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty}) \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{9}{R}$

$$\frac{144}{7R} - \frac{9}{R} = (\frac{144}{7} - 9)\frac{1}{R} = \frac{81}{7} \times 92 \simeq 1060nm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$^{۲۳۵}_{۹۲}U + {}^{۱}_{۰}n \rightarrow {}^{۲۳۶}_{۹۲}U \rightarrow {}^{۱۴۱}_{۵۶}X + {}^{A}_{Z}Y + ۴\,{}^{۱}_{۰}n + \text{انرژی}$$

$$\begin{cases} ۲۳۶ = ۱۴۱ + A + (۴\times۱) \Rightarrow A = ۹۲ \\ \Rightarrow N = A - Z = ۹۲ - ۳۶ = ۵۶ \\ ۹۲ = ۵۶ + Z + (۴\times۰) \Rightarrow Z = ۳۶ \end{cases}$$

شیمی ۲

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۱

هرچه اختلاف انرژی لایه‌ها بیشتر باشد، طول موج پرتو حاصل کوتاه‌تر خواهد بود. با افزایش n، تفاوت انرژی دو لایهٔ متوالی، کمتر می‌شود.

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

$$M = M_۱ + \frac{F_۲}{F}(M_۲ - M_۱) + \frac{F_۳}{F}(M_۳ - M_۱) \Rightarrow M = A + (\frac{۳}{۸}\times۲) + (\frac{۴}{۸}\times۳) = A + \frac{۶+۱۲}{۸} = A + \frac{۱۸}{۸} = A + ۲/۲۵$$

$$M - A = ۲/۲۵$$

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

$$۰/۵M_A = \frac{۱}{۳}M_B \Rightarrow M_B = ۱/۵M_A$$

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \begin{cases} \text{A مول} = \frac{۱۰}{M_A} \Rightarrow \text{A شمار اتم‌های} = \frac{۱۰}{M_A}\times N_A \\ \text{B مول} = \frac{۳}{۱/۵M_A} = \frac{۲}{M_A} \Rightarrow \text{B شمار اتم‌های} = \frac{۲}{M_A}\times N_A \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{۱۰}{M_A}\times N_A}{\frac{۲}{M_A}\times N_A} = ۵$$

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲ شیمی ۱

$$\underset{۲۰}{C_۲H_۶} \sim \underset{۴۰}{۲CO_۲} \quad \underset{۶۰}{۳H_۲O}$$

$$\underset{۴۰}{CH_۴} \sim \underset{۴۰}{CO_۲} \quad \underset{۸۰}{۲H_۲O}$$

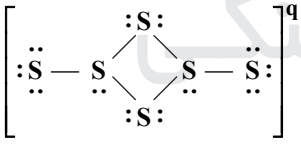
$$\underset{۴۰}{C_۳H_۸} \sim \underset{۱۲۰}{۳CO_۲} \quad \underset{۱۶۰}{۴H_۲O}$$

$$\text{درصد حجمی } CO_۲ = \text{درصد مولی } CO_۲ = \frac{۲۰۰}{(۲۰۰+۳۰۰)}\times۱۰۰ = ۴۰$$

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۳

$$q = \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها} - \text{شمار الکترون‌های به‌کار رفته در ساختار} = ۰ = ۳۶ - (۶\times۶)$$

فرمول یون سیلیکات، $SiO_۴^{۴-}$ و مقدار بار آن، ۴ است.



$$۴ - ۰ = ۴$$

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳ شیمی ۱

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} = \frac{\text{چگالی}\times\text{درصد جرمی}\times۱۰}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow M_{\text{کل}(NaOH)} = \frac{(۰/۱\times\frac{۱۰\times۲۰\times۱/۲}{۴۰}) + (۰/۳\times۲)}{۰/۴}$$

$$= \frac{۰/۶+۰/۶}{۰/۴} = \frac{۱/۲}{۰/۴} = ۳\,mol\cdot L^{-۱}$$

$$\text{مول } NaOH = ۳\times۰/۰۵ = ۰/۱۵ \xrightarrow{H_۲SO_۴ \sim ۲NaOH} \text{مول } H_۲SO_۴ = \frac{۰/۱۵}{۲}$$

$$\text{جرم } H_۲SO_۴ = \frac{۰/۱۵}{۲}mol \times \frac{۹۸\,g\ \text{خالص}}{۱mol} \times \frac{۱۰۰\,g\ \text{ناخالص}}{۹۸\,g\ \text{خالص}} = ۷/۵\,g$$

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳ شیمی ۱

$$Fe^{۳+}(aq) + ۳NaOH(g) \rightarrow Fe(OH)_۳(s) + ۳Na^{+}$$

$$\frac{۴۰\times۷۰}{۵۶} = \frac{x}{۳\times۴۰}\times\frac{۸۰}{۱۰۰} \Rightarrow x = ۷۵۰۰\,g \cong ۷/۵\,kg$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

$$S(۷۰^\circ C)=۳a \qquad S(۲۰^\circ C)=a$$

جرم محلول $۷۰^\circ C$ (g) $\xrightarrow{\text{کاهش دما تا } ۲۰^\circ C}$ جرم رسوب (g)

$۱۰۰+۳a$ $۲a$

۱۱۰۰ ۴۰۰

$$۴۰۰+۱۲a=۲۲a \Rightarrow ۱۰a=۴۰۰ \Rightarrow a=۴۰$$

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳ شیمی ۱

فقط عبارت اول درست است.

بررسی عبارت‌ها:

- در شرایط معمولی، ید ($I_۲$) جامد و آب ($H_۲O$) مایع است.
- متانول و اتانول، هر دو به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- فقط HF توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد و نه همهٔ هالیدهای هیدروژن!
- با روش اسمز معکوس، فقط میکروب‌ها در آب باقی می‌مانند.

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۱

همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

$A \rightarrow {}_{۱۳}Al\ ([{}_{۱۰}Ne]۳s^۲۳p^۱)$

$B \rightarrow {}_{۱۴}Si\ ([{}_{۱۰}Ne]۳s^۲۳p^۲)$

$C \rightarrow {}_{۱۷}Cl\ ([{}_{۱۰}Ne]۳s^۲۳p^۵)$

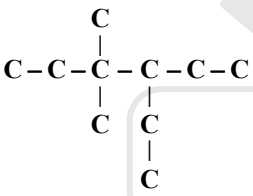
$D \rightarrow {}_{۱۹}K\ ([{}_{۱۸}Ar]۴s^۱)$

$E \rightarrow {}_{۲۰}Ca\ ([{}_{۱۸}Ar]۴s^۲)$

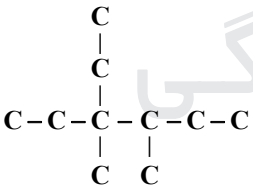
۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

نام درست در سایر گزینه‌ها به‌صورت زیر است:

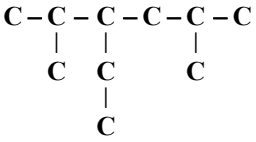
گزینهٔ ۱: ۴- اتیل- ۳ ، ۳- دی‌متیل هگزان



گزینهٔ ۲: ۳- اتیل- ۳ ، ۴- دی‌متیل هگزان



گزینهٔ ۳: ۳- اتیل- ۲ ، ۵- دی‌متیل هگزان



۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

همهٔ گوگرد موجود در کلوخه به $H_۲SO_۴$ تبدیل می‌شود.

$$S \sim H_۲SO_۴$$

$$\frac{\text{جرم ناخالص}\times\frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}\times۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۴۰۰۰\times\frac{x}{۱۰۰}\times\frac{۱۰۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{۱\times۳۲}=\frac{۰/۱\times۲۰۰}{۱\times۱} \Rightarrow x=٪۵۰$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۲

الف) نادرست

$$\underbrace{۲N=O+O=O}_{\text{تعداد پیوند}=۶} \rightarrow \underbrace{۲O-N=O}_{\text{تعداد پیوند}=۶}$$

ب) درست

$$\underbrace{\begin{matrix}۲O-N-Cl\\ \quad\quad\|\\ \quad\quad O\end{matrix}}_{\text{تعداد پیوندها}=۸} \rightarrow \underbrace{۲O-N=O+Cl-Cl}_{\text{تعداد پیوندها}=۷}$$

پ) نادرست

سومین آلکین : $C_۴H_۸$ تعداد پیوندها = ۱۱

دومین آلکان : $C_۲H_۶$ تعداد پیوندها = ۷

ت) درست

نفتالن : $C_{۱۰}H_۸$ تعداد H = ۸

ویتامین C : $C_۶H_۸O_۶$ تعداد H = ۸

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲ شیمی ۲

راه‌حل اول:

$$۲HgO(s)+۱۸۰kJ \rightarrow ۲Hg(l)+O_۲(g)$$

$$\frac{Q}{۱۸۰}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{۱۰۰۰}{۲\times۲۰۰} \Rightarrow Q=\frac{۱۸۰۰۰}{۳۲}kJ$$

$$CH_۴(g)+۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g)+۲H_۲O(g)+۹۰۰kJ$$

$$\frac{x}{۱۶}=\frac{(\frac{۱۸۰۰۰}{۳۲})}{۹۰۰} \Rightarrow x=۱۰g$$

راه‌حل دوم:

$$x\ g\ CH_۴\times\frac{۱mol\ CH_۴}{۱۶g\ CH_۴}\times\frac{۹۰۰kJ}{۱mol\ CH_۴}\times\frac{۲mol\ Hg}{۱۸۰kJ}\times\frac{۲۰۰g\ Hg}{۱mol\ Hg}\times\frac{۸۰}{۱۰۰}=۱۰۰۰g\ Hg \Rightarrow x=۱۰g$$

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

عبارت اول: نه لزوماً! انرژی گرمایی به مقدار ماده نیز بستگی دارد.

عبارت دوم: ظرفیت گرمایی تعیین‌کنندهٔ آسان یا سخت بودن افزایش دما است.

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

باید با توجه به مقدار اولیهٔ A، مقدار نظری B را محاسبه کنیم.

$$\text{مقدار نظری B}=۲mol\ A\times\frac{۲mol\ B}{۱mol\ A}=۴mol\ B$$

$$\text{بازده درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی B}}{\text{مقدار نظری B}}\times۱۰۰=\frac{۲}{۴}\times۱۰۰=۵۰$$

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲ شیمی ۲

	۲A	→	۲B	+	۳C
اولیه	a		۰		۰
t = ۱۲۰s	a − ۲x		۲x		۳x
پایانی t	۰				

$$a-۲x=۰ \Rightarrow ۵x=۵(a-۲x) \Rightarrow ۵x=۵a-۱۰x \Rightarrow ۵a=۱۵x \Rightarrow a=۳x$$

$$\bar{R}(\text{واکنش})=۰/۰۴\frac{mol}{s} \Rightarrow \bar{R}(B)=۰/۰۸=\frac{۲x}{۱۲۰} \Rightarrow x=۴/۸mol$$

$$\Rightarrow \text{مقدار اولیه A}=۳x=۱۴/۴mol$$

مقدار A باقی‌مانده پس از دو دقیقه $=a-۲x=۳x-۲x=x=۴/۸mol$

$$\bar{R}(A)=\bar{R}(B)=۰/۰۸ \Rightarrow ۰/۰۸=\frac{۴/۸}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=۶۰s$$

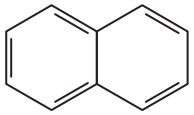
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

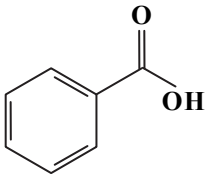
سلولز یک پلی‌اتر است و پلی‌استر محسوب نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲)



نفتالن



بنزوئیک اسید

۳) ترکیب آلی موجود در بادام (بنزآلدهید)، دارای گروه عاملی آلدهیدی $(-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H)$ است.

۴)

$C_7H_{14}O \Rightarrow 7+14+1=22$: ۲- هپتانون

$C_3H_6O_2 \Rightarrow 3+6+2=11$: متیل استات (استر ۳ کربنی)

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

$$H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3+H_2O \rightleftharpoons^{H^+} HCOOH+CH_3OH$$

$$\frac{12}{60}=\frac{x}{32} \Rightarrow x=6/4g$$

$$C_3H_7COOC_2H_5+H_2O \rightleftharpoons^{H^+} C_3H_7COOH+C_2H_5OH$$

$$\frac{23/2}{116}=\frac{x'}{46} \Rightarrow x'=9/2g$$

$9/2-6/4=2/8$

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

هر دو نیم پیوند در ابتدا و انتهای زنجیر پلیمر را معادل یک پیوند در نظر می‌گیریم.

تعداد پیوندها در پلی‌اتن $= 700\times6=4200$

پلی‌استر : $+\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_2-CH_2-O+_{200}$

تعداد پیوندها در زنجیر پلی‌استر $= 200\times14=2800$

$$\frac{4200}{2800}=1/5$$

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

صابونی : $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O^-Na^+$ جرم مولی $= R+Na+44$

غیرصابونی‌صابونی : $R-C_6H_4-SO_3^-Na^+$ جرم مولی $= R+Na+156$

$\Rightarrow$ اختلاف جرم مولی $= 112g$

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

$$\left[H^+\right]=0/1$$

	HA	$\rightleftharpoons$	H^+	+	A^-
	$0/2$		0		0
	$\underbrace{0/2-x}_{0/1}$		$\frac{x}{0/1}$		$\frac{x}{0/1}$

$$K=\frac{0/1\times0/1}{0/1}=0/1$$

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

به‌جز مورد دوم، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

■ اتانول در آب یونیده نمی‌شود و خاصیت اسیدی یا بازی ایجاد نمی‌کند.

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲ شیمی ۳

■ نادرست، الکترون‌ها از درون محلول و دیواره عبور نمی‌کنند.

■ نادرست

$$\begin{array}{ccccc} Al & \sim & ۳Ag & \sim & ۳e^- \\ \frac{x'}{۲۷} & = & \frac{x}{۳\times ۱۰۸} & = & \frac{۰/۳}{۳} \end{array}$$

$$x' = ۲/۷ \quad , \quad x = ۳۲/۴$$

$$\text{Al و Ag جرم اولیه} = a \Rightarrow \begin{cases} \text{Al جرم} = a - ۲/۷ \\ \text{Ag جرم} = a + ۳۲/۴ \end{cases}$$

$$\text{اختلاف جرم پس از کارکرد} = (a + ۳۲/۴) - (a - ۲/۷) = ۳۵/۱g$$

■ درست

$$Al(s) + ۳Ag^+(aq) \rightarrow Al^{۳+}(aq) + ۳Ag$$

■ درست، زیرا تفاوت قدرت کاهندگی Al و Cu، کمتر از این تفاوت در Al و Ag است.

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۳

با ایجاد خراش در سطح حلبی، قلع دچار تغییر نمی‌شود و واکنش انجام شده در سطح قلع، کاهش $O_۲$ است.

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۳

در ساختار هر دو، اتم کربن ۴ پیوند کووالانسی و تعداد پیوندها از رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{۴ \times \text{تعداد اتم‌های کربن}}{۲}$$

بنابراین نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار الماس و گرافیت، با نسبت جرم آن‌ها رابطهٔ مستقیم دارد:

$$\frac{۰/۱۲}{۰/۱۶} = \frac{۳}{۴}$$

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۳ شیمی ۳

همهٔ عبارت‌های داده شده ، درست هستند.

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۴ شیمی ۳

مبدل خودرو بنزینی به گونه‌ای طراحی شده است که فقط گازهای CO ، NO و C_xH_y را حذف می‌کند.

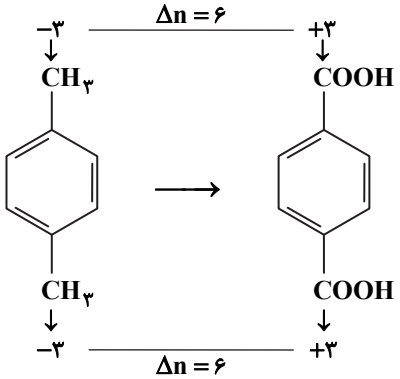
۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴ شیمی ۳

	$۲NO_۲$	$\rightleftharpoons$	$N_۲O_۴$
اولیه	۵		۰
تعادل	$۵-۲x$		x
غلظت‌ها	$\frac{۵-۲x}{۲}$		$\frac{x}{۲}$

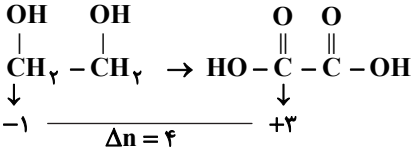
$$\frac{x}{۲} = ۱ \Rightarrow x = ۲$$

$$K = \frac{[N_۲O_۴]}{[NO_۲]^۲} = \frac{۱}{(\frac{۱}{۲})^۲} = ۴$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴ شیمی ۳



$\Rightarrow$ مجموع = ۱۲



$\Rightarrow$ مجموع = ۸

$$\frac{۱۲}{۸} = ۱/۵$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir