



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۲
۱۴۰۲/۰۴/۰۶

آزمون
سیزدهم
حضور
دفترچه شماره ۱

خیلی سبز!
آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

۸- اگر $a = \log_3 18$ و $b = \log_2 6$ باشد، مقدار b بر حسب a کدام است؟

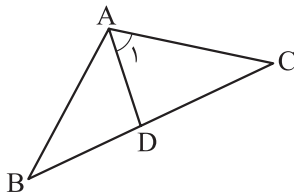
$$\frac{a-1}{a+2} \quad (2)$$

$$\frac{a-1}{a-2} \quad (1)$$

$$\frac{a+1}{a+2} \quad (4)$$

$$\frac{a+1}{a-2} \quad (3)$$

۹- در مثلث شکل زیر $\hat{A}_1 = 60^\circ$ و $DA = DB$ است. حاصل $\sin \hat{A} + \sin \hat{B}$ چند برابر $\cos \frac{\hat{C}}{3}$ است؟



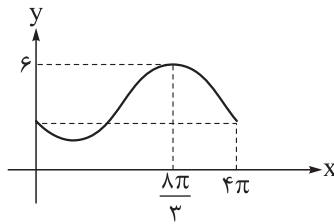
$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۰- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \sin(bx + \theta)$ به صورت روبه‌رو است. اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\theta}{ab}$ کدام است؟



$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{18} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{9} \quad (4)$$

۱۱- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{7\pi}{2} \quad (4)$$

$$5\pi \quad (3)$$

$$4\pi \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

۱۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+a}}{\sqrt{x}-1}$ برابر $\frac{3}{b}$ است. b کدام است؟

$$-4 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$-1 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} x[x]+1 & x^2 < |x| \\ 1 + \cos 2\pi x & x^2 \geq |x| \end{cases}$ در چند نقطه از \mathbb{R} ناپیوسته است؟

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۲۲- ۱۱ بازیکن فوتبال به ترتیب وارد زمین می‌شوند. اگر دروازه‌بان زودتر از شماره ۷ وارد شود، با کدام احتمال دروازه‌بان نفر پنجم است؟

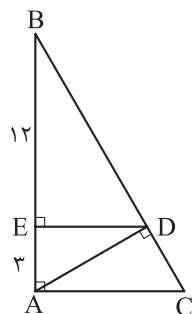
$\frac{6}{55}$ (۴) $\frac{1}{11}$ (۳) $\frac{6}{11}$ (۲) $\frac{6}{10}$ (۱)

۲۳- در شش داده آماری مقادیر تفاضل میانگین از داده‌ها ۱, a, b, ۰, -۱, ۵ هستند. حداقل واریانس تقریباً چه قدر است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

$7/33$ (۴) ۷ (۳) ۶/۶۶ (۲) ۶ (۱)

۲۴- طول دوزلع مثلثی ۴ و ۵ و فاصله نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن از ضلع سوم، برابر با ۲ است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، طول ضلع سوم کدام است؟

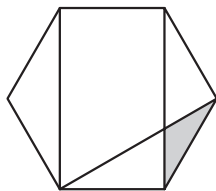
۵ (۴) ۶ (۳) ۷ (۲) ۸ (۱)



۲۵- با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC کدام است؟

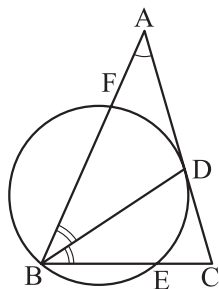
$62/5$ (۱)
 $72/5$ (۲)
 $43/75$ (۳)
 $56/25$ (۴)

۲۶- مطابق شکل، مساحت قسمت سایه خورده $\sqrt{3}$ است. طول ضلع شش ضلعی منتظم کدام است؟



۴ (۱)
 $3\sqrt{3}$ (۲)
 $2\sqrt{3}$ (۳)
 ۳ (۴)

۲۷- مطابق شکل در مثلث متساوی الساقین ABC که $AB = AC$ ، نیمساز زاویه B و دایره گذرنده از B که در نقطه D بر ساق AC مماس است، رسم شده‌اند. اگر $\angle BE = 100^\circ$ ، آن‌گاه اندازه کمان BF کدام است؟



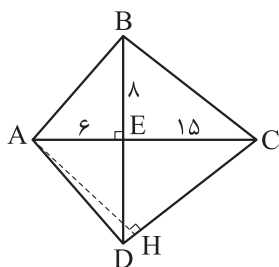
15° (۱)
 14° (۲)
 13° (۳)
 12° (۴)

محل انجام محاسبات

۲۸- رأس A از لوزی ABCD بر محور yها و بازتاب آن نسبت به قطر BD بر محور xها واقع است. اگر طول رأس‌های B و D به ترتیب ۱ و ۵ باشد، طول رأس C کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{2}$

۲۹- قطرهای چهارضلعی محاطی ABCD در نقطه E بر هم عمودند. با توجه به اندازه‌های روی شکل نسبت $\frac{AH}{AD}$ کدام است؟



(۱) $\frac{84}{85}$

(۲) $\frac{16}{17}$

(۳) $\frac{81}{85}$

(۴) $\frac{15}{17}$

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس X، از معادله $\begin{bmatrix} |A|^2 - 1 & |2A| \\ 2 & 1 + 2|A| \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) ۵ (۳) -۴ (۴) ۲

۳۱- به ازای هر عدد حقیقی m، معادله $(m-2)x + my = m+4$ ، قطری از دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. اگر این دایره مماس بر نیمساز ربع دوم و چهارم باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) $-1/5$ (۲) $3/5$
(۳) $-8/5$ (۴) $10/5$

۳۲- اگر از نقطه $(0, 1)$ دو شعاع نورانی بر سهمی به معادله $x = \left(\frac{y-2}{3}\right)^2 - 1$ تابیده شود، بازتاب آن‌ها چگونه است؟

- (۱) موازی با محور (۲) موازی رو به بالا (۳) متقاطع (۴) موازی رو به پایین

۳۳- دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 120° می‌سازند. زاویه بین مجموع دو بردار، با بردار کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) 75° (۲) 105° (۳) 60° (۴) 90°

محل انجام محاسبات

۳۴- روی سه بردار $\vec{a} = (1, 2, 0)$ ، $\vec{b} = (1, 1, -1)$ و $\vec{c} = (m, -m, m)$ یک متوازی‌السطوح می‌سازیم. اگر

$\vec{h} = n\vec{i} - 2\vec{j} + p\vec{k}$ ، ارتفاع وارد بر قاعده \vec{a} و \vec{b} در این متوازی‌السطوح باشد، حجم متوازی‌السطوح کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴)

۳۵- چند نقطه روی منحنی به معادله $y = \frac{5x+2}{x-3}$ وجود دارد که هر دو مقدار x و y عددهایی صحیح باشند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۶- دو عدد $a^3 + 1$ و $16a + 2$ رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^3 - a$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۳۷- اگر x و y هر دو عددهای طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $23x + 22y = 1518$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۸- در یک گراف کامل ناتهی رابطه $q(G) = \Delta^2(G) - 4\delta(G)$ برقرار است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۳۹- به ازای چند مجموعه مختلف $\{a, b, c\}$ گرافی با درجه رأس‌های $a, b, c, 2, 3, 3, 4$ دارای $a + b + c$ یال و همبند است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۰- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵۵۰۰ با مجموع ارقام ۷ وجود دارد؟

- ۱۱۵ (۱) ۱۱۷ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۱۸ (۴)

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛
فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۲
۱۴۰۲/۰۴/۰۶

آزمون
سیزدهم
حضور
دفترچه شماره ۲

خیلی سبز!
آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون. تعداد. شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

۴۱- کدام یک از موج‌های زیر، عرضی است؟

- الف) امواج صوتی ب) امواج رادیویی پ) امواج لرزه‌ای اولیه ت) امواج لرزه‌ای ثانویه
- (۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۴۲- الکترونی به موازات سطح زمین به طرف شمال شرقی پرتاب می‌شود. اگر جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن در لحظه پرتاب، در کدام جهت است؟

- (۱) بالا (۲) پایین (۳) شمال غربی (۴) جنوب شرقی

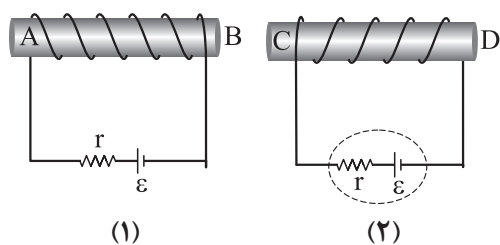
۴۳- یکای فرعی کدام کمیت، $\frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{A}\cdot\text{s}^2}$ است؟

- (۱) میدان مغناطیسی (۲) شار مغناطیسی (۳) میدان الکتریکی (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی

۴۴- در اتم هیدروژن، الکترونی که در سومین حالت برانگیخته قرار دارد، یک فوتون در ناحیه مرئی گسیل می‌کند. انرژی این فوتون چند ریذبرگ است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{7}{144}$ (۳) $\frac{15}{16}$ (۴) $\frac{3}{16}$

۴۵- در آهنرباهای الکتریکی (۱) و (۲) شکل زیر، قطب N آهنرباها به ترتیب کدام است؟



- (۱) A, C (۲) A, D (۳) B, C (۴) B, D

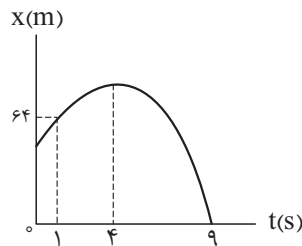
۴۶- معادله سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 6t - 18$ است. بردار جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت، بر حسب متر کدام است؟

- (۱) $24\vec{i}$ (۲) $-24\vec{i}$ (۳) $48\vec{i}$ (۴) $-48\vec{i}$

۴۷- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه دوم، 400 m و در ۴ ثانیه چهارم 304 m باشد، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟

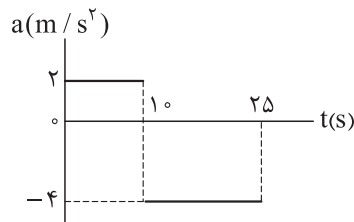
- (۱) $2/5$ (۲) 5 (۳) $1/5$ (۴) 3

محل انجام محاسبات



۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متحرک در مبدأ زمان، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۲
(۴) ۳۶



۴۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل مقابل است. اگر در مبدأ زمان، سرعت متحرک $\vec{v} = (10 \text{ m/s})\vec{i}$ و مکان آن $\vec{x} = (-50 \text{ m})\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظه $t = 25 \text{ s}$ کدام است؟

- (۱) ۱۵۰
(۲) ۲۵۰
(۳) ۳۰۰
(۴) ۳۵۰

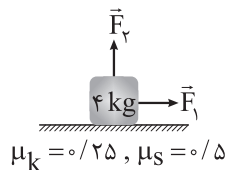
۵۰- در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می شود. اگر تندی متوسط گلوله از لحظه رها شدن تا لحظه رسیدن به زمین 18 m/s باشد، تندی متوسط آن در $\frac{1}{9}$ پایانی مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) ۱۲
(۲) ۲۱
(۳) ۲۴
(۴) ۳۰

۵۱- در فاصله $4R_e$ از سطح زمین، شتاب گرانش در مقایسه با سطح زمین، چند درصد کاهش می یابد؟ (R_e شعاع زمین است.)

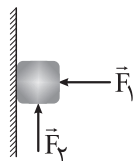
- (۱) ۹۶
(۲) ۴
(۳) ۶/۲۵
(۴) ۹۳/۷۵

۵۲- در شکل زیر، دو نیروی افقی و عمودی هم اندازه \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به جسم وارد می شوند و جسم با شتاب ثابت $2/5 \text{ m/s}^2$ روی سطح افقی شروع به حرکت می کند. اگر اندازه هر کدام از نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 ۲۵٪ افزایش یابد، اندازه شتاب جسم چند درصد تغییر می کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۵
(۳) ۲۰
(۴) ۵۰

۵۳- مطابق شکل، قطعه چوبی با نیروی افقی F_1 به دیوار قائمی با ضریب اصطکاک ایستایی $\mu_s = 0/5$ فشرده شده و ساکن است؛ با وارد کردن نیروی عمودی $F_2 = 35 \text{ N}$ ، جسم در آستانه حرکت به طرف بالا قرار می گیرد. اگر در این حالت،



نیروی وارد بر جسم از طرف دیوار $34\sqrt{5} \text{ N}$ باشد، جرم جسم چند گرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

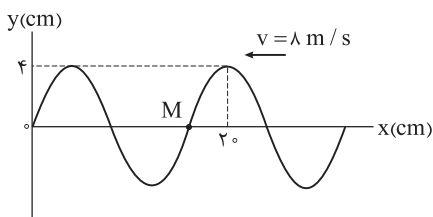
- (۱) ۶۹۰
(۲) ۱۰۰۰
(۳) ۶۹
(۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۵۴- جسمی روی محیط یک دایره به قطر 6 m ، با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر انرژی جنبشی جسم 72 J باشد، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر آن چند نیوتون است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴) ۲۱۶

۵۵- شکل زیر تصویری لحظه‌ای از یک موج عرضی را نشان می‌دهد. کدام موارد درباره این موج درست است؟



- (۱) الف و پ (۲) الف و ب (۳) پ و ت (۴) ب و ت

الف) نقطه M در حال بالارفتن و حرکت آن، کندشونده است.

ب) مسافتی که هر ذره از محیط در مدت 0.1 s طی می‌کند، 8 cm است.

پ) جابه‌جایی هر ذره از محیط در مدت 0.1 s برابر صفر است.

ت) مسافتی که موج در مدت 0.2 s ثانیه طی می‌کند برابر 20 cm است.

۵۶- شکل مقابل، ورود جبهه‌های موج از محیط (۱) به (۲) را نشان می‌دهد.

اگر $\alpha = 37^\circ$ باشد و طول موج، هنگام عبور از مرز میان دو محیط 2 cm

افزایش یابد، β چند درجه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵

- (۳) ۵۳ (۴) ۶۰

۵۷- معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos 40\pi t$ است. در بازه زمانی $t_1 = 0.01\text{ s}$ تا $t_2 = 0.1\text{ s}$ ، حرکت نوسانگر چند ثانیه کندشونده است؟

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{40}$ (۴) $\frac{1}{40}$

۵۸- در یک تار دو انتها بسته به طول 40 cm ، یکی از بسامدهای تشدید 320 Hz و بسامد تشدید پس از آن 400 Hz است. تندی انتشار موج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۵۹- در اتم هیدروژن، کدام گذار منجر به گسیل فوتونی با انرژی $\frac{5}{3}\text{ eV}$ می‌شود؟ ($h = 4 \times 10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s}$ ، $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$)

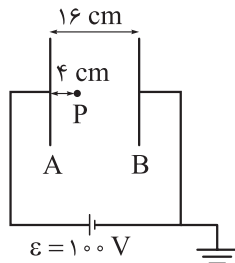
$$(R = \frac{1}{100}\text{ nm})^{-1}$$

- (۱) $n = 3$ به $n' = 2$ (۲) $n = 2$ به $n' = 1$ (۳) $n = 3$ به $n' = 1$ (۴) $n = 4$ به $n' = 2$

۶۰- بسامد سومین خط رشته پاشن ($n' = 3$) چند برابر کم‌ترین بسامد رشته براکت ($n' = 4$) است؟

- (۱) $\frac{27}{100}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{100}{27}$ (۴) $\frac{3}{4}$

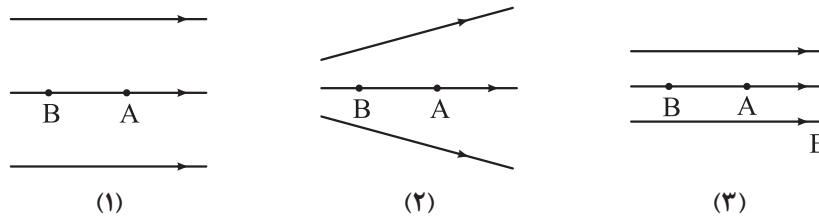
محل انجام محاسبات



۶۱- در شکل روبه‌رو، بین دو صفحه موازی رسانا هوا است. اگر با ثابت ماندن صفحه A، صفحه B و نقطه P را ۴ cm از صفحه A دور کنیم، پتانسیل الکتریکی نقطه P چگونه تغییر می‌کند؟

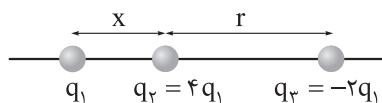
- (۱) ۱۵ ولت کاهش می‌یابد. (۲) ۱۵ ولت افزایش می‌یابد.
 (۳) ۴۵ ولت کاهش می‌یابد. (۴) ۴۵ ولت افزایش می‌یابد.

۶۲- در شکل‌های زیر، سه آرایش خطوط میدان الکتریکی نشان داده شده است. در هر آرایش، یک پروتون با سرعت v از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب شده و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر سرعت پرتاب (v) در هر سه شکل یکسان باشد، کدام مورد درباره مقایسه مسافت طی شده توسط پروتون از نقطه پرتاب تا لحظه توقف (d)، درست است؟



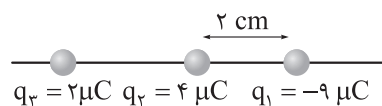
(۱) $d_1 > d_2 > d_3$ (۲) $d_2 > d_1 = d_3$ (۳) $d_1 < d_2 < d_3$ (۴) $d_1 = d_2 = d_3$

۶۳- سه ذره باردار مطابق شکل زیر، روی محوری قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ، ۷۰ درصد بیشتر از بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 باشد، $\frac{x}{r}$ کدام است؟

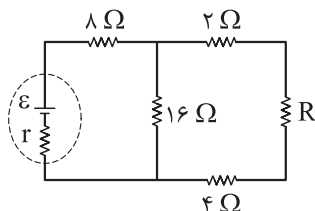


- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶۴- در شکل زیر، سه ذره باردار روی محور X قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر صفر باشد، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



- (۱) ۷۶۵ (۲) ۸۵۵
 (۳) ۱۳۵ (۴) ۸۲۵

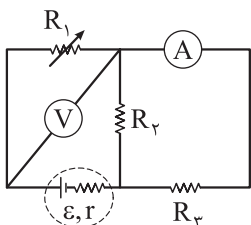


۶۵- در شکل روبه‌رو، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 8Ω ، سه برابر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 4Ω است. R چند اهم است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸
 (۳) ۴ (۴) ۲

محل انجام محاسبات

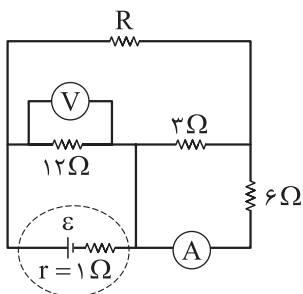
۶۶- در مدار شکل روبه‌رو، با کاهش مقاومت R_1 ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و



ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش - ثابت
 (۲) کاهش - افزایش
 (۳) افزایش - کاهش
 (۴) کاهش - ثابت

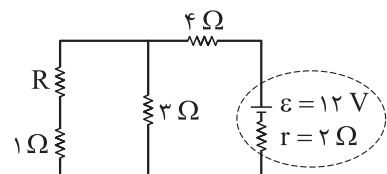
۶۷- در مدار شکل مقابل، ولت‌سنج آرمانی 12 V و آمپرسنج آرمانی 1 A را نشان



می‌دهند. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟

- (۱) ۸
 (۲) ۱۴
 (۳) ۱۵
 (۴) ۱۶

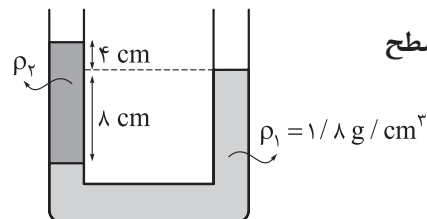
۶۸- در مدار شکل مقابل، اگر توان مصرفی مقاومت $3\ \Omega$ ، 12 برابر توان مصرفی



مقاومت $1\ \Omega$ باشد، توان مصرفی مقاومت $4\ \Omega$ چند وات است؟

- (۱) ۳۶
 (۲) ۱۸
 (۳) ۹
 (۴) ۴/۵

۶۹- در شکل مقابل، سطح مقطع لوله، 2 cm^2 است. در سمت راست لوله، چند



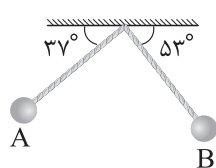
سانتی‌متر مکعب مایع مخلوط‌نشده به چگالی $\rho_2 = 1\text{ g/cm}^3$ بریزیم تا سطح

آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله، در یک سطح باشند؟

- (۱) ۹
 (۲) ۱۸
 (۳) ۱۶
 (۴) ۳۲

۷۰- در شکل زیر، طول آونگ 2 m و جرم گلوله آن 400 g است. اگر تندی گلوله آونگ هنگام عبور از نقاط A و B

به ترتیب 2 m/s و 3 m/s باشد، به ترتیب کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا در جابه‌جایی گلوله از نقطه A تا نقطه B

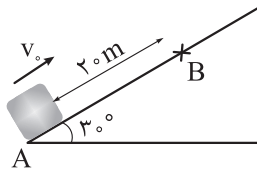


چند ژول است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$ و جرم نخ آونگ ناچیز است.)

- (۱) $-1.1/6$
 (۲) $-0.6/6, 1.6/6$
 (۳) $-1.2/6$
 (۴) $-0.6/6, 2.6/6$

محل انجام محاسبات

۷۱- در شکل زیر، جسمی روی سطح شیب‌دار با سرعت اولیه $v_0 = 20 \text{ m/s}$ مماس بر سطح، از نقطه A به سمت بالا پرتاب شده است. اگر کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی جسم از نقطه A تا نقطه B، $\frac{-1}{4}$ برابر انرژی جنبشی گلوله در نقطه B باشد، تندی جسم در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$\begin{array}{ll} 2\sqrt{10} & (1) \\ \frac{20\sqrt{3}}{3} & (2) \\ 20\sqrt{3} & (4) \\ 4\sqrt{10} & (3) \end{array}$$

۷۲- طول دو میله مسی و آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، یکسان و برابر L است. اگر با افزایش دمای دو میله، در دمای 125°C اختلاف طول دو میله به 3 mm برسد، L بر حسب سانتی‌متر کدام است؟ (ضریب انبساط طولی مس و آهن در SI به ترتیب $(\frac{1}{K}) \times 10^{-5}$ و $(\frac{1}{K}) \times 10^{-5}$ است.)

$$\begin{array}{llll} 800 & (4) & 400 & (3) & 80 & (2) & 40 & (1) \end{array}$$

۷۳- مقداری یخ به جرم m و دمای 20°C را در فشار یک اتمسفر، درون مقداری آب به جرم 2m و دمای θ می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به 10°C برسد، θ بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟

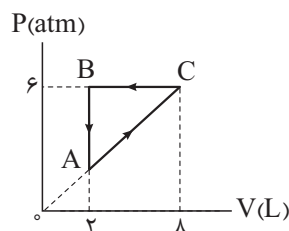
$$(L_F = 336000 \text{ J/kg} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}})$$

$$\begin{array}{llll} 45 & (4) & 50 & (3) & 60 & (2) & 80 & (1) \end{array}$$

۷۴- درون کپسولی با حجم ثابت، 56 g گاز نیتروژن قرار دارد و فشار پیمانه‌ای آن، 2 برابر فشار هواست. اگر هم‌جرم با نیتروژن، هلیوم به گاز موجود در مخزن اضافه کنیم، در دمای ثابت، فشار پیمانه‌ای درون مخزن چند برابر فشار هوا می‌شود؟ (جرم مولی گاز نیتروژن و هلیوم به ترتیب 28 گرم بر مول و 4 گرم بر مول است.)

$$\begin{array}{llll} 23 & (4) & 24 & (3) & 15 & (2) & 16 & (1) \end{array}$$

۷۵- گاز داخل یک استوانه، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. گاز در این چرخه چند ژول گرما و چگونه مبادله می‌کند؟



- (1) 1350 ، دریافت می‌کند.
- (2) 1350 ، از دست می‌دهد.
- (3) 1800 ، دریافت می‌کند.
- (4) 1800 ، از دست می‌دهد.

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام عدد اتمی مربوط به عنصری نافلزی با بزرگ‌ترین شعاع اتمی در دوره سوم جدول تناوبی است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۷۷- اوزون تروپوسفری از واکنش گازهای و اکسیژن، تولید می‌شود و احتمال تولید این گاز در هوای ابری از هوای آفتابی است.

- (۱) نیتروژن مونوکسید - بیشتر
(۲) نیتروژن مونوکسید - کم‌تر
(۳) نیتروژن دی‌اکسید - بیشتر
(۴) نیتروژن دی‌اکسید - کم‌تر

۷۸- کدام مطلب، نادرست است؟

- (۱) گرمای ویژه یک ماده خالص در دما و فشار اتاق، به جرم آن ماده بستگی ندارد.
(۲) با وجود تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند.
(۳) ارزش سوختی و پایداری الماس، از گرافیت کم‌تر است.
(۴) همواره برای مقدار معینی از یک ماده خالص، انرژی لازم برای فرازش از انرژی لازم برای تبخیر، بیشتر است.

۷۹- فرمول مولکولی استیرن کدام است و در ساختار مولکول آن، چند الکترون پیوندی بین اتم‌ها وجود دارد؟

- (۱) C_8H_{10} ، ۴۲ (۲) C_8H_8 ، ۴۰ (۳) C_8H_{10} ، ۲۱ (۴) C_8H_8 ، ۲۰

۸۰- برای کدام ترکیب شیمیایی زیر، ویژگی بیان شده، درست است؟

- (۱) مس (II) کربنات: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر ۲ است.
(۲) ScN : نام آیوپاک آن، اسکاندیم (III) نیتريد است.
(۳) $MnSO_4$: آخرین زیرلایه الکترونی در کاتیون آن، $3d^4$ است.
(۴) دی‌نیتروژن پنتااکسید: مجموع اعداد اکسایش اتم‌های نیتروژن در آن، $5/2$ برابر عدد اکسایش کربن در کربن دی‌اکسید است.

۸۱- در رابطه با عنصری از دوره چهارم که مجموع $(n + l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن برابر ۲۹ است، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در گروه ۶ جدول دوره‌ای قرار دارد و از فلزهای واسطه دسته d است.
(۲) همانند عنصر قبل از فلز روی در جدول دوره‌ای، آرایش الکترونی اتم آن، از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.
(۳) شمار الکترون‌های دارای $l = 2$ اتم آن، با شمار الکترون‌های دارای $l = 1$ در اتم عنصر Br ، برابر است.
(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن، سه برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی Ca است.

محل انجام محاسبات

۸۲- چند عبارت زیر، اگر در جای خالی جمله «.....» در یک گرم اوره در مقایسه با یک گرم آمونیاک بیشتر است.» گذاشته شوند، مفهوم علمی درستی را در بر خواهد داشت؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

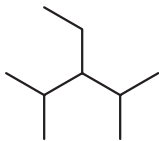
• شمار اتم‌های هیدروژن

• درصد جرمی نیتروژن

• شمار الکترون‌های ناپیوندی

• شمار پیوندهای اشتراکی

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک



۸۳- در رابطه با آلکانی با ساختار مقابل، کدام گزینه درست است؟

(۱) نام آیوپاک آن ۲، ۴ - دی‌متیل - ۳ - اتیل پنتان است.

(۲) نقطه جوش آن از نونان بیشتر است.

(۳) تعداد گروه‌های CH در آن، با تعداد گروه‌های CH_2 در سیکلوهپتان برابر است.

(۴) بر اثر سوختن کامل $375^\circ / 3$ مول از آن، $375 / 3$ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

۸۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• عنصر X $3p$ با عنصر Z $5s$ ، هم‌گروه و با عنصر Y $4p$ ، هم‌دوره است.

• انرژی زیرلایه $4f$ از زیرلایه $6p$ کم‌تر و از زیرلایه $5d$ بیشتر است.

• تکنسیم (Tc_{43})، نخستین عنصر ساخت بشر و پنجمین عنصر واسطه دوره پنجم محسوب می‌شود.

• در یک نمونه طبیعی از عنصر اورانیوم شامل 500 اتم، در حدود 35 اتم ^{235}U وجود دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۸۵- $215/6$ گرم فلز نقره را درون محلولی از نیتریک اسید قرار می‌دهیم. اگر بخشی از نقره مطابق واکنش (I) و بخش

دیگر آن مطابق واکنش (II) مصرف شده و در مجموع $22/4$ لیتر فراورده گازی در شرایط STP و 27 گرم آب تولید

شود، جرم اتمی میانگین نقره بر حسب amu کدام است؟ ($O = 16, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)



$108/9(4)$

$108/7(3)$

$107/8(2)$

$106/9(1)$

محل انجام محاسبات

۸۶- اگر انحلال پذیری یک نمک فرضی به ازای هر 1°C افزایش دما، ۳ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب کاهش یابد، درستی یا نادرستی مطالب زیر، در کدام گزینه آمده است؟ (انحلال پذیری نمک در دمای $^{\circ}\text{C}$ برابر ۴۹ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب است).

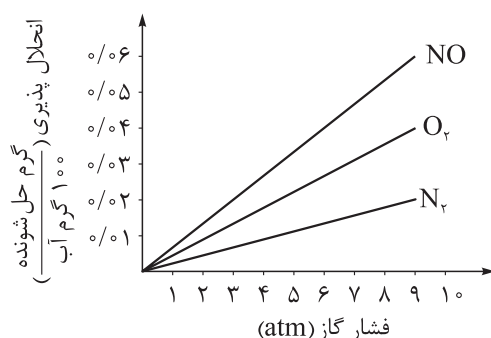
- انحلال پذیری این نمک در دمای 25°C برابر ۴۱/۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.
- در دمای 8°C ، درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در آب، برابر ۲۰ درصد است.
- روند تغییرات انحلال پذیری آن در آب نسبت به دما، با این روند در نمک کلسیم کلرید متفاوت است.
- با سرد کردن ۲۷۴ گرم محلول سیرشده آن از دمای 4°C ، به دمای 20°C ، ۲۱ گرم رسوب تشکیل می شود.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست (۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - نادرست - درست (۴) نادرست - درست - نادرست - درست

۸۷- با توجه به نمودار داده شده که انحلال پذیری چند گاز را در دمای 20°C در آب نشان می دهد، چند مورد از مطالب

زیر درست است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)



• در شرایط یکسان، تأثیر فشار بر انحلال پذیری گازهای قطبی، کم تر از گازهای ناقطبی است.

• در فشار ۷ atm و در دمای 20°C ، با انحلال ۰/۰۹ گرم گاز نیتروژن در ۳۰۰ گرم آب، محلول سیرشده به دست می آید.

• انحلال پذیری گاز نیتروژن در فشار ۵ atm در محلول ۰/۱ مولار سدیم کلرید در آب کم تر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

• در فشار حدود ۴/۵ atm و دمای 20°C ، غلظت مولی محلول سیرشده NO به تقریب 0.1 mol.L^{-1} است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۸۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- هیچ یک از عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، یون تک اتمی تشکیل نمی دهند.
- در گروه فلزهای قلیایی خاکی، از بالا به پایین، شعاع اتمی و بار مثبت هسته عناصرها افزایش می یابد.
- با مشخص شدن جایگاه یک عنصر در جدول تناوبی، زیرلایه در حال پر شدن اتم آن مشخص می شود.
- عنصر M در گروه ۸ جدول دوره ای قرار داشته و ترکیب M(OH)_2 ، نامحلول در آب و سبزرنگ است.

(۱) یک (۲) دو

(۳) سه (۴) چهار

محل انجام محاسبات

۸۹- نوعی کود شیمیایی حاوی آمونیوم سولفات و مقداری ناخالصی است. اگر درصد جرمی نیتروژن در این کود برابر ۱۶ باشد، درصد جرمی گوگرد در آن به تقریب کدام است و از واکنش ۷۰ گرم از این کود با مقدار کافی محلول باریم کلرید، چند مول رسوب باریم سولفات تشکیل می‌شود؟ (فراورده دیگر واکنش، آمونیوم کلرید است. ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند و در آن‌ها نیتروژن و گوگرد وجود ندارد؛ $S = 32, O = 16, N = 14, H = 1: g.mol^{-1}$)

$$\text{○} / 2 - 18 / 28 \text{ (۱)}$$

$$\text{○} / 4 - 26 / 11 \text{ (۲)}$$

$$\text{○} / 4 - 18 / 28 \text{ (۳)}$$

$$\text{○} / 2 - 26 / 11 \text{ (۴)}$$

۹۰- چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- استری که از آن برای تولید شوینده با بوی آناناس استفاده می‌شود، همپار هگزانوئیک اسید است.
- در ساختار مولکول ترفتالیک اسید، دو اتم کربن با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی ندارند.
- نفت سفید، شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است.
- بیش از ۹۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی استفاده می‌شود.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

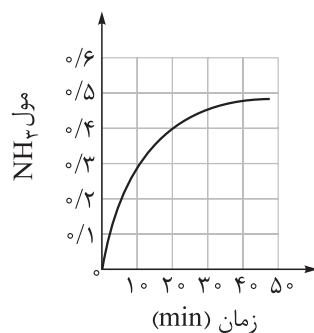
۹۱- گاز اکسیژن حاصل از تجزیه ۹/۸ گرم پتاسیم کلرات ناخالص طی واکنش $2KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2KCl(s) + 3O_2(g)$ ، برای سوزاندن کامل مقداری گاز اتین استفاده شده است. اگر در واکنش سوختن اتین، ۶۴۸ گرم آب تولید شده باشد، درصد خلوص پتاسیم کلرات اولیه کدام است؟ ($K = 39, Cl = 35.5, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

$$50 \text{ (۱)}$$

$$60 \text{ (۲)}$$

$$75 \text{ (۳)}$$

$$80 \text{ (۴)}$$



۹۲- با توجه به نمودار مقابل، با گرمای آزاد شده در ۲۰ دقیقه نخست واکنش



اتم‌سفر را می‌توان به جوش آورد؟ ($c_{\text{آب}} = 4.2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}, \Delta H = -92 kJ$)

$$55 \text{ (۱)}$$

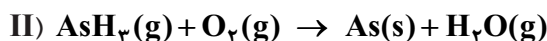
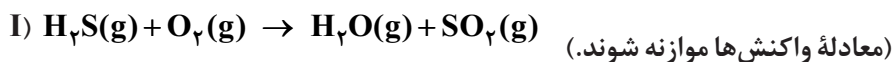
$$75 \text{ (۲)}$$

$$65 \text{ (۳)}$$

$$85 \text{ (۴)}$$

محل انجام محاسبات

۹۳- با توجه به معادله واکنش‌های داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟



الف) شیب نمودار مول - زمان در یک بازه زمانی معین برای فراورده‌های واکنش (I) با یکدیگر برابر است.

ب) در ۱۰۰ ثانیه نخست واکنش (I)، شیب نمودار مول - زمان گاز O_2 ، دو برابر گاز H_2S است.

پ) در واکنش (II)، بیشترین قدر مطلق شیب نمودار مول - زمان در یک بازه زمانی معین، مربوط به یک فراورده است.

ت) در هر زمان از واکنش (II)، تعداد مول O_2 کم‌تر از تعداد مول As است.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۹۴- واکنش $3\text{Fe}(\text{s}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4(\text{s}) + 4\text{H}_2(\text{g})$ ، با وارد شدن $152/8$ گرم آهن و مقدار معینی بخار

آب در یک ظرف آغاز می‌شود. اگر سرعت تولید گاز هیدروژن در این واکنش برابر 0.04 mol.s^{-1} باشد، پس از گذشت

۴۰ ثانیه از ابتدای واکنش، چند گرم آهن در ظرف باقی می‌ماند؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $85/6$ (۲) $57/5$ (۳) $80/7$ (۴) $69/5$

۹۵- چند مورد از مطالب زیر درباره استرهای اتیل هپتانوات و متیل بوتانوات، درست است؟

• اختلاف جرم مولی این دو استر، معادل با جرم مولی ۱- بوتن است.

• الکل سازنده اتیل هپتانوات را می‌توان از واکنش اتن با آب در شرایط مناسب تهیه کرد.

• الکل سازنده هر دو استر، به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

• در ساختار اتیل هپتانوات، در مجموع ۲۹ پیوند کووالانسی وجود دارد.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، نا درست است؟

• همه عنصرهای سازنده آمونیوم نترات، در ساختار کولار نیز وجود دارند.

• مونومر سازنده نشاسته گندم و سلولز یکسان است.

• انسولین برخلاف روغن زیتون، درشت مولکول به شمار می‌رود.

• گروه عاملی موجود در ساختار پلی اتیلن ترفتالات، در ساختار استون نیز وجود دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

محل انجام محاسبات

۹۷- اگر در کربوکسیلیک اسیدهایی با یک حلقه بنزنی و فرمول عمومی $C_6H_5(CH_2)_nCOOH$ ، به ازای افزایش هر واحد n ، ثابت یونش $0/8$ برابر شود، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ (مقدار ثابت یونش بنزوئیک اسید $10^{-5} \times 6/5$ است و $\log 13 = 1/1$)

الف) در دما و غلظت یکسان، غلظت مولکول‌های یونیده نشده در $C_6H_5CH_2COOH$ از بنزوئیک اسید، بیشتر است.
 ب) درصد یونش محلول $2/6$ مولار $C_6H_5(CH_2)_2COOH$ ، برابر با $8/10$ درصد است.
 پ) pH محلول $2/6$ مولار بنزوئیک اسید، برابر با $1/9$ است.

ت) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول بنزوئیک اسید از سایر این اسیدها کم تر است.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) پ - ت (۴) ب - ت

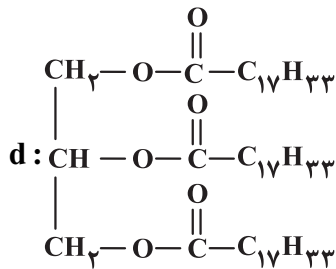
۹۸- براساس ترکیب‌های داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

a: $C_{17}H_{35}COOK$ • ترکیب‌های a و c هر دو نوعی صابون هستند.

• ترکیب b برخلاف a، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت، رسوب تشکیل نمی دهد.

b: $C_{12}H_{25} - C_6H_4 - SO_3Na$

c: C_7H_5COONa • d نشان دهنده یک استر سنگین سیر نشده است.

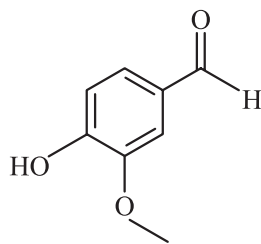


• مخلوط ترکیب‌های a، d، و آب، یک مخلوط به ظاهر همگن است.

• اگر به جای بخش کاتیونی ترکیب a، یون آمونیوم قرار گیرد، حالت فیزیکی آن تغییر نمی کند.

(۱) پنج (۲) دو

(۳) سه (۴) چهار



۹۹- وانیل (Vanille) نوعی ادویه و طعم دهنده است که در شیرینی پزی و تولید بستنی کاربرد دارد. با توجه به فرمول ساختاری وانیل، کدام مطلب نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

(۱) دارای گروه‌های عاملی آلدهیدی، اتری و هیدروکسیل است.

(۲) یکی از گروه‌های عاملی آن، در ترکیب آلی موجود در دارچین نیز وجود دارد.

(۳) شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در وانیل، به ترتیب با شمار این اتم‌ها در نفتالن و هگزن برابر است.

(۴) دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی است و جرم مولی آن با جرم مولی یک آلکین ۱۱ کربنه برابر است.

محل انجام محاسبات

۱۰۰- در یک سلول گالوانی، واکنش: $A(s) + B^+(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + B(s)$ در حال انجام است. بر این اساس، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (معادله واکنش موازنه نشده است؛ $B = 108, A = 51 : g.mol^{-1}$)

$$E^\circ(A^{2+}(aq)/A(s)) = -1/2 V \text{ و } E^\circ(B^+(aq)/B(s)) = +0/8 V$$

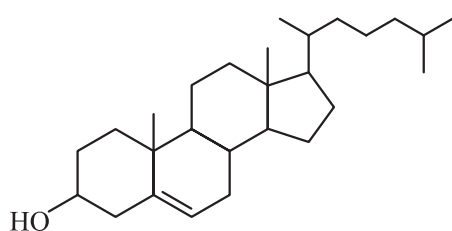
$$E^\circ(Zn^{2+}(aq)/Zn(s)) = -0/76 V$$

- emf این سلول، بیش از دو برابر emf سلول گالوانی روی - هیدروژن است.
 - تیغه B، کاتد سلول بوده و نقش اکسنده دارد.
 - A قطب منفی سلول و B قطب مثبت سلول است.
 - در صورت مصرف ۱۰/۲ گرم از فلز آند، $2/408 \times 10^{23}$ الکترون در سلول مبادله می‌شود.
 - یون‌های B^+ از طریق دیواره متخلخل به سمت الکتروود A حرکت می‌کنند.
- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۰۱- کدام مطلب درباره سلول سوختی متان - اکسیژن و سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب، درست است؟

- (۱) در هر دو سلول، الکترون‌ها در مدار بیرونی از قطب منفی به مثبت جریان می‌یابند.
 - (۲) تعداد الکترون‌های مبادله شده در اثر اکسایش ۱ مول کاهنده در سلول سوختی، ۲ برابر تعداد الکترون‌های مبادله شده در تولید یک مول گاز در آند سلول الکترولیتی است.
 - (۳) حضور یکی از فراورده‌های سلول سوختی در برقکافت سدیم کلرید، مانع از تولید فلز سدیم خواهد شد.
 - (۴) در فرایند برقکافت، یون Na^+ به سمت آند و یون Cl^- به سمت کاتد می‌رود.
- ۱۰۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مولکول چهاراتمی استیلن، ساختاری خطی داشته و ناقطبی است.
 - اگر در مولکول AB_3 ، عناصر A و B متعلق به یک گروه باشند، این مولکول قطبی است.
 - گشتاور دوقطبی مولکول کربونیل سولفید همانند مولکول کلروفرم، بزرگ‌تر از صفر است.
 - در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول دی‌متیل اتر، اتم اکسیژن رنگ سرخ دارد.
- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار



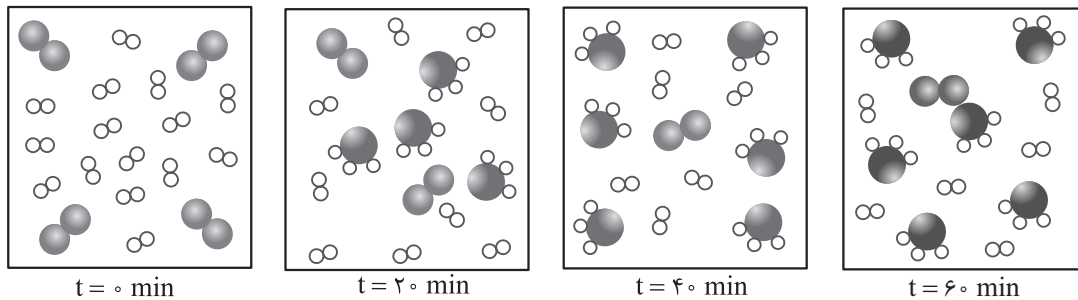
۱۰۳- در مولکولی با ساختار مقابل، نسبت شمار کل اتم‌های کربن به شمار

اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر، کدام است؟

- (۱) ۴/۵ (۲) ۶/۷۵ (۳) ۸ (۴) ۹

محل انجام محاسبات

۱۰۴- شکل‌های زیر، پیشرفت واکنش تعادلی فرایند هابر را در دمای معین نشان می‌دهد. مقدار ثابت تعادل این واکنش به تقریب کدام است و در ۲۰ دقیقه دوم واکنش، سرعت واکنش چند مول بر لیتر بر دقیقه می‌باشد؟ (حجم ظرف را ده لیتر و هر ذره را ۰/۱۱ مول در نظر بگیرید.)



$$3 \times 10^{-4} - 1667 \quad (2)$$

$$5 \times 10^{-4} - 166 / 7 \quad (1)$$

$$5 \times 10^{-4} - 1667 \quad (4)$$

$$3 \times 10^{-4} - 166 / 7 \quad (3)$$

۱۰۵- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست‌اند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(الف) در تبدیل پارازیلین به ترفتالیک اسید، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن، برابر با ۱۲ است.

(ب) در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن، برابر با ۲ است.

(پ) متانول به الکل معمولی معروف است و در صنعت از واکنش گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن به دست می‌آید.

(ت) از اکسایش ۰/۱ مول پارازیلین و ۰/۱ مول اتن، در مجموع ۲۲/۸ گرم ترکیب آلی به دست می‌آید.

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛
فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۲

دفترچه
پاسخ
آزمون سیزدهم
حضور



۱۴۰۲/۰۴/۰۶

علوم ریاضی و فنی

سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری - علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - کیوان صارمی - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد - فرزاد نامی
شیمی	مجتبی ابراهیمی - مهدی براتی - محمدعلی توسلی فر - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - حسن رحمتی کونکنده - یاسر عبداللهی - مرضیه قاسمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهبازی	عاطفه خان محمدی - شقایق راهبریان - محمدحسین رحیمی - علیرضا کاظمی بقا
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	عاطفه خان محمدی - محمدحسین رحیمی - زهرا فتحی - علیرضا کاظمی بقا - مریم نظری - محمدجواد نوری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محسن میراسلامی	زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - علیرضا کاظمی بقا - صادق محمدی - محمدجواد نوری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری - علیرضا عبداللهی	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمدرضا فضلی - مریم گلی حسن لو - احسان محمدی - امیر محمودی انزابی
شیمی	یاسر عبداللهی	حسین ایروانی	سروش عبادی - محدثه ملک پور	معصومه سعیدی	مهسا خاکی - یاسر راش - احسان رحیمی

مدیر آزمون: مهدی هاشمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com





تست و پاسخ ۱

چند نوع دنباله حسابی شامل پنج جمله متوالی با قدرنسبت یک می توان ساخت که مجموع اعضای آن مضرب ۳ بوده و همه جملات آن عضو

مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشند؟

چند دنباله حسابی که همه جملات آن یکسان نیستند.

$$25 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

$$33 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از موضوع الگو و دنباله یک سوال در کنکور مطرح می شود. احتمال طرح سوال از دنباله هندسی یا الگوهای درجه دوم در آزمون امسال زیاد است.

خودت حل کنی بهتره جمله ها را به صورت $a-2, a-1, a, a+1, a+2$ بگیرد.

درس نامه ●● مرور نکات دنباله حسابی و هندسی

دنباله هندسی	دنباله حسابی	
$t_n = ar^{n-1}$	$t_n = a + (n-1)d$	جمله عمومی
$\frac{t_n}{t_{n-1}} = r$	$t_n - t_{n-1} = d$	ارتباط دو جمله متوالی
$\frac{t_n}{t_m} = r^{n-m}$	$t_n - t_m = (n-m)d$	ارتباط هر دو جمله
$b^2 = ac$	$b = \frac{a+c}{2}$	سه جمله متوالی a, b, c
$r^{n+1} = \frac{c}{a}$	$d = \frac{c-a}{n+1}$	درج n واسطه بین a و c $a \square \square \dots \square c$
$\frac{a}{r}, a, ar$	$x-d, x, x+d$	شکل سه جمله متوالی (به طور مشابه ۵ جمله متوالی)
$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$	$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	مجموع n جمله اول

پاسخ تشریحی گام اول: ۵ جمله متوالی دنباله حسابی را به صورت $a-2, a-1, a, a+1, a+2$ در نظر می گیریم.

گام دوم: مجموع این ۵ جمله برابر $5a$ می شود که چون مضرب ۳ است؛ پس a باید مضرب ۳ باشد.

گام سوم: چون هر ۵ جمله باید عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد، $a = \begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 9 \\ \dots \\ 96 \end{matrix}$ می تواند باشد؛ یعنی برای a ، ۳۲ مقدار وجود دارد.

تست و پاسخ ۲

خط $x = a$ محور تقارن سهمی به معادله $f(x) = 2x^2 - mx + 2m - 3$ است. به ازای کدام مقادیر a ، کمترین مقدار f برابر a است؟

عرض رأس سهمی

- (۱) 3 یا $\frac{1}{2}$
- (۲) 3 یا $-\frac{1}{2}$
- (۳) 3 یا $\frac{1}{2}$
- (۴) 3 یا $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال بسیار مهم و پرتکرار کنکور سراسری! از نمودار سهمی حتماً یک سؤال در کنکور می‌آید. نکات معادله و روابط ریشه‌ها و نمودار را دوره کنید.

درس نامه • معادله سهمی به صورت‌های گوناگون

	معادله سهمی	نمودار تابع	
		$a > 0$	$a < 0$
شکل استاندارد	$f(x) = ax^2 + bx + c$ عرض از مبدأ c		
شکل مربع کامل	$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$		
شکل تجزیه شده	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ صفرهای تابع (ریشه‌ها)		

نکات

- سهمی به هر صورتی که باشد، $f(0)$ همان عرض از مبدأ سهمی است.
- اگر رأس سهمی داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت مربع کامل بگیریم و با جای‌گذاری یک نقطه غیر از ریشه‌ها، a را به دست آوریم.
- اگر برخورد(های) سهمی با محور x ها داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت تجزیه شده بگیریم و با جای‌گذاری یک نقطه غیر از ریشه‌ها، a را به دست آوریم.
- اگر سه نقطه عادی از سهمی داده شده باشد، بهتر است از صورت استاندارد سهمی استفاده کرده و نقاط را جایگزین کنیم تا a ، b و c را به دست آوریم.
- اگر $a > 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_s همان کمترین مقدار تابع و اگر $a < 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_s بیشترین مقدار تابع است.
- معادله محور تقارن همان $x = -\frac{b}{2a}$ (طول رأس سهمی) است.



پاسخ تشریحی

گام اول: محور تقارن سهمی $y = 2x^2 - mx + 2m - 3$ برابر $x = -\frac{-m}{4} = \frac{m}{4}$ است؛ پس $\frac{m}{4} = a$

$$y_s = -\frac{\Delta}{4(2)} = -\frac{m^2 - 8(2m - 3)}{8} = a$$

$$-\frac{m^2 - 16m + 24}{8} = \frac{m}{4} \Rightarrow -m^2 + 16m - 24 = 2m$$

گام سوم:

$$\Rightarrow m^2 - 14m + 24 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \text{یا} \\ m = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{4} = 3 \end{cases}$$

۳

تست و پاسخ

A و B زیرمجموعه‌های \mathbb{N} هستند. اگر $C = A \cup \{-1, -2\}$ و $D = B \cup \{0\}$ داشته باشیم $n(C \times B) = 1/2 n(A \times B) = n(B \times D) + 24$ مجموعه $C \times D$ حداکثر چند عضو دارد؟

تعداد عضوهای $C \times B$ ، $1/2$ برابر
تعداد عضوهای $A \times B$ است.

۸۴ (۲)

۹۶ (۱)

۱۰۸ (۴)

۷۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره از بحث منطق و مجموعه معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که جز، مباحث ساده است. سؤال‌هایی که در این چند سال مطرح شده‌اند، معمولاً مشابه یکدیگر بوده‌اند، پس حتماً آن‌ها را حل کرده و برای خود تیپ‌بندی کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: تعداد عضوهای $A \times B$ برابر با ضرب تعداد عضوهای A در تعداد عضوهای B می‌شود.

گام دوم: تعداد عضوهای مجموعه A را با خود A نمایش می‌دهیم، پس از رابطه داده‌شده داریم: $C.B = 1/2(A.B) = B.D + 24$

گام سوم: با توجه به اینکه A و B زیرمجموعه‌های \mathbb{N} هستند، $-1, -2$ عضو A نیستند، پس مجموعه C دارای $A + 2$ عضو و مجموعه D نیز دارای $B + 1$ عضو است. ($0 \notin B$)

گام چهارم: با جای گذاری در گام دوم داریم:

$$\begin{cases} (A + 2).B = 1/2 A.B \xrightarrow{\div B} A + 2 = 1/2 A \Rightarrow 2 = 0/2 A \Rightarrow A = 10 \Rightarrow C = 12 \\ B.(B + 1) + 24 = (10 + 2)B \Rightarrow B^2 + B + 24 = 12B \Rightarrow B^2 - 11B + 24 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (B - 3)(B - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} B = 3 \Rightarrow D = 4 \\ \text{یا} \\ B = 8 \Rightarrow D = 9 \end{cases}$$

گام پنجم: بیشترین تعداد عضو مجموعه $C \times D$ برابر $12 \times 9 = 108$ می‌شود.

۴

تست و پاسخ

نقیض گزاره $(\sim q \vee p) \Leftrightarrow p$ با کدام گزاره هم‌ارزش است؟

$\sim(p \wedge q)$ (۴)

$\sim(p \vee q)$ (۳)

$p \vee q$ (۲)

$p \wedge q$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال پرتکرار این چند ساله! در نظر گرفتن ردیف‌های جدول و رد گزینه فراموش نشود.



درس نامه ●● جدول ارزش گزاره‌ها

ریاضی	فارسی	ارزش
$p \vee q$	q یا p	وقتی درست است که حداقل یکی از p یا q درست باشد.
$p \wedge q$	q و p	وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.
$p \Rightarrow q$	اگر p آن گاه q	فقط در حالت « \Rightarrow ن» نادرست است و در بقیه حالت‌ها درست است.
$p \Leftrightarrow q$	p اگر و فقط اگر q	وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.
$\sim p$	نقیض p	ارزش آن برعکس p است.

پاسخ تشریحی گام اول: اگر p درست و q نادرست باشد $(p \Leftrightarrow (\sim q \vee p))$ درست و نقیض آن نادرست می‌شود.

گام دوم: در حالت بالا $p \wedge q$ نادرست است.

گام سوم: در حالت بالا $p \vee q$ درست می‌شود. (رد ۲)

گام چهارم: در حالت بالا $(p \vee q) \sim$ نادرست می‌شود.

گام پنجم: $(p \wedge q) \sim$ درست می‌شود. (رد ۴)

گام ششم:

p	q	$\sim q \vee p$	$p \Leftrightarrow \sim q \vee p$	$\sim(p \Leftrightarrow \sim q \vee p)$	$p \wedge q$	$\sim(p \vee q)$
ن	ن	د	ن	د	ن	د

یکسان
غیریکسان

پس ۱) نیز نادرست است و ۳) درست است.

تست و پاسخ ۵

اگر α ریشه منفی و β ریشه مثبت معادله $\sqrt[3]{x} = 2 + \sqrt{x}$ باشد، حاصل $\alpha^2 - \beta^2$ کدام است؟

۷۲۸ (۴)

۶۸۶ (۳)

۵۲۴ (۲)

۴۸۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در حل سؤال‌های معادله حواستان به تغییر متغیر باشد؛ به‌خصوص اگر معادله مقداری شلوغ باشد.

پاسخ تشریحی گام اول: برای حل معادله از تغییر متغیر $\sqrt[3]{x} = t$ استفاده می‌کنیم.

$$2 + t = \frac{3}{t} \xrightarrow{\times t} t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t+3) = 0$$

گام دوم:

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \sqrt[3]{x}=1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \beta=1 \\ t=-3 \Rightarrow \sqrt[3]{x}=-3 \Rightarrow x=-27 \Rightarrow \alpha=-27 \end{cases}$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (-27)^2 - 1 = 728$$

گام سوم:

تست و پاسخ ۶

ضابطه وارون تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{x}$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که f نزولی اکید است، کدام است؟

وارون تابع f در بازه‌ای که تابع f نزولی اکید است.

۱) $1 - \sqrt{x+1}$ و $-1 \leq x \leq 0$ (۲)

۱) $1 - \sqrt{x+1}$ و $x \geq -1$ (۱)

۱) $1 + \sqrt{x+1}$ و $-1 \leq x \leq 0$ (۴)

۱) $1 + \sqrt{x+1}$ و $x \geq -1$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



مشاوره سوال مهم مشابه سوال های کنکور که نشان می دهد برای حل سوال های تابع وارون نباید فقط به عددگذاری اکتفا کنید. در این سوال اول باید بازه مناسب را پیدا کنید.

درس نامه • نکات تابع وارون f

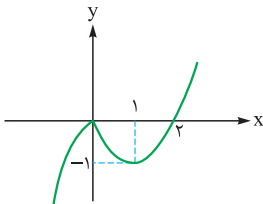
- (۱) اگر f در بازه ای یک به یک باشد، در این بازه وارون پذیر است.
- (۲) $D_{f^{-1}} = R_f$ (دامنه تابع وارون برابر برد تابع است)، $R_{f^{-1}} = D_f$.
- (۳) برای پیدا کردن ضابطه f^{-1} ، x را بر حسب y پیدا کرده و جای y و x را عوض می کنیم.
- (۴) اگر $(a, b) \in f$ ، آن گاه $(b, a) \in f^{-1}$. به زبان دیگر اگر $f(a) = b$ ، آن گاه $f^{-1}(b) = a$.
- از این نکته برای رد گزینه نیز می توانیم استفاده کنیم. اگر نقطه (a, b) روی تابع باشد، (b, a) باید روی f^{-1} باشد.
- (۵) برای پیدا کردن $f^{-1}(a)$ کافی است معادله $f(x) = a$ را حل کنیم.
- (۶) نمودار f و f^{-1} نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم (خط $y = x$) قرینه یکدیگر هستند.
- (۷) برای هر $x \in D_f$ داریم $f^{-1}(f(x)) = x$ و برای هر $x \in D_{f^{-1}}$ داریم: $f(f^{-1}(x)) = x$
- (۸) اگر f اکیداً صعودی باشد، جواب های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ و $f(x) = x$ یکسان است.

پاسخ تشریحی گام اول: ضابطه تابع f را می توانیم به صورت $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2} = (x-2)|x|$ بنویسیم.

گام دوم: قدرمطلق را برمی داریم:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)x & x \geq 0 \\ -(x-2)x & x < 0 \end{cases}$$

گام سوم: نمودار تابع را رسم می کنیم:



گام چهارم: تابع در بازه $[0, 1]$ اکیداً نزولی است. برد f در این بازه $[-1, 0]$ است؛ پس دامنه تابع وارون $0 \leq x \leq -1$ می شود. (رد ۱ و ۳)

گام پنجم: وارون تابع $y = (x-2)x$ را در بازه $[0, 1]$ به دست می آوریم:

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = |x-1|$$

$$\xrightarrow{x \leq 1} \sqrt{y+1} = -(x-1) = -x+1 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{y+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x+1}$$

حواستون باشه بعد از این که فهمیدیم $D_{f^{-1}} = [-1, 0]$ با امتحان کردن یک نقطه می توانستیم بفهمیم ۲ درست است یا ۴.

$$f(0) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = \begin{cases} \xrightarrow{2} f^{-1}(0) = 1 - \sqrt{0+1} = 0 \quad \checkmark \\ \xrightarrow{4} f^{-1}(0) = 1 + \sqrt{0+1} = 2 \quad \times \end{cases}$$

تست و پاسخ ۷

اگر $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ باشد، مجموع جواب های معادله $(fofof)(x) = 2x$ کدام است؟

$\frac{3}{4} \quad (4)$

$\frac{3}{2} \quad (3)$

$\frac{2}{3} \quad (2)$

$\frac{4}{3} \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۴



درس نامه ●● اگر در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ داشته باشیم $a+d=0$ ، آن گاه $f^{-1}(x) = f(x)$.

پاسخ تشریحی گام اول: محاسبه مستقیم $(f \circ f \circ f)(x)$ طولانی است؛ پس احتمالاً نکته‌ای وجود دارد که ضابطه داده شده ساده می‌شود.

گام دوم: در تابع $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ ، $a+d = 1+(-1) = 0$ ؛ پس $f(x) = f^{-1}(x)$ (طبق درس نامه).

گام سوم: ترکیب تابع با تابع وارون خودش، تابع همانی می‌شود؛ پس:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$$

گام چهارم: تابع داده شده $f(f(f(x))) = f(x)$ می‌شود؛ پس کافی است معادله زیر را حل کنیم:

$$f(x) = 2x \Rightarrow \frac{x}{2x-1} = 2x \Rightarrow 4x^2 - 2x = x \Rightarrow 4x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(4x-3) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = \frac{3}{4}$$

گام پنجم: مجموع ریشه‌ها برابر $\frac{3}{4}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۸

اگر $a = \log_3 18$ و $b = \log_2 6$ باشد، مقدار b بر حسب a کدام است؟

$$\frac{a+1}{a+2} \quad (۴)$$

$$\frac{a+1}{a-2} \quad (۳)$$

$$\frac{a-1}{a+2} \quad (۲)$$

$$\frac{a-1}{a-2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره لگاریتم نکات زیادی ندارد، اما از ویژگی‌ها یا نمودار آن حتماً یک سؤال می‌آید که باید از پس آن برآید.

حواستان باشد وقتی لگاریتم خواسته شده با لگاریتم داده شده در یک پایه نیستند، معمولاً پای ویژگی تغییر پایه (مثل این سؤال) در میان است.

درس نامه ●● ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	توضیح
$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$	رابطه‌های لگاریتمی را می‌توانیم به صورت توانی بنویسیم و برعکس.
$y = \log_b a \xrightarrow{D} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$	برای تعیین دامنه توابع لگاریتمی بین سه شرط اشتراک می‌گیریم.
$\log_b 1 = 0, \log_a a = 1$	لگاریتم ۱ در هر پایه‌ای صفر و لگاریتم هر عدد در پایه خودش برابر یک می‌شود.
$\log_b a^n = n \log_b a$	توان عبارت جلوی لگاریتم به پشت لگاریتم می‌رود. ($a > 0$)
$\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$	توان پایه لگاریتم، معکوس شده و به پشت لگاریتم می‌رود.
$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$	لگاریتم ضرب دو عدد تبدیل به جمع لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$	لگاریتم تقسیم دو عدد تبدیل به تفاضل لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	ویژگی تغییر پایه
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	اگر جای a و b عوض شود، حاصل معکوس می‌شود؛ مثلاً $\log_3 2$ و $\log_2 3$ معکوس هم هستند.



$$b = \log_2 6 = \frac{\log_3 6}{\log_3 2}$$

گام اول: b را به پایه 3 می‌بریم:

$$a = \log_3 18 = \log_3 (3 \times 6) = \log_3 3 + \log_3 6 = 1 + \log_3 6 \Rightarrow \log_3 6 = a - 1$$

گام دوم:

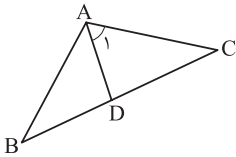
$$a = \log_3 18 = \log_3 (2 \times 3^2) = \log_3 2 + 2 \log_3 3 = \log_3 2 + 2 \Rightarrow \log_3 2 = a - 2$$

$$b = \frac{\log_3 6}{\log_3 2} = \frac{a - 1}{a - 2}$$

گام سوم: با توجه به گام اول داریم:

تست و پاسخ ۹

در مثلث شکل زیر $\hat{A}_1 = 60^\circ$ و $DA = DB$ است. حاصل $\sin \hat{A} + \sin \hat{B}$ چند برابر $\cos \frac{\hat{C}}{4}$ است؟



- ۲ (۲)
- ۲√۳ (۱)
- ۲√۲ (۴)
- √۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره دو زاویه مساوی را α بگیرد و از بسط $\sin(\alpha + \beta)$ مقدار $\sin \hat{A}$ را پیدا کنید.

درس نامه •• نسبت‌های مثلثاتی $\alpha \pm \beta$ (فرمول‌های بسط)

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

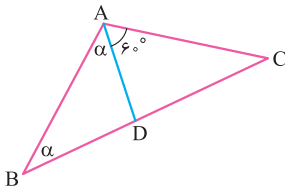
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

گام اول: $DA = DB$ است؛ پس دو زاویه $\hat{A}BD$ و $\hat{B}AD$ مساوی‌اند.

گام دوم:

$$\sin \hat{A} = \sin(\alpha + 60^\circ) = \sin \alpha \cos 60^\circ + \cos \alpha \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$$



$$\sin \hat{A} + \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{3}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$$

گام سوم:

$$\hat{C} = 180^\circ - (2\alpha + 60^\circ) = 120^\circ - 2\alpha \rightarrow \frac{\hat{C}}{4} = 30^\circ - \alpha$$

گام چهارم:

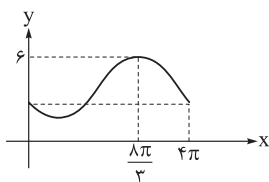
$$\cos \frac{\hat{C}}{4} = \cos(30^\circ - \alpha) = \cos 30^\circ \cos \alpha + \sin 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$$

گام پنجم:

$$\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{3}{2} \sin \alpha \quad \sin \hat{A} + \sin \hat{B} \text{ همان } \sqrt{3} \text{ ضرب کنیم می‌شود.}$$

تست و پاسخ ۱۰

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \sin(bx + \theta)$ به صورت روبه‌رو است. اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\theta}{ab}$ کدام است؟



- $\frac{\pi}{12}$ (۲)
- $\frac{\pi}{6}$ (۱)
- $\frac{\pi}{9}$ (۴)
- $\frac{\pi}{18}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



مشاوره از موضوع مثلثات معمولاً سه سؤال مستقیم در کنکور می‌آید که سؤال نمودار ساده‌تر از بقیه موضوعات است. اگر سؤال معادله مثلثاتی طولانی بود از حل نمودار غافل نشوید. در نمودار دنبال max و min و دوره تناوب و نقاط داده شده باشید.

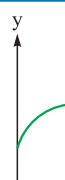
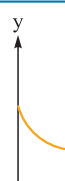
درس نامه ●● بررسی مقدار min, max و دوره تناوب تابع‌های

$$\begin{cases} y = a \sin(bx + c) + d \\ y = a \cos(bx + c) + d \end{cases}$$

عدد ثابت قدرمطلق ضریب

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \quad (3) \quad \min = -|a| + d \quad (2) \quad \max = |a| + d \quad (1)$$

بررسی شروع نمودارهای سینوسی از محور yها

ضابطه	شرط	شروع نمودار از محور yها	وضعیت	توضیح
$y = a \sin(bx) + d$	$ab > 0$		صعودی	اگر a و b هم علامت باشند، شروع نمودار از محور yها صعودی است.
	$ab < 0$		نزولی	اگر a و b غیر هم علامت باشند، شروع نمودار از محور yها نزولی است.

نکته اگر تابع به اندازه زاویه حاده انتقال افقی داشته باشد باز هم شروع نمودار مانند بالاست.

$$\max = |-2| + a = 6 \Rightarrow a = 4$$

پاسخ تشریحی گام اول:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow 2 = 4|b| \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

گام دوم: دوره تناوب تابع 4π است؛ پس:

گام سوم: نمودار اصلی سینوس قرینه شد و مقدار حاده θ به راست انتقال داده شده است.

چون ضریب سینوس منفی است، پس $b > 0$ در نظر می‌گیریم (تا نمودار سینوس قرینه شده باشد)؛ پس $b = \frac{1}{2}$.

$$f(x) = 4 - 2 \sin\left(\frac{x}{2} + \theta\right) \xrightarrow[\text{صدق می‌کند}]{\left(\frac{8\pi}{3}, 6\right)} 6 = 4 - 2 \sin\left(\frac{8\pi}{6} + \theta\right)$$

گام چهارم:

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{4\pi}{3} + \theta\right) = -1 \Rightarrow \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3} + \theta\right) = -1 \Rightarrow -\sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = -1 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = 1 \xrightarrow{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\theta}{ab} = \frac{\frac{\pi}{6}}{4 \times \frac{1}{2}} = \frac{\pi}{12}$$

گام پنجم:

تست و پاسخ (۱۱)

مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\frac{7\pi}{2} \quad (4)$$

$$5\pi \quad (3)$$

$$4\pi \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای تبدیل معادله مثلثاتی به یکی از حالت‌های استاندارد معمولاً نیاز به اتحادهای مثلثاتی دارید. اگر سؤال معادله مثلثاتی پر محاسبه بود، پیشنهاد می‌کنم در بار اول از روی آن عبور کنید.



خودت حل کنی بهتره دو طرف را بر ۲ تقسیم کرده و سمت راست را به صورت بسط سینوسی بنویسید.

درس نامه •• نسبت‌های مثلثاتی $\alpha \pm \beta$ (فرمول‌های بسط)

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

فرمول‌های دو برابر کمان

$$1) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$2) \cos 2\alpha : \begin{cases} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \\ \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{cases}$$

حل معادلات مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی با استفاده از روابط مثلثاتی، به یکی از حالت‌های زیر رسیده و از فرمول دسته‌جواب‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$\left. \begin{matrix} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

پاسخ تشریحی گام اول: دو طرف معادله را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = \sin 2x$$

$$\cos \frac{\pi}{6} \sin x - \sin \frac{\pi}{6} \cos x = \sin 2x \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \sin 2x$$

گام سوم: از دسته‌جواب‌های معادله سینوسی داریم:

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + x - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{[0, 2\pi]} 2\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2x = (2k+1)\pi - x + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \xrightarrow{[0, 2\pi]} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, \pi + \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \end{cases}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{18} + \pi + \frac{\pi}{18} + \frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{18} = 5\pi$$

گام چهارم: مجموع جواب‌ها در بازه $[0, 2\pi]$ برابر است با:

تست و پاسخ ۱۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+a}}{\sqrt{x}-1}$ برابر $\frac{3}{b}$ است. b کدام است؟

-۱ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال حد کنکور معمولاً ساده است و جزء مباحثی است که حتماً باید حل شود. حواستان باشد قضیه هوییتال را با مشتق تابع کسری اشتباه نگیرید.

درس نامه •• قضیه هوییتال

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ باشد.

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ را به دست می‌آوریم. اگر حاصل آن L باشد، حاصل حد اصلی هم L است.

پاسخ تشریحی گام اول: به ازای $x=1$ مخرج صفر می‌شود، پس صورت نیز باید صفر باشد تا حد در حالت مبهم قرار گرفته و بعد از رفع ابهام برابر یک عدد حقیقی شود؛ بنابراین:

$$\sqrt{1+3} - \sqrt{2(1)+a} = 0 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: برای رفع ابهام از قضیه هوییتال استفاده می‌کنیم و از صورت و مخرج مشتق می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2x+3}} - \frac{1}{\sqrt{2x+2}}}{\frac{1}{3\sqrt{x^2}}} = \frac{3}{b} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{b} \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{3}{b} \Rightarrow b = -4$$

تست و پاسخ ۱۳

تابع $f(x) = \begin{cases} x[x]+1 & x^2 < |x| \\ 1 + \cos 2\pi x & x^2 \geq |x| \end{cases}$ در چند نقطه از \mathbb{R} ناپیوسته است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

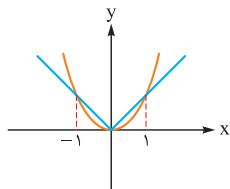
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از پیوستگی حتماً یک سؤال می‌آید که با بررسی تیپ‌های سال‌های قبل کنکور به راحتی قابل حل شدن است.

درس نامه •• شرط پیوستگی تابع f در $x=a$ این است که $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ (یعنی حد چپ و راست و مقدار تابع در a موجود و با هم برابر باشند).

پاسخ تشریحی گام اول: برای این که دامنه هر ضابطه را به دست آوریم ابتدا باید نامعادله $x^2 < |x|$ را حل کنیم.

با روش هندسی داریم:



در بازه $(-1, 1)$ نمودار تابع $y = x^2$ پایین‌تر از $y = |x|$ (یا مساوی) است؛ پس جواب نامعادله $x^2 < |x|$ مجموعه $\{0\} - (-1, 1)$ می‌شود.

گام دوم: ضابطه تابع به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$f(x) = \begin{cases} x[x]+1 & -1 < x < 1, x \neq 0 \\ 1 + \cos 2\pi x & x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \text{ یا } x = 0 \end{cases}$$

گام سوم: کافی است پیوستگی تابع را در نقاط مرزی $x=1$ و $x=-1$ و $x=0$ بررسی کنیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + \cos 2\pi = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = (1)[1^-] + 1 = 1 \times 0 + 1 = 1 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } x=1 \text{ ناپیوسته است.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = (-1)[(-1)^+] + 1 = (-1)(-1) + 1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 + \cos(-2\pi) = 1 + \cos 2\pi = 2 \\ f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } x=-1 \text{ پیوسته است.}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \\ f(0) = 1 + \cos 0 = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } x=0 \text{ ناپیوسته است.}$$

پس تابع در دو نقطه ناپیوسته است.



تست و پاسخ ۱۴

اعداد طبیعی را طبق الگوی زیر در مربع‌هایی قرار می‌دهیم. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد نوشته شده در مربع دهم کدام است؟

		۱۲	۱۳	۱۴
۱	۵	۴	۱۱	۱۰
	۲	۳	۶	۷
(۱)	(۲)	(۳)		

۱۰۵ (۱)

۹۹ (۲)

۹۵ (۳)

۸۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: مربع دوم ۴ خانه دارد و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد برابر $3 - 2 = 1$ است.

گام دوم: مربع سوم ۹ خانه دارد و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد برابر $8 - 6 = 2$ است.

با کمی دقت معلوم می‌شود اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین یکی کمتر از تعداد خانه‌ها است.

گام سوم: مربع دهم تعداد $10^2 = 100$ خانه دارد؛ پس اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد برابر ۹۹ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۵

خطوط مماس بر منحنی‌های $f(x) = (x-1)(x+a)$ و $g(x) = (x-1)(x+a+2)$ در نقطه تلاقی آن‌ها، بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از مشتق دو سوال مطرح می‌شود که معمولاً یکی مربوط به فرمول‌های مشتق و دیگری نوشتن معادله مماس یا نقاط مشتق ناپذیر است.

پاسخ تشریحی گام اول: برای پیدا کردن نقطه تلاقی دو تابع را مساوی قرار می‌دهیم: $(x-1)(x+a+2) = (x-1)(x+a) \Rightarrow x=1$

(دقت کنید دو تابع نقطه برخورد دیگری ندارند، چون اگر $x \neq 1$ باشد، باید $x+a+2 = x+a$ که به تناقض $2=0$ می‌رسیم.)

گام دوم: شیب خط مماس بر منحنی f را در نقطه $x=1$ به دست می‌آوریم: $f'(x) = (1)(x+a) + x - 1 = 2x + a - 1 \Rightarrow f'(1) = a + 1$

گام سوم: شیب خط مماس بر منحنی g را در نقطه $x=1$ به دست می‌آوریم:

$$g'(x) = (x+a+2) + (x-1) = 2x + a + 1 \Rightarrow g'(1) = a + 3$$

گام چهارم: خطوط مماس بر هم عمودند؛ پس شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر است:

$$(a+1)(a+3) = -1 \Rightarrow a^2 + 4a + 4 = 0 \Rightarrow (a+2)^2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

تست و پاسخ ۱۶

برای هر x در تابع مشتق پذیر f رابطه $f(x+3) = -f(x)$ برقرار است. اگر $f'(-1) = 3$ باشد، مقدار مشتق تابع $g(x) = f(2x+1) - 2f(3x+5)$

در نقطه $x=2$ کدام است؟

-۱۲ (۴)

-۱۸ (۳)

۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• مشتق تابع مرکب

مشتق تابع $f(x)$ همان $f'(x)$ می‌شود، اما برای مشتق‌گیری از $f(u)$ که u یک عبارت بر حسب x است، داریم:

$$(f(u))' = u' \times f'(u)$$

مشتق عبارت درون مشتق تابع مرکب

$$(f(x^2+1))' = 2x \times f'(x^2+1)$$

مثلاً:

پاسخ تشریحی گام اول: مشتق تابع g در $x=2$ برابر است با:

$$g'(x) = 2f'(2x+1) - (2)(3)f'(3x+5) \xrightarrow{x=2} g'(2) = 2f'(5) - 6f'(11)$$



گام دوم: باید از رابطه $f(x+3) = -f(x)$ دو مقدار $f'(5)$ و $f'(11)$ را به دست آوریم:

$$f'(x+3) = -f'(x) \xrightarrow{x=-1} f'(2) = -f'(-1) = -3$$

$$f'(x+3) = -f'(x) \xrightarrow{x=2} f'(5) = -f'(2) = +3$$

$$f'(x+3) = -f'(x) \xrightarrow{x=5} f'(8) = -f'(5) = -3$$

$$f'(x+3) = -f'(x) \xrightarrow{x=8} f'(11) = -f'(8) = +3$$

$$g'(2) = 2(3) - 6(3) = -12$$

گام سوم:

تست و پاسخ ۱۷

اگر $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x-2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^3(x)+1}{x^2-1}$ کدام است؟

۲ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) -۲ (۲) $\frac{-2}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای رفع ابهام: اولین نقشه استفاده از قضیه هوییتال باید باشد.

پاسخ تشریحی حد در حالت مبهم $\frac{0}{0}$ قرار دارد. با استفاده از قضیه هوییتال و مشتق‌گیری از صورت و مخرج داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^3(x)+1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f^2(x)f'(x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{3^2 \sqrt[3]{x^2}}(x-2) - \sqrt[3]{x}}{(x-2)^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{-1}{3} - 1 \right) = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{4}{3} \right) = -\frac{8}{9}$$

تست و پاسخ ۱۸

اگر نقطه $A(-2, 12)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{ax|x+1|}{x+b}$ باشد، مقدار a کدام است؟

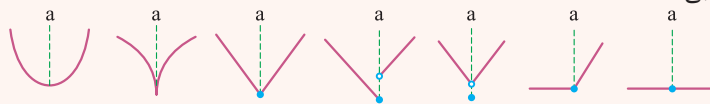
۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال بسیار مهم کاربرد مشتق. از اکسترمم نسبی بودن نقطه (α, β) در تابع مشتق‌پذیر f دو نکته درمی‌آید.

$$f'(\alpha) = 0 \quad (۲) \quad f(\alpha) = \beta \quad (۱)$$

درس‌نامه ••• تابع f در $x = a$ مینیمم نسبی دارد؛ هرگاه عرض آن از نقاط همسایه‌اش کم‌تر (یا مساوی) باشد؛ مثلاً تمام نقاط $x = a$ در نمودارهای زیر مینیمم نسبی هستند:



نکات

- اگر تابع در بازه (a, b) ثابت باشد (خط افقی)، تمام نقاط این بازه هم ماکزیمم نسبی و هم مینیمم نسبی هستند.
- نقاط ابتدا و یا انتهای بازه یا دامنه تابع، اکسترمم نسبی به حساب نمی‌آیند، چون تابع در همسایگی آن‌ها تعریف نشده است.
- تابع در نقاط اکسترمم نسبی ممکن است مشتق داشته باشد یا نداشته باشد، اما اگر مشتق داشته باشد، حتماً صفر است؛ پس در نقاط اکسترمم نسبی مشتق صفر است یا وجود ندارد، این یعنی تمام نقاط اکسترمم نسبی، بحرانی هستند.



۴ برای به دست آوردن نقاط اکسترمم نسبی در تابع‌های مشتق پذیر:

(۱) $f'(x)$ را محاسبه کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم.

(۲) ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم. (نقاط بحرانی)

(۳) f' را تعیین علامت می‌کنیم. اگر در $x = a$ (ریشه f') مشتق تغییر علامت بدهد، $x = a$ اکسترمم نسبی است و در غیر این صورت خیر.

(۴) اگر f' از مثبت به منفی تغییر علامت بدهد، $x = a$ ماکزیمم نسبی و اگر f' از منفی به مثبت تغییر علامت بدهد، $x = a$ مینیمم نسبی

تابع f است.

x	a
f'	+ -
f	↗ max ↘ نسبی

x	a
f'	- +
f	↘ min ↗ نسبی

(۵) اگر $x = a$ ریشه ساده f' باشد، حتماً در این نقطه تغییر علامت می‌دهد (در نتیجه a طول نقطه اکسترمم نسبی f می‌شود)، ولی اگر

$x = a$ ریشه مضاعف f' باشد، مشتق در این نقطه تغییر علامت نداده و a نقطه اکسترمم نخواهد بود.

دو ویژگی مهم نقاط اکسترمم نسبی:

اگر تابع f در نقطه (α, β) مشتق پذیر بوده (مثل تابع‌های چندجمله‌ای، کسری، گویا و مثلثاتی) و دارای اکسترمم نسبی باشد:

(۱) $f(\alpha) = \beta$ (یعنی نقطه در تابع صدق می‌کند.)

(۲) $f'(\alpha) = 0$ (یعنی α ریشه مشتق است.)

پاسخ تشریحی

گام اول: با برداشتن قدرمطلق $f(x) = \begin{cases} \frac{ax(x+1)}{x+b} & x \geq -1 \\ -\frac{ax(x+1)}{x+b} & x < -1 \end{cases}$ می‌شود.

گام دوم: نقطه $(-2, 12)$ در تابع صدق می‌کند؛ پس:

$$\frac{-2a(-1)}{-2+b} = 12 \Rightarrow \frac{2a}{b-2} = -12$$

$$f'(-2) = 0$$

گام سوم: مشتق تابع در $x = -2$ برابر صفر می‌شود؛ یعنی:

$$f(x) = -\frac{ax^2 + ax}{x+b} \Rightarrow f'(x) = -\frac{(2ax+a)(x+b) - (ax^2 + ax)}{(x+b)^2}$$

$$f'(-2) = 0 \Rightarrow (-4a+a)(-2+b) - (4a-2a) = 0$$

$$-3a(-2+b) - 2a = 0 \xrightarrow{\div a, a \neq 0} -3(b-2) = 2 \Rightarrow b = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2a}{\frac{4}{3}-2} = -12 \Rightarrow \frac{2a}{-\frac{2}{3}} = -3a = -12 \Rightarrow a = 4$$

گام چهارم: از معادله به دست آمده در گام دوم داریم:

تست و پاسخ ۱۹

نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ بر محل برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{x+1}{2x+b}$ منطبق است. حاصل ab کدام است؟

- (۱) ۵-
- (۲) ۳-
- (۳) ۲-
- (۴) ۶-

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره: یک بار نکات تابع درجه سوم و هموگرافیک را مرور کنید، چون احتمال طرح سؤال از آن از سایر نمودارها بیشتر است.

درس نامه تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ در يك نگاه

نکات ۱) $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$cx+d=0 \Rightarrow x = -\frac{d}{c}$

$y = \frac{a}{c}$

۲) تابع یک مجانب قائم دارد که ریشهٔ مخرج است:

۳) تابع یک مجانب افقی دارد که نسبت ضرایب x بالا به پایین است:

۴) نمودار تابع به یکی از

دو صورت روبه‌رو است:

شرط	نمودار	وضعیت یکنوایی	وضعیت تقعر (نقطه عطف ندارد).
$ad - bc > 0$		در هر شاخه صعودی	ابتدا رو به بالا و بعد رو به پایین
$ad - bc < 0$		در هر شاخه نزولی	ابتدا رو به پایین و بعد رو به بالا

۵) $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ (برای وارون جای a و d را عوض کرده و آن‌ها را قرینه می‌کنیم).

۶) اگر $c=0$ ، تابع هموگرافیک نبوده و تبدیل به تابع خطی می‌شود.

۷) اگر $ad-bc=0$ باشد، صورت و مخرج ساده شده و تابع تبدیل به تابع ثابت می‌گردد.

۸) اگر بازه شامل مجانب قائم باشد، تابع در آن بازه غیریکنواست.

درس نامه نمودار تابع‌های درجه سوم $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

نکات	$a < 0$	$a > 0$	
۱) اگر مشتق دو ریشه داشته باشد، تابع دو اکسترمم نسبی دارد. ۲) نقطهٔ عطف وسط دو اکسترمم قرار دارد. ۳) اگر $a > 0$ اول، \max و بعد \min اتفاق می‌افتد (اگر $a < 0$ بالعکس).			$\Delta_{f'} > 0$
۱) اگر مشتق ریشهٔ مضاعف داشته باشد، تابع اکسترمم نسبی ندارد. ۲) خط مماس در نقطهٔ عطف افقی است.			$\Delta_{f'} = 0$
۱) اگر مشتق ریشه نداشته باشد، تابع اکسترمم نسبی ندارد. ۲) خط مماس در نقطهٔ عطف غیرافقی است. ۳) اگر $a > 0$ ، اول تقعر رو به پایین و بعد رو به بالاست (اگر $a < 0$ بالعکس).			$\Delta_{f'} < 0$

نکات ۱) تابع درجه سوم همواره یک نقطهٔ عطف دارد که ریشه $f''(x)$ است. ۲) نقطهٔ عطف از رابطهٔ $x_0 = -\frac{b}{3a}$ نیز به دست می‌آید.

۳) اگر $\Delta_{f'} \leq 0$ باشد، تابع اکسترمم نسبی ندارد.

پاسخ تشریحی گام اول: طول نقطهٔ عطف f همان ریشهٔ مشتق دوم تابع است:

$f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f''(x) = 6x - 6 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 1 - 3 + a = a - 2$

پس مختصات نقطهٔ عطف تابع $(1, a-2)$ است.

گام دوم: طبق درس نامه محل برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک به صورت $(-\frac{b}{c}, \frac{1}{c})$ است.

گام سوم:

$$\begin{cases} -\frac{b}{c} = 1 \Rightarrow b = -c \\ \frac{1}{c} = a - 2 \Rightarrow a = \frac{5}{c} \end{cases} \Rightarrow ab = -5$$



تست و پاسخ ۲۰

چند عدد چهاررقمی با ارقام غیر تکراری وجود دارد که مضرب ۵ و ارقام آن‌ها یک در میان زوج و فرد باشند؟

یکان صفر یا ۵

۱۴۴ (۴)

۱۲۴ (۳)

۸۰ (۲)

۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر یا ۵ باشد، پس دو حالت در نظر می‌گیریم.

$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{\{0\}} = 80$$

گام دوم: رقم یکان صفر باشد: باتوجه به یک در میان بودن زوج و فرد، داریم:

$$\begin{aligned} & \rightarrow \{2, 4, 6, 8\} \\ & \rightarrow \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

$$\frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{\{5\}} = 64$$

گام سوم: رقم یکان ۵ باشد:

$$\begin{aligned} & \rightarrow \text{صفر اضافه می‌شود.} \\ & \rightarrow \{1, 3, 7, 9\} \\ & \rightarrow \{2, 4, 6, 8\} \end{aligned}$$

گام چهارم: طبق اصل جمع $80 + 64 = 144$ عدد با شرایط گفته شده به دست می‌آید.

تست و پاسخ ۲۱

اگر در فضای نمونه‌ای $S = \{a, b, c\}$ مقدار احتمال برآمدها، دنباله حسابی بسازند و مقدار کم‌ترین احتمال $\frac{1}{9}$ باشد، بیشترین احتمال یک برآمد چه قدر است؟

 $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤال‌های احتمال غیرهم‌شانس ساده‌تر از بقیه موضوعات احتمال هستند که در صورت سؤال آمدن حتماً سعی کنید آن را حل کنید.

درس نامه •• احتمال غیرهم‌شانس

اگر احتمال رخ دادن حداقل دو عضو فضای نمونه متفاوت باشد، می‌گوییم فضای نمونه غیرهم‌شانس است.

نکته در فضای نمونه غیرهم‌شانس S ، سعی می‌کنیم کوچک‌ترین احتمال را X در نظر بگیریم و بقیه را برحسب آن بنویسیم:

S	s_1	s_2	...	s_n
احتمال	$P(s_1)$	$P(s_2)$...	$P(s_n)$

$$۱) \text{ جمع احتمال‌ها } = 1 \Rightarrow P(s_1) + \dots + P(s_n) = 1$$

$$۲) \underbrace{P(\{s_1, s_2\})}_{\text{احتمال } s_1 \text{ یا } s_2} = P(s_1) + P(s_2)$$

$$۳) P(s_1) = 1 - P(\text{بقیه}) \quad \text{یا} \quad P(\{s_1, s_2\}) = 1 - P(\text{بقیه})$$

S	a	b	c
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} + d$	$\frac{1}{9} + 2d$

پاسخ تشریحی گام اول: سه احتمال تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت d می‌دهند، پس داریم:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + d + \frac{1}{9} + 2d = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + 3d = 1$$

گام دوم: مجموع احتمال‌ها برابر یک است پس داریم:

$$\Rightarrow 3d = \frac{2}{3} \Rightarrow d = \frac{2}{9}$$

$$P(c) = \frac{1}{9} + 2\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{5}{9}$$

گام سوم: $P(c)$ بیشترین احتمال است که برابر است با:

تست و پاسخ ۲۲

۱۱ بازیکن فوتبال به ترتیب وارد زمین می‌شوند. اگر دروازه‌بان زودتر از شماره ۷ وارد شود، با کدام احتمال دروازه‌بان نفر پنجم است؟

B	$\frac{6}{11}$ (۲)	$\frac{6}{10}$ (۱)
A	$\frac{6}{55}$ (۴)	$\frac{1}{11}$ (۳)
P(B A) احتمال شرطی		

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی است که احتمال طرح آن در کنکور زیاد است.

از احتمال معمولاً دو سؤال در کنکور مطرح می‌شود. اگر به اندازه کافی تست از این بخش حل کرده‌اید در ادامه راه، تیپ‌های مهم را مرور و دسته‌بندی کنید، در غیر این صورت پیشنهاد من این است که در کنکور، اول روی نقاط قوت خود سرمایه‌گذاری کرده و اگر وقت اضافه آوردید به تست‌های احتمال بپردازید.

پاسخ تشریحی طبق تعریف A و B در صورت سؤال و قانون بیز داریم:

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{11} \times \frac{6}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{55}$$

با احتمال $\frac{1}{11}$ دروازه‌بان زودتر از شماره ۷ وارد می‌شود و با احتمال $\frac{1}{2}$ دیرتر

حواستون باشه دروازه‌بان با احتمال $\frac{1}{11}$ در جایگاه پنجم است. هم‌چنین اگر دروازه‌بان نفر پنجم باشد، شماره ۷ باید بعد از دروازه‌بان قرار گیرد، پس از بین ۱۰ جایگاه باقیمانده، ۶ جایگاه برای شماره ۷ وجود دارد، بنابراین به احتمال $\frac{6}{10}$ دروازه‌بان قبل از شماره ۷ قرار دارد.

تست و پاسخ ۲۳

در شش داده آماری مقادیر تفاضل میانگین از داده‌ها ۱، $a, b, -1, 0, 5$ هستند. حداقل واریانس تقریباً چه قدر است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

۶ (۱)	۶ / ۶۶ (۲)	۷ (۳)	۷ / ۳۳ (۴)
			هر داده منهای میانگین

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از آمار (استنباطی و توصیفی) ۱ یا ۲ سؤال در کنکور مطرح می‌شود. موضوع شاخص‌های پراکنندگی و برآورد بازه‌ای مهم‌تر از سایر موضوعات هستند.



خودت حل کنی بهتره مجموع انحراف از میانگین‌ها برابر صفر است.

درس نامه شاخص‌های پراکندگی

توضیح فارسی	فرمول	شاخص
<ul style="list-style-type: none"> هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست. 	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	واریانس
جزر واریانس است.	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	انحراف معیار
$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	ضریب تغییرات
—	۲	واریانس ۵ عدد متوالی
اگر اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.	$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right) d^2$	واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d

پاسخ تشریحی گام اول: مجموع انحراف از میانگین‌ها برابر صفر است پس: $a + b = -5 \Rightarrow 5 + (-1) + 0 + a + b + 1 = 0$

گام دوم: واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{5^2 + (-1)^2 + 0^2 + a^2 + b^2 + 1^2}{6} = \frac{a^2 + b^2 + 27}{6}$$

گام سوم: چون حداقل واریانس را می‌خواهیم باید کاری کنیم که $a^2 + b^2$ کم‌ترین مقدار خودش را داشته باشد. چون $a + b = -5$ و $a, b \in \mathbb{Z}$

پس $a = -2$ و $b = -3$ می‌گیریم. (تا حد امکان به هم نزدیک)

$$\text{حداقل واریانس} = \frac{(-2)^2 + (-3)^2 + 27}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

تست و پاسخ ۲۴

طول دوزلع مثلثی ۴ و ۵ و فاصله نقطه همرسی نیمسازهای داخلی آن از ضلع سوم، برابر با ۲ است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، طول ضلع سوم کدام است؟

۵ (۴)

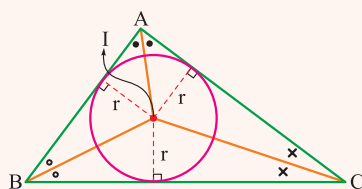
۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره نقطه همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث، از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.



درس نامه در هر مثلث، نیمسازهای زاویه‌های داخلی هم‌رس هستند. خاصیت نقطه همرسی

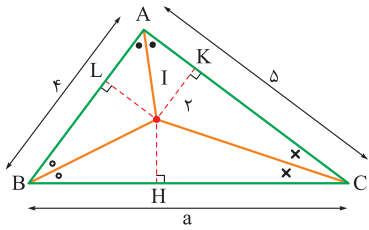
نیمسازهای داخلی این است که از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است. اگر نقطه همرسی نیمسازهای

داخلی را I بنامیم و فاصله آن از ضلع‌های مثلث را با r نمایش دهیم، دایره‌ای به مرکز I و شعاع r بر

سه ضلع مثلث مماس است، این دایره را دایره محاطی داخلی مثلث می‌نامیم، در مثلثی به مساحت S

$$\text{و محیط } 2P \text{ داریم } r = \frac{S}{P}$$

پاسخ تشریحی **راه اول:** با توجه به درس‌نامه، اگر فاصله نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی از یک ضلع مثلث ۲ باشد، فاصله آن از دو ضلع دیگر هم ۲ است، اگر از I به رأس‌های مثلث وصل کنیم؛ داریم:



$$S(IBC) + S(IAC) + S(IAB) = S(ABC)$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times a + \frac{1}{2} \times 2 \times b + \frac{1}{2} \times 2 \times c = 15 \Rightarrow a + b + c = 15 \Rightarrow a = 6$$

راه دوم: با استفاده از رابطه $r = \frac{S}{P}$ ؛ داریم:

$$r = 2, S = 15 \Rightarrow 2 = \frac{15}{P} \Rightarrow P = \frac{15}{2} \Rightarrow 2P = 15 = \text{محیط مثلث}$$

$$2P = 15 = 4 + 5 + a \Rightarrow a = 6$$

پس:

تست و پاسخ ۲۵

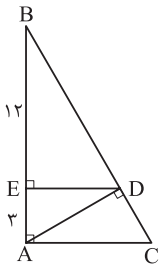
با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) $62/5$

(۲) $72/5$

(۳) $43/75$

(۴) $56/25$

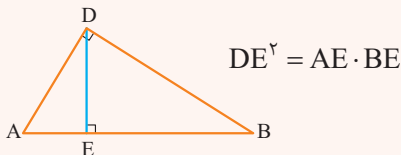


پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال ترکیبی از دو مبحث مهم «روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه» و «قضیه تالس» است؛ بنابراین سؤال مهمی است.

درس‌نامه

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی طول قطعاتی است که روی وتر ایجاد می‌کند، مثلاً در شکل رسم‌شده؛ داریم:



پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبه طول DE):** در مثلث قائم‌الزاویه DAB، DE ارتفاع وارد بر وتر است؛ پس:

$$DE^2 = AE \cdot BE \Rightarrow DE^2 = 3 \times 12 \Rightarrow DE^2 = 36 \Rightarrow DE = 6$$

گام دوم (محاسبه طول AC): AC و DE، هر دو بر AB عمودند، پس با هم موازی‌اند، بنا به قضیه تالس در مثلث ABC؛ داریم:

$$\frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC} \Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = \frac{15 \times 6}{12} = \frac{15}{2}$$

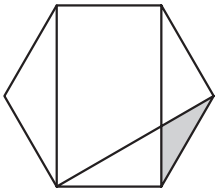
گام سوم (محاسبه مساحت مثلث ABC): مثلث ABC قائم‌الزاویه است؛ پس:

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Rightarrow S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \times 15 \times \frac{15}{2} = \frac{225}{4} = 56/25$$



تست و پاسخ ۲۶

مطابق شکل، مساحت قسمت سایه خورده $\sqrt{3}$ است. طول ضلع شش ضلعی منتظم کدام است؟

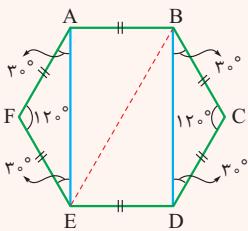


- ۴ (۱)
- $۳\sqrt{۳}$ (۲)
- $۲\sqrt{۳}$ (۳)
- ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

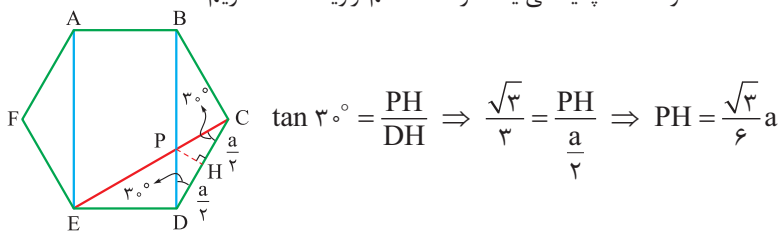
خودت حل کنی بهتره مثلث سایه خورده، متساوی الساقین با زاویه‌های ۳° ، ۳° و ۱۲° است.

درس نامه در شش ضلعی منتظم، هر شش ضلع با هم برابرند و هر شش زاویه هم با هم برابر و هر کدام ۱۲° هستند. شش ضلعی منتظم دو نوع قطر دارد: قطر کوچک و قطر بزرگ.



مثلاً در شکل رسم شده، AE و BD دو تا از قطرهای کوچک و BE یکی از قطرهای بزرگ است. با رسم هر قطر کوچک، دو مثلث متساوی الساقین با زاویه‌های حاده ۳° ، ۳° و ۱۲° به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی طول ضلع شش ضلعی منتظم را a در نظر می‌گیریم، از آنجا که BD و CE دو تا از قطرهای کوچک شش ضلعی منتظم هستند، داریم: $\widehat{BDC} = \widehat{DCE} = 3^\circ$ ، پس مثلث PCD هم متساوی الساقین است و زاویه‌های روبه‌روی ساق‌های آن 3° هستند، اگر ارتفاع وارد بر قاعده (PH یعنی PH) را رسم کنیم دو مثلث همنهشت PHC و PHD پدید می‌آیند، در مثلث قائم‌الزاویه PDH داریم:



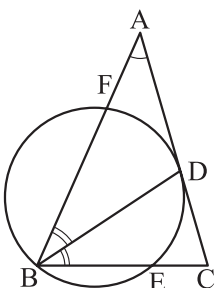
$$\tan 3^\circ = \frac{PH}{DH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{PH}{\frac{a}{2}} \Rightarrow PH = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$\frac{1}{2} PH \cdot CD = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{6} a\right) (a) = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

حالا سؤال گفته $S(PCD) = \sqrt{3}$ ؛ پس:

تست و پاسخ ۲۷

مطابق شکل در مثلث متساوی الساقین ABC که $AB = AC$ ، نیمساز زاویه B و دایره گذرنده از B که در نقطه D بر ساق AC مماس است، رسم شده‌اند. اگر $\widehat{BE} = 100^\circ$ ، آن‌گاه اندازه کمان \widehat{BF} کدام است؟



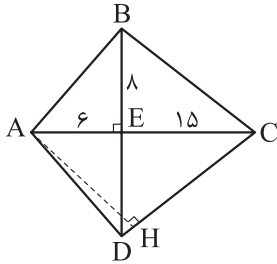
- ۱۵° (۱)
- ۱۴° (۲)
- ۱۳° (۳)
- ۱۲° (۴)

پاسخ: گزینه ۳



تست و پاسخ ۲۹

قطرهای چهارضلعی محاطی ABCD در نقطه E بر هم عمودند. با توجه به اندازه‌های روی شکل نسبت $\frac{AH}{AD}$ کدام است؟



(۱) $\frac{84}{85}$

(۲) $\frac{16}{17}$

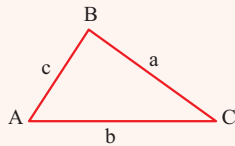
(۳) $\frac{81}{85}$

(۴) $\frac{15}{17}$

پاسخ: گزینه ۱

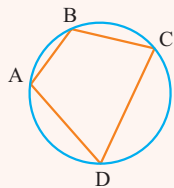
خودت حل کنی بهتره دایره محاطی چهارضلعی ABCD، همان دایره محاطی مثلث ABC است.

درس نامه (۱) قضیه سینوس‌ها: در مثلث ABC داریم:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

(۲) در چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌اند.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

(۳) سینوس‌های زاویه‌های مکمل، با هم برابرند:

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \sin \hat{C}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول‌های AB و BC):

$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10, BC = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث‌های ABE و BCE داریم:

گام دوم (محاسبه $\sin \hat{ABC}$):

در مثلث قائم‌الزاویه ABE داریم $\sin \hat{BAE} = \frac{BE}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ و با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC؛ داریم:

$$\frac{BC}{\sin \hat{BAC}} = \frac{AC}{\sin \hat{ABC}} \Rightarrow \frac{17}{\frac{4}{5}} = \frac{21}{\sin \hat{ABC}} \Rightarrow \sin \hat{ABC} = \frac{84}{85}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

قبول دارید نسبت $\frac{AH}{AD}$ همان $\sin \hat{ADC}$ است؟ ضمن آن‌که به خاطر محاطی بودن چهارضلعی ABCD داریم:

$$\hat{ABC} + \hat{ADC} = 180^\circ \Rightarrow \sin \hat{ADC} = \sin \hat{ABC} = \frac{84}{85}$$

تست و پاسخ ۳۰

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس X، از معادله $\begin{bmatrix} |A|^2 - 1 & |2A| \\ 2 & 1 + 2|A| \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

۲ (۴)

-۴ (۳)

۵ (۲)

-۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سوالی مشابه کنکور ریاضی ۱۴۰۱، در حل این مدل سؤال‌ها باید حواستان باشد که اشتباه محاسباتی نداشته باشید.

خودت حل کنی بهتره پس از محاسبه $|A|$ به کمک ماتریس وارون، معادله ماتریسی را حل کنید.

$$|kA| = k^n |A|$$

$$X = A^{-1}B$$

درس نامه (۱) اگر A ماتریسی $n \times n$ و k عددی ثابت باشد؛ داریم:

(۲) از معادله ماتریسی $AX = B$ ؛ داریم:

$$(۳) \text{ اگر } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ آن گاه } A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $|A|$): با بسط نسبت به سطر اول داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0 = 4 - 2 = 2$$

گام دوم (تشکیل معادله ماتریسی):

$$|A|^2 - 1 = 3, \frac{2}{|A|} = 1, |2A| = 2^2 |A| = 16, 1 + 2|A| = 5$$

با توجه به این که درمیان ماتریس $A_{3 \times 3}$ برابر با ۲ است؛ داریم:

$$\text{پس معادله ماتریسی صورت سؤال به صورت } \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ است.}$$

گام سوم (محاسبه ماتریس X): بنا به آنچه در درس نامه گفتیم، داریم:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-16} \begin{bmatrix} 5 & -16 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } X = -7$$

تست و پاسخ (۳)

به ازای هر عدد حقیقی m ، معادله $(m-2)x + my = m + 4$ ، قطری از دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است. اگر این دایره مماس بر نیمساز ربع دوم و چهارم باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

$$10/5 (۴)$$

$$-8/5 (۳)$$

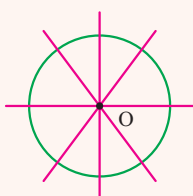
$$3/5 (۲)$$

$$-1/5 (۱)$$

پاسخ: گزینه (۴)

مشاوره تعیین مختصات مرکز دایره با معلوم بودن معادله کلی قطرهای آن، چند بار در کنکور آمده است. آخرین بار آن کنکور ۱۴۰۱ بود. در درس نامه در این مورد توضیح داده‌ایم.

خودت حل کنی بهتره دو مقدار مختلف به m بدهید و مرکز دایره را به دست آورید.



درس نامه (۱) می‌دانیم همه قطرهای یک دایره، در مرکز آن هم‌رس‌اند، پس اگر معادله کلی قطرهای یک دایره

را بر حسب متغیری مانند m داشتیم، کافی است به m دو مقدار متفاوت بدهیم و نقطه برخورد دو خط حاصل را به

دست آوریم که می‌شود مرکز دایره، بهترین مقادیری هم که می‌توانیم به m بدهیم، مقادیری است که ضریب‌های

x و y به ازای آن‌ها صفر شود، مثلاً اگر معادله کلی قطرهای یک دایره به صورت $(m-1)x + (m+2)y = m$

باشد، به ازای $m=1$ ، یکی از قطرهای آن به صورت $3y = 1$ ، یعنی $y = \frac{1}{3}$ و به ازای $m=-2$ و یکی دیگر از قطرهای آن به صورت $-3x = -2$ ، یعنی

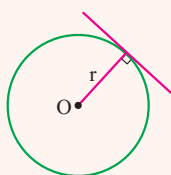
$x = \frac{2}{3}$ است، پس مرکز دایره محل برخورد دو خط $x = \frac{2}{3}$ و $y = \frac{1}{3}$ ؛ یعنی $O(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ است.

(۲) اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، شعاع دایره، برابر با فاصله مرکز دایره از آن خط است. ضمن آن که فاصله

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نقطه O از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

(۳) معادله دایره‌ای به مرکز O و شعاع r به صورت $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$ است.





پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن مرکز دایره):

با توجه به آن چه در درس نامه گفتیم:

$$(m-2)x + my = m+4 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \Rightarrow 2y=6 \Rightarrow y=3 \\ m=0 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \Rightarrow O(-2, 3)$$

گام دوم (پیدا کردن شعاع دایره):

دایره به مرکز $O(-2, 3)$ بر نیمساز ربع دوم و چهارم یعنی خط $x+y=0$ مماس است؛ پس شعاع دایره برابر است با:

$$r = \frac{|x_0 + y_0|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|-2 + 3|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

گام سوم (پیدا کردن خواسته سؤال):

معادله دایره به صورت $(x+2)^2 + (y-3)^2 = (\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ است؛ یعنی:

$$(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12/5 = 0$$

$$\Rightarrow a=4, b=-6, c=12/5 \Rightarrow a+b+c=10/5$$

تست و پاسخ ۳۳

اگر از نقطه $(0, 1)$ دو شعاع نورانی بر سهمی به معادله $x = (\frac{y-2}{3})^2 - 1$ تابیده شود، بازتاب آن‌ها چگونه است؟

- (۲) موازی رو به بالا
- (۴) موازی رو به پایین

- (۱) موازی با محور
- (۳) متقاطع

پاسخ: گزینه ۲

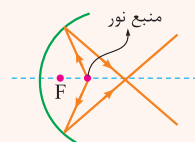
مشاوره این سؤال، از مطالب جدید کتاب نظام جدید طرح شده است پس طبیعتاً هر سال باید منتظر باشیم تا سؤالی از آن در کنکور نظام جدید مطرح شود!

خودت حل کنی بهتره وضعیت نقطه $(0, 1)$ را نسبت به کانون سهمی مشخص کنید.

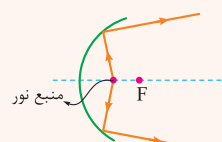
درس نامه

(۱) اگر معادله یک سهمی به صورت $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$ باشد، مختصات کانون آن به صورت $F \begin{vmatrix} \alpha+a \\ \beta \end{vmatrix}$ است.

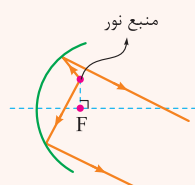
(۲) با توجه به آنچه در کتاب درسی آمده اگر یک منبع نور در راستای افقی یا قائم کانون یک آینه سهموی باشد، حالت‌های زیر را برای بازتاب پرتوهای آن منبع داریم:



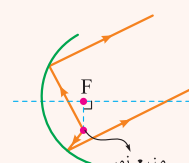
(۱) متقاطع



(۲) واگرا



(۳) موازی رو به پایین



(۴) موازی رو به بالا

پاسخ تشریحی گام اول (به دست آوردن مختصات کانون سهمی):

معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم و مختصات کانون را به دست می‌آوریم:

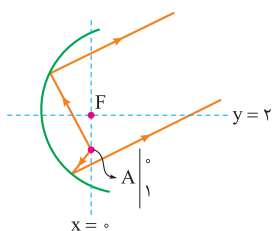
$$x = \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \left(\frac{y-2}{4}\right)^2 \Rightarrow (y-2)^2 = 4(x+1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 2 \end{cases}, 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow F \begin{cases} \alpha + a = 0 \\ \beta = 2 \end{cases}$$

گام دوم (تشخیص وضعیت نقطه نسبت به کانون):

همان‌طور که می‌بینید، حالت (۴) درس‌نامه در این سؤال اتفاق افتاده، یعنی بازتاب پرتوهای

نور، موازی و رو به بالا هستند.



تست و پاسخ ۳۳

دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 120° می‌سازند. زاویه بین مجموع دو بردار، با بردار کوچک‌تر کدام است؟

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۱۰۵° (۲)

۷۵° (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

(۱) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار باشند که با هم زاویه θ می‌سازند، آن‌گاه داریم:

پس اگر بخواهیم زاویه بین دو بردار را حساب کنیم از رابطه $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ استفاده می‌کنیم.

(۲) بعضی از خواص ضرب داخلی بردارها به قرار زیر است:

۱) $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

۲) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

۳) $(r\vec{a}) \cdot (s\vec{b}) = (rs)(\vec{a} \cdot \vec{b})$

۴) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c} + \vec{d}) = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{d} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}$

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم \vec{a} و \vec{b} دو بردار هستند که با هم زاویه $\theta = 120^\circ$ می‌سازند، به طوری که $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ و می‌خواهیم

زاویه بین دو بردار \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آوریم. اگر این زاویه را α در نظر بگیریم؛ داریم:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a}| |\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{|\vec{a}|^2 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta}{|\vec{a}| |\vec{a} + \vec{b}|}$$

صورت کسر را ساده می‌کنیم:

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = |\vec{a}|^2 + |\vec{a}| (2|\vec{a}|) \cos 120^\circ = |\vec{a}|^2 - |\vec{a}|^2 = 0$$

پس $\cos \alpha = 0$ ، یعنی $\alpha = 90^\circ$.

تست و پاسخ ۳۴

روی سه بردار $\vec{a} = (1, 2, 0)$ ، $\vec{b} = (1, 1, -1)$ و $\vec{c} = (m, -m, m)$ یک متوازی‌السطوح می‌سازیم. اگر $\vec{h} = n\vec{i} - 2\vec{j} + p\vec{k}$ ارتفاع وارد بر

قاعده \vec{a} و \vec{b} در این متوازی‌السطوح باشد، حجم متوازی‌السطوح کدام است؟

۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

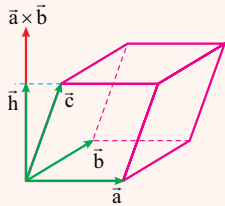
پاسخ: گزینه ۲



مشاوره حل سؤال نیاز به وقت و تسلط روی مفاهیم ضرب داخلی، ضرب خارجی و ضرب مختلط بردارها دارد. سؤال مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۱ است.

خودت حل کنی بهتره حتماً شکل فرضی رسم کنيد.

درس نامه ●● شکل را ببینید، اگر \vec{h} بردار ارتفاع وارد بر قاعده \vec{a} و \vec{b} باشد، آن گاه می‌توان نتیجه گرفت:



$$(1) \vec{h} \parallel \vec{a} \times \vec{b}$$

(2) \vec{h} تصویر قائم بردار \vec{c} بر امتداد $\vec{a} \times \vec{b}$ است؛ پس: $\vec{c} \cdot \vec{h} = |\vec{h}|^2$

ضمن آن که می‌دانیم حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده روی سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر است با: $|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$

پاسخ تشریحی گام اول (به دست آوردن \vec{n} و \vec{p}):

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-2, 1, -1) \xrightarrow{\vec{h}=(n, -2, p)} \frac{n}{-2} = \frac{-2}{1} = \frac{p}{-1} \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ p = 2 \end{cases}$$

می‌دانیم $\vec{h} \parallel \vec{a} \times \vec{b}$ ، از طرفی:

گام دوم (به دست آوردن m):

$$\begin{cases} \vec{c} = (m, -m, m) \\ \vec{h} = (4, -2, 2) \Rightarrow |\vec{h}|^2 = 4^2 + (-2)^2 + 2^2 = 24 \end{cases}$$

می‌دانیم $\vec{c} \cdot \vec{h} = |\vec{h}|^2$ ؛ پس:

$$\Rightarrow 4m + 2m + 2m = 24 \Rightarrow 8m = 24 \Rightarrow m = 3$$

گام سوم (به دست آوردن حجم متوازی‌السطوح):

$$V = |(3, -3, 3) \cdot (-2, 1, -1)| = |-6 - 3 - 3| = 12$$

می‌دانیم $V = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$ ؛ پس:

تست و پاسخ ۳۵

چند نقطه روی منحنی به معادله $y = \frac{5x+2}{x-3}$ وجود دارد که هر دو مقدار x و y عددهایی صحیح باشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● روش حل معادلات عادکردن

الف) سعی می‌کنیم با اعمال مجاز عادکردن کاری کنیم تا سمت راست تبدیل به عدد شود:

$$\frac{\text{عدد}}{\uparrow} \\ \text{cloud} \mid a$$

ب) a مقسوم‌علیه‌های a می‌تواند باشد؛ پس با حالت‌بندی مقادیر مجهول را به دست می‌آوریم.

پ) اگر $x - a \mid f(x)$ آن‌گاه $x - a \mid f(a)$ ، یعنی کافی است ریشه سمت چپ را در سمت راست قرار دهیم.

پاسخ تشریحی گام اول: y وقتی صحیح می‌شود که صورت بر مخرج بخش‌پذیر باشد، پس باید $x - 3 \mid 5x + 2$.

$$x - 3 \mid 5x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4 \\ x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2 \\ x - 3 = 17 \Rightarrow x = 20 \\ x - 3 = -17 \Rightarrow x = -14 \end{cases}$$

گام دوم: از ویژگی ریشه (درس‌نامه قسمت پ) داریم:

پس چهار مقدار صحیح وجود دارد.



تست و پاسخ ۳۶

دو عدد $a^2 + 1$ و $16a + 2$ رقم یکسان برابری دارند. رقم یکسان $a^3 - a$ کدام است؟

به پیمانه 10^0 همنهشت

۱ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از نظریه اعداد سه سؤال در کنکور مطرح می‌شود. همنهشتی مهم‌ترین درس این بخش است (به‌خصوص پیدا کردن باقی‌مانده و حل معادله سیاله)

پاسخ تشریحی

گام اول: دو عدد دارای رقم یکسان هستند، پس هر دو در تقسیم بر 10^0 دارای یک باقیمانده بوده و به پیمانه 10^0 همنهشت هستند.

$$a^3 + 1 \equiv 16a + 2 \pmod{10} \Rightarrow a^3 + 1 \equiv 6a + 2 \pmod{10} \Rightarrow a^3 \equiv 6a + 1 \pmod{10}$$

$$a^3 - a \equiv 5a + 1 \pmod{10}$$

گام دوم: دو طرف را $-a$ می‌کنیم تا $a^3 - a$ ساخته شود:

گام سوم: کافی است رقم یکسان $5a + 1$ را به دست آوریم. چون $16a + 2$ عددی زوج است، پس $a^3 + 1$ نیز باید زوج باشد (تا اختلاف آن‌ها بر 10^0 بخش پذیر باشد) پس a باید فرد باشد:

$$a = 2k + 1 \Rightarrow 5(2k + 1) + 1 \equiv 10k + 6 \pmod{10} \Rightarrow 6 \pmod{10}$$

تست و پاسخ ۳۷

اگر x و y هر دو عددهای طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $23x + 22y = 1518$ چند جواب دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• معادله سیاله خطی $ax + by = c$

جواب معادله یعنی x, y که در معادله $ax + by = c$ صدق کنند.

شرط داشتن جواب: $(a, b) | c$ (یعنی ب.م.م ضرایب، عدد ثابت c را عاد کند).

$$ax + by \equiv c \pmod{a} \Rightarrow by \equiv c \pmod{a}$$

روش حل: (۱) دو طرف را به پیمانه ضریب کوچک‌تر (علامت مهم نیست) مثلاً a می‌بریم:

(۲) معادله همنهشتی را حل کرده و y را پیدا می‌کنیم.

(۳) با قراردادن y در معادله، x را پیدا می‌کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: دو طرف را به پیمانه ۲۲ می‌بریم:

$$23x + 22y \equiv 1518 \pmod{22} \Rightarrow 23x \equiv 1518 \pmod{22} \Rightarrow x \equiv 22k \pmod{22}$$

گام دوم: $x = 22k$ را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$23(22k) + 22y = 1518 \xrightarrow{\div 22} 23k + y = 69 \Rightarrow y = 69 - 23k$$

گام سوم: جواب معادله $\begin{cases} x = 22k \\ y = 69 - 23k \end{cases}$ است. به ازای $k = 1, 2$ هر دوی x, y طبیعی می‌شوند، پس معادله دو جواب طبیعی دارد.

تست و پاسخ ۳۸

در یک گراف کامل ناتهی رابطه $\Delta^2(G) - 4\delta(G) = q(G)$ برقرار است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

Δ تعداد یال و δ ماکسیمم درجه و p مینیمم درجه است.

۱۰ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



مشاوره یک بار نکات گراف‌های خاص (کامل، منظم، مکمل، زیرگراف، مسیری و دوری) را نوشته و مرور کنید.

درس نامه •• گراف کامل

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف کامل مرتبه p	K_p	گرافی که هر دو رأس آن مجاورند (به هم وصل‌اند).	(۱) درجه همه رأس‌ها $p-1$ است. (۲) گراف $(p-1)$ منظم است. (۳) $q = \frac{p(p-1)}{2}$ (۴) بیشترین یال را در بین گراف‌های هم‌مرتبه خود دارد.

گراف منظم

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها
گراف k -منظم	—	گرافی که درجه هر رأس برابر k است.	(۱) $kp = 2q$ که $0 \leq k \leq p-1$ (۲) گراف فرد منظم مرتبه فرد نداریم (از بین p و k حداقل یکی باید زوج باشد).

مکمل گراف G

اسم	نماد	تعریف	ویژگی‌ها	مثال
گراف مکمل G	\bar{G}	رأس‌های \bar{G} همان رأس‌های G است. یال‌های \bar{G} یال‌هایی هستند که در G وجود ندارد.	$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۱) $\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p-1$ (۲)	

پاسخ تشریحی گام اول: درجه هر رأس گراف کامل برابر $p-1$ است، پس $\Delta = \delta = p-1$ و تعداد یال‌ها برابر $\frac{p(p-1)}{2}$ است.

گام دوم: از رابطه داده شده داریم:

$$\frac{p(p-1)}{2} = (p-1)^2 - 4(p-1) = (p-1)(p-1-4)$$

$$\xrightarrow{\div (p-1)} \frac{p}{2} = p-5 \Rightarrow p = 2p-10 \Rightarrow p = 10$$

تست و پاسخ ۳۹

به ازای چند مجموعه مختلف $\{a, b, c\}$ گرافی با درجه رأس‌های $a, b, c, 2, 3, 4$ دارای $a+b+c$ یال و همبند است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال دشواری است. اگر آن را حل نکردید نگران نباشید، بلکه پاسخ را به دقت مطالعه کنید چون با تحلیل این سؤال چند موضوع برایتان دوره خواهد شد.

درس نامه ● شرایط درجه رأس‌های گراف

- (۱) تعداد اعداد برابر تعداد رأس‌ها یا مرتبه گراف است.
- (۲) مجموع درجات برابر با $2q$ است.
- (۳) تعداد رأس‌های فرد (رأس‌های با درجه فرد)، عددی زوج است.
- (۴) تعداد رأس‌های زوج (رأس‌های با درجه زوج)، از نظر زوج و فردی مثل مرتبه گراف است.
- (۵) $\Delta \leq p - 1$
- (۶) اگر k رأس از درجه $p - 1$ (رأس فول یا رأسی که به همه وصل است) داشته باشیم، $\delta \geq k$ باید باشد.
- (۷) در بین درجه‌ها حتماً عدد تکراری وجود دارد.

پاسخ تشریحی گام اول: گراف همبند است، پس فاقد رأس ایزوله بوده و درجه همه رأس‌ها بزرگ‌تر یا مساوی ۱ است؛ یعنی $a, b, c \geq 1$.

گام دوم: گراف ۷ رأس دارد، پس ماکسیمم درجه، حداکثر برابر ۶ می‌تواند باشد، بنابراین $a, b, c \leq 6$.

گام سوم: $4 + 3 + 3 + 2 + a + b + c = 2(a + b + c) \Rightarrow a + b + c = 12$

گام چهارم: تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد، پس در بین a, b, c فقط صفر یا دو رأس فرد می‌تواند وجود داشته باشد. حالت‌های ممکن برای مجموعه $\{a, b, c\}$ عبارت است از:

$$\underbrace{\{6, 5, 1\}}_{\Delta=6}, \underbrace{\{6, 4, 2\}}_{\Delta=6}, \underbrace{\{6, 3, 3\}}_{\Delta=6}, \underbrace{\{5, 5, 2\}}_{\Delta=5}, \underbrace{\{5, 4, 3\}}_{\Delta=5}, \underbrace{\{4, 4, 4\}}_{\Delta=4}$$

گام پنجم: رأس درجه $p - 1$ (رأس درجه ۶) به تمام رأس‌های دیگر متصل است، پس در ۳ حالت اول گراف قطعاً همبند است.

گام ششم: با کمی دقت معلوم می‌شود در سایر حالت‌ها نیز گراف همبند است، مثلاً اگر $\delta = 2$ باشد و گراف ناهمبند باشد در یکی از بخش‌ها حداقل ۳ رأس نیاز داریم، پس در بخش دیگر ۴ رأس باقی می‌ماند که در این صورت رأس درجه ۵ و ۴ نمی‌توانیم داشته باشیم؛ بنابراین در همه ۶ حالت گراف همبند است.

تست و پاسخ ۴۰

چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵۵۰۰ با مجموع ارقام ۷ وجود دارد؟

۱۱۸ (۴)

۱۱۶ (۳)

۱۱۷ (۲)

۱۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از موضوع تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی و کاربردهای آن معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید که با مرور و تیپ‌بندی سؤال‌های کنکورهای قبلی به راحتی می‌توانید از پس آن برآیید.

درس نامه ● تعداد جواب‌های معادله سیاله خطی

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر
$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ k متغیر	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_i \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \\ x_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	جواب‌های طبیعی معادله



نکته اگر متغیری دارای ضریب، توان، رادیکال بوده یا این که در مخرج باشد باید آن را حالت بندی کنیم تا معادله به صورت استاندارد معادله سیاله خطی با ضرایب واحد دربیاید.

پاسخ تشریحی گام اول: عدد طبیعی را به صورت \overline{abcd} در نظر می گیریم پس باید $a + b + c + d = 7$ باشد.

گام دوم:
$$\frac{n=7}{k=4} \rightarrow \text{تعداد جوابهای صحیح نامنفی} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

گام سوم: باید اعداد نامطلوب (بزرگ تر یا مساوی ۵۵۰۰) را از این تعداد کم کنیم.

اگر $a = 7$ باشد تنها عدد نامطلوب ۷۰۰۰ است.

اگر $a = 6$ باشد اعداد نامطلوب ۶۱۰۰ و ۶۰۱۰ و ۶۰۰۱ هستند. (دقت کنید که جمع ارقام برابر ۷ است).

اگر $a = 5$ باشد، قطعاً $5 < b$ بوده و کل اعداد قبول است.

گام چهارم: $120 - 4 = 116$ عدد قابل قبول به دست می آید.



تست و پاسخ ۴۱

کدام یک از موج‌های زیر، عرضی است؟

راستای نوسان هر جزء از محیط، بر راستای انتشار موج عمود باشد.

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------------|-------------------------|
| الف) امواج صوتی | ب) امواج رادیویی | پ) امواج لرزه‌ای اولیه | ت) امواج لرزه‌ای ثانویه |
| ۱) الف و پ | ۲) الف و ت | ۳) ب و پ | ۴) ب و ت |

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در این جور سوال‌ها، ابتدا سر اغ عبارت‌ی بر وید که بلد هستید. با این کار، بعضی از گزینه‌ها حذف می‌شوند.

پاسخ تشریحی اگر راستای نوسان هر جزء از محیط (مانند فنر) با راستای انتشار موج یکسان باشد، به آن موج، موج طولی و اگر راستای نوسان هر جزء از محیط (مانند فنر) بر راستای انتشار موج عمود باشد، به آن موج، موج عرضی می‌گویند. حالا عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم: الف) هنگام انتشار موج صوتی در یک محیط، راستای نوسان ذرات محیط با راستای انتشار صوت، یکسان است؛ بنابراین موج صوتی، موج طولی است. \times ب) امواج رادیویی، جزئی از طیف امواج الکترومغناطیسی هستند. در امواج الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت انتشار موج عمودند و در نتیجه موج الکترومغناطیسی، یک موج عرضی است. \checkmark پ و ت) امواج لرزه‌ای، موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از لایه‌های زمین عبور می‌کنند. دو نوع از امواج لرزه‌ای، امواج اولیه P و امواج ثانویه S هستند. امواج P، امواجی طولی (نادرستی «پ») و امواج S، امواجی عرضی (درستی «ت») هستند.

تست و پاسخ ۴۲

الکترونی به موازات سطح زمین به طرف شمال شرقی پرتاب می‌شود. اگر جهت میدان مغناطیسی به سمت شمال باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن در لحظه پرتاب، در کدام جهت است؟

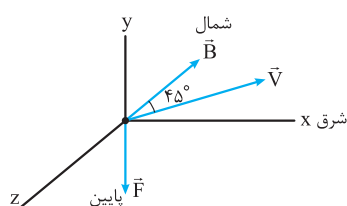
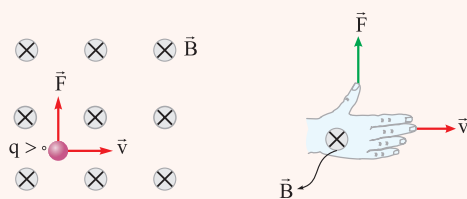
توجه کنید که بار الکتریکی ذره، منفی است.

- | | | | |
|---------|----------|--------------|--------------|
| ۱) بالا | ۲) پایین | ۳) شمال غربی | ۴) جنوب شرقی |
|---------|----------|--------------|--------------|

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حتماً قاعده دست راست را بلد باشید تا بسیاری از تست‌های مبحث مغناطیس را از دست ندهید؛ همچنین در این جور سوال‌ها، حواستان باشد که بار الکتریکی ذره مثبت است یا منفی! مثلاً اگر در این سوال به منفی بودن بار الکتریکی الکترون توجه نکنید، به ۱ می‌رسید!

درس نامه قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک: اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت \vec{v} باشد، به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچک‌تری که \vec{v} با \vec{B} می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت \vec{B} قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود. برای تعیین جهت \vec{F} برای بار منفی می‌توانید دو کار انجام دهید: ۱) جهت نیروی وارد بر بار مثبت را به دست آورید، سپس آن را برعکس کنید. ۲) قاعده دست راست را به کمک دست چپ انجام دهید.



پاسخ تشریحی بار الکتریکی الکترون منفی است، پس می‌توانیم از دست چپ کمک بگیریم. به این صورت که اگر چهار انگشت باز شده دست چپ خود را در جهت حرکت الکترون (شمال شرقی) قرار دهیم، به طوری که وقتی چهار انگشت خود را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی (شمال) قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شست دست چپ ما، جهت نیروی مغناطیسی (پایین) را نشان می‌دهد. توجه کنید که در این تست، زاویه بین \vec{v} و \vec{B} به اندازه 45° است.



تست و پاسخ ۴۳

یکای فرعی کدام کمیت، $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ است؟

- (۱) میدان مغناطیسی (۲) شار مغناطیسی (۳) میدان الکتریکی (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا یکای میدان مغناطیسی را با استفاده از رابطه $F = ILB \sin \theta$ به دست می آوریم:

$$\frac{kg \cdot m}{s^2} = A \cdot m [B] \Rightarrow [B] = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

$$[\Phi] = \frac{kg}{A \cdot s^2} \cdot m^2 \Rightarrow [\Phi] = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$$

گام دوم: حالا به کمک رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ می توانیم بنویسیم:

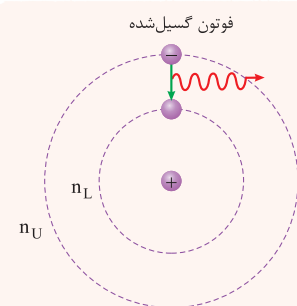
بنابراین یکای $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ ، یکای فرعی شار مغناطیسی است.

تست و پاسخ ۴۴

در اتم هیدروژن، الکترونی که در سومین حالت برانگیخته قرار دارد، یک فوتون در ناحیه مرئی گسیل می کند. انرژی این فوتون چند ریبرگ است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{7}{144}$ (۳) $\frac{15}{16}$ (۴) $\frac{3}{16}$

پاسخ: گزینه ۴



درس نامه ●● (۱) هنگامی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم تر (E_L) می رود، یک فوتون تابش می شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی ($E_U - E_L$) است.

$$E_{\text{فوتون}} = E_U - E_L$$

همچنین اگر به الکترونی که در یک حالت مانا با انرژی کم تر (E_L) قرار دارد، فوتونی با انرژی $E_U - E_L$ بتابانیم، الکترون با دریافت این انرژی به یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) می رود.

(۲) ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن:

بور نشان داد که انرژی الکترون در مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن، از رابطه مقابل به دست می آید:

$$E_n = -\frac{13/6 \text{ eV}}{n^2}$$

انرژی الکترون در مدار n (eV)

(۳) انرژی ریبرگ: انرژی الکترون در $n = 1$ برابر $E_1 = -13/6 \text{ eV}$ است که اندازه آن را یک ریبرگ می نامند و با نماد E_R نشان می دهند.

$$E_R = 13/6 \text{ eV}$$

(۴) وقتی الکترون در اولین، دومین، سومین و ... حالت برانگیخته قرار دارد، یعنی به ترتیب در مدار $n = 2, n = 3, n = 4, \dots$ است. به طور کلی، وقتی الکترون در Kامین حالت برانگیخته قرار دارد، یعنی در مدار $n = K + 1$ است.

پاسخ تشریحی

الکترون در سومین حالت برانگیخته، یعنی در مدار $n = 4$ قرار دارد و چون یک فوتون در ناحیه مرئی گسیل می کند، پس از مدار

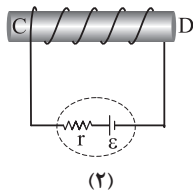
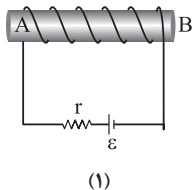
$n = 4$ به مدار $n' = 2$ می رود (یادتونه که ناهیه طیف بالمر، فرابنفش و مرئی بود؟)، بنابراین انرژی فوتون گسیلی را می توانیم با استفاده از اختلاف انرژی بین

$$E = E_n - E_{n'} \xrightarrow{\frac{n=4}{n'=2}} E = -\frac{E_R}{4^2} - \left(-\frac{E_R}{2^2}\right) \Rightarrow E = \frac{E_R}{4} - \frac{E_R}{16} \Rightarrow E = \frac{3 E_R}{16}$$

این دو مدار به دست آوریم.

تست و پاسخ ۴۵

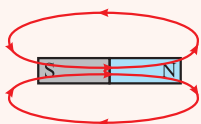
در آهنرباهای الکتریکی (۱) و (۲) شکل زیر، قطب N آهنرباها به ترتیب کدام است؟



- C, A (۱)
- D, A (۲)
- C, B (۳)
- D, B (۴)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

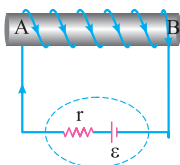


(۱) خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند. جهت این خطوط در داخل آهنربا از قطب S به سمت قطب N است.

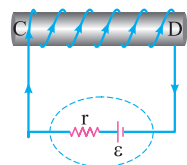
(۲) برای تعیین جهت میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله، می‌توانیم از دو روش استفاده کنیم:

روش اول: اگر انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان الکتریکی گذرنده از حلقه‌های سیم‌لوله قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله را نشان می‌دهد.

روش دوم: اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان گذرنده از سیم‌لوله ببندیم، انگشت شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله را نشان می‌دهد که از قطب S به طرف قطب N است.

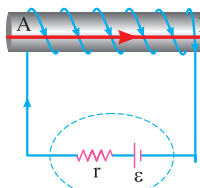


(الف)

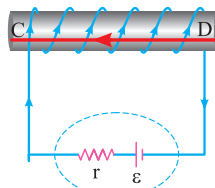


(ب)

پاسخ تشریحی گام اول: جریان الکتریکی از قطب مثبت مولد خارج می‌شود؛ بنابراین جهت جریان الکتریکی گذرنده از آهنرباهای الکتریکی (۱) و (۲) به ترتیب مطابق شکل (الف) و (ب) است.

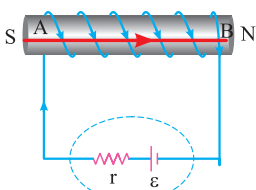


(پ)

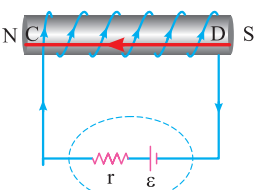


(ت)

گام دوم: با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی داخل آهنرباهای الکتریکی را تعیین می‌کنیم. جهت میدان‌های مغناطیسی داخل آهنرباهای الکتریکی (۱) و (۲) به ترتیب مطابق شکل‌های (پ) و (ت) است.



(ث)



(ج)

گام سوم: از طرفی می‌دانیم که جهت میدان مغناطیسی درون آهنربا، از قطب S به سمت قطب N است؛ پس با توجه به شکل‌های (ث) و (ج)، قطب N آهنرباهای (۱) و (۲) به ترتیب برابر با B و C است.

تست و پاسخ ۴۶

معادله سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 6t - 18$ است. بردار جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت، بر حسب متر کدام است؟

از $t_1 = 0$ s تا $t_2 = 4$ s

(۴) $-48\vec{i}$

(۳) $48\vec{i}$

(۲) $-24\vec{i}$

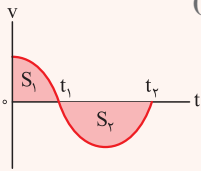
(۱) $24\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه ●● محاسبه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت - زمان (v - t)

(۱) محاسبه جابه‌جایی: مساحت محصور بین نمودار و محور t در هر بازه زمانی، بیانگر اندازه جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است.



(الف)

نکته اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک، مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک منفی است. برای مثال در نمودار (الف) داریم:

نمودار بالای محور t

$$\Delta x_1 = +S_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$$

↑

جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2

جابه‌جایی در بازه زمانی t_2 تا t_3

نمودار پایین محور t

(۲) محاسبه مسافت طی شده: مسافت طی شده توسط متحرک همواره مثبت است؛ بنابراین برای نمودار (الف) داریم:

$$l_1 = +S_1 \quad \Rightarrow \quad l = l_1 + l_2 = S_1 + S_2$$

↑

مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t_2

مسافت طی شده در بازه زمانی t_2 تا t_3

(۳) معادله سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$v = at + v_0$$

↑

شتاب (m/s^2)

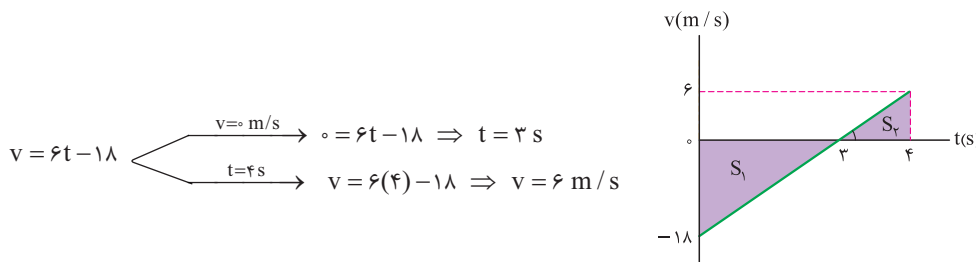
سرعت اولیه (m/s)

↓

زمان (s)

پاسخ تشریحی **روش اول:** گام اول: ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک در ۴ ثانیه اول را با استفاده از معادله سرعت - زمان آن رسم می‌کنیم.

طبق معادله $v = at + v_0$ و مقایسه با معادله صورت سؤال، $v_0 = -18 \text{ m/s}$ است.



$$v = 6t - 18 \quad \begin{cases} v=0 \text{ m/s} \rightarrow 0 = 6t - 18 \Rightarrow t = 3 \text{ s} \\ t=4 \text{ s} \rightarrow v = 6(4) - 18 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s} \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به نمودار سرعت - زمان، مساحت‌های S_1 و S_2 را محاسبه می‌کنیم: $S_1 = \frac{18 \times 3}{2} = 27 \text{ m}$ ، $S_2 = \frac{6 \times (4-3)}{2} = 3 \text{ m}$

گام سوم: در نهایت، جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول را با استفاده از مساحت‌های S_1 و S_2 به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = -S_1 + S_2 = \frac{S_1=27 \text{ m}}{S_2=3 \text{ m}} \rightarrow \Delta x = -27 + 3 = -24 \text{ m}$$

بنابراین بردار جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول برابر با $\vec{d} = -24\vec{i} \text{ (m)}$ است.

روش دوم: گام اول: با توجه به این که سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول، برابر با سرعت آن در لحظه $t = 2 \text{ s}$ است، سرعت متحرک در این لحظه را با استفاده از معادله سرعت - زمان آن به دست می‌آوریم.

$$v = 6t - 18 \xrightarrow{t=2 \text{ s}} v_{av} = v_{(t=2 \text{ s})} = 6(2) - 18 \Rightarrow v_{av} = v_{(t=2 \text{ s})} = -6 \text{ m/s}$$

گام دوم: بردار جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{v_{av}=v_{(t=2 \text{ s})}=-6 \text{ m/s}}{\Delta t=4 \text{ s}}} -6 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -24 \text{ m} \Rightarrow \vec{d} = -24\vec{i} \text{ (m)}$$

تست و پاسخ ۴۷

متحرکی با شتاب ثابت روی محور X حرکت می کند. اگر جابه جایی متحرک در ۴ ثانیه دوم، ۴۰۰ m و در ۴ ثانیه چهارم ۳۰۴ m باشد، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟

- ۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

جابه جایی در T ثانیه n ام (m)
 سرعت اولیه متحرک (m/s)

$$\Delta x_n = (n - 0 / \Delta t) a T^2 + v_0 T$$

 شتاب متحرک (m/s²)

جابه جایی متحرک در T ثانیه n ام از رابطه مقابل به دست می آید:

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به درس نامه می توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_n = (n - 0 / \Delta t) a T^2 + v_0 T$$

$$\begin{cases} T=4s, n_1=2 \\ \Delta x_2=400m \end{cases} \rightarrow 400 = (2 - 0 / \Delta t) a (4)^2 + 4v_0$$

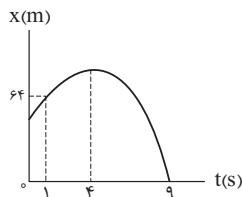
$$\begin{cases} T=4s, n_2=4 \\ \Delta x_4=304m \end{cases} \rightarrow 304 = (4 - 0 / \Delta t) a (4)^2 + 4v_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 400 = 24a + 4v_0 \\ 304 = 64a + 4v_0 \end{cases} \Rightarrow -96 = 32a \Rightarrow |a| = 3 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: حالا می توانیم شتاب متحرک را به دست آوریم:

تست و پاسخ ۴۸

نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متحرک در مبدأ زمان، چند متر بر ثانیه است؟



- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می دهد.
 ۲) معادله های سرعت و جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت:

سرعت اولیه (m/s) شتاب (m/s²)
 زمان (s) سرعت اولیه (m/s)

$$v = a t + v_0$$

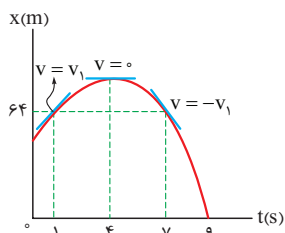
 سرعت (m/s)

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

 زمان (s) جابه جایی (m)

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: سرعت متحرک در لحظه t = ۱s را v₁ می نامیم و معادله سرعت

متحرک را بین دو لحظه t = ۱s و t = ۴s می نویسیم:



$$0 = a(4 - 1) + v_1 \Rightarrow v_1 = -3a$$

گام دوم: به علت وجود تقارن در طرفین سهمی، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t = 7s برابر -v₁ است. اکنون معادله جابه جایی را بین دو لحظه t = 7s تا t = 9s می نویسیم:

$$0 - 64 = \frac{1}{2} a (9 - 7)^2 + (-v_1)(9 - 7)$$

$$\Rightarrow -64 = 2a - 2v_1 \Rightarrow -32 = a - v_1 \xrightarrow{v_1 = -3a} -32 = +4a \Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2$$

$$v_1 = -3a \Rightarrow v_1 = 24 \text{ m/s}$$



گام سوم: معادله سرعت متحرک را بین دو لحظه $t = 0$ s و $t = 1$ s می نویسیم:

$$v_1 = a(t) + v_0 \Rightarrow 24 = -a + v_0 \Rightarrow v_0 = 32 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4a + v_0 \Rightarrow 4a = -v_0$$

روش دوم: گام اول: در 4 ثانیه اول حرکت می توان نوشت:

گام دوم: در حرکت با شتاب ثابت روی محور x، جابه جایی متحرک در T ثانیه nm حرکت از رابطه $\Delta x_n = (n - 0 / 5)aT^2 + v_0 T$ به دست می آید. جابه جایی در $T = 1$ s هشتم حرکت:

$$\Delta x_8 = 7 / 5a + v_0$$

جابه جایی در $T = 1$ s نهم حرکت:

$$\Delta x_9 = 8 / 5a + v_0$$

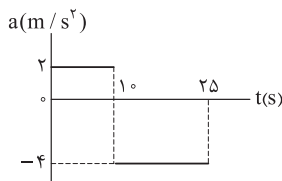
$$\Delta x_8 + \Delta x_9 = 16a + 2v_0 \Rightarrow -64 = 16a + 2v_0 \Rightarrow -32 = 8a + v_0$$

$$\xrightarrow{8a = -2v_0} -32 = -2v_0 + v_0 \Rightarrow v_0 = 32 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۹

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل مقابل است. اگر در مبدأ زمان، سرعت متحرک $\vec{v} = (10 \text{ m/s})\vec{i}$ و مکان آن $\vec{x} = (-50 \text{ m})\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در

لحظه $t = 25$ s کدام است؟



۲۵۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

۳۵۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

۱) نمودار شتاب - زمان: مساحت سطح محدود بین نمودار و محور زمان، در هر بازه زمانی، برابر تغییرات سرعت (Δv) در آن بازه است.

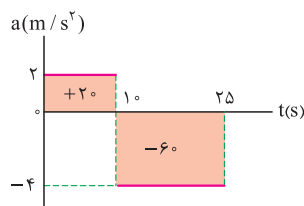
مساحت سطحی را که زیر محور زمان است، منفی در نظر می گیریم.

● اگر سرعت اولیه معلوم باشد، می توان نمودار سرعت - زمان را براساس نمودار شتاب - زمان رسم نمود.

۲) نمودار سرعت - زمان: مساحت سطح محدود بین نمودار و محور زمان، در هر بازه زمانی، برابر جابه جایی متحرک در آن بازه زمانی است.

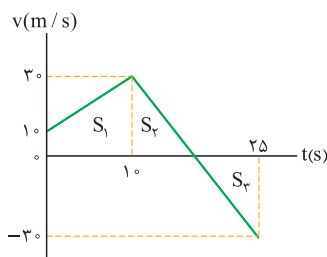
مساحت بخشی از سطح را که زیر محور زمان است، منفی در نظر می گیریم، زیرا سرعت و جابه جایی در این بخش منفی هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از نمودار شتاب - زمان، تغییرات سرعت در هر مرحله را به دست می آوریم:



$$10 \text{ s تا } 0 \text{ s: } \Delta v_1 = 2 \times 10 = 20 \text{ m/s}$$

$$25 \text{ s تا } 10 \text{ s: } \Delta v_2 = 15 \times (-4) = -60 \text{ m/s}$$



$$t = 10 \text{ s} \xrightarrow{v_0 = 10 \text{ m/s}, \Delta v_1 = 20 \text{ m/s}} v = 10 + 20 = 30 \text{ m/s}$$

$$t = 25 \text{ s} \Rightarrow v = 30 + (-60) = -30 \text{ m/s}$$



گام دوم: با استفاده از نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی متحرک در مدت ۲۵ s را به دست می‌آوریم (S_p و S_q قرینه یکدیگرند):

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{(10 + 30) \times 10}{2} = 200 \text{ m}$$

$$x = x_0 + \Delta x = -50 + 200 = 150 \text{ m}$$

مکان متحرک در لحظه $t = 25 \text{ s}$:

تست و پاسخ ۵۰

در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله از لحظه رهاشدن تا لحظه رسیدن به زمین

18 m/s باشد، تندی متوسط آن در $\frac{1}{9}$ پایدانی مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۱ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

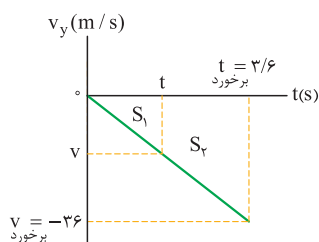
خودت حل کنی بهتره نمودار $v - t$ را با توجه به اطلاعات مسئله رسم کرده و از تشابه مثلثات کمک بگیرید.

نکته در سقوط آزاد یک جسم، تندی متوسط برابر با نصف تندی لحظه برخورد گلوله با زمین است.

$$s_{av} = |v_{av}| = \frac{|v_{\text{برخورد}}|}{2}$$

پاسخ تشریحی با توجه به اطلاعات مسئله نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:

(چون تغییر جهت نداریم بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است. از طرفی چون سقوط آزاد حرکتی با شتاب ثابت است، بنابراین از روی سرعت متوسط می‌توان سرعت برخورد به زمین را به دست آورد.)



$$v_{av} = \frac{v_0 + v_{\text{برخورد}}}{2} \Rightarrow -18 = \frac{0 + v_{\text{برخورد}}}{2} \Rightarrow v_{\text{برخورد}} = -36 \text{ m/s}$$

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ a = -g = -10 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow t_{\text{برخورد}} = \frac{v_{\text{برخورد}}}{-10} \Rightarrow t_{\text{برخورد}} = \frac{-36}{-10} = 3/6 \text{ s}$$

اگر سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک $\frac{1}{9}$ مسیر را پیموده (لحظه t) برابر با v باشد، دو مثلث در نمودار $v - t$ ایجاد می‌شود. دو مثلث با مساحت‌های S_1 و S_2 با هم مشابه‌اند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{t}{3/6}\right)^2 = \left(\frac{v}{-36}\right)^2 = \frac{S_1}{S_1 + S_2} \Rightarrow \left(\frac{t}{3/6}\right)^2 = \left(\frac{v}{-36}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow t = 1/2 \text{ s}, v = -12 \text{ m/s}$$

حال با داشتن سرعت متحرک در لحظه t و لحظه برخورد، سرعت متوسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_{\text{برخورد}}}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{-12 + (-36)}{2} = -24 \text{ m/s}$$

چون جسم تغییر جهت نداده است، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت: $s_{av} = |v_{av}| = 24 \text{ m/s}$

تست و پاسخ ۵۱

در فاصله $4R_e$ از سطح زمین، شتاب گرانش در مقایسه با سطح زمین، چند درصد کاهش می‌یابد؟ (R_e شعاع زمین است.)

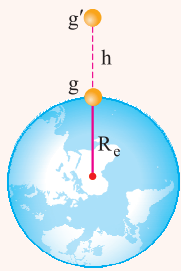
۹۳/۷۵ (۴)

۶/۲۵ (۳)

۴ (۲)

۹۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه ●● شتاب گرانش در اطراف کره زمین، با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد.

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

R_e : شعاع زمین

h : فاصله از سطح زمین

g : شتاب گرانش در سطح زمین

g' : شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین

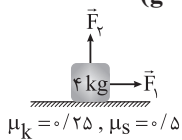
پاسخ تشریحی

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{h=4R_e} \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{5R_e}\right)^2 = \frac{1}{25} = 0.04 \Rightarrow g' = 0.04g$$

$$\frac{g - g'}{g} \times 100 = \frac{g - 0.04g}{g} \times 100 = 0.96 \times 100 = 96\%$$

تست و پاسخ ۵۲

در شکل زیر، دو نیروی افقی و عمودی هم اندازه \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به جسم وارد می شوند و جسم با شتاب ثابت $2/5 \text{ m/s}^2$ روی سطح افقی شروع به حرکت می کند. اگر اندازه هر کدام از نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 افزایش یابد، اندازه شتاب جسم چند درصد تغییر می کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۲۵ (۲)

۱۰ (۱)

۵۰ (۴)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● (۱) نیروی عمودی سطح (\vec{F}_N): نیرویی است که از طرف سطح تکیه گاه و عمود بر آن، بر جسمی که با سطح در تماس است وارد می شود. اگر جسم در راستای عمود بر سطح، شتابی نداشته باشد، در این راستا $\vec{F}_{net} = 0$ بوده و از این رابطه، F_N به دست می آید.

(۲) رابطه نیروی اصطکاک جنبشی:

$$f_k = \mu_k \times F_N \rightarrow \text{نیروی عمودی سطح (N)}$$

ضریب اصطکاک جنبشی
نیروی اصطکاک جنبشی (N)

(۳) رابطه قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma \rightarrow \text{شتاب (N/kg)}$$

جرم (kg)
نیروی خالص وارد بر جسم (N)

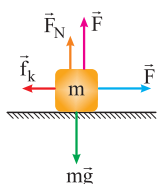
پاسخ تشریحی

گام اول: نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک را به دست می آوریم. برای این کار ابتدا قانون دوم

نیوتون را در راستای قائم می نویسیم: ($F_N = F_y = F$)

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N + F_y - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg - F$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = \mu_k (mg - F)$$



گام دوم: قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می نویسیم:

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k (mg - F) = ma$$

گام سوم: در حالت جدید، قانون دوم نیوتون را دوباره در حالت افقی می نویسیم:

$$F' - f'_k = ma' \xrightarrow{F'=1/25 F=20 \text{ N}} 20 - 0.25(40 - 20) = 4a' \Rightarrow 20 - 5 = 4a' \Rightarrow a' = 3/75 \text{ m/s}^2$$

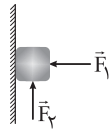
گام چهارم: درصد تغییر شتاب را محاسبه می کنیم:

$$\frac{a' - a}{a} \times 100 = \frac{3/75 - 2/5}{2/5} \times 100 = 50\%$$



تست و پاسخ ۵۳

مطابق شکل، قطعه چوبی با نیروی افقی F_1 به دیوار قائمی با ضریب اصطکاک ایستایی $\mu_s = 0/5$ فشرده شده و ساکن است؛ با وارد کردن نیروی عمودی $F_2 = 35 \text{ N}$ ، جسم در آستانه حرکت به طرف بالا قرار می‌گیرد. اگر در این حالت، نیروی وارد بر جسم از طرف دیوار $34\sqrt{5} \text{ N}$ باشد، جرم جسم چند گرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



۱۰۰۰ (۲)

۶۹۰ (۱)

۱۰۰ (۴)

۶۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

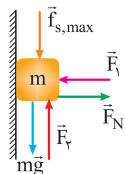
درس نامه ۱۰۰۰ (۱) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s,max}$) نامیده می‌شود و سوی آن در خلاف جهتی است که جسم می‌خواهد شروع به حرکت کند.

نیروی عمودی سطح (N) $f_{s,max} = \mu_s \times F_N \rightarrow (N)$ ← نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (N)
 ↓
 ضریب اصطکاک ایستایی

(۲) از طرف سطح تماس، نیروهای عمودی سطح و اصطکاک، می‌توانند بر جسم اثر کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برابند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با \vec{R} نشان می‌دهیم و اندازه آن برای جسمی که در آستانه حرکت است از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \sqrt{f_{s,max}^2 + F_N^2}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** نیروهای وارد بر جسم در آستانه حرکت را رسم می‌کنیم:



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = F_1$$

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N = 0/5 F_N$$

گام دوم: نیروهای $f_{s,max}$ و F_N را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \xrightarrow{R=34\sqrt{5} \text{ N}, f_{s,max}=0/5 F_N} 34\sqrt{5} = \sqrt{(F_N)^2 + (0/5 F_N)^2}$$

$$\Rightarrow 34\sqrt{5} = \sqrt{\frac{5}{4} F_N^2} \Rightarrow 34\sqrt{5} = \frac{1}{2} F_N \times \sqrt{5} \Rightarrow F_N = 68 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = 0/5 \times 68 = 34 \text{ N}$$

گام سوم: نیروی خالص در راستای قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم و جرم را به دست می‌آوریم:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_2 - f_{s,max} - mg = 0 \Rightarrow F_2 - f_{s,max} = mg$$

$$\xrightarrow{F_2=35 \text{ N}, f_{s,max}=34 \text{ N}} 35 - 34 = mg \Rightarrow 1 = 10 m \Rightarrow m = \frac{1}{10} \text{ kg} \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۵۴

جسمی روی محیط یک دایره به قطر 6 m ، با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر انرژی جنبشی جسم 72 J باشد، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر آن چند نیوتون است؟

۲۱۶ (۴)

۱۰۸ (۳)

۹۶ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک دو رابطه $F_c = \frac{mv^2}{r}$ و $K = \frac{1}{2} mv^2$ ، مقدار نیروی مرکزگرا را به دست آورید.



درس نامه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بزرگی نیروی مرکزگرا را می‌توان به کمک رابطه مقابل، برحسب انرژی جنبشی به دست آورد.

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{انرژی جنبشی (J)} \\ \text{شعاع دایره (m)} \end{array} \right. \Rightarrow F_c = \frac{2K}{r}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{نیروی مرکزگرا (N)} \end{array} \right.$$

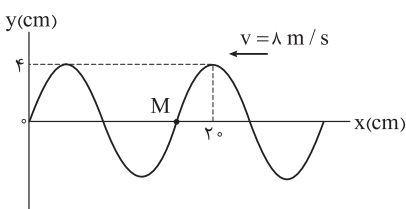
$d = 2r \Rightarrow 6 = 2r \Rightarrow r = 3 \text{ m}$

پاسخ تشریحی ابتدا شعاع مسیر و سپس نیروی مرکزگرا را حساب می‌کنیم:

$$F_c = \frac{2K}{r} = \frac{2 \times 72}{3} = 48 \text{ N}$$

تست و پاسخ ۵۵

شکل زیر تصویری لحظه‌ای از یک موج عرضی را نشان می‌دهد. کدام موارد درباره این موج درست است؟



(۲) الف و ب

(۴) ب و ت

(الف) نقطه M در حال بالا رفتن و حرکت آن، کندشونده است.

(ب) مسافتی که هر ذره از محیط در مدت ۰/۰۱ s طی می‌کند، ۸ cm است.

(پ) جابه‌جایی هر ذره از محیط در مدت ۰/۰۱ s برابر صفر است.

(ت) مسافتی که موج در مدت ۰/۰۲ ثانیه طی می‌کند برابر ۲۰ cm است.

(۱) الف و پ

(۳) پ و ت

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه انتشار موج عرضی

- (۱) هرگاه جهت انتشار موج عرضی به سمت چپ باشد، یعنی آشفستگی‌ها از راست به چپ منتقل می‌شوند و هر ذره از محیط می‌خواهد حرکت ذره سمت راست خود را تکرار کند (به طور متناظر، این نکته را در مورد انتشار موج عرضی به سمت راست نیز می‌توان به کار برد).
- (۲) مسافتی که هر ذره از محیط در مدت یک دوره طی می‌کند به اندازه ۴ برابر دامنه است، اما جابه‌جایی آن در مدت یک دوره، صفر است.
- (۳) تندی انتشار موج عرضی در یک محیط ثابت است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \text{طول موج (m)} \rightarrow \lambda \quad \text{دوره (s)} \rightarrow T$$

$$v = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \text{مسافت (m)} \rightarrow \ell \quad \text{بازه زمانی (s)} \rightarrow \Delta t \quad \text{تندی (m/s)} \rightarrow v$$

پاسخ تشریحی موارد «الف» تا «ت» را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) درست: نقطه M می‌خواهد حرکت ذره سمت راست خود را تکرار کند، پس به سوی بالا حرکت می‌کند و چون از مرکز نوسان خود دور می‌شود حرکت کندشونده دارد.

$$\frac{5}{4}\lambda = 20 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm} = 16 \times 10^{-2} \text{ m}$$

(ب) درست: ابتدا دوره حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 8 = \frac{16 \times 10^{-2}}{T} \Rightarrow T = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

در مدت ۰/۰۱ s که معادل $\frac{T}{4}$ است، هر ذره از محیط مسافتی به اندازه ۲ برابر دامنه را می‌پیماید که ۸ cm است.

(پ) نادرست: جابه‌جایی هر ذره از محیط در مدت یک دوره یعنی ۰/۰۲ s برابر صفر است. البته فقط نقاطی از تصویر که در مرکز نوسان خود قرار دارند، پس از ۰/۰۱ s جابه‌جایی صفر دارند، اما این موضوع برای همه ذرات محیط فراگیر نیست.

(ت) نادرست: مسافتی که موج در مدت ۰/۰۲ s یعنی یک دوره طی می‌کند برابر ۱۶ cm است.

$$\ell = v\Delta t \Rightarrow \ell = 8 \times 2 \times 10^{-2} = 16 \times 10^{-2} \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۵۶

شکل مقابل، ورود جبهه‌های موج از محیط (۱) به (۲) را نشان می‌دهد. اگر $\alpha = 37^\circ$ باشد و طول موج،

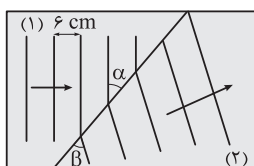
هنگام عبور از مرز میان دو محیط ۲ cm افزایش یابد، β چند درجه است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

(۴) ۶۰

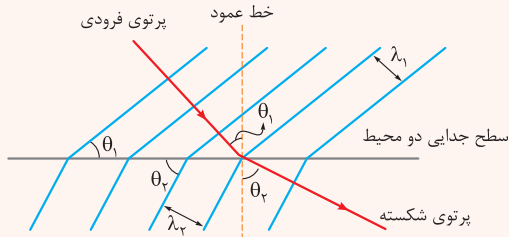
(۳) ۵۳



پاسخ: گزینه ۲



درس نامه ●● قانون شکست عمومی: هنگام شکست یک موج در مرز جدایی دو محیط، رابطه زیر برقرار است:



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

θ_1 : زاویه تابش θ_2 : زاویه شکست λ_1 : طول موج در محیط اول λ_2 : طول موج در محیط دوم

● در هر محیط، زاویه بین جبهه موج و سطح جدایی دو محیط (مانع)، همان زاویه پرتو با خط عمود است.

● فاصله دو جبهه موج متوالی در هر محیط، طول موج در آن محیط را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به شکل $\lambda_1 = 6 \text{ cm}$ است. $\lambda_2 = \lambda_1 + 2 \Rightarrow \lambda_2 = 6 + 2 = 8 \text{ cm}$

گام دوم: قانون شکست عمومی را بین این دو محیط می‌نویسیم. باید توجه داشت که در این جا $\theta_1 = \alpha$ و $\theta_2 = \beta$ هستند.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{8}{6} \xrightarrow{\sin \alpha = \sin 37^\circ = 0.6} \frac{\sin \beta}{0.6} = \frac{8}{6} \Rightarrow \sin \beta = 0.8 \Rightarrow \beta = 53^\circ$$

تست و پاسخ ۵۷

معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos 40\pi t$ است. در بازه زمانی $t_1 = 0.01 \text{ s}$ تا $t_2 = 0.1 \text{ s}$ ، حرکت نوسانگر چند ثانیه کندشونده است؟

$\frac{1}{40}$ (۴)

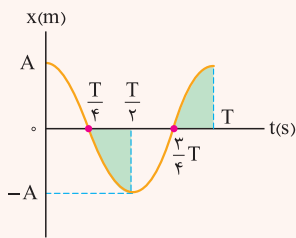
$\frac{3}{40}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{20}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● (۱) معادله مکان - زمان و نمودار مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده:



مکان (m) بسامد زاویه‌ای (rad / s)
 $x = A \cos \omega t$
 دامنه (m) زمان (s)

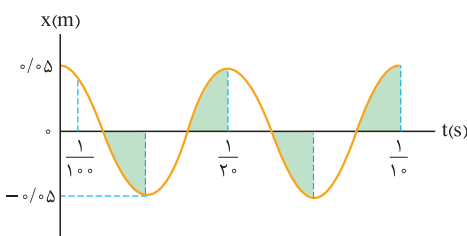
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \text{دوره (s)}$$

(۲) در بازه‌هایی از زمان که اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان رو به کاهش است، حرکت کندشونده است تا سرعت به صفر برسد. این بازه‌های زمانی در شکل فوق به صورت رنگ‌شده مشخص شده‌اند و هر کدام معادل $\frac{T}{4}$ می‌باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از معادله مکان - زمان نوسانگر، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.05 \cos 40\pi t \quad \text{و} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow \frac{2}{T} = 40 \Rightarrow T = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

گام دوم: بازه زمانی $t_1 = 0.01 \text{ s}$ تا $t_2 = 0.1 \text{ s}$ را روی نمودار مکان - زمان مشخص می‌کنیم. در این بازه زمانی، نوسانگر در ۴ قسمت رنگی مشخص شده، حرکت کندشونده دارد.



$$\text{زمان حرکت کندشونده} = 4 \times \frac{T}{4} = T = \frac{1}{20} \text{ s}$$



تست و پاسخ ۵۸

در یک تار دو انتها بسته به طول ۴۰ cm، یکی از بسامدهای تشدید ۳۲۰ Hz و بسامد تشدید پس از آن ۴۰۰ Hz است. تندی انتشار موج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

- ۲۰۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا از روی اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، بسامد هماهنگ اول را به دست آورید؛ سپس با داشتن بسامد هماهنگ اول و طول تار، تندی انتشار موج عرضی در تار را به دست آورید.

درس نامه ۱) در یک تار دو انتها بسته، اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، برابر با f_1 است. $f_{(n+1)} - f_n = f_1$
 ۲) بسامد هماهنگ n ام در یک تار دو انتها بسته، از رابطه زیر به دست می‌آید:

شماره هماهنگ

$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow \begin{matrix} \text{تندی انتشار موج عرضی (m/s)} \\ \text{طول تار (m)} \end{matrix}$$

پاسخ تشریحی با توجه به اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی، f_1 را به دست می‌آوریم:
 حال با داشتن f_1 و طول تار، تندی انتشار موج عرضی را به دست می‌آوریم:

$$f_1 = 400 - 320 = 80 \text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=1} f_1 = \frac{v}{2L} \xrightarrow{L=40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, f_1=80 \text{ Hz}} 80 = \frac{v}{2 \times 0.4} \Rightarrow v = 64 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۵۹

در اتم هیدروژن، کدام گذار منجر به گسیل فوتونی با انرژی 5 eV می‌شود؟ $\Delta E = 1.00 \text{ nm}^{-1}$ ، $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$
 $n' = 2$ به $n = 3$ (۱) $n' = 1$ به $n = 2$ (۲) $n' = 1$ به $n = 3$ (۳) $n' = 2$ به $n = 4$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ۱) وقتی الکترون اتم هیدروژن از یک حالت مانا به حالت مانای دیگری می‌رود، انرژی فوتون گسیل شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

ΔE : انرژی فوتون گسیل شده (eV) h : ثابت پلانک (eV.s)

c : تندی نور در هوا و خلأ (m/s) λ : طول موج (m)

۲) معادله ریذبرگ:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

طول موج تمامی خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن از رابطه مقابل به دست می‌آیند:

R : ثابت ریذبرگ $(\text{nm})^{-1}$ λ : طول موج (nm)

n' : شماره مدار کوچک‌تر n : شماره مدار بزرگ‌تر

۳) گستره طول موج نور مرئی بین ۴۰۰ تا ۷۵۰ نانومتر است و فقط در طیف بالمر ($n' = 2$) دیده می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از انرژی فوتون گسیل شده، طول موج مربوط به آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{12 \times 10^{-7} \times 3}{5} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = 720 \times 10^{-9} \text{ m} = 720 \text{ nm}$$

این طول موج در محدوده نور مرئی و مربوط به رشته بالمر است؛ یعنی $n' = 2$.

گام دوم: با استفاده از رابطه ریذبرگ، شماره مدار بزرگ‌تر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{5}{36} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

تست و پاسخ ۶۰

بسامد سومین خط رشته پاشن ($n' = 3$) چند برابر کمترین بسامد رشته براکت ($n' = 4$) است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{100}{27} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{27}{100} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ۰۰۰۱ در معادله ریذبرگ، به ازای یک عدد صحیح که به n' نسبت می‌دهیم، n می‌تواند عددهای صحیح بعد از آن باشد و مجموعه‌ای از طول موج‌ها ایجاد می‌شوند که یک رشته نامیده می‌شوند.

مقدارهای n شماره‌های خط‌ها را نشان می‌دهند؛ مثلاً پنجمین خط در رشته بالمر ($n' = 2$)، یعنی $n = 7$.

(۲) کمترین بسامد فوتون گسیلی یا جذبی ناشی از کمترین انرژی ممکن است؛ یعنی حالتی که الکترون به نزدیک‌ترین مدار مجاور خود برود.

پاسخ تشریحی گام اول: سومین خط رشته پاشن یعنی:

$$\begin{cases} n' = 3 \\ n = 3 + 3 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n' = 4 \\ n = 5 \end{cases}$$

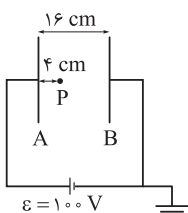
گام دوم: کمترین بسامد رشته براکت یعنی:

$$\frac{f_{\text{پاشن}}}{f_{\text{براکت}}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\text{پاشن}}}}{\frac{1}{\lambda_{\text{براکت}}}} = \frac{R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2}\right)}{R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2}\right)} = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{36}}{\frac{1}{16} - \frac{1}{25}} \Rightarrow \frac{f_{\text{پاشن}}}{f_{\text{براکت}}} = \frac{12}{9} = \frac{400}{12 \times 9} = \frac{100}{27}$$

گام سوم: نسبت بسامدها را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۶۱

در شکل روبه‌رو، بین دو صفحه موازی رسانا هوا است. اگر با ثابت ماندن صفحه A، صفحه B و نقطه P را ۴ cm از صفحه A دور کنیم، پتانسیل الکتریکی نقطه P چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۱۵ ولت کاهش می‌یابد.

(۲) ۱۵ ولت افزایش می‌یابد.

(۳) ۴۵ ولت کاهش می‌یابد.

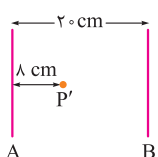
(۴) ۴۵ ولت افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که میدان الکتریکی بین صفحات، یکنواخت است، در حالت اول، اختلاف پتانسیل بین نقطه P و صفحه B را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{V_A - V_B}{d_{AB}} = \frac{V_P - V_B}{d_{PB}} \Rightarrow \frac{100}{16} = \frac{\Delta V_{PB}}{12} \Rightarrow \Delta V_{PB} = 75 \text{ V}$$

گام دوم: در حالت دوم با تغییر فاصله بین صفحات و جابه‌جاشدن نقطه P، مانند گام اول رفتار می‌کنیم. حالت جدید صفحات و نقطه P در حالت جدید که P' نام‌گذاری شده، در شکل مقابل مشخص شده است.



$$E' = \frac{V_A - V_B}{d_{AB}} = \frac{V_{P'} - V_B}{d_{P'B}} \Rightarrow \frac{100}{20} = \frac{\Delta V_{P'B}}{12} \Rightarrow \Delta V_{P'B} = 60 \text{ V}$$

گام سوم: پتانسیل الکتریکی نقطه P در حالت دوم و اول را مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta V_{P'B} - \Delta V_{PB} = (V_{P'} - V_B) - (V_P - V_B) = V_{P'} - V_P$$

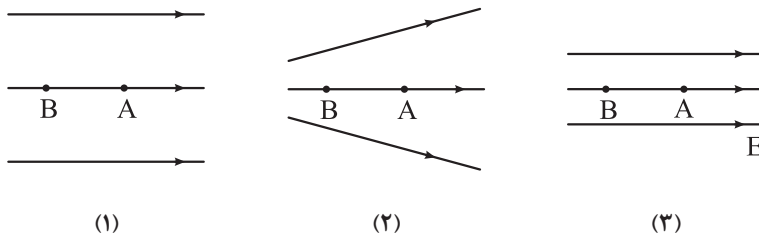
$$\Rightarrow 60 - 75 = V_{P'} - V_P \Rightarrow V_{P'} - V_P = -15 \text{ V}$$

بنابراین پتانسیل نقطه P، ۱۵ ولت کاهش می‌یابد.



تست و پاسخ ۶۲

در شکل‌های زیر، سه آرایش خطوط میدان الکتریکی نشان داده شده است. در هر آرایش، یک پروتون با سرعت v از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب شده و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر سرعت پرتاب (v) در هر سه شکل یکسان باشد، کدام مورد درباره مقایسه مسافت طی شده توسط پروتون از نقطه پرتاب تا لحظه توقف (d)، درست است؟



(۱) $d_1 > d_2 > d_3$ (۲) $d_2 > d_1 = d_3$ (۳) $d_1 < d_2 < d_3$ (۴) $d_1 = d_2 = d_3$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که اتلاف انرژی وجود ندارد، $\Delta U_E + \Delta K = 0$ است. تغییرات انرژی جنبشی در هر سه مسیر یکسان است، بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی نیز در هر سه مسیر یکسان است.

$$\Delta K_1 = \Delta K_2 = \Delta K_3 \Rightarrow (\Delta U_E)_1 = (\Delta U_E)_2 = (\Delta U_E)_3$$

گام دوم: به کمک رابطه $\Delta U_E = -E |q| d \cos \theta$ و برابری تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در هر سه مسیر داریم:

$$-E_1 |q| d_1 \cos \theta_1 = -E_2 |q| d_2 \cos \theta_2 = -E_3 |q| d_3 \cos \theta_3$$

$$E_1 d_1 = E_2 d_2 = E_3 d_3$$

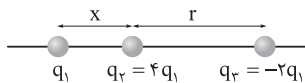
از آن جا که $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ است، داریم:

$$E_1 > E_2 > E_3 \Rightarrow d_3 < d_2 < d_1$$

اندازه میدان الکتریکی در حالت سوم از همه بیشتر و در حالت اول از همه کم تر است.

تست و پاسخ ۶۳

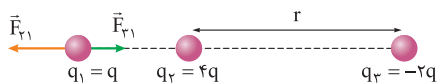
سه ذره باردار مطابق شکل زیر، روی محوری قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ، ۷۰ درصد بیشتر از بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 باشد، $\frac{x}{r}$ کدام است؟



(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 را به دست می‌آوریم. توجه کنید که q_1 را q فرض می‌کنیم:



$$F_{21} = \frac{k \times q \times 4q}{x^2} = \frac{4kq^2}{x^2}$$

$$F_{31} = \frac{k \times q \times |-2q|}{(x+r)^2} = \frac{2kq^2}{(x+r)^2}$$

$$F_{t(q_1)} = \frac{4kq^2}{x^2} - \frac{2kq^2}{(x+r)^2} = 2kq^2 \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{(x+r)^2} \right)$$



گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 را به دست می‌آوریم:



$$F_{13} = F_{r1} = \frac{2kq^2}{(x+r)^2}$$

$$F_{23} = \frac{k \times (4q) \times |-2q|}{r^2} = \frac{8kq^2}{r^2}$$

$$F_{t(q_3)} = \frac{2kq^2}{(x+r)^2} + \frac{8kq^2}{r^2} = 2kq^2 \left(\frac{1}{(x+r)^2} + \frac{4}{r^2} \right)$$

گام سوم: بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_1 ، 70% درصد بیشتر از بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_3 است، بنابراین داریم:

$$F_{t(q_1)} = F_{t(q_3)} + 0.7F_{t(q_3)} = 1.7F_{t(q_3)} \Rightarrow \frac{2}{x^2} - \frac{1}{(x+r)^2} = \frac{1.7}{(x+r)^2} + \frac{6.8}{r^2} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{x^2} - \frac{2.7}{(x+r)^2} = \frac{6.8}{r^2} \quad \times r^2 \rightarrow \frac{2r^2}{x^2} - \frac{2.7r^2}{(x+r)^2} = 6.8$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\left(\frac{x}{r}\right)^2} - \frac{2.7}{\left(\frac{x}{r}+1\right)^2} = 6.8$$

$$\frac{2}{k^2} - \frac{2.7}{(k+1)^2} = 6.8$$

$$k=1 \Rightarrow \frac{2}{1} - \frac{2.7}{4} = 6.8 \quad \times$$

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{2.7}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 8 - 1.2 = 6.8 \quad \checkmark$$

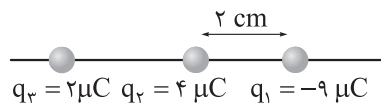
اگر $\frac{x}{r}$ را برابر k فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

از گزینه‌ها کمک می‌گیریم:

بنابراین $\boxed{2}$ درست است.

تست و پاسخ ۶۴

در شکل زیر، سه ذره باردار روی محور x قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر صفر باشد، اندازه نیروی الکتریکی خالص



وارد بر بار q_1 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

۸۲۵ (۴)

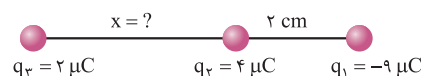
۱۳۵ (۳)

۸۵۵ (۲)

۷۶۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا موقعیت بار q_3 را با توجه به این که نیروی خالص وارد بر آن برابر صفر است، مشخص می‌کنیم.

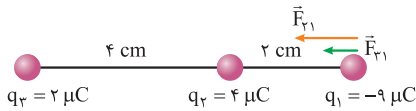


$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_2q_3|}{x^2} = \frac{k|q_1q_3|}{(x+2)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{9}{(x+2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{x+2} \Rightarrow 2x+4=3x \Rightarrow x=4 \text{ cm}$$



گام دوم: حال برابند نیروهای وارد بر بار q_1 را به دست می آوریم:



نکته در کاربرد قانون کولن اگر بارها برحسب میکروکولن و فاصله برحسب سانتی متر قرار گیرند، با جای گذاری عدد 90 به جای k می توانیم نیروی الکتریکی را برحسب نیوتون به دست آوریم.

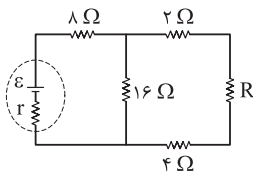
$$F_{31} = \frac{90 \times 2 \times 9}{(4)^2} = 110 \text{ N}$$

$$F_{21} = \frac{90 \times 4 \times 9}{(2)^2} = 45 \text{ N}$$

$$F_{t(1)} = 110 + 45 = 155 \text{ N}$$

تست و پاسخ ۶۵

در شکل روبه رو، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 8Ω ، سه برابر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 4Ω است. R چند اهم است؟



۸ (۲)

۱۶ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل، جریان خروجی از باتری (جریان کلی) را I فرض می کنیم و جریان عبوری از مقاومت 16Ω را x در نظر می گیریم؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت 4Ω به اندازه $(I - x)$ خواهد بود. گام دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت 8Ω ، سه برابر اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت 4Ω است، بنابراین داریم:

$$V_{8\Omega} = 3V_{4\Omega} \Rightarrow 8I = 3(4(I-x)) \Rightarrow 8I = 12I - 12x \Rightarrow x = \frac{I}{3}$$

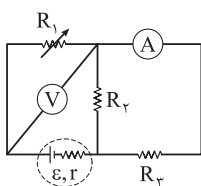
گام سوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی شاخه های بین نقاط M و N با هم برابر است؛ بنابراین با نوشتن تساوی از دو مسیر متفاوت داریم:

$$V_{MN} = V_{MN} \Rightarrow 16x = (2 + R + 4)(I - x)$$

$$\Rightarrow 16\left(\frac{I}{3}\right) = (R + 6)\left(I - \frac{I}{3}\right) \Rightarrow 16 = 2R + 12 \Rightarrow R = 2 \Omega$$

تست و پاسخ ۶۶

در مدار شکل روبه رو، با کاهش مقاومت R_1 ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می دهند، به ترتیب چگونه تغییر می کند؟



(۲) کاهش - افزایش

(۱) افزایش - ثابت

(۴) کاهش - ثابت

(۳) افزایش - کاهش

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: با کاهش مقاومت R_1 ، مقاومت معادل مدار کاهش می یابد، در نتیجه جریان خروجی از باتری (I) افزایش می یابد. با توجه به رابطه $V = \epsilon - Ir$ ، با افزایش جریان خروجی از باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری کاهش می یابد.

گام دوم: جریان کل (I) بین دو مقاومت موازی R_2 و R_3 تقسیم می شود. از آنجا که مقاومت های R_2 و R_3 ثابت هستند، جریان کل که در حالت دوم افزایش یافته، بین آن ها تقسیم شده و جریان عبوری از R_2 و R_3 نیز به همان نسبت زیاد می شود؛ پس مقدار آمپرسنج که جریان عبوری از R_3 را نشان می دهد، افزایش می یابد.

گام سوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، برابر با مجموع اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 و مقاومت R_2 است. به عبارتی داریم:

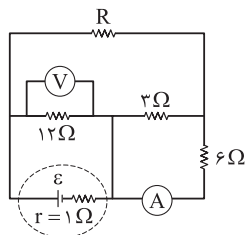
$$V_{\text{باتری}} = V_{R_1} + V_{R_2}$$

↓ ↓
کاهش افزایش

با توجه به کاهش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری و افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_p (به دلیل افزایش جریان عبوری از آن)، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 که همان عدد ولتسنج است، کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۷

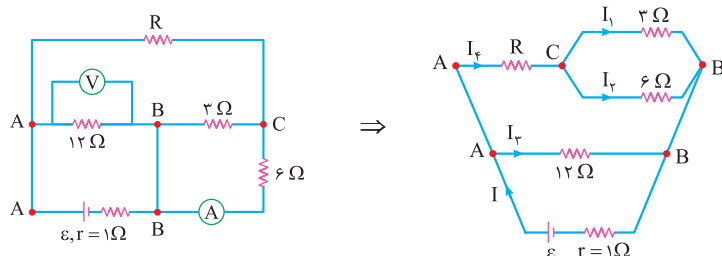
در مدار شکل مقابل، ولتسنج آرمانی 12 V و آمپرسنج آرمانی 1 A را نشان می‌دهند. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



- (۱) ۸
(۲) ۱۴
(۳) ۱۵
(۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل، مدار را به صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم.



گام دوم: جریان عبوری از آمپرسنج، همان جریان عبوری از مقاومت $6\ \Omega$ است. مقاومت $3\ \Omega$ و $6\ \Omega$ با هم موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی آن‌ها با هم برابر است.

گام سوم: جریان عبوری از مقاومت $12\ \Omega$ را به دست می‌آوریم:

گام چهارم: طبق قاعده انشعاب در شکل بالا داریم:

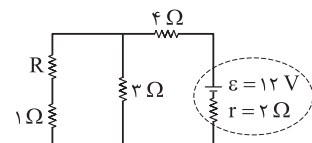
$$I = I_r + I_f \Rightarrow I = 1 + 3 = 4\text{ A}$$

گام پنجم: اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با عدد ولتسنج است، بنابراین داریم:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - I_{\text{کل}} r \Rightarrow 12 = \varepsilon - 4(1) \Rightarrow \varepsilon = 16\text{ V}$$

تست و پاسخ ۶۸

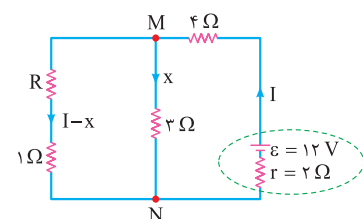
در مدار شکل مقابل، اگر توان مصرفی مقاومت $3\ \Omega$ ، 12 برابر توان مصرفی مقاومت $1\ \Omega$ باشد، توان مصرفی مقاومت $4\ \Omega$ چند وات است؟



- (۱) ۳۶
(۲) ۱۸
(۳) ۹
(۴) ۴/۵

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: در شکل مقابل تقسیم‌بندی جریان I ، بین دو شاخه مشخص شده است. جریان کل (خروجی از باتری) را I در نظر گرفتیم.



گام دوم: توان مصرفی مقاومت $3\ \Omega$ ، 12 برابر توان مصرفی مقاومت $1\ \Omega$ است، بنابراین داریم:

$$P_{3\ \Omega} = 12 P_{1\ \Omega} \xrightarrow{P=RI^2} 3(x)^2 = 12(1)(I-x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4(I-x)^2 \Rightarrow x = 2I - 2x \Rightarrow x = \frac{2I}{3}$$



گام سوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه M و N را در نظر می‌گیریم تا مقاومت R را به دست آوریم:

$$V_{MN} = V_{MN} \Rightarrow x(3) = (I-x)(R+1) \Rightarrow \frac{2I}{3} \times 3 = \frac{I}{3} \times (R+1) \Rightarrow 6 = R+1 \Rightarrow R = 5 \Omega$$

گام چهارم: جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

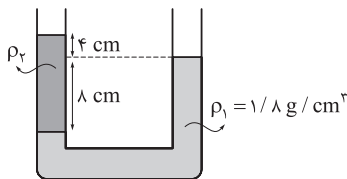
$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{(4 + \frac{6 \times 3}{6+3}) + 2} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ A}$$

گام پنجم: توان مصرفی مقاومت 4Ω به دست می‌آید.

$$P_{4\Omega} = RI^2 = 4 \times (1.5)^2 = 9 \text{ W}$$

تست و پاسخ ۶۹

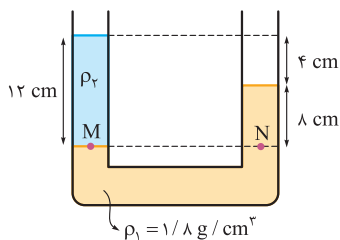
در شکل مقابل، سطح مقطع لوله، 2 cm^2 است. در سمت راست لوله، چند سانتی‌متر مکعب مایع مخلوط‌نشدنی به چگالی $\rho_2 = 1 \text{ g/cm}^3$ بریزیم تا سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله، در یک سطح باشند؟



- ۱) ۹
- ۲) ۱۸
- ۳) ۱۶
- ۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به تعادل مایع‌ها و برابری فشار در نقطه‌های M و N در شکل زیر، ابتدا چگالی مایع (۲) را به دست می‌آوریم:

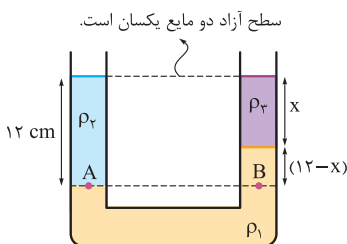


$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow \rho_2 \times 12 = 1/8 \times 8$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1/2 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم: پس از ریختن مایع (۳) در سمت راست لوله، وضعیت نهایی مطابق شکل زیر است. با توجه به برابری فشار در نقطه‌های A و B، مقدار x را به دست می‌آوریم:



سطح آزاد دو مایع یکسان است.

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_2 h_2 + \rho_1 h_1$$

$$\Rightarrow 1/2 \times 12 = 1 \times x + 1/8 \times (12 - x)$$

$$\Rightarrow 14/4 = x + 21/6 - 1/8 x$$

$$\Rightarrow -7/2 = -1/8 x \Rightarrow x = 9 \text{ cm}$$

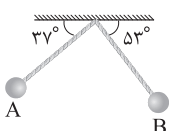
گام سوم: حجم مایع سوم را به دست می‌آوریم:

$$V_3 = Ah_3 = 2 \times 9 = 18 \text{ cm}^3$$

تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر، طول آونگ ۲ m و جرم گلوله آن ۴۰۰ g است. اگر تندی گلوله آونگ هنگام عبور از نقاط A و B به ترتیب ۲ m/s و ۳ m/s باشد، به ترتیب کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا در جابه‌جایی گلوله از نقطه A تا نقطه B چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$\sin 37^\circ = 0.6$ و جرم نخ آونگ ناچیز است.



- ۱) ۱.۱/۶
- ۲) ۱.۱/۶، ۰/۶
- ۳) ۱.۲/۶
- ۴) ۰/۶، ۲/۶

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا کار نیروی وزن را به دست آورید، سپس به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی، کار نیروی مقاومت هوا را محاسبه کنید.

نکته در حرکت گلوله آونگ، کار نیروی کشش نخ صفر بوده و کار کل برابر با جمع جبری کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هواست.

$$W_t = W_{mg} + W_{fD}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا کار نیروی وزن در مسیر AB را به دست می آوریم (با توجه به این که از A تا B جابه جایی قائم جسم به سمت پایین است، کار نیروی وزن مثبت است):

$$W_{mg} = mg \Delta h \xrightarrow{L=2\text{ m}, m=400\text{ g}} \Delta h = L \sin 53^\circ - L \sin 37^\circ \rightarrow W_{mg} = 0.4 \times 10 \times ((2 \times 0.8) - (2 \times 0.6))$$

$$\Rightarrow W_{mg} = 4 \times 0.4 = 1.6 \text{ J}$$

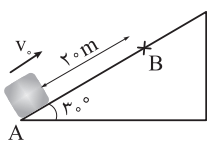
گام دوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل و با داشتن کار وزن، کار نیروی مقاومت هوا را به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fD} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\xrightarrow{m=0.4\text{ kg}, W_{mg}=1.6\text{ J}} \xrightarrow{v_A=2\text{ m/s}, v_B=2\text{ m/s}} 1.6 + W_{fD} = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (2^2 - 2^2) \Rightarrow 1.6 + W_{fD} = 0 \Rightarrow W_{fD} = -1.6 \text{ J}$$

تست و پاسخ ۷۱

در شکل زیر، جسمی روی سطح شیب دار با سرعت اولیه $v_0 = 20 \text{ m/s}$ مماس بر سطح، از نقطه A به سمت بالا پرتاب شده است. اگر کار نیروی اصطکاک در جابه جایی جسم از نقطه A تا نقطه B، $\frac{-1}{4}$ برابر انرژی جنبشی گلوله در نقطه B باشد، تندی جسم در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$\frac{20\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$20\sqrt{3} \quad (4)$$

$$2\sqrt{10} \quad (1)$$

$$4\sqrt{10} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره ابتدا کار نیروی وزن را به دست آورید، سپس به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی و با داشتن کار نیروی اصطکاک، تندی جسم در نقطه B را به دست آورید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا کار نیروی وزن را در جابه جایی از A تا B به دست می آوریم:

(چون جابه جایی قائم جسم رو به بالا است، بنابراین کار نیروی وزن در این جابه جایی منفی است.)

$$W_{mg} = -mg h_{AB} \xrightarrow{h_{AB}=20 \times \sin 30^\circ = 10\text{ m}} W_{mg} = -m \times 10 \times 10 = -100 \text{ m}$$

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_{fk}} \xrightarrow{\Delta k = K_B - K_A} -100 \text{ m} + W_{fk} = K_B - K_A \quad \text{گام دوم: طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:}$$

$$\xrightarrow{W_{fk} = -\frac{1}{4} K_B} -100 \text{ m} - \frac{1}{4} K_B = K_B - K_A \Rightarrow K_A - 100 \text{ m} = \frac{5}{4} K_B$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2} mv^2} \frac{1}{2} m v_A^2 - 100 \text{ m} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{1}{2} m v_B^2 \right)$$

$$\xrightarrow{v_A = 20\text{ m/s}} \frac{1}{2} m \times 400 - 100 \text{ m} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 100 \text{ m} = \frac{5}{8} m v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 160 \Rightarrow v_B = 4\sqrt{10} \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۷۲

طول دو میله مسی و آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، یکسان و برابر L است. اگر با افزایش دمای دو میله، در دمای 125°C اختلاف طول دو میله به 0.3 mm برسد، L بر حسب سانتی متر کدام است؟ (ضریب انبساط طولی مس و آهن در SI به ترتیب $(\frac{1}{K}) \times 10^{-5}$ و $(\frac{1}{K}) \times 10^{-5}$ است.)

$$800 \quad (4)$$

$$400 \quad (3)$$

$$80 \quad (2)$$

$$40 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



خودت حل کنی بهتره رابطه تغییر طول جسم با تغییر دما را بر هر دو میله در نظر بگیرد و در نهایت اختلاف آن‌ها را برابر با 3 mm قرار داده و طول اولیه میله‌ها را به دست آورد.

نکته برای محاسبه اختلاف طول دو میله غیر هم جنس با طول اولیه یکسان، پس از تغییر دما به اندازه $\Delta\theta$ می توان نوشت:

$$\Delta L_A - \Delta L_B = L_1(\alpha_A - \alpha_B)\Delta\theta$$

پاسخ تشریحی با توجه به این که با افزایش دما طول هر دو میله افزایش می یابد و ضریب انبساط طول میله مسی از آهنی بیشتر است، درمی یابیم افزایش طول میله مسی به اندازه 3 mm از افزایش طول میله آهنی بیشتر است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta L_{\text{مسی}} - \Delta L_{\text{آهنی}} = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\frac{\Delta L = L\alpha\Delta\theta, \Delta\theta_{\text{مسی}} = \Delta\theta_{\text{آهنی}}}{L_{\text{مسی}} = L_{\text{آهنی}} = L} \rightarrow L \times (\alpha_{\text{مسی}} - \alpha_{\text{آهنی}}) \times \Delta\theta = 3 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow L \times (1/8 \times 10^{-5} - 1/2 \times 10^{-5}) \times 125 = 3 \times 10^{-4} \Rightarrow L \times 0.6 \times 10^{-5} \times 125 = 3 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow L = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۷۳

مقداری یخ به جرم m و دمای 20°C را در فشار یک اتمسفر، درون مقداری آب به جرم $2m$ و دمای θ می اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به 10°C برسد، θ بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ ($L_F = 336000 \text{ J/kg}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$)

- ۸۰ (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره مجموع گرماهای مبادله شده در کل فرایند را برابر با صفر قرار دهید، سپس به کمک گرمای گرفته شده توسط یخ و با داشتن دمای تعادل، دمای اولیه آب را به دست آورید.

پاسخ تشریحی با توجه به دمای تعادل $\theta = 10^\circ\text{C}$ است. با توجه به قانون پایستگی انرژی می توان نوشت:

تعادل

$$-20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \boxed{\text{آب } 10^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_4} \text{آب } \theta^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$mc\Delta\theta_1 + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_2 + 2mc_{\text{آب}}\Delta\theta_3 = 0$$

$$\Rightarrow m \times 2100 \times (0 - (-20)) + m \times 336000 + m \times 4200 \times (10 - 0) + 2m \times 4200 \times (10 - \theta) = 0$$

$$\Rightarrow 42000m + 336000m + 42000m + 84000m - 84000m\theta = 0$$

$$\Rightarrow 504000m = 84000m\theta \Rightarrow \theta = \frac{504000}{84000} = 6^\circ\text{C}$$

تست و پاسخ ۷۴

درون کیسولی با حجم ثابت، 56 g گاز نیتروژن قرار دارد و فشار پیمانه‌ای آن، ۲ برابر فشار هواست. اگر هم جرم با نیتروژن، هلیوم به گاز موجود در مخزن اضافه کنیم، در دمای ثابت، فشار پیمانه‌ای درون مخزن چند برابر فشار هوا می شود؟ (جرم مولی گاز نیتروژن و هلیوم به ترتیب 28 گرم بر مول و 4 گرم بر مول است.)

- ۱۶ (۱) ۱۵ (۲) ۲۴ (۳) ۲۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا تعداد مول گازها و مجموع مول گازها در فرایند را به دست آورده، سپس با توجه به ثابت بودن دما و حجم، از روی نسبت مستقیم فشار گاز با تعداد مول، فشار در حالت دوم را محاسبه کنید و در نهایت فشار پیمانه‌ای آن را به دست آورید.



پاسخ تشریحی ابتدا تعداد مول نیتروژن و هلیوم را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \begin{cases} n_{N_2} = \frac{56}{28} = 2 \text{ mol} \\ n_{He} = \frac{56}{4} = 14 \text{ mol} \end{cases} \xrightarrow[n_2 = n_{N_2} + n_{He}]{n_1 = n_{N_2}} \begin{cases} n_1 = 2 \text{ mol} \\ n_2 = 2 + 14 = 16 \text{ mol} \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow[T_1 = T_2]{V_1 = V_2} \frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2}$$

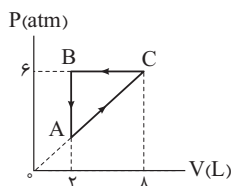
با توجه به معادله حالت می‌توان نوشت:

تذکر در قانون گازهای کامل باید از فشار مطلق استفاده کنیم.

$$\frac{P_1 = 2P_0 + P_0 = 3P_0, n_1 = 2 \text{ mol}}{n_2 = 16 \text{ mol}} \rightarrow \frac{3P_0}{2} = \frac{P_2}{16} \Rightarrow P_2 = 24P_0 \Rightarrow P_{g_2} = P_2 - P_0 = 24P_0 - P_0 = 23P_0$$

تست و پاسخ ۷۵

گاز داخل یک استوانه، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. گاز در این چرخه چند ژول گرما و چگونه مبادله می‌کند؟



(۱) ۱۳۵۰، دریافت می‌کند.

(۲) ۱۳۵۰، از دست می‌دهد.

(۳) ۱۸۰۰، دریافت می‌کند.

(۴) ۱۸۰۰، از دست می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه مستقیم فشار و حجم در فرایند AC، فشار گاز در نقطه A را به دست آورید؛ سپس به کمک مساحت محصور نمودار P-V در چرخه، کار کل را به دست آورده و در نهایت گرمای کل مبادله شده در چرخه را محاسبه کنید.

نکته اگر نمودار P-V یک فرایند، به صورت خطی باشد که امتداد آن از مبدأ مختصات می‌گذرد، در این فرایند، فشار و حجم گاز با یکدیگر نسبت مستقیم دارند و می‌توان نوشت:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این که نمودار P-V در فرایند AC به صورت خطی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{P_C}{P_A} = \frac{V_C}{V_A} \xrightarrow[V_C = 8L, V_A = 2L]{P_C = 6 \text{ atm}} \frac{6}{P_A} = \frac{8}{2} \Rightarrow P_A = 1/5 \text{ atm}$$

گام دوم: با استفاده از سطح محصور داخل چرخه در نمودار P-V، کار کل چرخه را به دست می‌آوریم:

$$|W_{\text{کل}}| = \frac{(8-2) \times 10^{-3} \times (6 - 1/5) \times 10^5}{2} = \frac{2700}{2} = 1350 \text{ J}$$

$$W_{\text{کل}} = 1350 \text{ J}$$

با توجه به این که چرخه پادساعتگرد است، بنابراین کار کل در چرخه مثبت است.

نکته تغییر انرژی درونی در یک چرخه ترمودینامیکی، صفر است.

گام سوم: با توجه به قانون اول ترمودینامیک و با داشتن کار کل چرخه، گرمای کل را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = Q_{\text{کل}} + W_{\text{کل}} \Rightarrow 0 = Q_{\text{کل}} + 1350 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = -1350 \text{ J}$$

بنابراین گاز در این چرخه ۱۳۵۰ J گرما از دست می‌دهد.



تست و پاسخ ۷۶

کدام عدد اتمی مربوط به عنصری نافلزی با بزرگ‌ترین شعاع اتمی در دوره سوم جدول تناوبی است؟

- ۱۱ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

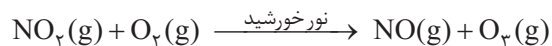
پاسخ تشریحی می‌دانیم که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد؛ بنابراین بزرگ‌ترین شعاع اتمی در بین نافلزهای دوره سوم مربوط به اولین نافلز این دوره یعنی فسفر (P) است. دقت کنید که ۳ عنصر اول دوره سوم (Na، Mg و Al)، فلز و چهارمین عنصر این دوره (Si)، شبه‌فلز است.

تست و پاسخ ۷۷

اوزون تروپوسفری از واکنش گازهای و اکسیژن، تولید می‌شود و احتمال تولید این گاز در هوای ابری از هوای آفتابی است.
(۱) نیتروژن مونوکسید - بیشتر (۲) نیتروژن مونوکسید - کم‌تر (۳) نیتروژن دی‌اکسید - بیشتر (۴) نیتروژن دی‌اکسید - کم‌تر

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی اوزون تروپوسفری از واکنش گازهای نیتروژن دی‌اکسید (NO_۲) و اکسیژن (O_۲) در هوای آلوده و در حضور نور خورشید تولید می‌شود:



از آن جایی که واکنش فوق در حضور نور خورشید انجام می‌شود، احتمال تولید اوزون تروپوسفری در هوای ابری، کم‌تر از هوای آفتابی خواهد بود.

تست و پاسخ ۷۸

کدام مطلب، نادرست است؟

- (۱) گرمای ویژه یک ماده خالص در دما و فشار اتاق، به جرم آن ماده بستگی ندارد.
(۲) با وجود تولید انرژی در واکنش اکسایش گلوکز، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند.
(۳) ارزش سوختی و پایداری الماس، از گرافیت کم‌تر است.
(۴) همواره برای مقدار معینی از یک ماده خالص، انرژی لازم برای فرازش از انرژی لازم برای تبخیر، بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی پایداری الماس از گرافیت کم‌تر، اما ارزش سوختی آن از گرافیت بیشتر است.

توجه ارزش سوختی الماس و گرافیت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{آنتالپی سوختن گرافیت}}{\text{جرم مولی کربن}} = \text{ارزش سوختی گرافیت} \quad \text{و} \quad \frac{\text{آنتالپی سوختن الماس}}{\text{جرم مولی کربن}} = \text{ارزش سوختی الماس}$$

از آن جا که قدرمطلق آنتالپی سوختن الماس از قدرمطلق آنتالپی سوختن گرافیت بیشتر است، ارزش سوختی الماس نیز از گرافیت بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

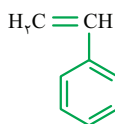
- (۱) گرمای ویژه یک ماده به جرم آن وابسته نیست.
(۲) واکنش گرماده اکسایش گلوکز در بدن، در دمای ثابت انجام می‌شود.
(۴) فرازش، تبدیل حالت جامد به حالت گاز است که ΔH آن با مجموع ΔH تبدیل حالت جامد به حالت مایع (ذوب) و ΔH تبدیل حالت مایع به حالت گاز (تبخیر) برابر است؛ بنابراین برای مقدار معینی از یک ماده خالص، همواره انرژی لازم برای فرازش، از انرژی لازم برای تبخیر، بیشتر خواهد بود.

تست و پاسخ ۷۹

فرمول مولکولی استیرین کدام است و در ساختار مولکول آن، چند الکترون پیوندی بین اتم‌ها وجود دارد؟

- (۱) C_۸H_۸، ۴۲ (۲) C_۸H_۸، ۴۰ (۳) C_۸H_{۱۰}، ۲۱ (۴) C_۸H_۸، ۲۰

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی استیرن، یک هیدروکربن با فرمول مولکولی C_8H_8 و ساختار مقابل است:

همه الکترون‌های موجود در مولکول استیرن، پیوندی هستند؛ پس در ساختار مولکول این ترکیب، به اندازه مجموع الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها یعنی $40 = (8 \times 4) + (8 \times 1)$ ، الکترون پیوندی وجود دارد.
اتم‌های H اتم‌های C

نکته برای تعیین شمار پیوندهای اشتراکی (جفت‌الکترون‌های پیوندی) در هیدروکربن‌ها می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} \times 1 + (\text{شمار اتم‌های کربن} \times 4) = \text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی} \times 2$$

با توجه به این که هر پیوند اشتراکی، شامل دو الکترون است، خواهیم داشت:

$$(\text{شمار اتم‌های هیدروژن} \times 1) + (\text{شمار اتم‌های کربن} \times 4) = (\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}) \times 2$$

تست و پاسخ ۸۰

برای کدام ترکیب شیمیایی زیر، ویژگی بیان شده، درست است؟



(۱) مس(II) کربنات: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر ۲ است.

(۲) SCN: نام آیوپاک آن، اسکاندیم(III) نیتريد است.



(۳) MnSO_4 : آخرین زیرلایه الکترونی در کاتیون آن، $3d^4$ است.

(۴) دی‌نیتروژن پنتاکسید: مجموع اعداد اکسایش اتم‌های نیتروژن در آن، $2/5$ برابر عدد اکسایش کربن در کربن دی‌اکسید است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

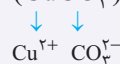
(۱) فرمول شیمیایی ترکیب یونی مس(II) کربنات، به صورت CuCO_3 است؛ در نتیجه شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آن با هم برابر است.

نکته در یک ترکیب یونی می‌توان نسبت شمار کاتیون(ها) به شمار آنیون(ها) را از رابطه زیر نیز به دست آورد:

$$\frac{\text{شمار کاتیون(ها)}}{\text{شمار آنیون(ها)}} = \frac{|\text{بار آنیون}|}{|\text{بار کاتیون}|}$$

مثال: در ترکیب یونی مس(II) کربنات (CuCO_3) نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها برابر است با:

$$\frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{|\text{بار آنیون}|}{|\text{بار کاتیون}|} = \frac{|-2|}{+2} = 1$$



(۲) به کار بردن اعداد رومی برای نام‌گذاری یون اسکاندیم (Sc^{3+}) نادرست بوده و نام درست ترکیب یونی SCN به صورت «اسکاندیم نیتريد» است.

درس نامه •• نام‌گذاری و فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی

(۱) برای فلزاتی که تنها یک نوع کاتیون دارند، نام کاتیون مربوطه از فرمول «یون + نام عنصر» پیروی می‌کند.

مثال: کاتیون‌های فلزات گروه‌های ۱ و ۲ جدول دوره‌ای، (Ag^+ : یون نقره)، (Sc^{3+} : یون اسکاندیم)، (Zn^{2+} : یون روی)، (Al^{3+} : یون آلومینیم)

(۲) برای فلزاتی که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند، بار کاتیون با اعداد رومی جلوی نام کاتیون و داخل پرانتز، نشان داده می‌شود.

توجه در نام‌گذاری یون فلزاتی که فقط یک نوع کاتیون دارند، نباید از اعداد رومی استفاده کرد.

نام‌گذاری کاتیون چندظرفیتی: یون + نام فلز + بار کاتیون (با عدد رومی داخل پرانتز)

عدد	۱	۲	۳	۴	۵
نماد رومی	I	II	III	IV	V



مثال:

یون آهن (II)	یون آهن (III)	یون کروم (II)	یون کروم (III)	یون مس (I)	یون مس (II)
Fe ²⁺	Fe ³⁺	Cr ²⁺	Cr ³⁺	Cu ⁺	Cu ²⁺

۳) برای نام گذاری نام آنیون، از فرمول «یون + نام عنصر یا ریشه نام آن + ید» استفاده می کنیم.

۴) برای نوشتن فرمول ترکیب یونی، ابتدا کاتیون مربوط به فلز را سمت چپ و سپس آنیون را سمت راست می نویسیم. بار کاتیون را به عنوان زیروند آنیون و قدرمطلق بار آنیون را به عنوان زیروند کاتیون قرار می دهیم.

توجه) در صورت ساده شدن زیروندها، آن ها را با هم ساده می کنیم و زیروند ۱ نیز نوشته نمی شود.



مثال:

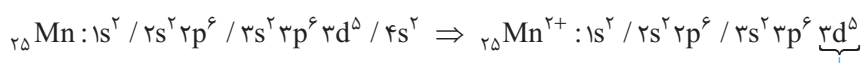
۵) برای نام گذاری ترکیب های یونی ابتدا نام کاتیون و سپس نام آنیون را بدون ذکر واژه «یون» می نویسیم.

مثال: $CrS \leftarrow$ کروم(II) سولفید، $Li_2O \leftarrow$ لیتیم اکسید

۳) نخست، باید کاتیون و بار الکتریکی آن را در ترکیب یونی $MnSO_4$ ، شناسایی کنیم:

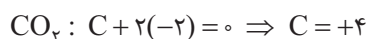
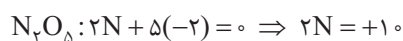
$$MnSO_4 \Rightarrow \begin{cases} Mn^{2+} \\ SO_4^{2-} \end{cases}$$

کاتیون ترکیب یونی مورد نظر، $^{25}Mn^{2+}$ با آرایش الکترونی زیر است:



آخرین زیرلایه الکترونی

۴) مجموع اعداد اکسایش اتم های نیتروژن در مولکول دی نیتروژن پنتا اکسید (N_2O_5)، برابر $+10$ است:



عدد اکسایش اتم کربن در مولکول کربن دی اکسید، برابر $+4$ است:

در نتیجه نسبت خواسته شده، برابر $2/5 = \frac{10}{25}$ خواهد بود.

تست و پاسخ (۸)

در رابطه با عنصری از دوره چهارم که مجموع $(n+l)$ الکترون های ظرفیتی اتم آن برابر ۲۹ است، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در گروه ۶ جدول دوره ای قرار دارد و از فلزهای واسطه دسته d است.

(۲) همانند عنصر قبل از فلز روی در جدول دوره ای، آرایش الکترونی اتم آن، از قاعده آفبا پیروی نمی کند.

(۳) شمار الکترون های دارای $l=2$ اتم آن، با شمار الکترون های دارای $l=1$ در اتم عنصر Br ۳۵، برابر است.

(۴) شمار الکترون های ظرفیتی اتم آن، سه برابر شمار الکترون های ظرفیتی Ca ۲۰ است.

^{29}Cu

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی) از آن جا که در دوره چهارم، عناصر سه دسته s، p و d حضور دارند، هر سه حالت را بررسی می کنیم:

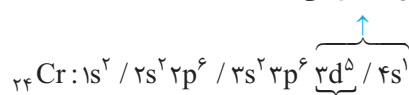
* ۸ یا ۴ = مجموع $n+l \rightarrow 4s^1$ یا $4s^2$: الکترون های ظرفیت \rightarrow عنصر دسته s: حالت اول

غیر قابل قبول $x = 4/2 \Rightarrow 8 + 5x = 29 \rightarrow x = 4/2$: مجموع $n+l \rightarrow 4s^2 4p^x$: الکترون های ظرفیت \rightarrow عنصر دسته p: حالت دوم

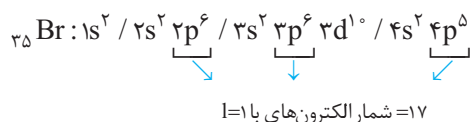
غیر قابل قبول $x = 4/2 \Rightarrow 5x + 8 = 29 \rightarrow x = 4/2$: مجموع $n+l \rightarrow 3d^x 4s^y$: الکترون های ظرفیت \rightarrow عنصر دسته d: حالت سوم

بنابراین عنصر مورد نظر، عنصر کروم (^{24}Cr) با آرایش الکترونی زیر است:

الکترون های ظرفیتی



= ۵ = شمار الکترون های با $l=2$



آرایش الکترونی اتم عنصر برم (${}_{35}\text{Br}$) به صورت مقابل است:

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) عنصر کروم (${}_{24}\text{Cr}$) در گروه ۶ جدول دوره‌ای قرار دارد و جزء فلزات واسطه دوره چهارم است.
- ۲) طبق داده‌های طیف‌سنجی، آرایش الکترونی اتم برخی از عناصر از قاعده آفا پیروی نمی‌کند. برای نمونه هر یک از اتم‌های کروم (${}_{24}\text{Cr}$) و مس (${}_{29}\text{Cu}$) در بیرونی‌ترین زیرلایه خود تنها یک الکترون دارد.
- ۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی در اتم عنصر کروم (${}_{24}\text{Cr}$) برابر ۶ و در اتم عنصر کلسیم (${}_{20}\text{Ca}$) برابر ۲ است.

تست و پاسخ ۸۲

چند عبارت زیر، اگر در جای خالی جمله «..... در یک گرم اوره در مقایسه با یک گرم آمونیاک بیشتر است.» گذاشته شوند، مفهوم علمی درستی را در بر خواهد داشت؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



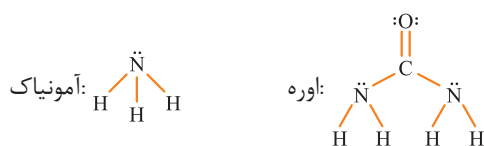
- شمار اتم‌های هیدروژن
- درصد جرمی نیتروژن
- شمار الکترون‌های ناپیوندی
- شمار پیوندهای اشتراکی

(۴) یک
(۳) دو
(۲) سه
(۱) چهار

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی تنها عبارت سوم درست است.

ساختار مولکول‌های اوره ($\text{CO}(\text{NH}_2)_2$) و آمونیاک (NH_3) به صورت مقابل است:



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مقایسه شمار اتم‌های هیدروژن در یک گرم از دو ماده:

$$? \text{ atom H} = 1 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2}{60 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2} \times \frac{4 \text{ mol atom H}}{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2} \times \frac{N_A \text{ atom H}}{1 \text{ mol atom H}} = \frac{1}{15} N_A \text{ atom H}$$

$$? \text{ atom H} = 1 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{3 \text{ mol atom H}}{1 \text{ mol NH}_3} \times \frac{N_A \text{ atom H}}{1 \text{ mol atom H}} = \frac{3}{17} N_A \text{ atom H}$$

از آن جا که $\frac{1}{15} < \frac{3}{17}$ است، شمار اتم‌های هیدروژن در یک گرم اوره در مقایسه با یک گرم آمونیاک، کم‌تر خواهد بود.

عبارت دوم: مقایسه درصد جرمی نیتروژن در دو ماده:

$$\text{درصد جرمی نیتروژن در اوره} = \frac{\text{جرم نیتروژن موجود در یک مول اوره}}{\text{جرم مولی اوره}} \times 100 = \frac{2 \times 14}{60} \times 100 = \frac{14}{30} \times 100$$

$$\text{درصد جرمی نیتروژن در آمونیاک} = \frac{\text{جرم نیتروژن موجود در یک مول آمونیاک}}{\text{جرم مولی آمونیاک}} \times 100 = \frac{14}{17} \times 100$$

$\frac{14}{17}$ از $\frac{14}{30}$ کم‌تر بوده و در نتیجه، درصد جرمی نیتروژن در اوره در مقایسه با آمونیاک، کم‌تر است.

عبارت سوم: با توجه به ساختار دو ماده، شمار الکترون‌های ناپیوندی در هر واحد اوره، برابر ۸ و در هر واحد آمونیاک، برابر ۲ است؛ در نتیجه داریم:

$$? \text{ الکترون ناپیوندی} = 1 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2}{60 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2} \times \frac{8 \text{ mol الکترون ناپیوندی}}{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2} \times \frac{N_A \text{ الکترون ناپیوندی}}{1 \text{ mol الکترون ناپیوندی}}$$

$$= \frac{2}{15} N_A \text{ الکترون ناپیوندی}$$



$$\text{الکترون ناپیوندی } N_A = \frac{2}{17} N_A = \frac{2 \text{ mol الکترون ناپیوندی}}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{2 \text{ mol الکترون ناپیوندی}}{1 \text{ mol NH}_3} \times N_A$$

از آن جا که $\frac{2}{17} < \frac{2}{15}$ است، شمار الکترون‌های ناپیوندی در یک گرم اوره در مقایسه با یک گرم آمونیاک، بیشتر خواهد بود. عبارت چهارم: با توجه به ساختار دو ماده، شمار پیوندهای اشتراکی در هر واحد اوره، برابر ۸ و در هر واحد آمونیاک، برابر ۳ است؛ بنابراین داریم:

$$\text{پیوند اشتراکی } N_A = \frac{2}{15} N_A = \frac{2 \text{ پیوند اشتراکی}}{15 \text{ g CO(NH}_2)_2} \times \frac{1 \text{ mol CO(NH}_2)_2}{60 \text{ g CO(NH}_2)_2} \times \frac{8 \text{ mol پیوند اشتراکی}}{1 \text{ mol CO(NH}_2)_2} \times N_A$$

$$\text{پیوند اشتراکی } N_A = \frac{3}{17} N_A = \frac{3 \text{ پیوند اشتراکی}}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{3 \text{ mol پیوند اشتراکی}}{1 \text{ mol NH}_3} \times N_A$$

از آن جا که $\frac{3}{17} > \frac{2}{15}$ یا $\frac{3}{15} > \frac{2}{17}$ است، شمار پیوندهای اشتراکی در یک گرم اوره در مقایسه با یک گرم آمونیاک کم‌تر خواهد بود.

تست و پاسخ ۸۳

در رابطه با آلکانی با ساختار مقابل، کدام گزینه درست است؟

(۱) نام آیوپاک آن ۲، ۴ - دی‌متیل - ۳ - اتیل پنتان است.

(۲) نقطه جوش آن از نونان بیشتر است.

(۳) تعداد گروه‌های CH در آن، با تعداد گروه‌های CH_۲ در سیکلوهپتان برابر است.

(۴) بر اثر سوختن کامل ۳۷۵ / ۰ مول از آن، ۳ / ۳۷۵ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ترکیب داده‌شده، یک آلکان ۹ کربنی با فرمول C_۹H_{۲۰} است.

از سوختن کامل هر مول C_۹H_{۲۰}، ۹ مول CO_۲ تولید می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

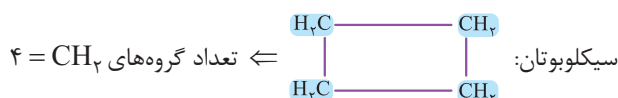
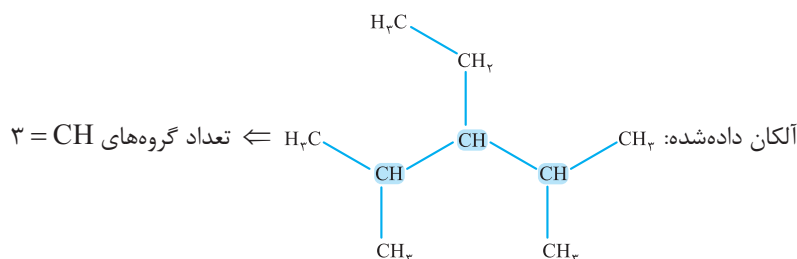
$$1 \text{ C}_9\text{H}_{20} \sim 9 \text{ CO}_2 \Rightarrow \frac{0}{375} \text{ mol C}_9\text{H}_{20} \sim 9 \times \left(\frac{3}{8}\right) \text{ mol CO}_2 = \frac{27}{8} = \frac{24}{8} + \frac{3}{8} = 3 + \frac{3}{8} \text{ mol CO}_2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در نوشتن نام شاخه‌های فرعی، گروه اتیل (Ethyl) نسبت به گروه متیل (Methyl) باید زودتر آورده شود و نام آیوپاک درست آلکان داده‌شده به صورت «۳ - اتیل - ۲، ۴ - دی‌متیل پنتان» است.

(۲) آلکان داده‌شده، در واقع ایزومری از نونان (C_۹H_{۲۰}) است، اما به دلیل شاخه‌دار بودن آلکان و سطح تماس کم‌تر بین مولکول‌های سازنده آن، نیروهای بین مولکولی ضعیف‌تری دارد و نقطه جوش آن پایین‌تر است.

(۳) ساختار گسترده آلکان داده‌شده و سیکلوهپتان را می‌توانیم به صورت زیر نشان دهیم:



تست و پاسخ ۸۴

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصر X_{32} با عنصر Z_{50} ، هم گروه و با عنصر Y_{20} ، هم دوره است.
- انرژی زیرلایه $4f$ از زیرلایه $6p$ کم تر و از زیرلایه $5d$ بیشتر است.
- تکنسیم (Tc_{43})، نخستین عنصر ساخت بشر و پنجمین عنصر واسطه دوره پنجم محسوب می شود.
- در یک نمونه طبیعی از عنصر اورانیم شامل 500 اتم، در حدود 235 اتم ^{235}U وجود دارد.

درصد فراوانی
کمتر از $7/0$

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت های اول و سوم درست اند.

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: عنصرهای X_{32} و Y_{20} در جدول دوره های بین دو گاز نجیب آرگون (Ar_{18}) و کریپتون (Kr_{36}) قرار دارند؛ در نتیجه با هم هم دوره هستند. هر دو عنصر X_{32} و Z_{50} در گروه ۱۴ جدول دوره های قرار دارند (عدد اتمی هر دو، ۴ واحد کم تر از گاز نجیب هم دوره شان است).
عبارت دوم: انرژی زیرلایه ها به $n+1$ آن ها بستگی دارد؛ به طوری که هر چه مقدار $n+1$ برای یک زیرلایه بیشتر باشد، انرژی آن زیرلایه بیشتر است. برای دو یا چند زیرلایه با $n+1$ یکسان، زیرلایه با n بزرگ تر، انرژی بیشتری دارد. مقدار $n+1$ سه زیرلایه $4f$ ، $6p$ و $5d$ یکسان و برابر ۷ بوده و در نتیجه با توجه به مقدار n ، مقایسه انرژی زیرلایه های داده شده به صورت زیر است:

ترتیب انرژی زیرلایه ها: $6p > 5d > 4f$

عبارت سوم: عنصر تکنسیم (Tc_{43})، نخستین عنصر ساخت بشر است. این عنصر در دوره پنجم جدول دوره های به همراه گاز نجیب زنون (Xe_{54}) قرار دارد. توجه کنید که عناصر دسته d در دوره پنجم جدول دوره های از عدد اتمی ۳۹ شروع شده و عنصر تکنسیم (Tc_{43})، پنجمین عنصر دسته d (عنصر واسطه) در این دوره محسوب می شود. (یعنی با عنصر Mn_{25} هم گروه است).
عبارت چهارم: درصد فراوانی ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط طبیعی ایزوتوپ های عنصر اورانیم، کم تر از $7/0$ درصد است؛ در نتیجه کم تر از $3/5 = 0.6$ اتم در هر 500 اتم اورانیم، از نوع ^{235}U است.

تست و پاسخ ۸۵

$215/6$ گرم فلز نقره را درون محلولی از نیتریک اسید قرار می دهیم. اگر بخشی از نقره مطابق واکنش (I) و بخش دیگر آن مطابق واکنش (II) مصرف شده و در مجموع $22/4$ لیتر فرآورده گازی در شرایط STP و 27 گرم آب تولید شود، جرم اتمی میانگین نقره بر حسب amu کدام است؟ ($O = 16, H = 1; g.mol^{-1}$) **جرم مولی نقره را محاسبه کن.**



۱۰۸/۹ (۴)

۱۰۸/۷ (۳)

۱۰۷/۸ (۲)

۱۰۶/۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: شمار مول های فلز نقره (Ag) که در واکنش (I) مصرف می شود را x و شمار مول های این فلز که در واکنش (II) مصرف می شود را y در نظر می گیریم. حال با توجه به جرم فلز نقره قبل از آغاز واکنش ها داریم:

$$(x + y) \times M_{Ag} = 215/6$$



جرم مولی یا جرم اتمی میانگین فلز نقره

گام دوم: با توجه به حجم گازهای NO و NO_2 و جرم H_2O تولید شده در دو واکنش، مقادیر x و y را محاسبه می کنیم:

$$(I) \quad \text{واکنش} : \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{ضریب} \times 22/4} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{\text{حجم تولیدی } NO}{1 \times 22/4} \Rightarrow \text{حجم } NO \text{ تولیدی} = \frac{22}{3} \times x \text{ L } NO$$



$$(II) \text{واکنش: } \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{y}{1} = \frac{\text{جرم NO}_2 \text{ تولیدی}}{1 \times 22/4} \Rightarrow \text{جرم NO}_2 \text{ تولیدی} = 22/4 y \text{ L NO}_2$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جرم گاز تولید شده} = \frac{22/4x}{3} + 22/4y = 22/4L \xrightarrow{\div 22/4} \frac{x}{3} + y = 1 \quad (1)$$

$$(I) \text{واکنش: } \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{\text{جرم آب تولیدی}}{2 \times 18} \Rightarrow \text{جرم آب تولیدی} = 12x \text{ g H}_2\text{O}$$

$$(II) \text{واکنش: } \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{y}{1} = \frac{\text{جرم آب تولیدی}}{1 \times 18} \Rightarrow \text{جرم آب تولیدی} = 18y \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جرم آب تولید شده} = 12x + 18y = 27 \xrightarrow{\div 3} 4x + 6y = 9 \quad (2)$$

در نهایت، با استفاده از معادله‌های (1) و (2)، مقادیر X و Y را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + y = 1 \xrightarrow{\times(-6)} -2x - 6y = -6 \\ 4x + 6y = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1.5 \text{ mol}, y = 0.5 \text{ mol}$$

گام سوم: با توجه به مقادیر X و Y، جرم مولی فلز نقره (Ag) یا همان جرم اتمی میانگین آن را حساب می‌کنیم:

$$(x + y) \times M_{\text{Ag}} = 215/6 \xrightarrow{x+y=2} M_{\text{Ag}} = 107/8$$

تست و پاسخ ۸۶

اگر انحلال پذیری یک نمک فرضی به ازای هر 1°C افزایش دما، ۳ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب کاهش یابد، درستی یا نادرستی مطالب زیر، در کدام گزینه آمده است؟ (انحلال پذیری نمک در دمای 0°C برابر ۴۹ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب است.)

• انحلال پذیری این نمک در دمای 25°C برابر $41/5$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

• در دمای 8°C ، درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در آب، برابر ۲۰ درصد است.

• روند تغییرات انحلال پذیری آن در آب نسبت به دما، با این روند در نمک کلسیم کلرید متفاوت است.

• با سرد کردن ۲۷۴ گرم محلول سیرشده آن از دمای 40°C ، به دمای 20°C ، ۲۱ گرم رسوب تشکیل می‌شود.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۲) نادرست - درست - نادرست - درست

انحلال گرماده

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و دوم، درست و عبارت‌های سوم و چهارم، نادرست هستند.

به ازای تغییر معین دما (1°C)، میزان تغییر انحلال پذیری نمک مقدار ثابتی (۳g در ۱۰۰ گرم آب) است؛ بنابراین نمودار انحلال پذیری این نمک برحسب دما، به صورت خطی بوده و معادله آن به صورت $S = a\theta + b$ است.

در معادله انحلال پذیری نمک فرض شده، a شیب نمودار یا مقدار تغییرات انحلال پذیری به ازای هر واحد تغییر دما است؛ در نتیجه داریم: $|a| = \frac{3}{100} = 0/3$ و از آنجا که با افزایش دما، انحلال پذیری نمک کاهش می‌یابد، نمودار انحلال پذیری این نمک نزولی و شیب خط منفی است ($a = -0/3$).

b، عرض از مبدأ نمودار یا همان انحلال پذیری نمک در دمای 0°C و برابر ۴۹ است.

در نتیجه، معادله انحلال پذیری نمک مورد نظر به صورت $S = -0/3\theta + 49$ خواهد بود.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با جای گذاری دما در معادله انحلال پذیری نمک، مقدار انحلال پذیری آن را در دمای 25°C به دست می‌آوریم:

$$S = -0/3\theta + 49 \xrightarrow{\theta=25^\circ\text{C}} S = -0/3(25) + 49 = 41/5$$

عبارت دوم: نخست مقدار انحلال پذیری نمک را در دمای 80°C محاسبه می‌کنیم:

$$S = -0/30 + 49 \xrightarrow{\theta=80^{\circ}\text{C}} S = -0/3(80) + 49 = 25$$

پس با توجه به مقدار انحلال پذیری نمک در این دما، درصد جرمی محلول سیرشده آن را به دست می‌آوریم:

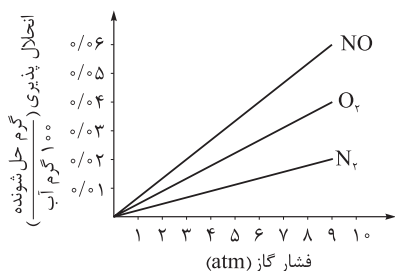
$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{S \times 100}{S + 100} = \frac{25 \times 100}{25 + 100} = 20\%$$

عبارت سوم: انحلال کلسیم کلرید (CaCl_2) در آب گرماده است؛ لذا نمودار انحلال‌پذیری این ماده برحسب دما مشابه نمک فرض شده به صورت نزولی بوده و با افزایش دما، انحلال‌پذیری هر دو این نمک‌ها در آب کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم: دقت کنید که نمودار انحلال‌پذیری نمک فرض شده، نزولی و با شیب منفی است؛ در نتیجه با کاهش دما رسوبی تشکیل نمی‌شود، زیرا انحلال‌پذیری نمک افزایش یافته و می‌توان مقادیر بیشتری از نمک را در محلول حل کرد.

تست و پاسخ ۸۷

با توجه به نمودار داده‌شده که انحلال‌پذیری چند گاز را در دمای 20°C در آب نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16; \text{g.mol}^{-1}$)



- در شرایط یکسان، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری گازهای قطبی، کم‌تر از گازهای ناقطبی است.
- در فشار 7 atm و در دمای 20°C ، با انحلال $0/09$ گرم گاز نیتروژن در 300 گرم آب، محلول سیرشده به دست می‌آید.
- انحلال‌پذیری گاز نیتروژن در فشار 5 atm در محلول $0/1$ مولار سدیم کلرید در آب کم‌تر از $0/01$ گرم در 100 گرم آب است.
- در فشار حدود $4/5 \text{ atm}$ و دمای 20°C ، غلظت مولی محلول سیرشده NO به تقریب $0/01 \text{ mol.L}^{-1}$ است.

چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: هر گازی که شیب نمودار انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر باشد، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری آن بیشتر است.

عبارت دوم: میزان انحلال‌پذیری گاز نیتروژن (N_2) در فشار 7 اتمسفر و در دمای 20°C ، تقریباً برابر $0/015$ گرم در 100 گرم آب است؛ در نتیجه در این شرایط، می‌توانیم حداکثر مقدار گاز نیتروژن که می‌تواند در 300 گرم آب حل شده و محلول سیرشده‌ای ایجاد کند را به صورت مقابل محاسبه کنیم:

$$? \text{ g N}_2 = 300 \text{ g آب} \times \frac{0/015 \text{ g N}_2}{100 \text{ g آب}} = 0/45 \text{ g N}_2$$

عبارت سوم: انحلال‌پذیری گاز نیتروژن (N_2) در فشار 5 اتمسفر و در دمای 20°C ، تقریباً برابر $0/01$ گرم در 100 گرم آب است. از طرفی دیگر می‌دانیم که انحلال‌پذیری گازها، با افزایش مقدار نمک در آب کاهش می‌یابد؛ در نتیجه داریم:

«انحلال‌پذیری N_2 در 100 گرم آب خالص < انحلال‌پذیری گاز N_2 در 100 گرم محلول $0/1$ مولار NaCl »

عبارت چهارم: انحلال‌پذیری گاز NO در فشار $4/5$ اتمسفر و در دمای 20°C ، تقریباً برابر $0/03$ گرم در 100 گرم آب است. برای محاسبه غلظت مولی محلول سیرشده گاز NO در این شرایط، می‌توانیم حجم محلول را تقریباً برابر حجم آب (حلال) در نظر بگیریم؛ لذا با توجه به چگالی آب، غلظت مولی محلول سیرشده گاز NO را در این شرایط محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} (\text{mol.L}^{-1}) = \frac{n}{V} = \frac{M}{V} = \frac{0/03}{30} \times \frac{1 \text{ mL آب}}{100 \text{ g آب}} \times \frac{1 \text{ L آب}}{10^3 \text{ mL آب}} \approx 0/01 \text{ mol.L}^{-1}$$



تست و پاسخ ۸۸

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- هیچ یک از عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، یون تک اتمی تشکیل نمی دهند.
 - در گروه فلزهای قلیایی خاکی، از بالا به پایین، شعاع اتمی و بار مثبت هسته عناصر افزایش می یابد.
 - با مشخص شدن جایگاه یک عنصر در جدول تناوبی، زیرلایه در حال پر شدن اتم آن مشخص می شود.
 - عنصر $M_{۲۶}$ در گروه ۸ جدول دوره‌ای قرار داشته و ترکیب $M(OH)_۲$ ، نامحلول در آب و سبزرنگ است.
- یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

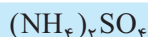
عبارت اول: در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، اتم عناصر کربن (C)، سیلیسیم (Si) و ژرمانیم (Ge) در واکنش با اتم دیگر عناصر، الکترون به اشتراک می گذارند، به طوری که از دو عنصر کربن و سیلیسیم تاکنون یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است؛ اما دقت کنید فلزهای قلع (Sn) و سرب (Pb) می توانند یون‌های تک اتمی با بارهای +۲ یا +۴ تشکیل دهند.

عبارت دوم: در گروه دوم جدول دوره‌ای یا گروه فلزهای قلیایی خاکی، مشابه گروه‌های دیگر، از بالا به پایین شعاع اتمی عناصر افزایش می یابد، زیرا تعداد لایه‌های الکترونی اتم آن‌ها بیشتر می شود. همچنین، بار مثبت هسته عناصر به دلیل افزایش عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های عنصر، در یک گروه از بالا به پایین، افزایش می یابد.

عبارت سوم: با مشخص شدن جایگاه یک عنصر در جدول دوره‌ای، دسته آن عنصر (s, p, d یا f) مشخص می شود که عنصرهای مختلف بنا بر زیرلایه در حال پر شدن اتم خود، در این ۴ دسته مختلف قرار می گیرند.

عبارت چهارم: عنصر $M_{۲۶}$ همان آهن ($[_{18}Ar] 3d^6 4s^2$) است که در گروه ۸ جدول دوره‌ای قرار دارد. در ضمن، $Fe(OH)_۲$ یک ترکیب نامحلول در آب (رسوب) و سبزرنگ است.

تست و پاسخ ۸۹



نوعی کود شیمیایی حاوی آمونیوم سولفات و مقداری ناخالصی است. اگر درصد جرمی نیتروژن در این کود برابر ۱۶ باشد، درصد جرمی گوگرد در آن به تقریب کدام است و از واکنش ۷۰ گرم از این کود با مقدار کافی محلول باریم کلرید، چند مول رسوب باریم سولفات تشکیل می شود؟ (فراورده دیگر واکنش، آمونیوم کلرید است. ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی کنند و در آن‌ها نیتروژن و گوگرد وجود ندارد؛

$$(S = ۳۲, O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱: g.mol^{-1})$$



۰/۲ - ۲۶/۱۱ (۴)

۰/۴ - ۱۸/۲۸ (۳)

۰/۴ - ۲۶/۱۱ (۲)

۰/۲ - ۱۸/۲۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به این که در ناخالصی‌ها نیتروژن و گوگرد وجود ندارد، به کمک درصد جرمی نیتروژن در کود که در واقع مربوط به آمونیوم سولفات است، می توانیم درصد جرمی گوگرد را حساب کنیم. در هر مول آمونیوم سولفات $((NH_4)_2SO_4)$ ، به ازای ۲ مول نیتروژن، ۱ مول گوگرد وجود دارد؛ بنابراین به ازای ۱۰۰ گرم کود خواهیم داشت:

$$۱۶ \text{ g N} \times \frac{۱ \text{ mol N}}{۱۴ \text{ g N}} \times \frac{۱ \text{ mol S}}{۲ \text{ mol N}} \times \frac{۳۲ \text{ g S}}{۱ \text{ mol S}} = \frac{۱۶ \times ۳۲}{۱۴ \times ۲} = ۱۸/۲۸ \text{ g S} \Rightarrow \text{درصد جرمی S} = ۱۸/۲۸\%$$

برای قسمت دوم سؤال، دقت کنید که جرم کود و در واقع جرم آمونیوم سولفات ناخالص داده شده و ما باید اول به کمک درصد جرمی نیتروژن، جرم کود را به مول آمونیوم سولفات تبدیل کنیم:

$$۷۰ \text{ g کود} \times \frac{۱۶ \text{ g N}}{۱۰۰ \text{ g کود}} \times \frac{۱ \text{ mol N}}{۱۴ \text{ g N}} \times \frac{۱ \text{ mol } (NH_4)_2SO_4}{۲ \text{ mol N}} = ۰/۴ \text{ mol } (NH_4)_2SO_4$$

با توجه به معادله $(NH_4)_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4 + 2NH_4Cl$ ، با مصرف ۰/۴ مول آمونیوم سولفات، ۰/۴ مول رسوب $BaSO_4$ تولید می شود.

تست و پاسخ ۹۰

- چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)
- استری که از آن برای تولید شوینده با بوی آناناس استفاده می‌شود، همپار هگزانوئیک اسید است.
 - در ساختار مولکول ترفتالیک اسید، دو اتم کربن با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی ندارند.
 - نفت سفید، شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است.
 - بیش از ۹۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی استفاده می‌شود.

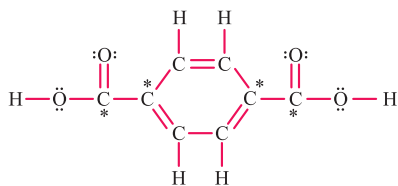
(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

- کربوکسیلیک اسیدها و استرها یک‌عاملی که شمار اتم‌های کربن یکسانی دارند، ایزومر یا همپار یکدیگر هستند؛ بنابراین داریم:

این دو ترکیب، همپار هستند. \Rightarrow $C_6H_{12}O_2 =$ اتیل بوتانوات: استر سازنده بوی آناناس
 $C_6H_{12}O_2 \Rightarrow$ هگزانوئیک اسید



- در ساختار مولکول ترفتالیک اسید، چهار اتم کربن با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی ندارند:

- نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده کربن است و سوخت هواپیما به طور عمده از آن تهیه می‌شود.

- بیش از ۹۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا، صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود که حدود نیمی از نفت یا تقریباً ۵۰ درصد آن، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه و بخش اعظم نیم دیگر نفت یا تقریباً ۴۰ درصد آن، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما استفاده می‌شود.

تست و پاسخ ۹۱

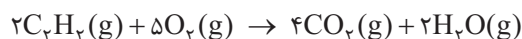
گاز اکسیژن حاصل از تجزیه ۹/۸ گرم پتاسیم کلرات ناخالص طی واکنش $2KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2KCl(s) + 3O_2(g)$ ، برای سوزاندن کامل مقداری گاز ایتین استفاده شده است. اگر در واکنش سوختن ایتین، ۶۴۸/۰ گرم آب تولید شده باشد، درصد خلوص پتاسیم کلرات اولیه کدام است؟ ($K = 39, Cl = 35/5, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

C_2H_2

(۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

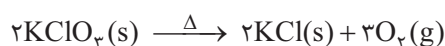
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول: با توجه به جرم آب تولیدشده در واکنش سوختن کامل ایتین، شمار مول‌های گاز اکسیژن مصرف‌شده را به دست می‌آوریم:



$$0/648 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } H_2O} = 0/09 \text{ mol } O_2$$

گام دوم: با توجه به شمار مول‌های گاز اکسیژن تولیدشده در واکنش تجزیه پتاسیم کلرات، جرم پتاسیم کلرات خالص مصرف‌شده را محاسبه می‌کنیم:



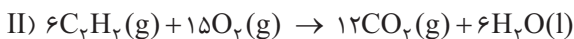
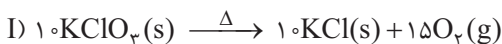
$$0/09 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } KClO_3}{3 \text{ mol } O_2} \times \frac{122/5 \text{ g } KClO_3}{1 \text{ mol } KClO_3} = 7/35 \text{ g } KClO_3$$

گام سوم: درصد خلوص پتاسیم کلرات را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص پتاسیم کلرات} = \frac{\text{جرم پتاسیم کلرات خالص}}{\text{جرم پتاسیم کلرات ناخالص}} \times 100 = \frac{7/35}{9/8} \times 100 = 75\%$$

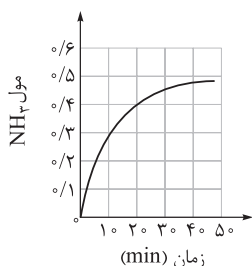


روش دوم: معادله واکنش تجزیه پتاسیم کلرات را در ۵ و معادله واکنش سوختن اتین را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب O_2 در دو معادله یکسان شود:



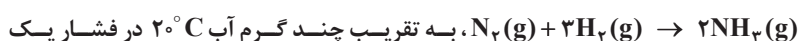
در ادامه، بین $KClO_3$ و H_2O تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{KClO_3} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{H_2O} \Rightarrow \frac{9/8 \times \frac{x}{100}}{10 \times 122/5} = \frac{0/648}{6 \times 18} \Rightarrow x = 75\%$$



تست و پاسخ ۹۲

با توجه به نمودار مقابل، با گرمای آزاد شده در ۲۰ دقیقه نخست واکنش



اتمسفر را می‌توان به جوش آورد؟ ($\Delta H = -92 \text{ kJ}$, $c_{\text{آب}} = 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$)

۷۵ (۲)	۵۵ (۱)
۸۵ (۴)	۶۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار، در ۲۰ دقیقه اول، ۰/۴ مول NH_3 تولید شده است؛ بنابراین مقدار گرمای آزاد شده بر حسب ژول طی

این مدت برابر است با:

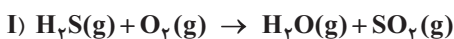
$$0/4 \text{ mol } NH_3 \times \frac{92 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } NH_3} = 18/4 \text{ kJ} = 18400 \text{ J}$$

آب در فشار ۱ atm در دمای 100°C می‌جوشد؛ بنابراین داریم:

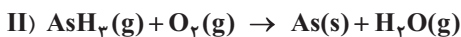
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{18400}{4/2 \times (100 - 20)} = \frac{230}{4/2} \approx 55 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۹۳

با توجه به معادله واکنش‌های داده شده، کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟



(معادله واکنش‌ها موازنه شوند.)



الف) شیب نمودار مول - زمان در یک بازه زمانی معین برای فراورده‌های واکنش (I) با یکدیگر برابر است.

ب) در ۱۰۰ ثانیه نخست واکنش (I)، شیب نمودار مول - زمان گاز O_2 ، دو برابر گاز H_2S است.

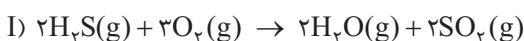
پ) در واکنش (II)، بیشترین قدر مطلق شیب نمودار مول - زمان در یک بازه زمانی معین، مربوط به یک فراورده است.

بزرگ‌ترین ضریب استوکیومتری

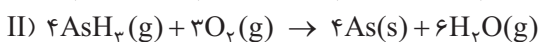
ت) در هر زمان از واکنش (II)، تعداد مول O_2 کم‌تر از تعداد مول As است.

الف - ب (۱)	الف - پ (۲)
ب - پ (۳)	پ - ت (۴)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.



الف) ضریب هر دو فراورده در واکنش (I) برابر است؛ بنابراین سرعت تولید آن‌ها و شیب نمودار مول - زمان آن‌ها، با هم برابر است.

ب) در واکنش (I)، ضریب O_2 ، ۱/۵ برابر H_2S است و نه دو برابر!

پ) درست! زیرا بزرگ‌ترین ضریب در واکنش (II)، متعلق به H_2O است که جزء فراورده‌ها می‌باشد.



● الکل سازنده اتیل هپتانوات، اتانول و الکل سازنده متیل بوتانوات، متانول است که این دو الکل، به هر نسبتی در آب حل شده و تهیه محلول سیر شده از آن‌ها امکان پذیر نیست.

● مجموع شمار پیوندهای کووالانسی اتیل هپتانوات از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{شمار پیوندهای کووالانسی} = \frac{(2 \times \text{تعداد اتم‌های اکسیژن}) + (1 \times \text{تعداد اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{تعداد اتم‌های کربن})}{2}$$

$$\Rightarrow \text{C}_9\text{H}_{18}\text{O}_2 \text{ در } \frac{(9 \times 4) + (18 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = \frac{36 + 18 + 4}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

تست و پاسخ ۹۶

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟



● همهٔ عنصرهای سازنده آمونیوم نیترات، در ساختار کولار نیز وجود دارند.

● مونومر سازنده نشاسته گندم و سلولز یکسان است.

● انسولین برخلاف روغن زیتون، درشت مولکول به شمار می‌رود.

● گروه عاملی موجود در ساختار پلی اتیلن ترفتالات، در ساختار استون نیز وجود دارد.



(۴) چهار

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

● فرمول شیمیایی آمونیوم نیترات، NH_4NO_3 است که در ساختار آن، اتم عنصرهای H، O و N وجود دارند. از طرفی کولار یکی از معروف‌ترین پلی آمیدها است که در ساختار آن، اتم عنصرهای C، H، O و N وجود دارند؛ بنابراین می‌توان گفت که همهٔ عنصرهای سازنده آمونیوم نیترات، در ساختار کولار نیز دیده می‌شوند.

● نشاسته گندم و سلولز، پلی ساکاریدهایی هستند که از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر، ساخته شده‌اند.

● انسولین همانند روغن زیتون، درشت مولکول به شمار می‌رود.

● پلی اتیلن ترفتالات (PET) نوعی پلی استر است که دارای گروه عاملی استری ($-\text{C}(=\text{O})-\text{O}-$) می‌باشد، اما استون ($\text{CH}_3-\text{C}(=\text{O})-\text{CH}_3$) گروه

عاملی کتونی ($-\text{C}(=\text{O})-$) دارد.

تست و پاسخ ۹۷

اگر در کروکسیلیک اسیدهایی با یک حلقه بنزنی و فرمول عمومی $\text{C}_6\text{H}_5(\text{CH}_2)_n\text{COOH}$ ، به ازای افزایش هر واحد n، ثابت یونش ۰/۸ برابر شود، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ (مقدار ثابت یونش بنزوئیک اسید $6/5 \times 10^{-5}$ است، $\log 13 = 1/1$)

(الف) در دما و غلظت یکسان، غلظت مولکول‌های یونیده نشده در $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{COOH}$ از بنزوئیک اسید، بیشتر است.

(ب) درصد یونش محلول ۲/۶ مولار $\text{C}_6\text{H}_5(\text{CH}_2)_2\text{COOH}$ ، برابر با ۰/۸ درصد است.

(پ) pH محلول ۲/۶ مولار بنزوئیک اسید، برابر با ۱/۹ است.

(ت) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول بنزوئیک اسید از سایر این اسیدها کم تر است.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

(۴) ب - ت

(۳) پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

مشاوره برای حل سؤال، حواست باشد که نیازی به تعیین درستی و نادرستی همهٔ عبارت‌ها نداری! همین که فهمیدی عبارت «الف»

درست و عبارت «ب» غلطه، کار تمومه؛ پاسخ می‌شه ۲!

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) در دما و غلظت یکسان، اسیدی که ثابت یونش بزرگ‌تری داشته باشد، غلظت مولکول‌های یونیده‌شده آن، بیشتر و غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده آن، کم‌تر است؛ بنابراین خواهیم داشت: $\Rightarrow K_1 > K_2$

$$C_6H_5(CH_2)_nCOOH \Rightarrow \begin{cases} n=0 \Rightarrow C_6H_5COOH : K_1 = K_a \\ n=1 \Rightarrow C_6H_5CH_2COOH : K_2 = 0/8K_a \end{cases}$$

غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده در $C_6H_5CH_2COOH < C_6H_5COOH$ غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده در C_6H_5COOH

ب) با توجه به غلظت اولیه اسید و ثابت یونش آن، درصد یونش اسید مورد نظر را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$C_6H_5(CH_2)_nCOOH \Rightarrow \begin{cases} n=0 \Rightarrow C_6H_5COOH : K = 6/5 \times 10^{-5} \\ n=2 \Rightarrow C_6H_5(CH_2)_2COOH : K = 6/5 \times 10^{-5} \times (0/8)^2 \end{cases}$$

$$K = M \cdot \alpha^2 \Rightarrow 6/5 \times 10^{-5} \times (0/8)^2 = 2/6 \times \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{6/5 \times 10^{-5} \times (0/8)^2}{2/6} = 1/6 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{1/6 \times 10^{-5}} = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow \% \alpha = \alpha \times 100 = \% 0/4$$

پ) با توجه به این که در اسید ضعیف بنزوئیک اسید، غلظت اولیه اسید تقریباً با غلظت تعادلی آن برابر است، غلظت یون‌های هیدرونیوم را به دست آورده و در نهایت، pH اسید را محاسبه می‌کنیم:



$$K_a = \frac{[H^+][C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} \xrightarrow{[H^+]=[C_6H_5COO^-]} K_a = \frac{[H^+]^2}{[C_6H_5COOH]}$$

$$6/5 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{2/6} \Rightarrow [H^+]^2 = 13 \times 13 \times 10^{-6} \Rightarrow [H^+] = 13 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

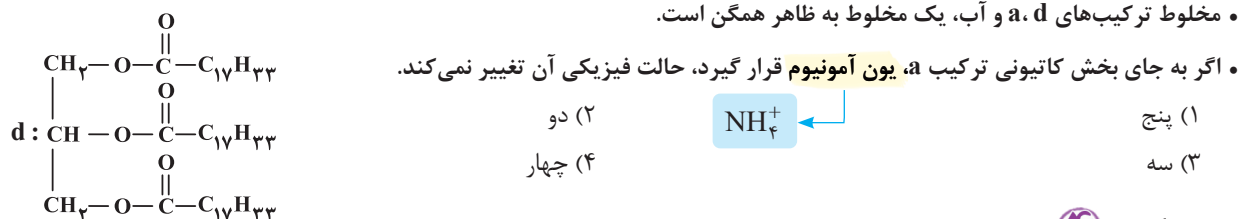
$$pH = -\log[H^+] = -\log(13 \times 10^{-3}) = -(\log 13 + \log 10^{-3}) = +3 - \log 13 = 3 - 1/1 = 1/9$$

ت) هر چه واحدهای n در کربوکسیلیک اسیدهایی با یک حلقه بنزنی و فرمول $C_6H_5(CH_2)_nCOOH$ افزایش یابد، ثابت یونش اسیدی کوچک‌تر شده و اسید ضعیف‌تر است؛ بنابراین در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول بنزوئیک اسید از سایر اسیدها بیشتر می‌باشد، زیرا قوی‌ترین اسید در بین این کربوکسیلیک اسیدها محسوب می‌شود.

تست و پاسخ ۹۸

براساس ترکیب‌های داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- a: $C_{17}H_{35}COOK$ • ترکیب‌های a و c هر دو نوعی صابون هستند.
- b: $C_{12}H_{25} - C_6H_4 - SO_3Na$ • ترکیب b برخلاف a، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت، رسوب تشکیل نمی‌دهد.
- c: C_7H_5COONa • d نشان‌دهنده یک استر سنگین سیر نشده است.
- مخلوط ترکیب‌های a، d و آب، یک مخلوط به ظاهر همگن است.



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم، سوم، چهارم و پنجم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• فرمول کلی صابون‌های جامد و مایع به ترتیب، $RCOONa$ و $RCOOK$ است که در این دو صابون، R نشان‌دهنده گروه هیدروکربنی بلند می‌باشد؛ بنابراین ترکیب a، نوعی صابون مایع محسوب می‌شود ولی ترکیب c به علت داشتن زنجیر هیدروکربنی بسیار کوچک، صابون به شمار نمی‌آید.



● ترکیب b، پاک کننده غیرصابونی است که فرمول کلی این پاک کننده ها، $RC_6H_4SO_3^-Na^+$ می باشد. پاک کننده های غیرصابونی با یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} تشکیل رسوب نمی دهند و خاصیت پاک کنندگی خود را حفظ می کنند؛ در صورتی که ترکیب a با توجه به توضیحات داده شده، پاک کننده صابونی است و این پاک کننده ها با یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} تشکیل رسوب می دهند.

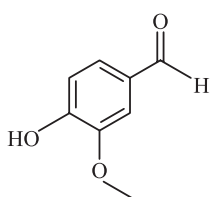
● فرمول زنجیرهای هیدروکربنی ترکیب d به صورت $C_{17}H_{33}$ بوده و در ساختار آن ها $\frac{35-33}{2} = 1$ پیوند دوگانه وجود دارد؛ بنابراین ترکیب d، یک استر سنگین سیرنشده است.

● ترکیب های a و d به ترتیب، صابون مایع و استر سنگین هستند و مخلوط استر سنگین و آب، ناپایدار است و دو لایه مجزا تشکیل می دهد. در صورتی که مقداری صابون به این مخلوط اضافه کنیم، یک کلوئید به دست می آید که مخلوطی پایدار و به ظاهر همگن است.

● صابون های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند؛ بنابراین اگر به جای بخش کاتیونی ترکیب a یا همان کاتیون K^+ ، کاتیون NH_4^+ قرار گیرد، هم چنان صابون به حالت مایع می ماند و حالت فیزیکی آن تغییری نمی کند.

تست و پاسخ ۹۹

وانیل (Vanille) نوعی ادویه و طعم دهنده است که در شیرینی پزی و تولید بستنی کاربرد دارد. با توجه به فرمول ساختاری وانیل، کدام مطلب نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1; g \cdot mol^{-1}$)



(۱) دارای گروه های عاملی آلدئیدی، اتری و هیدروکسیل است.

(۲) یکی از گروه های عاملی آن، در ترکیب آلی موجود در دارچین نیز وجود دارد.

(۳) شماره اتم های هیدروژن و کربن در وانیل، به ترتیب با شماره این اتم ها در نفتالن و هگزن برابر است.

(۴) دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی است و جرم مولی آن با جرم مولی یک آلکین ۱۱ کربنه برابر است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در ساختار وانیل، ۸ اتم هیدروژن و ۸ اتم کربن وجود دارد. در ساختار نفتالن ($C_{10}H_8$) نیز ۸ اتم هیدروژن وجود دارد، اما هگزن یک آلکن ۶ کربنی (C_6H_{12}) است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) ترکیب مورد نظر دارای گروه عاملی آلدئیدی ($-C(=O)-H$)، اتری ($-O-$) و هیدروکسیل ($-OH$) است.

(۲) ترکیب مورد نظر مانند ترکیب آلی موجود در دارچین، دارای گروه عاملی آلدئیدی است.

(۴) هر اتم اکسیژن، ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد؛ بنابراین ترکیب مورد نظر با ۳ اتم اکسیژن، در مجموع ۶ جفت الکترون ناپیوندی دارد. فرمول مولکولی این ترکیب $C_8H_8O_3$ و فرمول مولکولی یک آلکین ۱۱ کربنی، $C_{11}H_8$ بوده و جرم مولی هر دوی این ترکیب ها، ۱۵۲ گرم است:

$$C_8H_8O_3 \text{ جرم مولی} = (8 \times 12) + 8 + (3 \times 16) = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$C_{11}H_8 \text{ جرم مولی} = (11 \times 12) + 8 = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۱۰۰

در یک سلول گالوانی، واکنش: $A(s) + B^+(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + B(s)$ در حال انجام است. بر این اساس، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (معادله واکنش موازنه نشده است؛ $B = 108, A = 51; g \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$E^\circ(A^{2+}(aq)/A(s)) = -1/2 \text{ V} \text{ و } E^\circ(B^+(aq)/B(s)) = +0/8 \text{ V}$$

$$E^\circ(Zn^{2+}(aq)/Zn(s)) = -0/76 \text{ V}$$

● emf این سلول، بیش از دو برابر emf سلول گالوانی روی - هیدروژن است.

● تیغه B، کاتد سلول بوده و نقش اکسنده دارد.

● A قطب منفی سلول و B قطب مثبت سلول است.

● در صورت مصرف ۲/۱۰ گرم از فلز آند، $2/408 \times 10^{23}$ الکترون در سلول مبادله می شود.

● یون های B^+ از طریق دیواره متخلخل به سمت الکتروود A حرکت می کنند.

یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

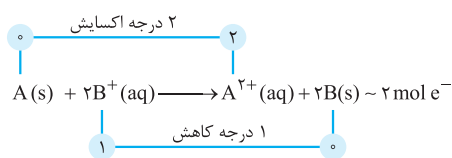
● واکنش $A(s) + 2B^+(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + 2B(s)$ در یک سلول گالوانی به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود؛ بنابراین E° با A کوچک‌تر، B با E° بزرگ‌تر، کاتد است. از طرفی با توجه به E° داده‌شده، در سری الکتروشیمیایی، Zn پایین‌تر از هیدروژن قرار دارد؛ پس در سلول گالوانی روی - هیدروژن، Zn آند و SHE کاتد است؛ در نتیجه می‌توان گفت:

$$\left. \begin{aligned} A - B \text{ سلول گالوانی } emf &= E^\circ_{B^+/B} - E^\circ_{A^{2+}/A} = 0/8 - (-1/2) = 2V \\ SHE - Zn \text{ سلول گالوانی } emf &= E^\circ_{H^+/H_2} - E^\circ_{Zn^{2+}/Zn} = 0 - (-0/76) = 0/76V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{E^\circ_{A-B}}{E^\circ_{SHE-Zn}} = \frac{2}{0/76} > 2$$

● در واکنش انجام‌شده، کاتیون‌های B^+ با گرفتن الکترون به فلز B کاهش می‌یابند و نقش اکسند را ایفا می‌کنند (کاتیون B^+ اکسند است، نه تیغه فلزی B).

● در سلول‌های گالوانی، نیم‌سلول آند قطب منفی سلول و نیم‌سلول کاتد قطب مثبت سلول است؛ بنابراین با توجه به توضیحات داده‌شده در سلول گالوانی $A - B$ ، تیغه A الکتروود آند و قطب منفی سلول و تیغه B الکتروود کاتد و قطب مثبت سلول می‌باشد.

● با توجه به معادله موازنه‌شده واکنش انجام‌شده، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول گالوانی مورد نظر به ازای مصرف $10/2$ گرم فلز آند را به صورت مقابل به دست می‌آوریم:



$$10/2 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{51 \text{ g A}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol A}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-} = 2/408 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

● کاتیون‌های A^{2+} تولیدشده در نیم‌سلول آندی از طریق دیواره متخلخل به سمت الکتروود B حرکت می‌کنند، اما کاتیون‌های B^+ در نیم‌سلول کاتدی کاهش می‌یابند و به سمت الکتروود دیگر حرکت نمی‌کنند.

تست و پاسخ ۱۰۱

کدام مطلب درباره سلول سوختی متان - اکسیژن و سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب، درست است؟

- (۱) در هر دو سلول، الکترون‌ها در مدار بیرونی از قطب منفی به مثبت جریان می‌یابند.
- (۲) تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در اثر اکسایش ۱ مول کاهنده در سلول سوختی، ۲ برابر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در تولید یک مول گاز در آند سلول الکترولیتی است.
- (۳) حضور یکی از فراورده‌های سلول سوختی در برقکافت سدیم کلرید، مانع از تولید فلز سدیم خواهد شد.
- (۴) در فرایند برقکافت، یون Na^+ به سمت آند و یون Cl^- به سمت کاتد می‌رود.

پاسخ: گزینه ۳

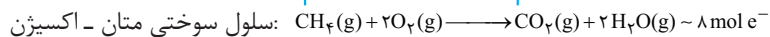
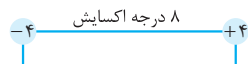
پاسخ تشریحی فراورده‌های سلول سوختی متان - اکسیژن، کربن دی‌اکسید و آب هستند که حضور آب در برقکافت سدیم کلرید مذاب، مانع از تولید فلز سدیم می‌شود، زیرا در رقابت کاتدی، مولکول‌های آب در برابر کاتیون‌های سدیم برنده هستند؛ به همین علت در این سلول الکترولیتی از سدیم کلرید مذاب به جای محلول سدیم کلرید استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

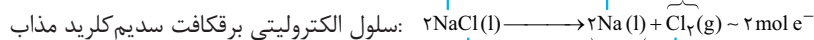
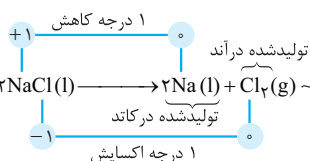
(۱) سلول سوختی متان - اکسیژن، نوعی سلول گالوانی و سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب، نوعی سلول الکترولیتی محسوب می‌شود. جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی در سلول‌های گالوانی، از قطب منفی (آند) به قطب مثبت (کاتد) و جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی در سلول‌های الکترولیتی، از قطب مثبت (آند) به قطب منفی (کاتد) است.



۲) با توجه به معادله موازنه شده واکنش های سلول سوختی متان - اکسیژن و سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب، خواهیم داشت:



I) $1 \text{ mol CH}_4 \times \frac{8 \text{ mol e}^-}{1 \text{ mol CH}_4} = 8 \text{ mol e}^-$



II) $1 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{2 \text{ mol e}^-}{1 \text{ mol Cl}_2} = 2 \text{ mol e}^-$

$\Rightarrow \frac{\text{I}}{\text{II}} = \frac{8}{2} = 4$

۴) در سلول الکترولیتی مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب، کاتیون ها (Na^+) به سمت کاتد و آنیون ها (Cl^-) به سمت آند می روند.

تست و پاسخ ۱۰۲

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



• مولکول چهار اتمی استیلین، ساختاری خطی داشته و ناقطبی است.

• اگر در مولکول AB_3 ، عناصر A و B متعلق به یک گروه باشند، این مولکول قطبی است.

• گشتاور دوقطبی مولکول کربونیل سولفید همانند مولکول کلروفرم، بزرگ تر از صفر است.

• در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول دی متیل اتر، اتم اکسیژن رنگ سرخ دارد.



چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

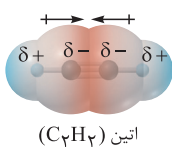
یک (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت ها:

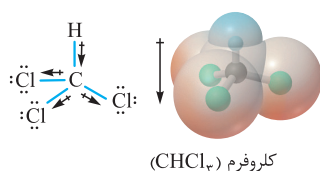
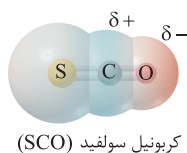
• مولکول ۴ اتمی استیلین یا همان اتین با فرمول مولکولی C_2H_2 ، یک مولکول ناقطبی به شمار می رود که ساختاری خطی دارد.

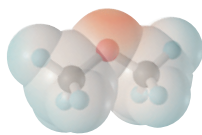


• در مولکول SO_3 ، عناصر S و O هر دو متعلق به گروه ۱۶ جدول تناوبی هستند، ولی این مولکول ناقطبی می باشد؛ زیرا توزیع الکترون ها پیرامون اتم مرکزی این مولکول، متقارن است.



• مولکول کربونیل سولفید با فرمول شیمیایی SCO و مولکول کلروفرم با فرمول شیمیایی CHCl_3 ، هر دو قطبی هستند و گشتاور دوقطبی بزرگ تر از صفر دارند؛ زیرا اتم های اطراف اتم مرکزی دارای خصلت نافلزی متفاوتی هستند و توزیع الکترون ها یکنواخت نیست.





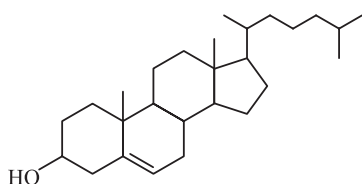
مولکول قطبی دی‌متیل اتر



● در مولکول دی‌متیل اتر با فرمول شیمیایی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ یا $\text{CH}_3\text{---O---CH}_3$ ، خاصیت نافلزاتی اتم O از اتم‌های C و H، بیشتر است؛ بنابراین در این مولکول، تراکم بار الکتریکی منفی روی اتم O می‌باشد و در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی این مولکول، اتم O به رنگ سرخ است.

تست و پاسخ ۱۰۳

در مولکولی با ساختار مقابل، نسبت شمار کل اتم‌های کربن به شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر، کدام است؟



۶ / ۷۵ (۲)

۴ / ۵ (۱)

۹ (۴)

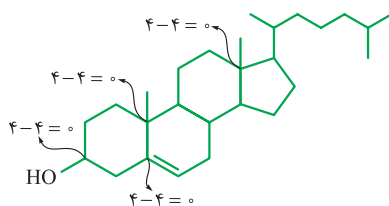
۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

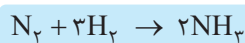
پاسخ تشریحی

ترکیب مورد نظر در مجموع دارای ۲۷ اتم کربن است و در ساختار آن، ۳ اتم کربن که فقط به اتم‌های کربن دیگر متصل‌اند و یک اتم کربن (---CH) متصل به گروه OH، عدد اکسایش صفر دارند؛ بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

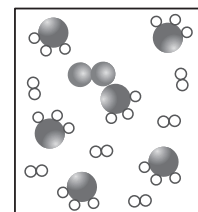
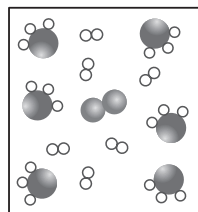
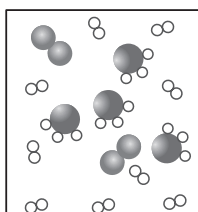
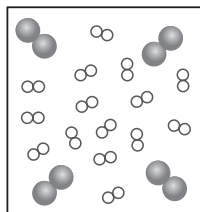
$$\frac{27}{4} = 6 / 75$$



تست و پاسخ ۱۰۴



شکل‌های زیر، پیشرفت واکنش تعادلی فرایند هابر را در دمای معین نشان می‌دهد. مقدار ثابت تعادل این واکنش به تقریب کدام است و در ۲۰ دقیقه دوم واکنش، سرعت واکنش چند مول بر لیتر بر دقیقه می‌باشد؟ (حجم ظرف را ده لیتر و هر ذره را ۰/۱ مول در نظر بگیرید.)



$3 \times 10^{-4} - 1667$ (۲)

$5 \times 10^{-4} - 166 / 7$ (۱)

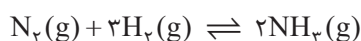
$5 \times 10^{-4} - 1667$ (۴)

$3 \times 10^{-4} - 166 / 7$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

در شکل‌های داده‌شده مولکول دواتمی بزرگ‌تر همان گاز N_2 ، مولکول دواتمی کوچک‌تر همان H_2 و مولکول چهاراتمی همان NH_3 است و با توجه به این‌که در زمان‌های ۴۰ و ۶۰ دقیقه، غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش تغییری نکرده است، تعادل ۴۰ دقیقه پس از شروع واکنش برقرار شده است؛ در نتیجه می‌توان گفت که در سامانه تعادلی، ۰/۱ مول N_2 (۰/۱ = ۱ × ۰/۱)، ۰/۶ مول H_2 (۰/۶ = ۱ × ۰/۱) و ۰/۶ مول NH_3 (۰/۶ = ۶ × ۰/۱) وجود دارد؛ پس خواهیم داشت:



$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{N}_2] \cdot [\text{H}_2]^3} = \frac{(\frac{0.6}{10})^2}{(\frac{0.1}{10}) \times (\frac{0.6}{10})^3} = \frac{10000}{6} \approx 1667$$



برای قسمت دوم سؤال، با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش، رابطه سرعت متوسط واکنش و سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد را به صورت زیر می نویسیم و به دلخواه سرعت متوسط مصرف گاز N_2 را در 20° دقیقه دوم واکنش یا همان زمان های 20 تا 40 دقیقه به دست می آوریم:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(N_2)}{1} = \frac{\bar{R}(H_2)}{3} = \frac{\bar{R}(NH_3)}{2} \Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(N_2) = \frac{\bar{R}(H_2)}{3} = \frac{\bar{R}(NH_3)}{2}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(N_2) = -\frac{\Delta[N_2]}{\Delta t} = -\frac{\frac{(1-2) \times 0.1 \text{ mol}}{10 \text{ L}}}{20 \text{ min}} = \frac{0.1}{10 \times 20} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

تست و پاسخ ۱۰۵

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست اند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

- الف) در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم های کربن، برابر با ۱۲ است.
 ب) در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن، برابر با ۲ است.
 پ) متانول به الکل معمولی معروف است و در صنعت از واکنش گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن به دست می آید.
 ت) از اکسایش 0.1 مول پارازایلن و 0.1 مول اتن، در مجموع $22/8$ گرم ترکیب آلی به دست می آید.

ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول

(۲) الف - ت
(۴) ب - ت

C_7H_6

C_8H_{10}

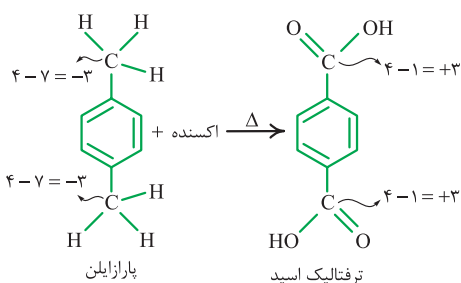
(۱) الف - پ
(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۳

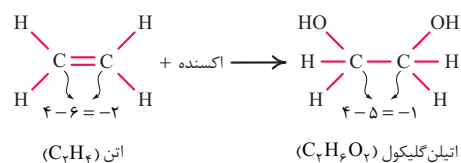
پاسخ تشریحی عبارت های «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

الف) در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم های کربن حلقه بنزن تغییر نمی کنند، اما عدد اکسایش کربن در دو گروه متیل از -3 به $+3$ می رسد؛ پس هر اتم کربن، ۶ درجه اکسایش می یابد؛ بنابراین به ازای تبدیل هر مولکول پارازایلن به یک مولکول ترفتالیک اسید، مجموع عدد اکسایش اتم های کربن، ۱۲ واحد افزایش می یابد:



ب) در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، عدد اکسایش هر اتم کربن از -2 به -1 می رسد؛ پس هر اتم کربن، ۱ درجه اکسایش می یابد:



پ) در صنعت از واکنش میان گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن، متانول تهیه می شود، اما اتانول به الکل معمولی معروف است، نه متانول!
 ت) از اکسایش 0.1 مول پارازایلن، 0.1 مول ترفتالیک اسید ($C_8H_6O_4 = 166 \text{ g.mol}^{-1}$) و از اکسایش 0.1 مول اتن، 0.1 مول اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2 = 62 \text{ g.mol}^{-1}$) به دست می آید؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$22/8 \text{ g} = 0.1(166 + 62) = 22/8 \text{ g}$$