121

A

یکشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۴

گروه آموزشی ماز

# آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۲) ـ علوم ریاضی و فنی

## آزمون اختصاصی ـ دفترچه ۱

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سوال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخگویی |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ریاضیات | ۴۰ | ۱ | ۴۰ | ۷۰ دقیقه |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش(الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- $m$ عددی طبیعی بوده و بازهٔ $(۲m+۵, \frac{۹m+۲۸}{m+۲})$ شامل دقیقاً چهار عدد مربع کامل است. چند مقدار برای $m$ وجود دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۵

۲- بین دو عدد ۳۱ و ۱۶۷ به تعداد $m$ واسطه حسابی درج کرده‌ایم به طوری که اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطهٔ درج شده برابر ۱۲۰ است. مجموع تمام واسطه‌های درج شده، کدام است؟

۱) ۱۴۹۴ ۲) ۱۵۹۴ ۳) ۱۴۸۴ ۴) ۱۵۸۴

۳- عبارت $P(x)=\frac{x^۲-۳x}{x^۳-ax^۲+bx}$ فقط در بازهٔ $(-\infty,-۵)$ منفی است. مجموعه جواب نامعادلهٔ $\sqrt{ax-b}\geq x+۱$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۷

۴- معادلهٔ $(m+۱)x^۴+(۲m-۴)x^۲-۳=۰$، به ازای چه مقادیری از $m$ فاقد ریشهٔ حقیقی خواهد بود؟

۱) هیچ مقدار $m$ ۲) هر مقدار $m$ ۳) $m<-۱$ یا $m>۲$ ۴) $m<-۱$

۵- اگر معادلهٔ $[x-۲]=۴k+[[x]+۳[x]]$ جواب داشته باشد، $k$ چند مقدار طبیعی دو رقمی می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

۶- اگر $(۰/۲۱۶)^{x^۲}=(\frac{۵}{۳})^{-۵x+۲}$ باشد، حاصل عبارت $\log_{۵۱۲}^{\sqrt[۳]{۱۰-۱۲x}}\times A=۲۵^{\log_{\sqrt{۱۲۵}}^{(۳x+۶)}}$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۷}$

۷- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)=x^۵-۴x^۳+ax^۲+bx-۳$ بر $(x^۲-۳x+۲)$ برابر $۶x-۱$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(-x)$ بر $(x+۳)$ کدام است؟

۱) ۱۸۲ ۲) ۱۴۱ ۳) ۲۸۳ ۴) ۲۷۳

۸- اگر $f(x)=۴x-|x-۲|$، آن‌گاه دامنه تابع $g(x)=\sqrt{fof(x)-f(\frac{۷x-۱}{۲})}$ به صورت $[a,b]$ خواهد بود. حاصل $۳a+b$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹- تابع $f(x)=(۲x-۵)(۴x^۲+۴x+۱۳)$ مفروض است. ضابطهٔ وارون تابع $g(x)=۱-۲f^{-۱}(x-۱)$ کدام است؟

۱) $-x^۳+۶۳$ ۲) $x^۳+۶۳$ ۳) $-x^۳-۶۳$ ۴) $x^۳-۶۳$

۱۰- حاصل عبارت $A=|\sin ۲۵^\circ-\cos ۲۵^\circ|-|\sin ۶۵^\circ-\cos ۶۵^\circ|+|\sin ۱۵^\circ-\cos ۱۵^\circ|$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۱۱- معادلهٔ $\cos ۴x=۲\cos^۲(۲x-\frac{\pi}{۴})$ در بازهٔ $[۰,\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۲- اگر $f(x)=\frac{\left[\tan\frac{\pi}{۴}x\right]+\sin^۲(۲\pi x)}{x^{۱۰}-۲x^۵+۱}$، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{x\to ۰} f(\cos x)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۲}{۲۵}$ ۲) $\frac{۳\pi^۲}{۲۵}$ ۳) $\frac{۴\pi^۲}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲\pi^۲}{۲۵}$

۱۳- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x^۳-۱۲x^۲+۳۲x)\left[\frac{۱}{۴}x-۲\right]$ در بازهٔ $(-۲,۲۰)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ( $[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

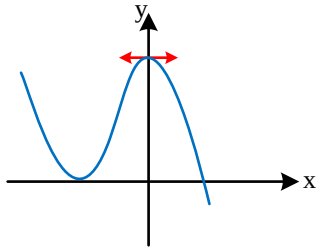
۱۴- اگر $f(x)=\frac{x^۵-۳x^۲}{x^۲+۲}$ و $g(x)=\frac{۲x^۳+۳x^۲}{x^۲+۲}$، دراین صورت حاصل $g'(۲\sqrt{۴۵})+f'(۳\sqrt{۲۰})$ کدام است؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۶۳۰

۱۵- به ازای چند مقدار صحیح a تابع $f(x)=\frac{(a+۳)x+۵}{۲x+a}$ روی بازهٔ $(-\infty,۱)$ نزولی است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۶

۱۶- نمودار تابع $f(x)=-۲x^۳+۶ax^۲+(۲b-۱)x+۸$ به شکل مقابل است. اگر در نقطهٔ عطف تابع، مماسی بر نمودار تابع f رسم کنیم، این خط مماس محور xها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟




۱) $-\frac{۳}{۲}$
۲) $-\frac{۴}{۳}$
۳) $-۲$
۴) $-\frac{۵}{۳}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۱۷- اگر وارون ماتریس $A$، ماتریس $-A^۲$ باشد، ماتریس $A+A^۲+A^۳+...+A^{۱۰۰}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $A$ ۲) $A^۲+I$ ۳) $A^۲$ ۴) $A^۲-I$

۱۸- مجموع درایه‌های ماتریس $\left(\begin{bmatrix}۱&۴&۷\\۲&۵&۸\\۳&۶&۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۲&۴\\۱&۳&۵\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱۵ ۴) ۴۵

۱۹- مرکز دایره $x^۲+y^۲=۹$ کانون یک سهمی است. اگر این دایره بر خط هادی آن سهمی در $D$ مماس باشد و سهمی را در ۲ نقطه $A$ و $B$ قطع کند، مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABD}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۹ ۴) ۱۸

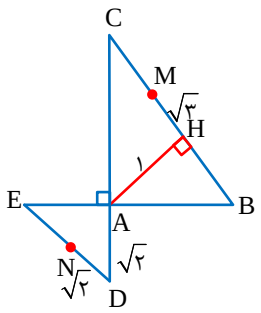
۲۰- یک بیضی در رأس‌های غیرکانونی بر دایره $C_۱: x^۲+y^۲-۶x+۶y+۲=۰$ و در رأس‌های کانونی بر دایره $C_۲: x^۲+y^۲-۶x+۶y-۷=۰$ مماس است. از کانون این بیضی خطی بر قطر کانونی آن عمود می‌کنیم. این خط دایره $C_۲$ را در $A$ و $B$ قطع می‌کند. طول $AB$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۳

۲۱- $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$، سه بردار یکه هستند که $\vec{a}+۲\vec{b}+۳\vec{c}=\vec{O}$ است. حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-۱$ ۳) ۱ ۴) $-۲$

۲۲- در شکل مقابل، $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{ADE}$ مثلث قائم‌الزاویه هستند و $M$ و $N$ وسط وترهای آن‌ها هستند. اگر $MH=\sqrt{۳}$ و $AH=۱$ و $ND=AD=\sqrt{۲}$ باشد، فاصله دو نقطه $M$ و $N$ کدام است؟

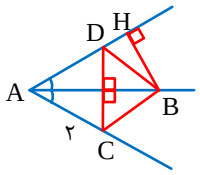



۱) $۱+\sqrt{۲}$
۲) $۲+\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\sqrt{۱۰}$

محل انجام محاسبات

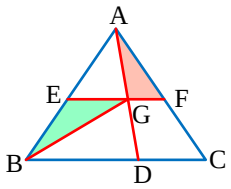
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۳- در شکل مقابل، $AB$ نیمساز زاویه $D\hat{A}C$ است. اگر $AB=۵$، $AC=۲$ و $S_{A\hat{B}C}=۴$ و $CD\perp AB$ باشد، $S_{B\hat{H}D}$ کدام است؟



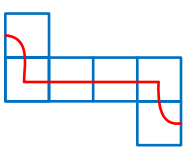
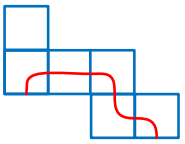
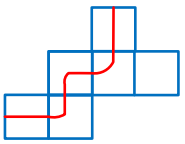
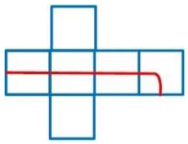

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲/۵

۲۴- در شکل مقابل، $FC=AF$ و $BC=۳DC$ و $EF\|BC$ است. $\frac{S_{E\hat{G}B}}{S_{A\hat{F}G}}$ کدام است؟




۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۵- روی وجه‌هایی از یک مکعب، خم بسته‌ای کشیده‌ایم. کدام گزینه شکل گسترده آن است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۲۶- در یک ذوزنقه که هم محیطی و هم محاطی است، اگر قاعده بزرگ ۴ برابر قاعده کوچک باشد، مجموع دو ساق چند برابر شعاع دایره محاطی آن است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۲۷- طول کوتاه‌ترین مسیر از نقطه $A=(۳,۳)$ به نقطه $B=(-۳,۱)$ به طوری که ۳ واحد آن روی محور $x$ها باشد، کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۴(\sqrt{۳}+۱)$

۲۸- از ۳ نقطه $A=(۱,۲,۳)$ و $B=(۱,۱,۱)$ و $C=(۰,۱,۱)$ یک صفحه می‌گذرد. فاصله نقطه $D=(۳,۰,۰)$ از این صفحه کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۲۹- ضریب تغییرات داده‌های کدام گزینه بیشتر است؟

۱) $۱,۲,۳,۴,۵$ ۲) $۶,۷,۸,۹,۱۰$ ۳) $۱,۳,۵,۷,۹$ ۴) $۲,۴,۶,۸,۱۰$

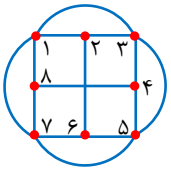
۳۰- باقی‌مانده $۲۰۲۳^{۲۰۲۳}$ بر ۵۶ کدام است؟

۱) ۵۵ ۲) ۷ ۳) ۱ ۴) صفر

۳۱- معادله $۱۱۹x+۲۸۹y=۲۰۲۳$، چند دسته جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱) جواب صحیح و نامنفی ندارد. ۲) ۱ دسته
۳) دو دسته ۴) بیش از ۲ دسته

۳۲- در گراف شکل مقابل، چند دور به طول ۴ وجود دارد؟




۱) ۱
۲) ۴
۳) ۵
۴) بیش از ۵

۳۳- معادلهٔ $x_۳+۲x_۲+۲x_۱=۱۹$، چند دسته جواب طبیعی دارد که $x_۳\le ۳$ و $x_۲>۲$ باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۴۵ ۳) ۱۰۵ ۴) ۲۱۰

۳۴- چند تابع از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳عضوی وجود دارد که نه یک‌به‌یک باشد نه پوشا؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۵ ۳) ۷۹ ۴) ۸۱

۳۵- گراف ۲-منتظم $G$ از مرتبه ۱۳ دارای بزرگ‌ترین عدد احاطه‌گری است. این گراف حداکثر چند دور دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۳۶- $(p\Rightarrow\sim q)\Rightarrow p$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) $(p\vee(\sim q))\vee p$ ۲) $(p\vee(\sim q))\wedge p$ ۳) $(q\wedge p)\vee q$ ۴) $(q\wedge(\sim p))\vee q$

۳۷- مجموعه $A-(B-C)$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) $(A-B)-C$ ۲) $(A-B)\cup(A-C)$ ۳) $(A-B)\cap(A-C)$ ۴) $(A-B)\cup(A\cap C)$

۳۸- ۴ جفت کفش در یک جاکفشی قرار دارد. ۴ لنگه برمی‌داریم. با چه احتمالی، هیچ جفت کفشی انتخاب نشده است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۸}{۳۵}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۳۹- در یک ظرف، ۱ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد. مهره‌ای به تصادف از آن خارج می‌کنیم، اگر مهره سفید بود آن را به همراه ۲ مهره سفید دیگر به ظرف باز می‌گردانیم و اگر سیاه بود آن را کنار می‌گذاریم. با چه احتمالی، پس از ۳ مرحله انجام این آزمایش در ظرف، ۴ مهره وجود خواهد داشت؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۴۰- دو ظرف مشابه داریم. در ظرف اول، یک مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد. از ظرف اول، یک مهره برمی‌داریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس از ظرف دوم، یک مهره برمی‌داریم. اگر سیاه باشد، با چه احتمالی مهره‌ای که از ظرف اول در ظرف دوم قرار دادیم، همان مهره‌ای است که از ظرف دوم برداشته‌ایم؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

122

A

یکشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۴

گروه آموزشی ماز

# آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۲) ــ علوم ریاضی و فنی

## آزمون اختصاصی ــ دفترچه ۲

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سوال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخگویی | ملاحظات |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۲ | فیزیک | ۳۵ | ۴۱ | ۷۵ | ۴۵ دقیقه | ۶۵ سوال |
| ۳ | شیمی | ۳۰ | ۷۶ | ۱۰۵ | ۳۰ دقیقه | ۷۵ دقیقه |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش(الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

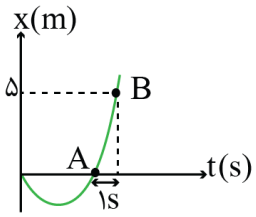
۴۱- ابعاد یک استخر $۶m \times ۱۲۵۰cm \times ۰/۰۵hm$ است. اگر توسط یک شیر آب، با آهنگ $۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{L}{\mu s}$ آب درون استخر ریخته شود، پس از چند دقیقه استخر پر از آب خواهد شد؟

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

۴۲- متحرکی فاصله‌ای را در جهت محور x طی می‌کند و سپس بخشی از این فاصله را باز می‌گردد. اگر اندازه سرعت متوسط در کل مسیر ۰/۶ برابر تندی متوسط در کل مسیر باشد، طول مسیر برگشت چند درصد طول مسیر رفت است؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۲۵ ۴) ۷۵

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل مقابل می‌باشد. اگر تندی متحرک در نقطه B برابر $۶ \frac{m}{s}$ باشد، در فاصلهٔ چند متری از مبدأ مختصات، تندی متحرک $۲ \frac{m}{s}$ است؟




۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

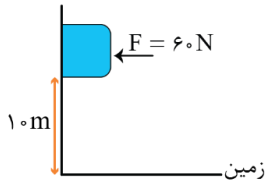
۴۴- متحرکی به جرم ۲۰۰ گرم در مسیر مستقیم با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۶۰ متری سرعت آن به $۱۲ \frac{m}{s}$ می‌رسد. چند ثانیه پس از شروع حرکت، بزرگی تکانهٔ متحرک به ۳/۶ واحد SI می‌رسد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۴۵- جسمی روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد. در لحظهٔ $t=۰$، نیروی افقی $F=۲۴N$ به مدت ۴ ثانیه به جسم وارد می‌شود و جسم مسافت ۲۴ متر را روی سطح افقی طی می‌کند. سپس در لحظهٔ $t=۴s$، نیروی F بدون تغییر جهت، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد و جسم با شتاب $۴ \frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. جرم جسم چند کیلوگرم است و بزرگی نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g=۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۶، ۶۰ ۲) ۶، $۶\sqrt{۱۰۱}$ ۳) ۱۲، ۶۰ ۴) ۱۲، $۶\sqrt{۱۰۱}$

۴۶- در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F به دیوار فشرده است و در آستانهٔ سقوط قرار دارد. اگر بزرگی نیروی F را ۲۰N کاهش دهیم، جسم پس از چند ثانیه به زمین برخورد می‌کند؟ (ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و دیوار به ترتیب $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۸}$ است و $g=۱۰ \frac{N}{kg}$)




۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

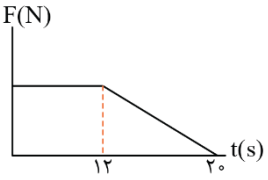
محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۴۷- چتربازی از ارتفاع نسبتاً زیادی از سطح زمین پرش می‌کند. در لحظهٔ $t_1$ چترباز هنوز چتر خود را باز نکرده و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر آن، $640N$ است اما در لحظهٔ $t_2$ چترباز چتر خود را باز کرده و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر آن $f'_D$ می‌باشد. اگر بزرگی شتاب چترباز در دو لحظهٔ $t_1$ و $t_2$ به ترتیب $2\frac{m}{s^2}$ و $1/5\frac{m}{s^2}$ باشد، اندازهٔ نیروی $f'_D$ و اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در لحظهٔ رسیدن چترباز به تندی حدی به ترتیب از راست به چپ چند نیوتن است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

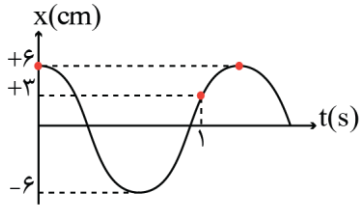
۱) ۶۸۰، ۶۵۰ ۲) ۶۸۰، ۸۰۰ ۳) ۹۲۰، ۶۵۰ ۴) ۹۲۰، ۸۰۰

۴۸- شکل مقابل، نمودار نیروی خالص وارد بر یک جسم نیم کیلوگرمی را برحسب زمان نشان می‌دهد. اگر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=20s$ برابر $8N$ و تندی گلوله در لحظهٔ $t'=12s$ برابر $15\frac{m}{s}$ باشد، تندی گلوله در لحظهٔ $t_2=20s$ چند متر بر ثانیه است؟



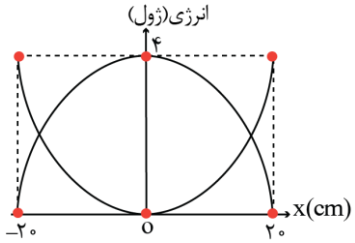

۱) ۴۰
۲) ۵۵
۳) ۸۰
۴) ۹۵

۴۹- نمودار مکان - زمان حرکت نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. تندی متوسط این نوسانگر در بازهٔ $t=0/05s$ تا $t=1/85s$ چند متر بر ثانیه است؟



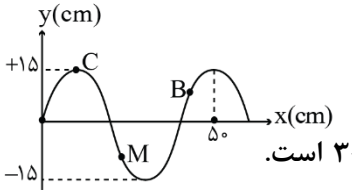

۱) ۰/۰۱
۲) ۰/۰۲
۳) ۰/۱
۴) ۰/۲

۵۰- نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل سامانه جرم - فنری که روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد مطابق شکل است. جرم این نوسانگر ۱۲۵۰ گرم و حداکثر طول فنر در حین نوسان ۱۳۰ سانتی‌متر است شتاب این نوسانگر در لحظه‌ای که طول فنر ۱۱۵ سانتی‌متر است چند متر بر مربع ثانیه می‌باشد؟




۱) +۸
۲) -۸
۳) +۲۴
۴) -۲۴

۵۱- نقش یک موج عرضی که در طول یک طناب به چگالی $8\frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع $2mm^2$ منتشر شده است در لحظه $t=0$ مطابق شکل زیر است. اگر نیروی کشش طناب $6/4N$ باشد و انرژی پتانسیل ذرهٔ B در این لحظه در حال افزایش باشد، چند مورد از موارد زیر در مورد این موج نادرست است؟




الف) جهت انتشار موج خلاف جهت محور x است.
ب) جهت شتاب ذرهٔ M در این لحظه خلاف جهت محور y است.
ج) مسافتی که موج و هر ذره از محیط در مدت یک ثانیه طی می‌کند به ترتیب $0/4m$ و $30m$ است.
د) تندی ذرهٔ C پس از ۵ میلی‌ثانیه برای اولین بار بیشینه خواهد شد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

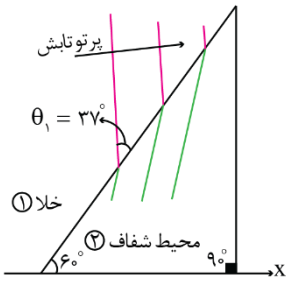
محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۵۲- یک طعمه که در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از یک عقرب ماسه‌ای قرار دارد بر اثر حرکت خود دو موج طولی و عرضی تولید می‌کند، که تندی موج طولی ۴ برابر تندی موج عرضی است. اگر این دو موج با اختلاف زمانی $۳/۷۵ms$ به پای عقرب برسند، مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج طولی از طعمه به عقرب برسد چند میلی‌ثانیه است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۵۳- شکل زیر جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که از خلا بر مرز دو محیط فرود آمده‌اند، اگر بسامد این موج $۵۰۰THz$ و فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی در خلا، ۱۰۰ نانومتر بیشتر از فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی در محیط شفاف (۲) باشد، زاویهٔ شکست در محیط شفاف (۲) چند درجه است؟ $(\sin ۳۷^\circ = \cos ۵۳^\circ = ۰/۶ \ , \ c = ۳\times ۱۰^۸ \frac{m}{s})$




۱) ۳۰
۲) ۳۷
۳) ۵۳
۴) ۶۰

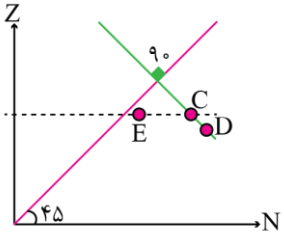
۵۴- شخصی که قطر مردمک چشم آن ۲ میلی‌متر است در فاصله یک کیلومتری یک لامپ رشته‌ای ۲۰ واتی قرار گرفته است. اگر فقط ۲ درصد انرژی فوتون‌های رؤیت شده توسط چشمان شخص در ناحیه ۶۰۰ نانومتر قرار گرفته باشد، در مدت ۵ دقیقه چند فوتون با این طول‌موج وارد مردمک‌های دو چشم شخص شده است؟ $(h = ۶\times ۱۰^{-۳۴} J.s \ , \ c = ۳\times ۱۰^۸ \frac{m}{s})$

۱) $۲\times ۱۰^۸$ ۲) $۴\times ۱۰^{۲۰}$ ۳) $۱۰^۸$ ۴) $۱۰^{۲۰}$

۵۵- الکترون اتم هیدروژن در تراز $n = ۶$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، طول موج پرانرژی‌ترین فوتون مرئی که الکترون می‌تواند گسیل کند چند نانومتر است و در این گذار شعاع مدار چند برابر می‌شود؟ $(R = ۰/۰۱ nm^{-۱})$

۱) $\frac{۱}{۹}$، ۴۱۰ ۲) $\frac{۴}{۹}$، ۴۱۰ ۳) $\frac{۱}{۹}$، ۴۵۰ ۴) $\frac{۴}{۹}$، ۴۵۰

۵۶- با توجه به جایگاه هسته‌های C، D و E در نمودار تغییرات عدد اتمی برحسب عدد نوترونی، در واکنش‌های هسته‌ای زیر x و y به ترتیب کدام می‌تواند باشد؟




$C \rightarrow x + D$
$C \rightarrow ۲\beta^- + y + E$

۱) $\beta^+$، $\alpha$
۲) $\beta^+$، $۲\beta^+$
۳) $\beta^-$، $\alpha$
۴) $\beta^-$، $۲\beta^+$

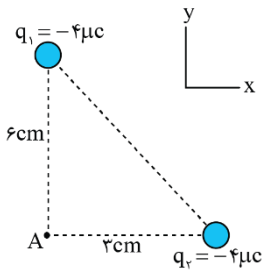
۵۷- از یک جسم کوچک و خنثی به جرم ۲ گرم، $۶/۲۵\times ۱۰^{۱۳}$ الکترون خارج می‌کنیم و سپس آن را در میدان الکتریکی یکنواخت $E = ۴\times ۱۰^۵ \frac{N}{C}$ بدون تندی اولیه رها می‌کنیم. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در مدت یک میلی‌ثانیه چند ژول است؟ $(e = ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} C$ و نیروی وزن ناچیز است.)

۱) $-۰/۰۰۴$ ۲) $۰/۰۰۴$ ۳) $-۰/۰۰۸$ ۴) $۰/۰۰۸$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸- در شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در SI کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$

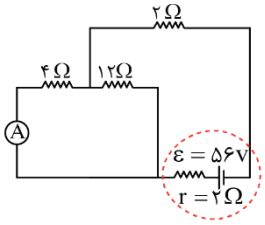



۱) $۱۰^{۷}(۴\vec{i} + \vec{j})$
۲) $۱۰^{۷}(\vec{i} + ۴\vec{j})$
۳) $۱۰^{۷}(\vec{i} - ۴\vec{j})$
۴) $۱۰^{۷}(۴\vec{i} - \vec{j})$

۵۹- خطوط میدان الکتریکی یکنواختی در راستای نیمساز ربع اول صفحهٔ مختصات xoy است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $A\begin{vmatrix}۶cm\\۶cm\end{vmatrix}$ و مبدأ مختصات به ترتیب برابر ۲۰V و ۶V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $B\begin{vmatrix}-۳cm\\۳cm\end{vmatrix}$ چند ولت است؟

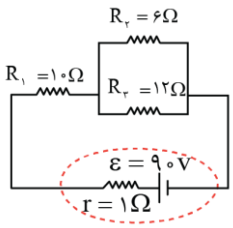
۱) ۶ ۲) ۲۰ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

۶۰- در مدار زیر، اگر به جای مقاومت ۴Ω، یک مقاومت ۶Ω قرار دهیم، عدد آمپرسنج ایده‌آل ..... آمپر ..... می‌یابد.



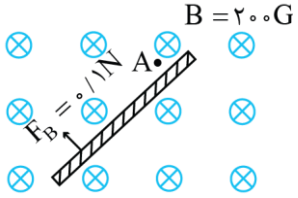

۱) ۱، کاهش
۲) ۱، افزایش
۳) $\frac{۴}{۳}$، کاهش
۴) $\frac{۴}{۳}$، افزایش

۶۱- در مدار زیر، انرژی که در مدت یک دقیقه در مقاومت $R_۱$ به گرما تبدیل می‌شود، ..... ژول ..... از انرژی است که در مدت دو دقیقه در مقاومت $R_۲$ به گرما تبدیل می‌شود.




۱) ۱۰۰۸۰، کمتر
۲) ۱۱۵۲۰، کمتر
۳) ۱۰۰۸۰، بیشتر
۴) ۱۱۵۲۰، بیشتر

۶۲- مطابق شکل، سیم بلند حامل جریان الکتریکی درون میدان مغناطیسی یکنواختی قرار گرفته است و نیروی مغناطیسی $F_B$ در جهت نشان داده شده به هر متر آن وارد می‌شود. جریان گذرنده از این سیم چند آمپر است و جهت میدان مغناطیسی حاصل از این سیم در نقطهٔ A کدام است؟




۱) ۵، ⊙
۲) ۵، ↖
۳) ۲، ⊙
۴) ۲، ↖

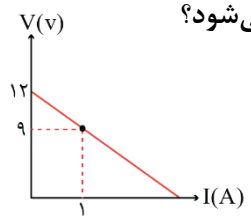
۶۳- یک سیملولهٔ آرمانی که دارای ۲۰۰ دور سیم در یک متر است را به یک باتری با نیروی محرکهٔ ۶V و مقاومت درونی ۱/۵Ω وصل می‌کنیم. پس از گذشت زمان طولانی، میدان مغناطیسی روی محور سیملوله چند گاوس می‌شود؟
$(\mu_۰ \simeq ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۹/۶ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۱۰/۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۶۴- القاگری آرمانی با ضریب خودالقاوری $6mH$ را به یک باتری متصل می‌کنیم. اگر نمودار تغییرات ولتاژ باتری برحسب جریان آن مطابق شکل باشد، انرژی ذخیره شده در القاگر پس از گذشت زمان‌های طولانی چند میلی‌ژول می‌شود؟

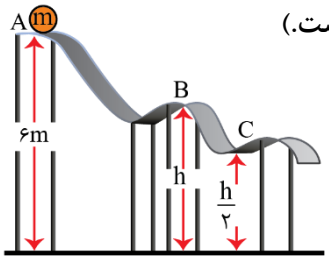



۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۹۶
۴) ۱۰۰

۶۵- جرم اتاقک آسانسوری $660kg$ است و باری به جرم $540kg$ درون آن قرار دارد. اگر آسانسور با تندی ثابت $0/8\frac{m}{s}$ به اندازهٔ ۶۰ متر بالا برود، توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

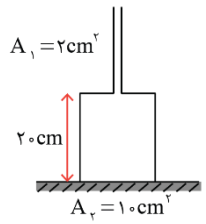
۱) ۹/۶ ۲) ۸ ۳) ۸/۴ ۴) ۶/۶

۶۶- مطابق شکل، جسمی به جرم $m$ از نقطهٔ $A$ با تندی $6\frac{m}{s}$ در مسیر نشان داده شده پرتاب می‌شود و با تندی $10\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $B$ می‌گذرد. تندی جسم در نقطهٔ $C$ چند متر بر ثانیه است؟ ( $g=10\frac{N}{kg}$ و اصطکاک ناچیز است.)




۱) $6\sqrt{2}$
۲) $6\sqrt{3}$
۳) $8\sqrt{3}$
۴) $8\sqrt{2}$

۶۷- ظرف شکل مقابل، ۲۰۰ گرم جرم دارد. مقداری مایع به چگالی $0/6\frac{g}{cm^3}$ درون ظرف می‌ریزیم. اگر نیروی ته ظرف به سطح افقی زیر آن ۳/۴۴ نیوتن باشد، نیروی مایع به کف ظرف چند نیوتن خواهد بود؟ $(g=10\frac{N}{kg})$




۱) ۲/۴
۲) ۱/۲
۳) ۴/۸
۴) ۳/۶

۶۸- در ظرفی مقداری از یک مایع ریخته شده است. اگر فشار در عمق‌های $20cm$ و $95cm$ از این مایع به ترتیب معادل $82cmHg$ و $92cmHg$ باشد، فشار در عمق ۵ سانتی‌متری از این مایع چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی جیوه معادل $13/5\frac{g}{cm^3}$ است و $g=10\frac{N}{kg}$)

۱) ۱۰۸ ۲) ۱۱۲ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۱۴

۶۹- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $840\frac{J}{^\circ C}$، ۸۰۰ گرم آب با دمای $60^\circ C$ در تعادل است. چند گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس درون آب بیاندازیم تا دمای نهایی مجموعه $20^\circ C$ شود؟ ( $c_{آب}=4200\frac{J}{kg.K}$، $L_F=336000\frac{J}{kg}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

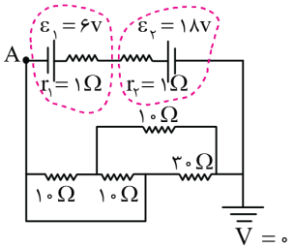
۷۰- در فشار یک اتمسفر، مقدار گرمای مورد نیاز برای تبدیل $۲/۵kg$ یخ صفر درجهٔ سلسیوس به آب $۴۰°C$، معادل انرژی آزاد شده از انفجار چند گرم TNT است؟ ($c_{آب}=۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$، $L_F=۳۳۶۰۰۰\frac{J}{kg}$ و انفجار هر گرم TNT، گرمایی معادل $۴/۲kJ$ آزاد می‌کند.)

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۳۳۶ ۴) ۴۲۰

۷۱- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه ۲۰ چرخه را می‌پیماید. این ماشین گرمای موردنیاز خود را از سوزاندن نفت به‌دست می‌آورد و در هر دقیقه ۶۰ گرم نفت را می‌سوزاند. اگر بازده این ماشین ۳۰ درصد باشد، در طی هر چرخه چند کیلوژول گرما به منبع با دمای پایین می‌دهد؟ (از سوختن هر گرم نفت، $۵۰kJ$ گرما آزاد می‌شود و فرض کنید همهٔ گرمای آزاد شده به ماشین می‌رسد.)

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۰۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۰۵۰

۷۲- در مدار زیر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟




۱) ۸
۲) ۱۰
۳) −۸
۴) −۱۰

۷۳- مقداری گاز کامل ابتدا در یک فرایند هم‌حجم، $۲۰۰J$ گرما می‌گیرد، سپس در یک فرایند بی‌دررو، $۳۰۰J$ کار روی محیط انجام می‌دهد و سپس در یک فرایند هم‌دما، حجمش ۲ برابر می‌شود. تغییر انرژی درونی گاز در کل فرایند چند ژول بوده است؟

۱) −۱۰۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) −۵۰۰

۷۴- تار ویولنی به طول $۳۰cm$ که جرمی برابر ۰/۳ گرم دارد، در نزدیکی بلندگویی با بسامد متغیر قرار دارد. وقتی بلندگو صداهایی در گسترهٔ $۷۰۰Hz-۱۵۰۰Hz$ تولید می‌کند، تار فقط هنگامی به نوسان درمی‌آید که بسامد صوت بلندگو $۹۰۰Hz$ و $۱۳۵۰Hz$ باشد. پدیدهٔ ..... سبب به نوسان درآمدن تار شده است و نیروی کشش تار برابر ..... نیوتون است.

۱) تشدید - ۲۴/۳ ۲) تشدید - ۷۲/۹ ۳) پراش - ۲۴/۳ ۴) پراش - ۷۲/۹

۷۵- در شرایط خلاء، گلولهٔ A از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. ۰/۵ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B از همان ارتفاع و بدون سرعت اولیه رها می‌شود. بیش‌ترین فاصلهٔ قائم دو گلوله چند متر می‌شود؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^2}$)

۱) ۱۵/۷۵ ۲) ۱۲/۲۵ ۳) ۱۱/۲۵ ۴) ۱۸/۷۵

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۶- در یون $A^{3+}$، اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۷ است. اگر بین عنصر $A$ و عنصری سبک‌تر از آن که با گرفتن ۲ الکترون به آرایش الکترونی گاز آرگون می‌رسد، ۹ عنصر در جدول دوره‌ای وجود داشته باشد؛ عدد جرمی عنصر $A$ کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۴۸ ۳) ۵۲ ۴) ۵۶

۷۷- در یک نمونه طبیعی از عنصر فرضی $Z$، چهار ایزوتوپ با جرم‌های اتمی $90amu$، $91amu$، $92amu$ و $94amu$ وجود دارد. فراوانی ایزوتوپ $^{91}Z$ در این نمونه برابر ۱۴/۵ درصد بوده و فراوانی دو ایزوتوپ سنگین‌تر یکسان است. اگر به ازای هر سه اتم $^{90}Z$، یک اتم $^{92}Z$ در این نمونه وجود داشته باشد، جرم اتمی میانگین عنصر $Z$ در این نمونه به تقریب برابر چند $amu$ است؟

۱) ۹۰/۱۷ ۲) ۹۰/۴۵ ۳) ۹۱/۱۷ ۴) ۹۱/۴۵

۷۸- چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟

آ) جرم اتمی میانگین یک عنصر، همواره به جرم اتمی سبک‌ترین ایزوتوپ آن عنصر نزدیک‌تر است.

ب) همانند عنصر هلیم، در طیف نشری خطی حاصل از لیتیم، بیشترین طول‌موج مرئی به نوار قرمز رنگ مربوط است.

پ) آرسنیک($_{33}As$)، با فلز کبالت هم‌دوره بوده و نسبت شمار الکترون با $l=1$ به الکترون با $l=2$ در آن برابر ۱/۵ است.

ت) تعداد نوترون‌ها در ایزوتوپ استفاده شده برای ایجاد مقیاس $amu$، ۲ برابر عدد جرمی پایدارترین رادیوایزوتوپ $H$ است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۹- کدام مطلب درباره دو عنصر $A: {}^{70}_{31}Ga$ و $B: {}^{99}_{43}Tc$ درست است؟

۱) $A$ معادل با دومین فلز دسته $p$ است که با از دست دادن سه الکترون می‌تواند به آرایش الکترونی گاز نجیب برسد.

۲) زیرلایه $4d$ در اتم‌های سازنده فلز $B$، نیمه‌پر بوده و اتم این فلز اندازه مشابهی با یون تک اتمی $I^-$ دارد.

۳) بین دو عنصر $A$ و $B$ در جدول تناوبی امروزی، ۶ عنصر با رسانایی بالای جریان الکتریسیته قرار دارد.

۴) عنصر $B$ برخلاف عنصر $A$، یک پرتوزا بوده و نسبت شمار نوترون به پروتون در آن بیش از ۱/۵ است.

۸۰- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست هستند؟

آ) نسبت تعداد عنصرها به تعداد یون‌ها در ترکیب اصلی سنگ معدن بوکسیت و آهن($III$) سولفید، یکسان است.

ب) واکنش‌پذیری آلوتروپی از اکسیژن که در حالت مایع رنگ تیره‌تری دارد، کم‌تر از آلوتروپ دیگر است.

پ) مشابه مولکول $N_2O$، تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار $O_3$ با هم برابر است.

ت) بر اثر تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید، از رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کاسته می‌شود.

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

۸۱- نیتروگلیسیرین($C_3H_5N_3O_9$)، در اثر گرما مطابق معادله زیر تجزیه می‌شود. مجموع ضرایب فراورده‌های ناقطبی در معادله موازنه شده تجزیه این ماده کدام است و بخار آب حاصل از تجزیه ۹۰/۸ گرم از آن را می‌توان از سوختن کامل چند لیتر گاز اتان با چگالی $2g.L^{-1}$ بدست آورد؟ ($H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1}$)

$C_3H_5N_3O_9(l) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) + N_2(g) + O_2(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۱۹ - ۴ ۲) ۱۹ - ۵ ۳) ۱۷ - ۴ ۴) ۱۷ - ۵

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۸۲- در یک آزمایش، واکنش تجزیه یک مول سدیم هیدروژن کربنات تا لحظه برابر شدن جرم فراورده جامد با جرم واکنش‌دهنده باقی مانده، ادامه پیدا می‌کند. در طول این مدت، به تقریب چند درصد از سدیم هیدروژن کربنات تجزیه شده است؟
$(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$NaHCO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} Na_۲CO_۳(s) + CO_۲(g) + H_۲O(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۲۵/۴ ۲) ۳۰/۶ ۳) ۵۰/۸ ۴) ۶۱/۲

۸۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز ..... . $(F = ۱۹ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) سولفات حاصل از فلزهای قلیایی خاکی دوره‌های ۴ و ۶ جدول تناوبی، به ترتیب در آب کم محلول و نامحلول هستند.
۲) آمونیوم سولفات، یک ترکیب یونی چندتایی بوده و شمار پیوندهای اشتراکی در یون‌های سازنده آن با هم برابر است.
۳) فراوان‌ترین کاتیون و آنیون موجود در آب دریا، در یک نمونه از محلول سرم فیزیولوژی نیز یافت می‌شوند.
۴) غلظت مولی محلول $۲۳۰۰ ppm$ هیدروفلوئوریک اسید با چگالی $۱/۲ g.L^{-۱}$ برابر با ۰/۱۴۲ مول بر لیتر است.

۸۴- رسوب حاصل از مخلوط کردن کدام دو محلول، از نظر توانایی آن در بازتاب کردن انواع امواج مرئی موجود در نور خورشید مشابه به یک نمونه جامد از نفتالن نیست؟

۱) محلول آبی‌رنگ $CuSO_۴$ و محلول بی‌رنگ $Ba(NO_۳)_۲$
۲) محلول بی‌رنگ منیزیم کلرید و محلول بی‌رنگ $AgNO_۳$
۳) محلول صابون و آب سخت دارای یون‌های کلسیم و منیزیم
۴) محلول بی‌رنگ $NaOH$ و محلول سبز رنگ $FeCl_۲$

۸۵- عدد اکسایش اتم $X$ از تناوب دوم در ترکیب‌های حاصل از این عنصر، در بازه‌ی بین ۵+ تا ۳− تغییر می‌کند. گشتاور دوقطبی ترکیب مولکولی حاصل از واکنش عنصر $X$ با گاز فلوئور مشابه با چه تعداد از مولکول‌های زیر خواهد بود؟

$POCl_۳ - CCl_۲F_۲ - SCO - HCN - SO_۳$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- اگر نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در یک آلکان، ۰/۲۷۵ برابر تعداد اتم‌های هیدروژن در مولکول استیرن باشد، ذرات سازنده این آلکان در یک نمونه نفت سفید یافت ..... و جرم فراورده حاصل از واکنش ۰/۵ مول از آلکن هم‌کربن با آن با مقدار کافی از محلول برم، برابر با ..... گرم خواهد بود. (بازده واکنش آلکن با برم را برابر ۸۰٪ در نظر بگیرید.)

$(Br = ۸۰ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) می‌شود - ۱۲۰ ۲) می‌شود - ۱۵۰ ۳) نمی‌شود - ۱۲۰ ۴) نمی‌شود - ۱۵۰

۸۷- کدام‌یک از مطالب داده شده، نادرست است؟

۱) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب یونی حاصل از اولین نافلز دوره سوم و اولین عنصر دسته d برابر یک است.
۲) سه عنصر از پنج عنصر اول گروه چهاردهم جدول دوره‌ای در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.
۳) با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی، شدت نور حاصل از واکنش این فلزها با گاز کلر افزایش پیدا می‌کند.
۴) بین گازهای فلوئور و کلر، شدت و سرعت واکنش گازی با دمای جوش بالاتر با فلز پتاسیم، بیشتر است.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۸- با مصرف ۵۰ گرم گاز متان با خلوص ۹۶٪ در واکنش موازنه نشده زیر، چند گرم بخار آب تولید می‌شود و اگر گاز هیدروژن سیانید تولید شده را در ۲/۵ لیتر آب حل کنیم، $pH$ محلول نهایی چند خواهد بود؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید و درصد یونش هیدروسیانیک اسید را ۰/۰۴٪ در نظر بگیرید؛ $O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

$$CH_۴(g) + NH_۳(g) + O_۲(g) \rightarrow HCN(g) + H_۲O(g)$$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۳/۳ – ۱۶۲ ۲) ۲/۷ – ۱۶۲ ۳) ۳/۳ – ۸۱ ۴) ۲/۷ – ۸۱

۸۹- همه عبارت‌های داده شده درست‌اند، به‌جز ..... .

۱) نام‌گذاری یک ترکیب آلکانی به صورت ۴-کلرو-۷-اتیل-۴،۳-دی متیل نونان، به درستی انجام گرفته است.

۲) در ۲۵٪ از همپارهای قابل رسم برای هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_۷H_{۱۶}$، شاخه فرعی اتیل وجود دارد.

۳) هگزان، حلال مواد ناقطبی مانند نفتالن بوده و قدرت نیروهایی بین مولکولی آن از هپتان کمتر است.

۴) در شرایط یکسان، گرانروی و چسبندگی یک نمونه از وازلین در مقایسه با گریس بیشتر است.

۹۰- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

۱) آنتالپی پیوند $C \equiv C$ معادل گرمای لازم برای جدا کردن ۲ مول الکترون پیوندی از یکدیگر است.

۲) علامت تغییر آنتالپی واکنش فتوسنتز مثبت بوده و طی این فرایند، محتوای انرژی مواد افزایش می‌یابد.

۳) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده مرحله اول واکنش سوختن کامل گرافیت کمتر از مرحله دوم است.

۴) مقدار اضافی مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی مصرف‌شده، به طور عمده به شکل چربی در بدن ذخیره می‌شود.

۹۱- سولفوریک اسید در صنعت بر اساس واکنش‌های زیر تولید می‌شود. اگر به ازای تولید حل‌شونده موجود در ۱۲۰ لیتر محلول سولفوریک اسید با چگالی $۱/۸ g.mL^{-۱}$، مقدار $۵/۶۷ \times ۱۰^۵$ کیلوژول گرما آزاد شود، درصد جرمی محلول نهایی سولفوریک اسید کدام است؟ ($S = ۳۲ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

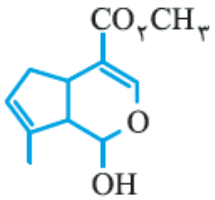
۱) $S_۸(s) + ۸O_۲(g) \rightarrow ۸SO_۲(g) \quad , \quad \Delta H_۱ = -۲۳۷۶\ kJ$

۲) $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g) \quad , \quad \Delta H_۲ = -۱۹۶\ kJ$

۳) $SO_۳(g) + H_۲O(g) \rightarrow H_۲SO_۴(aq) \quad , \quad \Delta H_۳ = -۱۳۰\ kJ$

۱) ۲۴/۵ ۲) ۴۹ ۳) ۷۳/۵ ۴) ۹۸

۹۲- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار مقابل، درست است؟




آ) گروه عاملی ترکیب آلی موجود در رازیانه، در ساختار این ترکیب نیز وجود دارد.

ب) سه مورد از اتم‌های کربن موجود در این ترکیب، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.

پ) این ترکیب، دارای ۵ پیوند $C - O$ بوده و درصد جرمی هیدروژن در آن تقریبا برابر ۶/۷٪ است.

ت) نسبت شمار پیوندهای دوگانه موجود در این ترکیب به شمار پیوندهای دوگانه در بنزآلدهید، برابر ۰/۷۵ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۳- اگر در واکنش سوختن ۵۷ گرم کربن دی‌سولفید مطابق واکنش موازنه نشده زیر، پس از گذشت ۴۵ ثانیه، ۲۵٪ از این ماده باقی‌مانده باشد، سرعت متوسط تولید گاز قطبی در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر دقیقه است و با فرض ادامه یافتن واکنش با همین سرعت، پس از چند ثانیه واکنش به طور کامل انجام خواهد شد؟ ($S = ۳۲ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱}$)

$$CS_۲(l) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + SO_۲(g)$$

۱) ۱۲ - ۱۶/۸ ۲) ۱۵ - ۱۶/۸ ۳) ۱۲ - ۳۳/۶ ۴) ۱۵ – ۳۳/۶

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۴- چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟ ($C = ۱۲ , F = ۱۹ : g.mol^{-۱}$)

آ) نشاسته و سلولز، برخلاف روغن زیتون، بسپار هستند.

ب) واحدهای تکرارشونده در ساختار الیاف پنبه، توسط گروه اتری به هم متصل شده‌اند.

پ) برخلاف پلی‌استیرن، پلی‌پروپن هیدروکربنی سیرشده است و از آن در تهیه سرنگ استفاده می‌شود.

ت) پلی‌اتن بدون شاخه، ظاهری کدر داشته و چگالی و استحکام یک نمونه آن از پلی‌اتن شاخه‌دار کم‌تر است.

ث) برای تولید ۱۵۰ گرم از پلیمری که در تهیه نخ دندان کاربرد دارد، به ۳۳/۶ لیتر از مونومر آن در شرایط $STP$ نیاز است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۹۵- کدام مطلب، نادرست است؟

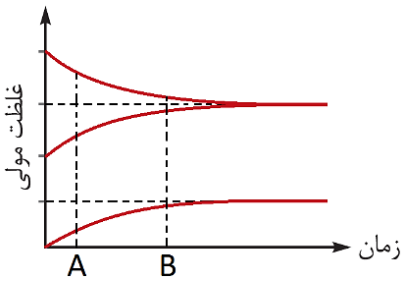
۱) ویتامین (ث) برخلاف ویتامین (آ) به خوبی در آب حل شده و مصرف بیش از اندازه آن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.

۲) اتیل بوتانوات، نوعی استر است که آن را در صنعت تولید کرده و از آن برای تهیه شوینده با بوی آناناس استفاده می‌کنند.

۳) پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر سبز است که توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده مثل $H_۲O$ و $CO_۲$ تبدیل می‌شود.

۴) در تهیه پلی‌اتن، هرچه نسبت‌مولی کاتالیزگر محتوی $Al$ به کاتالیزگر دیگر افزایش یابد، جرم‌مولی میانگین پلیمر کمتر می‌شود.

۹۶- تصویر مقابل، روند تغییر غلظت $H^+$، $A^-$ و $HA$ در فرایند انحلال یک نمونه از اسید $HA$ در محلولی از هیدروکلریک اسید را نشان می‌دهد:




با توجه به این نمودار، سرعت مصرف مولکول‌های $HA$ در لحظه ..... بیشتر بوده و در لحظه‌ی برقراری تعادل، غلظت مولی مولکول‌های $HA$ یونیده نشده در محلول، در مقایسه با غلظت مولی یون کلرید ..... است.

۱) $A$ - بیشتر ۲) $A$ - کمتر

۳) $B$ - بیشتر ۴) $B$ - کمتر

۹۷- محلول‌های یک مولار از دو اسید ضعیف $HA$ و $HB$ با حجم ۲۰۰ میلی‌لیتر در اختیار داریم. اگر در دمای معین، $pH$ محلول $HA$ به اندازه ۰/۵ واحد بیشتر از $pH$ محلول $HB$ باشد، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

آ) ثابت یونش $HB$ تقریبا ۹ برابر ثابت یونش $HA$ است.

ب) رسانایی الکتریکی محلول $HA$ از محلول $HB$ بیشتر است.

پ) در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول $HA$ نسبت به محلول دیگر کمتر است.

ت) مخلوط این دو محلول، با ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار باریم هیدروکسید به طور کامل خنثی می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸- واکنش سولفوریک اسید با سدیم هیدروژن کربنات، به صورت زیر انجام می‌شود:

$NaHCO_۳(s) + H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Na_۲SO_۴(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$ (معادله واکنش موازنه شود.)

چند گرم سدیم هیدروژن کربنات با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید با $pH = ۱/۳$ به طور کامل واکنش می‌دهد و به منظور جذب کامل گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده، چند گرم منیزیم اکسید با خلوص ۸۰٪ موردنیاز است؟

($Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۰/۶۲۵ – ۱/۰۵ ۲) ۱/۲۵ – ۱/۰۵ ۳) ۰/۶۲۵ – ۲/۱ ۴) ۱/۲۵ – ۲/۱

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۹۹- چند مورد از مطالب زیر، نادرست هستند؟

آ) در واکنش یک نمونه از فلز روی با نقره اکسید، فلز روی در نقش گونه کاهنده بوده و ۲ الکترون با $l = 0$ از دست می‌دهد.

ب) تغییر دما پس از وارد کردن تیغه آهنی در محلول $CuSO_4$، از تغییر دما پس از ورود تیغه روی در این محلول بیشتر است.

پ) اگر واکنش $Sn^{4+} + H_2 \rightarrow Sn^{2+} + 2H^+$ به صورت خودبه‌خودی انجام شود، یون $Sn^{4+}$ اکسنده‌تر از یون $Fe^{2+}$ است.

ت) در سلول گالوانی آهن–مس، با گذشت زمان نسبت غلظت مولی یون $Fe^{2+}$ به یون $Cu^{2+}$ افزایش می‌یابد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۰- اگر واکنش الکتروشیمیایی $2Ag^+(aq) + Pb(s) \rightarrow 2Ag(s) + Pb^{2+}(aq)$ در جهت طبیعی پیشرفت کند، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟ ($Pb = 207 , Ag = 108 : g.mol^{-1}$)

آ) مقدار $E^\circ$ الکترود $Ag^+/Ag$ از $E^\circ$ الکترود $Pb^{2+}/Pb$ بیشتر است.

ب) به ازای مبادله $4/515 \times 10^{22}$ الکترون در این واکنش، ۸/۱ گرم فلز نقره تولید می‌شود.

پ) در سلول گالوانی حاصل از این دو الکترود، جهت حرکت آنیون‌ها از دیواره متخلخل به سمت فلز واسطه است.

ت) با انجام واکنش مورد نظر در یک سلول گالوانی، به تدریج سطح تیغه فلزی از جنس سرب، دارای بار مثبت می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۱- در فرایند برقکافت آب، پس از گذشت ۲ دقیقه و چهل ثانیه مقدار ۹۰ گرم گاز تولید شده است. سرعت متوسط تولید گازی که در یک محیط بازی ایجاد می‌شود، در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر ثانیه است و اگر تعداد الکترون‌های مبادله شده طی این فرایند با تعداد الکترون‌های مبادله شده در سلول فرایند هال برابر باشد، چند گرم آلومینیم در سلول هال تولید خواهد شد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $Al = 27\ g.mol^{-1}$)

۱) ۸۱ - ۰/۳۵ ۲) ۹۰ - ۰/۳۵ ۳) ۸۱ - ۰/۷ ۴) ۹۰ - ۰/۷

۱۰۲- کدام مطلب، نادرست است؟ ($O = 16 , C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) برخلاف چگالی، پایداری یک نمونه از گرافیت در مقایسه با الماس بیشتر است.

۲) درصد جرمی اکسیژن در اسید چربی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و ۳۰ اتم هیدروژن، تقریبا برابر ۱۳/۲٪ است.

۳) نسبت شمار پیوندهای $C = C$ به شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار گرافیت، نصف مقدار این نسبت در بنزن است.

۴) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کربونیل سولفید، باز جزئی منفی بر روی اتمی با بیشترین شعاع اتمی قرار دارد.

۱۰۳- کدام موارد از مقایسه‌های زیر، نادرست هستند؟

آ) آنتالپی فروپاشی شبکه: سدیم فلوئورید < لیتیم کلرید

ب) نقطه ذوب: سیلیسیم > الماس

پ) گشتاور دوقطبی: گوگرد تری‌اکسید < کلروفرم

ت) گستره دمایی که ماده به حالت مایع است: سدیم کلرید > هیدروژن فلوئورید

۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر درباره مبدل‌های کاتالیستی، درست هستند؟

آ) نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ در واکنش تبدیل $NO$ به $N_2$ از مقدار این نسبت برای تبدیل $CO$ به $CO_2$ بیشتر است.

ب) مبدل کاتالیستی برای مدت کوتاهی کار کرده و پس از مدتی کارایی آن کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست.

پ) پلاتین یک فلز نجیب است که به صورت توده‌هایی با قطر ۱۰ تا ۱۲ میکرومتر در مبدل‌های کاتالیستی استفاده می‌شود.

ت) در واکنش انجام شده در محفظه دوم از مبدل کاتالیستی موجود در خودروهای دیزلی، گاز آمونیاک نقش کاهنده دارد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

**۱۰۵- کدام مطلب درباره واکنش تعادلی $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g), \Delta H < 0$ که در یک ظرف سربسته به حجم ۲ لیتر انجام می‌شود، درست است؟**

۱) در صورت کاهش حجم ظرف واکنش، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل آن نیز افزایش پیدا می‌کند.

۲) همانند تعادل $2SO_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)+Q$، با افزایش دما به سمت تعداد مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود.

۳) در فشار یکسان، درصد مولی آمونیاک در دمای بهینه فرایند هابر، از درصد مولی این ماده در دمای $25\ ^\circ C$ بیشتر است.

۴) اگر تعداد مول گازهای قطبی و ناقطبی در تعادل به ترتیب ۲ و ۱ مول باشد، ثابت تعادل واکنش برابر ۸ خواهد بود.

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

221

A

یکشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۴

گروه آموزشی ماز

# پاسخنامه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۲) ـ علوم ریاضی و فنی

| درس | طراحان | ویراستاران |
|---|---|---|
| ریاضیات | محمد پورسعید ـ نوید یکتا | جواد نظری ـ سجاد احمدی |
| فیزیک | سجاد صادقی زاده ـ میثم دشتیان ـ مهدی پارسا ـ عباس غریبی | سعید نصیری ـ مسعود قره‌خانی ـ علیرضا ملک‌حسینی |
| شیمی | فرشاد هادیان‌فرد ـ حسین ایروانی | فرهنگ امیری ـ امیرمهدی غلامی سجاد سیف‌اللهی ـ عالیه میرزایی |
| مدیر آزمون: رسول خنجری | | |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش(الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

برای دیدن تحلیل آزمون می‌تونی QR کد زیر رو اسکن کنی یا روی لینک زیر بزنی و بری به صفحهٔ تحلیل این آزمون و ازش لذت ببری!

https://b2n.ir/y24485

گروه آموزشی ماز

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- $m$ عددی طبیعی بوده و بازهٔ $(\frac{۹m+۲۸}{m+۲}, ۲m+۵)$ شامل دقیقاً چهار عدد مربع کامل است. چند مقدار برای $m$ وجود دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۸۸ تا ۹۱ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

چون مجموعهٔ $(\frac{۹m+۲۸}{m+۲}, ۲m+۵)$ یک بازه است، پس باید داشته باشیم:

$$\frac{۹m+۲۸}{m+۲} < ۲m+۵$$

چون $m$ طبیعی است، پس $(m+۲)$ مثبت است و می‌توان طرفین را در $(m+۲)$ ضرب کرد.

$$۹m+۲۸ < (۲m+۵)(m+۲) \Rightarrow ۹m+۲۸ < ۲m^۲ + ۹m + ۱۰ \Rightarrow ۲m^۲ > ۱۸ \Rightarrow m^۲ > ۹ \xrightarrow{m\in\mathbb{N}} m > ۳ \rightarrow m \geq ۴$$

اگر $m = ۴$: $(\frac{۹m+۲۸}{m+۲}, ۲m+۵) = (\frac{۳۲}{۳}, ۱۳)$

چون باید بازهٔ داده شده شامل چهار عدد مربع کامل باشد، پس باید شامل اعداد مربع کامل ۴۹,۳۶,۲۵,۱۶ (چون $\frac{۹m+۲۸}{m+۲} < ۹$ است) باشد، یعنی باید داشته باشیم:

$$۵۰ \leq ۲m+۵ \leq ۶۴ \Rightarrow ۴۵ \leq ۲m \leq ۵۹ \Rightarrow ۲۲/۵ \leq m \leq ۲۹/۵ \xrightarrow{m\in\mathbb{N}} ۲۳ \leq m \leq ۲۹$$

پس $m$ می‌تواند مقادیر ۲۹,۲۸,۲۷,۲۶,۲۵,۲۴,۲۳ را اختیار کند که تعداد آن‌ها برابر ۷ است.

گروه آموزشی ماز

۲- **بین دو عدد ۳۱ و ۱۶۷ به تعداد $m$ واسطه حسابی درج کرده‌ایم به طوری که اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطهٔ درج شده برابر ۱۲۰ است. مجموع تمام واسطه‌های درج شده، کدام است؟**

۱) ۱۴۹۴ ۲) ۱۵۹۴ ۳) ۱۴۸۴ ۴) ۱۵۸۴

پاسخ: گزینه ٤ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۲۱ تا ۲۳ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

چون بین دو عدد ۳۱ و ۱۶۷ به تعداد $m$ واسطه حسابی درج کرده‌ایم، پس داریم:

$$d = \frac{۱۶۷-۳۱}{m+۱} = \frac{۱۳۶}{m+۱}$$

پس کوچک‌ترین واسطه برابر $۳۱ + \frac{۱۳۶}{m+۱}$ و بزرگ‌ترین واسطه برابر $۱۶۷ - \frac{۱۳۶}{m+۱}$ است و طبق فرض داریم:

$$\text{اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه} = (۱۶۷ - \frac{۱۳۶}{m+۱}) - (۳۱ + \frac{۱۳۶}{m+۱}) = ۱۲۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲۷۲}{m+۱} = ۱۶ \Rightarrow m+۱ = ۱۷ \Rightarrow m = ۱۶ \Rightarrow d = \frac{۱۳۶}{۱۷} = ۸$$

پس کوچک‌ترین واسطه برابر ۳۹ و بزرگ‌ترین واسطه برابر ۱۵۹ است بنابراین مجموع تمام واسطه‌های درج شده برابر است با:

$$S_{۱۶} = \frac{۱۶}{۲}(۱۵۹+۳۹) = ۸(۱۹۸) = ۱۵۸۴$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳- عبارت $P(x)=\frac{x^۲-۳x}{x^۳-ax^۲+bx}$ فقط در بازهٔ $(-\infty,-۵)$ منفی است. مجموعه جواب نامعادلهٔ $\sqrt{ax-b}\geq x+۱$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۱ (ریاضی ۱ ـ صفحات ۸۳ تا ۹۳ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

چون تابع فقط در بازهٔ $(-\infty,-۵)$ منفی است، پس باید مخرج کسر دارای ریشهٔ $x=-۵$ باشد و سایر ریشه‌های مخرج باید مشترک با صورت باشد یعنی باید سایر ریشه‌های مخرج، $x=۰$ و $x=۳$ باشند (زیرا در غیر این صورت با توجه به تعیین علامت عبارت $P(x)$، این عبارت در بازه‌های دیگری نیز منفی خواهد شد.) پس داریم:

$$x^۳-ax^۲+bx=۰\Rightarrow x(x^۲-ax+b)=۰$$

$$x^۲-ax+b=(x+۵)(x-۳)\Rightarrow x^۲-ax+b=x^۲+۲x-۱۵\Rightarrow\begin{cases}a=-۲\\b=-۱۵\end{cases}$$

$$\sqrt{ax-b}\geq x+۱\Rightarrow\sqrt{-۲x+۱۵}\geq x+۱$$

تعیین دامنه متغیر: $-۲x+۱۵\geq ۰\Rightarrow x\leq\frac{۱۵}{۲}$ (۱)

$$\sqrt{-۲x+۱۵}\geq x+۱\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}}-۲x+۱۵\geq x^۲+۲x+۱\Rightarrow x^۲+۴x-۱۴\leq ۰\Rightarrow x^۲+۴x-۱۴=۰$$

$$\Rightarrow x=\frac{-۴\pm\sqrt{۱۶+۵۶}}{۲}=\frac{-۴\pm۶\sqrt{۲}}{۲}=-۲\pm۳\sqrt{۲}\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}-۲-۳\sqrt{۲}\leq x\leq-۲+۳\sqrt{۲}$$

مجموعه جواب نامعادله $=\left[-۲-۳\sqrt{۲},-۲+۳\sqrt{۲}\right]$ (۲)

(۱), (۲) $\xrightarrow{\text{اشتراک}}-۲-۳\sqrt{۲}\leq x\leq-۲+۳\sqrt{۲}$

در مجموعه جواب نامعادله اعداد صحیح $-۶,-۵,-۴,\ldots,۰,۱,۲$ قرار دارند که تعداد آن‌ها برابر ۹ است.



۴- معادلهٔ $(m+۱)x^۴+(۲m-۴)x^۲-۳=۰$، به ازای چه مقادیری از m فاقد ریشهٔ حقیقی خواهد بود؟

۱) هیچ مقدار m ۲) هر مقدار m ۳) $m<-۱$ یا $m>۲$ ۴) $m<-۱$

پاسخ: گزینه ۴ (حسابان ۱ ـ صفحات ۱۰ تا ۱۳ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

$$(m+۱)x^۴+(۲m-۴)x^۲-۳=۰$$

$$x^۲=t\Rightarrow(m+۱)t^۲+(۲m-۴)t-۳=۰\quad\text{(معادله حلال)}$$

شرط این که معادلهٔ اصلی فاقد ریشهٔ حقیقی باشد این است که در معادله حلال، $\Delta<۰$ و یا معادله حلال دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی باشد، بنابراین داریم:

حالت اول: $\Delta<۰$

$$\Delta=(۲m-۴)^۲-۴(-۳)(m+۱)=۴m^۲-۱۶m+۱۶+۱۲m+۱۲$$

$$\Delta=۴m^۲-۴m+۲۸=۴m^۲-۴m+۱+۲۷=(۲m-۱)^۲+۲۷\Rightarrow\text{همواره مثبت}$$

چون عبارت $\Delta$ همواره مثبت است، پس امکان منفی شدن $\Delta$ معادله حلال وجود ندارد.

حالت دوم: معادله حلال باید دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی باشد که چون شرط $\Delta>۰$ همواره برقرار است، پس باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}S<۰\Rightarrow\frac{-۲m+۴}{m+۱}<۰\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}m<-۱\ \text{یا}\ m>۲\\ P>۰\Rightarrow\frac{-۳}{m+۱}>۰\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}m+۱<۰\Rightarrow m<-۱\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک محدوده‌های به دست آمده برای m}}m<-۱$$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵- اگر معادلهٔ $[x+۳[x]]+[x-۲]=۴k$ جواب داشته باشد، $k$ چند مقدار طبیعی دو رقمی می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ٤ (حسابان ۱ ـ صفحات ٤٩ تا ٥٢ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

$$[x+۳[x]]+[x-۲]=۴k$$

می‌دانیم طبق ویژگی‌های تابع جزء صحیح، همواره داریم:

$$\forall x\in\mathbb{R}, k\in\mathbb{Z}: [x\pm k]=[x]\pm k$$

بنابراین می‌توان معادلهٔ داده شده را به صورت زیر تبدیل کرد:

$$[x]+۳[x]+[x]-۲=۴k\Rightarrow ۵[x]=۴k+۲\Rightarrow [x]=\frac{۴k+۲}{۵}$$

باید $\frac{۴k+۲}{۵}$ عددی صحیح شود، بنابراین باید داشته باشیم:

$$\frac{۴k+۲}{۵}=t\in\mathbb{Z}\Rightarrow \frac{۵k-k+۲}{۵}=t\in\mathbb{Z}\Rightarrow ۵+\frac{-k+۲}{۵}=t\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{-k+۲}{۵}=t'\in\mathbb{Z}\Rightarrow \text{باید } -k+۲=۵t'\Rightarrow k=-۵t'+۲$$

$$\Rightarrow ۱۰\le -۵t'+۲\le ۹۹\Rightarrow ۸\le -۵t'\le ۹۷\Rightarrow \frac{-۹۷}{۵}\le t'\le \frac{-۸}{۵}$$

$$\Rightarrow -۱۹\le t'\le -۲\Rightarrow t' \text{ تعداد مقادیر} = k \text{ تعداد مقادیر دو رقمی} = ۱۸$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $(\frac{۵}{۳})^{-۵x+۲}=(۰/۲۱۶)^{x^۲}$ باشد، حاصل عبارت $A=۲۵^{\log_{\sqrt{۲۵}}^{(۲x+۶)}}\times\log_{۵۱۲}^{\sqrt[۳]{۱۰-۱۲x}}$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۷}$

پاسخ: گزینه ٤ (حسابان ۱ ـ صفحات ۸٦ و ۸۷ و ۹۰ ـ ساده)

**پاسخ تشریحی:**

$$(\frac{۵}{۳})^{-۵x+۲}=(۰/۲۱۶)^{x^۲}\Rightarrow((\frac{۳}{۵})^{-۱})^{-۵x+۲}=((۰/۶)^۳)^{x^۲}\Rightarrow(\frac{۳}{۵})^{۵x-۲}=(\frac{۳}{۵})^{۳x^۲}$$

$$\Rightarrow ۵x-۲=۳x^۲\Rightarrow ۳x^۲-۵x+۲=۰\Rightarrow \text{مجموع ضرایب صفر}\Rightarrow \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{۲}{۳}\end{cases}$$

برای محاسبهٔ حاصل عبارت $A$، مقدار $x=۱$ غیرقابل قبول است، زیرا آرگومان یکی از لگاریتم‌ها منفی می‌شود پس $x=\frac{۲}{۳}$ قابل قبول است و داریم:

$$A=(۵^۲)^{\log_{۵^{\frac{۲}{۳}}}^{(۳x+۶)}}\times\log_{۲۹}^{\sqrt[۳]{۱۰-۱۲x}}\Rightarrow A=۵^{(۲\times\frac{۲}{۳})\log_۵^{(۳x+۶)}}\times\frac{۱}{۹}\log_۲^{\sqrt[۳]{۱۰-۱۲x}}$$

$$x=\frac{۲}{۳}\Rightarrow A=۵^{\frac{۴}{۳}\log_۵^۸}\times\frac{۱}{۹}\log_۲^{\sqrt[۳]{۴}}$$

$$A=۵^{\log_۵^{۸^{\frac{۴}{۳}}}}\times\frac{۱}{۹}\times\frac{۱}{۳}\log_۲^۲=۸^{\frac{۴}{۳}}\times\frac{۱}{۲۷}=(۲^۳)^{\frac{۴}{۳}}\times\frac{۱}{۲۷}=۲^۴\times\frac{۱}{۲۷}$$

$$A=\frac{۱۶}{۲۷}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۷- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)=x^5-4x^3+ax^2+bx-3$ بر $(x^2-3x+2)$ برابر $6x-1$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(-x)$ بر $(x+3)$ کدام است؟

۱) ۱۸۲ ۲) ۱۴۱ ۳) ۲۸۳ ۴) ۲۷۳

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۸ تا ۲۱ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

چون باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(x^2-3x+2)$ برابر $(6x-1)$ است، پس داریم:

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+(6x-1)$$

$$x^5-4x^3+ax^2+bx-3=(x-1)(x-2)Q(x)+(6x-1)$$

حال، مقادیر $x=1$ و $x=2$ را که ریشه‌های مقسوم‌علیه هستند، در رابطهٔ فوق جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x=1\to 1-4+a+b-3=5 \\ x=2\to 32-32+4a+2b-3=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=11 \\ 4a+2b=14 \end{cases} \Rightarrow 2a=-8\Rightarrow a=-4\Rightarrow b=15$$

$$f(x)=x^5-4x^3-4x^2+15x-3$$

چون باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(-x)$ بر $(x+3)$ موردنظر است، پس خواهیم داشت:

$$x+3=0\Rightarrow x=-3\Rightarrow R=f(3)=(3)^5-4(3)^3-4(3)^2+15(3)-3=141$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x)=4x-|x-2|$، آن‌گاه دامنه تابع $g(x)=\sqrt{fof(x)-f(\frac{7x-1}{2})}$ به صورت $[a,b]$ خواهد بود. حاصل $3a+b$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۵ تا ۱۸ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

$$f(x)=4x-|x-2|=\begin{cases} 4x-(x-2) & x\geq 2 \\ 4x+(x-2) & x<2 \end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases} 3x+2 & x\geq 2 \\ 5x-2 & x<2 \end{cases}$$

$$g(x)=\sqrt{fof(x)-f(\frac{7x-1}{2})}\Rightarrow fof(x)-f(\frac{7x-1}{2})\geq 0\Rightarrow f\left(f(x)\right)\geq f(\frac{7x-1}{2})$$

چون تابع f تابعی اکیداً صعودی است، (شیب نیم‌خط‌های موجود در ضابطه f، مثبت هستند)، پس داریم:

$$f\left(f(x)\right)\geq f(\frac{7x-1}{2})\xrightarrow{f^{-1}(\ )} f(x)\geq \frac{7x-1}{2}$$

$$\begin{cases} x\geq 2: 3x+2\geq \frac{7x-1}{2}\Rightarrow 6x+4\geq 7x-1\Rightarrow x\leq 5 \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} 2\leq x\leq 5 \\ x<2: 5x-2\geq \frac{7x-1}{2}\Rightarrow 10x-4\geq 7x-1\Rightarrow x\geq 1 \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} 1\leq x<2 \end{cases}$$

از اجتماع محدوده‌های به دست آمده، محدودهٔ دامنه تابع g به دست می‌آید. یعنی داریم:

$$[2,5]\cup[1,2)=[1,5]\Rightarrow D_g=[1,5]\Rightarrow [a,b]=[1,5]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases}\Rightarrow 3a+b=3+5=8$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹- تابع $f(x)=(۲x-۵)(۴x^۲+۴x+۱۳)$ مفروض است. ضابطهٔ وارون تابع $g(x)=۱-۲f^{-۱}(x-۱)$ کدام است؟

۱) $-x^۳+۶۳$ ۲) $x^۳+۶۳$ ۳) $-x^۳-۶۳$ ۴) $x^۳-۶۳$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۱ ـ صفحات ۵۷ تا ۶۱ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

$$f(x)=(۲x-۵)(۴x^۲+۴x+۱۳)=۸x^۳+۸x^۲+۲۶x-۲۰x^۲-۲۰x-۶۵$$

$$f(x)=۸x^۳-۱۲x^۲+۶x-۶۵\Rightarrow f(x)=۸x^۳-۱۲x^۲+۶x-۱-۶۴\Rightarrow f(x)=(۲x-۱)^۳-۶۴$$

$$g(x)=۱-۲f^{-۱}(x-۱)\Rightarrow y=۱-۲f^{-۱}(x-۱)\Rightarrow f^{-۱}(x-۱)=\frac{۱-y}{۲}$$

بنا به تعریف تابع وارون: $x-۱=f(\frac{۱-y}{۲})\Rightarrow x=۱+f(\frac{۱-y}{۲})\Rightarrow g^{-۱}(x)=۱+f(\frac{۱-x}{۲})$

$$g^{-۱}(x)=۱+(۲(\frac{۱-x}{۲})-۱)^۳-۶۴=۱+(-x)^۳-۶۴=-x^۳-۶۳$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- حاصل عبارت $A=|\sin ۲۵^\circ-\cos ۲۵^\circ|-|\sin ۶۵^\circ-\cos ۶۵^\circ|+|\sin ۱۵^\circ-\cos ۱۵^\circ|$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۱ ـ صفحات ۹۸ تا ۱۰۳ و ۱۱۱ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

چون در بازهٔ $(۰,\frac{\pi}{۴})$، $\cos x>\sin x$ است و در بازهٔ $(\frac{\pi}{۴},\frac{\pi}{۲})$، $\sin x>\cos x$ است، پس خواهیم داشت:

$$A=\underbrace{|\sin ۲۵^\circ-\cos ۲۵^\circ|}_{\text{منفی}}-\underbrace{|\sin ۶۵^\circ-\cos ۶۵^\circ|}_{\text{مثبت}}+\underbrace{|\sin ۱۵^\circ-\cos ۱۵^\circ|}_{\text{منفی}}$$

$$A=(\cos ۲۵^\circ-\sin ۲۵^\circ)-(\sin ۶۵^\circ-\cos ۶۵^\circ)+(\cos ۱۵^\circ-\sin ۱۵^\circ)$$

$$A=\cos ۲۵^\circ-\sin ۲۵^\circ-\sin ۶۵^\circ+\cos ۶۵^\circ+\cos ۱۵^\circ-\sin ۱۵^\circ$$

چون $\cos ۲۵^\circ=\sin ۶۵^\circ$ و $\sin ۲۵^\circ=\cos ۶۵^\circ$ (زیرا $۲۵^\circ$ و $۶۵^\circ$ متمم یکدیگرند)

پس خواهیم داشت:

$$A=\cos ۱۵^\circ-\sin ۱۵^\circ$$

حال با استفاده از فرمول مثلثاتی $\cos\alpha-\sin\alpha=\sqrt{۲}\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴})$، حاصل عبارت A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A=\sqrt{۲}\cos(۱۵^\circ+۴۵^\circ)=\sqrt{۲}\cos ۶۰^\circ=\sqrt{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۱۱- معادلهٔ $\cos ۴x = ۲\cos^۲(۲x - \frac{\pi}{۴})$ در بازهٔ $[۰, \pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ٤ (حسابان ۲ ـ صفحات ۳۵ تا ٤۲ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

$$\cos ۴x = ۲\cos^۲(۲x - \frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \cos ۴x = ۱ + \cos(۴x - \frac{\pi}{۲})$$

$$\cos ۴x = ۱ + \cos(\frac{\pi}{۲} - ۴x) \Rightarrow \cos ۴x = ۱ + \sin ۴x \Rightarrow \cos ۴x - \sin ۴x = ۱ \Rightarrow \sqrt{۲}\cos(۴x + \frac{\pi}{۴}) = ۱$$

$$\Rightarrow \cos(۴x + \frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۴x + \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴x = ۲k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \rightarrow x = ۰, \frac{\pi}{۲}, \pi \\ ۴x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸} \rightarrow x = \frac{۳\pi}{۸}, \frac{۷\pi}{۸} \end{cases}$$

بنابراین، معادله دارای ۵ جواب در بازهٔ $[۰, \pi]$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $f(x) = \frac{[\tan \frac{\pi}{۴}x] + \sin^۲(۲\pi x)}{x^{۱۰} - ۲x^۵ + ۱}$، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{x \to ۰} f(\cos x)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۲}{۲۵}$ ۲) $\frac{۳\pi^۲}{۲۵}$ ۳) $\frac{۴\pi^۲}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲\pi^۲}{۲۵}$

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۱ ـ صفحات ۱٤۱ تا ۱٤٤ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

اگر $x \to ۰$، آن‌گاه $\cos x \to ۱^-$، پس خواهیم داشت:

$$\lim_{x \to ۰} f(\cos x) = \lim_{x \to ۱^-} f(x)$$

بنابراین، باید حد چپ تابع $f$ را در نقطهٔ $x = ۱$ بیابیم:

$$\lim_{x \to ۱^-} f(x) = \lim_{x \to ۱^-} \frac{[\tan \frac{\pi}{۴}x] + \sin^۲(۲\pi x)}{x^{۱۰} - ۲x^۵ + ۱}$$

اگر $x \to ۱^-$، آن‌گاه $(\frac{\pi}{۴}x) \to \frac{\pi}{۴}^-$ و بنابراین $\tan(\frac{\pi}{۴}x) \to ۱^-$ و در نتیجه: $[\tan \frac{\pi}{۴}x] = ۰$، پس داریم:

$$\lim_{x \to ۱^-} f(x) = \lim_{x \to ۱^-} \frac{\sin^۲(۲\pi x)}{x^{۱۰} - ۲x^۵ + ۱} = \frac{۰}{۰} \text{ مبهم}$$

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x \to ۱^-} \frac{۲ \times (۲\pi)\sin(۲\pi x)\cos(۲\pi x)}{۱۰x^۹ - ۱۰x^۴} = \lim_{x \to ۱^-} \frac{(۲\pi)\sin(۴\pi x)}{۱۰x^۹ - ۱۰x^۴} = \frac{۰}{۰} \text{ مبهم}$$

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x \to ۱^-} \frac{۲\pi \times ۴\pi \cos(۴\pi x)}{۹۰x^۸ - ۴۰x^۳} = \frac{۸\pi^۲ \times ۱}{۹۰ - ۴۰} = \frac{۸\pi^۲}{۵۰} = \frac{۴\pi^۲}{۲۵}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x^3-12x^2+32x)\left[\frac{1}{4}x-2\right]$ در بازهٔ $(-2,20)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ( $[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (حسابان ۱ ـ صفحات ۱۴۵ تا ۱۵۰ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

می‌دانیم معمولا توابع شامل جزء صحیح در نقاطی که عبارت داخل جزء صحیح به عدد صحیح تبدیل می‌شود، ناپیوسته هستند. پس داریم:

$$f(x)=(x^3-12x^2+32x)\left[\frac{1}{4}x-2\right]=x(x-4)(x-8)\left(\left[\frac{1}{4}x\right]-2\right)$$

$$\frac{1}{4}x=k\quad(k\in\mathbb{Z})\Rightarrow x=4k\xrightarrow{\text{با توجه به بازهٔ داده شده}}x=0,4,8,12,16$$

چون در نقاط $x=0$، $x=4$ و $x=8$ تابع $y=x^3-12x^2+32x$ برابر صفر می‌شود، پس تابع f در این نقاط پیوسته است ولی در نقاط $x=12$، $x=16$ ناپیوسته است. یعنی تابع f در بازهٔ $(-2,20)$ در دو نقطه ناپیوسته است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $f(x)=\frac{x^5-3x^2}{x^2+2}$ و $g(x)=\frac{2x^3+3x^2}{x^2+2}$، دراین صورت حاصل $g'(2\sqrt{45})+f'(3\sqrt{20})$ کدام است؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۶۳۰

پاسخ: گزینه ۳ (حسابان ۲ ـ صفحات ۹۰ تا ۹۵ ـ ساده)

**پاسخ تشریحی:**

$$g'(2\sqrt{45})+f'(3\sqrt{20})=g'(6\sqrt{5})+f'(6\sqrt{5})$$

از طرفی، با توجه به ضابطه‌های توابع f و g داریم:

$$g(x)+f(x)=\frac{2x^3+3x^2}{x^2+2}+\frac{x^5-3x^2}{x^2+2}=\frac{2x^3+x^5}{x^2+2}=\frac{x^3(2+x^2)}{x^2+2}$$

$$\Rightarrow g(x)+f(x)=x^3\xrightarrow{\text{از طرفین مشتق}}g'(x)+f'(x)=3x^2$$

$$g'(6\sqrt{5})+f'(6\sqrt{5})=3(6\sqrt{5})^2=3\times36\times5=540$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- به ازای چند مقدار صحیح a تابع $f(x)=\frac{(a+3)x+5}{2x+a}$ روی بازهٔ $(-\infty,1)$ نزولی است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۲۰ تا ۱۲۳ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

در تابع f که تابعی هموگرافیک است، معادلهٔ مجانب قائم به صورت $x=-\frac{a}{2}$ است. برای آن که تابع در بازهٔ $(-\infty,1)$ نزولی باشد، باید مجانب قائم خارج از این بازه باشد، یعنی باید داشته باشیم:

$$-\frac{a}{2}\geq1\Rightarrow a\leq-2\quad(1)$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

همچنین شرط این که تابع در بازهٔ $(-\infty,1)$ نزولی باشد، این است که مشتق تابع در این بازه کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد (در حالت $f'(x)<0$، تابع $f$ روی این بازه اکیداً نزولی خواهد بود و در حالت $f'(x)=0$ به تابع ثابت تبدیل می‌شود. (یعنی هموگرافیک نیست) ولی تابع ثابت، تابعی است که هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.) در حالت کلی مشتق تابع هموگرافیک به صورت $f'(x)=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ خواهد بود، پس خواهیم داشت:

$$ad-bc<0 \Rightarrow (a+3)a-10<0 \Rightarrow a^2+3a-10<0 \Rightarrow (a+5)(a-2)<0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -5<a<2 \quad (2)$$

$$(1),(2) \xrightarrow{\text{اشتراک}} -5<a\le -2 \quad (3)$$

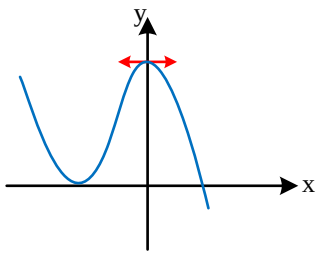
$$ad-bc=0 \Rightarrow (a+3)a-10=0 \Rightarrow a^2+3a-10=0 \Rightarrow (a+5)(a-2)=0 \Rightarrow a=-5\ ,\ a=2 \quad (4)$$

$$(3),(4) \xrightarrow{\text{اجتماع}} a\in[-5,-2]\cup\{2\}$$

پس به ازای اعداد صحیح $-5,-4,-3,-2,2$ برای $a$، تابع $f$، تابعی نزولی روی بازهٔ $(-\infty,1)$ خواهد بود که تعداد مقادیر صحیح $a$ برابر ۵ است.

گروه آموزشی ماز

۱۶- **نمودار تابع $f(x)=-2x^3+6ax^2+(2b-1)x+8$ به شکل مقابل است. اگر در نقطهٔ عطف تابع، مماسی بر نمودار تابع $f$ رسم کنیم، این خط مماس محور $x$ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟**




۱) $-\frac{3}{2}$

۲) $-\frac{4}{3}$

۳) $-2$

۴) $-\frac{5}{3}$

پاسخ: گزینه ۴ (حسابان ۲ ـ صفحات ۱۳۷ تا ۱۴۳ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

تابع در نقطهٔ $x=0$، دارای ماکزیمم نسبی است، بنابراین $f'(0)=0$ است. (زیرا شیب خط مماس بر منحنی در این نقطه برابر صفر است)، پس داریم:

$$f(x)=-2x^3+6ax^2+(2b-1)x+8$$

$$f'(x)=-6x^2+12ax+(2b-1) \Rightarrow f'(0)=2b-1=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$$

$$f'(x)=-6x^2+12ax \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow -6x^2+12ax=0 \Rightarrow -6x(x-2a)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2a \end{cases}$$

چون نقاط $x=0$ و $x=2a$، نقاط بحرانی تابع هستند، پس طبق شکل، باید $f(2a)=0$ باشد، زیرا عرض نقطهٔ مینیمم نسبی تابع برابر صفر است.

$$f(2a)=-2(8a^3)+6a(4a^2)+8=0 \Rightarrow -2a^3+3a^3+1=0$$

$$a^3=-1 \Rightarrow a=-1 \Rightarrow f(x)=-2x^3-6x^2+8$$

$$f'(x)=-6x^2-12x \Rightarrow f''(x)=-12x-12=0 \Rightarrow x=-1$$

$$f'(-1)=-6+12=6 \Rightarrow \text{شیب خط مماس بر منحنی در نقطه عطف } m=6\ ,\ f(-1)=4$$

$$\text{معادله خط مماس در نقطه عطف: } y-4=6(x+1) \Rightarrow y=6x+10 \xrightarrow{y=0} x=\frac{-5}{3}$$

پس خط مماس بر منحنی در نقطهٔ عطف، محور $x$ها را در نقطه‌ای به طول $-\frac{5}{3}$ قطع می‌کند.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷- اگر وارون ماتریس $A$، ماتریس $-A^۲$ باشد، ماتریس $A+A^۲+A^۳+...+A^{۱۰۰}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $A$ ۲) $A^۲+I$ ۳) $A^۲$ ۴) $A^۲-I$

پاسخ: گزینه ۴ (هندسه ۳ ـ صفحات ۱۷ تا ۲۳ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

وارون ماتریس $A$، ماتریس $-A^۲$ است، یعنی $A\times -A^۲=I$

$$A^۳=-I\Rightarrow\begin{cases}A^۴=-A\\A^۵=-A^۲\\A^۶=I\end{cases}\rightarrow A+A^۲+A^۳+A^۴+A^۵+A^۶=O$$

از طرفی، اگر دو طرف تساوی بالا را در $A^۶$ ضرب کنیم، داریم:

$$A^۷+A^۸+A^۹+A^{۱۰}+A^{۱۱}+A^{۱۲}=O$$

این روند به ما می‌گوید که جمع ۶ تا ۶ تا این ماتریس‌ها صفر می‌شود. پس:

$$\underbrace{A^۱+A^۲+...+A^{۹۶}}_{۰}+A^{۹۷}+A^{۹۸}+A^{۹۹}+A^{۱۰۰}=A+A^۲+A^۳+A^۴=A+A^۲-I-A=A^۲-I$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- مجموع درایه‌های ماتریس $\left(\begin{bmatrix}۱&۴&۷\\۲&۵&۸\\۳&۶&۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۲&۴\\۱&۳&۵\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱۵ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۴ (هندسه ۳ ـ صفحات ۱۷ تا ۲۱ ـ متوسط)

**نکته مهم:**

ضرب ماتریس‌ها، دارای خاصیت شرکت‌پذیری است، یعنی:

$$(A\times B)\times C=A\times(B\times C)$$

**پاسخ تشریحی:**

ابتدا $\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲=\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}$$

طبق خاصیت شرکت‌پذیری، ابتدا $\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۲&۴\\۱&۳&۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۲&۴\\۱&۳&۵\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}^۲=\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۲&۴\\۱&۳&۵\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۰&۰&۰\\۰&۰&۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱&۰&۰\\۱&۰&۰\\۱&۰&۰\end{bmatrix}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

حال، $\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۷\\ ۲ & ۵ & ۸\\ ۳ & ۶ & ۹\end{bmatrix}$ را در $\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۷\\ ۲ & ۵ & ۸\\ ۳ & ۶ & ۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۲ & ۰ & ۰\\ ۱۵ & ۰ & ۰\\ ۱۸ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow ۱۲+۱۵+۱۸=۴۵$$

گروه آموزشی ماز

**۱۹- مرکز دایره $x^۲+y^۲=۹$ کانون یک سهمی است. اگر این دایره بر خط هادی آن سهمی در $D$ مماس باشد و سهمی را در ۲ نقطه $A$ و $B$ قطع کند، مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABD}$ کدام است؟**

۱) ۶ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۹ ۴) ۱۸

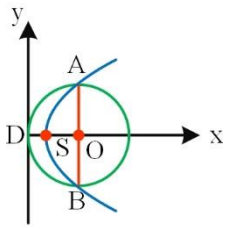
پاسخ: گزینه ۳ (هندسه ۳ ـ صفحات ۵۰ تا ۵۵ ـ متوسط)

**نکته:**
خطی که از کانون سهمی موازی با خط هادی سهمی رسم می‌شود در دو نقطه سهمی را قطع می‌کند که فاصله این دو نقطه ۴ برابر فاصله کانونی سهمی است. اگر این دو نقطه A و B باشند، AB را وتر کانونی سهمی گویند و دایره به قطر AB، به مرکز کانون سهمی است و بر خط هادی مماس است.

**نتیجه:**
اگر دایره‌ای به مرکز کانون سهمی مماس بر خط هادی آن سهمی باشد، قطر موازی با خط هادی، وتر کانونی سهمی است.

**پاسخ تشریحی:**

طبق درسنامه، وتر کانونی سهمی قطر دایره صورت سوال است، یعنی فاصله AB برابر ۶ است.




اگر O کانون سهمی باشد، DO بر AB عمود است و ارتفاع $\overset{\triangle}{ABD}$ است که برابر است با شعاع دایره، یعنی ۳. پس:

$$S_{\overset{\triangle}{ABD}}=\frac{۶\times ۳}{۲}=۹$$

گروه آموزشی ماز

**۲۰- یک بیضی در رأس‌های غیرکانونی بر دایره $C_۱: x^۲+y^۲-۶x+۶y+۲=۰$ و در رأس‌های کانونی بر دایره $C_۲: x^۲+y^۲-۶x+۶y-۷=۰$ مماس است. از کانون این بیضی خطی بر قطر کانونی آن عمود می‌کنیم. این خط دایره $C_۲$ را در $A$ و $B$ قطع می‌کند. طول $AB$ کدام است؟**

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (هندسه ۳ ـ صفحات ۴۷ تا ۵۰ و ۵۷ ـ متوسط)

**دایره اصلی بیضی**
دایره‌ای که قطر آن، قطر بزرگ بیضی باشد، دایره اصلی بیضی است. این دایره در رأس‌های کانونی بر بیضی مماس است. وتری از این دایره که در کانون بیضی بر قطر بزرگ بیضی عمود است، با قطر کوچک بیضی برابر است.

**پاسخ تشریحی:**

طبق درسنامه، $C_۲$ دایره اصلی بیضی و اندازه AB برابر با قطر کوچک بیضی است. با توجه به اینکه $C_۱$ در دو سر قطر کوچک (رأس‌های غیرکانونی) بر بیضی مماس است، بنابراین طول قطر کوچک بیضی با قطر دایره $C_۱$ برابر است.

$$C_۱: x^۲+y^۲-۶x+۶y+۲=۰\Rightarrow (x-۳)^۲+(y+۳)^۲=۱۶$$

$$\Rightarrow r^۲=۱۶\Rightarrow r=۴\Rightarrow ۲r=۸$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱- $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$، سه بردار یکه هستند که $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{O}$ است. حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-1$ ۳) ۱ ۴) $-2$

پاسخ: گزینه ۱ (هندسه ۳ ـ صفحات ۷۷ تا ۷۹ و ۸۴ ـ متوسط)

نکته: $\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^2$

نتیجه: $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}.\vec{b}$

پاسخ تشریحی:

روش اول:

$$\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{O}\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}+2\vec{b}=-3\vec{c}\Rightarrow|\vec{a}+2\vec{b}|^2=|3\vec{c}|^2\Rightarrow|\vec{a}|^2+|2\vec{b}|^2+4\vec{a}.\vec{b}=|3\vec{c}|^2\Rightarrow 1+4+4\vec{a}.\vec{b}=9\Rightarrow 4\vec{a}.\vec{b}=4\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=1 & (1)\\ 2\vec{b}+3\vec{c}=-\vec{a}\Rightarrow|2\vec{b}+3\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2\Rightarrow|2\vec{b}|^2+|3\vec{c}|^2+12\vec{a}.\vec{c}=|\vec{a}|^2\Rightarrow 4+9+12\vec{a}.\vec{c}=1\Rightarrow 12\vec{a}.\vec{c}=-12\Rightarrow\vec{a}.\vec{c}=-1 & (2)\end{cases}$$

$$(1),(2)\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}=0$$

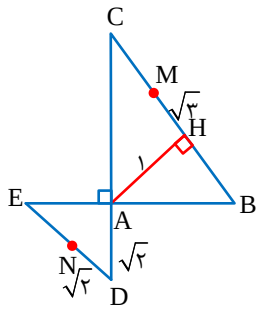
روش دوم:

یک مثال می‌زنیم! اگر $\vec{b}=\vec{a}=\vec{i}$ و $\vec{c}=-\vec{i}$ باشد، در رابطهٔ $\vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{O}$ صدق می‌کنند. حال $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}=\vec{i}.\vec{i}+\vec{i}.(-\vec{i})=1-1=0$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل، $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{ADE}$ مثلث قائم‌الزاویه هستند و M و N وسط وترهای آن‌ها هستند. اگر $MH=\sqrt{3}$ و $AH=1$ و $ND=AD=\sqrt{2}$ باشد، فاصله دو نقطه M و N کدام است؟




۱) $1+\sqrt{2}$
۲) $2+\sqrt{2}$
۳) $\sqrt{5}$
۴) $\sqrt{10}$

پاسخ: گزینه ۴ (هندسه ۱ ـ صفحات ۶۰ و ۶۴ ـ دشوار)

یادآوری: در مثلث قائم‌الزاویه:

۱) میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و برعکس.

۲) ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ وتر است، اگر یک زاویهٔ $15^\circ$ داشته باشیم و برعکس.

۳) ضلع روبه‌رو به زاویه $30^\circ$ نصف وتر است و برعکس.

پاسخ تشریحی:

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{AMH}$ داریم:

$$AM^2=AH^2+MH^2\xrightarrow[MH=\sqrt{3}]{AH=1}AM=2$$

$$MC=MB=AM=2$$

AM میانه است، پس:

AH با $\frac{1}{4}BC$ برابر است. پس: $A\hat{C}B=15^\circ$

از طرف دیگر، $AM=MC$، پس: $M\hat{A}C=15^\circ$

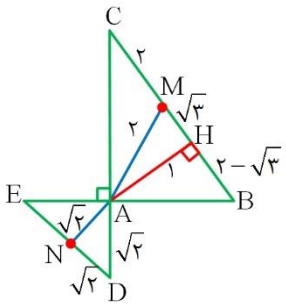
در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ADE}$ داریم:

$$DE=2\sqrt{2}\ ,\ AD=\sqrt{2}$$

پس،

از طرف دیگر: $EN=AN=\sqrt{2}$، پس: $E\hat{A}N=30^\circ$

$$AN=\sqrt{2}\ \text{و}\ A\hat{E}D=30^\circ$$




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در مثلث $\hat{MAN}$ داریم:

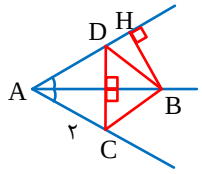
$$\begin{cases} AM = ۲ \\ AN = \sqrt{۲} \\ N\hat{A}M = M\hat{A}C + C\hat{A}E + E\hat{A}N = ۱۵^\circ + ۹۰^\circ + ۳۰^\circ = ۱۳۵^\circ \end{cases}$$

طبق قضیه کسینوس‌ها:

$$MN^۲ = AM^۲ + AN^۲ - ۲AM \times AN \times \cos N\hat{A}M = ۴ + ۲ - ۲ \times ۲ \times \sqrt{۲} \times (\frac{-\sqrt{۲}}{۲}) = ۱۰ \Rightarrow MN = \sqrt{۱۰}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- در شکل مقابل، $AB$ نیمساز زاویه $D\hat{A}C$ است. اگر $AB=۵$، $AC=۲$ و $S_{\hat{ABC}}=۴$ و $CD \perp AB$ باشد، $S_{\hat{BHD}}$ کدام است؟

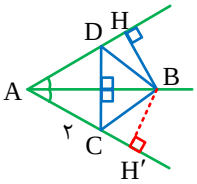



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۱ (هندسه ۱ ـ صفحات ۱۱ و ۱۲ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

در شکل مقابل، $AB$ خط تقارن شکل است. یعنی کافی است مساحت $BH'C$ را حساب کنیم.



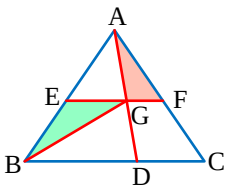

$$S_{\hat{ABC}} = \frac{BH' \times AC}{۲} \Rightarrow ۴ = \frac{BH' \times ۲}{۲} \Rightarrow BH' = ۴$$

از طرف دیگر، مثلث $A\hat{BH'}$ قائم‌الزاویه است که $AB=۵$، $BH'=۴$ می‌باشد، پس $AH'=۳$ و در نتیجه $CH'$ برابر با ۱ می‌باشد و داریم:

$$S_{\hat{BH'C}} = \frac{۱}{۲} BH' \times CH' = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱ = ۲$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل مقابل، $FC=AF$ و $BC=۳DC$ و $EF \parallel BC$ است. $\frac{S_{\hat{EGB}}}{S_{\hat{AFG}}}$ کدام است؟




۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (هندسه ۱ ـ صفحات ۳۱ و ۳۲ و ۳۴ و ۳۵ ـ متوسط)

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه $BC=۳DC$ است، داریم:

$$(۱)\ S_{\hat{ABC}} = ۳S_{\hat{ADC}}$$

با توجه به اینکه $AC=۲AF$ است، داریم:

$$(۲)\ S_{\hat{ADC}} = ۴S_{\hat{AFG}}$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow S_{\hat{ABC}} = ۱۲S_{\hat{AFG}} \quad (*)$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

با توجه به اینکه $BD=\frac{۲}{۳}BC$ است، داریم:

$$S_{\triangle AEG}=\frac{۱}{۴}S_{\triangle ABD}$$

با توجه به اینکه $AB=۲AE$ است، داریم:

$$(۳)\ S_{\triangle ABC}=\frac{۳}{۲}S_{\triangle ABD}$$

در نتیجه: $(۴)\ S_{EGBD}=\frac{۳}{۴}S_{\triangle ABD}$

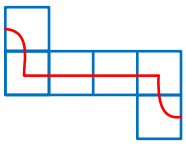
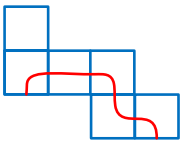
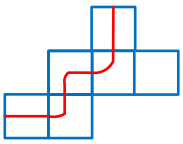
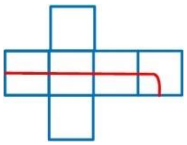
از طرفی، با توجه به $BD=۲EG$ داریم: $S_{\triangle BGD}=۲S_{\triangle EGB}$ است، در نتیجه:

$$(۵)\ S_{\triangle EGB}=\frac{۱}{۳}S_{EGDB}$$

$$(۵),(۴)\Rightarrow S_{\triangle EGB}=\frac{۱}{۴}S_{\triangle ABD}\xrightarrow{(۳)}S_{\triangle ABC}=۶S_{\triangle EGB}\xrightarrow{(*)}\frac{S_{\triangle EGB}}{S_{\triangle AFG}}=۲$$

گروه آموزشی ماز

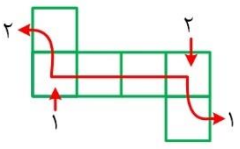
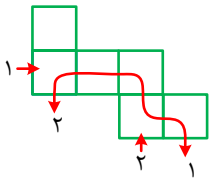
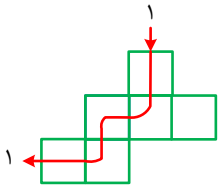
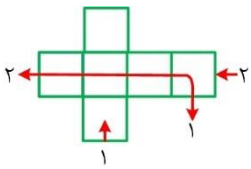
**۲۵- روی وجه‌هایی از یک مکعب، خم بسته‌ای کشیده‌ایم. کدام گزینه شکل گسترده آن است؟**

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

پاسخ: گزینه ۳ (هندسه ۱ ـ صفحه ۹۰ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

در گزینه‌ها نشان می‌دهیم انتهای هر خم قرمز به کدام وجه و از کجا وارد می‌شود.

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

گروه آموزشی ماز

**۲۶- در یک ذوزنقه که هم محیطی و هم محاطی است، اگر قاعده بزرگ ۴ برابر قاعده کوچک باشد، مجموع دو ساق چند برابر شعاع دایره محاطی آن است؟**

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

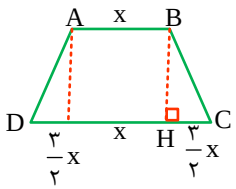
پاسخ: گزینه ۲ (هندسه ۲ ـ صفحات ۲۷ تا ۲۹ ـ متوسط)

**نکته ۱:**
اگر ذوزنقه‌ای محاطی باشد، متساوی‌الساقین است.

**نکته ۲:**
در ذوزنقه محیطی، مجموع دو قاعده با مجموع ۲ ساق برابر است.

**پاسخ تشریحی:**

ذوزنقه داده شده متساوی‌الساقین است (نکته ۱). با توجه به شکل مقابل داریم:




$$DC=۴x\Rightarrow HC=\frac{۳}{۲}x$$

از طرفی، مجموع دو ساق با مجموع دو قاعده برابر است (نکته ۲)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

$$BC = \frac{x+4x}{2} = \frac{5}{2}x$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{BHC}$ داریم:

$$BC^2 = HC^2 + BH^2 \xrightarrow[HC=\frac{3}{2}x]{BC=\frac{5}{2}x} BH = 2x$$

اما شعاع دایره محاطی ذوزنقه نصف ارتفاع است، یعنی $r = x$

از طرفی، مجموع دو ساق $5x$ است.

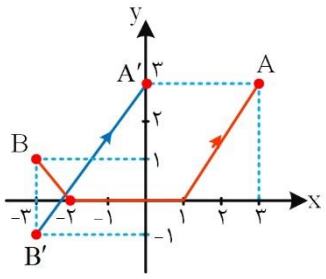
گروه آموزشی ماز

**۲۷- طول کوتاه‌ترین مسیر از نقطه $A=(3,3)$ به نقطه $B=(-3,1)$ به طوری که ۳ واحد آن روی محور xها باشد، کدام است؟**

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) $4\sqrt{3}$ ۴) $4(\sqrt{3}+1)$

پاسخ: گزینه ۱ (هندسه ۲ ـ صفحه ۵۵ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**




A را ۳ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا به $A' = (0,3)$ برسیم.

قرینه B نسبت به محور xها نقطه $B' = (-3,-1)$ است. از $A'$ به $B'$ یک پاره‌خط راست رسم می‌کنیم.

اندازهٔ $A'B'$ به اضافه ۳ جواب است و مسیر مطلوب با رنگ قرمز روی شکل مشخص شده است.

$$|A'B'| = \sqrt{(-3-0)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{جواب} = 5 + 3 = 8$$

گروه آموزشی ماز

**۲۸- از ۳ نقطه $A=(1,2,3)$ و $B=(1,1,1)$ و $C=(0,1,1)$ یک صفحه می‌گذرد. فاصله نقطه $D=(3,0,0)$ از این صفحه کدام است؟**

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

پاسخ: گزینه ۳ (هندسه ۳ ـ صفحات ۸۱ تا ۸۴ ـ دشوار)

**نکته ۱:**

حجم متوازی‌السطوح تولید شده توسط ۳ بردار $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ برابر است با: $\left|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\right|$

**نکته ۲:**

ارتفاع وارد بر قاعده تولید شده توسط دو بردار $\vec{b},\vec{c}$ در متوازی‌السطوحی که توسط $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ تولید می‌شود، بردار $\frac{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}{|\vec{b}\times\vec{c}|^2}(\vec{b}\times\vec{c})$ است که اندازهٔ آن برابر است با: $\frac{|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|}{|\vec{b}\times\vec{c}|}$

**پاسخ تشریحی:**

ابتدا بردارهای $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$ را حساب می‌کنیم:

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (0,-1,-2)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-1,-1,-2)$$

$$\overrightarrow{AD} = D - A = (2,-2,-3)$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

سپس با توجه به نکته ۲، $\frac{|\overrightarrow{AD}.(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})|}{|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|}$ را حساب می‌کنیم:

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ 0&-1&-2\\ -1&-1&-2\end{vmatrix}=(0,2,-1)$$

$$|\overrightarrow{AD}.(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})|=|(2,-2,-3).(0,2,-1)|=|-4+3|=1$$

$$|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=|(0,2,-1)|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$$

پس جواب $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ است.

گروه آموزشی ماز

**۲۹- ضریب تغییرات داده‌های کدام گزینه بیشتر است؟**

۱) $1,2,3,4,5$ ۲) $6,7,8,9,10$ ۳) $1,3,5,7,9$ ۴) $2,4,6,8,10$

پاسخ: گزینه ۳ (آمار و احتمال ـ صفحات ۹۶ و ۹۷ ـ متوسط)

**نکته ۱:**
میانگین داده‌هایی که تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، داده وسطی است. اگر تعداد داده‌ها زوج بود، می‌توان میانگین داده اول و آخر را حساب کرد!

**پاسخ تشریحی:**

**بررسی گزینه‌ها:**

۱ در گزینه ۱: میانگین $\bar{x}=3$ است، انحراف معیار برابر است با:

$$\sigma=\sqrt{\frac{4+1+0+1+4}{5}}=\sqrt{2}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

۲ در گزینه ۲: میانگین ۸ است، انحراف معیار برابر است با:

$$\sigma=\sqrt{\frac{4+1+0+1+4}{5}}=\sqrt{2}\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{2}}{8}$$

۳ در گزینه ۳، میانگین ۵ است، انحراف معیار برابر است با:

$$\sigma=\sqrt{\frac{16+4+0+4+16}{5}}=\sqrt{8}\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{8}}{5}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$$

۴ در گزینه ۴، میانگین ۶ است، انحراف معیار برابر است با:

$$\sigma=\sqrt{\frac{16+4+0+4+16}{5}}=\sqrt{8}\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{8}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

گروه آموزشی ماز

**۳۰- باقی‌مانده $2023^{2023}$ بر ۵۶ کدام است؟**

۱) ۵۵ ۲) ۷ ۳) ۱ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۱۸ تا ۲۳ ـ متوسط)

**نکته ۱:**

$$\begin{matrix}a\overset{m}{\equiv}b\\ a\overset{n}{\equiv}b\end{matrix}\Rightarrow a\overset{[m,n]}{\equiv}b$$

**نکته ۲:**
اگر a یک عدد فرد و b یک عدد زوج باشد، داریم: $a^b\overset{8}{\equiv}1\Rightarrow a^{b+1}\overset{8}{\equiv}a$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**پاسخ تشریحی:**

۵۶ حاصل‌ضرب ۲ عدد متباین ۷ و ۸ است.

از نکته ۲ داریم:

با توجه به اینکه $۷|۲۰۲۳$ داریم:

$$۲۰۲۳^{۲۰۲۳} \overset{۸}{\equiv} ۲۰۲۳ \overset{۸}{\equiv} ۷ \quad (۱)$$

$$۲۰۲۳^{۲۰۲۳} \overset{۷}{\equiv} ۰ \overset{۷}{\equiv} ۷ \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \xrightarrow{\text{طبق نکته ۱}} ۲۰۲۳^{۲۰۲۳} \overset{۵۶}{\equiv} ۷$$

گروه آموزشی ماز

**۳۱- معادله $۱۱۹x+۲۸۹y=۲۰۲۳$، چند دسته جواب صحیح و نامنفی دارد؟**

۱) جواب صحیح و نامنفی ندارد.
۲) ۱ دسته
۳) دو دسته
۴) بیش از ۲ دسته

پاسخ: گزینه ۳ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۲۶ تا ۲۹ ـ متوسط)

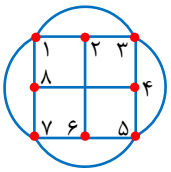
**پاسخ تشریحی:**

$$۱۱۹x+۲۸۹y=۲۰۲۳ \xrightarrow{\div ۱۷} ۷x+۱۷y=۱۱۹$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱۷y \overset{۷}{\equiv} ۱۱۹ \xrightarrow{۷|۱۱۹} y \overset{۷}{\equiv} ۰ \to y=۷k \\ ۷x+۱۷(۷k)=۱۱۹ \to x=۱۷-۱۷k \end{array}\right\} \xrightarrow{x \text{ و } y \text{ عدد حسابی باشند}} \begin{array}{l} ۰ \le k \\ k \le ۱ \end{array} \Rightarrow k=۱ \text{ یا } k=۰$$

گروه آموزشی ماز

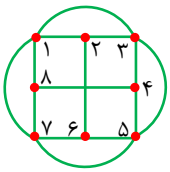
**۳۲- در گراف شکل مقابل، چند دور به طول ۴ وجود دارد؟**




۱) ۱
۲) ۴
۳) ۵
۴) بیش از ۵

پاسخ: گزینه ۳ (ریاضیات گسسته ـ صفحه ۳۸ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**




۱) ۱,۳,۵,۷,۱
۲) ۱,۳,۴,۸,۱
۳) ۲,۳,۵,۶,۲
۴) ۴,۵,۷,۸,۴
۵) ۶,۷,۱,۲,۶

بنابراین ۵ دور به طول چهار داریم.

گروه آموزشی ماز

**۳۳- معادلهٔ $۲x_۱+۲x_۲+x_۳=۱۹$، چند دسته جواب طبیعی دارد که $۳ \le x_۳$ و $۲ < x_۲$ باشد؟**

۱) ۱۵
۲) ۴۵
۳) ۱۰۵
۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینه ۱ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۵۹ تا ۶۱ و ۷۱ ـ دشوار)

**نکته مهم**

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله سیاله $x_۱+x_۲+\ldots+x_n=m$ برابر است با: $\binom{m+n-۱}{n-۱}=\frac{(m+n-۱)!}{m!(n-۱)!}$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

**پاسخ تشریحی:**

با توجه به اینکه $2x_1$ و $2x_2$ اعداد زوجی هستند و مجموع آن‌ها با $x_3$ یک عدد فرد شده است، پس باید $x_3$ یک عدد فرد باشد و چون باید بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد، جای $x_3$، $2x'_3+3$ قرار می‌دهیم. چون $x_2\geq 3$ است، جای $x_2$ متغیر $x'_2+3$ و چون $x_1\geq 1$ است، جای $x_1$ متغیر $x'_1+1$ را قرار می‌دهیم:

$$2(x'_1+1)+2(x'_2+3)+2x'_3+3=19\Rightarrow 2x'_1+2x'_2+2x'_3=8$$

$$\Rightarrow x'_1+x'_2+x'_3=4\Rightarrow \frac{(4+2)!}{4!2!}=15$$

گروه آموزشی ماز

**۳۴- چند تابع از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳عضوی وجود دارد که نه یک‌به‌یک باشد نه پوشا؟**

۱) ۳۶ ۲) ۴۵ ۳) ۷۹ ۴) ۸۱

پاسخ: گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۷۷ تا ۷۹ ـ متوسط)

**نکات طلایی:**

اگر A و B دو مجموعه باشند که $|A|=m$ و $|B|=n$ است:

۱) تعداد توابع از A به B برابر است با $n^m$.

۲) اگر $n>m$ باشد، هیچ تابع پوشایی از A به B وجود ندارد.

۳) اگر $m>n$ باشد، هیچ تابع یک‌به‌یکی از A به B وجود ندارد.

۴) اگر $m=n$ باشد، هر تابع پوشایی یک‌به‌یک است و هر تابع یک‌به‌یکی پوشا است، تعداد توابع یک‌به‌یک از A به B برابر است با: $n!$.

**نکته:**

تعداد توابع پوشا از A به B که $|A|=n\geq 3$ و $|B|=3$ برابر است با: $3^n-3\times 2^n+3$.

**پاسخ تشریحی:**

تعداد کل توابع از مجموعه ۴ عضوی به مجموعه ۳ عضوی برابر است با: $3^4=81$

در این بین، هیچ تابعی یک‌به‌یک نیست و تعداد توابع پوشا برابر است با: $3^4-3\times 2^4+3=36$

پس تعداد توابع غیرپوشا (و غیریک‌به‌یک) برابر است با: $81-36=45$

گروه آموزشی ماز

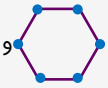
**۳۵- گراف ۲-منتظم G از مرتبه ۱۳ دارای بزرگ‌ترین عدد احاطه‌گری است. این گراف حداکثر چند دور دارد؟**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ (ریاضیات گسسته ـ صفحات ۳۵ و ۳۸ و ٤٤ تا ٤٦ ـ دشوار)

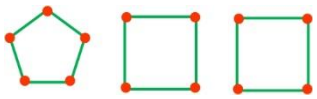
**نکته مهم:**

هر بخش از یک گراف ۲ـ منتظم یک دور شامل تمام رئوس آن بخش یعنی یک $C_n$ است.

مثلاً گراف ۲ـ منتظم همبند از مرتبه ۶ به صورت  و گراف ۲ـ منتظم ناهمبند به صورت است.

در بین گراف‌های ۲ـ منتظم، گراف‌های همبند و گراف‌هایی که تعداد رأس‌های هر بخش مضرب ۳ است کمترین عدد احاطه‌گری را دارند و گراف‌هایی که بخش‌های آن در حد امکان، ۴ رأسی است بیشترین عدد احاطه‌گری را دارند.

**پاسخ تشریحی:**

طبق درسنامه، باید بخش‌های گراف تا حد ممکن ۴ رأسی باشند یعنی اگر گراف ۲-منتظم ۱۳ رأسی به صورت  باشد، عدد احاطه‌گری آن از بقیه گراف‌های ۲-منتظم مرتبه ۱۳ بیش‌تر است. این گراف دارای ۳ دور است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۶- $(p\Rightarrow\sim q)\Rightarrow p$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) $(p\vee(\sim q))\vee p$ ۲) $(p\vee(\sim q))\wedge p$ ۳) $(q\wedge p)\vee q$ ۴) $(q\wedge(\sim p))\vee q$

پاسخ: گزینه ۲ (آمار و احتمال ـ صفحات ٦ تا ١١ ـ ساده)

**نکته ۱:** $p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$

**نکته ۲:** $\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q$

**نکته ۳:** $\begin{cases}(p\vee q)\wedge p\equiv p\\(p\wedge q)\vee p\equiv p\end{cases}$

**نکته ۴:** $\begin{cases}p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q\\p\wedge(\sim p\vee q)\equiv p\wedge q\end{cases}$

**پاسخ تشریحی:**

$(p\Rightarrow\sim q)\Rightarrow p\equiv\sim(\sim p\vee\sim q)\vee p\equiv(p\wedge q)\vee p\equiv p$

**بررسی گزینه‌ها:**

گزینه ۱) $(p\vee\sim q)\vee p\equiv p\vee\sim q$ ×

گزینه ۲) $(p\vee\sim q)\wedge p\equiv p$ ✓

گزینه ۳) $(q\wedge p)\vee q\equiv q$ ×

گزینه ۴) $(q\wedge\sim p)\vee q\equiv q\vee\sim p$ ×

گروه آموزشی ماز

۳۷- مجموعه $A-(B-C)$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) $(A-B)-C$ ۲) $(A-B)\cup(A-C)$ ۳) $(A-B)\cap(A-C)$ ۴) $(A-B)\cup(A\cap C)$

پاسخ: گزینه ٤ (آمار و احتمال ـ صفحات ٢٨ تا ٣٠ ـ ساده)

**یادآوری:**

۱) $A-B=A\cap B'$

۲) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

**پاسخ تشریحی:**

$A-(B-C)=A\cap(B\cap C')'=A\cap(B'\cup C)=(A\cap B')\cup(A\cap C)=(A-B)\cup(A\cap C)$

گروه آموزشی ماز

۳۸- ۴ جفت کفش در یک جاکفشی قرار دارد. ۴ لنگه برمی‌داریم. با چه احتمالی، هیچ جفت کفشی انتخاب نشده است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۸}{۳۵}$

پاسخ: گزینه ٤ (آمار و احتمال ـ صفحات ٤٣ تا ٤٧ ـ متوسط)

**پاسخ تشریحی:**

تعداد اعضای فضای نمونه، انتخاب ۴ لنگه کفش از بین ۸ لنگه کفش است.

$$\binom{۸}{۴}=\frac{۸\times۷\times۶\times۵}{۴\times۳\times۲\times۱}=۷۰$$

پیشامد مطلوب، برداشتن یک لنگه کفش از هر جفت است که برای هر جفت، ۲ حالت دارد، پس برای ۴ جفت می‌شود $۲^۴$. یعنی جواب برابر است با:

$$\frac{۲^۴}{۷۰}=\frac{۸}{۳۵}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

**۳۹- در یک ظرف، ۱ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد. مهره‌ای به تصادف از آن خارج می‌کنیم، اگر مهره سفید بود آن را به همراه ۲ مهره سفید دیگر به ظرف باز می‌گردانیم و اگر سیاه بود آن را کنار می‌گذاریم. با چه احتمالی، پس از ۳ مرحله انجام این آزمایش در ظرف، ۴ مهره وجود خواهد داشت؟**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۴ (آمار و احتمال ـ صفحات ۵۸ تا ۶۰ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

باید در ۳ مرحله آزمایش، ۲ بار سیاه بیاید و یک بار سفید انتخاب شود، سفید یا در مرحله اول انتخاب شده یا در مرحله دوم یا در مرحله سوم، پس داریم:

$$\underbrace{\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۶}\times\frac{۲}{۵}}_{\text{اول سفید، دوم و سوم سیاه}}+\underbrace{\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۵}}_{\text{اول سیاه، دوم سفید، سوم سیاه}}+\underbrace{\frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}}_{\text{اول و دوم سیاه، سوم سفید}}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}+\frac{۵}{۲۰}=\frac{۸}{۲۰}=۰/۴$$

گروه آموزشی ماز

**۴۰- دو ظرف مشابه داریم. در ظرف اول، یک مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد. از ظرف اول، یک مهره برمی‌داریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس از ظرف دوم، یک مهره برمی‌داریم. اگر سیاه باشد، با چه احتمالی مهره‌ای که از ظرف اول در ظرف دوم قرار دادیم، همان مهره‌ای است که از ظرف دوم برداشته‌ایم؟**

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: گزینه ۴ (آمار و احتمال ـ صفحات ۶۰ تا ۶۴ ـ دشوار)

**پاسخ تشریحی:**

احتمال سیاه بودن مهره‌ای که از ظرف اول برمی‌داریم

$\frac{۳}{۴}$ ← مهره‌ای که از ظرف دوم برداشته‌ایم، از ظرف اول آمده‌است. $\frac{۱}{۶}$

احتمال سیاه بودن مهره‌ای که از ظرف دوم برمی‌داریم

$\frac{۳}{۵}$ ← مهره‌ای که از ظرف دوم برداشته‌ایم، از ابتدا در ظرف دوم بوده $\frac{۵}{۶}$

$$\text{جواب}=\frac{\underbrace{\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۶}}_{\text{از ظرف اول آمده و سیاه است.}}}{\underbrace{\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۶}}_{\text{از ظرف اول آمده و سیاه است.}}+\underbrace{\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۶}}_{\text{از ابتدا در ظرف دوم بوده و سیاه است.}}}=\frac{۱}{۵}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱- ابعاد یک استخر $۶m \times ۱۲۵۰cm \times ۰/۰۵hm$ است. اگر توسط یک شیر آب، با آهنگ $۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{L}{\mu s}$ آب درون استخر ریخته شود، پس از چند دقیقه استخر پر از آب خواهد شد؟

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (ساده- محاسباتی- ۱۰۰۱)

**نکته:**

آهنگ تغییرات هر کمیتی برابر تغییرات آن کمیت در واحد زمان است. مثلاً آهنگ تغییر حجم آب درون یک استخر از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

آهنگ تغییرات حجم آب : $\frac{\Delta V}{\Delta t}$

**پاسخ تشریحی:**

در ابتدا حجم کل استخر را برحسب متر مکعب بدست می‌آوریم:

$$V = ۶m \times ۱۲۵۰cm \times ۰/۰۵hm$$

$$= ۶m \times ۱۲۵۰ \times ۱۰^{-۲} m \times ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۲} m = ۳۷۵ m^{۳}$$

اکنون تلاش می‌کنیم آهنگ خروج آب را به $\frac{m^{۳}}{min}$ تبدیل کنیم:

$$۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{L}{\mu s} \times \frac{۱ m^{۳}}{۱۰^{۳} L} \times \frac{۱ \mu s}{۱۰^{-۶} s} \times \frac{۶۰ s}{۱ min} = ۱۵ \frac{m^{۳}}{min}$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ خروج آب} = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} \rightarrow ۱۵ = \frac{۳۷۵}{t} \rightarrow t = ۲۵ min$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- متحرکی فاصله‌ای را در جهت محور x طی می‌کند و سپس بخشی از این فاصله را باز می‌گردد. اگر اندازه سرعت متوسط در کل مسیر ۰/۶ برابر تندی متوسط در کل مسیر باشد، طول مسیر برگشت چند درصد طول مسیر رفت است؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۲۵ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۳ (ساده- مفهومی و محاسباتی- ۱۲۰۱)

**سرعت و تندی متوسط**

۱) در شکل مقابل، متحرک از مسیر نشان داده شده از A به B می‌رود. در این صورت طول مسیر واقعی برابر مسافت طی شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. به شکل مقابل دقت کنید.

۲) با تقسیم مسافت طی شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت بدست می‌آید.

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{L}{\Delta t}$$

۳) با تقسیم جابه‌جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط بدست می‌آید.

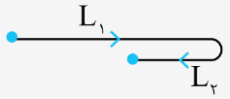
$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۴) مسافت و تندی متوسط کمیت‌هایی نرده‌ای هستند، در حالی که جابه‌جایی و سرعت متوسط کمیت‌هایی برداری می‌باشند.

۵) در یک حرکت معین، اندازهٔ جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی شده است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند.

۶) در یک حرکت معین، اندازهٔ سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند.

۷) اگر متحرک ابتدا به اندازهٔ $L_۱$ در جهت محور x حرکت کند و سپس دور بزند و به اندازهٔ $L_۲$ در خلاف جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی و مسافت طی شده برابر است با:




اندازهٔ جابه‌جایی : $\Delta x = |L_۱ - L_۲|$

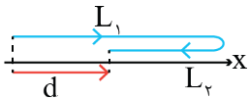
مسافت : $L = L_۱ + L_۲$

بنابراین نسبت اندازهٔ سرعت متوسط به تندی متوسط برابر $\frac{|L_۱ - L_۲|}{L_۱ + L_۲}$ است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**پاسخ تشریحی:**

چون حرکت روی خط راست انجام شده و سرعت متوسط و تندی متوسط برابر نیست پس تغییر جهت داریم و با توجه به اینکه فقط یک بار تغییر جهت داریم، پس مسیر حرکت مطابق شکل مقابل می‌تواند باشد:



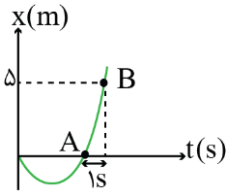

$$\frac{v_{av}}{s_{av}}=\frac{d}{L}\rightarrow ۰/۶=\frac{x_۲-x_۱}{x_۱+x_۲}=\frac{L_۱-L_۲}{L_۱+L_۲}$$

$$\rightarrow ۰/۶L_۱+۰/۶L_۲=L_۱-L_۲\rightarrow ۱/۶L_۲=۰/۴L_۱\rightarrow ۴L_۲=L_۱$$

$$\rightarrow \frac{L_۲}{L_۱}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵\xrightarrow{\text{به درصد}}\frac{L_۲}{L_۱}\times ۱۰۰=۲۵\%$$

گروه آموزشی ماز

**۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل مقابل می‌باشد. اگر تندی متحرک در نقطه B برابر $۶\frac{m}{s}$ باشد، در فاصلهٔ چند متری از مبدأ مختصات، تندی متحرک $۲\frac{m}{s}$ است؟**




۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

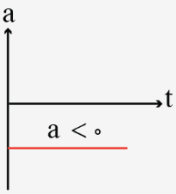
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط- نموداری- ۱۲۰۱)

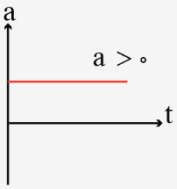
**نمودارهای حرکت با شتاب ثابت**

الف) نمودار مکان - زمان: سهمی (درجه ۲)

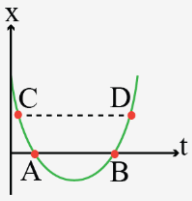
ب) نمودار سرعت - زمان: خط راست غیر افقی (درجه یک)

ج) نمودار شتاب - زمان: خط راست افقی (درجه صفر)




د) در حرکت با شتاب ثابت که نمودار مکان - زمان یک سهمی است، با توجه به تقارن سهمی، اگر دو نقطهٔ مثلاً A و B بر روی نمودار، روبه‌روی هم باشند $(x_A=x_B)$ آن‌گاه $v_A=-v_B$ می‌شود.




$$v_A=-v_B$$

$$v_C=-v_D$$

**پاسخ تشریحی:**

$$\Delta x_{AB}=\frac{v_B+v_A}{۲}\times\Delta t\rightarrow ۵=\frac{۶+v_A}{۲}\times ۱$$

$$\rightarrow v_A=۴\frac{m}{s}\rightarrow v_۰=-v_A\rightarrow v_۰=-۴\frac{m}{s}$$

در مسیر AB $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۶-۴}{۱}\rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$

مکان اولیه $x_۰=۰$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \rightarrow x = t^۲ - ۴t$

$v = at + v_۰ \rightarrow v = ۲t - ۴$

$\text{تندی} = ۲\frac{m}{s} \rightarrow \text{سرعت} = \pm ۲\frac{m}{s}$

۱) $v = +۲ \rightarrow ۲ = ۲t - ۴ \rightarrow t = ۳s \rightarrow x = -۳m$

۲) $v = -۲ \rightarrow -۲ = ۲t - ۴ \rightarrow t = ۱s \rightarrow x = -۳m$

گروه آموزشی ماز

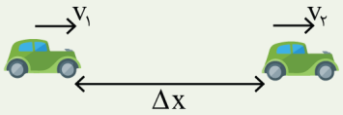
**۴۴- متحرکی به جرم ۲۰۰ گرم در مسیر مستقیم با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت ۶۰ متری سرعت آن به $۱۲\frac{m}{s}$ می‌رسد. چند ثانیه پس از شروع حرکت، بزرگی تکانهٔ متحرک به ۳/۶ واحد SI می‌رسد؟**

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط- محاسباتی- ۱۲۰۱)

**نکته:**

۱) در حرکت با شتاب ثابت، اگر سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای یک جابه‌جایی معلوم را بدانیم، با کمک رابطهٔ مستقل از زمان می‌توانیم شتاب حرکت را محاسبه کنیم.



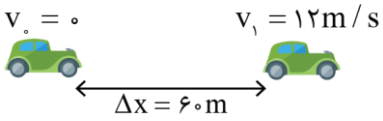

$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x$

۲) تکانهٔ جسم از رابطهٔ $p = mv$ به دست می‌آید و یکای آن در SI برابر $\frac{kg.m}{s}$ است.

**پاسخ تشریحی:**

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبهٔ شتاب حرکت با کمک رابطهٔ مستقل از زمان:




$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow ۱۲^۲ - ۰ = ۲a \times ۶۰ \rightarrow a = \frac{۶}{۵}\frac{m}{s^۲}$

گام دوم: برای آن‌که بزرگی تکانهٔ جسم برابر $۳/۶\frac{kg.m}{s}$ باشد، سرعت جسم باید برابر باشد با:

$p = mv \rightarrow ۳/۶ = ۰/۲v \rightarrow v = ۱۸\frac{m}{s}$

گام سوم: مدت زمان لازم برای رسیدن سرعت جسم به $v = ۱۸\frac{m}{s}$ برابر است با:

$v = at + v_۰ \rightarrow v = \frac{۶}{۵}t \xrightarrow{v=۱۸\frac{m}{s}} ۱۸ = \frac{۶}{۵}t \rightarrow t = ۱۵s$

گروه آموزشی ماز

**۴۵- جسمی روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد. در لحظهٔ $t = ۰$، نیروی افقی $F = ۲۴N$ به مدت ۴ ثانیه به جسم وارد می‌شود و جسم مسافت ۲۴ متر را روی سطح افقی طی می‌کند. سپس در لحظهٔ $t = ۴s$، نیروی F بدون تغییر جهت، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد و جسم با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. جرم جسم چند کیلوگرم است و بزرگی نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$**

۱) ۶، ۶۰ ۲) ۶، $۶\sqrt{۱۰۱}$ ۳) ۱۲، ۶۰ ۴) ۱۲، $۶\sqrt{۱۰۱}$

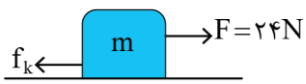
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط- محاسباتی- ۱۲۰۱)

**پاسخ تشریحی:**

در ۴ ثانیهٔ اول، جسم به اندازهٔ ۲۴ متر جابه‌جا شده است، بنابراین شتاب حرکت آن برابر است با:

$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \rightarrow ۲۴ = \frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ \rightarrow a = ۳\frac{m}{s^۲}$

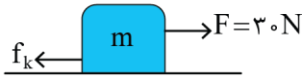
در این ۴ ثانیه، نیروهای زیر به جسم وارد شده‌اند.




$F_{net_x} = ma \xrightarrow{a=۳\frac{m}{s^۲}} ۲۴ - f_k = ۳m \quad (I)$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پس از لحظهٔ $t=۴s$، نیروی F به $۳۰N$ می‌رسد و شتاب حرکت برابر $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌شود و می‌توان نوشت:




$$F'_{net}=ma' \xrightarrow{a'=۴\frac{m}{s^۲}} ۳۰-f_k=۴m \qquad (II)$$

با کم کردن رابطهٔ (I) از رابطهٔ (II) داریم:

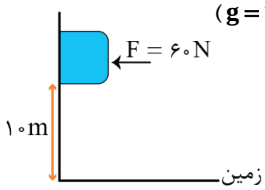
$$(۳۰-f_k)-(۲۴-f_k)=۴m-۳m \rightarrow m=۶kg \rightarrow f_k=۶N$$

بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با:

نیروی سطح : $R=\sqrt{F_N^۲+f_k^۲}=\sqrt{۶۰^۲+۶^۲}=۶\sqrt{۱۰۱}N$

## گروه آموزشی ماز

**۴۶- در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F به دیوار فشرده است و در آستانهٔ سقوط قرار دارد. اگر بزرگی نیروی F را ۲۰N کاهش دهیم، جسم پس از چند ثانیه به زمین برخورد می‌کند؟ (ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و دیوار به ترتیب $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۸}$ است و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)**

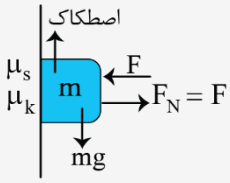



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (سخت- محاسباتی- ۱۲۰۱)

### بررسی فشرده شدن یک جسم به دیوار

در این بخش وضعیت جسمی که توسط نیروی افقی به دیوار فشرده است را بررسی می‌کنیم. به شکل مقابل دقت کنید.




بسته به مقدار نیروی F، دو وضعیت زیر ممکن است برای جسم ایجاد شود.

۱) اگر نیروی وزن جسم کوچک‌تر یا مساوی بیشینهٔ اصطکاک ایستایی باشد، جسم ساکن می‌ماند.

$$\begin{cases} f_{s\,max}=\mu_s F_N=\mu_s F \\ mg \le f_{s\,max} \end{cases} \rightarrow mg \le \mu_s F \rightarrow \frac{mg}{\mu_s} \le F$$

بنابراین اگر نیروی F از $\frac{mg}{\mu_s}$ بزرگ‌تر یا برابر آن باشد، جسم ساکن می‌ماند. در حالتی که نیروی F برابر $\frac{mg}{\mu_s}$ است، جسم در آستانهٔ سقوط است.

۲) اگر نیروی وزن بزرگ‌تر از بیشینهٔ اصطکاک ایستایی باشد، جسم سقوط می‌کند و نیروی اصطکاکی که دیوار به آن وارد می‌کند از نوع جنبشی خواهد بود.

$$mg > \mu_s F \rightarrow \frac{mg}{\mu_s} > F$$

$$F_{net}=ma \rightarrow mg-f_k=ma$$

$$\xrightarrow[F_N=F]{f_k=\mu_k F_N} mg-\mu_k F=ma \rightarrow a=g-\frac{\mu_k F}{m}$$

جسم با شتاب a سقوط خواهد کرد.

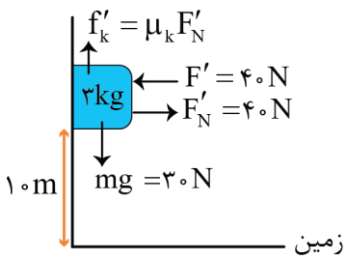
### پاسخ تشریحی:

ابتدا جسم در آستانهٔ سقوط است، بنابراین داریم:

$$mg=f_{s\,max} \rightarrow mg=\mu_s F_N \xrightarrow{F_N=F} mg=\mu_s F$$

$$\rightarrow m\times ۱۰=\frac{۱}{۲}\times ۶۰=۳۰ \rightarrow m=۳kg$$

در ادامه نیروی F، ۲۰N کاهش می‌یابد و به $F'=۴۰N$ می‌رسد. در این شرایط شتاب حرکت برابر است با:




$$F_{net}=ma$$

$$\rightarrow mg-f'_k=ma$$

$$\rightarrow ۳\times ۱۰-\mu_k F'=۳a$$

$$\rightarrow ۳۰-\frac{۳}{۸}\times ۴۰=۳a \rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

جسم با شتاب $a = ۵\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند و مدت زمانی که طول می‌کشد به زمین برسد برابر می‌شود با:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲}\times ۵ \times t^۲ \rightarrow t = ۲s$$

گروه آموزشی ماز

**۴۷- چتربازی از ارتفاع نسبتاً زیادی از سطح زمین پرش می‌کند. در لحظهٔ $t_۱$ چترباز هنوز چتر خود را باز نکرده و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر آن، $۶۴۰N$ است اما در لحظهٔ $t_۲$ چترباز چتر خود را باز کرده و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر آن $f'_D$ می‌باشد. اگر بزرگی شتاب چترباز در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ به ترتیب $۲\frac{m}{s^۲}$ و $۱/۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، اندازهٔ نیروی $f'_D$ و اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در لحظهٔ رسیدن چترباز به تندی حدی به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$**

۱) ۶۵۰، ۶۸۰ ۲) ۸۰۰، ۶۸۰ ۳) ۶۵۰، ۹۲۰ ۴) ۸۰۰، ۹۲۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط- مفهومی و محاسباتی- ۱۲۰۱)

**نکته**

هنگام سقوط یک چترباز به نکات زیر توجه کنید.

۱) در مدتی که چتر باز نشده است، نیروی مقاومت هوا نسبت به وزن چترباز کوچک است و چترباز با حرکت تندشونده پایین می‌آید. تا اینکه در نهایت $mg = f_D$ شده و شخص به سرعت حدی می‌رسد. شتاب حرکت در این حالت به سمت پایین است و اندازهٔ آن برابر است با:

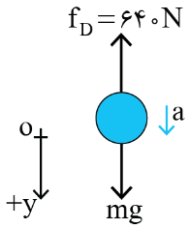
$$F_{net} = ma$$
$$\rightarrow mg - f_D = ma$$
$$\rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

۲) پس از باز شدن چتر، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و اگر نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر از وزن چترباز باشد، حرکت چترباز کندشونده خواهد بود تا اینکه در نهایت $mg = f_D$ شده و شخص به سرعت حدی می‌رسد. در این حالت شتاب به سمت بالاست و اندازهٔ آن برابر است با:

$$F_{net} = ma$$
$$\rightarrow f_D - mg = ma$$
$$\rightarrow a = \frac{f_D}{m} - g$$

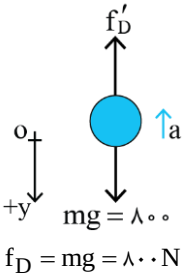
**پاسخ تشریحی:**

می‌دانیم قبل از باز شدن چتر، حرکت چترباز تندشونده است و بزرگی نیروی $f_D$ کمتر از نیروی $mg$ می‌باشد. پس اگر جهت مثبت را جهت پایین انتخاب کنیم، جهت شتاب چترباز نیز به سمت پایین بوده و بنابراین $a = +۲\frac{m}{s^۲}$ خواهد شد. اکنون داریم:




$$F_{net} = ma \rightarrow mg - f_D = ma$$
$$\rightarrow ۱۰m - ۶۴۰ = ۲m \rightarrow m = ۸۰kg$$

در لحظهٔ $t_۲$ که چتر باز شده است، نوع حرکت کندشونده بوده و جهت شتاب رو به بالا است. بنابراین در این لحظه $a = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد و مجدداً می‌توان نوشت:




$$F_{net} = ma \rightarrow mg - f'_D = ma$$
$$\rightarrow ۸۰۰ - f'_D = ۸۰\times(-۱/۵) \rightarrow f'_D = ۹۲۰N$$

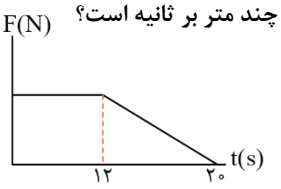
در نهایت در لحظه‌ای که چترباز به تندی حدی رسیده است داریم:

$$f_D = mg = ۸۰۰N$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۸- شکل مقابل، نمودار نیروی خالص وارد بر یک جسم نیم کیلوگرمی را برحسب زمان نشان می‌دهد. اگر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=20s$ برابر $8N$ و تندی گلوله در لحظهٔ $t'=12s$ برابر $15\frac{m}{s}$ باشد، تندی گلوله در لحظهٔ $t_2=20s$ چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۴۰
۲) ۵۵
۳) ۸۰
۴) ۹۵

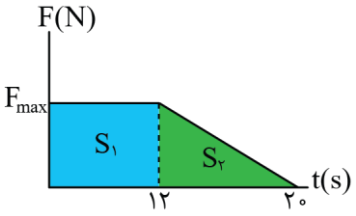
پاسخ: گزینه ٤ (ساده- نموداری- ۱۲۰۱)

**نکته:**

۱) مساحت زیر نمودار نیروی خالص برحسب زمان برابر تغییرات تکانه است.
۲) تغییرات تکانه در واحد زمان برابر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است.

$$F_{net_{av}}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$$

**پاسخ تشریحی:**




$$\Delta p=F_{net}\Delta t=8\times 20=160N$$

مقدار $\Delta p$ معادل با سطح زیر نمودار نیرو - زمان است. پس:

$$\Delta p=S_1+S_2\rightarrow 160=(12\times F_{max})+(\frac{1}{2}\times F_{max}\times 8)=16F_{max}$$

$$\rightarrow F_{max}=10N$$

اکنون به محاسبهٔ $\Delta p$ در بازهٔ $t_1=12s$ تا $t_2=20s$ می‌پردازیم:

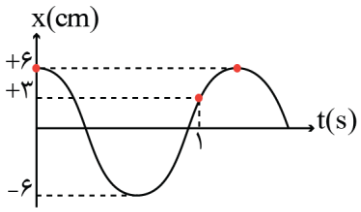
$$\Delta p_{[12,20]}=S_2=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40N$$

$$\Delta p=m\Delta v\rightarrow 40=0/5\Delta v\rightarrow \Delta v=80\frac{m}{s}$$

$$\Delta v=v_2-v_1\rightarrow 80=v_2-15\rightarrow v_2=95\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- نمودار مکان - زمان حرکت نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. تندی متوسط این نوسانگر در بازهٔ $t=0/05s$ تا $t=1/85s$ چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۰/۰۱
۲) ۰/۰۲
۳) ۰/۱
۴) ۰/۲

پاسخ: گزینه ٤ (متوسط- نموداری- ۱۲۰۳)

**مکان نوسانگر ساده**

روش حل تست‌های مربوط به شناسه تابع کسینوس

تیپ اول) سؤالاتی که مسیر موردنظر مضرب صحیحی از نصف دوره باشد. (باید داده‌های سؤال الزاماً مضارب صحیحی از $\Delta t=\frac{T}{2}$ یا $\Delta\theta=\pi$ یا $L=2A$ باشند.)

می‌دانیم که یک نوسانگر در مدت زمان نصف دوره یعنی $\Delta t=\frac{T}{2}$ مسافتی برابر $L=2A$ را طی می‌کند پس به راحتی می‌توان این‌گونه سؤالات را با یک تناسب ساده به شیوه زیر حل کرد:

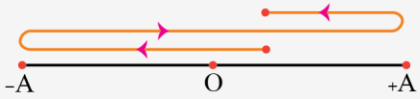
| $\Delta t=\frac{T}{2}$ | $L=2A$ |
|---|---|
| $\Delta t=?$ | $L=?$ |

مثال) نصف دوره

$$\left.\begin{matrix}L=2A\\ \Delta t=\frac{T}{2}\end{matrix}\right\}$$

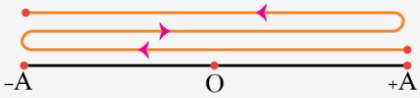
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\left.\begin{matrix} L=2\times 2A \\ \Delta t=2\times\frac{T}{2} \end{matrix}\right\}$$




یک دوره

$$\left.\begin{matrix} L=3\times 2A \\ \Delta t=3\times\frac{T}{2} \end{matrix}\right\}$$

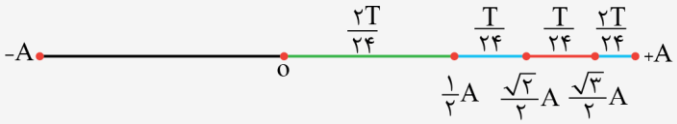



یک و نیم دوره

توجه کنید که اگر مسیر موردنظر مضرب صحیحی از $\frac{T}{2}$ یا $2A$ نباشد هرگز نمی‌توان از تناسب سؤال را حل کرد.

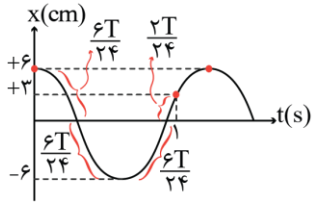
تیپ دوم) اگر مسیر موردنظر مضرب صحیحی از نصف دوره نبود با استفاده از الگوی شکل زیر سؤال را حل کنید:

در این شکل یک پاره‌خط نوسان ترسیم شده است و مدت زمان هر قسمت از پاره‌خط نوسان نوشته شده است ابتدا مسیر موردنظر را مشخص کنید و سپس طبق الگو زمان آن را به دست آورید.




**پاسخ تشریحی:**

ابتدا از روی نمودار دورهٔ تناوب را بدست می‌آوریم. مکان $x=+3cm$ متناظر با $x=+\frac{A}{2}$ می‌باشد پس:




$$\frac{6T}{24}+\frac{6T}{24}+\frac{6T}{24}+\frac{2T}{24}=1\rightarrow\frac{20T}{24}=1\rightarrow T=1/2s$$

طول بازهٔ زمانی $\Delta t=1/85-0/05=1/8s$

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{1/8}{1/2}=\frac{3}{2}\rightarrow$$ پس بازهٔ زمانی $\frac{3}{2}T$ می‌باشد

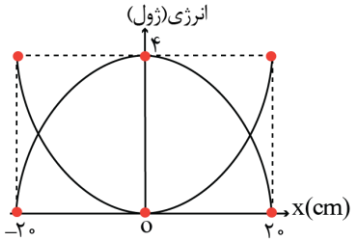
و چون در هر دوره مسافت $4A$ طی می‌شود پس:

$$L=\frac{3}{2}\times 4A=6A=6\times 0/06=0/36m$$

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{0/36}{1/8}=0/2\frac{m}{s}$$

**گروه آموزشی ماز**

۵۰- **نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل سامانه جرم - فنری که روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد مطابق شکل است. جرم این نوسانگر ۱۲۵۰ گرم و حداکثر طول فنر در حین نوسان ۱۳۰ سانتی‌متر است شتاب این نوسانگر در لحظه‌ای که طول فنر ۱۱۵ سانتی‌متر است چند متر بر مربع ثانیه می‌باشد؟**




۱) ۸+

۲) ۸-

۳) ۲۴+

۴) ۲۴-

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط- نموداری- ۱۲۰۳)

**انرژی در حرکت هماهنگ ساده**

انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mv^2$

انرژی پتانسیل $U=\frac{1}{2}m(v_m^2-v^2)$

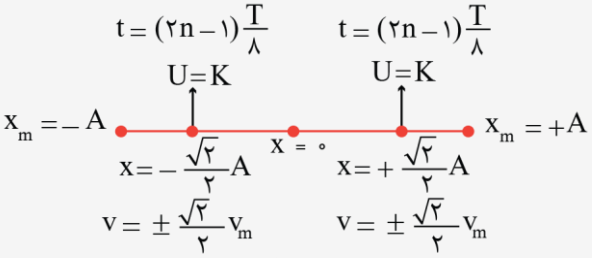
انرژی مکانیکی $E=U+K=K_m=U_m=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$$\frac{K}{E}=(\frac{v}{v_m})^2 \qquad \frac{U}{E}=1-(\frac{v}{v_m})^2$$

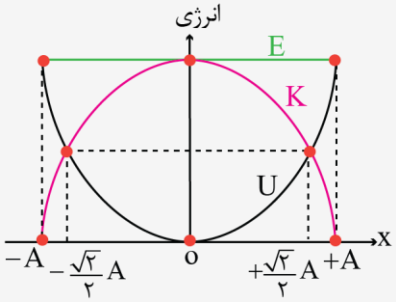
www.biomaze.ir
SanjeshCloud

### در چه مکان‌هایی و در چه زمان‌هایی انرژی پتانسیل و جنبشی برابر است؟

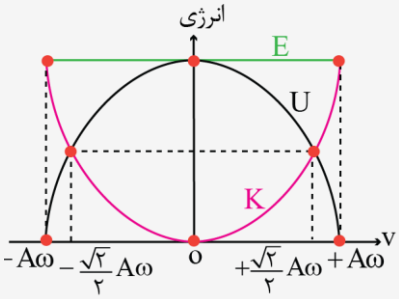
در لحظات $t=(۲n-۱)\frac{T}{۸}$ که نوسانگر در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار دارد و سرعت آن $v=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A\omega$ است، انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر برابر می‌شود:




### نمودار انرژی برحسب مکان




### نمودار انرژی برحسب سرعت




### سامانه جرم - فنر

در همه سامانه‌های جرم - فنر (چه افقی و چه قائم) دوره تناوب و ثابت فنر از روابط زیر به دست می‌آید:

ثابت فنر $k=m\omega^۲$

دوره تناوب $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

### دوره تناوب سامانه جرم - فنر به جرم نوسانگر و ثابت فنر بستگی دارد:

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{(\frac{m_۲}{m_۱})\times(\frac{k_۱}{k_۲})}$$

| سامانه جرم - فنر افقی | سامانه جرم - فنر قائم |
|---|---|
| طول عادی فنر $L_۰=\frac{L_{max}+L_{min}}{۲}$ | * |
| دامنه نوسان $A=\frac{L_{max}-L_{min}}{۲}$ | دامنه نوسان $A=\frac{L_{max}-L_{min}}{۲}$ |
| دوره تناوب $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ | دوره تناوب $T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ |
| نقطه تعادل (مبدأ): طول عادی فنر | نقطه تعادل (مبدأ): جایی که نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر هم‌اندازه می‌شوند: $mg=k\Delta y$ |

### معادله شتاب - مکان

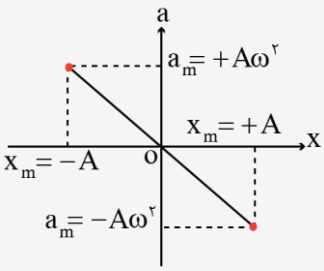
$$a=-\omega^۲x$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

### نکات مربوط به معادله شتاب مکان

$$a=-\omega^2 x \begin{cases} \text{بردار شتاب و مکان خلاف جهت هم می‌باشند} \\ |a| \propto |x| \\ x=0 \rightarrow a=0 \\ x_m=-A \qquad a_m=+A\omega^2 \\ x_m=+A \qquad a_m=-A\omega^2 \end{cases}$$

### نمودار شتاب - مکان



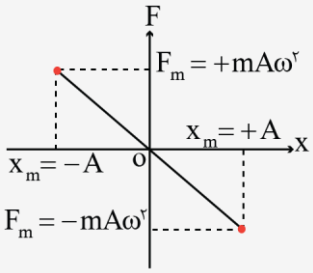

### معادله نیرو - مکان

$$F=-m\omega^2 x$$

### نکات مربوط به معادله نیرو - مکان

$$F=-m\omega^2 x \begin{cases} \text{بردار نیرو و مکان خلاف جهت هم می‌باشند} \\ |F| \propto |x| \\ x=0 \rightarrow F=0 \\ x_m=-A \qquad F_m=+mA\omega^2 \\ x_m=+A \qquad F_m=-mA\omega^2 \end{cases}$$

### نمودار نیرو - مکان

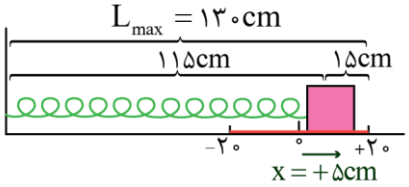



### پاسخ تشریحی:

طبق نمودار متوجه می‌شویم که دامنه نوسانگر ۲۰cm و انرژی مکانیکی نوسانگر ۴J است پس:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \rightarrow 4=\frac{1}{2}\times 1/25\times\omega^2\times 0/2^2 \rightarrow \omega^2=160$$

حال با توجه به اینکه حداکثر طول فنر در حین نوسان ۱۳۰cm و دامنه ۲۰cm است، پاره‌خط نوسان را مشخص می‌کنیم:



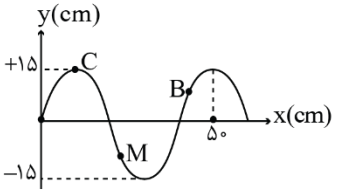

با توجه به شکل متوجه می‌شویم که وقتی طول فنر ۱۱۵cm است نوسانگر در مکان $x=+5cm$ قرار دارد:

$$a=-\omega^2 x \xrightarrow{x=+0/05m} a=-160\times(+0/05) \rightarrow a=-8\frac{m}{s^2}$$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۵۱- نقش یک موج عرضی که در طول یک طناب به چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ و سطح مقطع $۲mm^۲$ منتشر شده است در لحظه $t=۰$ مطابق شکل زیر است. اگر نیروی کشش طناب $۶/۴N$ باشد و انرژی پتانسیل ذرهٔ B در این لحظه در حال افزایش باشد، چند مورد از موارد زیر در مورد این موج نادرست است؟




الف) جهت انتشار موج خلاف جهت محور x است.

ب) جهت شتاب ذرهٔ M در این لحظه خلاف جهت محور y است.

ج) مسافتی که موج و هر ذره از محیط در مدت یک ثانیه طی می‌کند به ترتیب $۰/۴m$ و $۳۰m$ است.

د) تندی ذرهٔ C پس از ۵ میلی‌ثانیه برای اولین بار بیشینه خواهد شد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳ (سخت- نموداری- ۱۲۰۳)

## انواع موج

۱) مکانیکی: برای انتشار خود نیاز به محیط مادری دارد و در خلأ منتشر نمی‌شود.

مثال) موج‌های روی سطح آب، موج صوتی

وجود محیط کشسان برای موج‌های مکانیکی لازم است.

۲) الکترومغناطیسی: امواجی که برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند و در خلأ هم منتشر می‌شوند.

مثال) نور مرئی، موج‌های رادیویی و تلویزیونی، پرتوهای x و ...

شباهت: مشخصه‌های یکسانی دارند و رفتار آن‌ها از قاعده‌های کلی پیروی می‌کند.

تفاوت: منشأ امواج مکانیکی و الکترومغناطیسی متفاوت است.

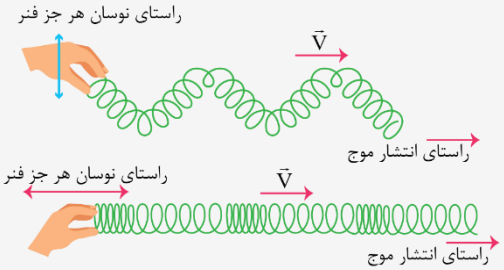
## انواع موج

۱) عرضی: جابجایی هر جزء نوسان‌کننده‌ای از محیط عمود بر جهت حرکت موج است.

مثال) امواج الکترومغناطیسی، موج عرضی در طناب و فنر

۲) طولی: جابجایی هر جزء نوسان‌کننده‌ای از محیط در راستای حرکت موج است.

مثال: موج صوتی




## در موج دو حرکت وجود دارد:

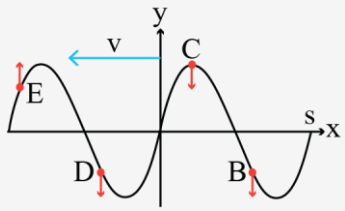
۱) حرکت نوسانی ذرات: تمامی ذرات با یک بسامد ثابت سر جای خود یک حرکت هماهنگ ساده با معادله زیر انجام می‌دهند:

$$x = A\cos\omega t$$

هر ذره موج حرکت منبع را با یک تأخیر زمانی تکرار می‌کند. پس:

جهت نوسان هر ذره به سمت ذره قبل (ذره‌ای که به منبع نزدیک‌تر است) می‌باشد.

مثال)

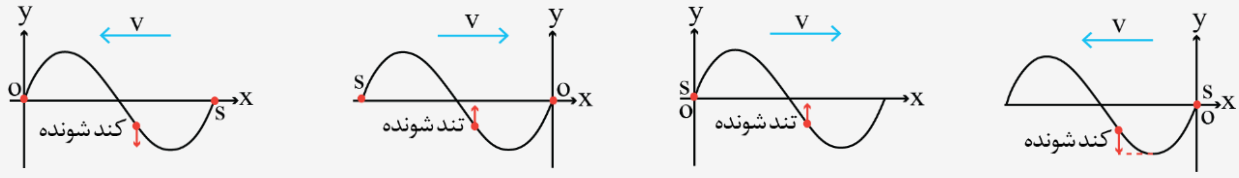



۲) انتشار موج: موج با یک تندی ثابت از منبع به سمت محیط منتشر می‌شود.

تندی حرکت موج را تندی انتشار گویند.

جهت انتشار موج از منبع به سمت محیط است.

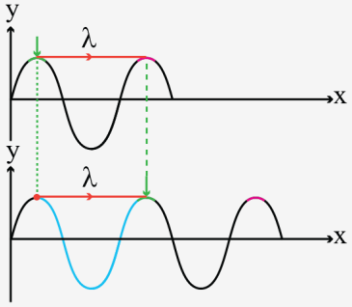
مثال)




اگر موج در مدت زمان $\Delta t$ مسافت L را طی کند داریم: $L = v\Delta t$

در یک دوره‌ی تناوب دو اتفاق می‌افتد:

۱) موج یک طول‌موج جلو می‌رود.

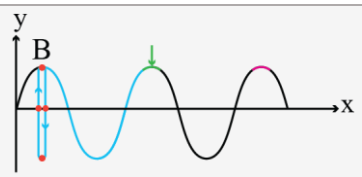



۲) هر ذره محیط یک نوسان کامل انجام می‌دهد.

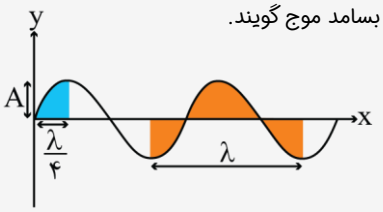
تمامی ذرات موج در هر دوره تناوب مسافت $۴A$ را طی می‌کنند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تندی حرکت ذره در مکان‌های مختلف متفاوت است مثلاً تندی ذره در مرکز تعادل حداکثر است.




طول‌موج ($\lambda$) : یکا در SI متر (m): فاصله‌ی بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور را طول‌موج گویند.
طول‌موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره تناوب چشمه طی می‌کند.
دامنه (A): یکا در SI متر (m): بیشینه فاصله‌ی یک ذره از مکان تعادل، دامنه موج نامیده می‌شود.
(فاصله‌ی قله یا دره نسبت به سطح آرام یا ساکن)
دوره‌ی تناوب (T): یکا در SI ثانیه (s): مدت زمانی که هر ذره محیط (یا چشمه موج) یک نوسان کامل انجام می‌دهد.
بسامد (f): یکا در SI هرتز (Hz): تعداد نوسان‌های انجام شده توسط هر ذره از محیط (یا چشمه موج) در یک ثانیه را بسامد موج گویند.




می‌دانیم که موج در مدت یک دوره‌ی تناوب مسافت $\lambda$ را طی می‌کند پس:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

تندی انتشار موج عرضی در طناب: تندی انتشار موج عرضی در یک فنر، تار و یا ریسمان به نیروی کشش و چگالی خطی جرم بستگی دارد.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \rho A$$

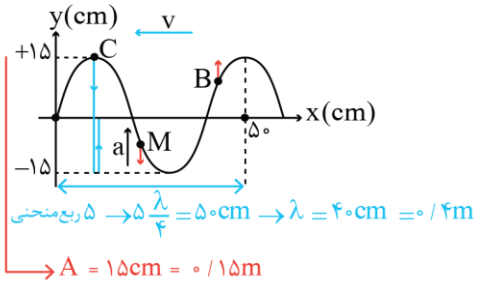
## پاسخ تشریحی:

ابتدا تندی انتشار موج را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{۶/۴}{(۸\times۱۰^{۳})\times(۲\times۱۰^{-۶})}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

چون انرژی پتانسیل ذرهٔ B در حال افزایش است پس ذرهٔ B در حال نزدیک شدن به نقطه بازگشت می‌باشد. چون ذرهٔ B در حال حرکت به سمت بالا است پس موج خلاف جهت محور x در حال حرکت است (درستی مورد الف)

حال با توجه به نمودار مقابل متوجه می‌شویم که:




$$\lambda = vT \rightarrow ۰/۴ = ۲۰T \rightarrow T = ۰/۰۲s$$

چون مکان ذرهٔ M در این لحظه منفی است پس شتاب این ذره مثبت است یعنی در جهت محور y می‌باشد (نادرستی مورد ب)

مسافت موج در یک ثانیه $\Delta x = v\Delta t$

$\Delta x = ۲۰\times۱ = ۲۰m$ (نادرستی مورد ج)

برای اینکه مسافت طی شده ذره را حساب کنید ابتدا بررسی می‌کنیم که در مدت یک ثانیه چند نوسان انجام شده است:

$$T = \frac{t}{N} \rightarrow ۰/۰۲ = \frac{۱}{N} \rightarrow N = ۵۰$$

با توجه به اینکه یک نوسانگر در هر نوسان مسافت ۴A را طی می‌کند پس:

$$L = ۵۰\times۴A = ۲۰۰A = ۲۰۰\times۰/۱۵ = ۳۰m$$

با توجه به اینکه دورهٔ تناوب برابر $T = ۰/۰۲s$ است، در مدت زمان $\Delta t = ۵ms = ۰/۰۰۵s$ که برابر $\frac{T}{۴}$ است، ذرهٔ C از نقطهٔ بازگشت برای اولین بار به نقطهٔ تعادل می‌رسد و تندی حرکت آن بیشینه می‌شود. (درستی مورد (د).)



www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۵۲- یک طعمه که در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از یک عقرب ماسه‌ای قرار دارد بر اثر حرکت خود دو موج طولی و عرضی تولید می‌کند، که تندی موج طولی ۴ برابر تندی موج عرضی است. اگر این دو موج با اختلاف زمانی $3/75ms$ به پای عقرب برسند، مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج طولی از طعمه به عقرب برسد چند میلی‌ثانیه است؟**

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

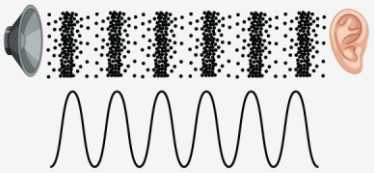
پاسخ: گزینه ۱ (ساده- محاسباتی – ۱۲۰۳)

## موج صوتی

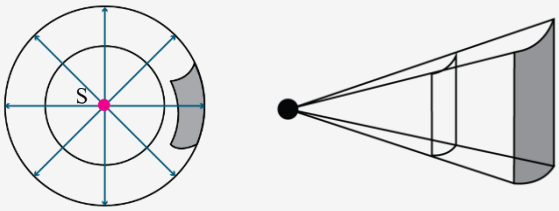
صوت یک موج مکانیکی طولی است.

۱) صوت فقط در محیط‌های مادی مانند گاز، مایع یا جامد می‌تواند ایجاد و منتشر شود. در خلأ منتشر نمی‌شود.

۲) امواج صوتی به دلیل طبیعت طولی خود از مجموعه‌ای از تراکم و انبساط‌های پشت سرهم تشکیل شده‌اند. (در امواج صوتی راستای نوسان ذرات در راستای انتشار موج است.)



وقتی یک چشمه صوت مرتعش می‌شود معمولاً صوت ایجاد شده در تمام جهت‌ها منتشر می‌شود. جبهه‌های موج صوتی کروی شکل می‌باشند.




تندی انتشار صوت نیز مانند هر موج مکانیکی دیگری به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد.

$$v = \frac{L}{\Delta t} \qquad \lambda = \frac{v}{f} = vT$$

عموماً صوت در جامدها سریع‌تر از مایع‌ها و در مایع‌ها سریع‌تر از گازها حرکت می‌کند.

$$v_{\text{جامدات}} > v_{\text{مایعات}} > v_{\text{گازها}}$$

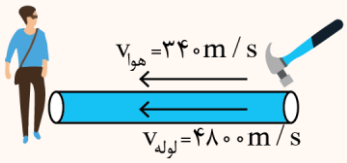
تندی صوت افزون بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد.

### مثال ۱

مشابه تستی که در آزمون داده‌ایم دو تا از تمرینات مهم کتاب درسی را به دلیل اهمیت زیاد در ادامه بررسی می‌کنیم:

به یک سر لوله توخالی بلندی به طول ۲۴۰ متر ضربه محکمی می‌زنیم. اختلاف زمانی بین دریافت دو صدا در گوش شنونده‌ای که در طرف دیگر این لوله قرار دارد چند ثانیه می‌باشد؟ (تندی صوت در هوا و لوله به ترتیب $320\frac{m}{s}$ و $4800\frac{m}{s}$ می‌باشد)

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۷




پاسخ: گزینه ۴

$$t_{هوا} - t_{لوله} = \frac{\Delta x}{v_{هوا}} - \frac{\Delta x}{v_{لوله}} = \frac{240}{320} - \frac{240}{4800} = 0/7s$$

امواج لرزه‌ای موج‌های مکانیکی هستند که از لایه‌های زمین عبور می‌کنند.

یکی از منشأهای مهم امواج لرزه‌ای، زمین‌لرزه‌ها هستند.

انواع امواج لرزه‌ای:

۱) امواج اولیه p: طولی هستند.

۲) امواج ثانویه s: عرضی هستند.

تندی موج‌های p بیشتر از تندی موج‌های s است.

### مثال ۲

یک لرزه‌نگار ۴ دقیقه پس از وقوع یک زمین‌لرزه نخستین موج $p$ لرزه‌ای را دریافت می‌کند. تندی امواج لرزه‌ای $p$ و $s$ به ترتیب $7/5\frac{km}{s}$ و $4/5\frac{km}{s}$ می‌باشد.

این لرزه‌نگار چند ثانیه پس از وقوع زمین‌لرزه نخستین موج $s$ را دریافت کرده است؟

۱) ۱۴۴ ۲) ۴۰۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۹۶

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

پاسخ: گزینه ۲

$$v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t_p} \rightarrow ۷/۵ = \frac{\Delta x}{۴\times ۶۰} \rightarrow \Delta x = ۱۸۰۰\,km$$

$$v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t_s} \rightarrow ۴/۵ = \frac{۱۸۰۰}{\Delta t_s} \rightarrow \Delta t_s = ۴۰۰\,s$$

**پاسخ تشریحی:**

$v_۱$ موج عرضی

$v_۲ = ۴v_۱$ موج طولی

طبق داده‌های سؤال اختلاف زمانی رسیدن دو موج به پای عقرب $۳/۷۵\,ms$ می‌باشد پس:

$$t_۱ - t_۲ = ۳/۷۵\times ۱۰^{-۳}\,s \xrightarrow{t=\frac{x}{v}} \frac{x}{v_۱} - \frac{x}{v_۲} = ۳/۷۵\times ۱۰^{-۳}$$

$$\xrightarrow[v_۲=۴v_۱]{x=۰/۲m} \frac{۰/۲}{v_۱} - \frac{۰/۲}{۴v_۱} = ۳/۷۵\times ۱۰^{-۳} \rightarrow \frac{۰/۶}{۴v_۱} = ۳/۷۵\times ۱۰^{-۳}$$

$$\rightarrow v_۱ = ۴۰\frac{m}{s}\ ,\ v_۲ = ۴v_۱ = ۱۶۰\frac{m}{s}$$

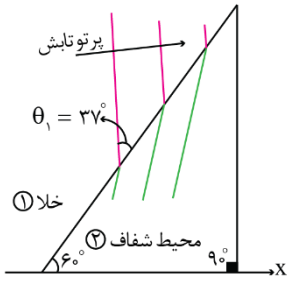
حال زمان رسیدن موج طولی به پای عقرب را محاسبه می‌کنیم:

$$t_۲ = \frac{x}{v_۲} = \frac{۰/۲}{۱۶۰} = \frac{۱}{۸۰۰} = ۱/۲۵\times ۱۰^{-۳}\,s = ۱/۲۵\,ms$$

گروه آموزشی ماز

**۵۳- شکل زیر جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که از خلا بر مرز دو محیط فرود آمده‌اند، اگر بسامد این موج ۵۰۰ THz و فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی در خلا، ۱۰۰ نانومتر بیشتر از فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی در محیط شفاف (۲) باشد، زاویهٔ شکست در محیط شفاف (۲) چند درجه است؟**

$$(\sin ۳۷ = \cos ۵۳ = ۰/۶\ ,\ c = ۳\times ۱۰^{۸}\frac{m}{s})$$




۱) ۳۰

۲) ۳۷

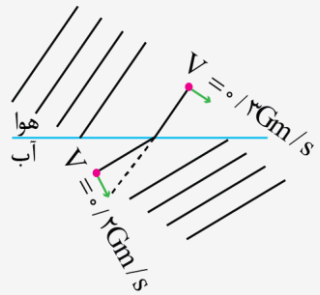
۳) ۵۳

۴) ۶۰

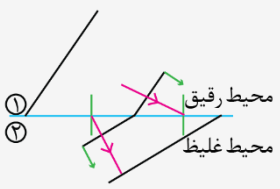
پاسخ: گزینه ۱ (سخت- مفهومی و محاسباتی – ۱۲۰۳)

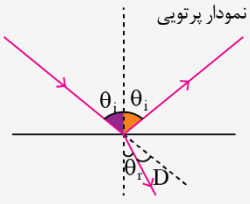
**شکست موج**

اگر موج از یک محیط وارد محیط دیگر شود در مرز دو محیط، تندی قسمت‌های مختلف جبهه موج متفاوت شده و این تغییر تندی باعث شکست جبهه موج می‌شود.



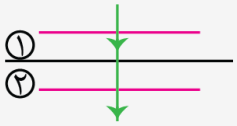

اگر نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود تندی قسمتی از موج که در محیط (۲) قرار دارد کاهش می‌یابد و همین امر باعث عقب افتادن آن می‌شود پس زاویه جبهه موج با مرز کاهش می‌یابد و پرتو شکست به خط عمود نزدیک می‌شود.




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

### شرایط شکست موج



۱) محیط تغییر کند. (تندی موج و طول‌موج تغییر کند.)
۲) جبهه‌های موج موازی با مرز دو محیط نباشد. (پرتو موج عمود بر مرز نتابد.)
روابط مربوط به شکست موج: ضریب شکست (n) ساز مخالف می‌زند.

$$\text{غلظت} \propto n \propto \frac{1}{\sin(\theta)} \propto \frac{1}{v} \propto \frac{1}{\lambda} \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

هر چه محیط غلیظ‌تر باشد ضریب شکست آن محیط بیشتر است پس زاویه پرتو با خط عمود بر آن محیط کمتر خواهد شد و در نهایت تندی و طول‌موج نور در آن محیط کمتر خواهد بود.
در پدیده شکست موج؛ بسامد، بسامد زاویه‌ای، دوره تناوب، انرژی فوتون‌ها و رنگ نور ثابت می‌ماند.
ضریب شکست: ضریب شکست یک محیط برابر با نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط است.

$$\text{ضریب شکست } n = \frac{c}{v}$$

$$\text{قانون شکست عمومی } \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1)} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{قانون شکست اسنل } n_1\sin(\theta_1) = n_2\sin(\theta_2)$$

### پاسخ تشریحی:

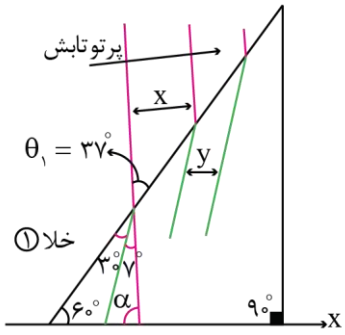
$$\lambda_1 = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{500\times10^{12}} \rightarrow \lambda_1 = 0/6\times10^{-6} = 600\,nm$$

اختلاف x و y : $\lambda_1 - \lambda_2 = 100\,nm$

$$\rightarrow 600 - \lambda_2 = 100\,nm \rightarrow \lambda_2 = 500\,nm$$

$$n \propto \frac{1}{\sin\theta} \propto \frac{1}{v} \propto \frac{1}{\lambda} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

$$\rightarrow \frac{500}{600} = \frac{\sin\theta_2}{\sin 37^\circ} \rightarrow \sin\theta_2 = 0/5 \rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$




بنابراین زاویهٔ شکست در محیط شفاف (۲) برابر ۳۰ درجه است.

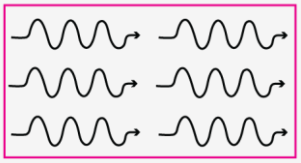
گروه آموزشی ماز

**۵۴- شخصی که قطر مردمک چشم آن ۲ میلی‌متر است در فاصله یک کیلومتری یک لامپ رشته‌ای ۲۰ واتی قرار گرفته است. اگر فقط ۲ درصد انرژی فوتون‌های رؤیت شده توسط چشمان شخص در ناحیه ۶۰۰ نانومتر قرار گرفته باشد، در مدت ۵ دقیقه چند فوتون با این طول‌موج وارد مردمک‌های دو چشم شخص شده است؟ $(h = 6\times10^{-34}\,J.s \;,\; c = 3\times10^8\,\frac{m}{s})$**

۱) $2\times10^8$ ۲) $4\times10^{20}$ ۳) $10^8$ ۴) $10^{20}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط- محاسباتی -۱۲۰۴)

### انرژی امواج الکترومغناطیسی:



هر موج الکترومغناطیسی با بسامد f از مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی ساخته شده است که به هر یک از این بسته‌ها فوتون می‌گوییم.

$$E = hf$$

E: انرژی هر فوتون  h: ثابت پلانک  f: بسامد موج

انرژی موج الکترومغناطیسی کمیتی است کوانتومی که مضرب درستی از انرژی یک فوتون (hf) است.

$$E = n(hf)$$

E: انرژی موج الکترومغناطیسی  n: تعداد فوتون‌ها  (hf): انرژی یک فوتون

اگر در سؤال طول‌موج را بدهند به جای بسامد، معادل آن را برحسب طول‌موج قرار می‌دهیم.

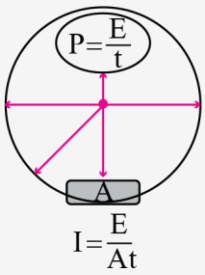
$$E = nhf \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} E = \frac{nhc}{\lambda}$$

سازگاری یکاها: می‌دانیم $hc = 1240\,eV.nm$ است در این حالت:

$$E = \frac{nhc}{\lambda(\text{برحسب nm})} \rightarrow \text{برحسب eV بدست می‌آید} \;,\; hc = 1240\,eV.nm$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

اگر یک چشمه نور با توان P در مدت t ثانیه انرژی کل الکترومغناطیسی E را در محیط گسیل کند داریم:




$P=\frac{E}{t}$ ← توان تابشی لامپ

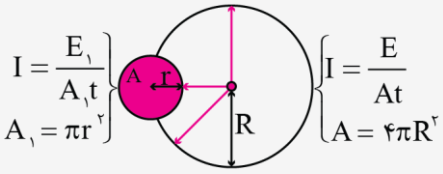
$I=\frac{E}{At}$ ← شدت تابشی

$I=\frac{P}{A}$ ← شدت تابشی

گسیل موج‌های الکترومغناطیسی از سطح اجسام را تابش گرمایی می‌گویند.

شدت تابشی (I): مقدار کل انرژی تابش‌های الکترومغناطیسی را که در مدت یک ثانیه از واحد سطح (مترمربع) هر جسم، به‌صورت عمود بر سطح عبور می‌کند، شدت تابشی می‌نامند.

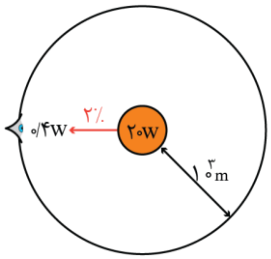
✓ شدت تابشی برای تمامی گیرنده‌هایی که روی یک جبهه موج قرار دارند با هم برابر و برابر با شدت تابشی کل همان جبهه می‌باشد.




$I=\frac{E_1}{A_1t}=\frac{E}{At}$ ← شدت تابشی برای سطح A

$\frac{E_1}{A_1t}$ ← شدت تابشی سطح $A_1$ $\qquad$ $\frac{E}{At}$ ← شدت تابشی برای جبهه‌ای که سطح A روی آن قرار دارد.

## پاسخ تشریحی:




مساحت مردمک چشم‌های شخص $A=2\times(\pi r^2)=2\pi\times(1\times10^{-3}m)^2$

$A=2\pi\times10^{-6}m^2$

مساحت جبهه $A=4\pi r^2=4\pi\times(10^3m)^2=4\pi\times10^6m^2$

از ۲۰W توان لامپ، فقط ۲ درصد در ناحیه $\lambda=600nm$ قرار دارد، بنابراین می‌توان نوشت:

توان دریافتی از جبهه در محدودهٔ ۶۰۰nm $=\frac{2}{100}\times20=0/4W$

حال باید توانی که توسط مردمک‌های چشمان شخص دریافت می‌شود را محاسبه کنیم:

| | |
|---|---|
| مساحت جبهه $4\pi\times10^6$ | $0/4W$ |
| مساحت $2\pi\times10^{-6}$ مردمک‌های چشم‌ها | $P=?$ |

$\rightarrow P=\frac{2\pi\times10^{-6}\times0/4}{4\pi\times10^6}\rightarrow P=2\times10^{-13}W$

$P=\frac{E}{t}=\frac{nhf}{t}=\frac{nhc}{\lambda t}\rightarrow n=\frac{P\lambda t}{hc}$

$\rightarrow n=\frac{2\times10^{-13}\times600\times10^{-9}\times5\times60}{6\times10^{-34}\times3\times10^8}=2\times10^8$

با توجه به اهمیت تمرینات پایان فصل بهتر است سؤال زیر را که از تمرینات پایان فصل انتخاب شده است به دقت بررسی کنید.

**مثال**

شدت تابشی خورشید در خارج جو زمین ۱۲۰۰ وات بر مترمربع و طول‌موج متوسط فوتون‌های تابشی خورشید ۶۰۰ نانومتر می‌باشد. شخصی کنار یک ساحل دراز کشیده است. اگر مساحت بدن این شخص ۰/۶ متر مربع باشد و در مدت ۵ دقیقه تعداد $18\times10^{22}$ فوتون توسط بدن شخص دریافت شود، چند درصد شدت تابشی خورشید توسط ابرها و جو زمین جذب شده است؟ $(h=6\times10^{-34}J.s\ ,\ c=3\times10^8\frac{m}{s})$

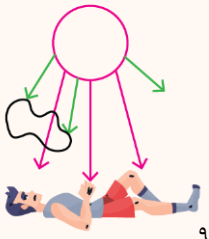
۱) ۲۰ $\qquad$ ۲) ۲۵ $\qquad$ ۳) ۷۵ $\qquad$ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۳

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

ابتدا شدت تابشی در سطح زمین را بدست می‌آوریم:

$$I=\frac{E}{At}=\frac{nhc}{\lambda At}=\frac{۱۸\times۱۰^{۲۲}\times۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}\times۰/۶\times۵\times۶۰}=۳۰۰\frac{W}{m^{۲}}$$



$$\left.\begin{array}{l} I_{۱}=۱۲۰۰\frac{W}{m^{۲}} \\ I_{۲}=۳۰۰\frac{W}{m^{۲}} \end{array}\right\} \text{شدت تابشی جذب شده}=۱۲۰۰-۳۰۰=۹۰۰\frac{w}{m^{۲}}$$

$$\text{درصد شدت تابشی جذب شده}=\frac{۹۰۰}{۱۲۰۰}\times۱۰۰=۷۵\%$$

گروه آموزشی ماز

**۵۵- الکترون اتم هیدروژن در تراز $n=۶$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، طول موج پرانرژی‌ترین فوتون مرئی که الکترون می‌تواند گسیل کند چند نانومتر است و در این گذار شعاع مدار چند برابر می‌شود؟ $(R=۰/۰۱nm^{-۱})$**

۱) ۴۱۰، $\frac{۱}{۹}$ ۲) ۴۱۰، $\frac{۴}{۹}$ ۳) ۴۵۰، $\frac{۱}{۹}$ ۴) ۴۵۰، $\frac{۴}{۹}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط- مفهومی و محاسباتی- ۱۲۰۴)

**پاسخ تشریحی:**

چهار خط اول رشته بالمر در ناحیه مرئی قرار دارد که بیشترین انرژی مربوط به گذار $n=۶$ به $n'=۲$ است:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۶^{۲}}\right)$$

$$\rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\times\frac{۸}{۳۶}\rightarrow\lambda=۴۵۰nm$$

$$r_n=a_۰n^{۲}\begin{cases} n=۶\rightarrow r_۶=۳۶a_۰ \\ n'=۲\rightarrow r_۲=۴a_۰ \end{cases}\rightarrow\frac{r_۲}{r_۶}=\frac{۴a_۰}{۳۶a_۰}=\frac{۱}{۹}$$

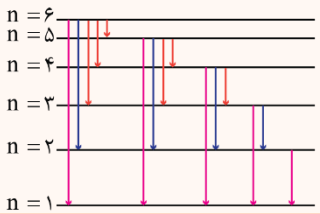
**مثال:**

بد نیست در مورد این سؤال به چند سؤال زیر هم جواب دهید.

الف) با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟

ب) فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n=۱$ مجاز باشد، در این صورت امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت وجود دارد؟

ج) با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، امکان گسیل چند نوع فوتون با انرژی متفاوت در ناحیه فروسرخ وجود دارد؟




پاسخ) احتمال گسیل ۱۵ نوع فوتون متفاوت وجود دارد.

۵ فوتون در ناحیه فرابنفش

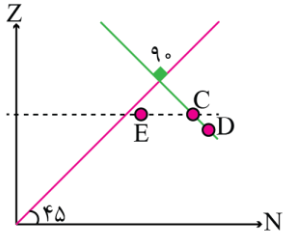
۴ فوتون در ناحیه مرئی

۶ فوتون در ناحیه فروسرخ

۵ نوع فوتون با گذارهای $\Delta n=۱$

گروه آموزشی ماز

**۵۶- با توجه به جایگاه هسته‌های C، D و E در نمودار تغییرات عدد اتمی برحسب عدد نوترونی، در واکنش‌های هسته‌ای زیر x و y به ترتیب کدام می‌تواند باشد؟**




$$C\rightarrow x+D$$

$$C\rightarrow ۲\beta^{-}+y+E$$

۱) $\alpha$ ، $\beta^{+}$

۲) $۲\beta^{+}$ ، $\beta^{+}$

۳) $\alpha$ ، $\beta^{-}$

۴) $۲\beta^{+}$ ، $\beta^{-}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت- نموداری- ۱۲۰۴)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

## ساختار هسته و انواع واپاشی‌ها

هسته اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.
جرم اتم کربن ۱۲ را یکای جرم اتمی (atomic mass unit) می‌نامند و آن را به اختصار با amu یا u نشان می‌دهند. بنا به این تعریف، جرم اتم کربن ۱۲ دقیقاً برابر ۱۲amu است.

✓ تعداد پروتون‌های هسته را عدد اتمی (Z) می‌نامند.
✓نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از پروتون است.
✓تعداد نوترون‌های هسته، عدد نوترونی (N) نامیده می‌شود.
✓مجموع تعداد کل پروتون‌ها و نوترون‌ها را عدد جرمی (A) می‌نامند. $A = Z + N$
✓در یک اتم خنثی تعداد پروتون‌های هسته با تعداد الکترون‌های دور هسته برابر است.
✓برای یک عنصر با نماد شیمیایی X، نماد هسته به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\text{نماد عنصر } {}^{\text{عدد جرمی } A}_{\text{عدد اتمی } Z}X_{\text{عدد نوترونی } N}$$

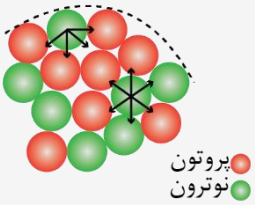
✓خواص فیزیکی وابسته به جرم، علاوه بر تعداد پروتون‌ها، به تعداد نوترون‌ها هم وابسته است.
✓ویژگی‌های هسته را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن تعیین می‌کند.
✓خواص شیمیایی هر اتم را عدد اتمی آن تعیین می‌کند.

## ایزوتوپ‌ها:

هسته‌هایی با تعداد پروتون (بار هسته) یکسان و تعداد نوترون (و عدد جرمی) متفاوت‌اند. این هسته‌ها در جدول تناوبی عناصر هم‌مکان هستند و بنابراین ایزوتوپ (هم‌مکان) نامیده می‌شوند.
ایزوتوپ‌ها دارای خواص شیمیایی یکسان‌اند (ایزوتوپ‌های پرتوزا از نظر شیمیایی فرقی با ایزوتوپ‌های پایدار ندارند.)
انرژی بستگی ایزوتوپ‌ها متناسب با تفاوت جرم نوکلئون‌ها و هسته می‌باشد، بنابراین دارای انرژی بستگی یکسان نیستند.
هر عنصری می‌تواند دارای ایزوتوپ‌های پایدار و پرتوزا باشد.
جداسازی ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر به روش فیزیکی صورت می‌گیرد.
ویژگی ایزوتوپ‌های یک عنصر را تعداد نوکلئون‌های هسته آن مشخص می‌کند.

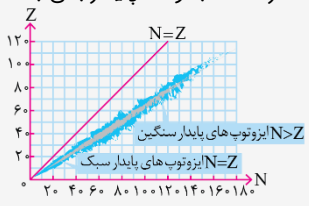
## نیروهای موجود در هسته:

۱) نیروی گرانشی: ✓ دلیل: جرم ✓ نوع: جاذبه این نیرو ناچیز است.
بین تمام نوکلئون‌ها وجود دارد (پروتون با پروتون، پروتون با نوترون، نوترون با نوترون)
۲) نیروی الکتریکی: ✓ دلیل: بار ✓ نوع: دافعه
فقط بین پروتون‌ها وجود دارد (پروتون با پروتون)
۳) نیروی هسته‌ای: ✓ نوع: جاذبه
بین تمام نوکلئون‌ها وجود دارد (پروتون با پروتون، پروتون با نوترون، نوترون با نوترون)
نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.
نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است، یعنی نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون، با یک پروتون و یک نوترون وجود دارد.
هر نوکلئون، فقط به نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند.



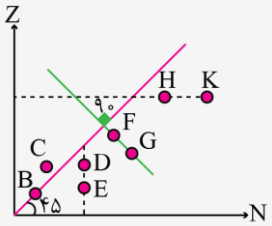

## پایداری هسته:

برای پایداری هسته، باید نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبه بین نوکلئون‌ها، که ناشی از نیروی هسته‌ای است، موازنه شده باشد. ولی به دلیل بلندبرد بودن نیروی الکتروستاتیکی، یک پروتون تمام پروتون‌های دیگر درون هسته را دفع می‌کند، در حالی که یک پروتون یا یک نوترون، فقط نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاور خود را با نیروی هسته‌ای جذب می‌کند. به همین دلیل وقتی تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، اگر هسته بخواهد پایدار باقی بماند، باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد.
شکل زیر نموداری از تعداد پروتون‌ها برحسب تعداد نوترون‌ها را برای عنصرهای مختلف نشان می‌دهد:




## نکات مربوط به نمودار تغییرات Z برحسب N:

۱) در هسته B تعداد نوترون و پروتون برابر است.
۲) در هسته H تعداد نوترون بیشتر از پروتون است.
۳) در هسته C تعداد پروتون بیشتر از نوترون است.
۴) هسته‌های D و E تعداد نوترون برابر دارند.
۵) هسته‌های F و G عدد جرمی برابر دارند.
۶) هسته‌های K و H ایزوتوپ هستند (عدد اتمی برابر دارند)




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

**درسنامه**

کشف پرتوزایی طبیعی توسط هانری بکرل، آغازی برای پی بردن به وجود هسته اتم بود. وقتی یک هسته ناپایدار یا پرتوزا به طور طبیعی (یا اصطلاحاً خودبه‌خود) واپاشی می‌کند نوع معینی از ذرات یا فوتون‌های پرانرژی آزاد می‌شوند. این فرایند واپاشی پرتوزایی طبیعی نامیده می‌شود.

در پرتوزایی طبیعی سه نوع پرتو ایجاد می‌شود:

۱) پرتوهای آلفا $(\alpha)$ : پرتوهای آلفا کمترین نفوذ را دارند و با ورقه نازک سربی با ضخامت ناچیز $(0/01mm)$ متوقف می‌شوند.

پرتوهای آلفا، ذرات باردار با بار مثبت از جنس هسته هلیوم هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

ذره‌های آلفا سنگین‌اند و بار مثبت دارند. برد این ذره‌ها کوتاه است، این ذرات پس از طی مسافت کوتاهی در هوا (۱ تا ۲ سانتی‌متر) و یا عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. اگر این ذره‌ها از راه تنفسی یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدید به بافت‌های بدن می‌شوند بنابراین باید مراقب بود که مواد آلفازا هرگز وارد بدن نشوند.

۲) پرتوهای بتا $(\beta)$ : پرتوهای بتا مسافت خیلی بیشتری $(0/1mm)$ را در سرب نفوذ می‌کنند.

۳) پرتوهای گاما $(\gamma)$ : پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورق‌های سربی به ضخامت قابل ملاحظه‌ای $(100mm)$ بگذرند.

در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای ثابت است یعنی:

تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است.

روش تولید الکترون در واکنش‌های هسته‌ای: نوترون در هسته شکافته شده و به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود

$$_{0}^{1}n \rightarrow {}_{+1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e^{-}$$

روش تولید پوزیترون در واکنش‌های هسته‌ای: پروتون شکافته شده و یک نوترون و یک پوزیترون تولید می‌کند.

$${}_{+1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e^{+}$$

ذرات مهمی که باید عدد اتمی و عدد جرمی آن‌ها را حذف کنیم:

آلفا: همان هسته هلیوم است (هلیوم دو بار یونیده شده).

بتای منفی: همان الکترون است.

بتای مثبت (پوزیترون): پوزیترون یک ذره گسیل شده توسط هسته که جرم یکسان با الکترون و بار یکسان با پروتون دارد به این الکترون مثبت، پوزیترون گویند.

پروتون: یکی از ذرات هسته با بار مثبت می‌باشد.

نوترون: یکی از ذرات هسته است که فاقد بار می‌باشد.

گاما: گاما یک موج الکترومغناطیسی با فوتون‌های پرانرژی می‌باشد که فاقد جرم و بار است.

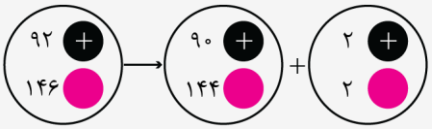
پس در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شود.

$$_{0}^{0}\gamma \quad _{-1}^{0}\beta^{-} \quad _{-1}^{0}e^{-} \quad _{+1}^{0}e^{+} \quad _{+1}^{1}p \quad _{2}^{4}\alpha \quad _{2}^{4}He \quad _{0}^{1}n$$

۱) واپاشی آلفا $(\alpha)$ :

واپاشی آلفا در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد.

در واپاشی آلفا یک هسته مادر ناپایدار آلفا گسیل می‌کند و هسته متفاوتی (هسته دختر) به وجود می‌آید:




$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He$$

مکان هسته دختر و مادر در جدول تناوبی:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Y | | X | |

با گسیل ذره آلفا دو نوترون و دو پروتون از هسته کم می‌شود پس از عدد جرمی ۴ واحد کم خواهد شد.

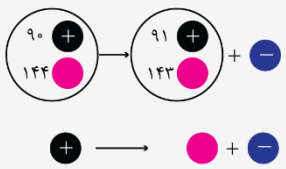
۲) واپاشی بتا $(\beta)$ :

واپاشی بتا نخستین مورد پرتوزایی بود که توسط هانری بکرل مشاهده شد.

این واپاشی متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌هاست و ذرات گسیل شده در این نوع واپاشی را ذرات بتا می‌نامند.

انواع واپاشی بتا:

۱) واپاشی $\beta^{-}$ : الکترون گسیل شده در این واپاشی در هسته مادر وجود ندارد همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته به پروتون و الکترون تبدیل شود:

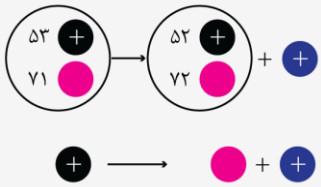



$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e^{-}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | X | Y | |

یکی از نوترون‌های هسته کم شده و به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود، الکترون گسیل شده و پروتون به هسته اضافه می‌شود. پس در این واپاشی عدد جرمی ثابت می‌ماند ولی عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

۲) واپاشی $\beta^{+}$ : این واپاشی وقتی رخ می‌دهد که پروتون در یک هسته مادر ناپایدار به نوترون و پوزیترون تبدیل شود پوزیترون به صورت ذره گسیل می‌شود و نوترون به هسته اضافه می‌شود.

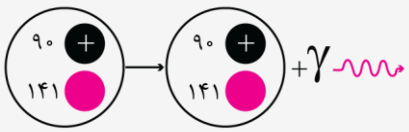



$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e^{+}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Y | X | |

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

یک پروتون کم می‌شود در عوض یک نوترون اضافه می‌شود پس عدد جرمی ثابت می‌ماند.
واپاشی گاما: هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند در این فرایند عدد جرمی و عدد اتمی تغییر نمی‌کند بلکه هسته برانگیخته که با علامت * مشخص شده است با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسد:




$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{0}\gamma$$

**پاسخ تشریحی:**

همان‌طور که می‌دانیم هسته‌های روی خط سبز رنگ عدد جرمی یکسانی دارند پس عدد جرمی C و D برابر است:

$$A_D = A_C$$

واکنش را برای $\beta^+$ و $\beta^-$ می‌نویسیم:

۱) $^{A}_{Z}C \rightarrow {}^{0}_{+1}e^{+} + {}^{A}_{Z-1}D$

۲) $^{A}_{Z}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e^{-} + {}^{A}_{Z+1}D$

در هر دو عدد جرمی ثابت مانده ولی در واکنش (۱) اتمی یک واحد کم شده و در واکنش (۲) عدد اتمی یک واحد زیاد شده و چون عدد اتمی D یک واحد کمتر از C است پس واکنش (۱) درست است. (پس تا اینجا گزینه ۱ یا ۲ می‌تواند درست باشد)

$$C \rightarrow 2\beta^{-} + y + E$$

هسته‌های C و E ایزوتوپ هستند (عدد اتمی برابر دارند):

$$Z_E = Z_C$$

واکنش دوم را برای دو حالت گزینه‌های ۱ و ۲ می‌نویسیم:

۱) $^{A}_{Z}C \rightarrow 2({}^{0}_{-1}e) + {}^{4}_{2}\alpha + {}^{A-4}_{Z}E$

۲) $^{A}_{Z}C \rightarrow 2({}^{0}_{-1}e) + 2({}^{0}_{+1}e^{+}) + {}^{A}_{Z}E$

در واکنش (۲) نه عدد جرمی و نه عدد اتمی تغییر کرده است در صورتی که از روی نمودار متوجه می‌شویم عدد جرمی E باید کمتر از C باشد پس واکنش (۱) درست است پس گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

**۵۷- از یک جسم کوچک و خنثی به جرم ۲ گرم، $۶/۲۵\times۱۰^{۱۳}$ الکترون خارج می‌کنیم و سپس آن را در میدان الکتریکی یکنواخت $E=۴\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{C}$ بدون تندی اولیه رها می‌کنیم. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در مدت یک میلی‌ثانیه چند ژول است؟ ($e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ و نیروی وزن ناچیز است.)**

۱) $-۰/۰۰۴$ ۲) $۰/۰۰۴$ ۳) $-۰/۰۰۸$ ۴) $۰/۰۰۸$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت- محاسباتی- ۱۱۰۱)

**پاسخ تشریحی:**

گام اول: محاسبهٔ بار جسم

$$q = ne \rightarrow q = ۶/۲۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۱۰^{-۵}C$$

گام دوم: محاسبهٔ شتاب حرکت جسم

$$F = |q||E| \rightarrow F = ۱۰^{-۵}\times۴\times۱۰^{۵} = ۴N$$

$$a = \frac{F}{m} \rightarrow a = \frac{۴}{۲\times۱۰^{-۳}} = ۲۰۰۰\frac{m}{s^{۲}}$$

گام سوم: محاسبهٔ جابه‌جایی ذره در یک میلی‌ثانیه

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} \rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}\times۲۰۰۰\times(۱۰^{-۳})^{۲} = ۰/۰۰۱m$$

گام چهارم: محاسبهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی

$$|\Delta U| = |Eqd| = ۴\times۱۰^{۵}\times۱۰^{-۵}\times۰/۰۰۱ = ۰/۰۰۴J$$

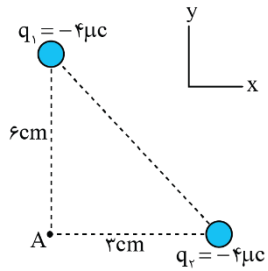
دقت کنید که هنگامی که ذره را در میدان رها می‌کنیم، ذره در جهت خودبه‌خودی حرکت می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی قطعاً کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = -۰/۰۰۴J$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۸- در شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$

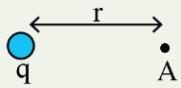



۱) $۱۰^{۷}(۴\vec{i}+\vec{j})$
۲) $۱۰^{۷}(\vec{i}+۴\vec{j})$
۳) $۱۰^{۷}(\vec{i}-۴\vec{j})$
۴) $۱۰^{۷}(۴\vec{i}-\vec{j})$

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- محاسباتی -۱۱۰۱)

**نکته:**

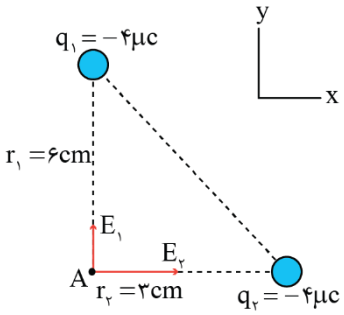
۱) برای محاسبهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار $q$ در فاصلهٔ $r$ از آن از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:




$$E_A = k\frac{q}{r^{۲}}$$

۲) جهت میدان حاصل از بار مثبت به صورت خارج‌شونده و جهت میدان حاصل از بار منفی به صورت داخل‌شونده است. به شکل‌های زیر دقت کنید.

**پاسخ تشریحی:**




هر دو بار منفی هستند و جهت بردار میدان الکتریکی آن‌ها مطابق شکل زیر خواهد بود.

$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۰/۰۶)^{۲}} = ۱۰^{۷}\ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۰/۰۳)^{۲}} = ۴\times۱۰^{۷}\ \frac{N}{C}$$

$\vec{E}_۱$ در جهت $+\vec{j}$ و $\vec{E}_۲$ در جهت $+\vec{i}$ است، بنابراین میدان برایند برابر است با:

$$\vec{E}_{کل} = E_۲\vec{i}+E_۱\vec{j} = ۴\times۱۰^{۷}\vec{i}+۱۰^{۷}\vec{j} = ۱۰^{۷}(۴\vec{i}+\vec{j})$$

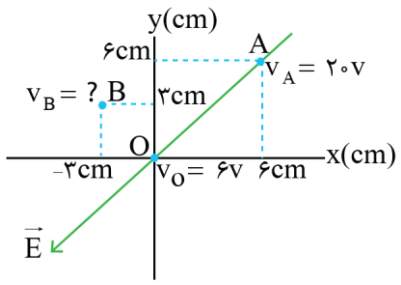
گروه آموزشی ماز

۵۹- خطوط میدان الکتریکی یکنواختی در راستای نیمساز ربع اول صفحهٔ مختصات xoy است. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $A\begin{vmatrix}۶cm\\۶cm\end{vmatrix}$ و مبدأ مختصات به ترتیب برابر ۲۰V و ۶V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ $B\begin{vmatrix}-۳cm\\۳cm\end{vmatrix}$ چند ولت است؟

۱) ۶ ۲) ۲۰ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط- مفهومی -۱۱۰۱)

**پاسخ تشریحی:**




نقاط A و B در صفحهٔ مختصات مطابق شکل مقابل قرار دارند.

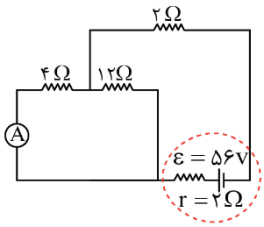
همان‌طور که می‌بینید، میدان الکتریکی در راستای نیمساز ربع اول است و چون پتانسیل A بیشتر از O است، می‌توان نتیجه گرفت که جهت میدان الکتریکی از A به O است.

با حرکت از نقطهٔ O تا B در جهت عمود بر خطوط میدان حرکت کرده‌ایم و در نتیجه پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی نقطهٔ O برابر است و $V_B=۶V$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۰- در مدار زیر، اگر به جای مقاومت $4\Omega$، یک مقاومت $6\Omega$ قرار دهیم، عدد آمپرسنج ایده‌آل ..... آمپر ..... می‌یابد.

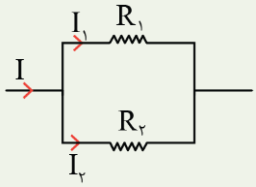



۱) ۱، کاهش
۲) ۱، افزایش
۳) $\frac{۴}{۳}$، کاهش
۴) $\frac{۴}{۳}$، افزایش

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط- محاسباتی- ۱۱۰۱)

**نکته:**

برای تقسیم جریان الکتریکی بین دو مقاومت موازی می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

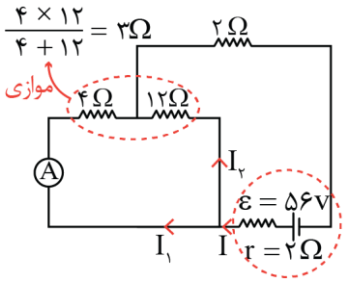



$$I_۱ = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} I$$

$$I_۲ = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} I$$

**پاسخ تشریحی:**

در ابتدا آمپرسنج جریان گذرنده از مقاومت $4\Omega$ را نشان می‌دهد.




$$\text{موازی}\quad \frac{۴\times۱۲}{۴+۱۲} = ۳\Omega$$

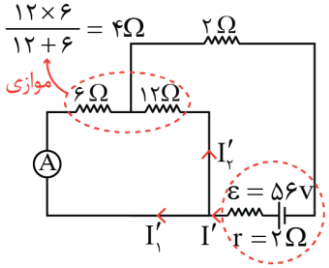
$$R_{eq} = ۳ + ۲ = ۵\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۵۶}{۲+۵} = ۸A$$

جریان $8A$ بین دو مقاومت موازی $4\Omega$ و $12\Omega$ تقسیم می‌شود و طبق نکتهٔ ارائه شده، جریان مقاومت $4\Omega$ برابر است با:

$$I_۱ = \frac{۱۲}{۱۲+۴}\times I = \frac{۳}{۴}\times ۸ = ۶A$$

در ادامه مقاومت $4\Omega$ را با یک مقاومت $6\Omega$ جایگزین می‌کنیم.




$$\text{موازی}\quad \frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶} = ۴\Omega$$

$$R'_{eq} = ۴ + ۲ = ۶\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{۵۶}{۲+۶} = ۷A$$

جریان $7A$ بین مقاومت‌های $6\Omega$ و $12\Omega$ تقسیم می‌شود.

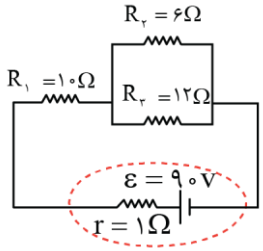
$$I'_۱ = \frac{۱۲}{۱۲+۶}\times I = \frac{۲}{۳}\times ۷ = \frac{۱۴}{۳}A$$

$$\rightarrow I'_۱ - I_۱ = \frac{۱۴}{۳} - ۶ = \frac{-۴}{۳}A$$

جریان آمپرسنج $\frac{۴}{۳}A$ کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- در مدار زیر، انرژی که در مدت یک دقیقه در مقاومت $R_۱$ به گرما تبدیل می‌شود، ..... ژول ..... از انرژی است که در مدت دو دقیقه در مقاومت $R_۲$ به گرما تبدیل می‌شود.




۱) ۱۰۰۸۰، کمتر
۲) ۱۱۵۲۰، کمتر
۳) ۱۰۰۸۰، بیشتر
۴) ۱۱۵۲۰، بیشتر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط- محاسباتی- ۱۱۰۲)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

**نکته:**

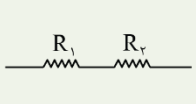
۱) برای محاسبهٔ توان مصرفی در یک مقاومت می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم.

$$P = RI^2 \quad \text{یا} \quad \frac{V^2}{R} \quad \text{یا} \quad VI$$

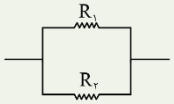
۲) با ضرب توان مصرفی یک مقاومت در زمان، مقدار انرژی که در مقاومت تلف می‌شود بدست می‌آید.

$$U = Pt$$

۳) در مقاومت‌های متوالی، توان با مقدار مقاومت رابطهٔ مستقیم دارد و در مقاومت‌های موازی، توان با مقدار مقاومت رابطهٔ عکس دارد.




$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$




$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

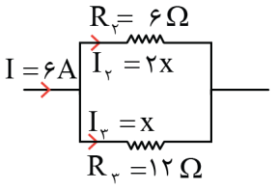
مقاومت‌های $۶\Omega$ و $۱۲\Omega$ موازی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت $۱۰\Omega$ متوالی است، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = ۱۰ + \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = ۱۰ + ۴ = ۱۴\Omega$$

جریان خروجی از باتری برابر می‌شود با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۹۰}{۱ + ۱۴} = ۶A$$

جریان $۶A$ بین مقاومت‌های $R_2$ و $R_3$ تقسیم می‌شود.




$$I = I_2 + I_3$$

$$\rightarrow ۶ = ۲x + x \rightarrow x = ۲A$$

$$\rightarrow I_2 = ۴A$$

حال که جریان مقاومت‌ها را می‌دانیم، می‌توانیم انرژی تلف شده در آن‌ها را محاسبه کنیم.

$R_1$ مقاومت : $U_1 = R_1 I_1^2 t_1 = ۱۰ \times ۶^2 \times ۶۰ = ۲۱۶۰۰J$

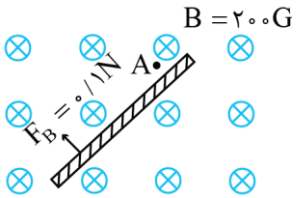
$R_2$ مقاومت : $U_2 = R_2 I_2^2 t_2 = ۶ \times ۴^2 \times ۱۲۰ = ۱۱۵۲۰J$

$$\rightarrow U_1 - U_2 = ۲۱۶۰۰ - ۱۱۵۲۰ = ۱۰۰۸۰J$$

بنابراین انرژی که مقاومت $R_1$ در یک دقیقه مصرف می‌کند به اندازهٔ $۱۰۰۸۰J$ بیشتر از انرژی است که در مدت دو دقیقه در مقاومت $R_2$ تلف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

**۶۲- مطابق شکل، سیم بلند حامل جریان الکتریکی درون میدان مغناطیسی یکنواختی قرار گرفته است و نیروی مغناطیسی $F_B$ در جهت نشان داده شده به هر متر آن وارد می‌شود. جریان گذرنده از این سیم چند آمپر است و جهت میدان مغناطیسی حاصل از این سیم در نقطهٔ A کدام است؟**




۱) ۵، ⊙

۲) ۵، ↖

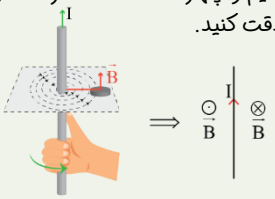
۳) ۲، ⊙

۴) ۲، ↖

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- مفهومی و محاسباتی- ۱۱۰۳)

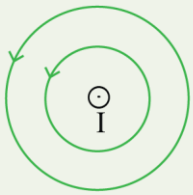
**نکته:**

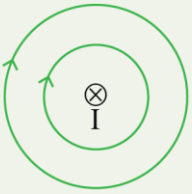
در اطراف سیم راست حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. جهت این میدان مطابق با قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. برای این کار کافی است انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم و چهار انگشت دست راست را حول آن بچرخانیم. در این صورت جهت میدان مغناطیسی در همان جهت چرخش چهار انگشت خواهد بود. به شکل‌های زیر دقت کنید.




میدان مغناطیسی در اطراف سیم بلند و راست حامل جریان الکتریکی به سمت بالا

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir


میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم
راست حامل جریان الکتریکی برون سو

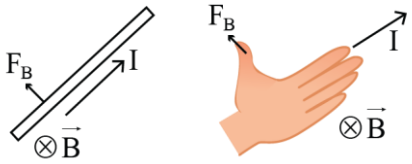

میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم
راست حامل جریان الکتریکی درون سو

**پاسخ تشریحی:**

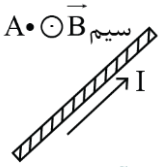
ابتدا جریان الکتریکی سیم را محاسبه می‌کنیم.

$$F = BIL \rightarrow ۰/۱ = ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times I \times ۱ \rightarrow I = ۵A$$

با توجه به جهت نیروی وارد بر سیم، جهت جریان آن را طبق قاعدهٔ دست راست می‌یابیم.




با توجه به جهت جریان سیم، میدان حاصل از آن در نقطهٔ A برون‌سو ($\odot$) است.




گروه آموزشی ماز

**۶۳- یک سیملولهٔ آرمانی که دارای ۲۰۰ دور سیم در یک متر است را به یک باتری با نیروی محرکهٔ ۶V و مقاومت درونی ۱/۵Ω وصل می‌کنیم. پس از گذشت زمان طولانی، میدان مغناطیسی روی محور سیملوله چند گاوس می‌شود؟ $(\mu_۰ \simeq ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$**

۱) ۹/۶ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۱۰/۴

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- محاسباتی- ۱۱۰۳)

**میدان مغناطیسی سیملوله**

۱) میدان مغناطیسی درون سیملوله از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

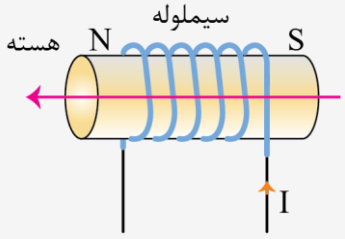
$$B = \mu_۰ \frac{NI}{\ell}$$

تراوایی مغناطیسی خلأ برحسب $\frac{\text{متر} \times \text{تسلا}}{\text{آمپر}}$ : $\mu_۰$ میدان مغناطیسی برحسب تسلا : B

جریان سیملوله برحسب آمپر : I تعداد دورهای سیملوله : N

طول سیملوله برحسب متر : $\ell$

۲) میدان مغناطیسی درون یک سیملولهٔ آرمانی و به دور از لبه‌های آن تقریباً یکنواخت است و جهت آن در درون سیملوله از قطب S به سمت قطب N آن است.




۳) با قرار دادن هستهٔ آهنی درون سیملوله، میدان مغناطیسی درون آن تقویت می‌شود.

۴) می‌توان سؤالات مربوط به سیملوله را با سؤالات مدار الکتریکی ترکیب کرد. در این سؤالات معمولاً از رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ برای محاسبهٔ جریان سیملوله استفاده می‌شود.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

**پاسخ تشریحی:**

گام اول: محاسبهٔ جریان گذرنده از سیملوله

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}\xrightarrow{R=0}I=\frac{6}{1/5}=4A$$

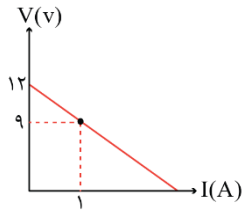
گام دوم: محاسبهٔ میدان مغناطیسی سیملوله

$$B=\mu_0\frac{NI}{L}\rightarrow B=12\times10^{-7}\times200\times4=9/6\times10^{-4}T$$

$$\rightarrow B=9/6G$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- **القاگری آرمانی با ضریب خودالقاوری $6mH$ را به یک باتری متصل می‌کنیم. اگر نمودار تغییرات ولتاژ باتری برحسب جریان آن مطابق شکل باشد، انرژی ذخیره شده در القاگر پس از گذشت زمان‌های طولانی چند میلی‌ژول می‌شود؟**




۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۹۶
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط- نموداری- ۱۱۰۳)

**نکته:**

انرژی ذخیره شده در سیملوله از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ بدست می‌آید. در این رابطه $L$ ضریب خودالقاوری سیملوله و $I$ جریان عبوری از آن است.

**پاسخ تشریحی:**

گام اول: ویژگی‌های باتری را با کمک نمودار داده شده به دست می‌آوریم.

$$\varepsilon=\text{عرض از مبدأ}\rightarrow\varepsilon=12V$$

$$r=|\text{شیب}|\rightarrow r=\frac{12-9}{1}=3\Omega$$

گام دوم: مقاومت القاگر آرمانی صفر است، پس با اتصال آن به باتری، جریان گذرنده از آن پس از گذشت مدت زمان طولانی برابر می‌شود با:

$$I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{12}{3}=4A$$

گام سوم: انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times6\times4^2=48mJ$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- **جرم اتاقک آسانسوری $660kg$ است و باری به جرم $540kg$ درون آن قرار دارد. اگر آسانسور با تندی ثابت $0/8\frac{m}{s}$ به اندازهٔ ۶۰ متر بالا برود، توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$**

۱) ۹/۶
۲) ۸
۳) ۸/۴
۴) ۶/۶

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- محاسباتی- ۱۰۰۳)

**نکته:**

اگر یک آسانسور با تندی ثابت $v$ حرکت کند، توان متوسط آن برابر است با:

$$P=Fv$$

در این رابطه، $F$ نیروی موتور آسانسور است.

**پاسخ تشریحی:**

چون آسانسور با تندی ثابت بالا می‌رود، نیروی موتور آن دقیقاً هم‌اندازهٔ مجموع وزن اتاقک و بار درون آن است.

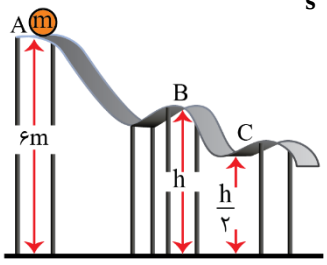
$$F=(m_{\text{اتاقک}}+m_{\text{بار}})g=(660+540)\times10=12000N$$

بنابراین توان موتور آسانسور برابر است با:

$$P=Fv\rightarrow P=12000\times0/8=9600W=9/6kW$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۶- مطابق شکل، جسمی به جرم $m$ از نقطهٔ $A$ با تندی $۶\frac{m}{s}$ در مسیر نشان داده شده پرتاب می‌شود و با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $B$ می‌گذرد. تندی جسم در نقطهٔ $C$ چند متر بر ثانیه است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و اصطکاک ناچیز است.)




۱) $۶\sqrt{۲}$
۲) $۶\sqrt{۳}$
۳) $۸\sqrt{۳}$
۴) $۸\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط- محاسباتی -۱۰۰۳)

**پاسخ تشریحی:**

انرژی مکانیکی در نقاط $A$ و $B$ برابر است، بنابراین داریم:

$$E_A = E_B \rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ + mgh_B$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۶^۲ + ۱۰\times ۶ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰^۲ + ۱۰\times h$$

$$\rightarrow ۷۸ = ۵۰ + ۱۰h \rightarrow h = ۲/۸m$$

بنابراین ارتفاع نقطهٔ $C$ برابر $h_C = \frac{h}{۲} = ۱/۴m$ است.

از طرفی انرژی مکانیکی در نقاط $A$ و $C$ هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$E_A = E_C \rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + mgh_C$$

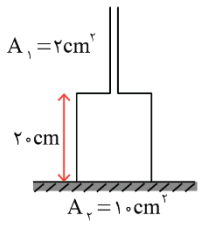
$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۶^۲ + ۱۰\times ۶ = \frac{۱}{۲}\times v_C^۲ + ۱۰\times ۱/۴$$

$$\rightarrow ۷۸ = \frac{۱}{۲}v_C^۲ + ۱۴$$

$$\rightarrow v_C^۲ = ۱۲۸ \rightarrow v_C = ۸\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- ظرف شکل مقابل، ۲۰۰ گرم جرم دارد. مقداری مایع به چگالی $۰/۶\frac{g}{cm^۳}$ درون ظرف می‌ریزیم. اگر نیروی ته ظرف به سطح افقی زیر آن ۳/۴۴ نیوتن باشد، نیروی مایع به کف ظرف چند نیوتن خواهد بود؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$)



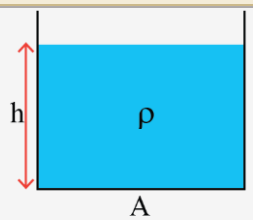

۱) ۲/۴
۲) ۱/۲
۳) ۴/۸
۴) ۳/۶

پاسخ: گزینه ۱ (سخت- محاسباتی- ۱۰۰۱)

**محاسبه نیروی حاصل از مایع**

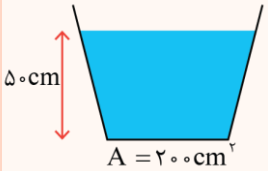
۱) برای محاسبهٔ نیرویی که یک مایع به سطوح مختلف وارد می‌کند، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \rightarrow F = \rho ghA$$




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

**مثال:**




درون ظرف مقابل ۱۲kg آب وجود دارد. نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب چند نیوتون است؟ $(\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg})$

$$F=\rho ghA=۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۵\times۲۰۰\times۱۰^{-۴}$$

$$\rightarrow F=۱۰۰N$$

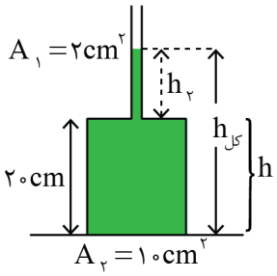
دقت کنید که برخی از دانش‌آموزان به اشتباه این‌گونه استدلال می‌کنند که چون وزن آب درون ظرف ۱۲۰N است، نیروی وارد بر کف ظرف هم ۱۲۰N است که این استدلال نادرست است. در واقع مقایسهٔ وزن مایع و نیروی وارد بر کف ظرف به شکل ظرف بستگی دارد که در نکتهٔ بعد آن را بررسی می‌کنیم.

۲) مطابق شکل زیر، ظرف‌ها به طور کل به سه دسته تقسیم می‌شوند. اگر نیرویی که مایع در هر ظرف به کف ظرف وارد می‌کند برابر F باشد و وزن مایع درون هر ظرف W باشد، می‌توانیم F و W را در هر یک از ظرف‌ها به صورت زیر مقایسه کنیم.

۳) در قسمت قبل، نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند را بررسی کردیم و دیدیم شکل ظرف بر آن تأثیرگذار است. اگر نیرویی که ظرف به تکیه‌گاه زیر خود وارد می‌کند $(F_N)$ را بخواهیم، یادتان باشد که این نیرو برابر مجموع وزن ظرف و مایع درون آن است و ربطی به شکل ظرف ندارد.

نیروی وارد بر سطح افقی : $F_N=W_{ظرف}+W_{مایع}$

**پاسخ تشریحی:**




نیروی ته ظرف به سطح افقی زیر آن معادل با مجموع وزن ظرف و مایع درون آن است. پس:

$$F=m_{ظرف}g+m_{مایع}g\rightarrow ۳/۴۴=(۰/۲\times۱۰)+(m_{مایع}\times۱۰)$$

$$\rightarrow m_{مایع}=۰/۱۴۴kg=۱۴۴g$$

اکنون ارتفاع مایع درون ظرف را باید بدست آوریم:

$$V_{مایع}=\frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}}=\frac{۱۴۴}{۰/۶}=۲۴۰cm^۳$$

$$V_{قسمت\ پایین}=A_۲h=۲۰\times۱۰=۲۰۰cm^۳$$

پس حجم مایع وارد شده به قسمت باریک ظرف معادل $۲۴۰-۲۰۰=۴۰cm^۳$ خواهد شد.

$$V_۲=A_۱h_۲\rightarrow ۴۰=۲h_۲\rightarrow h_۲=۲۰cm\rightarrow h_{کل}=۴۰cm$$

اکنون نیروی مایع به کف ظرف به این شکل بدست می‌آید:

$$F_{مایع\ به\ کف}=\rho gh\times A_{کف}=۶\times۱۰^۲\times۱۰\times۴\times۱۰^{-۱}\times۱۰^{-۳}=۲/۴N$$

**بچه‌ها دقت کنید که چگالی از مباحث حذفی کنکور امساله و احتمال طرح چنین تست‌هایی که برای حل اونا نیاز به بلد بودن چگالی هست کمه، ولی چون مبحث چگالی در همه جای فصل فشار وجود داره، ترجیح دادیم برای محکم کاری این سوال رو براتون بیاریم.**

گروه آموزشی ماز

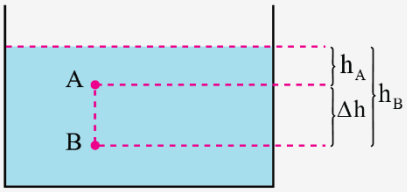
**۶۸- در ظرفی مقداری از یک مایع ریخته شده است. اگر فشار در عمق‌های ۲۰cm و ۹۵cm از این مایع به ترتیب معادل ۸۲cmHg و ۹۲cmHg باشد، فشار در عمق ۵ سانتی‌متری از این مایع چند کیلوپاسکال است؟ (چگالی جیوه معادل $۱۳/۵\frac{g}{cm^۳}$ است و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)**

۱) ۱۰۸ ۲) ۱۱۲ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۱۴

پاسخ: گزینه ۱ (ساده-محاسباتی- ۱۰۰۱)

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

### فشار در مایعات




چنانچه مانند شکل مقابل، مایعی درون یک ظرف ریخته باشیم، می‌توان این‌گونه نوشت:

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho g h_A \\ P_B = P_0 + \rho g h_B \end{cases}$$

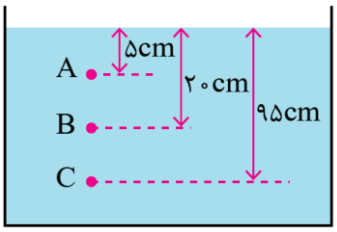
با تفریق این دو معادله از یکدیگر:

$$\Delta P_{AB} = P_B - P_A = (P_0 + \rho g h_B) - (P_0 + \rho g h_A) \rightarrow \Delta P_{AB} = \rho g \Delta h$$

نتیجهٔ مهمی که از این معادله بدست می‌آید این است که با توجه به ثابت بودن $\rho$ در یک مایع و نیز ثابت بودن مقدار $g$ می‌توان گفت: $\Delta P \propto \Delta h$
و یعنی: در یک مایع، برای زوج نقطه‌های مختلف از آن، می‌توان بین اختلاف ارتفاع عمودی و اختلاف فشار آن‌ها از نسبت و تناسب استفاده کرد.

### پاسخ تشریحی:

سه نقطهٔ مطرح شده در سؤال را با $A$، $B$ و $C$ روی شکل زیر نشان داده‌ایم. اگر بین اختلاف ارتفاع و اختلاف فشار زوج نقطه‌های $A-B$ و نیز $B-C$ از نسبت و تناسب استفاده کنیم چنین داریم:




$$\Delta P_{BC} = P_C - P_B = ۹۲ - ۸۲ = ۱۰ cmHg \rightarrow \begin{array}{c|cc} & \Delta h & \Delta P \\ \hline A-B & ۱۵cm & \Delta P_{AB} \\ B-C & ۷۵cm & ۱۰cmHg \end{array} \rightarrow \Delta P_{AB} = ۲ cmHg$$

$$\rightarrow P_B - P_A = ۲ cmHg \xrightarrow{P_B = ۸۲ cmHg} P_A = ۸۰ cmHg$$

اکنون فشار نقطهٔ $A$ را به پاسکال تبدیل می‌کنیم. توجه داشته باشید که چون چگالی جیوه $۱۳/۵ \frac{g}{cm^3}$ داده شده است باید عدد فشار بر حسب $cmHg$ را در ۱۳۵۰ (نه ۱۳۶۰ !) ضرب کنیم:

$$P_A = ۸۰ \times ۱۳۵۰ = ۱۰۸۰۰۰ Pa = ۱۰۸ kPa$$

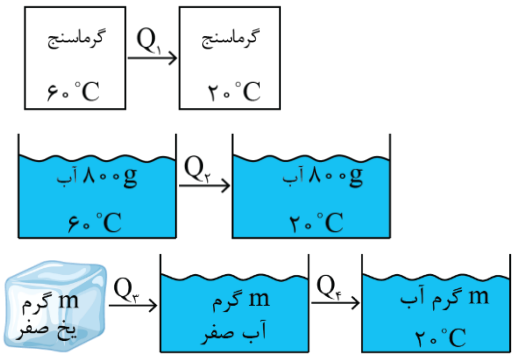
گروه آموزشی ماز

**۶۹- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $۸۴۰ \frac{J}{^\circ C}$، ۸۰۰ گرم آب با دمای $۶۰^\circ C$ در تعادل است. چند گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس درون آب بیاندازیم تا دمای نهایی مجموعه $۲۰^\circ C$ شود؟ ($c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.K}$، $L_F = ۳۳۶۰۰۰ \frac{J}{kg}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)**

۱) ۲۵۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط- محاسباتی- ۱۰۰۴)

شکل زیر تغییرات گرماسنج، آب و یخ را نشان می‌دهد.




با استفاده از پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = ۰$$

$$\rightarrow C_{گرماسنج}(۲۰-۶۰) + m_{آب}c_{آب}(۲۰-۶۰) + mL_F + mc_{آب}(۲۰-۰) = ۰$$

$$\rightarrow ۸۴۰ \times (-۴۰) + ۰/۸ \times ۴۲۰۰ \times (-۴۰) + m \times ۳۳۶۰۰۰ + m \times ۴۲۰۰ \times ۲۰ = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن به ۴۲۰۰}} -۸ - ۳۲ + ۸۰m + ۲۰m = ۰$$

$$\rightarrow ۱۰۰m = ۴۰ \rightarrow m = ۰/۴ kg = ۴۰۰ g$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

**۷۰- در فشار یک اتمسفر، مقدار گرمای مورد نیاز برای تبدیل $۲/۵kg$ یخ صفر درجهٔ سلسیوس به آب $۴۰°C$، معادل انرژی آزاد شده از انفجار چند گرم TNT است؟ ($c_{آب}=۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$، $L_F=۳۳۶۰۰۰\frac{J}{kg}$ و انفجار هر گرم TNT، گرمایی معادل $۴/۲kJ$ آزاد می‌کند.)**

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۳۳۶ ۴) ۴۲۰

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- محاسباتی- ۱۰۰٤)

**پاسخ تشریحی:**

ابتدا به یخ گرما می‌دهیم تا آن را ذوب کنیم و سپس به آب به دست آمده گرما می‌دهیم تا دمای آن را به $۴۰°C$ برسانیم.

$$Q=mL_F+mc\Delta\theta=۲/۵\times۳۳۶۰۰۰+۲/۵\times۴۲۰۰\times۴۰$$

$$\rightarrow Q=۴۲۰۰\times(۲/۵\times۸۰+۲/۵\times۴۰)=۳۰۰\times۴۲۰۰J$$

انفجار هر گرم TNT، انرژی $۴۲۰۰J$ را آزاد می‌کند، پس گرمای $Q=۳۰۰\times۴۲۰۰J$ معادل انرژی حاصل از انفجار ۳۰۰ گرم TNT است.

گروه آموزشی ماز

**۷۱- یک ماشین گرمایی در هر دقیقه ۲۰ چرخه را می‌پیماید. این ماشین گرمای موردنیاز خود را از سوزاندن نفت به‌دست می‌آورد و در هر دقیقه ۶۰ گرم نفت را می‌سوزاند. اگر بازده این ماشین ۳۰ درصد باشد، در طی هر چرخه چند کیلوژول گرما به منبع با دمای پایین می‌دهد؟ (از سوختن هر گرم نفت، $۵۰kJ$ گرما آزاد می‌شود و فرض کنید همهٔ گرمای آزاد شده به ماشین می‌رسد.)**

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۰۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۰۵۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط- محاسباتی-۱۰۰٤)

**پاسخ تشریحی:**

مقدار گرمای دریافت شده در هر دقیقه برابر است با:

$$Q_H=\text{جرم نفت}\times\text{انرژی آزاد شده از هر گرم نفت}=۶۰\times۵۰=۳۰۰۰kJ$$

بازده ماشین ۳۰٪ است، یعنی ۳۰٪ از این گرما به کار تبدیل می‌شود و ۷۰٪ آن به‌صورت گرما به منبع دمای پایین داده می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

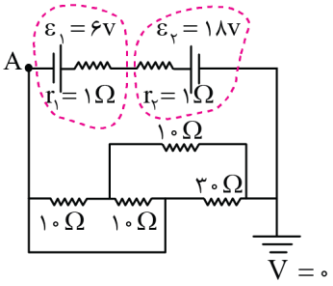
$$|Q_C|=\frac{۷۰}{۱۰۰}Q_H=\frac{۷۰}{۱۰۰}\times۳۰۰۰=۲۱۰۰kJ$$

چون در هر دقیقه ۲۰ چرخه طی می‌شود، برای محاسبهٔ گرما در هر چرخه، باید نتیجهٔ فوق را بر ۲۰ تقسیم کنیم.

گرمای داده شده به منبع دمای پایین در هر چرخه: $|Q_C|=\frac{۲۱۰۰}{۲۰}=۱۰۵kJ$

گروه آموزشی ماز

**۷۲- در مدار زیر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟**

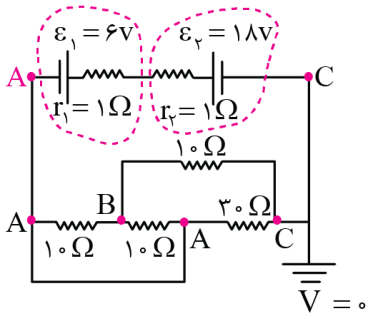


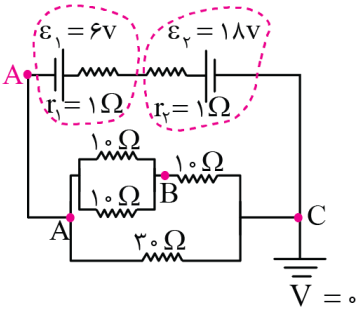

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) −۸
۴) −۱۰

پاسخ: گزینه ۲ (سخت- محاسباتی- ۱۱۰۱)

**پاسخ تشریحی:**

ابتدا با نام‌گذاری نقاط مختلف، مدار را به شکل ساده‌تری رسم می‌کنیم.




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\text{مقاومت شاخهٔ بالا}: R_1 = \frac{10}{2} + 10 = 15\Omega$$

$$\text{مقاومت شاخهٔ پایین}: R_2 = 30\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10\Omega$$

بنابراین جریان الکتریکی مدار برابر می‌شود با:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R_{eq}} = \frac{18 - 6}{1 + 1 + 10} = 1A$$

دقت کنید چون $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، جهت جریان در مدار پادساعتگرد است و پتانسیل نقطهٔ $A$ برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل مدار است.

$$v_A = R_{eq} I = 10 \times 1 = 10v$$

گروه آموزشی ماز

**۷۳- مقداری گاز کامل ابتدا در یک فرایند هم‌حجم، ۲۰۰J گرما می‌گیرد، سپس در یک فرایند بی‌دررو، ۳۰۰J کار روی محیط انجام می‌دهد و سپس در یک فرایند هم‌دما، حجمش ۲ برابر می‌شود. تغییر انرژی درونی گاز در کل فرایند چند ژول بوده است؟**

۱) $-100$ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) $-500$

پاسخ: گزینه ۱ (ساده- مفهومی- ۱۰۰۴)

**نکته:**

۱- در فرایند هم‌حجم، تغییرات انرژی درونی گاز برابر گرمای مبادله شده توسط گاز است.
۲- در فرایند بی‌دررو، تغییرات انرژی درونی گاز برابر کار انجام شده روی گاز است.
۳- در فرایند هم‌دما، تغییرات انرژی درونی گاز صفر است.

**پاسخ تشریحی:**

تغییرات انرژی درونی گاز در کل فرایند برابر مجموع تغییرات انرژی درونی آن در هریک از فرایندهاست، یعنی:

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{\text{هم‌حجم}} + \Delta U_{\text{بی‌دررو}} + \Delta U_{\text{هم‌دما}}$$

اکنون $\Delta U$ را در هر مرحله محاسبه می‌کنیم.

$$\text{فرایند هم‌حجم}: W = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{هم‌حجم}} = Q_{\text{هم‌حجم}} = +200J$$

$$\text{فرایند بی‌دررو}: Q = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{بی‌دررو}} = W_{\text{بی‌دررو}} = -300J$$

دقت کنید که گاز ۳۰۰J کار روی محیط انجام داده است، پس کاری که محیط روی گاز انجام داده است برابر $-300J$ است.

$$\text{فرایند هم‌دما}: \Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{کل}} = 200 - 300 + 0 = -100J$$

گروه آموزشی ماز

**۷۴- تار ویولنی به طول ۳۰cm که جرمی برابر ۰/۳ گرم دارد، در نزدیکی بلندگویی با بسامد متغیر قرار دارد. وقتی بلندگو صداهایی در گسترهٔ ۷۰۰Hz – ۱۵۰۰Hz تولید می‌کند، تار فقط هنگامی به نوسان درمی‌آید که بسامد صوت بلندگو ۹۰۰Hz و ۱۳۵۰Hz باشد. پدیدهٔ ..... سبب به نوسان درآمدن تار شده است و نیروی کشش تار برابر ..... نیوتون است.**

۱) تشدید - ۲۴/۳ ۲) تشدید - ۷۲/۹ ۳) پراش - ۲۴/۳ ۴) پراش - ۷۲/۹

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط- مفهومی و محاسباتی- ۱۲۰۳)

**نکته:**

۱- اختلاف دو بسامد متوالی یک تار دو سر بسته برابر بسامد اصلی آن است.
۲- بسامد اصلی تار دو سر بسته از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

**پاسخ تشریحی:**

هنگامی که بسامد صوت بلندگو با بسامد هماهنگ‌های تار برابر شود، به دلیل پدیدهٔ تشدید، تار هم به نوسان درمی‌آید. بنابراین می‌توان فهمید که بسامدهای ۹۰۰Hz و ۱۳۵۰Hz بسامدهای متوالی تار هستند و بسامد اصلی آن برابر است با:

$$f_1 = 1350 - 900 = 450Hz$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

بنابراین سرعت انتشار موج در تار و کشش آن برابر می‌شود با:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 450 = \frac{v}{2\times 0/3} \Rightarrow v = 270\frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 270 = \sqrt{\frac{F\times 0/3}{0/3\times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow 270^2 = 1000F \Rightarrow F = 72/9N$$

گروه آموزشی ماز

**۷۵- در شرایط خلاء، گلولهٔ A از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. ۰/۵ ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B از همان ارتفاع و بدون سرعت اولیه رها می‌شود. بیش‌ترین فاصلهٔ قائم دو گلوله چند متر می‌شود؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)**

۱) ۱۵/۷۵ ۲) ۱۲/۲۵ ۳) ۱۱/۲۵ ۴) ۱۸/۷۵

پاسخ: گزینه ٤ (متوسط- محاسباتی- ۱۲۰۱)

**نکته:**

هنگامی که دو جسم از یک ارتفاع و با تأخیر زمانی نسبت به هم رها می‌شوند، فاصلهٔ بین آن‌ها به تدریج افزایش می‌یابد و وقتی که گلولهٔ اول به زمین می‌رسد، این فاصله بیشینه می‌شود.

**پاسخ تشریحی:**

مدت زمان سقوط گلولهٔ A برابر است با:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow 80 = \frac{1}{2}\times 10\times t_A^2 \Rightarrow t_A = 4s$$

بنابراین در لحظهٔ $t = 4s$ که گلولهٔ A به زمین می‌رسد، فاصلهٔ دو گلوله بیشینه است. چون گلولهٔ B، ۰/۵ ثانیه دیرتر رها شده است، به مدت $3/5s$ سقوط کرده و می‌توان نوشت:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow \Delta y_B = \frac{1}{2}\times 10\times (3/5)^2 = 61/25m$$

بنابراین فاصلهٔ دو گلوله در این لحظه برابر $80 - 61/25 = 18/75m$ است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۷۶- در یون $A^{۳+}$، اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۷ است. اگر بین عنصر $A$ و عنصری سبک‌تر از آن که با گرفتن ۲ الکترون به آرایش الکترونی گاز آرگون می‌رسد، ۹ عنصر در جدول دوره‌ای وجود داشته باشد؛ عدد جرمی عنصر $A$ کدام است؟**

۱) ۴۲ ۲) ۴۸ ۳) ۵۲ ۴) ۵۶

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

یون مورد نظر، دارای بار الکتریکی ۳+ بوده و اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن برابر ۷ است. عدد اتمی این عنصر را معادل با $Z$ در نظر گرفته و با توجه به داده‌های صورت سؤال، معادله‌های مربوطه را می‌نویسیم:

$$(۱)\ n-e=۷ \quad , \quad (۲)\ e=Z-۳$$

عنصری که با گرفتن ۲ الکترون به آنیون تبدیل شده و به آرایش الکترونی گاز آرگون($_{۱۸}Ar$) می‌رسد، معادل با گوگرد با عدد اتمی ۱۶ است؛ بنابراین عدد اتمی عنصر $A$ برابر با $Z=۱۶+۹+۱=۲۶$ خواهد بود و با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$e=Z-۳=۲۶-۳=۲۳ \xrightarrow{(۱)} n-۲۳=۷ \rightarrow n=۳۰$$

اما همانطور که می‌دانیم، عدد جرمی از رابطه $A=n+Z$ بدست می‌آید. بر این اساس، داریم:

$$A=n+Z=۳۰+۲۶=۵۶$$

گروه آموزشی ماز

**۷۷- در یک نمونه طبیعی از عنصر فرضی $Z$، چهار ایزوتوپ با جرم‌های اتمی $۹۰amu$، $۹۱amu$، $۹۲amu$ و $۹۴amu$ وجود دارد. فراوانی ایزوتوپ $^{۹۱}Z$ در این نمونه برابر ۱۴/۵ درصد بوده و فراوانی دو ایزوتوپ سنگین‌تر یکسان است. اگر به ازای هر سه اتم $^{۹۰}Z$، یک اتم $^{۹۲}Z$ در این نمونه وجود داشته باشد، جرم اتمی میانگین عنصر $Z$ در این نمونه به تقریب برابر چند $amu$ است؟**

۱) ۹۰/۱۷ ۲) ۹۰/۴۵ ۳) ۹۱/۱۷ ۴) ۹۱/۴۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که یک نمونه از آن، فقط از یک نوع اتم با عدد اتمی یکسان تشکیل شده باشد. توجه داریم که برخی از اتم‌های موجود در هر نمونه از یک عنصر، جرم اتمی متفاوتی داشته و نسبت به یکدیگر ایزوتوپ نامیده می‌شوند. ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی مشابه و عدد جرمی متفاوتی دارند. این عنصر دارای ۴ ایزوتوپ مختلف با عدد جرمی ۹۰، ۹۱، ۹۲ و ۹۴ است. اگر فراوانی ایزوتوپ‌های موجود در نمونه مورد نظر را از سبک به سنگین به ترتیب با $F_۱$، $F_۲$، $F_۳$ و $F_۴$ نشان دهیم؛ با توجه به داده‌های سؤال خواهیم داشت:

$$(۱)\ F_۲=۱۴/۵ \qquad (۲)\ F_۳=F_۴ \qquad (۳)\ F_۱=۳F_۳$$

خواص شیمیایی عناصر از جمله مقدار واکنش‌پذیری آن‌ها، وابسته به عدد اتمی و یا همان $Z$ آن‌ها بوده و بر این اساس، می‌توان گفت همه اتم‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند. توجه داریم که ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها با یکدیگر تفاوت دارند. چون جرم اتمی این ایزوتوپ‌ها با هم متفاوت است، برخی از خواص فیزیکی وابسته به جرم آن‌ها نیز با هم متفاوت خواهد بود.

توجه داریم که مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی یک عنصر برابر با ۱۰۰ است. بر این اساس داریم:

$$F_۱+F_۲+F_۳+F_۴=۱۰۰ \xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} ۳F_۳+۱۴/۵+F_۳+F_۳=۱۰۰ \rightarrow ۵F_۳=۸۵/۵ \rightarrow F_۳=۱۷/۱$$

بر این اساس $F_۱=۳\times ۱۷/۱=۵۱/۳$ و $F_۴=۱۷/۱$ خواهد بود. در نهایت، جرم اتمی میانگین عنصر $Z$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین عنصر } Z = M_۱+(M_۲-M_۱)\times\frac{F_۲}{۱۰۰}+(M_۳-M_۱)\times\frac{F_۳}{۱۰۰}+(M_۴-M_۱)\times\frac{F_۴}{۱۰۰}$$

$$=۹۰+(۹۱-۹۰)\times\frac{۱۴/۵}{۱۰۰}+(۹۲-۹۰)\times\frac{۱۷/۱}{۱۰۰}+(۹۴-۹۰)\times\frac{۱۷/۱}{۱۰۰}=۹۰+۰/۱۴۵+۰/۳۴۲+۰/۶۸۴=۹۱/۱۷۱\ amu$$

گروه آموزشی ماز

**۷۸- چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟**

**آ) جرم اتمی میانگین یک عنصر، همواره به جرم اتمی سبک‌ترین ایزوتوپ آن عنصر نزدیک‌تر است.**

**ب) همانند عنصر هلیم، در طیف نشری خطی حاصل از لیتیم، بیشترین طول‌موج مرئی به نوار قرمز رنگ مربوط است.**

**پ) آرسنیک($_{۳۳}As$)، با فلز کبالت هم‌دوره بوده و نسبت شمار الکترون با $l=۱$ به الکترون با $l=۲$ در آن برابر ۱/۵ است.**

**ت) تعداد نوترون‌ها در ایزوتوپ استفاده شده برای ایجاد مقیاس $amu$، ۲ برابر عدد جرمی پایدارترین رادیوایزوتوپ $H$ است.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۱)

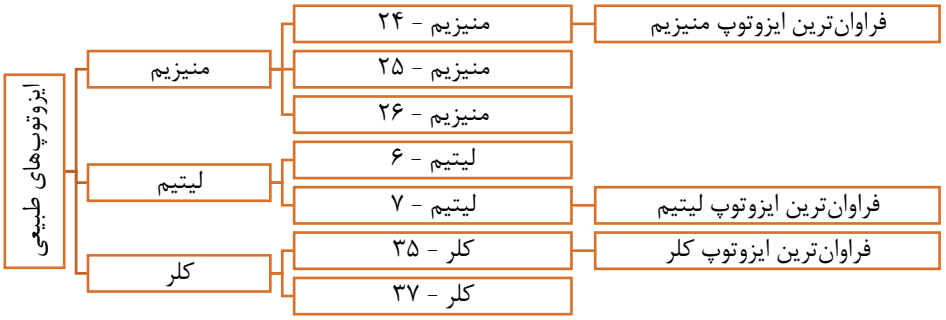
به جز عبارت (آ)، سایر عبارت‌های داده شده درست هستند.

**بررسی موارد:**

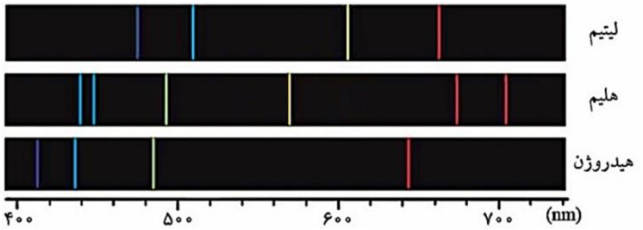
آ) به تجربه می‌دانیم که سبک‌ترین ایزوتوپ در اغلب عناصر، فراوان‌ترین ایزوتوپ نیز هست؛ اما در برخی از عناصر مانند لیتیم، ایزوتوپ سنگین‌تر بیشترین فراوانی را دارد. بنابراین عبارت درست به این صورت ((جرم اتمی میانگین یک عنصر، به جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ آن عنصر نزدیک‌تر است.)) خواهد بود.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ایزوتوپ‌های مختلف مطرح شده در کتاب درسی در یک نمونه طبیعی از عناصر مختلف، به شرح نمودار زیر هستند:




ب) شیمی‌دان‌ها به فرایندی که در آن یک ماده شیمیایی(یک ماده‌ی فلزی، نافلزی و یا شبه‌فلزی) با جذب انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌کند، نشر می‌گویند. با توجه به شکل‌های زیر که طیف نشری خطی عناصر مهم مطرح شده در کتاب درسی را نشان می‌دهد، می‌توان مشاهده کرد که در طیف نشری خطی لیتیم، بیشترین طول‌موج مربوط به نوار قرمز بوده و در طیف نشری خطی هلیم نیز بیشترین طول‌موج مربوط به نوار قرمز است.




بور پس از پژوهش‌های خود توانست مدلی برای اتم هیدروژن ارائه کند. اگرچه مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری-خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری-خطی دیگر عنصرها را نداشت. دانشمندان به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف نشری-خطی دیگر عنصرها و نیز چگونگی نشر نور از سایر اتم‌ها، ساختار لایه‌ای را برای اتم ارائه کردند. در این مدل، اتم را کره‌ای درنظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته توزیع می‌شوند. نکته مهم در رابطه با این مدل، کوانتومی بودن دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایه‌ی دیگر است. در واقع، الکترون هنگام انتقال از یک لایه به لایه دیگر، انرژی را به صورت پیمانه‌ای یا بسته‌های معین، جذب یا نشر می‌کند.

پ) کبالت($_{27}Co$) یکی از عناصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی است؛ بنابراین با آرسنیک هم‌دوره است. با توجه به آرایش الکترونی $_{33}As$، در این اتم ۱۵ الکترون در زیرلایه‌های $p$ با $(l=1)$ و ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های $d$ با $(l=2)$ وجود دارد؛ بنابراین نسبت موردنظر برابر با $\frac{15}{10}=1/5$ است. آرایش الکترونی آرسنیک به صورت زیر است:

$$[_{33}As]=1s^2 2s^2 \underline{2p^6} 3s^2 \underline{3p^6} \underline{\underline{3d^{10}}} 4s^2 \underline{4p^3}$$

ت) ایزوتوپ استفاده شده برای ایجاد مقیاس amu، معادل با $^{12}_{6}C$ است که در ساختار آن $6=6-12$ ذره زیراتمی بدون بار(نوترون) وجود دارد. از طرفی پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، ایزوتوپ $^{3}_{1}H$ با عدد جرمی $A=3$ بوده و درنتیجه نسبت موردنظر برابر $\frac{6}{3}=2$ است. جدول زیر، نمایی از ایزوتوپ‌های هیدروژن را نشان می‌دهد:

| ایزوتوپ | $^{1}_{1}H$ | $^{2}_{1}H$ | $^{3}_{1}H$ | $^{4}_{1}H$ | $^{5}_{1}H$ | $^{6}_{1}H$ | $^{7}_{1}H$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نیم‌عمر | پایدار | پایدار | ۱۲/۳۲ سال | $1/4\times10^{-22}$ ثانیه | $9/1\times10^{-22}$ ثانیه | $2/9\times10^{-22}$ ثانیه | $2/3\times10^{-23}$ ثانیه |
| درصد فراوانی در طبیعت | ۹۹/۹۸۸۵ (طبیعی) | ۰/۰۱۱۴ (طبیعی) | ناچیز (طبیعی) | ۰ (ساختگی) | ۰ (ساختگی) | ۰ (ساختگی) | ۰ (ساختگی) |

سه ایزوتوپ اول هیدروژن در یک نمونه طبیعی از این عنصر یافت شده و چهار ایزوتوپ بعدی، به صورت ساختگی تهیه شده‌اند. از بین سه ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، دو ایزوتوپ اول کاملا پایدار بوده و ایزوتوپ سوم(ایزوتوپ $^{3}_{1}H$ که در ساختار هسته‌ی خود ۲ نوترون و ۱ پروتون دارد)، ناپایدار است.

دانشمندان برای اینکه بتوانند خواص فیزیکی و شیمیایی هر ماده را در محیطی مانند بدن انسان، محیط زیست و محیط آزمایش بررسی کرده و اثر آن را گزارش کنند، باید بدانند که چه جرمی از اتم‌ها یا مولکول‌های آن ماده وارد محیط شده است. به همین خاطر، آنها همواره در پی یافتن سنجه‌ای مناسب و در دسترس برای اندازه‌گیری جرم اتم‌ها بوده‌اند. در چنین شرایطی، دانشمندان مقیاس جرم نسبی را برای تعیین جرم اتم‌ها به کار می‌برند. مطابق این مقیاس، جرم اتم‌ها را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن معادل با $\frac{1}{12}$ جرم اتم‌های کربن-۱۲ است.

گروه آموزشی ماز

**۷۹- کدام مطلب درباره دو عنصر $A$: $^{71}_{31}Ga$ و $B$: $^{99}_{43}Tc$ درست است؟**

۱) $A$ معادل با دومین فلز دسته $p$ است که با از دست دادن سه الکترون می‌تواند به آرایش الکترونی گاز نجیب برسد.

۲) زیرلایه $4d$ در اتم‌های سازنده فلز $B$، نیمه‌پر بوده و اتم این فلز اندازه مشابهی با یون تک اتمی $I^-$ دارد.

۳) بین دو عنصر $A$ و $B$ در جدول تناوبی امروزی، ۶ عنصر با رسانایی بالای جریان الکتریسیته قرار دارد.

۴) عنصر $B$ برخلاف عنصر $A$، یک پرتوزا بوده و نسبت شمار نوترون به پروتون در آن بیش از ۱/۵ است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

عناصر بعد از $Ga$ در دوره چهارم جدول تناوبی عبارت هستند از $Ge$، $As$، $Se$، $Br$ و $Kr$ که هیچکدام فلز نیستند. اما عنصر $Tc$(تکنسیم) در دوره پنجم و گروه شماره $۷ = ۳۶ - ۴۳$ جدول دوره‌ای قرار دارد. از طرفی می‌دانیم که ۶ عنصر اول دوره پنجم جدول تناوبی همگی فلز هستند؛ بنابراین بین دو عنصر $A$ و $B$ در مجموع ۶ فلز قرار دارد. توجه داریم که فلزها رسانای قوی جریان الکتریسیته هستند در حالی که شبه‌فلزها از جمله سیلیسیم و ژرمانیم، جریان الکتریسیته را به خوبی از خود عبور نمی‌دهند.

شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آنها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همه عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دسته $p$ این جدول قرار می‌گیرند. به عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. اولین عنصر شبه‌فلزی موجود در جدول دوره‌ای نیز معادل با بور است. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:
۱- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.
۲- سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربه‌ی چکش، خرد می‌شوند.
۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.
۴- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) در عناصر دستهٔ $p$، اولین و دومین فلز به ترتیب دو عنصر از گروه ۱۳ یعنی ${}_{۱۳}Al$ و ${}_{۳۱}Ga$ هستند. گالیم برخلاف آلومینیم، با از دست دادن سه الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد. آرایش الکترونی کاتیون حاصل از این دو فلز به صورت زیر است:

$$[{}_{۱۳}Al^{۳+}] = [{}_{۱۰}Ne] \quad , \quad [{}_{۳۱}Ga^{۳+}] = [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}$$

۲) آرایش الکترونی اتم ${}_{۴۳}Tc$ مشابه آرایش الکترونی عنصر هم گروه آن در دوره چهارم یعنی ${}_{۲۵}Mn$ است. در این رابطه، داریم:

$$[{}_{۴۳}Tc] = [{}_{۳۶}Kr]۴d^{۵}۵s^{۲}$$

توجه داریم که یون یدید با یون چندا‌تمی که حاوی اتم ${}_{۴۳}Tc$ است، اندازه مشابهی دارد نه خود اتم ${}_{۴۳}Tc$!

غده تیروئید، در جلوی گردن قرار داشته و از دو قسمت تشکیل شده که توسط یک قسمت میانی به هم متصل شده‌اند. در صورت بیماری، این غده اغلب کم‌کار شده و گاهی مقدار جذب ید توسط آن کاهش می‌یابد. بر این اساس، اگر ماده رادیواکتیو حاوی تکنسیم را به بیمار مورد نظر تزریق کنیم، غده تیروئید بیمار ماده رادیواکتیو را نیز به مقدار کمتری جذب کرده و وجود بیماری در غده تیروئید تایید می‌شود. تصویر زیر نمایی از اسکن تیروئید را نشان می‌دهد:

تصویر غدهٔ تیروئید سالم — تصویر غدهٔ تیروئید ناسالم

۴) همانطور که می‌دانیم، گالیم یکی از فلزهای اصلی موجود در جدول دوره‌ای است و اتم نشان داده شده از آن، یک رادیوایزوتوپ نیست. از طرف دیگر، ${}_{۴۳}Tc$ یک رادیوایزوتوپ است که برای تصویربرداری غده پروانه‌ای شکل تیروئید از آن استفاده می‌شود؛ اما نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در آن کم‌تر از ۱/۵ است. در رابطه با اتم تکنسیم داریم:

$$\frac{\text{شمار نوترون‌ها}}{\text{شمار پروتون‌ها}} = \frac{۹۹ - ۴۳}{۴۳} = \frac{۵۵}{۴۳} \simeq ۱/۲۸ < ۱/۵$$

تکنسیم نخستین عنصری بود که در واکنشگاه(راکتور) هسته ای ساخته شد. این رادیوایزوتوپ در تصویربرداری پزشکی کاربرد ویژه ای دارد. توجه داریم که همه تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته ای ساخته شود. از آنجا که نیمعمر این ماده کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست هستند؟

**آ) نسبت تعداد عنصرها به تعداد یون‌ها در ترکیب اصلی سنگ معدن بوکسیت و آهن(III) سولفید، یکسان است.**

**ب) واکنش‌پذیری آلوتروپی از اکسیژن که در حالت مایع رنگ تیره‌تری دارد، کم‌تر از آلوتروپ دیگر است.**

**پ) مشابه مولکول $N_۲O$، تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار $O_۳$ با هم برابر است.**

**ت) بر اثر تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید، از رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کاسته می‌شود.**

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

**بررسی موارد:**

آ) ترکیب اصلی سنگ معدن بوکسیت، همان $Al_۲O_۳$ یا آلومینیم اکسید بوده و فرمول شیمیایی آهن(III) سولفید نیز به صورت $Fe_۲S_۳$ است؛ بنابراین نسبت شمار عنصرها به شمار یون‌ها در فرمول شیمیایی این دو ترکیب یکسان و برابر با $\frac{۲}{۵}$ است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ب) جدول زیر، ویژگی‌های مهم گازهای اوزون و اکسیژن را نشان می‌دهد:

| فرمول شیمیایی | ساختار لوویس | جرم مولی | نقطه جوش | رنگ در حالت گازی | رنگ در حالت مایع | مدل فضاپرکن |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_2$ | $\ddot{O}=\ddot{O}$ | ۳۲ | -۱۸۳ | بی‌رنگ | آبی روشن | |
| $O_3$ | | ۴۸ | -۱۱۲ | آبی روشن | آبی تیره | |

همانطور که مشخص است، دگرشکل سنگین‌تر عنصر اکسیژن یعنی گاز اوزون، در حالت مایع از اکسیژن رنگ تیره‌تری دارد. توجه داریم که به علت جرم مولی بالاتر و قطبی بودن اوزون، نقطه جوش آن بیشتر است. بعلاوه، واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است و به همین دلیل، در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

پ) مطابق ساختارهای لوویس زیر، تنها در مولکول $N_2O$، تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی با هم برابر است:

ت) در هوای آلوده و در حضور نور خورشید، واکنش زیر انجام شده و مقداری گاز اوزون تروپوسفری تولید می‌شود که همان اوزون تروپوسفری است:

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$$

توجه داریم که طی این واکنش، به واسطه تبدیل گاز قهوه‌ای رنگ $NO_2$ به گاز بی‌رنگ $NO$، از رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کاسته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

**۸۱- نیتروگلیسیرین($C_3H_5N_3O_9$)، در اثر گرما مطابق معادله زیر تجزیه می‌شود. مجموع ضرایب فراورده‌های ناقطبی در معادله موازنه شده تجزیه این ماده کدام است و بخار آب حاصل از تجزیه ۹۰/۸ گرم از آن را می‌توان از سوختن کامل چند لیتر گاز اتان با چگالی $2\,g.L^{-1}$ بدست آورد؟**
**$(O=16, N=14, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$**

$C_3H_5N_3O_9(l) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) + N_2(g) + O_2(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۱۹ - ۴ ۲) ۱۹ - ۵ ۳) ۱۷ - ۴ ۴) ۱۷ - ۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۲)

واکنش موازنه شده تجزیه نیتروگلیسیرین به صورت زیر است:

$$4C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 12CO_2 + 10H_2O + 6N_2 + O_2$$

از بین فراورده‌های این واکنش، گازهای $O_2$، $N_2$ و $CO_2$ ناقطبی هستند و مجموع ضرایب آن‌ها در معادله برابر با ۱۹ است.

**مولکول‌های ناقطبی شرایط زیر را دارند:**
- ✓ مولکول‌های دارای دو اتم یکسان مانند $N_2$ و $F_2$
- ✓ مولکول‌هایی با اتم‌های مشابه پیرامون اتم مرکزی و فاقد جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند $CO_2$ و $CH_4$

**مولکول‌های قطبی نیز شرایط زیر را دارند:**
- ✓ مولکول‌های دارای جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند $NH_3$ و $SO_2$
- ✓ مولکول‌های دواتمی با دو اتم متفاوت مانند $HCl$، $CO$ و نیتروژن مونوکسید
- ✓ مولکول‌های دارای اتم‌های متفاوت پیرامون اتم مرکزی مانند $CH_3Cl$ و یا $CHF_3$

در ادامه، مقدار مول بخار آب حاصل از تجزیه ۹۰/۸ گرم نیتروگلیسیرین را بدست می‌آوریم:

$$?\,mol\,H_2O = 90/8\,g\,C_3H_5N_3O_9 \times \frac{1\,mol\,C_3H_5N_3O_9}{227\,g\,C_3H_5N_3O_9} \times \frac{10\,mol\,H_2O}{4\,mol\,C_3H_5N_3O_9} = 1\,mol$$

از طرفی واکنش سوختن کامل گاز اتان به صورت مقابل است: $2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(g)$

بنابراین حجم گاز اتان موردنیاز برابر خواهد بود با:

$$?\,L\,C_2H_6 = 1\,mol\,H_2O \times \frac{2\,mol\,C_2H_6}{6\,mol\,H_2O} \times \frac{30\,g\,C_2H_6}{1\,mol\,C_2H_6} \times \frac{1\,L\,C_2H_6}{2\,g\,C_2H_6} = 5\,L$$

گروه آموزشی ماز

**۸۲- در یک آزمایش، واکنش تجزیه یک مول سدیم هیدروژن کربنات تا لحظه برابر شدن جرم فراورده جامد با جرم واکنش‌دهنده باقی مانده، ادامه پیدا می‌کند. در طول این مدت، به تقریب چند درصد از سدیم هیدروژن کربنات تجزیه شده است؟**
**$(Na=23, O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$**

$NaHCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۲۵/۴ ۲) ۳۰/۶ ۳) ۵۰/۸ ۴) ۶۱/۲

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۲)

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:

$$۲NaHCO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} Na_۲CO_۳(s) + CO_۲(g) + H_۲O(g)$$

در ابتدای واکنش، مقدار یک مول $NaHCO_۳$ در ظرف آزمایش وجود دارد. در نظر می‌گیریم که در لحظه برابر شدن جرم فراورده جامد حاصل از این واکنش یعنی $Na_۲CO_۳$ با جرم سدیم هیدروژن کربنات باقیمانده در ظرف، مقدار $۲x$ مول از $NaHCO_۳$ تجزیه شده باشد. در این صورت، مقدار $x$ مول $Na_۲CO_۳$ تولید شده است. بر این اساس، می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{جرم مولی } Na_۲CO_۳ \times \text{مول } Na_۲CO_۳ = \text{جرم مولی } NaHCO_۳ \times \text{مول } NaHCO_۳ \rightarrow \text{جرم } Na_۲CO_۳ \text{ تولید شده} = \text{جرم } NaHCO_۳ \text{ باقیمانده}$$

$$\rightarrow (۱ - ۲x) \times \big(۲۳ + ۱ + ۱۲ + (۳ \times ۱۶)\big) = x \times ((۲ \times ۲۳) + ۱۲ + (۳ \times ۱۶)) \rightarrow (۱ - ۲x) \times ۸۴ = ۱۰۶x$$

$$\rightarrow ۲۷۴x = ۸۴ \rightarrow x \simeq ۰/۳۰۶\, mol$$

بر این اساس، می‌توان گفت که به طور تقریبی $\frac{۲ \times ۰/۳۰۶}{۱} \times ۱۰۰ = ۶۱/۲$ درصد از سدیم هیدروژن کربنات اولیه، تجزیه شده است.

گروه آموزشی ماز

**۸۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز ..... . $(F = ۱۹ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$**

۱) سولفات حاصل از فلزهای قلیایی خاکی دوره‌های ۴ و ۶ جدول تناوبی، به ترتیب در آب کم محلول و نامحلول هستند.

۲) آمونیوم سولفات، یک ترکیب یونی چندتایی بوده و شمار پیوندهای اشتراکی در یون‌های سازنده آن با هم برابر است.

۳) فراوان‌ترین کاتیون و آنیون موجود در آب دریا، در یک نمونه از محلول سرم فیزیولوژی نیز یافت می‌شوند.

۴) غلظت مولی محلول $۲۳۰۰ppm$ هیدروفلوئوریک اسید با چگالی $۱/۲g.L^{-۱}$ برابر با ۰/۱۴۲ مول بر لیتر است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ حفظی و مسأله ـ ۱۰۰۳)

برای بیان ساده‌تر غلظت محلول‌های بسیار رقیق مانند غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، آب آشامیدنی، آب دریا، بدن جانداران، بافت‌های گیاهی و مقدار آلاینده‌های هوا از کمیتی به نام قسمت در میلیون$(ppm)$ استفاده می‌شود. با استفاده از فرمول زیر، غلظت مولی محلول موردنظر را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{\text{غلظت (ppm)} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times ۱۰۰۰} = \frac{۲۳۰۰ \times ۱/۲}{۲۰ \times ۱۰۰۰} = ۰/۱۳۸\, mol.L^{-۱}$$

همانطور که مشخص است، غلظت مولی محلول مورد نظر برابر با ۰/۱۳۸ مول بر لیتر می‌شود.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) فلزهای قلیایی خاکی موجود در دوره‌های ۴ و ۶ جدول تناوبی، به ترتیب معادل با کلسیم و باریم هستند و همانطور که می‌دانیم، نمک‌های کلسیم سولفات و باریم سولفات در دمای ۲۵°C به ترتیب در آب کم محلول و نامحلول هستند. در رابطه با این نمک‌ها، داریم:

باریم سولفات < کلسیم سولفات : مقایسه انحلال‌پذیری

در گروه دوم جدول دوره‌ای، عناصر بریلیم$(_۴Be)$، منیزیم$(_{۱۲}Mg)$، کلسیم$(_{۲۰}Ca)$، استرانسیم$(_{۳۸}Sr)$، باریم$(_{۵۶}Ba)$ و رادیم$(_{۸۸}Ra)$ وجود دارند. این عناصر، اصطلاحا به فلزهای قلیایی خاکی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در گروه فلزهای قلیایی خاکی، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:

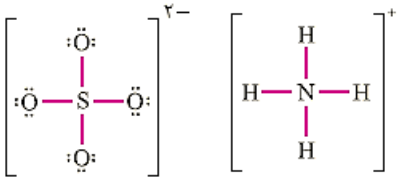
$Be < Mg < Ca < Sr < Ba < Ra$ : واکنش پذیری (تمایل به از دست دادن الکترون)

توجه داریم که انحلال‌پذیری مواد کم محلول بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در هر ۱۰۰ گرم آب بوده و مقدار انحلال‌پذیری مواد نامحلول نیز کمتر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. جدول زیر، مقدار انحلال‌پذیری برخی از ترکیب‌های یونی در آب را نشان می‌دهد:

| نام حل‌شونده | فرمول شیمیایی | انحلال‌پذیری ($\frac{\text{گرم حل شونده}}{۱۰۰\,g\,H_۲O}$) |
|---|---|---|
| شکر | $C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}$ | ۲۰۵ |
| سدیم نیترات | $NaNO_۳$ | ۹۲ |
| سدیم کلرید | $NaCl$ | ۳۶ |
| کلسیم سولفات | $CaSO_۴$ | ۰/۲۳ |
| کلسیم فسفات | $Ca_۳(PO_۴)_۲$ | $۵\times۱۰^{-۴}$ |
| نقره کلرید | $AgCl$ | $۲/۱\times۱۰^{-۴}$ |
| باریم سولفات | $BaSO_۴$ | $۱/۹\times۱۰^{-۴}$ |

۲) در ساختار این ترکیب، اتم‌هایی از ۴ عنصر مختلف وجود دارد، بنابراین ماده مورد نظر یک ترکیب یونی چندتایی است. از طرفی با توجه به ساختارهای لوویس یون‌های آمونیوم و سولفات، در ساختار هر یک از این یون‌ها، ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir



۳) فراوان‌ترین کاتیون و آنیون موجود در آب دریا به ترتیب معادل با یون‌های $Na^+$ و $Cl^-$ هستند که در سرم فیزیولوژی یا محلول رقیق نمک خوراکی $(NaCl)$ نیز یافت می‌شوند. توجه داریم که محلول استریل شست‌وشوی دهان نیز معادل با محلول رقیق نمک خوراکی است.

**نکات زیر را راجع به یون‌های موجود در آب دریا به خاطر بسپارید:**

۱- کاتیون حاصل از عنصرهای گروه اول و دوم جدول دوره‌ای به فراوانی در آب دریا وجود دارند.

۲- مقدار یون کلرید از بقیهٔ آنیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در رابطه با آنیون‌های موجود در آب دریا داریم:

مقدار آنیون‌ها : $Cl^- > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^-$

۳- مقدار یون سدیم از بقیهٔ کاتیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در رابطه با کاتیون‌های موجود در آب دریا داریم:

مقدار کاتیون‌ها : $Na^+ > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+$

۴- فراوان‌ترین یون چند اتمی در آب دریا، معادل با آنیون سولفات$(SO_4^{2-})$ است.

گروه آموزشی ماز

**۸۴- رسوب حاصل از مخلوط کردن کدام دو محلول، از نظر توانایی آن در بازتاب کردن انواع امواج مرئی موجود در نور خورشید مشابه به یک نمونه جامد از نفتالن نیست؟**

۱) محلول آبی‌رنگ $CuSO_4$ و محلول بی‌رنگ $Ba(NO_3)_2$

۲) محلول بی‌رنگ منیزیم کلرید و محلول بی‌رنگ $AgNO_3$

۳) محلول صابون و آب سخت دارای یون‌های کلسیم و منیزیم

۴) محلول بی‌رنگ $NaOH$ و محلول سبز رنگ $FeCl_2$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۳)

نفتالن، یک ترکیب آروماتیک است که در حالت جامد، به رنگ سفید دیده شده و همه امواج مرئی تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کند. این ترکیب، در ساختار خود دارای ۲ حلقه کربنی شش‌ضلعی است. توجه داریم که واکنش بین دو محلول بی‌رنگ $NaOH$ و محلول سبز رنگ $FeCl_2$ به صورت زیر است:

$$FeCl_2(aq) + 2NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_2(s) + 2NaCl(aq)$$

رسوب $Fe(OH)_2$ تولید شده در این واکنش، به رنگ سبز تیره است. این رسوب رنگی بوده و توانایی بازتاب کردن برخی از امواج مرئی را ندارد، درحالی که رسوب‌های سفیدرنگ، همه امواج تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) واکنش بین دو محلول آبی رنگ $CuSO_4$ و محلول بی‌رنگ $Ba(NO_3)_2$ به صورت زیر است:

$$Ba(NO_3)_2(aq) + CuSO_4(aq) \rightarrow BaSO_4(s) + Cu(NO_3)_2(aq)$$

رسوب $BaSO_4$، سفید رنگ است.

۲) واکنش بین دو محلول بی‌رنگ منیزیم کلرید و $AgNO_3$ به صورت زیر است:

$$MgCl_2(aq) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow 2AgCl(s) + Mg(NO_3)_2(aq)$$

رسوب $AgCl$ تولید شده در این واکنش، سفید رنگ است.

۳) واکنش بین دو محلول صابون و آب سخت دارای یون‌های کلسیم و منیزیم، به صورت زیر است:

$$2RCOONa(aq) + MgCl_2(aq) \rightarrow (RCOO)_2Mg(s) + 2NaCl(aq)$$
$$2RCOONa(aq) + CaCl_2(aq) \rightarrow (RCOO)_2Ca(s) + 2NaCl(aq)$$

صابون در آب سخت به خوبی کف نمی‌کند و قدرت پاک‌کنندگی کمی دارد؛ زیرا صابون با یون‌های موجود در آب سخت، رسوب تشکیل می‌دهد و لکه‌های سفید رنگ، بر جای می‌گذارد.

افزودن نمک‌های فسفات به مواد شوینده، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های $Mg^{2+}$ و $Ca^{2+}$ براساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:

$$2PO_4^{3-}(aq) + 3Mg^{2+}(aq) \rightarrow Mg_3(PO_4)_2(s) \quad , \quad 2PO_4^{3-}(aq) + 3Ca^{2+}(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)$$

طی این واکنش‌ها، یون‌های $Mg^{2+}$ و $Ca^{2+}$ به شکل رسوب درآمده و از محلول خارج می‌شوند. با خارج‌شدن این کاتیون‌ها، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. هر چند که اضافه‌کردن مواد افزودنی خواص ویژه‌ای را به شوینده‌ها می‌دهد، اما باید توجه داشت که هر چه شوینده‌ای مواد شیمیایی بیشتری به همراه خود داشته باشد، احتمال ایجاد عوارض جانبی توسط آن بیشتر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۸۵- عدد اکسایش اتم $X$ از تناوب دوم در ترکیب‌های حاصل از این عنصر، در بازه‌ی بین ۵+ تا ۳− تغییر می‌کند. گشتاور دوقطبی ترکیب مولکولی حاصل از واکنش عنصر $X$ با گاز فلوئور مشابه با چه تعداد از مولکول‌های زیر خواهد بود؟**

$$POCl_3 - CCl_2F_2 - SCO - HCN - SO_3$$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

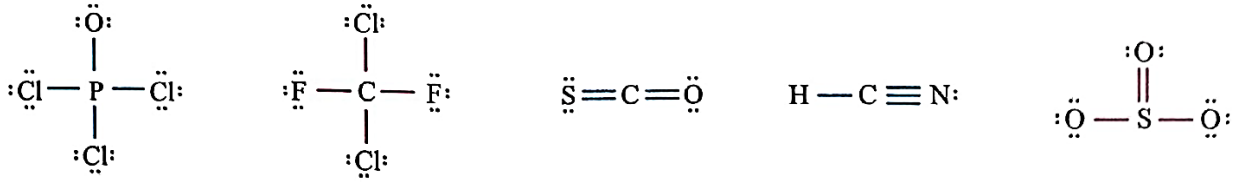
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

عدد اکسایش اتم‌های هر عنصر، در یک دامنه خاص تغییر می‌کند. جدول زیر، دامنه تغییرات عدد اکسایش عناصر موجود در برخی از گروه‌های جدول تناوبی(بجز عناصر اکسیژن و فلوئور) را نشان می‌دهد:

| شماره گروه | ۱ | ۲ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| کم‌ترین عدد اکسایش | ۰ | ۰ | -۴ | -۳ | -۲ | -۱ |
| بالاترین عدد اکسایش | +۱ | +۲ | +۴ | +۵ | +۶ | +۷ |

عدد اکسایش اتم $X$ از تناوب دوم در ترکیب‌های حاصل از این عنصر، در بازه بین ۵+ تا ۳− تغییر می‌کند، پس این عنصر متعلق به گروه ۱۵ از تناوب دوم است. نیتروژن، عنصری است که در گروه ۱۵ از تناوب دوم قرار می‌گیرد. از واکنش میان گاز نیتروژن با گاز فلوئور، ترکیبی با فرمول شیمیایی $NF_3$ بدست می‌آید. در ساختار این ترکیب، یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی وجود دارد و به همین خاطر، می‌توان گفت $NF_3$ از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است. ساختار این ماده به صورت زیر است:

ساختار سایر مولکول‌های داده شده نیز به صورت زیر است:



با توجه به ساختارهای داده شده، تنها مولکول $SO_3$ ناقطبی بوده و سایر مولکول‌ها قطبی هستند.

گروه آموزشی ماز

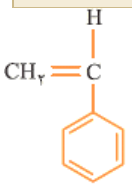
**۸۶- اگر نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در یک آلکان، ۰/۲۷۵ برابر تعداد اتم‌های هیدروژن در مولکول استیرن باشد، ذرات سازنده این آلکان در یک نمونه نفت سفید یافت ..... و جرم فراورده حاصل از واکنش ۰/۵ مول از آلکن هم‌کربن با آن با مقدار کافی از محلول برم، برابر با ..... گرم خواهد بود. (بازده واکنش آلکن با برم را برابر ۸۰٪ در نظر بگیرید.)**

$(Br = ۸۰, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1})$

۱) می‌شود - ۱۲۰ ۲) می‌شود - ۱۵۰ ۳) نمی‌شود - ۱۲۰ ۴) نمی‌شود - ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

استیرن، یک ترکیب آروماتیک است که از آن در فرایند تولید نوعی پلیمر افزایشی به نام پلی‌استیرن استفاده می‌شود. پلی‌استیرن در تولید ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. توجه داریم که مولکول استیرن در ساختار خود دارای یک حلقه بنزنی و ۴ پیوند کربن-کربن دوگانه است. فرمول شیمیایی استیرن با ساختار مقابل، به صورت $C_8H_8$ است:



بنابراین نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آلکان موردنظر برابر با $۰/۲۷۵ \times ۸ = ۲/۲$ است. فرمول شیمیایی کلی آلکان‌ها به صورت $C_nH_{2n+2}$ است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن آلکان}}{\text{تعداد اتم‌های کربن آلکان}} = \frac{2n+2}{n} = ۲/۲ \rightarrow ۰/۲n = ۲ \rightarrow n = ۱۰$$

بنابراین آلکان موردنظر معادل با $C_{10}H_{22}$ بوده و از آنجا که نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است، این آلکان در نفت سفید یافت می‌شود.

پس از استخراج نفت خام، نمک‌ها، اسیدها و آب موجود در این ماده را از آن جدا کرده و مخلوط باقیمانده را وارد پالایشگاه می‌کنند. در پالایشگاه، با استفاده از فرایند تقطیر جزءبه‌جزء، هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک هم جدا می‌کنند. برای انجام فرایند تقطیر، نفت خام را درون محفظه بزرگی(کوره) گرما داده و آن را به سمت برج تقطیر هدایت می‌کنند. در برج تقطیر، دما با حرکت از سمت پایین به بالا کاهش پیدا می‌کند. هنگامی که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فرّارتر(موادی که نقطه جوش پایین‌تری دارند) از جمله مواد پتروشیمیایی، از مایع بیرون آمده و به سوی بالای برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می روند، سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌هایی که در فاصله‌های گوناگون برج قرار دارند وارد شده و از برج خارج می‌شوند. با انجام این فرایند، مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم از نفت خام جداسازی می‌شوند. برای مثال، بنزین، نفت سفید، گازوئیل و نفت کوره، از جمله اجزای سازنده نفت خام هستند که به کمک برج تقطیر از یکدیگر جدا می‌شوند.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

آلکن هم‌کربن با آلکان مورد نظر، معادل با $C_۱۰H_{۲۰}$ است که به صورت زیر با محلول برم واکنش می‌دهد:

$$C_۱۰H_{۲۰} + Br_۲ \rightarrow C_۱۰H_{۲۰}Br_۲$$

بر این اساس، جرم فراورده حاصل برابر خواهد بود با:

$$?\,g\,C_۱۰H_{۲۰}Br_۲ = ۰/۵\,mol\,C_۱۰H_{۲۰} \times \frac{۱\,mol\,C_۱۰H_{۲۰}Br_۲}{۱\,mol\,C_۱۰H_{۲۰}} \times \frac{۳۰۰\,g\,C_۱۰H_{۲۰}Br_۲}{۱\,mol\,C_۱۰H_{۲۰}Br_۲} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۱۲۰\,g$$

گروه آموزشی ماز

**۸۷- کدام‌یک از مطالب داده شده، نادرست است؟**

۱) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب یونی حاصل از اولین نافلز دوره سوم و اولین عنصر دسته d برابر یک است.

۲) سه عنصر از پنج عنصر اول گروه چهاردهم جدول دوره‌ای در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

۳) با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی، شدت نور حاصل از واکنش این فلزها با گاز کلر افزایش پیدا می‌کند.

۴) بین گازهای فلوئور و کلر، شدت و سرعت واکنش گازی با دمای جوش بالاتر با فلز پتاسیم، بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۱۰۱)

با افزایش شعاع اتمی هالوژن‌ها، دمای جوش این مواد افزایش ولی فعالیت شیمیایی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، سرعت و شدت واکنش گاز کلر(گازی با دمای جوش بالاتر) با فلز پتاسیم، کمتر از سرعت و شدت واکنش گاز فلوئور(گازی با دمای جوش کمتر) با فلز پتاسیم است.

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای امروزی، عناصر فلوئور($_۹F$)، کلر($_{۱۷}Cl$)، برم($_{۳۵}Br$) و ید($_{۵۳}I$) قرار دارند. این عناصر اصطلاحا به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی، کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری هالوژن‌ها به صورت زیر است:

$I < Br < Cl < F$ : واکنش پذیری (تمایل به گرفتن الکترون)

همانطور که مشخص است، با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، از فعالیت شیمیایی این عناصر کاسته شده و دمای مورد نیاز برای آغاز واکنش میان این عناصر با گاز هیدروژن افزایش پیدا می‌کند. آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه‌ی $ns^۲np^۵$ ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار $X^-$ را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

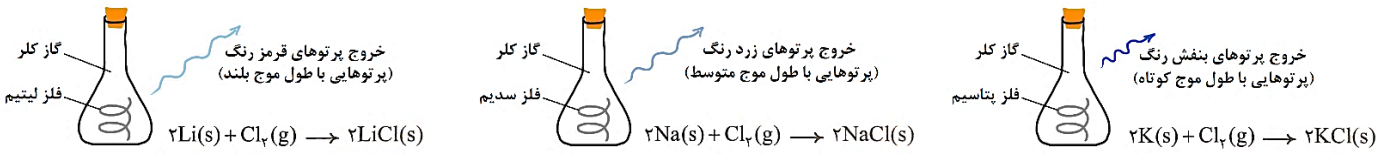
۱) اولین نافلز دوره سوم فسفر($_{۱۵}P$) و اولین عنصر دسته $d$ اسکاندیم($_{۲۱}Sc$) است. یون‌های پایدار این دو عنصر به ترتیب معادل با یون‌های $P^{۳-}$ و $Sc^{۳+}$ هستند؛ بنابراین ترکیب یونی موردنظر $ScP$ بوده و نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن برابر یک است.

اسکاندیم($_{۲۱}Sc$)، متعلق به گروه ۳ از تناوب چهارم بوده و نخستین فلز واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. این ماده در برخی وسایل خانه مانند تلویزیون‌رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد. آرایش الکترونی اسکاندیم به صورت زیر است:

$Sc : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۱۴s^۲$

۲) پنج عنصر ابتدایی گروه چهاردهم جدول تناوبی به ترتیب معادل با کربن($_۶C$)، سیلیسیم($_{۱۴}Si$)، ژرمانیم($_{۳۲}Ge$)، قلع($_{۵۰}Sn$) و سرب($_{۸۲}Pb$) هستند. کربن، خواص و ویژگی‌های خاص و متمایزی نسبت به سایر عناصر و نافلزات دارد. برای مثال، کربن بر خلاف اکثر نافلزات تمایلی به گرفتن الکترون نداشته و در واکنش‌های شیمیایی، الکترون‌های خود را با سایر اتم‌ها به اشتراک می‌گذارد. عناصر $Si$ و $Ge$، دو شبه‌فلز بوده و در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارند. دو عنصر دیگر یعنی $Sn$ و $Pb$، فلز هستند و در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهند.

۳) تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز، نشانه‌هایی از انجام تغییر شیمیایی هستند. هرچه شدت نور یا آهنگ خروج گاز آزاد شده بیشتر باشد، واکنش شیمیایی مورد نظر سریع‌تر و شدیدتر بوده و واکنش دهنده شرکت‌کننده در آن، فعالیت شیمیایی بیشتری دارد. تصاویر زیر، نمایی از واکنش میان فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم با گاز کلر($Cl_۲$) را نشان می‌دهد:




$۲K(s) + Cl_۲(g) \rightarrow ۲KCl(s)$ $\quad$ $۲Na(s) + Cl_۲(g) \rightarrow ۲NaCl(s)$ $\quad$ $۲Li(s) + Cl_۲(g) \rightarrow ۲LiCl(s)$

هر چه شعاع اتمی یک فلز بزرگ‌تر باشد، ذرات سازنده آن فلز آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد. در نتیجه با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی، فعالیت شیمیایی این فلزها افزایش یافته و شدت نور حاصل از واکنش آن‌ها با گاز کلر افزایش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

**۸۸- با مصرف ۵۰ گرم گاز متان با خلوص ۹۶٪ در واکنش موازنه نشده زیر، چند گرم بخار آب تولید می‌شود و اگر گاز هیدروژن سیانید تولید شده را در ۲/۵ لیتر آب حل کنیم، $pH$ محلول نهایی چند خواهد بود؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید و درصد یونش هیدروسیانیک اسید را ۰/۰۴٪ در نظر بگیرید؛ $O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)**

$$CH_۴(g) + NH_۳(g) + O_۲(g) \rightarrow HCN(g) + H_۲O(g)$$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۱۶۲ – ۳/۳ $\quad$ ۲) ۱۶۲ – ۲/۷ $\quad$ ۳) ۸۱ – ۳/۳ $\quad$ ۴) ۸۱ – ۲/۷

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$2CH_4(g) + 2NH_3(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2HCN(g) + 6H_2O(g)$$

ابتدا جرم بخار آب تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,H_2O = 50\,g\,CH_4 \text{ ناخالص} \times \frac{96\,g\,CH_4}{100\,g\,CH_4 \text{ ناخالص}} \times \frac{1\,mol\,CH_4}{16\,g\,CH_4} \times \frac{6\,mol\,H_2O}{2\,mol\,CH_4} \times \frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O} = 162\,g$$

در قدم بعد، تعداد مول $HCN$ تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,HCN = 162\,g\;H_2O \times \frac{1\,mol\;H_2O}{18\,g\;H_2O} \times \frac{2\,mol\,HCN}{6\,mol\;H_2O} = 3\,mol$$

**در هر مولکول هیدروسیانیک اسید، ۴ پیوند اشتراکی در میان اتم‌ها وجود دارد. ساختار لوویس این ماده به صورت زیر است:**

$$H-C\equiv N:$$

مولکول‌های هیدروژن سیانید($HCN$) پس از انحلال در آب، هیدروسیانیک اسید را تولید می‌کنند. هیدروسیانیک اسید، یک اسید ضعیف بوده و به مقدار کمی در آب یونیده می‌شود. توجه داریم که چون در مولکول‌های هیدروسیانیک اسید هیچ اتم هیدروژن متصل به نیتروژنی وجود ندارد، بین مولکول‌های این ماده پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود.

بنابراین غلظت مولی هیدروسیانیک اسید در محلول حاصل از این ماده برابر با $\frac{3}{2/5} = 1/2$ مول بر لیتر می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = M \times \alpha = 1/2 \times (0/04 \times 0/01) = 0/00048\,mol.L^{-1}$$

در نهایت، $pH$ محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(0/00048) = -\log(3 \times 2^4 \times 10^{-5}) = 5 - \log 3 - 4log\,2 = 5 - 0/5 - (4 \times 0/3) = 3/3$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار $pH$ محلول نهایی برابر با ۳/۳ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

**۸۹- همه عبارت‌های داده شده درست‌اند، به‌جز ..... .**

۱) نام‌گذاری یک ترکیب آلکانی به صورت ۴-کلرو-۷-اتیل-۴،۳-دی متیل نونان، به درستی انجام گرفته است.

۲) در ۲۵٪ از همپارهای قابل رسم برای هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_7H_{16}$، شاخه فرعی اتیل وجود دارد.

۳) هگزان، حلال مواد ناقطبی مانند نفتالن بوده و قدرت نیروهایی بین مولکولی آن از هپتان کمتر است.

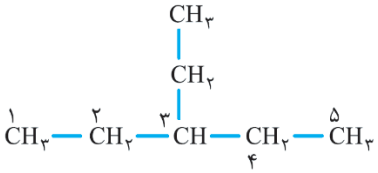
۴) در شرایط یکسان، گرانروی و چسبندگی یک نمونه از وازلین در مقایسه با گریس بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۱۰۱)

همانطور که می‌دانیم، تعداد ایزومرها(هم‌پارها) برای آلکان‌های ۴ تا ۷ کربنه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{تعداد ایزومر} = 2^{n-4} + 1$$

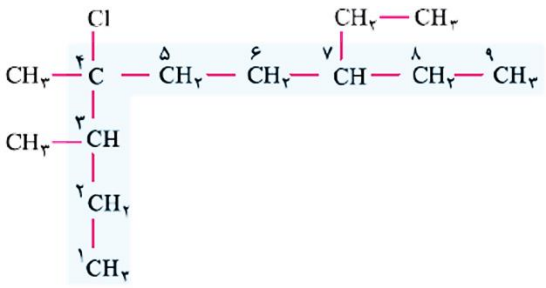
بنابراین آلکانی با فرمول شیمیایی $C_7H_{16}$، تعداد $2^{7-4} + 1 = 2^3 + 1 = 9$ ایزومر دارد. توجه داریم که تنها در یکی از ایزومرهای قابل رسم برای این آلکان، شاخه فرعی اتیل وجود دارد. ساختار این ایزومر به صورت زیر است:



این آلکان بر اساس قواعد آیوپاک، ۳-اتیل پنتان نام دارد. توجه داریم که شاخه اتیل به کربن با شماره (۲) از زنجیر اصلی نمی‌تواند متصل باشد.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) ساختار ترکیب موردنظر و شماره‌گذاری زنجیر اصلی آن به صورت زیر است:



www.biomaze.ir
SanjeshCloud

توجه داریم که حرف اول نام شاخه فرعی کلرو(Chloro) بر حرف اول نام شاخه فرعی اتیل(Ethyl) مقدم است. با توجه به ساختار رسم شده، نام این ترکیب به صورت ۴-کلرو-۷-اتیل-۴،۳-دی متیل نونان خواهد بود.

۳) هگزان با فرمول مولکولی $C_6H_{14}$، یک ماده ناقطبی است که در شرایط آزمایشگاه حالت مایع دارد. این ماده می‌تواند به عنوان حلال مواد ناقطبی مانند نفتالن با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$، استفاده شود. توجه داریم که قدرت نیروهای بین مولکولی در آلکان‌ها با افزایش تعداد کربن، افزایش می‌یابد. بر این اساس، قدرت نیروهای بین مولکولی در هگزان از هپتان کمتر است.

شمار اتم‌های کربن نقش مهمی در رفتار هیدروکربن‌ها دارد. در واقع، با تغییر تعداد اتم‌های کربن موجود در این مواد، اندازه و جرم مولکول‌های آن‌ها تغییر کرده و به دنبال آن، نیروی بین مولکولی، نقطهٔ جوش و ... نیز تغییر می‌کنند. به عنوان مثال، با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها($n$)، جرم مولی و حجم مولکول‌های سازنده‌ی این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، قدرت نیروهای بین مولکولی(نیروی وان‌درواالسی) نیز افزایش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، چون جرم مولی و حجم مولکول‌های نونان($C_9H_{20}$) بیشتر از جرم مولی و حجم مولکول‌های هگزان($C_6H_{14}$) است، می‌توان گفت که قدرت نیروهای وان‌درواالسی بین مولکول‌های نونان نیز بیشتر از قدرت نیروهای وان‌درواالسی بین مولکول‌های هگزان است.

۴) در شرایط یکسان، با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، میزان گرانروی و چسبندگی این مواد افزایش پیدا می‌کند. بنابراین گرانروی و چسبندگی وازلین (با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$) از گریس (با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$) بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

**۹۰- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟**

۱) آنتالپی پیوند $C \equiv C$ معادل گرمای لازم برای جدا کردن ۲ مول الکترون پیوندی از یکدیگر است.

۲) علامت تغییر آنتالپی واکنش فتوسنتز مثبت بوده و طی این فرایند، محتوای انرژی مواد افزایش می‌یابد.

۳) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده مرحله اول واکنش سوختن کامل گرافیت کمتر از مرحله دوم است.

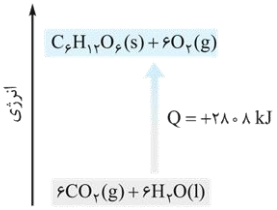
۴) مقدار اضافی مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی مصرف‌شده، به طور عمده به شکل چربی در بدن ذخیره می‌شود.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

آنتالپی پیوند، معادل گرمای لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی است. پیوندهای یگانه، دوگانه و سه گانه به ترتیب از دو، چهار و شش مول الکترون پیوندی تشکیل شده‌اند؛ پس برای شکستن پیوند سه‌گانه $C \equiv C$ باید شش مول الکترون پیوندی از هم جدا شوند.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۲) نمودار زیر تغییر آنتالپی مواد را طی عمل فتوسنتز در گیاهان نمایش می‌دهد:

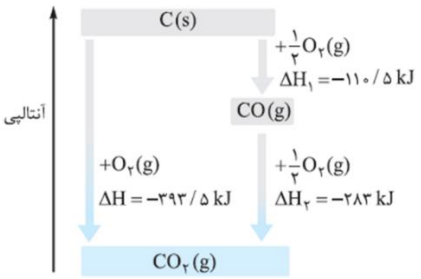



فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌های این واکنش کاملاً برعکس واکنش سوختن و یا اکسایش گلوکز هستند. در واقع، اگر واکنش اکسایش گلوکز در جهت برگشت انجام شود، فرایند انجام‌شده فتوسنتز نام می‌گیرد. همانطور که از این نمودار مشخص است، فتوسنتز یک فرایند گرماگیر است و طی آن آنتالپی مواد شرکت‌کننده در واکنش افزایش می‌یابد.

به واکنشی که در حین انجام گرفتن گرما مصرف کند، واکنش گرماگیر می‌گوییم. در این فرایند مجموع سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر از مجموع سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است. برای افزایش سطح انرژی مواد در طول مدت زمان انجام شدن یک واکنش شیمیایی، باید گرما از محیط پیرامون سامانه واکنش دریافت شود، پس در این واکنش‌ها انتقال گرما از محیط به سامانه دیده می‌شود. با گرفتن گرما از محیط پیرامون، میزان انرژی گرمایی محیط و در نتیجه آن دمای محیط کاهش می‌یابد. در این حالت علامت گرما($Q$) و تغییر آنتالپی واکنش($\Delta H$) مثبت است. از آن جا که سطح انرژی واکنش‌دهنده‌های این فرایندها کمتر از فراورده‌ها است، واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراوردها هستند. به بیان دیگر، فراورده‌های تولید شده در این واکنش‌ها واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند. نمودار زیر مربوط به یک واکنش گرماگیر است:

پایداری: فراورده‌ها<واکنش‌دهنده‌ها ← سطح انرژی: فراورده‌ها>واکنش‌دهنده‌ها ← $Q > 0$ ← کاهش دمای محیط

۳) نمودار زیر، تغییرات آنتالپی در واکنش دو مرحله‌ای سوختن کامل گرافیت را نشان می‌دهد:




www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

همان طور که در این نمودار مشخص است، تفاوت آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده مرحله اول($C\left(s,\text{گرافیت}\right)+\frac{۱}{۲}O_۲(g)\longrightarrow CO(g)$) کمتر از این تفاوت در مرحله دوم($CO(g)+\frac{۱}{۲}O_۲(g)\longrightarrow CO_۲(g)$) است.

۴) چون چربی‌ها ارزش سوختی بالایی دارند، هر مقدار اضافی از مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی مصرف شده، به طور عمده به شکل چربی در بدن ذخیره شده و باعث چاقی می‌شود.

روغن و چربی از جمله ترکیب های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع($l$) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد($s$) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. هرچقدر که تعداد پیوندهای دوگانه در یک نمونه از روغن بیشتر باشد، آن نمونه از روغن با سرعت بالاتری با محلول برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کند.

گروه آموزشی ماز

**۹۱- سولفوریک اسید در صنعت بر اساس واکنش‌های زیر تولید می‌شود. اگر به ازای تولید حل‌شونده موجود در ۱۲۰ لیتر محلول سولفوریک اسید با چگالی $۱/۸g.mL^{-۱}$، مقدار $۵/۶۷\times ۱۰^۵$ کیلوژول گرما آزاد شود، درصد جرمی محلول نهایی سولفوریک اسید کدام است؟**
**($S=۳۲, O=۱۶, H=۱ : g.mol^{-۱}$)**

**۱) $S_۸(s)+۸O_۲(g)\rightarrow ۸SO_۲(g)\quad ,\quad \Delta H_۱=-۲۳۷۶\ kJ$**
**۲) $۲SO_۲(g)+O_۲(g)\rightarrow ۲SO_۳(g)\ ,\quad \Delta H_۲=-۱۹۶\ kJ$**
**۳) $SO_۳(g)+H_۲O(g)\rightarrow H_۲SO_۴(aq)\ ,\quad \Delta H_۳=-۱۳۰\ kJ$**

۱) ۲۴/۵ ۲) ۴۹ ۳) ۷۳/۵ ۴) ۹۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

ابتدا آنتالپی واکنش تولید سولفوریک اسید را با توجه به قانون هس حساب می‌کنیم. گازهای $SO_۲$ و $SO_۳$ مواد مشترک سه واکنش داده شده هستند و برای بدست آوردن معادله تولید $H_۲SO_۴$، کافیست واکنش دوم را در ۴ و واکنش سوم را در ۸ ضرب کنیم. بر این اساس، داریم:

۱) $S_۸(s)+۸O_۲(g)\rightarrow ۸SO_۲(g)\quad ,\quad \Delta H_۱=-۲۳۷۶\ kJ$
۲) $۸SO_۲(s)+۴O_۲(g)\rightarrow ۸SO_۳(g)\quad ,\quad \Delta H'_۲=-۱۹۶\times ۴\ kJ$
۳) $۸SO_۳(g)+۸H_۲O(l)\rightarrow ۸H_۲SO_۴(aq)\ ,\quad \Delta H'_۳=-۱۳۰\times ۸\ kJ$

بر این اساس، معادله واکنش کلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$S_۸(s)+۱۲O_۲(g)+۸H_۲O(l)\rightarrow ۸H_۲SO_۴(aq)$$

در قدم بعد، مقدار تغییر آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{کلی}}=\Delta H_۱+\Delta H'_۲+\Delta H'_۳=-۲۳۷۶+(-۱۹۶\times ۴)+(-۱۳۰\times ۸)=-۴۲۰۰\ kJ$$

بنابراین به ازای تولید ۸ مول $H_۲SO_۴$، مقدار ۴۲۰۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. بر این اساس، تعداد مول سولفوریک اسید تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$?\ mol\ H_۲SO_۴=۵/۶۷\times ۱۰^۸\ J\ \text{گرما}\times\frac{۸\ mol\ H_۲SO_۴}{۴/۲\times ۱۰^۶\ J\ \text{گرما}}=۱۰۸۰\ mol$$

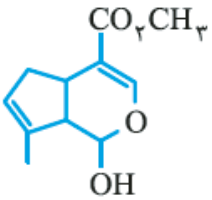
در ادامه، غلظت مولی سولفوریک اسید را حساب می‌کنیم و با استفاده از رابطه $M=\frac{۱۰\,ad}{\text{جرم مولی}}$، درصد جرمی محلول آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی سولفوریک اسید}=\frac{\text{تعداد مول سولفوریک اسید}}{\text{حجم محلول}}=\frac{۱۰۸۰\ mol}{۱۲۰\ L}=۹\ mol.L^{-۱}$$

$$M=\frac{۱۰\,ad}{\text{جرم مولی}}\rightarrow ۹=\frac{۱۰a\times ۱/۸}{۹۸}\rightarrow a=۴۹$$

گروه آموزشی ماز

**۹۲- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار مقابل، درست است؟**




**آ) گروه عاملی ترکیب آلی موجود در رازیانه، در ساختار این ترکیب نیز وجود دارد.**
**ب) سه مورد از اتم‌های کربن موجود در این ترکیب، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.**
**پ) این ترکیب، دارای ۵ پیوند $C-O$ بوده و درصد جرمی هیدروژن در آن تقریبا برابر ۶/۷٪ است.**
**ت) نسبت شمار پیوندهای دوگانه موجود در این ترکیب به شمار پیوندهای دوگانه در بنزآلدهید، برابر ۰/۷۵ است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی و مسأله ـ ۱۱۰۲)

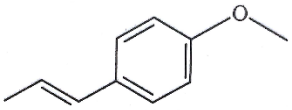
همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

**بررسی موارد:**

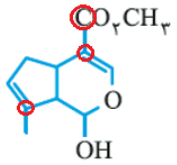
آ) همانند ساختار ترکیب آلی داده شده در صورت سوال، در ساختار ترکیب آلی موجود در رازیانه نیز گروه عاملی اتری وجود دارد.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ساختار ترکیب آلی موجود در رازیانه به صورت زیر است:



ب) سه اتم کربن نشان داده شده در شکل زیر، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند:



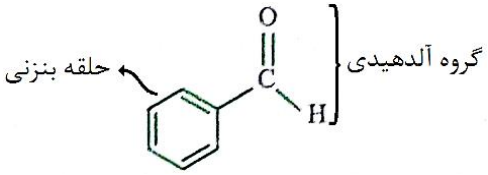

پ) در قدم اول، تعداد اتم هیدروژن این ترکیب را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = \left(\text{۲} \times \text{تعداد کربن}\right) + ۲ - ۲ \times \left(\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دوگانه}\right) = (۱۱ \times ۲) + ۲ - ۲ \times (۳ + ۲) = ۲۴ - ۱۰ = ۱۴$$

بنابراین فرمول شیمیایی ترکیب داده شده به صورت $C_{۱۱}H_{۱۴}O_۴$ بوده و درصد جرمی هیدروژن در آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{(۱۴ \times ۱)}{(۱۱ \times ۱۲) + (۱۴ \times ۱) + (۴ \times ۱۶)} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۰۰}{۲۱۰} \simeq \text{درصد } ۶/۷$$

ت) ساختار مولکول بنزآلدهید به صورت زیر است:




در ترکیب داده شده و در بنزآلدهید، به ترتیب ۳ و ۴ پیوند دوگانه وجود دارد؛ بنابراین نسبت مورد نظر برابر با $\frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$ است.

گروه آموزشی ماز

**۹۳- اگر در واکنش سوختن ۵۷ گرم کربن دی‌سولفید مطابق واکنش موازنه نشده زیر، پس از گذشت ۴۵ ثانیه، ۲۵٪ از این ماده باقی‌مانده باشد، سرعت متوسط تولید گاز قطبی در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر دقیقه است و با فرض ادامه یافتن واکنش با همین سرعت، پس از چند ثانیه واکنش به طور کامل انجام خواهد شد؟ ($S = ۳۲ , C = ۱۲ : g.mol^{-1}$)**

$$CS_۲(l) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + SO_۲(g)$$

۱) ۱۲ - ۱۶/۸ ۲) ۱۵ - ۱۶/۸ ۳) ۱۲ - ۳۳/۶ ۴) ۱۵ - ۳۳/۶

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

$$CS_۲(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲SO_۲(g)$$

ابتدا حساب می‌کنیم که پس از گذشت $۰/۷۵\ min = ۰/۴۵\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}$، چند لیتر گاز $SO_۲$ تولید می‌شود:

$$\text{جرم کربن دی سولفید مصرف شده} = ۵۷\ g \times \frac{۱۰۰ - ۲۵}{۱۰۰} = ۴۲/۷۵\ g$$

$$?\ L\ SO_۲ = ۴۲/۷۵\ g\ CS_۲ \times \frac{۱\ mol\ CS_۲}{۷۶\ g\ CS_۲} \times \frac{۲\ mol\ SO_۲}{۱\ mol\ CS_۲} \times \frac{۲۲/۴\ L\ SO_۲}{۱\ mol\ SO_۲} = ۲۵/۲\ L$$

بنابراین سرعت متوسط تولید گاز $SO_۲$ برابر خواهد بود با:

$$\text{سرعت متوسط تولید } SO_۲ = \frac{\text{حجم گاز } SO_۲ \text{ تولید شده}}{\text{زمان}} = \frac{۲۵/۲}{۰/۷۵} = ۳۳/۶\ L.min^{-۱}$$

تا ثانیه ۴۵ از واکنش مورد نظر، ۷۵ درصد از گاز $SO_۲$ تولید شده و تا انتهای واکنش نیز ۲۵ درصد دیگر از آن یعنی $\frac{۲۵}{۷۵} \times ۲۵/۲ = ۸/۴\ L$ از این گاز تولید می‌شود. حالا با توجه به رابطه سرعت متوسط واکنش، زمان موردنیاز برای تولید باقیمانده گاز $SO_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{سرعت متوسط تولید } SO_۲ = \frac{\text{حجم گاز } SO_۲ \text{ تولید شده}}{t} \rightarrow t = \frac{۸/۴}{۳۳/۶} min \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min} = ۱۵\ s$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۹۴- چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟ ($F = ۱۹ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱}$)**

**آ) نشاسته و سلولز، برخلاف روغن زیتون، بسپار هستند.**

**ب) واحدهای تکرارشونده در ساختار الیاف پنبه، توسط گروه اتری به هم متصل شده‌اند.**

**پ) برخلاف پلی‌استیرن، پلی‌پروپن هیدروکربنی سیرشده است و از آن در تهیه سرنگ استفاده می‌شود.**

**ت) پلی‌اتن بدون شاخه، ظاهری کدر داشته و چگالی و استحکام یک نمونه آن از پلی‌اتن شاخه‌دار کم‌تر است.**

**ث) برای تولید ۱۵۰ گرم از پلیمری که در تهیه نخ دندان کاربرد دارد، به ۳۳/۶ لیتر از مونومر آن در شرایط $STP$ نیاز است.**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی و مسأله ـ ۱۱۰۳)

به جز عبارت (ت)، سایر عبارت‌های داده شده درست‌اند.

**بررسی موارد:**

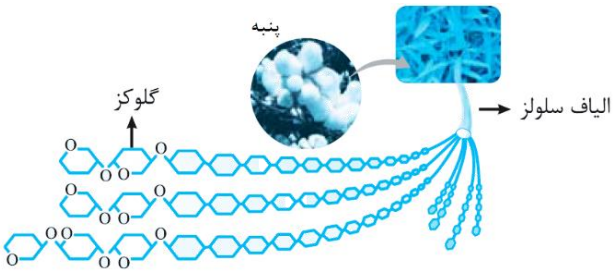
آ) مولکول‌هایی بسپار یا پلیمر به شمار می‌روند که از تعداد زیادی واحدهای تکرارشونده تشکیل شده باشند. بر این اساس، نشاسته و سلولز پلیمر هستند ولی روغن زیتون یک پلیمر نیست. توجه داریم که هر سه این مواد، درشت مولکول هستند.

**درشت مولکول‌ها با توجه به ساختار و نوع واحدهای سازنده‌ی آن‌ها، به دو گروه زیر تقسیم‌بندی می‌شوند:**

✓ درشت مولکول‌های غیرپلیمر: در این گروه از درشت مولکول‌ها، تعداد بسیار زیادی از اتم‌ها بدون هیچ نظم و آرایش خاصی در کنار یکدیگر قرار گرفته و مولکول‌هایی با جرم مولی بسیار زیاد را پدید آورده است. به عنوان مثال، روغن زیتون در این گروه از مواد قرار می‌گیرد.

✓ پلیمرها: در گروه دوم درشت مولکول‌ها، اتم‌ها در قالب واحدهای مشابه و تکرارشونده در کنار یکدیگر قرار گرفته و مولکول‌هایی با جرم مولی بسیار زیاد را پدید آورده‌اند. به عنوان مثال، سلولز یک نوع پلیمر است چراکه در آن اتم‌های مختلف در قالب واحدهای تکرارشونده‌ی مشابه به گلوکز در کنار هم قرار گرفته و الیاف سلولزی را به وجود آورده‌اند. پلی‌اتن، نشاسته‌ی گندم و انسولین، از جمله سایر موادی هستند که در دسته‌ی پلیمرها قرار می‌گیرند.

ب) مونومر سازندهٔ الیاف پنبه یا همان سلولز، گلوکز با فرمول شیمیایی $C_۶H_{۱۲}O_۶$ است و واحدهای تکرارشونده حاصل از گلوکز در ساختار سلولز، به صورت شش‌ضلعی‌هایی هستند که با گروه عاملی اتری به یکدیگر متصل شده‌اند. ساختار سلولز به صورت زیر است:




پ) ساختارهای پلی‌پروپن و پلی‌استیرن به صورت زیر است:

در واحد تکرارشونده پلی‌پروپن برخلاف پلی‌استیرن، هیچ پیوند چندگانه‌ای وجود ندارد؛ بنابراین پلی‌پروپن برخلاف پلی‌استیرن یک هیدروکربن سیرشده به شمار می‌رود. توجه داریم که از پلی‌پروپن در تهیه سرنگ استفاده می‌شود.

ت) پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنگین و پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک است. بنابراین چگالی و استحکام پلی‌اتن بدون شاخه از پلی‌اتن شاخه‌دار بیشتر است. ساختار این دو پلیمر به صورت زیر است:

ث) تفلون با فرمول شیمیایی $(C_۲F_۴)_n$، در تهیه نخ دندان کاربرد دارد و واکنش تهیه آن به صورت زیر است:

$$n\ C_۲F_۴(g) \rightarrow (C_۲F_۴)_n(s)$$

بر این اساس، حجم مونومر موردنیاز یعنی $C_۲F_۴$ مصرف شده برای تولید ۱۵۰ گرم از این پلیمر برابر است با:

$$?\ L\ C_۲F_۴ = ۱۵۰\ g\ (C_۲F_۴)_n \times \frac{۱\ mol\ (C_۲F_۴)_n}{۱۰۰n\ g\ (C_۲F_۴)_n} \times \frac{n\ mol\ C_۲F_۴}{۱\ mol\ (C_۲F_۴)_n} \times \frac{۲۲/۴\ L\ C_۲F_۴}{۱\ mol\ C_۲F_۴} = ۳۳/۶\ L$$



www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۹۵- کدام مطلب، نادرست است؟**

۱) ویتامین (ث) برخلاف ویتامین (آ) به خوبی در آب حل شده و مصرف بیش از اندازه آن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند.

۲) اتیل بوتانوات، نوعی استر است که آن را در صنعت تولید کرده و از آن برای تهیه شوینده با بوی آناناس استفاده می‌کنند.

۳) پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر سبز است که توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده مثل $H_2O$ و $CO_2$ تبدیل می‌شود.

۴) در تهیه پلی‌اتن، هرچه نسبت‌مولی کاتالیزگر محتوی $Al$ به کاتالیزگر دیگر افزایش یابد، جرم‌مولی میانگین پلیمر کمتر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۳)

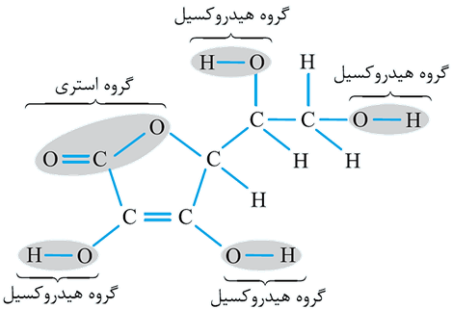
واکنش پلیمری شدن اتن در شرایط گوناگون به تولید پلی‌اتن‌هایی با جرم مولی میانگین متفاوت منجر می‌شود. دو نوع کاتالیزگر استفاده شده در این واکنش، کاتالیزگر محتوی تیتانیم $(Ti)$ و کاتالیزگر محتوی آلومینیم $(Al)$ هستند که با نسبت‌های مولی مختلف استفاده می‌شوند. تا یک مقدار مشخص، هر چه نسبت مولی کاتالیزگر محتوی فلز $Al$ به کاتالیزگر دیگر بیشتر باشد، جرم مولی میانگین پلی‌اتن بیشتر خواهد بود.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

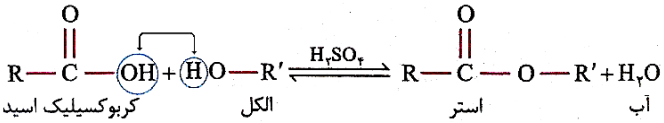
۱) ویتامین (ث) در آب و ویتامین (آ) در چربی حل می‌شود. از آن‌جا که مقدار اضافی ویتامین (ث) در ادرار حل شده و از بدن خارج می‌شود، مصرف بیش از اندازه آن مشکل خاصی برای بدن ایجاد نمی‌کند. خلاصه ویژگی‌های ویتامین‌های مطرح شده در کتاب درسی به صورت زیر است:

| نام ویتامین | گروه‌های عاملی | تعداد حلقه‌ها | تعداد پیوند دوگانه | آروماتیک | محلول در آب یا چربی |
|---|---|---|---|---|---|
| آ | الکلی | یک ۶ ضلعی | ۵ | نیست | چربی |
| ث | الکلی و استری | یک ۵ ضلعی | ۲ | نیست | آب |
| دی | الکلی | دو تا ۶ ضلعی و یک ۵ ضلعی | ۴ | نیست | چربی |
| کا | کتونی | دو تا ۶ ضلعی | ۷ | هست | چربی |

تصویر زیر، ساختاری از ویتامین (ث) را نشان می‌دهد:




۲) اتیل بوتانوات، یک استر ۶ کربنه با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_2$ بوده و بو و طعم خوش آناناس، به دلیل وجود این ماده است. به طور کلی، استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه عاملی استری $(-COO-)$ وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی استرها به صورت $R-COO-R'$ است که در آن $R$ معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره‌ی هیدروکربنی بوده و $R'$ معادل با یک زنجیره‌ی هیدروکربنی است. استرها را می‌توان از واکنش الکل‌ها $(R'-OH)$ با کربوکسیلیک اسیدها $(R-COOH)$ بدست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



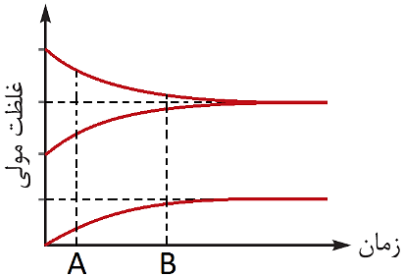

۳) پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر سبز و زیست‌تخریب‌پذیر است. هرگاه پلیمرهای سبز و کالاهای ساخته شده از آنها در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن دی اکسید تبدیل می‌شوند.

پلیمرهای سبز را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. طی این فرایند، نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی لاکتیک اسید تولید می‌کنند. از پلی لاکتیک اسید انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسهٔ پلاستیکی و... تولید شده و کاربرد آنها رو به گسترش است. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.

گروه آموزشی ماز

**۹۶- تصویر مقابل، روند تغییر غلظت $H^+$، $A^-$ و $HA$ در فرایند انحلال یک نمونه از اسید $HA$ در محلولی از هیدروکلریک اسید را نشان می‌دهد:**

**با توجه به این نمودار، سرعت مصرف مولکول‌های $HA$ در لحظه ..... بیشتر بوده و در لحظه‌ی برقراری تعادل، غلظت مولی مولکول‌های $HA$ یونیده نشده در محلول، در مقایسه با غلظت مولی یون کلرید ..... است.**




۱) $A$ - بیشتر
۲) $A$ - کمتر
۳) $B$ - بیشتر
۴) $B$ - کمتر

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

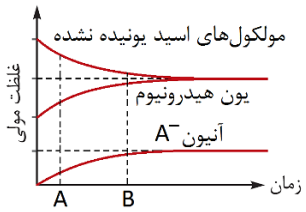
پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

اسیدهای ضعیف، بر اساس معادله تعادلی زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

واکنش‌ها را به طور کلی به دو دسته برگشت‌ناپذیر و برگشت‌پذیر تقسیم‌بندی می‌کنند. در واکنش‌های برگشت‌ناپذیر، فقط واکنش‌دهنده‌ها می‌توانند به فراورده‌ها تبدیل شوند، در حالی که در این واکنش‌ها امکان تبدیل فراورده‌ها به واکنش‌دهنده‌ها وجود ندارد. به عبارتی، این واکنش‌ها فقط در جهت رفت انجام می‌شوند. در نقطه مقابل، واکنش‌های برگشت‌پذیر وجود دارند که در آن‌ها امکان انجام‌شدن واکنش‌های رفت و برگشت به صورت هم‌زمان وجود دارد. در واقع، در این واکنش‌ها علاوه بر این‌که واکنش‌دهنده‌ها می‌توانند به فراورده‌ها تبدیل شوند، فراورده‌ها نیز می‌توانند به واکنش‌دهنده‌ها تبدیل شوند.

در محلول اولیه، بخاطر وجود مقداری هیدروکلریک اسید، غلظت یون هیدروژن بیشتر از صفر است. با انحلال اسید $HA$ در محلول، مقدار بیشتری از یون هیدروژن تولید شده و غلظت مولی این یون نیز افزایش پیدا می‌کند. روند تغییر غلظت گونه‌ها در محلول مورد نظر به صورت زیر است:




اگر در واکنش‌های برگشت‌پذیر، واکنش‌های رفت و برگشت به صورت هم‌زمان و با سرعت‌های کاملا برابر انجام شوند، مقدار فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها در ظرف واکنش ثابت باقی می‌ماند و در سامانه موردنظر تعادل برقرار می‌شود. در لحظه برقراری تعادل، سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر است و به همین خاطر، مقدار هر ماده در سامانه ثابت می‌ماند و چنین به نظر می‌رسد که واکنش موردنظر متوقف شده است. به عنوان مثال، فرض کنید واکنش شیمیایی برگشت‌پذیر $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$ را با واردکردن مقداری اسید $HA$ به یک ظرف آغاز می‌کنیم. در این حالت، چون فقط مولکول‌های واکنش‌دهنده در ظرف حضور دارند، فقط واکنش رفت انجام می‌شود. به مرور زمان، تعدادی از مولکول‌های $HA$ یونیده شده و غلظت این ماده به تدریج در ظرف واکنش کاهش می‌یابد، در حالی که مولکول‌های فراورده در حال تولید شدن هستند و غلظت آن‌ها در ظرف واکنش به تدریج افزایش می‌یابد. کاهش تدریجی غلظت واکنش‌دهنده‌ها به مرور موجب کاهش سرعت واکنش رفت و افزایش تدریجی غلظت فراورده‌ها به مرور موجب افزایش سرعت واکنش برگشت می‌شود. سرانجام لحظه‌ای فرا می‌رسد که در آن سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر شده و از آن لحظه به بعد، غلظت هر یک از گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش، در ظرف موردنظر به یک مقدار ثابت می‌رسد. در این شرایط، غلظت هر ماده را غلظت تعادلی آن ماده می‌نامند. بر این اساس، می‌توان گفت از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل، سرعت مصرف واکنش‌دهنده(اسید $HA$) به مرور کاهش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، سرعت مصرف مولکول‌های $HA$ در محلول مورد نظر در لحظه $A$ بیشتر از لحظه $B$ خواهد بود. توجه داریم که غلظت یون $Cl^-$ در محلول اولیه، با غلظت یون هیدروژن در این محلول برابر است. با انحلال اسید $HA$ در این محلول، مقداری یون هیدروژن تولید شده و غلظت این یون افزایش یافته است و همانطور که در نمودار مشخص است، غلظت نهایی یون هیدروژن در محلول، با غلظت تعادلی مولکول‌های $HA$ یونیده نشده برابر است. بر این اساس، می‌توان گفت که غلظت مولی مولکول‌های $HA$ یونیده نشده در محلول نهایی، در مقایسه با غلظت مولی یون کلرید بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

**۹۷- محلول‌های یک مولار از دو اسید ضعیف $HA$ و $HB$ با حجم ۲۰۰ میلی‌لیتر در اختیار داریم. اگر در دمای معین، $pH$ محلول $HA$ به اندازه ۰/۵ واحد بیشتر از $pH$ محلول $HB$ باشد، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟**

**آ) ثابت یونش $HB$ تقریبا ۹ برابر ثابت یونش $HA$ است.**

**ب) رسانایی الکتریکی محلول $HA$ از محلول $HB$ بیشتر است.**

**پ) در شرایط یکسان، سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول $HA$ نسبت به محلول دیگر کمتر است.**

**ت) مخلوط این دو محلول، با ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار باریم هیدروکسید به طور کامل خنثی می‌شود.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۴۰۱)

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ) مقدار $pH$ محلول $HA$، به اندازه ۰/۵ واحد بیشتر از $pH$ محلول $HB$ است. بر این اساس داریم:

$$pH_{HA} - pH_{HB} = ۰/۵ \Rightarrow -\log[H^+]_{HA} - (-log[H^+]_{HB}) = ۰/۵ \Rightarrow log[H^+]_{HB} - \log[H^+]_{HA} = ۰/۵$$

$$\Rightarrow log\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \underbrace{۰/۵}_{\log ۳} \Rightarrow \frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = ۳$$

در ادامه، از آن‌جا که مقدار تقریبی ثابت یونش مدنظر است؛ از رابطه $[H^+] = \sqrt{K_a \times M_a}$ استفاده می‌کنیم.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

بر این اساس، داریم:

$$\frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \frac{\sqrt{K_{a\,HB} \times M_{HB}}}{\sqrt{K_{a\,HA} \times M_{HA}}} = ۳ \Longrightarrow \frac{K_{a\,HB}}{K_{a\,HA}} = ۹$$

ب) ثابت یونش اسید $HA$ از اسید $HB$ کمتر است؛ بنابراین غلظت یون‌ها در محلول اسید $HA$ کم‌تر بوده و در نتیجه رسانایی الکتریکی آن از محلول اسید $HB$ کمتر خواهد بود.

پ) در شرایط یکسان، هر چه غلظت یون هیدرونیوم در محلول یک اسید بیشتر باشد، سرعت واکنش آن محلول با نوار فلز منیزیم بیشتر است. بر این اساس، سرعت واکنش محلول $HA$(محلول حاوی ترکیب اسیدی با ثابت یونش کمتر) از سرعت واکنش محلول دیگر کمتر خواهد بود.

ت) هر مول از اسید تک پروتون‌دار $HA$ یا $HB$ با ۰/۵ مول باریم هیدروکسید(نوعی باز دو ظرفیتی با فرمول شیمیایی $Ba(OH)_۲$) به طور کامل واکنش می‌دهد؛ بنابراین مخلوط این دو محلول که حاوی ۰/۲ مول $HA$ و ۰/۲ مول $HB$ است، با ۰/۲ مول $Ba(OH)_۲$ به طور کامل خنثی می‌شود. توجه داریم که ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار از $Ba(OH)_۲$ حاوی مقدار $۰/۵ \times ۰/۴ = ۰/۲$ مول $Ba(OH)_۲$ است.

گروه آموزشی ماز

**۹۸- واکنش سولفوریک اسید با سدیم هیدروژن کربنات، به صورت زیر انجام می‌شود:**

$$NaHCO_۳(s) + H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Na_۲SO_۴(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$$ **(معادله واکنش موازنه شود.)**

**چند گرم سدیم هیدروژن کربنات با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید با $pH = ۱/۳$ به طور کامل واکنش می‌دهد و به منظور جذب کامل گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده، چند گرم منیزیم اکسید با خلوص ۸۰٪ موردنیاز است؟**

$(Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۶۲۵ – ۱/۰۵ ۲) ۱/۲۵ – ۱/۰۵ ۳) ۰/۶۲۵ – ۲/۱ ۴) ۱/۲۵ – ۲/۱

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسأله ـ ۱۲۰۱)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

$$۲NaHCO_۳(s) + H_۲SO_۴(aq) \longrightarrow Na_۲SO_۴(aq) + ۲CO_۲(g) + ۲H_۲O(l)$$

ابتدا غلظت مولی محلول سولفوریک اسید را بدست می‌آوریم:

$$pH = ۱/۳ \longrightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۳} = ۱۰^{۰/۷} \times ۱۰^{-۲} = ۵ \times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = n \times M \times \alpha \rightarrow M = \frac{[H^+]}{n \times \alpha} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۲}}{۲ \times ۱} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

در ادامه، جرم سدیم هیدروژن کربنات موردنیاز را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\ NaHCO_۳ = ۲۵۰\ mL \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL} \times \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۲}\ mol\ H_۲SO_۴}{۱\ L} \times \frac{۲\ mol\ NaHCO_۳}{۱\ mol\ H_۲SO_۴} \times \frac{۸۴\ g\ NaHCO_۳}{۱\ mol\ NaHCO_۳} = ۱/۰۵\ g$$

تعداد مول $CO_۲$ تولید شده در این واکنش شیمیایی برابر است با:

$$?\,mol\ CO_۲ = ۱/۰۵\ g\ NaHCO_۳ \times \frac{۱\ mol\ NaHCO_۳}{۸۴\ g\ NaHCO_۳} \times \frac{۲\ mol\ CO_۲}{۲\ mol\ NaHCO_۳} = ۰/۰۱۲۵\ mol$$

واکنش جذب $CO_۲$ توسط منیزیم اکسید به صورت زیر انجام می‌شود:

$$MgO(s) + CO_۲(g) \rightarrow MgCO_۳(s)$$

در نهایت، جرم $MgO$ ناخالص موردنظر را با استفاده از تعداد مول $CO_۲$ جذب شده، محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\ MgO\ \text{ناخالص} = ۰/۰۱۲۵\ mol\ CO_۲ \times \frac{۱\ mol\ MgO}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۴۰\ g\ MgO}{۱\ mol\ MgO} \times \frac{۱۰۰\ g\ MgO\ \text{ناخالص}}{۸۰\ g\ MgO\ \text{خالص}} = ۰/۶۲۵\ g$$

گروه آموزشی ماز

**۹۹- چند مورد از مطالب زیر، نادرست هستند؟**

**آ) در واکنش یک نمونه از فلز روی با نقره اکسید، فلز روی در نقش گونه کاهنده بوده و ۲ الکترون با $l = ۰$ از دست می‌دهد.**

**ب) تغییر دما پس از وارد کردن تیغه آهنی در محلول $CuSO_۴$، از تغییر دما پس از ورود تیغه روی در این محلول بیشتر است.**

**پ) اگر واکنش $Sn^{۴+} + H_۲ \rightarrow Sn^{۲+} + ۲H^+$ به صورت خودبه‌خودی انجام شود، یون $Sn^{۴+}$ اکسنده‌تر از یون $Fe^{۲+}$ است.**

**ت) در سلول گالوانی آهن–مس، با گذشت زمان نسبت غلظت مولی یون $Fe^{۲+}$ به یون $Cu^{۲+}$ افزایش می‌یابد.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۲)

تنها عبارت (ب) نادرست است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

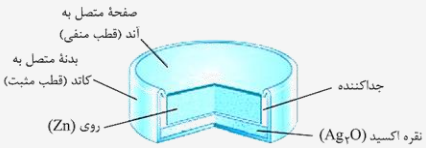
**بررسی موارد:**

آ) واکنش موردنظر به صورت زیر انجام می‌شود:

$$Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$$

در این واکنش فلز روی$(Zn)$ در نقش گونه کاهنده بوده و الکترون‌های زیرلایه $4s$ خود با $l = 0$ را از دست می‌دهد.

با رشد و پیشرفت چشمگیر صنایع، نیاز و تقاضا برای ساخت باتری‌ها با ویژگی‌های گوناگون و کاربرد معین افزایش یافته است. شیمی‌دان‌ها در پی پاسخ به این نیازها، توانستند به فناوری ساخت باتری‌های جدید دست یابند. در این فناوری، نقش فلز لیتیم پررنگ است؛ زیرا لیتیم در میان فلزها دارای کمترین چگالی و منفی‌ترین مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد است. این ویژگی‌های لیتیم سبب شد راه برای ساخت باتری‌های سبک‌تر(بخاطر چگالی کم لیتیم)، کوچک‌تر و با توانایی ذخیره بیشتر انرژی(بخاطر پتانسیل کاهشی استاندارد منفی لیتیم) هموار شود. باتری دگمه‌ای از جمله باتری‌های لیتیمی است که در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون به کار می‌رود. این باتری‌ها قابلیت شارژ شدن را ندارند. دسته‌ای دیگر از باتری‌های لیتیمی، آنهایی هستند که در تلفن و رایانه همراه به کار می‌روند و می‌توان آنها را بارها شارژ کرد. نوع دیگری از باتری‌های دگمه‌ای، باتری‌های روی-نقره است. ساختار این باتری‌ها نیز به صورت زیر است:




گونه کاهنده
$Zn(s) + Ag_2O(s) \rightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$
گونه اکسنده

این باتری‌ها، انواعی از سلول‌های گالوانی به شمار می‌روند.

ب) قدرت کاهندگی فلز روی از فلز آهن بیشتر است؛ بنابراین بر اثر قرار دادن تیغه روی در محلول حاوی یون $Cu^{2+}$، مقدار انرژی آزاد شده و در نتیجه میزان تغییر دمای مخلوط واکنش بیشتر خواهد بود. توجه داریم که قدرت کاهندگی هر دو فلز روی و آهن از فلز مس بیشتر است:

قدرت کاهندگی : $Zn > Fe > Cu$

پ) در واکنش داده شده، یون $Sn^{4+}$ کاهش یافته و $H_2$ اکسید شده است؛ پس یون $Sn^{4+}$ اکسنده‌تر از یون $H^+$ است. از طرفی به دلیل منفی بودن پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌واکنش تبدیل $Fe^{2+}$ به $Fe$، یون $H^+$ از یون $Fe^{2+}$ اکسنده‌تر خواهد بود. با توجه به این دو مقایسه، می‌توان گفت که یون $Sn^{4+}$ از یون $Fe^{2+}$ اکسنده‌تر است.

ت) در سلول گالوانی آهن–مس، الکترود آهن در نقش آند بوده و با تبدیل فلز $Fe$ به یون $Fe^{2+}$ غلظت این یون در الکترولیت مورد نظر افزایش می‌یابد. از طرفی الکترود مس در این سلول در نقش کاتد بوده و یون‌های $Cu^{2+}$ موجود در محلول کاتدی به فلز $Cu$ کاهش می‌یابند؛ در نتیجه از غلظت این یون‌ها در محلول کاسته می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت که با گذشت زمان، نسبت غلظت یون $Fe^{2+}$ به یون $Cu^{2+}$ در این سلول افزایش می‌یابد.

در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به‌کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون‌های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می‌شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. به طریق مشابه، با انجام شدن نیم‌واکنش کاهش در سمت کاتد، تعداد آنیون‌های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. با ادامه این فرایند و تجمع بار الکتریکی در نیم‌سلول‌ها، جریان الکتریکی در مدار خارجی متوقف می‌شود. دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی‌کردن بار آن‌ها شده و از تجمع بار الکتریکی در این نیم‌سلول‌ها جلوگیری می‌کند.

گروه آموزشی ماز

**۱۰۰- اگر واکنش الکتروشیمیایی $2Ag^+(aq) + Pb(s) \rightarrow 2Ag(s) + Pb^{2+}(aq)$ در جهت طبیعی پیشرفت کند، چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟ $(Pb = 207 , Ag = 108 : g.mol^{-1})$**

**آ) مقدار $E^\circ$ الکترود $Ag^+/Ag$ از $E^\circ$ الکترود $Pb^{2+}/Pb$ بیشتر است.**

**ب) به ازای مبادله $4/515 \times 10^{22}$ الکترون در این واکنش، 8/1 گرم فلز نقره تولید می‌شود.**

**پ) در سلول گالوانی حاصل از این دو الکترود، جهت حرکت آنیون‌ها از دیواره متخلخل به سمت فلز واسطه است.**

**ت) با انجام واکنش مورد نظر در یک سلول گالوانی، به تدریج سطح تیغه فلزی از جنس سرب، دارای بار مثبت می‌شود.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۲)

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

**بررسی موارد:**

آ) در واکنش داده شده یون $Ag^+$ در نقش اکسنده بوده و $Pb$ نیز نقش کاهنده را دارد. از این رو الکترود $Ag^+/Ag$ کاتد و الکترود $Pb^{2+}/Pb$ آند است و بر این اساس داریم:

$$E^\circ(Ag^+/Ag) > E^\circ(Pb^{2+}/Pb)$$

ب) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$2Ag^+(aq) + Pb(s) \xrightarrow{2e} 2Ag(s) + Pb^{2+}(aq)$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

به ازای مبادله ۲ مول الکترون در این واکنش، ۲ مول نقره تولید می‌شود. بر این اساس داریم:

$$?\,g\,Ag = ۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۲} e^- \times \frac{۱\,mol\,e^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} e^-} \times \frac{۲\,mol\,Ag}{۲\,mol\,e^-} \times \frac{۱۰۸\,g\,Ag}{۱\,mol\,Ag} = ۸/۱\,g\,Ag$$

پ) در سلول‌های گالوانی، همواره جهت حرکت آنیون‌ها از دیواره متخلخل، از سمت نیم‌سلول کاتدی به سمت نیم‌سلول آندی است. بنابراین در این سلول، آنیون‌ها به سمت الکترود فلز سرب که یک فلز اصلی است، حرکت می‌کنند.

ت) با انجام واکنش در این سلول گالوانی، به تدریج سطح الکترود کاتد یعنی سطح تیغه نقره، دارای بار مثبت شده و سطح تیغه سرب دارای بار منفی می‌شود.

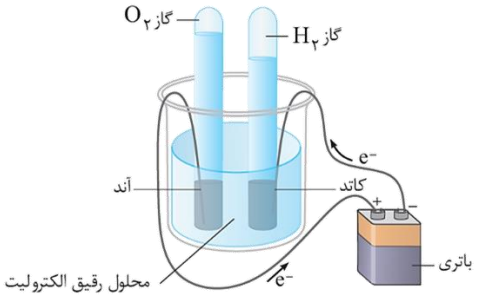
گروه آموزشی ماز

**۱۰۱- در فرایند برقکافت آب، پس از گذشت ۲ دقیقه و چهل ثانیه مقدار ۹۰ گرم گاز تولید شده است. سرعت متوسط تولید گازی که در یک محیط بازی ایجاد می‌شود، در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر ثانیه است و اگر تعداد الکترون‌های مبادله شده طی این فرایند با تعداد الکترون‌های مبادله شده در سلول فرایند هال برابر باشد، چند گرم آلومینیم در سلول هال تولید خواهد شد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $Al = ۲۷\ g.mol^{-۱}$)**

۱) ۰/۳۵ - ۸۱ ۲) ۰/۳۵ - ۹۰ ۳) ۰/۷ - ۸۱ ۴) ۰/۷ — ۹۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مسأله ـ ۱۲۰۲)

تصویر زیر، نمایی از سلول برقکافت آب را نشان می‌دهد:




واکنش کلی برقکافت آب به صورت زیر است:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۲H_۲(g)$$

در این سلول الکتروشیمیایی، محیط اطراف کاتد به دلیل انجام نیم‌واکنش کاتدی زیر، بازی است:

نیم‌واکنش کاتدی : $۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g) + ۲OH^-(aq)$

در قدم اول، حجم گاز $H_۲$ تولید شده را در مدت زمان موردنظر حساب می‌کنیم:

$$?\,L\,H_۲ = ۹۰\ g \text{ مخلوط گاز} \times \frac{۴\,g\,H_۲}{۳۶\,g \text{ مخلوط گاز}} \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۲۲/۴\,L\,H_۲}{۱\,mol\,H_۲} = ۱۱۲\,L$$

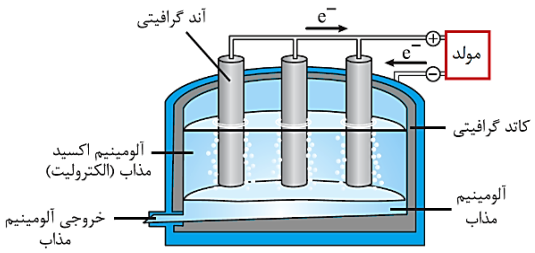
در ادامه، سرعت متوسط تولید گاز هیدروژن را بدست می‌آوریم:

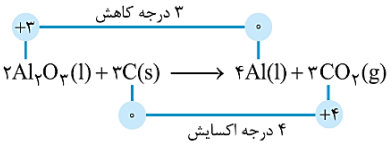
$$H_۲ \text{ سرعت متوسط تولید گاز} = \frac{\text{حجم گاز } H_۲ \text{ تولید شده}}{\text{زمان}} = \frac{۱۱۲\,L}{۱۶۰\,s} = ۰/۷\,L.s^{-۱}$$

در قدم بعد، تعداد مول الکترون مبادله شده در فرایند برقکافت آب را حساب می‌کنیم. توجه داریم که به ازای تولید یک مول از گاز هیدروژن در این سلول، مقدار ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\,e^- = ۱۱۲\,L\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲۲/۴\,L\,H_۲} \times \frac{۲\,mol\,e^-}{۱\,mol\,H_۲} = ۱۰\,mol$$

تصویر زیر، سلول مورد استفاده برای انجام فرایند هال را نشان می‌دهد:




در فرایند هال، به ازای مبادله سه مول الکترون، یک مول آلومینیم مذاب تولید می‌شود. بر این اساس داریم:

$$?\,g\,Al = ۱۰\,mol\,e^- \times \frac{۱\,mol\,Al}{۳\,mol\,e^-} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} = ۹۰\,g$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

آلومینیم همانند دیگر فلزهای فعال(فلزهای قلیایی، قلیایی خاکی و ...) در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شود. از این رو این فلز هم مشابه سایر فلزهای فعال از برفکافت نمک‌های مذاب آن به دست می‌آید. رایج ترین روش استخراج فلز آلومینیم به فرایند هال معروف است. در فرایند هال، آند و کاتد آن هر دو از جنس گرافیت هستند. طی این فرایند، دیواره‌ها و کف سلول نقش کاتد(قطب منفی) و تیغه‌های گرافیتی بالای سلول الکترولیتی، نقش آند(قطب مثبت) را دارند. الکترولیت مورد استفاده در این سلول نیز حاوی $Al_2O_3$ مذاب است. توجه داریم که فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینهٔ بالایی دارد؛ از این رو با بازیافت فلز آلومینیم می‌توان ضمن افزایش عمر یکی از مهم‌ترین منابع تجدید ناپذیر طبیعت، برخی از هزینه‌های تولید این فلز را کاهش داد.

گروه آموزشی ماز

**۱۰۲- کدام مطلب، نادرست است؟** $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

۱) برخلاف چگالی، پایداری یک نمونه از گرافیت در مقایسه با الماس بیشتر است.

۲) درصد جرمی اکسیژن در اسید چربی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و ۳۰ اتم هیدروژن، تقریبا برابر ۱۳/۲٪ است.

۳) نسبت شمار پیوندهای $C = C$ به شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار گرافیت، نصف مقدار این نسبت در بنزن است.

۴) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کربونیل سولفید، باز جزئی منفی بر روی اتمی با بیشترین شعاع اتمی قرار دارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۳)

ساختار لوویس کربونیل سولفید$(CSO)$ به صورت زیر است:

نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کربونیل سولفید نیز به صورت زیر است:

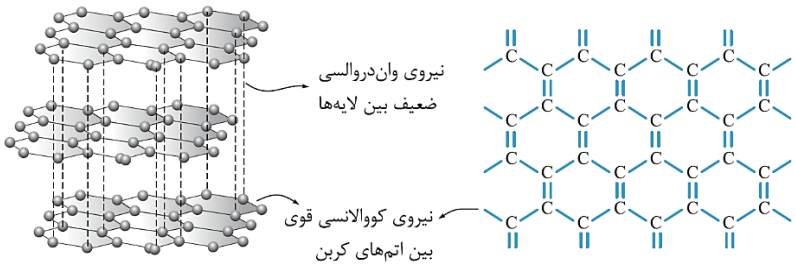
در این مولکول، ترتیب شعاع اتم‌ها به صورت $S > C > O$ بوده و بار جزئی منفی$(\delta-)$ بر روی اتم اکسیژن با خاصیت نافلزی بیشتر قرار دارد.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) گرافیت، از صفحات دوبعدی تشکیل شده که از هم فاصله دارند، در نتیجه چگالی آن از الماس که در آن هر اتم کربن با ۴ اتم کناری خود پیوند کووالانسی دارد، کمتر است. از طرف دیگر، گرافیت آلوتروپ پایدارتر کربن است. در جدول زیر مهمترین ویژگی‌های الماس و گرافیت آمده است:

| آلوتروپ | الماس | گرافیت |
|---|---|---|
| نوع جامد | کووالانسی سه بعدی | کووالانسی دو بعدی |
| ویژگی ظاهری | شفاف | تیره |
| سختی یا نرمی | بسیار سخت | نسبتا نرم |
| نقطه ذوب | بالا | بالا |
| رسانایی الکتریکی در حالت جامد | ندارد | دارد |
| رسانایی گرمایی در حالت جامد | دارد | ندارد |
| چگالی | بیشتر | کمتر |
| پایداری | ناپایدارتر | پایدارتر |
| قدرمطلق آنتالپی سوختن | بیشتر | کمتر |

تصویر زیر، نمایی از ساختار گرافیت را نشان می‌دهد:

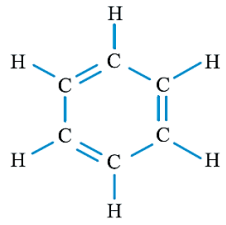



۲) فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. اگر تعداد اتم‌های هیدروژن یک اسید چرب ۳۰ باشد، فرمول شیمیایی این اسید به صورت $C_{۱۵}H_{۳۰}.O_۲$ بوده و درصد جرمی اکسیژن در آن برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم اسیدچرب}} \times ۱۰۰ = \frac{(۲ \times ۱۶) \times ۱۰۰}{(۱۵ \times ۱۲) + (۳۰ \times ۱) + (۲ \times ۱۶)} = \frac{۳۲۰۰}{۲۴۲} \simeq \text{درصد } ۱۳/۲$$

www.biomaze.ir
SanjeshCloud

۳) نسبت شمار پیوندهای $C=C$ به پیوندهای $C-C$ در ساختار گرافیت و بنزن به ترتیب برابر $\frac{۲}{۴}=۰/۵$ و $\frac{۳}{۳}=۱$ است. ساختار مولکولی بنزن به عنوان سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

**۱۰۳- کدام موارد از مقایسه‌های زیر، نادرست هستند؟**

**آ) آنتالپی فروپاشی شبکه: سدیم فلوئورید > لیتیم کلرید**

**ب) نقطه ذوب: سیلیسیم > الماس**

**پ) گشتاور دوقطبی: گوگرد تری‌اکسید > کلروفرم**

**ت) گستره دمایی که ماده به حالت مایع است: سدیم کلرید > هیدروژن فلوئورید**

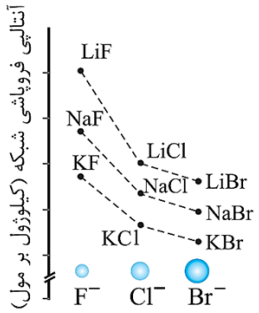
۱) آ و ب ۲) آ و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست هستند.

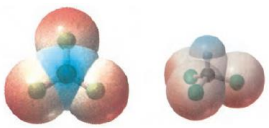
**بررسی موارد:**

آ) آنتالپی فروپاشی شبکه، گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی سازنده است. هر چه چگالی بار یون‌های سازنده یک جامد یونی بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی آن جامد یونی بیشتر بوده و در نتیجه شبکه آن دشوارتر فروپاشیده می‌شود. مقایسه چگالی بار یون‌ها در سدیم فلوئورید و لیتیم کلرید به صورت $Li^+ > Na^+$ و $Cl^- > F^-$ است. به کمک نمودار کتاب درسی می‌توان آنتالپی فروپاشی این مواد را مقایسه کرد. بر اساس این نمودار، آنتالپی فروپاشی $NaF$ از $LiCl$ بیشتر است. نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:




ب) سیلیسیم، ساختاری مشابه الماس دارد و هر دوی این مواد، جامد کووالانسی هستند. بنابراین برای ذوب آن‌ها باید بر پیوندهای کوالانسی بین اتم‌های سازنده این مواد غلبه کرد. از آن‌جا که میانگین آنتالپی $C-C$ از میانگین آنتالپی $Si-Si$ بزرگ‌تر است، پس نقطه ذوب الماس از سیلیسیم بزرگتر خواهد بود.

پ) با توجه به نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید($SO_۳$) و کلروفرم($CHCl_۳$)، مولکول $SO_۳$ یک ذره ناقطبی با گشتاور دوقطبی صفر و $CHCl_۳$ یک مولکول قطبی با گشتاور دوقطبی بزرگتر از صفر است. ساختار این مولکول‌ها به صورت زیر است:



ت) از آن‌جا که تفاوت بین نقطه ذوب و جوش سدیم کلرید خالص نسبت به هیدروژن فلوئورید خالص بیشتر است؛ پس می‌توان گفت سدیم کلرید در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع است.

www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هر ماده خالص، در دماهای بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز، در بازه دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود به حالت مایع و در دماهای پایین‌تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد وجود دارد. بر این اساس، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است. به طور کلی، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده آن ماده قوی‌تر است. از طرفی $HF$ و نیتروژن جزء ترکیب‌های مولکولی هستند و سدیم کلرید نیز یک ترکیب یونی است؛ پس با توجه به بیشتربودن تفاوت نقطه ذوب و جوش سدیم کلرید نسبت به دو ترکیب دیگر، می‌توان گفت نیروی جاذبه میان آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ترکیب‌های یونی، قوی‌تر از نیروی جاذبه وان‌درووالسی و یا پیوند هیدروژنی میان ذرات سازنده ترکیب‌های مولکولی است.

گروه آموزشی ماز

**۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر درباره مبدل‌های کاتالیستی، درست هستند؟**

**آ) نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ در واکنش تبدیل $NO$ به $N_2$ از مقدار این نسبت برای تبدیل $CO$ به $CO_2$ بیشتر است.**

**ب) مبدل کاتالیستی برای مدت کوتاهی کار کرده و پس از مدتی کارایی آن کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست.**

**پ) پلاتین یک فلز نجیب است که به صورت توده‌هایی با قطر ۱۰ تا ۱۲ میکرومتر در مبدل‌های کاتالیستی استفاده می‌شود.**

**ت) در واکنش انجام شده در محفظه دوم از مبدل کاتالیستی موجود در خودروهای دیزلی، گاز آمونیاک نقش کاهنده دارد.**

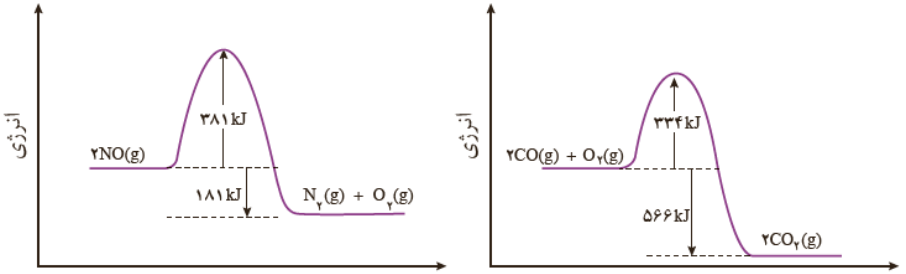
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۴)

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

**بررسی موارد:**

آ) با توجه به نمودارهای زیر، مقدار انرژی فعال‌سازی $(E_a)$ واکنش تبدیل گاز $NO$ به $N_2$ بزرگ‌تر و مقدار قدرمطلق آنتالپی این واکنش نیز نسبت به واکنش تبدیل $CO$ به $CO_2$ کوچک‌تر است. بر این اساس، می‌توان گفت نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ برای تبدیل $NO$ به $N_2$ بزرگتر خواهد بود.




ب) مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند اما پس از مدت معینی کارایی آن‌ها کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیستند.

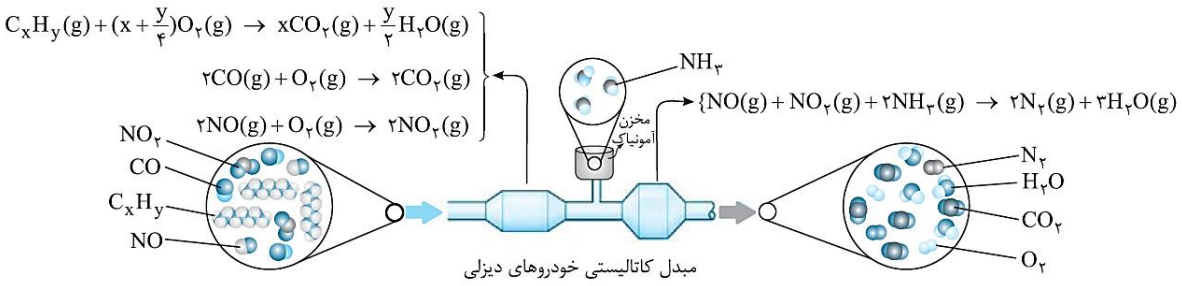
کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، این مبدل‌ها را می‌توان به شکل یک قطعه سرامیکی ساخت که به شکل توری درآمده و فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین بر روی آن‌ها نشانده شده است. در نقطه مقابل، سرامیک موجود در این مبدل‌ها را می‌توان به شکل مش(دانه)های ریز درآورده و کاتالیزگرهای فلزی را بر روی سطح دانه‌ها پخش کرد. بدیهی است که در حالت دوم(ساختن سرامیک به صورت مش)، سطح تماس کاتالیزگرها با گازهای آلاینده افزایش پیدا کرده و مقدار بیشتری از گازهای آلاینده توسط مبدل کاتالیستی حذف می‌شوند و در نتیجه کارایی مبدل افزایش پیدا می‌کند.

پ) پلاتین $(Pt)$ همانند طلا یک فلز نجیب است که حتی در محیط‌های اسیدی هم اکسایش نمی‌یابد. این فلز به همراه فلزهای رودیم $(Rh)$ و پالادیم $(Pd)$ در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی به صورت توده‌هایی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر استفاده می‌شود.

ت) در مبدل کاتالیستی به کار رفته در خودروهای دیزلی، با ورود آمونیاک و انجام واکنش زیر، آلاینده‌های $NO$ و $NO_2$ به گاز $N_2$ تبدیل شده و تا حدود زیادی از ورود این دو اکسید نیتروژن به هواکره جلوگیری می‌شود. توجه داریم که این واکنش، یک واکنش اکسایش-کاهش است و آمونیاک در آن نقش کاهنده را ایفا می‌کند. در این واکنش، عدد اکسایش اتم نیتروژن از ۳- در $NH_3$ به صفر در $N_2$ افزایش پیدا می‌کند.

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

تصویر زیر، نمایی از مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی را نشان می‌دهد:




گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

**۱۰۵- کدام مطلب درباره واکنش تعادلی $N_2(g)+3H_2(g)\rightleftharpoons 2NH_3(g), \Delta H<0$ که در یک ظرف سربسته به حجم ۲ لیتر انجام می‌شود، درست است؟**

۱) در صورت کاهش حجم ظرف واکنش، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل آن نیز افزایش پیدا می‌کند.

۲) همانند تعادل $2SO_2(g)+O_2(g)\rightleftharpoons 2SO_3(g)+Q$، با افزایش دما به سمت تعداد مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود.

۳) در فشار یکسان، درصد مولی آمونیاک در دمای بهینه فرایند هابر، از درصد مولی این ماده در دمای ۲۵ °C بیشتر است.

۴) اگر تعداد مول گازهای قطبی و ناقطبی در تعادل به ترتیب ۲ و ۱ مول باشد، ثابت تعادل واکنش برابر ۸ خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و مسأله ـ ۱۲۰۴)

واکنش تعادلی تولید آمونیاک، یک واکنش گرماده با $\Delta H<0$ است. بنابراین با افزایش دما، واکنش در جهت برگشت و به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر جابه‌جا خواهد شد. از طرف دیگر، واکنش تجزیه گوگرد تری‌اکسید، یک واکنش گرماگیر با $\Delta H>0$ است. بنابراین با افزایش دما، این واکنش در جهت رفت و به سمت تعداد مول گازی بیشتر، جابه‌جا خواهد شد.

با توجه به روند رو به افزایش جمعیت جهان و محدودیت منابع، تأمین غذای مردم جهان به یکی از چالش‌های زندگی تبدیل شده است. بهترین راه‌حل برای غلبه بر این چالش، افزایش بهره‌وری در تولید فراورده‌های کشاورزی است که با شناسایی، تولید و افزودن کودهای شیمیایی مناسب به خاک، می‌تواند محقق شود. یکی از عناصر مورد نیاز گیاهان برای رشد، نیتروژن است. هر چند که در حدود ۸۰٪ از حجم هوا توسط گاز نیتروژن تشکیل شده است، اما گیاهان نمی‌توانند این عنصر ضروری برای رشد خود را به طور مستقیم از هوا جذب کنند. به همین خاطر، نیتروژن را باید در قالب ترکیبات نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود. به عنوان مثال، در برخی از کشورها آمونیاک مایع را به عنوان کود شیمیایی به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) در صورت کاهش حجم ظرف، تعادل در جهت تعداد مول گازی کمتر یعنی جهت رفت جابه‌جا می‌شود؛ اما مقدار ثابت تعادل واکنش ثابت باقی می‌ماند. توجه داریم که مقدار ثابت تعادل تنها به دما وابسته است.

۳) واکنش تعادلی تولید آمونیاک گرماده بوده و با افزایش دما واکنش در جهت کاهش تعداد مول آمونیاک پیش می‌رود؛ بر این اساس، درصد مولی آمونیاک در دمای بالاتر یعنی ۴۵۰ °C از دمای پایین‌تر یعنی ۲۵°C کمتر است. توجه داریم که دمای بهینه فرایند هابر برابر با ۴۵۰ °C است.

نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در دمای اتاق با گاز هیدروژن حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و شرایط اتاق، نمی‌توانیم برای تولید آمونیاک استفاده کنیم. از طرف دیگر، واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن برگشت‌پذیر است و به صورت تعادلی انجام می‌شود؛ پس کل گازهای نیتروژن و هیدروژن واردشده به محفظه واکنش، به فراورده تبدیل نمی‌شوند. هابر به دنبال شرایطی بود که در آن، واکنش‌دهنده‌ها تا حد ممکن به فراورده‌ها تبدیل شوند و واکنش به میزان بیشتری پیشرفت کند. هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد.

۴) ثابت تعادل واکنش تعادلی $N_2(g)+3H_2\rightleftharpoons 2NH_3(g)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$K=\frac{[NH_3]^2}{[N_2]\times[H_2]^2}=\frac{1^2}{0/5\times(0/5)^3}=2\times 8=16\ mol^{-2}.L^2$$

توجه داریم که گازهای $N_2$ و $H_2$ ناقطبی بوده و گاز $NH_3$ قطبی است.

معادله واکنش انجام شده طی فرایند هابر به صورت $3H_2(g)+N_2(g)\rightleftharpoons 2NH_3(g)+Q$ است. این واکنش، گرماده بوده و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. با جابه‌جایی یک تعادل در جهت برگشت، درصد پیشرفت آن واکنش کاهش پیدا می‌کند. در واقع چون افزایش دما درصد مولی آمونیاک را در فرایند هابر کاهش می‌دهد، فریتس هابر دریافت که افزایش دما نمی‌تواند برای تولید مقدار مناسب آمونیاک ثمربخش باشد. او با استفاده از یک کاتالیزگر مناسب مثل ورقه‌های آهنی، توانست واکنش را در دماهای پایین‌تر و با سرعت مناسب انجام دهد. البته، کاتالیزگر فقط سرعت تولید گاز آمونیاک را افزایش می‌دهد و تأثیری بر درصد مولی آمونیاک تولیدشده ندارد. طبق یافته‌های هابر، در دمای ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد، فشار ۲۰۰ اتمسفر و در حضور کاتالیزگر آهن، تنها ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد که این شرایط، معادل با شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید آمونیاک است.



www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir